

УДК 539.3

УДАЛЕНИЕ СИНГУЛЯРНОСТИ ПОЛЯ НАПРЯЖЕНИЙ ДЛЯ ЗАДАЧИ ВИЛЛЬЯМСА (1952) НА ОСНОВЕ НЕЕВКЛИДОВОЙ МОДЕЛИ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ

© 2024 г. Академик РАН М. А. Гузев^{1,2,*}

Поступило 18.03.2024 г.

После доработки 18.03.2024 г.

Принято к публикации 11.06.2024 г.

Рассматривается сингулярное решение для поля упругих напряжений в задаче Вилльямса о равновесии пластин с угловыми вырезами. Построена схема минимального расширения классической модели упругой сплошной среды на пути отказа от условия совместности Сен-Венана для деформаций, что приводит к неевклидовой модели сплошной среды. В рамках этой модели показано, что поле полных напряжений не содержит сингулярности для всех углов выреза.

Ключевые слова: сингулярные поля напряжений, функция напряжений Эйри, асимптотический метод Вилльямса, неевклидова модель

DOI: 10.31857/S2686740024040037, EDN: JPKWKG

В механике сплошной среды хорошо известен факт существования сингулярных решений для компонент поля напряжений σ_{ij} в задачах теории упругости о равновесии пластин с угловыми вырезами [1]. Построенное Вилльямсом [1] такое решение для плоских конфигураций связано с введением функции напряжения Эйри Ψ . При выполнении уравнений равновесия Коши

$$\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x^1} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x^2} = 0, \quad \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x^1} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x^2} = 0 \quad (1)$$

решение для σ_{ij} записывается через Ψ в виде

$$\sigma_{11} = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2 \partial x^2}, \quad \sigma_{22} = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^1 \partial x^1}, \quad \sigma_{12} = \sigma_{21} = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^1 \partial x^2}. \quad (2)$$

В классической теории упругости функция напряжений Ψ_{clas} удовлетворяет бигармоническому уравнению [2]:

$$\Delta^2 \Psi_{clas} = 0. \quad (3)$$

¹Институт прикладной математики
Дальневосточного отделения
Российской академии наук,
Владивосток, Россия

²Пермский национальный исследовательский
политехнический университет, Пермь, Россия
*E-mail: guzev@iam.dvo.ru

В [1] выбирается регулярное решение χ для этого уравнения в полярной системе координат (r, φ) :

$$\chi = r^{\lambda+1} [b_1 \cos(1 + \lambda)\varphi + b_2 \sin(1 + \lambda)\varphi + b_3 \cos(1 - \lambda)\varphi + b_4 \sin(1 - \lambda)\varphi], \quad (4)$$

где λ — параметр, b_1, b_2, b_3, b_4 — постоянные. В [1] показано, что параметр $\lambda < 1$ при углах выреза пластины между π и 2π . Поскольку компоненты поля упругих напряжений τ_{ij} равны

$$\tau_{rr} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \chi}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \chi}{\partial r}, \quad \tau_{\varphi\varphi} = \frac{\partial^2 \chi}{\partial r^2}, \quad (5)$$

$$\tau_{r\varphi} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial \chi}{\partial \varphi} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \chi}{\partial r \partial \varphi},$$

то из (4), (5) следует, что они проявляют сингулярное поведение $\sim r^{\lambda-1} \rightarrow \infty$ при $r \rightarrow 0$. Именно на эту сингулярность поля упругих напряжений указал Вилльямс [1] и предложил асимптотический метод их исследования в окрестности угла выреза. В дальнейшем подход Вилльямса вошел в фольклор механики упругости [2], а в современных работах [3] предложены идеи использовать этот подход в вычислительных методах для повышения их эффективности

в узлах сетки вблизи вершины угла. С другой стороны, в физических теориях прочности и пластичности [4] сингулярности полей напряжений также рассматриваются и предлагаются способы их удаления. Тем не менее, для сингулярности Вилльямса такого способа не представлено в научной литературе, поэтому целью данной работы является восполнение данного пробела.

Следует заметить, что поля, определяемые соотношением (2), принадлежат к более широкому классу напряжений: они являются самоуравновешенными. Это означает [5], что сила, действующая на выбранную область среды, равна нулю и суммарный момент сил внутренних напряжений обращается в нуль. Математически сформулированные условия записываются соответственно в виде:

$$\int_{\partial S} \sigma_{ij} n_j dl = 0, M_{ik} = \int_{\partial S} (\sigma_{ij} x_k - \sigma_{kj} x_i) n_j dl = 0, \quad (6)$$

где S — площадь, занимаемая телом; ∂S — граница этой области, n_j — направляющие косинусы внешней нормали к границе области. Самоуравновешенные поля напряжений в инженерной литературе также называются остаточными напряжениями — это напряжения, которые существуют внутри материала или тела, когда на него не действуют внешние силы. При экспериментальном исследовании [4] этих полей не наблюдается их сингулярного поведения, хотя они могут иметь значения, сравнимые с напряжениями, возникающими при внешних воздействиях. Описание этих полей на основе классической теории упругости, т.е. используя соотношения (2), (3) для функции напряжения, приводит к сингулярностям. Однако возникшее противоречие может быть преодолено на основе обобщения классической теории.

Возможный подход в этом направлении был предложен С.К. Годуновым [6] и связан с расширением геометрических оснований классической теории упругости. Хорошо известно, что шесть компонент классического тензора деформаций ε_{ij} выражаются только через три компоненты вектора перемещений, поэтому функции ε_{ij} не могут быть произвольными и должны удовлетворять дополнительным ограничениям, которые в механике сплошной среды называются условиями совместности для деформаций. Эти условия сводятся к тому, что тензор

Римана—Кристоффеля, вычисленный для метрического тензора деформации $g_{ij} = \delta_{ij} - 2\varepsilon_{ij}$ [6], обращается в нуль. С геометрической точки зрения это означает, что пространство, соответствующее данной метрике, являются евклидовым. Однако Годуновым было замечено, что классические компоненты деформаций ε_{ij} не совпадают в общем случае с деформациями E_{ij} , определяемыми через реологическое соотношение между компонентами поля напряжений и деформаций даже для линейной связи (8) (в [6] поля E_{ij} называются эффективными). Поэтому тензор Римана—Кристоффеля, вычисленный для эффективного метрического тензора деформации $G_{ij} = \delta_{ij} - 2E_{ij}$, в общем случае не равен нулю, т.е. пространство для описания эффективных деформаций становится неевклидовым. Таким образом, общая идея при обобщении классической теории состоит в отказе от классических условий совместности, что приводит к необходимости построения неевклидовой модели сплошной среды.

Используем сформулированную идею при анализе проблемы Вилльямса. Известно, что в двумерном случае тензор Римана—Кристоффеля определяется единственной компонентой [7], и для рассматриваемых нами малых деформаций $|E_{ij}| \ll 1$ отличие ее от нуля задается через функцию несовместности:

$$\frac{R}{2} = \frac{\partial^2 E_{11}}{\partial x^2 \partial x^2} + \frac{\partial^2 E_{22}}{\partial x^1 \partial x^1} - 2 \frac{\partial^2 E_{12}}{\partial x^1 \partial x^2}. \quad (7)$$

В классической теории упругости $R = 0$, что соответствует выполнению условий совместности для деформаций (условия Сен-Венана) и существованию таких функций u_1, u_2 , что $E_{ij} = (\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i) / 2$. В механике сплошной среды функции u_1, u_2 определяют поле смещений точек среды и E_{ij} совпадают с классическими компонентами деформаций: $E_{ij} = \varepsilon_{ij}$.

Переход к неевклидовой модели сплошной среды связан с предположением, что $R \neq 0$. Реологическое соотношение между компонентами поля напряжений и эффективными деформациями E_{ij} оставим линейным как в классической теории (закон Гука):

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} E_{kk} + 2\mu E_{ij}, \quad (8)$$

где λ , μ — феноменологические параметры Ламе, δ_{ij} — символ Кронекера. Выразим E_{ij} из (8) и подставим в (7), что приводит к уравнению для $\sigma = \sigma_{ij}$:

$$\Delta\sigma = \frac{\mu}{1-\nu} R, \quad \nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}.$$

Используя (2), получаем уравнение для функции напряжений Ψ :

$$\Delta^2\Psi = \frac{\mu}{1-\nu} R. \quad (9)$$

Таким образом, при расширении классической теории мы получили неоднородное бигармоническое уравнение для функции напряжений (9). Поскольку оно является линейным, то его решение Ψ можно представить в виде суммы классической функции напряжений Ψ_{clas} и дополнительного вклада $\Psi_{non-clas}$:

$$\Psi = \Psi_{clas} + \Psi_{non-clas}, \quad (10)$$

где $\Psi_{non-clas}$ — частное решение (9). Подставляя (10) в (2), получаем следующие представления для компоненты поля напряжений:

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= \tau_{11} + T_{11}, \quad \tau_{11} = \frac{\partial^2\Psi_{clas}}{\partial x^2\partial x^2}, \quad T_{11} = \frac{\partial^2\Psi_{non-clas}}{\partial x^2\partial x^2}, \\ \sigma_{22} &= \tau_{22} + T_{22}, \quad \tau_{22} = \frac{\partial^2\Psi_{clas}}{\partial x^1\partial x^1}, \quad T_{22} = \frac{\partial^2\Psi_{non-clas}}{\partial x^1\partial x^1}, \\ \sigma_{12} &= \tau_{12} + T_{12}, \quad \tau_{12} = -\frac{\partial^2\Psi_{clas}}{\partial x^1\partial x^2}, \quad T_{12} = -\frac{\partial^2\Psi_{non-clas}}{\partial x^1\partial x^2}. \end{aligned} \quad (11)$$

Из (11) видно, что структура поля внутренних напряжений складывается из классического поля упругих напряжений τ_{ij} и неклассического поля напряжений T_{ij} , определяемого через функцию несовместности R .

Функция R использовалась при формулировке моделей сплошных сред с внутренней структурой [8], и в предположении квадратичной зависимости внутренней энергии среды от термодинамических переменных было получено уравнение для R в следующем виде:

$$\Delta^2 R = \gamma R, \quad \gamma \neq 0, \quad (12)$$

где параметр γ характеризует размер внутренней пространственной структуры. Перейдем к безразмерным переменным $x^i \rightarrow x^i/\sqrt[4]{\gamma}$ и выполним перенормировку для σ_{ij}, Ψ, R ,

полагая $\sigma_{ij} \rightarrow \mu\sigma_{ij}$, $\Psi \rightarrow \Psi\mu/\sqrt{\gamma}$, $R \rightarrow R\sqrt{\gamma}(1-\nu)$, получаем

$$\Delta^2\Psi = R, \quad \Delta^2 R = R. \quad (13)$$

Тогда из (10), (13) следует, что $\Psi_{non-clas}$ удовлетворяет следующему уравнению:

$$\Delta^2\Psi_{non-clas} = \Psi_{non-clas}. \quad (14)$$

При построении решений уравнений (3), (14) выберем из них такие, чтобы полное поле σ_{ij} (11) не имело сингулярного поведения при $r \rightarrow 0$. Это обеспечивается при условии, что возможные сингулярности компонент τ_{ij}, T_{ij} взаимно компенсируются и разложение функции напряжений (10) по степеням r при $r \rightarrow 0$ начинается со слагаемых не ниже r^2 . Далее будет показано, что такое разложение в рамках предложенных модельных представлений реализуется (см. (21)).

Сначала заметим, что класс решений уравнения (3) является более широким, чем тот, который указан в [1]. Действительно, полагая $\Psi_{clas} = r^{1+s}F(\varphi)$ в (3), получаем уравнение для $F(\varphi)$:

$$r^{s-1} \left[(1-s)^2 + \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right] \left[(1+s)^2 + \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right] F(\varphi) = 0.$$

Если выбрать $s = \lambda$, $0 < \lambda < 1$, то

$$\begin{aligned} \Psi_{clas} &= r^{\lambda+1} [b_1 \cos(1+\lambda)\varphi + b_2 \sin(1+\lambda)\varphi + \\ &+ b_3 \cos(1-\lambda)\varphi + b_4 \sin(1-\lambda)\varphi] \end{aligned}$$

и построенное решение для Ψ_{clas} совпадает с χ (4). Если параметр $1+s < 0$, то функция Ψ_{clas} имеет степенную особенность. Поскольку (3) является линейным уравнением, то общее решение для классической функции напряжений Ψ_{clas} представим в виде суммы функции χ и сингулярного вклада, для которого полагаем $s = \lambda - 2$:

$$\Psi_{clas} = \chi + \frac{1}{r^{1-\lambda}} [B_1 \cos(1-\lambda)\varphi + B_2 \sin(1-\lambda)\varphi] \quad (15)$$

с некоторыми постоянными B_1, B_2 . На первый взгляд кажется, что такой выбор Ψ_{clas} приводит к увеличению порядка сингулярности классического поля упругих напряжений, создавая новую трудность при решении задачи Вилльямса. Однако предварительный анализ показал, что без введения B_1, B_2 не удастся замкнуть

задачу выбора всех коэффициентов в неевклидовой модели.

В полярной системе координат решение уравнения (14) представим через цилиндрические функции вещественного и мнимого аргументов. Эвристический рецепт их выбора можно сформулировать следующим образом: при $r \rightarrow 0$ компоненты T_{ij} должны иметь сингулярности того же порядка по r , что и функции τ_{ij} . Тогда решение уравнения (14) запишем в следующем виде:

$$\begin{aligned} \Psi_{non-clas} = & J_{1+\lambda}(r)(a_1 \cos(1+\lambda)\varphi + \\ & + a_2 \sin(1+\lambda)\varphi) + \\ & + I_{-1+\lambda}(r)(a_3 \cos(1-\lambda)\varphi + a_4 \sin(1-\lambda)\varphi), \end{aligned} \quad (16)$$

где $J_{1+\lambda}(r)$ — функция Бесселя, $I_{-1+\lambda}(r)$ — модифицированная функция Бесселя, a_1, a_2, a_3, a_4 — постоянные. Справедливы следующие асимптотические представления для $J_{1+\lambda}(r), I_{-1+\lambda}(r)$ при $r \rightarrow 0$ [9]:

$$\begin{aligned} J_{1+\lambda}(r) = & \left(\frac{r}{2}\right)^{1+\lambda} \left(1 - \frac{1}{\Gamma(2+\lambda)} \left(\frac{r}{2}\right)^2 + \left(\frac{r}{2}\right)^4 S_1(r)\right), \\ I_{-1+\lambda}(r) = & \left(\frac{r}{2}\right)^{-1+\lambda} \left(1 + \frac{1}{\Gamma(\lambda)} \left(\frac{r}{2}\right)^2 + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2\Gamma(1+\lambda)} \left(\frac{r}{2}\right)^4 + \left(\frac{r}{2}\right)^6 S_2(r)\right), \end{aligned} \quad (17)$$

где $\Gamma(x)$ — гамма-функция, $S_1(r), S_2(r)$ — аналитические функции, ограниченные при $r \rightarrow 0$. Из (16), (17) видно, что при $r \rightarrow 0$ ведущий вклад $\Psi_{non-clas}$ имеет порядок $r^{-1+\lambda}$ и он является сингулярным, такая же сингулярность присутствует в последнем слагаемом (15) для Ψ_{clas} . Полная функция напряжений Ψ (10) не должна содержать такого сингулярного вклада при $r \rightarrow 0$. Данное условие справедливо, если коэффициент при нем равен нулю, что приводит к следующим ограничениям на выбор постоянных:

$$B_1 + a_3 2^{1-\lambda} = 0, \quad B_2 + a_4 2^{1-\lambda} = 0. \quad (18)$$

Следующий член в разложении Ψ по r содержит слагаемые $\sim r^{1+\lambda}$. Выше было указано, что это разложение должно включать слагаемые порядка не ниже r^2 , тогда, приравнявая нулю

коэффициенты при $r^{1+\lambda}$ для различных тригонометрических функций, получим систему соотношений

$$\begin{aligned} b_1 - \frac{a_1}{2^{1+\lambda}} = 0, \quad b_2 - \frac{a_2}{2^{1+\lambda}} = 0, \\ b_3 + \frac{a_3}{2^{1+\lambda} \Gamma(\lambda)} = 0, \quad b_4 + \frac{a_4}{2^{1+\lambda} \Gamma(\lambda)} = 0. \end{aligned} \quad (19)$$

При выполнении условий (18), (19) разложение функции Ψ по степеням r начинается со слагаемых $\sim r^{3+\lambda}$ и дается формулой

$$\begin{aligned} \Psi = \Psi_{clas} + \Psi_{non-clas} = & -\left(\frac{r}{2}\right)^{3+\lambda} \frac{1}{\Gamma(2+\lambda)} (a_1 \cos(1+\lambda)\varphi + \\ & + a_2 \sin(1+\lambda)\varphi) + \left(\frac{r}{2}\right)^{3+\lambda} \frac{1}{2\Gamma(1+\lambda)} (a_3 \cos(1-\lambda)\varphi + \\ & + a_4 \sin(1-\lambda)\varphi) + \left(\frac{r}{2}\right)^{5+\lambda} \Omega_\lambda(r, \varphi), \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \Omega_\lambda(r, \varphi) = & S_1(r)(a_1 \cos(1+\lambda)\varphi + a_2 \sin(1+\lambda)\varphi) + \\ & + S_2(r)(a_3 \cos(1-\lambda)\varphi + a_4 \sin(1-\lambda)\varphi). \end{aligned}$$

Если переопределить коэффициенты в (20), полагая

$$\begin{aligned} -\left(\frac{1}{2}\right)^{3+\lambda} \frac{1}{\Gamma(2+\lambda)} a_1 = A_1, \quad -\left(\frac{1}{2}\right)^{3+\lambda} \frac{1}{\Gamma(2+\lambda)} a_2 = A_2, \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{3+\lambda} \frac{1}{2\Gamma(1+\lambda)} a_3 = A_3, \quad \left(\frac{r}{2}\right)^{3+\lambda} \frac{1}{2\Gamma(1+\lambda)} a_4 = A_4, \end{aligned}$$

то функция напряжений Ψ равна

$$\begin{aligned} \Psi = & r^{\lambda+3} \Phi_\lambda(\varphi) + \left(\frac{r}{2}\right)^{5+\lambda} \Omega_\lambda(r, \varphi), \\ \Phi_\lambda(\varphi) = & A_1 \cos(1+\lambda)\varphi + A_2 \sin(1+\lambda)\varphi + \\ & + A_3 \cos(1-\lambda)\varphi + A_4 \sin(1-\lambda)\varphi. \end{aligned} \quad (21)$$

Отсюда видно, что ведущее слагаемое в функции напряжений имеет порядок $r^{\lambda+3}$ при $r \rightarrow 0$. Следовательно, в полярной системе координат компоненты полного поля напряжений σ_{ij} имеют порядок $r^{\lambda+1}$ и не содержат сингулярностей при $r \rightarrow 0$ для $\lambda < -1$.

Выполненные вычисления показали, что проблема Вилльямса допускает решение и реализуется на пути расширения классической теории с переходом к неевклидовой модели

сплошной среды. В рамках этой модели удалось перейти к несингулярному полю полных напряжений, в котором сингулярность поля упругих напряжений была скомпенсирована дополнительным полем, источником которого является несовместность поля деформаций.

Сделаем некоторые замечания относительно выбора параметра λ . В построенном решении (21) значение λ не было фиксировано. Однако при решении краевых задач может возникать дополнительное ограничение на λ . В качестве примера рассмотрим свободные условия на границе углового выреза [1]:

$$\sigma_{\varphi\varphi}|_{\varphi=0} = \sigma_{r\varphi}|_{\varphi=0}, \quad \sigma_{\varphi\varphi}|_{\varphi=\alpha} = \sigma_{r\varphi}|_{\varphi=\alpha} = 0.$$

Тогда из (2), (21) в ведущем порядке по $r \rightarrow 0$ получаем $\Phi(0) = \Phi'(0) = \Phi(\alpha) = \Phi'(\alpha) = 0$, где штрих обозначает дифференцирование по φ . Линейное уравнение для нахождения постоянных A_k , $k = 1, 2, 3, 4$, является однородным и имеет нетривиальное решение при обращении детерминанта системы в нуль, что дает следующее условие:

$$\sin \lambda \alpha = \pm \lambda \sin \alpha. \quad (22)$$

Сравнение соотношения (22) со спектральным уравнением (15) [1] показывает, что они совпадают. Значит, определяемая из (22) функциональная зависимость $\lambda = \lambda(\alpha)$ такая же, как и у Вилльямса. Следовательно, предложенная в данной работе процедура удаления указанной Вилльямсом сингулярности сохраняет классические спектральные соотношения в случае свободных краевых условий.

В общем случае значение параметра λ не фиксируется. Поскольку (3), (14) являются линейными уравнениями, то общее решение для функции напряжений можно представить в виде линейной комбинации решений (21) для различных λ . Такое решение для поля полных напряжений не содержит сингулярностей при

$r \rightarrow 0$ для $\lambda < -1$ и может быть полезным для моделирования физических процессов в отсутствии осевой симметрии.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-19-00447, <https://rscf.ru/project/22-19-00447/>.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Williams M.L.* Stress Singularities Resulting from Various Boundary Conditions in Angular Corners of Plates in Extension // *J. Applied Mechanics*. 1952. V. 19 (4). P. 526–528. <https://authors.library.caltech.edu/records/2zph7-ee089>
2. *Barber J.R.* Wedge Problems. In *Elasticity. Part of the book series: Solid Mechanics and Its Applications*. V. 172. Dordrecht: Springer, 2010. P. 149–170. https://doi.org/10.1007/978-90-481-3809-8_11
3. *Pan W., Cheng C., Wang F., Hu Z., Li J.* Determination of singular and higher order non-singular stress for angularly heterogeneous material notch 292 // *Engineering Fracture Mechanics*. 2023. 109592. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2023.109592>
4. *Sinclair G.B.* Stress Singularities in Classical Elasticity—I: Removal, Interpretation and Analysis // *Applied Mechanics Reviews*. 2004. V. 57(4). P. 251–297. <http://dx.doi.org/10.1115/1.1762503>
5. *Мясников В.П., Гузев М.А.* Геометрическая модель внутренних самоуравновешенных напряжений в твердых телах // *ДАН*. 2001. Т. 380. № 5. С. 627–629.
6. *Годунов С.К., Роменский Е.И.* Элементы механики сплошных сред и законы сохранения. Новосибирск: Научная книга, 1998. 280 с.
7. *Новиков С.П., Тайманов И.А.* Современные геометрические структуры и поля. М.: МЦНМО, 2005. 584 с.
8. *Гузов М.А.* Структура кинематического и силового поля в Римановой модели сплошной среды // *ПМТФ*. 2011. Т. 52. № 5. С. 39–48.
9. *Градштейн И.С., Рыжик И.М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1971. 1108 с.

REMOVAL OF THE STRESS FIELD SINGULARITY FOR THE WILLIAMS PROBLEM (1952) BASING ON A NON-EUCLIDEAN CONTINUUM MODEL

Academician of the RAS **M. A. Guzey^{a,b}**

^a*Institute for Applied Mathematics Far Eastern Branch, Russian Academy of Sciences, Vladivostok, Russia*

^b*Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russia*

A singular solution for the elastic stress field in the Williams problem on the equilibrium of plates with corner cutouts is considered. A scheme has been constructed for the minimal expansion of the classical elastic continuum model without taking into account the Saint-Venant compatibility conditions for deformations, which leads to a non-Euclidean continuum model. Within this model framework, the total stress field is shown to contain no singularity for all cutout angles.

Keywords: singular stress fields, Airy stress function, Williams' asymptotic method, non-Euclidean continuum model