## <u> — КЛИМАТИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ —</u>

УЛК 551.511

# ВРЕМЕННЫЕ МАСШТАБЫ ОТКЛИКА ГЛОБАЛЬНОГО УГЛЕРОДНОГО ЦИКЛА НА ВНЕШНИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ

© 2024 г. К. Д. Савина<sup>1</sup>, А. В. Елисеев<sup>1,2,3,\*</sup>, академик РАН И. И. Мохов<sup>1,2,4</sup>

Поступило 06.07.2023 г. После доработки 05.09.2023 г. Принято к публикации 12.09.2023 г.

Сделана оценка характерных временных масштабов отклика глобально осредненной модели климата с углеродным циклом на внешние воздействия с анализом спектра линеаризованного оператора эволюции соответствующей динамической системы. В модели проявляются временные масштабы отклика около 4-6 лет (связанного с динамикой углерода в растительности) и в интервале 20-100 лет (связанного с динамикой углерода в негумифицированных резервуарах почвы). При учете эффекта гумификации в модели выявляется временной масштаб отклика порядка нескольких тысячелетий. Для замкнутого углеродного цикла выявляется временной масштаб  $10^2$  лет, который характеризует совместные изменения резервуаров атмосферы и океана. При высокой универсальности предложенного подхода его можно использовать для широкого круга задач.

*Ключевые слова*: концептуальная климатическая модель, глобальный углеродный цикл, временные масштабы, спектральное разложение

**DOI**: 10.31857/S2686739724010186

#### **ВВЕДЕНИЕ**

Анализ характерных временных масштабов отклика характеристик Земной климатической системы на внешние воздействия – в числе важных задач современной науки о климате. Особо значим соответствующий анализ при наличии нестационарных внешних воздействий, включая радиационное возмущающее воздействие (радиационный форсинг), природные и антропогенные эмиссии в атмосферу радиационноактивных веществ (в том числе парниковых газов). Необходимы, в частности, оценки времени продолжения климатических изменений при прекращении, фиксации или резком изменении внешнего воздействия ("legacy effect") [1]. В связи с существованием в климатической системе разных временных масштабов проявляются гистерезисоподобные

В геохимических задачах часто для оценки временного масштаба отклика используется соотношение между запасом C вещества в данном резервуаре системы и интенсивностью F выводящего потока из этого резервуара [8—12]:

$$\tau_{\rm res} = C / F. \tag{1}$$

Определенный таким образом временной масштаб характеризует время пребывания вещества в резервуаре ("turnover time" или "residence time"). В [10, 11] по расчетам с моделями земной климатической системы для наземных экосистем в целом (т.е. для суммарного резервуара растительности, опада и почвы) получено, что т<sub>гез</sub> порядка нескольких лет в регионах распространения лесных экосистем и порядка десятков и сотен лет в регионах с травяной (в том числе с тундровой) растительностью. В [10] отмечено, что изменение  $\tau_{res}$  для резервуара наземной биомассы при изменении климата – основной источник неопределенности оценок будущих изменений запаса углерода в наземной растительности. В [12] выявлено существенное укорочение времени пребывания углерода и в наземной растительности, и в почве с середины XIX до конца XX века при накоплении CO<sub>2</sub> в атмосфере и сопровождающем его потеплении климата.

эффекты [2–4] или особенности климатических причинно-следственных связей [5–7].

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова Российской Академии наук, Москва, Россия

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань, Россия

<sup>4</sup> Московский физико-технический институт, Москва, Россия

<sup>\*</sup>E-mail: eliseev.alexey.v@mail.ru

Следует отметить, что временем пребывания вещества в резервуарах системы, определенным по запасу и интенсивности исходящего или входящего потока, аккуратно характеризуются временные масштабы отклика на внешнее воздействие только в состоянии динамического равновесия системы. Цель данной работы — оценка характерных временных масштабов различных версий глобально-осредненной модели климатической системы с углеродным циклом на основе анализа спектра оператора эволюции соответствующей динамической системы.

#### МОДЕЛЬ И МЕТОД АНАЛИЗА

Временная структура траектории изменения характеристик земной системы определяется набором собственных временных масштабов  $\tau$  и временным масштабом  $\tau_G$  изменения интенсивности внешнего воздействия G(t):  $\tau_G = |G(t)| \cdot |\cdot| dG/dt|^{-1}$ . Например, динамическая модель с n-мерным вектором состояния Y и автономным эволюционным оператором A(Y) и неавтономным слагаемым в правой части G(t)

$$dY/dt = A(Y) + G(t)$$
 (2)

после линеаризации относительно некоторого состояния Y(0) (с заменой A(Y) на произведение JY, где J- якобиан A) приводится к виду

$$dY/dt = JY + G(t). (3)$$

Его формальное решение в квадратурах имеет вид

$$Y(t) = \exp[-\boldsymbol{J} \cdot (t - t_0)] \cdot Y(0) + + \int_0^t \exp[-\boldsymbol{J} \cdot (t - \theta)] \cdot \boldsymbol{G}(\theta) d\theta.$$
(4)

При этом временные масштабы отклика полностью определяются спектром якобиана J — набором его собственных чисел  $\{\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n\}$ , удовлетворяющих условию

$$J y_i = \lambda_i y_i, \tag{5}$$

где  $y_i$  (1  $\leq j \leq n$ ) — собственные вектора. Если

$$\tau_i = 1 / \operatorname{Re} \lambda_i, \tag{6}$$

$$p_i = 2 \pi / |\operatorname{Im} \lambda_i|, \tag{7}$$

то в (3) взаимодействие между различными временными масштабами имеет вид происходящего с временным масштабом  $\tau_G$  смещения положения равновесия системы, происходящей с временным масштабом  $\tau_j$  релаксации траектории к этому переменному во времени положению равновесия (или при отрицательном знаке  $\tau_j$  нарастающему отклонению от него с тем же временным масштабом) и колебаниями с периодом  $p_j$  (в случае Im  $\lambda_j \neq 0$ ). В свою очередь, собственные векторы характеризуют распределение

отклика на внешнее воздействие по переменным состояния системы.

В данной работе проводится анализ глобально осредненной модели климата с углеродным циклом вила

$$a_0 dq_a / dt = E - F_1 - F_0,$$
 (8)

$$dC_{\rm v} / dt = F_{\rm p} - F_{\rm rv} - F_{\rm l},$$
 (9)

$$dC_{\rm s} / dt = F_{\rm l} - F_{\rm rs} - F_{\rm hum},$$
 (10)

$$dC_{\rm h} / dt = F_{\rm hum} - F_{\rm rh}, \tag{11}$$

$$F_1 = F_p - F_{ra} - F_{rs} - F_{rh},$$
 (12)

$$F_{o} = B_{o} \, \Delta q_{a} - \Gamma_{o} \, \Delta T, \tag{13}$$

$$c \, d\Delta T / dt = I_{S}(T) - I_{T}(T, q_{a}).$$
 (14)

Здесь переменными системы являются также запасы углерода в наземной растительности  $C_{v}$ , в негумифицированном резервуаре почвы  $C_{\rm s}$ и в гумусе (очень медленном резервуаре почвы)  $C_{\rm h}$ , концентрация углекислого газа в атмосфере  $q_{
m a}$  (в приближении хорошо перемешанного газа) и глобальная среднегодовая приповерхностная температура атмосферы T. Символами ΔX обозначены отклонения переменных X от начальных значений. В качестве воздействия на систему выступают внешние (в том числе антропогенные) эмиссии СО2 в атмосферу. Неавтономным воздействием в такой системе являются внешние (например, антропогенные или геологические) эмиссии СО<sub>2</sub> в атмосферу с интенсивностью Е. Обмен углеродом между резервуарами осуществляется потоками из-за фотосинтеза наземной растительности с интенсивностью  $F_{\rm p}$ , автотрофного дыхания наземной растительности с интенсивностью  $F_{rv}$ , опада/отпада с интенсивностью  $F_1$ , разложения органики в негумифицированном и гумифицированном резервуарах почвы с интенсивностями  $F_{\rm rs}$  и  $F_{\rm rh}$  соответственно и гумификации с интенсивностью  $F_{\rm hum}$ . В (14)  $I_{\rm S}(T)$  и  $I_{\rm T}(T,\,q_{\rm a})$  — перенос солнечной и тепловой радиации в атмосфере соответственно. Зависимость  $I_{S}(T)$  связана с зависимостью альбедо от площади снежно-ледового покрова [13]. Зависимость  $I_{\rm T}(T,q_{\rm a})$  от температуры связана с законом Стефана-Больцмана для теплового излучения, а от  $q_{\rm a}$  — с парниковым эффектом  ${\rm CO_2}$ . Параметр  $a_0=2.12~{\rm \PirC/mnh}^{-1}$  — для пересчета концентрации углекислого газа в атмосфере в соответствующую массу, c - эффективная теплоемкость Земной климатической системы (ЗКС) на единицу площади.

Для интенсивности поглощения  $\mathrm{CO}_2$  из атмосферы океаном  $F_\mathrm{o}$  можно использовать динамические уравнения с переменными,

а не постоянными, как в (13), коэффициентами  $B_0$  и  $\Gamma_0$  [5, 6], но это приведет к увеличению размерности системы. Целью данной работы является анализ временных масштабов отклика наземного углеродного цикла и для простоты используется соотношение (13).

Для интенсивностей потоков в модели использовались следующие соотношения [5, 6, 8, 14]:

$$F_{\rm p} = A_{\rm p} g(q_{\rm a}) f_{\rm p}(\Delta T), \tag{15}$$

$$F_{\rm rv} = A_{\rm rv} C_{\rm v} f_{\rm rv}(\Delta T), \tag{16}$$

$$F_1 = A_1 C_{v},$$
 (17)

$$F_{\rm rs} = A_{\rm rs} C_{\rm s} f_{\rm rs}(\Delta T), \tag{18}$$

$$F_{\rm rh} = A_{\rm rh} C_{\rm h} f_{\rm rh}(\Delta T), \tag{19}$$

$$F_{\text{hum}} = A_{\text{hum}} C_{\text{s.}} \tag{20}$$

Здесь  $A_i$  (i — один из символов "p", "rv", "l", "rs", "rh", "hum") — коэффициенты, функции  $f_i(\Delta T)$  имеют вид

$$f_i(\Delta T) = Q_{10} \int_0^{\Delta T/T0}, \tag{21}$$

с коэффициентами  $Q_{10,\ i}$ , указывающими во сколько раз изменяется соответствующий поток при изменении температуры на  $T_0=10$  К. Соотношения (21) эквивалентны соотношению Аррениуса (записаны в традиционном для биогеохимических задач виде). Функция  $g(q_a)$  характеризует влияние содержания  $CO_2$  в атмосфере на интенсивность фотосинтеза — так называемый эффект фертилизации [15]. Отсутствие запаса углерода в растительности в выражении (15) для интенсивности фотосинтеза соответствует приближению достаточно плотной наземной растительности. Вклад природных пожаров в динамику углеродного цикла в данной модели не учитывается.

Система (8)—(14) включает, наряду с уравнением сохранения энергии [13], уравнения сохранения массы углерода в ЗКС. Она подобна системе, использованной в [5, 6, 14], но расширена учетом гумификации органики почвы в соответствии с [16]. Для моделей наземного углеродного цикла используемая форма представления потоков между резервуарами (интенсивность потока пропорциональна запасу углерода в резервуаредоноре) обеспечивает отрицательность действительных частей всех  $\lambda_j$  (1  $\leq j \leq n$ ) [17]. При этом система устойчива, а действительные части ее собственных чисел соответствуют временам релаксации к положению равновесия.

Линеаризация модели (8)—(21) проводилась относительно стационарного состояния, далее обозначаемого нижним индексом "\*". Значения запасов углерода в отдельных резервуарах для

положения равновесия и соответствующих потоков аналогичны использованным в [15]. Для определенности было принято, что  $g(q_{a,*})=1$ . В частности, уравнение для температуры (14) после линеаризации принимает вид

$$c \, d\Delta T \, / \, dt = R(q_2) - \Lambda \, \Delta T. \tag{22}$$

Здесь  $R(q_a)$  — радиационное возмущающее воздействие углекислого газа,  $\Lambda$  — параметр климатической чувствительности, характеризующий вклад климатических обратных связей в изменение энергетического баланса ЗКС. В частности, параметр  $\Lambda$  учитывает изменения содержания водяного пара — основного парникового газа — в атмосфере при вариациях климата. Радиационное возмущающее воздействие при этом имеет вид [1]

$$R(q_{\rm a}) = R_0 \ln \left[ (q_{\rm a} + q_{\rm a,*}) / q_{\rm a,*} \right]$$
 (23)

с  $R_0 = 5.4 \text{ Bт M}^{-2}$ . После линеаризации оно имеет вил

$$R(q_{\rm a}) = R_0 \, q_{\rm a} \, / \, q_{\rm a,*}. \tag{24}$$

Рассматриваемая в данной работе модель не учитывает явно гидрологический цикл и его влияния на углеродный цикл. Однако он учитывается неявно за счет выбора значений коэффициентов модели с учетом тесной связи между изменением температуры и осадков на междесятилетних и больших временных масштабах при глобальном осреднении обеих переменных [18, 19].

#### **РЕЗУЛЬТАТЫ**

В данной работе рассматриваются 4 варианта приведенной в разделе 2 модели.

1. Модель с двумя резервуарами (растительность и негумифицированная почва) в условиях неизменных климата и содержания CO<sub>2</sub> в атмосфере.

Динамическое ядро такой модели состоит из уравнений (9) и (10) с  $F_{\rm hum}=0$ . Эта модель может рассматриваться как простейшая модель наземных экосистем в условиях доиндустриального климата. Для равновесных значений запасов углерода в растительности и почве, равных  $C_{\rm v,*}=450-650~{\rm HrC}$  и  $C_{\rm s,*}=1500-2400~{\rm HrC}$ , соответственно, интенсивности фотосинтеза 93–125 гС/год с примерно равными друг другу значениями интенсивностей автотрофного дыхания и опада. Это приводит к значениям коэффициентов  $A_{\rm p}=93-125~{\rm HrC/год}$ ,  $A_{\rm rv}=A_{\rm l}=A_{\rm p}$ /  $C_{\rm v,*}=0.07-0.14~{\rm rog}^{-1}$ ,  $A_{\rm rs}=A_{\rm rv}$   $C_{\rm v,*}$ /  $C_{\rm s,*}=0.05-0.06~{\rm rog}^{-1}$ .

Собственные числа для полученной системы уравнений определяются аналитически и равны  $\lambda_1 = -(A_{\rm rv} + A_{\rm l}), \, \lambda_2 = A_{\rm rs}.$  Им соответствуют временные

масштабы  $\tau_1=3.5-7.0$  лет и  $\tau_2=15-20$  лет. Для первого временного масштаба собственный вектор характеризуется двумя ненулевыми компонентами с  $\Delta C_{\rm s}$  /  $\Delta C_{\rm v}=A_{\rm l}$  /  $[A_{\rm rs}-(A_{\rm rv}+A_{\rm l})]$ . Для отмеченных интервалов значений коэффициентов  $A_{\rm rs}$ ,  $A_{\rm rv}$  и  $A_{\rm l}$  отношение  $\Delta C_{\rm s}$  /  $\Delta C_{\rm v}$  изменяется от -0.61 до -0.88. Таким образом, на временном масштабе  $\tau_{\rm l}$  изменения  $C_{\rm s}$  и  $C_{\rm v}$  сравнимые между собой по порядку величины, но имеют разные знаки. Для второго временного масштаба вариации связаны исключительно с резервуаром углерода почвы.

2. Модель с тремя резервуарами (растительность и негумифицированная и гумифицированная почва) в условиях неизменных климата и содержания  $CO_2$  в атмосфере.

Динамическое ядро модели состоит из уравнений (9)—(11). Эта модель также может рассматриваться как модель наземных экосистем в условиях доиндустриального климата с учетом образования гумуса почвы. Для такой модели  $\lambda_1$  не изменяется по сравнению с вариантом 1 модели,  $\lambda_2 = A_{\rm rs} - A_{\rm hum}, \, \lambda_3 = A_{\rm rh}.$  Как следствие,  $\tau_1$  также не изменяется относительно варианта 1 модели. Согласно [16]  $A_{\rm hum} = (0.5-3)\cdot 10^{-2} \; {\rm год}^{-1},$  а  $A_{\rm rh} = (2-5)\cdot 10^{-4} \; {\rm год}^{-1}.$  В этом случае  $\lambda_2$  немного увеличивается по сравнению с вариантом 1 модели и соответствует временному масштабу 11—18 лет. Для третьего собственного числа временной масштаб равен 2—5 тыс. лет.

Для второго и третьего временного масштабов, подобно полученному для варианта 1 модели, в компонентах собственного вектора доминируют изменения запасов углерода в негумифицированном и гумифицированном резервуарах почвы, причем  $(\Delta C_{\rm h} / \Delta C_{\rm s})_{2,3} = A_{\rm hum} / [A_{\rm rh} - (A_{\rm rs} + A_{\rm hum})] = 0.09-0.33.$ 

3. Замкнутый углеродный цикл (8—13), (15—21)  $c \Delta T \equiv 0$  (i — один из символов "p", "rv", "l", "rs", "rh", "hum").

Согласно [1], этот вариант модели соответствует биогеохимическому (т.е. без учета изменений климата) взаимодействию в земной системе. При этом

$$g(q_a) = g_1(q_a) / g_1(q_{a,*}),$$
 (25)

где

$$g_1(q_a) = q_a / (q_a + q_{a,1/2})$$
 (26)

с  $q_{\rm a,1/2}=150~\rm млн^{-1}$  [14]. Собственные числа и собственные вектора этой модели определялись численно с использованием функции eigen вычислительной системы R. (https://cran.r-project.

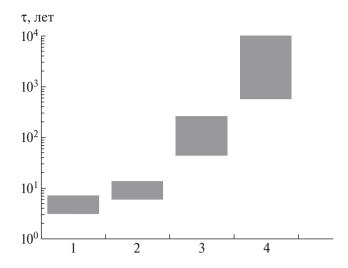


Рис. 1. Интервалы изменения временных масштабов отклика на внешнее воздействие для варианта 3 модели (в зависимости от значений ее параметров). По оси абсцисс указан номер собственного числа линеаризованного оператора эволюции для рассматриваемой модели.

org/web/packages/RcppEigen/index.html). Для такой системы одно из собственных чисел практически совпадает с наибольшим по модулю (т.е. соответствующим наиболее короткому временному масштабу) собственным числом для варианта 2. При этом оказалось, что  $\lambda_1$ ,  $\tau_1$  и  $y_1$  практически не изменяются по сравнению с ранее рассмотренными вариантами модели (рис. 1). Соответственно, не изменяются и порядки величин  $\lambda_2$  и  $y_2$ . Вариации на этом временном масштабе связаны в основном с растительностью и относительно быстрым резервуаром углерода почвы. Учет обмена углеродом между океаном и атмосферой приводит к появлению временного масштаба  $\tau_4 = 50-250$  лет, который уменьшается при увеличении значения коэффициента  $B_0$  (см. [13]). Так же, как и в варианте 2 модели, выявляется временной масштаб т<sub>3</sub> порядка нескольких тысяч лет, связанный с откликом содержания углерода в гумусе.

4. Замкнутый и взаимодействующий с климатом углеродный цикл (8)—(14), (15)—(22), (24).

Этот вариант можно рассматривать как глобально осредненную модель углеродного цикла, взаимодействующую с другими компонентами Земной климатической системы. При этом в (21) использовались значения  $Q_{10, p} = 1.5$ ,  $Q_{10,1} = Q_{10, \text{hum}} = 1$ ,  $Q_{10, \text{rv}} = 2.15$ ,  $Q_{10, \text{rs}} = Q_{10, \text{rh}} = 2.4$  [5, 6, 14, 16]. В этом варианте модели собственные числа, соответствующие им временные масштабы и собственные вектора существенно

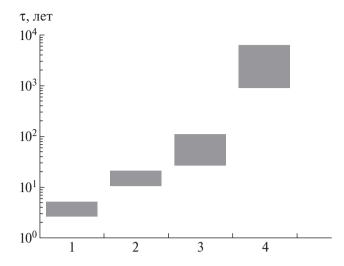


Рис. 2. Подобно рис. 1, но для варианта 4 модели.

не изменяются (рис. 2). Появляется временной масштаб порядка  $10^6$  лет, на котором основную роль играют вариации запаса углерода в гумусе. Он связан со взаимодействием медленной динамики запасов углерода в гумусе с другими резервуарами углеродного цикла.

#### ОБСУЖДЕНИЕ И ВЫВОДЫ

На основе проведенного анализа получены оценки временных масштабов отклика глобально осредненной модели климата с углеродным циклом на внешние воздействия. Использование при анализе спектра линеаризованного оператора эволюции соответствующей динамической системы позволяет обобщить полученные результаты для состояний Земной климатической системы далеких от положений равновесия системы (но для которых линеаризованная система адекватно воспроизводит динамику исходной системы хотя бы на качественном уровне).

Получено, что для всех вариантов системы устойчиво проявляются временные масштабы отклика около 4—6 лет (связанный с динамикой углерода в растительности) и в интервале 20—100 лет (связанный с динамикой углерода в негумифицированных резервуарах почвы). Устойчивое проявление таких масштабов свидетельствует, в частности, о возможности использования моделей деятельного слоя суши, не учитывающих гумификацию углерода в почве для анализа изменений наземного углеродного цикла на временных масштабах от лет до столетий. Отмеченные временные масштабы согласуются с полученными в [10, 11]. В частности, временной масштаб т<sub>1</sub> в несколько лет близок

к полученному в [10, 11] для регионов распространения лесной растительности, где в процессах формирования запаса углерода и его оборота основную роль играет растительность. Временной масштаб  $\tau_2$ , равный нескольким десятилетиям, согласуется с полученным в [10, 11] для регионов распространения травяной (в том числе тундровой) растительности, где в процессах формирования запаса углерода и его оборота основную роль играет почва.

При учете эффекта гумификации в модели (вариант 2) выявляется временной масштаб отклика порядка тысячелетий. Для замкнутого углеродного цикла выявляется временной масштаб порядка  $10^2$  лет, который в модели характеризует совместные изменения в резервуарах атмосферы и океана. Формально этот общий резервуар можно разделить на атмосферную и океаническую составляющие (например, определив изменение запаса углерода в океане согласно  $\Delta C_0 = \int_0^t F_0 \, dt$ ), но это не приведет к появлению нового временного масштаба отклика в рассматриваемой модели.

Следует отметить, что отклик линеаризованной модели на небольшие ее параметров или на изменение внешнего воздействия происходит плавно. Для нелинейных систем в решении возможно проявление не только собственных частот, но и других временных масштабов, а также качественное изменение поведения системы — так называемое формирование критических точек [20]. Однако, по опыту авторов, нелинейность системы (8—21), (23) является для этого недостаточно сильной, так что подобные резонансные явления и качественное изменение решений при изменении внешнего воздействия в ней не проявляются.

Следует отметить, что использованный в данной работе подход отличается высокой универсальностью и может быть использован для широкого круга задач.

## БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы выражают благодарность анонимному рецензенту за замечания, высказанные к рукописи работы.

#### ИСТОЧНИКИ ФИНАНСИРОВАНИЯ

Оценки временных масштабов и вклада отдельных резервуаров наземного углеродного цикла в общий отклик выполнены в рамках проекта Российского

научного фонда 21-17-00012. Оценка временных масштабов в земной системе для диагностики климатических причинно-следственных связей проводилась в рамках проекта РНФ 19-17-00240.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Climate Change 2021: The Physical Science Basis. Working Group I contribution to the Sixth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change / V. Masson-Delmotte, et al. (eds.). Cambridge Univ. Press., 2021.
- 2. *Eliseev A. V., Demchenko P. F., Arzhanov M. M., et al.* Transient hysteresis of near-surface permafrost response to external forcing // Clim. Dyn. 2014. V. 42. № 5–6. P. 1203–1215.
- 3. *Елисеев А.В., Демченко П.Ф., Аржанов М.М., Мо-хов И.И.* Гистерезис зависимости площади приповерхностной вечной мерзлоты от глобальной температуры // ДАН. 2012. Т. 444. № 4. С. 444—447.
- 4. *Kim S.-K.*, *Shin J.*, *An S.-I.*, *et al.* Widespread irreversible changes in surface temperature and precipitation in response to CO<sub>2</sub> forcing // Nature Clim. Change. 2022. V. 12. № 9. P. 834–840.
- 5. *Мурышев К.Е., Елисеев А.В., Мохов И.И., Тимажев А.В.* Взаимное запаздывание между изменениями температуры и содержания углекислого газа в атмосфере в простой совместной модели климата и углеродного цикла // ДАН. 2015. Т. 463. № 6. С. 708—712.
- 6. Muryshev K. E., Eliseev A. V., Mokhov I. I., Timazhev A. V. Lead-lag relationships between global 650 mean temperature and the atmospheric CO<sub>2</sub> content in dependence of the type and time scale of the forcing // Glob. Planet. Change. 2017. V. 148. P. 29–41.
- 7. *Мохов И.И.* Изменения климата: причины, риски, последствия, проблемы адаптации и регулирования // Вестник РАН. 2022. Т. 92. № 1. С. 3–14.
- 8. *Kwon O., Schnoor J. L.* Simple global carbon model: The atmosphere-terrestrial biosphere-ocean interaction // Glob. Biogeochem. Cycles. 1994. V. 8. № 3. P. 295–305.
- 9. Friend A., Lucht W., Rademacher T., et al. Carbon residence time dominates uncertainty in terrestrial veg-

- etation responses to future climate and atmospheric  $CO_2$  // Proc. Nat. Acad. Sci. .2013. V. 111. No 9. P. 3280–3285.
- 10. Carvalhais N., Forkel M., Khomik M., et al. Global covariation of carbon turnover times with climate in terrestrial ecosystems // Nature. 2014. V. 514. № 7521 P. 213–217.
- 11. Koven C.D., Chambers J.Q., Georgiou K., et al. Controls on terrestrial carbon feedbacks by productivity versus turnover in the CMIP5 Earth System Models // Biogeosciences. 2015. V. 12. № 17. P. 5211–5228.
- 12. Wu D., Piao S., Zhu D., et al. Accelerated terrestrial ecosystem carbon turnover and its drivers // Global Change Biology. 2020. V. 26. № 9. P. 5052–5062.
- 13. *Будыко М. И.* О происхождении ледниковых эпох // Метеорология и гидрология. 1968. № 11. С. 3–12.
- 14. *Eliseev A. V., Mokhov I. I.* Carbon cycle-climate feedback sensitivity to parameter changes of a zero-dimensional terrestrial carbon cycle scheme in a climate model of intermediate complexity // Theor. Appl. Climatol. 2007. V. 89. № 1–2. P. 9–24.
- 15. *Елисеев А. В.* Глобальный цикл CO<sub>2</sub>: основные процессы и взаимодействие с климатом // Фундаментальная и прикладная климатология. 2017. Т. 4. С. 9–31.
- 16. Zaehle S., Sitch S., Smith B., Hatterman F. Effects of parameter uncertainties on the modeling of terrestrial biosphere dynamics // Glob. Biogeochem. Cycles. 2005. V. 19. № 3. GB3020
- 17. *Lasaga A. C.* The kinetic treatment of geochemical cycles // Geochim. Cosmochim. Acta. 1980. V. 44. № 6. P. 815–828.
- 18. *Мохов И. И.* Диагностика структуры климатической системы. СПб: Гидрометеоиздат, 271 с.
- 19. *Held I.M., Soden B.J.* Robust responses of the hydrological cycle to global warming // J. Climate. 2006. V. 19. № 21. P. 5686–5699.
- 20. *Елисеев А.В.* Линейные и нелинейные аспекты отклика климата на внешние воздействия // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. 2023. Т. 66. № 2. С. 87—103.

# GLOBAL CARBON CYCLE RESPONSE TO EXTERNAL FORCING

K. D. Savina<sup>a</sup>, A. V. Eliseev<sup>a, b, c, #</sup>, Academician of the RAS I. I. Mokhov<sup>a, b, d</sup>

The characteristic temporal scales of response of the globally averaged climate model with the carbon cycle to external influences with the analysis of the spectrum of the linearized evolution operator of the corresponding dynamical system are evaluated. The model exhibits response time scales of about 4-6 years (related to the carbon dynamics in vegetation) and in the range of 20-100 years (related to the carbon dynamics in non-humified soil reservoirs). When taking into account the effect of humification in the model reveals the time scale of the response, which is on the order of several millennia. For the closed carbon cycle, a time scale of  $10^2$  years is revealed, which characterizes the joint changes in the atmospheric and ocean reservoirs. At high universality of the proposed approach it can be used for a wide range of tasks.

Keywords: conceptual climate model, global carbon cycle, time scales, eigen decomposition