

Машиностроение Mechanical engineering

Научная статья

Статья в открытом доступе

УДК 621.01

doi: 10.30987/2782-5957-2025-8-4-11

СТРУКТУРНЫЙ СИНТЕЗ ВОСЬМИЗВЕННЫХ ЗАМКНУТЫХ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПОДВИЖНЫХ ЗВЕНЬЕВ ОДИННАДЦАТОГО ПОДСЕМЕЙСТВА ПЕРВОГО СЕМЕЙСТВА ЧЕТВЕРТОГО ВИДА

Валерий Владимирович Вовкотруб✉

Краснодарское высшее военное авиационное училище летчиков имени Героя Советского Союза А.К. Серова Министерства обороны Российской Федерации, Краснодар, Россия
vovkotrubv@yandex.ru, <https://orcid.org/0009-0000-7674-5082>

Аннотация

Цель исследования: развитие метода структурного синтеза замкнутых кинематических цепей подвижных звеньев первого семейства (далее – ЗКЦ) на одиннадцатое подсемейство.

Задачи: на основе универсальной структурной системы (далее – УСС) ЗКЦ, определить состав восьмизвенных ЗКЦ одиннадцатого подсемейства четвертого вида и рассмотреть порядок применения полученных решений для синтеза структурных схем данных цепей.

Методы исследования: метод структурного синтеза ЗКЦ, теория множеств и комбинаторика, виртуализация, идентификация и кодирование, теория графов.

Новизна работы: раскрыты особенности применения УСС для определения состава восьмизвенных ЗКЦ одиннадцатого подсемейства четвертого вида, рассмотрен процесс формирования структурных схем данных цепей.

Результаты исследования: найдены сочетания кинематических пар и звеньев, позволяющие построить все возможные структурные схемы восьмизвенных ЗКЦ одиннадцатого подсемейства четвертого вида. Получена структурная схема восьмизвенной ЗКЦ одиннадцатого подсемейства четвертого вида.

Ключевые слова: система, цепь, звенья, схема, подвижность, кинематическая пара.

Ссылка для цитирования:

Вовкотруб В.В. Структурный синтез восьмизвенных замкнутых кинематических цепей подвижных звеньев одиннадцатого подсемейства первого семейства четвертого вида / В.В. Вовкотруб // Транспортное машиностроение. – 2025. - № 8. – С. 4-11. doi: 10.30987/2782-5957-2025-8-4-11.

Original article

Open Access Article

STRUCTURAL SYNTHESIS OF EIGHT-BAR CLOSED KINEMATIC CHAINS OF THE FIRST FAMILY ELEVENTH SUBFAMILY MOVABLE LINKS OF THE FOURTH TYPE

Valery Vladimirovich Vovkotrub✉

Krasnodar Higher Military Aviation School of Pilots named after A.K. Serov of the Defense Ministry of the Russian Federation, Krasnodar, Russia
vovkotrubv@yandex.ru, <https://orcid.org/0009-0000-7674-5082>

Abstract

The study objective is to develop a method for the structural synthesis of closed kinematic chains of

moving links of the first family (CKC) into the eleventh subfamily.

The tasks are the following: based on the universal structural system (USS) of CKC, determine the composition of eight-bar CKCs of the eleventh subfamily of the fourth type and consider the procedure for applying the solutions obtained for the synthesis of structural circuits of these chains.

Research methods: USS structural synthesis method, set theory and combinatorics, virtualization, identification and coding, graph theory.

The novelty of the work: the features of USS use for determining the composition of eight-bar CKCs

of the eleventh subfamily of the fourth type are considered, formation of structural schemes of these chains is discussed.

Research results: combinations of kinematic pairs and links are found that make it possible to construct all possible structural schemes of eight-bar CKCs of the eleventh subfamily of the fourth type. A diagram of eight-bar CKCs of the eleventh subfamily of the fourth type is obtained.

Keywords: system, chain, links, circuit, mobility, kinematic pair.

Reference for citing:

Vovkotrub VV. Structural synthesis of eight-bar closed kinematic chains of the first family eleventh subfamily movable links of the fourth type. *Transport Engineering*. 2025;8:4-11. doi: 10.30987/2782-5957-2025-8-4-11.

Введение

Метод формирования плоских шарнирных механизмов из замкнутых кинематических цепей подвижных звеньев был обоснован М. Грюблером в научной статье [1, 2], опубликованной им в 1883 г.

Несмотря на то, что метод разработан М. Грюблером достаточно давно, благодаря его очевидной практической применимости, он до настоящего времени широко используется (особенно в Европе) для создания плоских механизмов [3, 4, 5].

Основная часть

УСС ЗКЦ [6] для одиннадцатого подсемейства четвертого вида, при общем числе звеньев цепи $n_u = 8$, и числе звеньев, не добавляющих в цепь кинематических пар $n_0 = 1$, имеет вид:

$$\begin{cases} p_4 + p_2 = 10 + 2n_3 + n_2, \\ n_1 = 6 - n_3 - n_2, \\ 3p_4 + p_2 = 34, \end{cases} \quad (1)$$

где n_1, n_2, n_3 – число звеньев, добавляющих в цепь одну, две и три кинематических пар; p_4, p_2 – число кинематических пар четвертого и второго класса.

Решение системы (1) сводится к отысканию параметров p_4, p_2 и n_1, n_2, n_3 .

В [6] была показана возможность использования универсальной структурной системы (далее – УСС) [7, 8] для развития данного метода на замкнутые кинематические цепи первого семейства (далее – ЗКЦ). Приведена УСС ЗКЦ.

В настоящей статье, используя УСС ЗКЦ определим состав восьмизвенных ЗКЦ одиннадцатого подсемейства четвертого вида, а также рассмотрим процесс синтеза структурных схем данных цепей.

Для одиннадцатого подсемейства: $p_4 \neq 0, p_2 \neq 0$.

Решения системы уравнений (1) приведены в табл. 1.

В табл. 1 указано количество виртуальных звеньев, сложность которых отождествляется с числом пар, привносимых звеном в цепь [9, 10].

Для идентификации виртуальных звеньев ЗКЦ, используем выражение [11]:

$$2p = \sum_{j=2}^r jn_j \quad (2)$$

где p – общее число кинематических пар ЗКЦ; n_j – количество j – парных звеньев.

Результаты идентификации звеньев представлены в табл. 2.

Таблица 1

Решения, описывающие организацию восьмизвенных ЗКЦ
одиннадцатого подсемейства четвертого вида

Table 1

Solutions describing the arrangement of eight-bar CKCs of the eleventh subfamily of the fourth type

№ решения	Общее число кинематических пар, p	Состав ЗКЦ
1	12	$n_\tau = 1, n_0 = 1, n_1 = 4, n_2 = 2, n_3 = 0, p_4 = 11, p_2 = 1;$
2	12	$n_\tau = 1, n_0 = 1, n_1 = 5, n_2 = 0, n_3 = 1, p_4 = 11, p_2 = 1;$
3	14	$n_\tau = 1, n_0 = 1, n_1 = 2, n_2 = 4, n_3 = 0, p_4 = 10, p_2 = 4;$
4	14	$n_\tau = 1, n_0 = 1, n_1 = 3, n_2 = 2, n_3 = 1, p_4 = 10, p_2 = 4;$
5	14	$n_\tau = 1, n_0 = 1, n_1 = 4, n_2 = 0, n_3 = 2, p_4 = 10, p_2 = 4;$
6	16	$n_\tau = 1, n_0 = 1, n_1 = 1, n_2 = 4, n_3 = 1, p_4 = 9, p_2 = 7;$
7	16	$n_\tau = 1, n_0 = 1, n_1 = 2, n_2 = 2, n_3 = 2, p_4 = 9, p_2 = 7;$
8	16	$n_\tau = 1, n_0 = 1, n_1 = 3, n_2 = 0, n_3 = 3, p_4 = 9, p_2 = 7;$

Таблица 2

Состав звеньев восьмизвенных ЗКЦ одиннадцатого подсемейства четвертого вида

Table 2

Composition of the eight-bar CKCs of the eleventh subfamily of the fourth type

Общее число звеньев цепи, n_τ	Общее число кинематических пар цепи, p	Состав звеньев цепи		
		4-х парные	3-х парные	2-х парные
8	12	1	6	1
		2	4	2
		3	2	3
		4	0	4
8	14	4	4	0
		5	2	1
		6	0	2
8	16	8	0	0

Пример структурного синтеза восьмизвенных ЗКЦ одиннадцатого подсемейства четвертого вида

Рассмотрим на конкретном примере особенности построения структурных схем восьмизвенных ЗКЦ на основе данных приведенных в табл. 1 и 2.

Пусть требуется сформировать структурную схему восьмизвенной ЗКЦ одиннадцатого подсемейства по заданным параметрам:

$$\tau = 4, n_\tau = 8, p = 14.$$

Для такой ЗКЦ в табл. 1 имеются три решения под № 3, № 4 и № 5.

Выбираем решение № 3:

$$n_\tau = 1, n_0 = 1, n_1 = 2, n_2 = 4, n_3 = 0, p_4 = 10, p_2 = 4.$$

Состав реальных звеньев ЗКЦ по сложности, определяем из табл. 2.

Для нашего случая наиболее подходит сочетание: четыре 4-х парных и четыре 3-х парных звена.

Синтез структуры ЗКЦ проводим в следующем порядке:

Вначале формируем матрицу структуры восьмизвенной ЗКЦ четвертого вида.

На данном этапе используем символическое представление восьмизвенной ЗКЦ в виде квадратной матрицы M размером 8×8 . Номер строки (i) как и номер столбца (j) матрицы M совпадают с порядковым номером звеньев ЗКЦ.

Формирование матрицы осуществляется по такому принципу: если звено i образует виртуальную кинематическую пару со звеном j , то элементу ij матрицы M присваивается значение «1» в противном случае «0». Матрица M отображает все свойства структуры ЗКЦ с виртуальными кинематическими парами: число звеньев, число виртуальных пар, сложность звеньев цепи.

Нумерация звеньев ЗКЦ в матрице осуществляется с учетом сложности виртуальных звеньев и показывает порядок сборки цепи.

На рис. 1 показана матрица M структуры восьмизвенной кинематической цепи четвертого вида с виртуальными кинематическими парами, сформированная по заданным параметрам.

$$M = \begin{array}{c|cccccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 6 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 7 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 8 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{array}$$

Рис. 1. Матрица M структуры восьмизвенной ЗКЦ четвертого вида с виртуальными кинематическими парами

Fig. 1. Matrix of M structure of the eight-bar CKC of the fourth type with virtual kinematic pairs

Матрица M является символьным представлением синтезируемой ЗКЦ. Она однозначно определяет её структуру. Поэтому на её основе достаточно просто построить графическое изображение структуры ЗКЦ, так как все необходимые для построения сведения приведены в данной матрице.

На рис. 2 показана структурная схема ЗКЦ с виртуальными парами (в виде квадратов с порядковыми номерами), построенная на основе матрицы M .

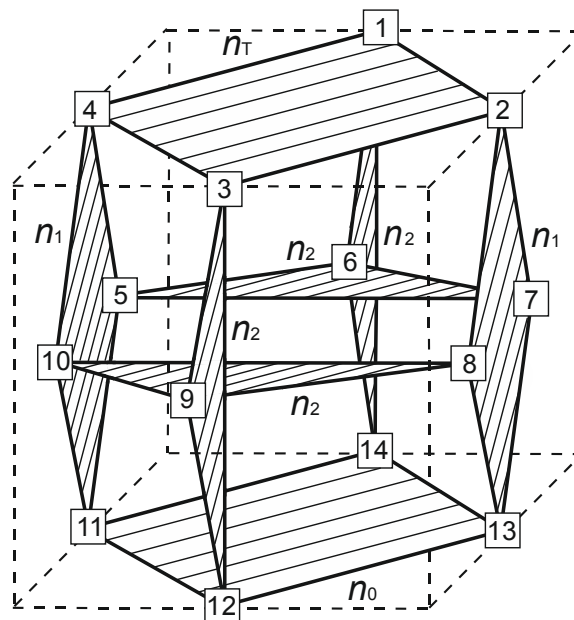


Рис. 2. Структурная схема ЗКЦ с виртуальными парами
Fig. 2. Diagram of a CKC with virtual pairs

На следующем этапе, производим замену в схеме, изображенной на рис. 2, виртуальных пар на пары четвертого и

второго класса в количествах $p_4 = 10$, $p_2 = 4$.

В результате получим общее количество вариантов размещения кинематических пар на местах расположения виртуальных $R = 1001$, что совпадает с количеством вариантов, определяемых по известной из комбинаторики формуле [12]

$$R = \frac{p!}{p_2! \times p_4!} \quad (3)$$

В табл. 3, показаны первые 120 вариантов размещения, каждый вариант имеет свой номер и код из 14 цифр, цифра «1» кода соответствует кинематической паре второго класса, а цифра «0» четвертого класса.

На рис. 3 показана структурная схема ЗКЦ полученная в соответствии с вариантом размещения № 1 табл. 3.

Таблица 3

Варианты размещения пар P_2 и P_4 на схемах

Table 3

Types of the arrangement of P_2 and P_4 in diagrams

№	Код	№	Код	№	Код
1	11110000000000	41	11000010010000	81	10101000010000
2	11101000000000	42	11000010001000	82	10101000001000
3	11100100000000	43	11000010000100	83	10101000000100
4	11100010000000	44	11000010000010	84	10101000000010
5	11100001000000	45	11000010000001	85	10101000000001
6	11100000100000	46	11000001100000	86	10100110000000
7	11100000010000	47	11000001010000	87	10100101000000
8	11100000001000	48	11000001001000	88	10100100100000
9	11100000000100	49	11000001000100	89	10100100010000
10	11100000000010	50	11000001000010	90	10100100001000
11	11100000000001	51	11000001000001	91	10100100000100
12	11011000000000	52	11000000110000	92	10100100000010
13	11010100000000	53	11000000101000	93	10100100000001
14	11010010000000	54	11000000100100	94	10100011000000
15	11010001000000	55	11000000100010	95	10100010100000
16	11010000100000	56	11000000100001	96	10100010010000
17	11010000010000	57	11000000011000	97	10100010001000
18	11010000001000	58	11000000010100	98	10100010000100
19	11010000000100	59	11000000010010	99	10100010000010
20	11010000000010	60	11000000010001	100	10100010000001
21	11010000000001	61	11000000001100	101	10100001100000
22	11001100000000	62	11000000001010	102	10100001010000
23	11001010000000	63	11000000001001	103	10100001001000
24	11001001000000	64	11000000000110	104	10100001000100
25	11001000100000	65	11000000000101	105	10100001000010
26	11001000010000	66	11000000000011	106	10100001000001
27	11001000001000	67	10111000000000	107	10100000110000
28	11001000000100	68	10110100000000	108	10100000101000
29	11001000000010	69	10110010000000	109	10100000100100
30	11001000000001	70	10110001000000	110	10100000100010
31	11000110000000	71	10110000100000	111	10100000100001
32	11000101000000	72	10110000010000	112	10100000011000
33	11000100100000	73	10110000001000	113	10100000010100
34	11000100010000	74	10110000000100	114	10100000010010
37	11000100001000	75	10110000000010	115	10100000010001
36	11000100000100	76	10110000000001	116	10100000001100
37	11000100000010	77	10101100000000	117	10100000001010
38	11000100000001	78	10101010000000	118	10100000001001
39	11000011000000	79	10101001000000	119	10100000000110
40	11000010100000	80	10101000100000	120	10100000000101

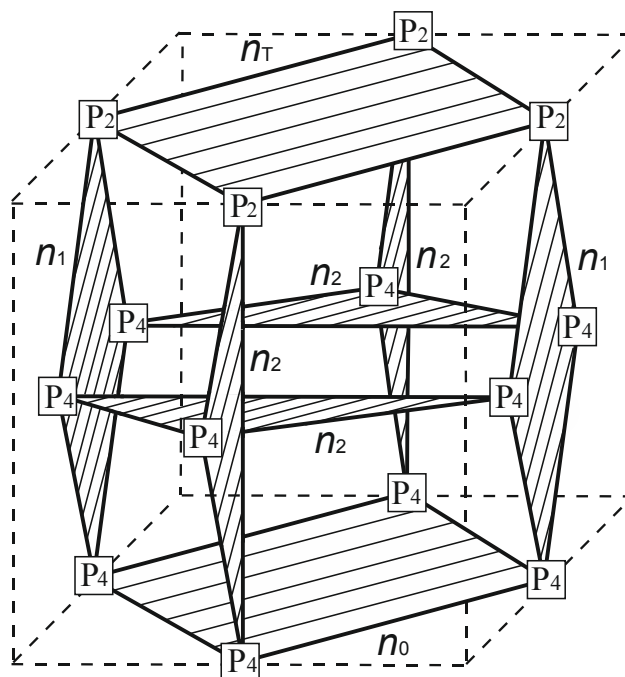


Рис. 3. Структурная схема восьмизвенной ЗКЦ одиннадцатого подсемейства четвертого вида с условными классами кинематических пар

Fig. 3. Diagram of the eight-bar CKC of the eleventh subfamily of the fourth type with conditional classes kinematic pairs

На заключительном этапе заменяем в схеме ЗКЦ, изображенной на рис. 3, условные классы пар на виды технически реализуемых, и получаем структурную

схему восьмизвенной ЗКЦ одиннадцатого подсемейства четвертого вида, представленную на рис. 4.

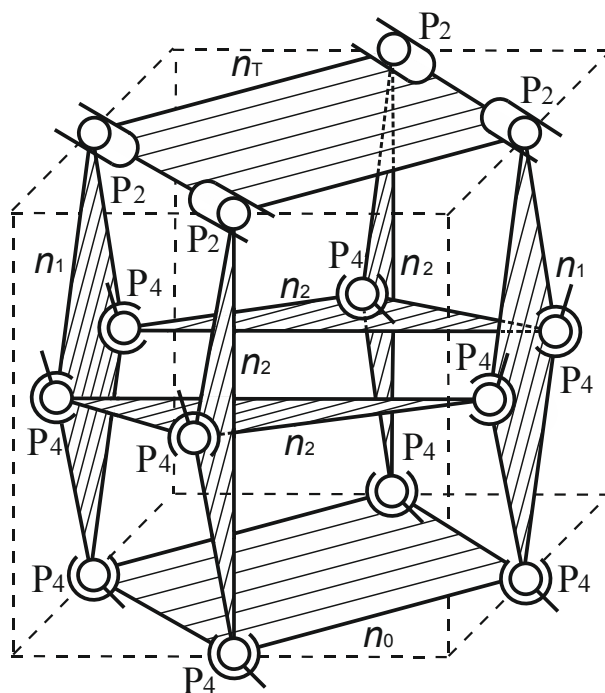


Рис. 4. Структурная схема восьмизвенной ЗКЦ одиннадцатого подсемейства четвертого вида

Fig. 4. Diagram of the eight-bar CKC of the eleventh subfamily of the fourth type

Закключение

В данной статье, при использовании УСС ЗКЦ первого семейства определен состав восьмизвенных ЗКЦ одиннадцатого подсемейства четвертого вида, рассмотрен

процесс синтеза структурных схем данных ЗКЦ, а также приведена структурная схема восьмизвенной ЗКЦ одиннадцатого подсемейства четвертого вида.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Grubler M. Allgemeine Eigenschaften der zwanglaufigen ebenen kinematischen Ketten // Civilingenieur. Leipzig. 1883. № 29. P. 167-200.
2. Дворников Л.Т., Жуковский Н.С. Адаптированный перевод с немецкого языка статьи: Martin Grübler «Allgemeine Eigenschaften der zwangläufigen ebenen kinematischen Ketten», изданной в Лейпциге в 1883 г. // Материалы девятой научной-практической конференции по проблемам механики и машиностроения. - Новокузнецк, 2009. С.73-95.
3. Пейсах Э.Е. Проблема изоморфизма структур и идентификационный структурный код для замкнутых кинематических цепей // Вестник Санкт-Петербургского государственного университета технологии и дизайна. СПб, 2008. № 15. С. 40-46.
4. Butcher E.A., Hartman C. Efficient enumeration and hierarchical classification of planar simple-jointed kinematic chains: Application to 12-and 14-bar single degree-of-freedom chains. -Mechanism and Machine Theory, Volume 40, No. 9, September 2005, p. 1030-1050.
5. Федоров А.И., Дворников Л.Т. К вопросу о полном составе восьмизвенных плоских цепей Грюблера // МашиноСтроение. – Новокузнецк, 2010. № 20. С. 45-51.

6. Вовкотруб В.В. Развитие методов структурного синтеза механизмов первого семейства из замкнутых кинематических цепей подвижных звеньев // Транспортное, горное и строительное машиностроение: наука и производство. СПб: НИЦ МС, 2023. № 18. С. 27-35.
7. Дворников Л.Т. Начала теории структуры механизмов: Учебное пособие. Новокузнецк: СибГГМА, 1994. 102 с.
8. Дворников Л.Т. Универсальная структурная классификация механизмов / Л.Т. Дворников. Новокузнецк: Машиностроение, 2011. № 21. С. 4-37.
9. Степанов А.В. Виртуализация в задачах компьютерного синтеза структур механизмов // Вестник КузГТУ. 2007. № 3(61). С. 47-50.
10. Степанов А.В. Развитие алгоритмов расчета состава кинематических цепей // Вестник КузГТУ. 2014. № 4(104). С. 57-60.
11. Вовкотруб В.В. Структурный синтез восьмизвенных замкнутых кинематических цепей подвижных звеньев четвертого подсемейства первого семейства // Транспортное машиностроение. 2024. №6.С. 31-40.
12. Андерсон Д.А. Дискретная математика и комбинаторика. Пер. с англ. Москва: Вильямс, 2004. 960 с.

REFERENCES

1. Grubler M. Allgemeine Eigenschaften der zwanglaufigen ebenen kinematischen Ketten. Civilingenieur. Leipzig. 1883;29:167-200.
2. Dvornikov LT, Zhukovsky NS. Allgemeine Eigenschaften der zwangläufigen ebenen kinematischen Ketten. Proceedings of the 19th Scientific and Practical Conference on Problems of Mechanics and Machine Building. Novokuznetsk; 2009. p.73-95.
3. Peisakh EE. The problem of isomorphism of structures and the identification structural code for closed kinematic circuits. Vestnik of St. Petersburg State University of Technology and Design. 2008;15:40-46.
4. Butcher EA, Hartman C. Efficient enumeration and hierarchical classification of planar simple-jointed kinematic chains: Application to 12-and 14-bar single degree-of-freedom chains. Mechanism and Machine Theory. 2005 September;40(9):1030-1050.
5. Fedorov AI, Dvornikov LT. On the issue of the complete composition of eight-link flat Grubler chains. Mashinostroenie. 2010;20:45-51.
6. Vovkotrub VV. Development of methods for the structural synthesis of the first family mechanisms

- of closed kinematic chains of movable links. Transport, Mining and Construction Engineering: Science and Production. 2023;18:27-35.
7. Dvornikov LT. The beginnings of the theory of mechanisms structure: textbook. Novokuznetsk: SibGGMA; 1994.
8. Dvornikov LT. Universal structural classification of mechanisms. Mashinostroenie. 2011;21:4-37.
9. Stepanov AV. Virtualization in the tasks of computer synthesis of mechanisms structures. Bulletin of the Kuzbass State Technical University. 2007;3(61):47-50.
10. Stepanov AV. Development of algorithms for calculating the composition of kinematic circuits. Bulletin of the Kuzbass State Technical University. 2014;4(104):57-60.
11. Vovkotrub VV. Structural synthesis of eight-bar closed kinematic chains of the fourth subfamily moving links of the first family. Transport Engineering. 2024;6:31-40.
12. Anderson DA. Discrete mathematics and combinatorics. Moscow: Williams; 2004.

Информация об авторе:

Вовкотруб Валерий Владимирович – кандидат технических наук, доцент, доцент 105 кафедры механики, тел. 89183822068.

Vovkotrub Valery Vladimirovich – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the 105th Department of Mechanics; phone: 89183822068.

**Статья опубликована в режиме Open Access.
Article published in Open Access mode.**

Статья поступила в редакцию 30.05.2025; одобрена после рецензирования 09.07.2025; принята к публикации 28.07.2025. Рецензент – Толстошеев А.К., кандидат технических наук, доцент кафедры «Дизайн и проектирование в машиностроении» «Брянского государственного аграрного университета».

The article was submitted to the editorial office on 30.05.2025; approved after review on 09.07.2025; accepted for publication on 28.07.2025. The reviewer is Tolstosheev A.K., Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Design in Mechanical Engineering at Bryansk State Agrarian University.