

УДК 539.3

СТРУКТУРА И МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА КОМПОЗИТОВ С ВЫСОКИМИ ДЕМПФИРУЮЩИМИ СВОЙСТВАМИ

© 2023 г. Член-корреспондент РАН Е. В. Ломакин^{1,2,*}, С. А. Лурье^{2,**}, Л. Н. Рабинский²

Поступило 09.08.2022 г.

После доработки 09.08.2022 г.

Принято к публикации 08.12.2022 г.

Исследуются демпфирующие свойства композитных материалов, армированных упругими сферическими и волокнистыми включениями с вязкоупругими покрытиями. Показывается, что в композитах с морфологией частиц может быть реализован эффект значительного усиления диссипативных потерь, когда эффективные свойства потерь композита могут превышать диссипативные свойства вязкоупругого покрытия более чем в 20 раз. Предлагаются аналитические оценки оптимальных параметров гибридных композитов. Анализируется влияние возможных несовершенств структуры композита на эффективные диссипативные свойства.

Ключевые слова: дискретные и волокнистые композиты, вязкоупругое покрытие, модуль потерь, оптимальные структуры

DOI: 10.31857/S2686740023030136, **EDN:** OZDAKJ

ВВЕДЕНИЕ

В аэрокосмической промышленности традиционным является значительный интерес к композитным материалам с высоким демпфированием колебаний и, одновременно, с высокой прочностью/жесткостью. Известно несколько “традиционных” концепций оптимизации структуры материалов для улучшения демпфирующих свойств композитов на микромеханическом или макромеханическом уровне [1, 2]. Весьма перспективной является идея создания композитных материалов, включающих упругие включения с тонкими вязкоупругими покрытиями, которая может быть основой для проектирования нового типа композитов, обладающих одновременно высоким демпфированием и высокими эффективными механическими свойствами [3–10]. При поиске оптимальных свойств в работе [11] исследовалось влияние толщины слоя вязкоупругого покрытия, окружающего сферические включения, внедренные в эпоксидную матрицу. Отмечено, что эффект усиления диссипативных свойств не является монотонным с точки зрения толщин покрытий. Имеет место ярко выраженный экс-

тремум в значениях модуля потерь композита, который показывает, что оптимальное эффективное значение модуля потерь значительно превышает модули потерь отдельных компонентов композита, включая и модуль потерь вязкоупругого покрытия. Аналогичные эффекты обсуждались в [12] и для слоистых композитов.

В работе исследуются механизмы процессов диссипации при деформировании гибридных композитов, имеющих включения с вязкоупругими покрытиями. Фактически впервые установлены закономерности изменения механизмов диссипации с изменением параметров композитов и предложены методы определения оптимальных характеристик. Показано, что оптимальные значения толщин вязкоупругих покрытий в высокой степени локализованы и, как ни странно, являются фактически одинаковыми для дисперсных и волокнистых композитов, если они имеют одни и те же свойства компонент. Предложены аналитические методы определения эффективных модулей упругости и оптимальных характеристик композитов, при которых реализуются аномально высокие эффективные демпфирующие свойства.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНЫХ СВОЙСТВ

Для описания диссипативных свойств композитов с упругими включениями, имеющими покрытия из вязкоупругого материала, будем использовать метод комплексных модулей упруго-

¹ Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

² Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия

*E-mail: evlomakin@yandex.ru

**E-mail: salurie@mail.ru

сти в рамках вязкоупругой аналогии. Тогда эффективный модуль упругости определяется как комплексный модуль $E = E' + i E''$, где действительная часть E' является динамическим модулем упругости, а мнимая часть E'' представляет собой модуль потерь композита. Предполагается, что в композите реализовано поле деформаций, изменяющееся по гармоническому закону $\varepsilon = \varepsilon_0 \sin \omega t$. Соответствующие напряжения при диссипации энергии меняются по закону $\sigma = \sigma_0 \sin(\omega t + \delta)$. Мнимая часть модуля упругости позволяет формально оценить энергию диссипации в единице объема $\dot{U} = 1/2 E'' \varepsilon_0^2$. Отношение E''/E' называется тангенсом потерь ($\tan \delta$), который связан с демпфированием, а δ — угол сдвига по фазе между напряжением и деформацией при синусоидальной нагрузке $E = E'(1 + i\eta)$, $E'' = E'\eta$, $\eta = \tan \delta$. Подобные оценки обычно проводят для угловой частоты $\omega = 1$ рад/с.

Рассмотрим композит со слоистым сферическим или цилиндрическим включением и введем неоднородный представительный фрагмент $G_1 \cup G_2 \cup G_M$, где подобласти $G_1 = \{r < r_0\}$, $G_2 = \{r_0 < r < r_1\}$ и $G_M = \{r_1 < r < r_2\}$ являются включением, промежуточным слоем вязкоупругого полимера и матрицей соответственно. Для определения эффективных свойств таких композитов воспользуемся самосогласованным методом трех фаз Эшелби [13], показавшим высокую точность почти для предельных концентраций.

Считаем, что составной, слоистый фрагмент композита $G_1 \cup G_2 \cup G_M$ погружен в бесконечную среду с эффективными свойствами G_H . Для замыкания задачи по определению эффективных характеристик привлекается интегральное равенство Эшелби, отражающее условие гомогенизации и указывающее на энергетическую эквивалентность составной среды с однородной средой, имеющей эффективные осредненные свойства:

$$U' = \int_S (\sigma_{ij}^M u_i^0 - \sigma_{ij}^0 u_i^M) dS = 0 \quad (i, j = 1, 2, 3), \quad (1)$$

где U' — приращение энергии в элементарной ячейке матричного материала, содержащего составное включение; S — поверхность контакта слоя матрицы G_M с эффективной средой G_H ; σ_{ij}^M, u_i^M — компоненты тензора напряжений и вектора перемещений на контактной поверхности составного включения (включая матрицу) и эффективной среды, находящиеся из решения контактной задачи для составного включения $G_1 \cup G_2 \cup G_M$; σ_{ij}^0, u_i^0 — компоненты тензора напряжений и вектора перемещений на границе контакта с эффективной средой, связанные с условиями задачи на бесконечности в слое G_H .

Общее представление для вектора перемещений $U = \{U_i\}$, как для слоистых сферических, так и для слоистых цилиндрических включений, имеет один и тот же вид, если использовать соотношение Папковича—Нейбера, записываемое через гармонический потенциал $\mathbf{f}_0 = \{f_i^0\}$ [13]:

$$U(P) = \frac{\mathbf{f}_0(P)}{\mu} - \frac{\nabla(\mathbf{r}\mathbf{f}_0)}{[4\mu(1-\nu)]}, \quad \nabla^2 \mathbf{f}_0(P) = 0.$$

Для построения решения для составного включения следует выполнить граничные условия на сферических (цилиндрических) поверхностях контакта фаз

$$[U_i] = [p_i(U)] = 0, \quad (2)$$

где $p_i(U)$ — векторы напряжений, определенные на поверхности контакта слоев с вектором нормали $\mathbf{n}$.

В общем случае решение в каждой из подобластей G_n определяется с помощью специального разложения искомого гармонического потенциала $\mathbf{f}_0(P)$, $P \in G_n$, построенного с привлечением потенциала, описывающего однородное нагружение (однородные деформации) на бесконечности $\mathbf{f}_0^{(H)}(P) = \{f_i^{(H)}\}$:

для сферических включений

$$\mathbf{f}_0(P) = A_n \mathbf{f}_0^{(H)} + B_n r^{-3} \mathbf{f}_0^{(H)} + C_n \nabla \operatorname{div}(r^{-3} \mathbf{f}_0^{(H)}) + D_n r^7 \nabla \operatorname{div}(r^{-3} \mathbf{f}_0^{(H)}), \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2};$$

для цилиндрических включений

$$\mathbf{f}_0(P) = A_n \mathbf{f}_0^{(H)} + B_n r^{-2} \mathbf{f}_0^{(H)} + C_n \nabla \operatorname{div}(r^{-2} \mathbf{f}_0^{(H)}) + D_n r^6 \nabla \operatorname{div}(r^{-2} \mathbf{f}_0^{(H)}), \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Здесь A_n, B_n, C_n, D_n — неизвестные постоянные, определяемые из условий контакта (2).

На сферической (и цилиндрической) поверхности контакта векторный потенциал может быть представлен в виде разложения на нормальную $\mathbf{f}_n^{(H)} = (\mathbf{n}\mathbf{f}_0^{(H)})$ и касательную $\mathbf{f}_s^{(H)} = \mathbf{f}_0^{(H)} - \mathbf{n}(\mathbf{n}\mathbf{f}_0^{(H)})$ компоненты. Также могут быть представлены вектор перемещений и вектор напряжений в контактных граничных условиях (2). В результате в общем случае в каждой точке поверхности контакта имеем четыре граничных условия.

При определении эффективных модулей упругости удобно выделять частные типы тестовых напряженных состояний, что возможно в силу линейности задачи. Это позволяет разделить задачи определения отдельных эффективных характеристик в рамках метода самосогласованных фаз Эшелби.

Для определения эффективного модуля объемного сжатия композит со сферическими вклю-

чениями подвергается действию напряжений, соответствующих гармоническому потенциалу $\mathbf{f}_0^{(H)} = \{x, y, z\}$. Для волокнистого композита, армированного в направлении оси Ox , в случае плоской объемной деформации следует принять $\mathbf{f}_0^{(H)} = \{0, y, z\}$. В результате задача упрощается и сводится к определению шести неизвестных постоянных $A_i, B_i, i = 1-3$ из двух условий на границе контакта $\sigma_{rr}^n(r_i) = \sigma_{rr}^{n+1}(r_i), U_r^n(r_i) = U_r^{n+1}(r_i), (U_r = U_n, p_n = \sigma_{rr})$. Следуя самосогласованному методу Эшелби, к числу неизвестных добавляется эффективный модуль объемной деформации четвертой фазы K_H и учитывается интегральное равенство Эшелби (1), которое сводится к требованию равенства нулю постоянной $B_4 = 0$. В результате модуль упругости объемной деформации всегда находится явно. Отметим, что использование интегрального равенства Эшелби всегда приводит к необходимости выполнения условия $B_4 = 0$ [13].

Для девиатора деформаций одному векторному уравнению соответствует два алгебраических уравнения, соответственно для нормальной и касательной составляющих векторного поля, и четыре граничных условия в каждой точке поверхности контакта для 12 постоянных A_n, B_n, C_n, D_n и одной дополнительной постоянной — искомого эффективного модуля сдвига среды. Например, задача определения эффективного модуля μ_H в поперечной плоскости является полноценной векторной задачей и решается с использованием состояния чистого сдвига $\mathbf{f}_0^{(H)} = \{x, -y, 0\}$. В этом случае контактные условия приводят к системе 12 алгебраических уравнений относительно двенадцати постоянных, которые зависят от неизвестного модуля μ_H . В данной задаче зависимость коэффициента B_4 от μ_H нелинейная, поэтому требуется решать трансцендентное уравнение итерационным способом. В результате для выполнения условия $B_4 = 0$ устраивается итерационный процесс, в котором изменяется эффективный модуль μ_H .

Для композита со сферическими включениями проблема определения эффективных свойств заканчивается определением эффективного объемного модуля упругости и эффективного модуля сдвига. После вычисления K_H и μ_H модуль Юнга и коэффициент Пуассона определяются равенствами: $E_H = 9K_H\mu_H/(3K_H + \mu_H), \nu_H = (3K_H - 2\mu_H)/(2(3K_H + \mu_H))$. Для композитных материалов с цилиндрическими включениями эффективная среда является трансверсально-изотропной. Предлагаемый подход позволяет вычислить “плоский” объемный модуль упругости $K_H = (C_{2222} + C_{3333})/2$,

определяемый функцией $\mathbf{f}_0^{(H)} = \{0, y, z\}$, и эффективный модуль сдвига в поперечной плоскости, ортогональной волокнам, $\mu_H^{(1)} = C_{1212}$, когда композит подвергается деформации чистого сдвига $\mathbf{f}_0^{(H)} = \{0, -y, z\}$. Дополнительно вычисляется продольный модуль растяжения/сжатия $k_H = C_{1111}$ (по правилу смеси) и поперечный модуль Ламе $\lambda_H^{(2)} = C_{1122} = C_{1133}$, когда композит подвергается растяжению вдоль оси многослойного цилиндра $\mathbf{f}_0^{(H)} = \{x, 0, 0\}$. Аналогично решается проблема вычисления модуля сдвига в продольной плоскости $\mu_H^{(2)} = \mu_{13} = C_{1212} = C_{1313}$ по условию чистого сдвига вдоль образующей многослойного цилиндра $\mathbf{f}_0^{(H)} = \{x, -y/2, -z/2\}$. Изложенный метод определения эффективных свойств композита дает аналитические оценки эффективных модулей упругости и поэтому является привлекательным для метода комплексных модулей упругости. Модули вязкоупругих компонент композита задаются в комплексной форме. В результате, эффективные модули упругости также вычисляются аналитически как комплексные модули, определяющие эффективные свойства демпфирования.

Определим условия, при которых реализуются механизмы демпфирования, связанные со сдвиговыми и объемными деформациями [11]. Предварительный анализ приведем на примере модуля потерь поперечного сдвига μ_{23}'' волокнистого композита с осью изотропии $x = x_1$, направленной вдоль волокон (плоскость x_2x_3 является плоскостью изотропии трансверсально изотропного эффективного материала).

На рис. 1 представлены зависимости для модуля потерь поперечного сдвига μ_{23}'' , построенные для различных значений модуля сдвига μ_2 вязкоупругого слоя. Представленные результаты позволяют сделать ряд выводов.

1. Вид зависимостей модуля потерь модуля поперечного сдвига μ_{23}'' существенно зависит от отношения a/b , где $\mu_1 = b, \mu_2 = a(1 + i\eta)$ — модули упругости жесткой фазы (волокна) и вязкоупругого слоя. Для малых значений a/b первый максимум на рассматриваемых зависимостях появляется при достаточно большой толщине вязкоупругого слоя, и даже может отсутствовать, если $0.5 < a/b < 1$, указывая на достаточно очевидный путь увеличения эффективного модуля потерь за счет увеличения объемной доли вязкоупругого слоя. С ростом объемного содержания “слабого” слоя, очевидно, имеет место значительное снижение эффективных механических характеристик композита.

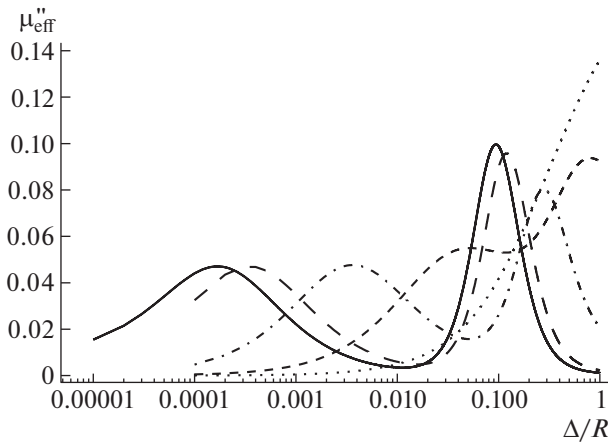


Рис. 1. Зависимости эффективного модуля потерь μ''_{23} волокнистого композита от относительной толщины Δ/R вязкоупругого покрытия волокон радиуса R со свойствами волокна $K_1 = 40$ МПа, $\mu_1 = b = 30$ МПа, матрицы $K_m = 4$ МПа, $\mu_m = 3$ МПа и различными значениями модуля сдвига вязкоупругого покрытия μ_2 ($\cdots$) $\mu_2 = (1+i)$, ($---$) $\mu_2 = 0.1(1+i)$, ($-\cdot-\cdot-$) $\mu_2 = 0.01(1+i)$, ($----$) $\mu_2 = 0.001(1+i)$, и ($—$) $\mu_2 = 0.0005(1+i)$.

С уменьшением a/b ($\mu_1 = b$ является постоянной, изменяется параметр a) максимум модуля потерь сдвигается в область малых значений толщин вязкоупругого слоя Δ/R , что представляется весьма привлекательным при проектировании композитов с высокой степенью диссипации и высокими механическими характеристиками. Анализ зависимости модуля потерь от параметра a/b и толщины покрытия показывает, что в исследуемой композитной структуре на разных толщинах покрытия [11] проявляются два различных механизма диссипации. Оказывается, что на малых толщинах покрытия, т.е. при малых концентрациях вязкоупругого “слабого” слоя, могут реализоваться высокие диссипативные свойства, связанные со сдвигом, когда эффективный модуль потерь почти на два порядка превышает модуль потерь вязкоупругого слоя, являющегося первопричиной диссипативных процессов. Действительно, достаточно сравнить модули потерь

вязкоупругого слоя $\mu''_2 = 0.0005$ со значением эффективного модуля потерь, близкого к 0.05. Проявляется синергетический эффект. Удивительно, что этот пик и соответствующие оптимальные значения толщин покрытия не были обнаружены прежде в исследованиях механиков. Оценка оптимальных значений толщин покрытия является главной целью исследования.

2. Из представленных зависимостей видно, что значение максимума второго пика для малых a/b фактически не зависит от собственной вязкости

η , $\mu_2 = a(1+i\eta)$, вязкоупругого слоя. Отметим, что характеристики сдвига реального вязкоупругого полимера при температуре выше температуры стеклования T_g и при температуре стеклования T_g равны, соответственно, значениям $\mu_2 = 0.001(1+0.1i)$ и $\mu_2 = 0.01(1+i)$.

3. Первый пик, для которого отношение a/b является относительно большим, даже в случае среды, близкой к вязкой жидкости, соответствует механизму объемного деформирования. Второй пик соответствует механизму сдвига. Для него характерна малая величина оптимальных толщин покрытий, что подтверждается путем прямого расчета энергии диссипации в единице объема $\dot{U} = 1/E'' e_0^2$. Расчет показывает, что в тонких покрытиях имеет место колоссальное увеличение сдвиговых деформаций, которым соответствует высокая плотность энергии потерь.

ПРИБЛИЖЕННАЯ ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ СТРУКТУРЫ КОМПОЗИТОВ С ВЫСОКОЙ ДИССИПАТИВНОСТЬЮ

Для качественного описания диссипативных эффектов изучим диссипативные свойства слоистой двухфазной системы, состоящей из упругого и вязкоупругого слоя. В этом случае трансверсальные модули определяются формулами Рейса. Для модуля сдвига имеем $(\mu_{\text{eff}})^{-1} = f(\mu_2)^{-1} + (1-f)(\mu_1)^{-1}$, где f — объемное содержание (относительная толщина) вязкоупругого слоя, $\mu_1 = b$ — модуль сдвига упругого слоя и $\mu_2 = a(1+i\eta)$ — модуль сдвига вязкоупругого слоя. Запишем явное выражение для модуля потерь. С использованием формулы

$$\text{Рейса найдем } \mu'' = \frac{b^2 s \eta}{(1+bs-f)^2 + (\eta-f\eta)^2}, \quad f/a = s.$$

Используя в последнем выражении разложение по малому параметру f , после несложных преобразований получим

$$\mu'' = B(f) \frac{b^2 s \eta}{(1+bs)^2 + \eta^2}, \quad (3)$$

$$\text{где} \quad B(f) = 1 + \frac{2(1+bs+\eta^2)f}{(1+bs)^2 + \eta^2} + \left(\frac{4(1+bs+\eta^2)^2}{((1+bs)^2 + \eta^2)^2} - \frac{1+\eta^2}{(1+bs)^2 + \eta^2} \right) f^2 + \dots$$

Функция $B(f)$, $f < 1$ в (3) является монотонной положительной функцией для всех физически обоснованных параметров a, b, η . В таком случае экстремальное значение для модуля потерь μ'' реализуется при f_{max} , определяющем экс-

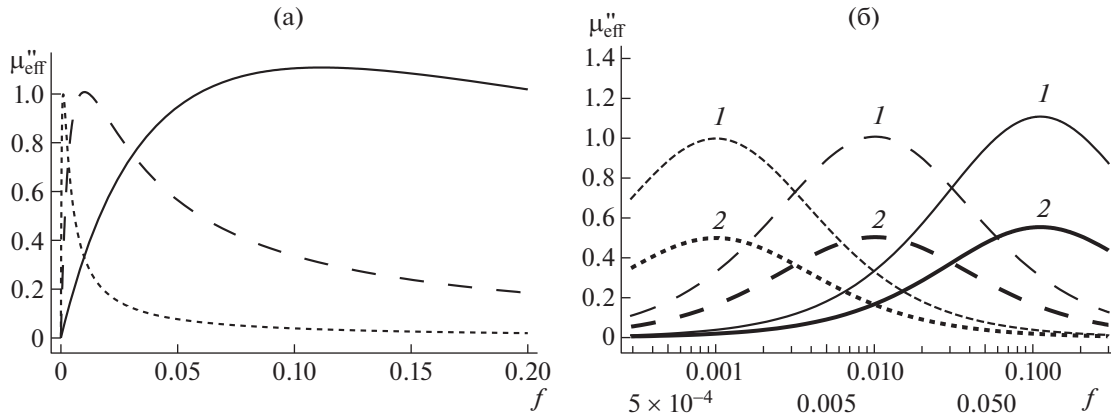


Рис. 2. Зависимости модуля потерь μ'' для диапазона $0 < f_{\max} < 0.2$ (а) и диапазона $0 < f_{\max} < 0.05$ (б), полученные для следующих параметров: (·····) $a/b = 0.001$, (---) $a/b = 0.01$ и (—) $a/b = 0.1$, $\eta = 0.1$; $b = 40$ ГПа (1) и $b = 20$ ГПа (2).

тремум функции $\varphi(f) = \frac{b^2 s \eta}{(1 + bs)^2 + \eta^2}$, $s = f/a$.

Точное значение $f_{\max}$, при котором имеет место экстремум функции $\varphi(f)$, равно

$$f_{\max} = (1 + \eta^2)^{1/2} a/b. \quad (4)$$

Оно совпадает с асимптотическим равенством, полученным в работе [11] при $a/b \rightarrow 0$. Следовательно, доказано, что диапазон использования асимптотического выражения (4) расширяется и формулу (4) можно применять для оценок оптимальных значений толщины вязкоупругого слоя во всем диапазоне параметров a , b , η . Непосредственно из (4) и условия $f_{\max} < 1$ следует, что максимум для модуля потерь может реализоваться только при условии $a/b < (1 + \eta^2)^{-1/2}$. В противном случае рост диссипативных свойств наблюдается лишь с увеличением толщины вязкоупругого слоя.

На рис. 2а, б представлены зависимости модуля потерь, построенные с привлечением формул (4), которые позволяют судить об особенностях и механизмах демпфирования. Данные зависимости демонстрируют смещение максимумов модуля потерь в область меньших концентраций $f_{\max}$ при уменьшении отношения a/b (рис. 2 а, б) с фактическим сохранением значения максимумов, которые пропорциональны только величине параметра b (рис. 2б, кривые 1, 2).

Максимум модуля потерь для $a/b = 0.1$ соответствует характеристикам поперечного деформирования по отношению к плоскости слоев (например, при $E_1 = b = 40$ ГПа, $E_2 = 4(1 + 0.1i)$ ГПа) и реализуется для сравнительно больших значений толщины вязкоупругого слоя $f_{\max} \approx 0.1$. В этом случае динамический модуль падает в два раза по

сравнению с модулем упругого слоя. С другой стороны, для сдвиговых деформаций характерны малые оптимальные значения толщин вязкоупругого слоя, при которых реализуются anomalously высокие диссипативные характеристики, — эффективный модуль потерь превышает модуль потерь вязкого слоя фактически в 100 раз при сохранении высоких механических свойств. Возможность появления двух пиков для дисперсных композитов связано с тем, что для них могут реализовываться оба механизма диссипации, связанные и с объемным, и со сдвиговым характером деформирования. Удивительно, что наиболее эффективный сдвиговой механизм диссипации был упущен исследователями, вероятно, потому, что он проявлялся на очень малых концентрациях — толщинах вязкоупругого покрытия.

Наконец, отметим эффект, имеющий отношение к проектированию композитных структур с высокими демпфирующими свойствами. Сравнение результатов для модулей потерь, полученных для композитов со сферическими и цилиндрическими включениями на основе самосогласованного метода Эшелби, с результатами моделирования слоистых структур показывает, что аналитическое равенство (4), полученное в результате исследования слоистых структур, может быть использовано и для прогноза толщин вязкоупругих покрытий дисперсных и волокнистых композитов. При этом соотношение (4) является фактически точным для случая, когда включение и матрица являются упругими и выполнены из одного материала. В общем случае, когда свойства жестких упругих включений отличны от свойств матрицы, формула (4) также дает хорошие оценки оптимальных толщин покрытий, если в них вместо b использовать $\bar{b} = b v_f$, где b — модуль упругости упругих включений, v_f — объемная концентрация

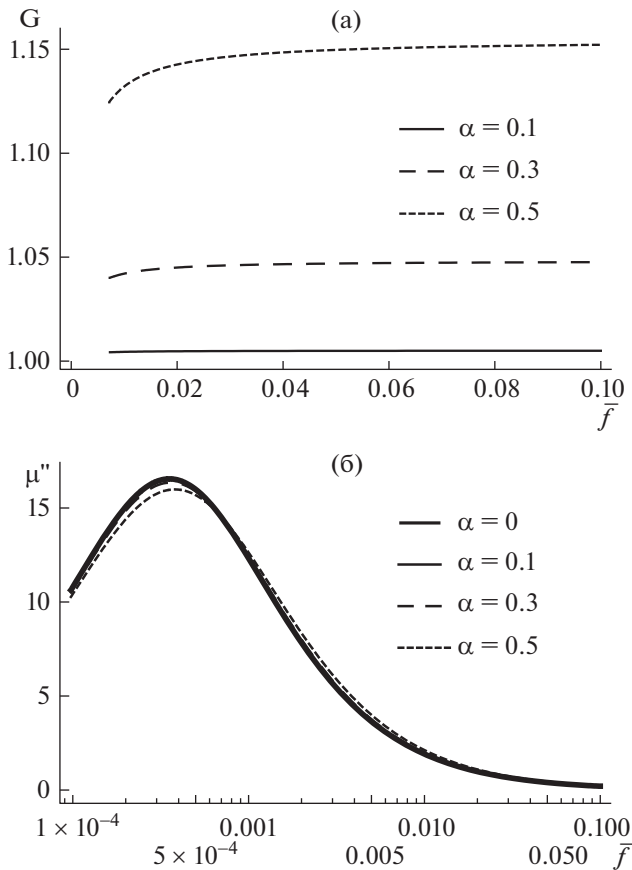


Рис. 3. Зависимость функции $G(\bar{f}, \epsilon)$ (а) и модуля потерь μ'' (б) от средней постоянной концентрации $\bar{f}$ и различных значений относительных отклонений толщин вязкоупругого слоя $\alpha = \epsilon/\bar{f}$ при $a/b = 0.00025$, $d = 80$ ГПа, $\eta = 1$.

волокон в композите. Оценка эффективного модуля потерь должна проводиться по характеристикам, найденным в рамках самосогласованного метода трех фаз Эшелби.

ВЛИЯНИЕ ПЕРЕМЕННОСТИ ТОЛЩИНЫ ВЯЗКОУПРУГОГО СЛОЯ НА ДЕМПФИРУЮЩИЕ СВОЙСТВА

Оценим влияние возможной переменности толщины покрытия на диссипативные свойства композитов. Считаем, что для этого достаточно рассмотреть слоистую структуру, ибо модель слоистого композита с высокой точностью позволяет моделировать и диссипативные свойства гибридных дисперсных и волокнистых композитов. Полагаем, что относительная толщина (концентрация) вязкоупругого слоя записывается в виде $f = \bar{f} + \epsilon \sin \omega x$, где $\bar{f}$ – среднее значение концентрации вязкоупругого слоя, а параметры ω и ϵ определяют периодическое отклонение концен-

трации от средней величины. Относительная толщина упругих слоев может быть записана в виде $h_1 = 1 - f = 1 - \bar{f} + \epsilon \sin \omega x$. Тогда выражение для эффективного модуля сдвига ϵ представляется выражением

$$\mu = (A + B\epsilon \sin \omega x)^{-1},$$

$$A = \left[\frac{\bar{f}}{\mu_2} + \frac{1 - \bar{f}}{\mu_1} \right] = \mu_0^{-1}, \quad B = \left[\frac{1}{\mu_1} - \frac{1}{\mu_2} \right].$$

Усредняя последнее выражение по периоду неоднородности, получим

$$\mu_{av} = A^{-1} (1 - B^2 \epsilon^2 / A^2)^{-1/2},$$

$$\mu_{av} = (2\pi/\omega)^{-1} \int_0^{2\pi/\omega} (A + B\epsilon \sin \omega x)^{-1} dx. \quad (5)$$

В (5) множитель A^{-1} определяет эффективный модуль $A^{-1} = \mu_0$, записанный в терминах постоянных – осредненных геометрических характеристик структуры. Для $A^{-1} = \mu_0$ оптимальное значение слоистой структуры дается соотношением (4), $f_{\max} = (1 + \eta^2)^{1/2} a/b$. Функция $(1 - B^2 \epsilon^2 / A^2)^{-1/2}$ содержит параметр, учитывающий возможную переменность параметров вязкоупругих слоев. Численный анализ поведения этой функции показал, что действительная часть этой функции $G(\bar{f}, \epsilon) = \text{Re}[(1 - B^2 \epsilon^2 / A^2)^{-1/2}]$ во всем диапазоне объемных содержаний является монотонной положительной функцией, близкой к единице (см. рис. 3а), даже для сравнительно больших значений параметра $\alpha = \epsilon/\bar{f}$, характеризующего возможные относительные отклонения толщин вязкоупругого слоя.

Функция $F(\bar{f}, \epsilon) = \text{Im}[(1 - B^2 \epsilon^2 / A^2)^{-1/2}]$ ведет себя при $\epsilon \rightarrow 0$ как $O(\epsilon^2)$ во всем диапазоне объемных содержаний, а ее максимальное значение при $a/b < 0.01$ и $f < 0.1$ не превышает величины 0.001. Приведенные оценки показывают (рис. 3б), что в реальном диапазоне свойств материалов переменность параметров вязкоупругого слоя не оказывает существенного влияния на диссипативные характеристики композита.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показано, что гибридные композиты, содержащие включения с тонкими вязкоупругими покрытиями, могут обладать сверхвысокими демпфирующими свойствами, которые более чем на порядок превышают свойства вязкоупругих покрытий, являющихся источниками диссипации. При этом оптимальные толщины вязкоупругих покрытий включений для исследуемого класса композитов могут быть оценены с использовани-

ем простых аналитических соотношений. Показано также, что возможные отклонения толщин вязкоупругих покрытий, связанные, например, с технологическими процессами, не оказывают существенного влияния на оптимальные свойства рассматриваемых композитов.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант № 22-19-00352).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Finegan I., Gibson R.* Recent research on enhancement of damping in polymer composites // *Compos. Struct.* 1999. V. 44. P. 89–98.
2. *Chandra R., Singh S., Gupta K.* Damping studies in fiber-reinforced composites – a review // *Compos. Struct.* 1999. V. 46. P. 41–51.
3. *Remillit C.* Damping mechanism of polymers filled with elastic particles // *J. Mech. Mater.* 2007. V. 39. P. 525–537.
4. *Meaud J., Sain T., Hulbert G.M., Waas A.M.* Analysis and optimal design of layered composites with high stiffness and high damping // *Int. J. Solids Structures.* 2013. V. 50. P. 1342–1353.
5. *Lakes R.S.* High damping composite material. Effect of structural hierarchy // *J. Compos. Mater.* 2003. V. 36(3). P. 287–297.
6. *Berthelot J.M., Assarar M., Sefrani Y., Mahi A.E.* Damping of composite materials and structures // *Compos. Struct.* 2008. V. 85. P. 189–204.
7. *Yu L., Ma Y., Zhou C., Xu H.* Damping efficiency of the coating structure // *Int. J. Solids Structures.* 2005. V. 42. P. 3045–3058.
8. *Chandra R., Singh S.P., Gupta K.* A study of damping in fiber-reinforced composites // *J. Sound Vib.* 2003. V. 262. P. 475–496.
9. *Fisher F.T., Brinson L.C.* Viscoelastic interphases in polymer-matrix composites: theoretical model and finite element analysis // *Compos. Sci. Technol.* 2001. V. 61. P. 731–748.
10. *Wei P.J., Huang Z.P.* Dynamic effective properties of the particle reinforced composites with viscoelastic interphase // *Int. J. Solids Structures.* 2004. V. 41. P. 6993–7007.
11. *Gusev A.A., Lurie S.A.* Loss amplification effect in multiphase materials with viscoelastic interfaces // *Macromolecules.* 2009. V. 42 (14). P. 5372–5377.
12. *Sain T., Meaud J., Hulbert G., Arruda E.M., Waas A.M.* Simultaneously high stiffness and damping in a class of wavy layered composites // *Compos. Struct.* 2013. V. 101. P. 104–110.
13. *Christensen R.M., Lo K.H.* Solutions for effective shear properties in three phase sphere and cylinder models // *J. Mech. Phys. Solids.* 1979. V. 27 (4). P. 315–330.
14. *Панкович П.Ф.* Теория упругости. М., Л.: Оборонгиз, 1939. 640 с.

STRUCTURE AND MECHANICAL CHARACTERISTICS OF COMPOSITES WITH HIGH DAMPING PROPERTIES

Corresponding Member of the RAS **E. V. Lomakin^{a,b}, S. A. Lurie^b, and L. N. Rabinskiy^b**

^a *Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia*

^b *Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia*

The damping characteristics of hybrid composite materials reinforced with elastic spherical and fibrous inclusions with viscoelastic coatings are studied. It is shown that in composites with particles morphology, the effect of significant increase of dissipation loss can be realized, and^b the effective composite properties loss can exceed the dissipation loss of viscoelastic coatings more than twenty times. The analytical estimations for optimal parameters of hybrid composite materials are proposed. The influence of possible imperfections in composite structure on their effective dissipation properties are analyzed.

Keywords: discrete and fibrous composites, viscoelastic coating, loss modulus, optimal structures