

Научная статья

Статья в открытом доступе

УДК 629.3:621.43

doi: 10.30987/2658-6436-2025-2-45-54

## МОДЕЛИРОВАНИЕ АВАРИЙНОЙ РАБОТЫ ВАРИАТОРА КОРОБКИ ПЕРЕДАЧ АВТОМОБИЛЯ

**Александр Алексеевич Реутов**

Брянский государственный технический университет, г. Брянск, Россия

bgtu2012@yandex.ru, <http://orcid.org/0000-0002-1703-6654>, <http://orcid.org/0000-0003-1117-8536>

**Аннотация.** Актуальность работы обусловлена необходимостью обеспечить надежную работы бесступенчатой трансмиссии автомобиля при аварийном отключении системы гидравлического управления. Целью работы является определение характеристик работы цепного вариатора бесступенчатой коробки передач (КП) без системы гидравлического управления. Метод проведения работы: компьютерное моделирование работы цепного вариатора. Новизна работы состоит в использовании дискретной модели контакта цепи с коническими шкивами вариатора с учетом изменения параметров трения. Результаты: разработана компьютерная динамическая модель для определения характеристик работы цепного вариатора бесступенчатой КП без системы гидравлического управления. Установлено, что при увеличении крутящего момента ведущего шкива отношение угловых скоростей шкивов также возрастает. Чтобы шкивы вариатора заняли положение максимального передаточного отношения пружина ведомого шкива должна создавать большую силу прижатия конусов к цепи, чем пружина ведущего шкива. Линии контакта осей цепи с поверхностью шкива не являются дугами окружности из-за упругой деформации контактирующих тел и изменения силы растяжения цепи в зоне контакта. В середине линии контакта цепи с ведущим шкивом расстояния от цепи до оси шкива уменьшается. Расстояние от цепи до оси ведомого шкива на линии контакта уменьшается по мере увеличения силы растяжения цепи.

**Ключевые слова:** коробка передач, цепной вариатор, multitronic, компьютерное моделирование, «универсальный механизм»

**Для цитирования:** Реутов А.А. Моделирование аварийной работы вариатора коробки передач автомобиля // Автоматизация и моделирование в проектировании и управлении. 2025. №2 (28). С. 45-54. doi: 10.30987/2658-6436-2025-2-45-54.

Original article

Open Access Article

## SIMULATION OF EMERGENCY OPERATION OF VEHICLE GEARBOX VARIATOR

**Alexander A. Reutov**

Bryansk State Technical University, Bryansk, Russia

bgtu2012@yandex.ru, <http://orcid.org/0000-0002-1703-6654>, <http://orcid.org/0000-0003-1117-8536>

**Abstract.** The relevance of the work stems from the necessity to ensure reliable functioning of a continuously variable transmission (CVT) under emergency conditions, particularly when the hydraulic control system fails. The aim of the study is to define the operational characteristics of a chain-type variator of CVT without hydraulic control. The method of the work is computer modelling of the chain variator. The novelty of the work lies in utilizing a discrete contact model between the chain and conical pulleys of the variator, accounting for variations in friction parameters. As a result, a computer dynamic model is developed to evaluate the performance characteristics of a chain-type variator in a continuously variable gearbox lacking hydraulic control. The author finds that increasing torque on the driving pulley leads to increased angular velocity ratio between the pulleys. For the pulleys to reach maximum gear ratio position, the spring force pressing the cones against the chain must be greater on the driven pulley compared to the driving pulley. Contact lines between the chain axes and pulley surfaces do not follow circular arcs due to elastic deformation of contact bodies and changes in chain tension force in the contact zone. Midway along the line of contact between the chain and the driving pulley, the distance from the chain to the pulley axis decreases. Similarly, the distance from the chain to the axis of the driven pulley diminishes as chain tension force increases.

**Keywords:** gearbox, chain variator, multitronic, computer modelling, «universal mechanism»

**For citation:** Reutov A.A. Simulation of Emergency Operation of Vehicle Gearbox Variator. Automation and modeling in design and management, 2025, no. 2 (28). pp. 45-54. doi: 10.30987/2658-6436-2025-2-45-54.

---

## Введение

За последние три десятилетия многие производители наладили выпуск более 50 моделей легковых автомобилей с бесступенчатой трансмиссией на основе цепного или ременного вариатора. Помимо плавного движения автомобиля, главным преимуществом бесступенчатой трансмиссии является непрерывное, а не дискретное, изменение передаточного отношения коробки передач (КП), что лучше соответствует непрерывному изменению крутящего момента двигателя внутреннего сгорания (ДВС). К недостаткам бесступенчатой трансмиссии с вариатором относят ограничение передаваемого крутящего момента, меньшие динамичность и коэффициент полезного действия (КПД) по сравнению с механической и автоматической КП.

Много научных работ посвящено улучшению характеристик бесступенчатых трансмиссий, в том числе повышению КПД за счет оптимизации управления вариатором, снижения потерь на трение [1 – 3].

Цепные и ременные автомобильные вариаторы относятся к классу механических фрикционных передач гибкой связью, началом научного изучения которых принято считать объявление Леонардом Эйлером в 1775 г. закона передачи усилия гибкой лентой посредством сил трения [4]. Л. Эйлер рассматривал невесомую, абсолютно гибкую и нерастяжимую нить, перекинутую через неподвижный шкив, под действием приложенных к ее концам сил. Уравнения Эйлера связывают приложенные силы в предположении, что нить скользит на всей дуге контакта со шкивом.

Многочисленные теоретические и экспериментальные исследования взаимодействия ремня со шкивом проведены за прошедшие два с половиной столетия. Причиной интенсивных исследований фрикционных приводов с гибкой связью стало внедрение паровых машин с ременными передачами в промышленности. Для создания более эффективных ременных передач исследователи совершенствовали математические модели, учитывали силы инерции движущихся тел, изгибную жесткость гибкой связи, зависимость силы трения от параметров контакта, аэродинамический эффект и другие факторы.

Цепи разных моделей вариаторов реализуют дискретный контакт 70...90 стальных осей с поверхностями шкивов (цепь *multitronic* 01J имеет 76 осей), а ремни – дискретный контакт около 400 стальных пластин. Площадь контакта ремня с шкивами значительно больше, чем цепи.

В [5] рассмотрено движение дискретного элемента ленты по поверхности приводного барабана. Зависимость силы трения ленты по поверхности барабана от скорости скольжения представлена степенным рядом. Составлено уравнение автоколебаний ленты с учетом центробежной и кориолисовой сил инерции при постоянной угловой скорости вращения барабана. Получено численное решение уравнения автоколебаний, показавшее, что скорость скольжения ленты возрастает с ростом угловой скорости барабана. В [6] получена система двух нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих автоколебания ленты и приводного барабана с асинхронным электроприводом. Получено аналитическое решение для стационарного режима работы привода.

Цепные и ременные автомобильные вариаторы имеют существенные отличия от традиционных клиноременных передач, не позволяющие использовать разработанные для клиноременных передач математические модели и зависимости.

К наиболее значимым отличиям автомобильных вариаторов от клиноременных передач можно отнести:

- виды контакта ремня (цепи) со шкивами – дискретный и непрерывный;
- виды трения между ремнем (цепью) и шкивами;
- способ натяжения ремня (цепи);
- способ регулирования передаточного отношения вариатора.

В отличие от клиноременных передач натяжение ремня (цепи) вариатора не задают перемещением одного из шкивов или натяжного ролика. Передаточное отношение вариатора, т.е. радиусы дуг контакта шкивов с ремнем (цепью), регулируют силами прижатия конусов шкивов к ремню (цепи). В результате возможно сжатие одной из ветвей ремня (цепи), а сжатие ветви клиноременной передачи недопустимо.

Стационарный и переходные режимы работы бесступенчатой трансмиссии исследованы

в [7], но переходные процессы рассмотрены без нагрузки. Эксперименты проведены для верификации теоретической модели. В [8] рассмотрена возможность оптимизации бесступенчатой трансмиссии посредством контроля скольжения вариатора. В [9] представлена математическая модель бесступенчатой трансмиссии с ременным вариатором, учитывающая упругую деформацию шкивов. Моделирование показало большое снижение КПД при переходных процессах. Экспериментально измеренный крутящий момент на 10...15 % меньше расчетных значений. Метод конечных элементов для оценки упругой деформации шкивов использовали в работах [9 – 11].

Потери мощности в начале и конце контакта осей цепи со шкивом, скольжение цепи на шкиве в радиальном направлении также рассмотрены в [9]. В [12] была разработана эмпирическая модель расчета снижения передаваемого крутящего момента за счет сопротивления при входе звеньев цепи в контакт со шкивом и выходе цепи из контакта. В [13] предложена модель скольжения ленты на шкивах, основанная на теории эластогидродинамического трения.

В [14, 15] отмечают, что периодический контакт осей цепи со шкивами вызывает периодическое движение всей цепи и шум, зависящие от формы звеньев и шага цепи. Авторы [16] создали плоскую многомассовую модель цепного вариатора и исследовали влияние трения и зазоров на динамические показатели при больших крутящих моментах. Отмечено сильное влияние трения и зазоров на характеристики работы вариатора, снижение передаваемой мощности, увеличение неравномерности движения. Однако в работе не проведен математический анализ зависимости неравномерности движения от параметров трения.

В [17] предложили трехмерную динамическую модель цепного вариатора с учетом перекоса и упругой деформации шкивов. Авторы показали, что даже небольшой перекос шкива вызывает значительное растяжение цепи.

В [19] отмечают, что скольжение цепи на шкивах является решающим фактором, определяющим энергетические потери и износ вариатора. Скольжение цепи зависит от сил сжатия конусов шкивов и передаваемого крутящего момента. Большие силы сжатия конусов шкивов приводят к снижению КПД вариатора. В [20] отмечают, что скольжение ремня вариатора можно разделить на две составляющие: макроскольжение и микроскольжение. Макроскольжение в основном зависит от скорости ремня, микроскольжение зависит от сил прижатия конусов шкивов к цепи и крутящего момента.

Целью работы является определение характеристик работы цепного вариатора бесступенчатой КП без системы гидравлического управления.

### Описание работы КП с цепным вариатором

Бесступенчатая автоматическая КП *Multitronic* компании *Audi* содержит вариатор, состоящий из ведущего и ведомого шкивов, натянутой между ними специальной цепи [21]. Каждый шкив содержит пару конусов. Поскольку один конус каждого шкива подвижный, радиусы контакта цепи с шкивами и передаточное отношение вариатора плавно изменяются.

В автомобилях *Audi* с бесступенчатой КП *multitronic* 01J [22] демпфер крутильных колебаний соединяет коленвал ДВС с солнечным валом планетарного механизма (ПМ). Ведущий шкив вариатора соединен с водилом ПМ промежуточной одноступенчатой зубчатой передачей. Крутящий момент с ведущего шкива передается цепью на ведомый шкив и далее через главную коническую передачу на дифференциал ведущих колес автомобиля.

Цепь вариатора состоит из рядов пластин, соединенных составными осями. Через каждый ряд пластин проходят две составных оси. Каждая из двух частей составных осей неподвижно соединена с одним рядом пластин. Крутящий момент с ведущего шкива на ведомый передается за счет сил трения между торцами осей и рабочими поверхностями шкивов.

Каждый из шкивов имеет один гидроцилиндр для прижимания конусов к цепи (прижимные гидроцилиндры) и один гидроцилиндр для изменения передаточного отношения (регулирующие гидроцилиндры). Помимо гидроцилиндров тарельчатая и винтовая пружины поджимают цепь к рабочим поверхностям шкивов. При отсутствии давления в гидравлической системе пружины устанавливают конусы шкивов в положение максимального передаточного отношения.

Будем считать контакт торцов составных осей цепи с поверхностью конусов шкива точечным, а расстояние от точек контакта до оси шкива одинаковыми. Обозначим расстояние от

точек контакта цепи с ведущим шкивом до его оси  $R_1$ , а от точек контакта цепи с ведомым шкивом до оси ведомого шкива  $R_2$ . Поскольку стальная цепь практически нерастяжима, увеличение  $R_1$  возможно при уменьшении  $R_2$  и наоборот. Размеры ведущего и ведомого шкивов, минимальное и максимальное значения  $R_1$  и  $R_2$  одинаковы:  $R_{\min} = 0,03$  м;  $R_{\max} = 0,72$  м.

На рис. 1 показана схема действия сил на ось цепи при контакте с коническими поверхностями шкива (проекция на плоскость, проходящую через ось вращения шкива):  $N_a$  – нормальная сила контакта оси с шкивом,  $F_a$  – сила трения в контакте оси с шкивом,  $S_R$  – радиальная составляющая силы растяжения цепи,  $F_i$  – центробежная сила инерции.

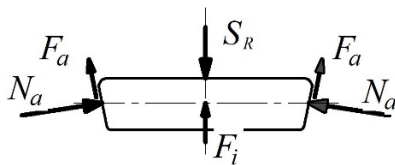


Рис. 1. Схема действия сил на ось цепи при контакте с коническими поверхностями шкива (проекция на плоскость, проходящую через ось вращения шкива)

Fig. 1. Diagram of the action of forces on the chain axis when in contact with the conical surfaces of the pulley (projection onto a plane passing through the axis of rotation of the pulley)

Обозначим осевые силы прижатия конусов ведущего и ведомого шкивов к цепи  $N_1$  и  $N_2$  (направлены вдоль осей вращения шкивов),  $M_1$  и  $M_2$  – крутящие моменты, передаваемые ведущим и ведомым шкивами цепи. Тогда:

$$M_1 \approx 2f_1 N_1 R_1 / \cos \gamma \text{ и } M_2 \approx 2f_2 N_2 R_2 / \cos \gamma, \quad (1)$$

где  $f_1, f_2$  – эквивалентные коэффициенты трения цепи по поверхностям ведущего и ведомого шкивов,  $\gamma$  – угол между образующей поверхности контакта шкива с цепью и перпендикуляром к оси шкива.

Для предотвращения заклинивания цепи между коническими поверхностями шкивов угол  $\gamma$  должен соответствовать условию:

$$\operatorname{tg}(\gamma) > \max\{f_1, f_2\}. \quad (2)$$

Экспериментальные исследования [23, 24] показали, что при разных маслах и режимах работы среднее значение коэффициента трения может изменяться в интервале  $0,072 \dots 0,091$  и соответствуют (2). При увеличении скольжения (отношения средних величин скоростей точек контакта ведущего и ведомого шкивов с цепью) от 1 до 1,02 коэффициент трения возрастает, при дальнейшем увеличении скольжения коэффициент трения уменьшается.

При малом проскальзывании цепи на шкивах, пренебрегая потерей мощности в контактах цепи со шкивами, примем  $M_2 \approx M_1 R_2 / R_1$  и из (1) получим:

$$N_1 \approx N_2 \approx (M_1 \cos \gamma) / (2f_1 R_1).$$

Тогда максимальные необходимые величины сил  $N_1$  и  $N_2$  без учета проскальзывания цепи на шкивах примерно одинаковы и определяются формулой:

$$N_1 \approx N_2 \approx \max(M_1) \cos \gamma / (2f_1 R_{\min}). \quad (3)$$

Вычислим приблизительные величины осевых сил  $N_1$  и  $N_2$  для вариатора КП *multitronic* 01J со следующими параметрами:  $\max(M_1) = 77,5$  Нм,  $\gamma = 11^\circ$ ,  $f_1 = 0,1$ ,  $R_{\min} = 0,03$  м.

Согласно формуле (3)  $N_1 \approx N_2 \approx 12,68$  кН.

Работой вариатора КП *multitronic* управляет двухконтурная гидравлическая система. Если фактическое давление масла в гидросистеме значительно превышает заданное значение, то предохранительный электромагнитный клапан перекрывает подачу масла в гидросистему управления. При неисправности гидравлической системы управления КП (при отсутствии давления в гидросистеме) подвижные конусы ведущего и ведомого шкивов прижимают к цепи трельчатая и винтовая пружины. Под действием пружин шкивы вариатора устанавливаются в положение максимального передаточного отношения ( $R_1 \rightarrow R_{\min}$ ,  $R_2 \rightarrow R_{\max}$ ) [22].

Один конец винтовой пружины и одна кромка тарельчатой пружины закреплены на валах вариатора. Другой конец и кромка пружин перемещаются вместе с подвижными конусами. Максимальное передаточное отношение вариатора соответствует максимальному раздвижению половин ведущего шкива и максимальному сближению половин ведомого шкива. Поэтому рабочая (наибольшая) деформация тарельчатой пружины соответствует  $R_1 = R_{\min}$  и максимальному перемещению подвижной половины ведущего шкива:

$$\Delta_{\max} = 2(R_{\max} - R_{\min}) \operatorname{tg} \gamma.$$

При  $R_1 = R_{\max}$  деформация тарельчатой пружины минимальна.

При линейной силовой характеристике тарельчатой пружины:

$$N_1 = C_{s1}(\Delta + \Delta_{10}),$$

где  $C_{s1}$  – жесткость тарельчатой пружины;  $\Delta_{10}$  – предварительная деформация тарельчатой пружины, соответствующая  $R_1 = R_{\max}$ ;  $\Delta$  – дополнительная деформация тарельчатой пружины при  $R_{\min} \leq R_1 \leq R_{\max}$ .

Для создания требуемой величины силы  $N_1$  жесткость тарельчатой пружины должна соответствовать условию:

$$C_{s1} = N_1 / (\Delta_{\max} + \Delta_{10}).$$

Деформация винтовой пружины  $\Delta_{20}$ , соответствующая максимальному сближению половин ведомого шкива ( $R_2 = R_{\max}$ ) является минимальной. Наибольшая деформация сжатия винтовой пружины соответствует максимальному раздвижению половин ведомого шкива ( $R_2 = R_{\min}$ ). Для создания требуемой величины силы  $N_2$  жесткость винтовой пружины должна соответствовать условию:

$$C_{s2} = N_2 / \Delta_{20}.$$

Для указанных выше параметров вариатора КП *multitronic* 01J при  $\Delta_{10} = 2$  мм;  $\Delta_{20} = 10$  мм;  $\Delta_{\max} = 16,3$  мм;  $C_{s1} \geq 692$  кН/м;  $C_{s2} \geq 1268$  кН/м.

### Описание компьютерной УМ-модели вариатора

Для определения характеристик работы бесступенчатой КП без системы гидравлического управления создадим компьютерную модель цепного вариатора использованием программного комплекса «универсальный механизм» (УМ-модель) [25].

УМ-модель включает конусы ведущего и ведомого шкивов вариатора, вращающихся относительно своих ползунов, которые перемещающихся относительно неподвижного корпуса КП в направлении оси  $x$  (рис. 2).

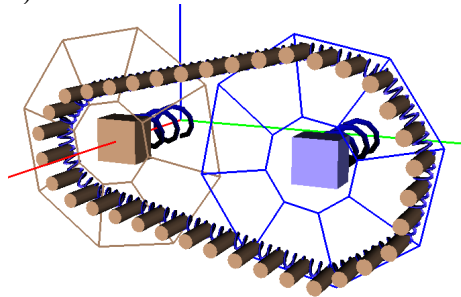


Рис. 2. УМ-модель цепного вариатора  
Fig. 2. UM-model of a chain variator

Приведенный момент инерции ведущего шкива  $J_1$  учитывает также инерционные свойства ДВС, ПМ и промежуточной передачи. Приведенный момент инерции ведомого шкива  $J_2$  представляет инерционные свойства главной передачи, колес и кузова автомобиля.

К конусам приложены шарнирные моменты  $M_1$  и  $M_2$ . Крутящий момент ведущего шкива  $M_1$  может быть задан функцией времени  $t$  и другими параметрами модели. Момент ведомого шкива представлен зависимостью:

$$M_2 = M_{C0} + M_{C2}\omega_2,$$

где  $M_{C0}$  и  $M_{C2}$  – коэффициенты сопротивления вращению ведомого шкива;  $\omega_2$  – угловая скорость ведомого шкива.

На ползуны ведущего и ведомого шкивов действуют шарнирные силы соответствующих пружин  $N_1$  или  $N_2$ , линейно зависящие от перемещения и скорости ползуна.

Замкнутая цепь вариатора представлена 36 телами (ТЦ), соединенными упруго-диссипативными элементами (УДЭ). В УМ-модели ТЦ пронумерованы последовательно с № 1 до № 36.

Каждое ТЦ имеет 2 степени свободы – возможные перемещения в направлении осей  $y$  и  $z$ . Перемещения ТЦ в направлении оси  $x$  отсутствуют.

Контактное взаимодействие цепи с шкивами (ТЦ с конусами) представлено контактными силами «точки-Z поверхность» [25]. Силы трения  $F_a$  осей цепи по поверхности шкивов

пропорциональны нормальным реакциям  $N_a$  контактирующих тел и направлены противоположно скорости скольжения.

Величина силы трения покоя определяется коэффициентами трения сцепления  $f_0$ , контактной жесткости  $C_n$  и контактной диссипации  $C_d$ . Величина силы трения скольжения определяется коэффициентами трения скольжения  $f_\infty$ , скоростью скольжения  $v_{str}$ , определяющей интервал экспоненциального снижения коэффициента трения, эмпирическим показателем степени  $\delta$ , коэффициентом вязкого трения  $\nu$ . Переход от трения скольжения к трению покоя происходит, когда скорость скольжения меняет направление на противоположное.

Каждая ось цепи вариатора имеет 2 точки контакта с шкивом, поэтому силы пружины  $N_1$  и  $N_2$  и жесткости пружин в УМ-модели должны быть в два раза больше реальных значений.

УМ-модель цепного вариатора имеет следующие параметры (все величины далее указаны в единицах международной системы):

- $R_{\min} = 0,03$ ,  $R_{\max} = 0,072$ ,  $\gamma = 11^\circ$ ;
- расстояние между осями шкивов – 0,146; длина нерастянутой цепи 0,6154 равна длине замкнутого контура при  $R_1 = R_2 = 0,054$ ;
- количество ТЦ – 36, масса ТЦ – 0,086. Жесткость и коэффициент диссипации УДЭ при растяжении – 1,25E8 и 5,6;
- коэффициенты  $f_{c0} = 0,095$  и  $f_\infty = 0,09$ ;  $v_{str} = 0,01$ ,  $\delta = 1$ ;  $\nu_0 = 0,122$ ;  $C_n = 1,0E7$ ;  $C_d = 1,0E4$ .  $C_{s1} = 1,12E5$  или  $1,52E5$ ;  $C_{s2} = 1,52E5$ ;  $M_{c0} = 0,001$ ;  $M_{c1} = 2,8$ ;
- коэффициент сопротивления перемещению ползуна  $\mu = 1000$ ;
- приведенные моменты инерции шкивов  $J_1 = 1$ ;  $J_2 = 10$ .

### Результаты моделирования

Проведено моделирование разгона автомобиля при плавном увеличении крутящего момента ведущего шкива  $M_1$  от 0 до  $M^*$  за первые 4 с и дальнейшего движения с постоянным моментом  $M_1 = M^*$ .

В табл. 1 приведены средние величины характеристик моделируемого процесса ( $N_1$  и  $N_2$ ,  $M_1$  и  $M_2$ ,  $\omega_1$  и  $\omega_2$ ) после завершения этапа разгона, т.е. при  $t \in [6, 8]$  с (когда  $M_1 = M^*$  и переходные процессы завершились).

Таблица 1

### Результаты моделирования

Table 1

Simulation results									
№	$N_1/N_2$	$M_1/M_2$	$\omega_1/\omega_2$	$V_{m1}/V_{m2}$	$V_{s1}/V_{s2}$	$R_1/R_2$	$i_M$	$i_R$	$i_\omega$
1	13960/ 14480	40/86,6	72,5/ 31,3	-0,0115/ 0,0097	0,039/ 0,025	0,0299/ 0,0690	2,16	2,31	2,32
2	13420/ 14830	60/130,2	120,9/ 46,3	-0,0605/ 0,0762	0,146/ 0,111	0,0300/ 0,0688	2,17	2,29	2,61
3	14780/ 15240	77/168	164/59	-0,0865/ 0,1391	0,215/ 0,205	0,0299/ 0,0687	2,18	2,30	2,78
4	12960/ 12500	60/88,2	53/31,6	-0,0220/ 0,0288	0,069/ 0,044	0,0400/ 0,0611	1,47	1,53	1,68
5	17700/ 16770	60/108,2	77,9/ 37,7	-0,0191/ 0,0259	0,051/ 0,063	0,0344/ 0,0660	1,80	1,92	2,07
Примечание: $R_1$ и $R_2$ – средние величины расстояний от точек контакта ТЦ № 20 до осей ведущего и ведомого шкивов во время контакта; $V_{m1}$ и $V_{m2}$ – средние величины скорости скольжения ТЦ № 20 на ведущем и ведомом шкивах; $V_{s1}$ и $V_{s2}$ – средние квадратические отклонения (СКО) скорости скольжения ТЦ № 20 на ведущем и ведомом шкивах; $i_M = M_2/M_1$ , $i_R = R_1/R_2$ , $i_\omega = \omega_1/\omega_2$ .									

Расстояния  $R_1$  и  $R_2$  без учета упругих деформаций контакта в данной УМ-модели можно вычислить через координаты ползунов  $x_{si}$  по формуле:

$$R_i = 0,072 - (0,1 - x_{si})/\operatorname{tg}\gamma, \quad i = 1, 2.$$

При близких значениях сил  $N_1 \approx N_2$  или  $N_1 > N_2$  расстояние от ТЦ до осей шкивов  $R_1$  и  $R_2$  не достигают предельных значений  $R_{\min}$  и  $R_{\max}$ , а передаточное отношение вариатора не достигает максимальной величины (табл. 1, строки 4, 5). Чтобы шкивы вариатора заняли положение максимального передаточного отношения винтовая пружина ведомого шкива должна созда-

вать большую силу прижатия конусов к цепи, например, иметь большую жесткость, чем тарельчатая пружина ведущего шкива. Таким образом компьютерное моделирование показало, что величины сил  $N_1$  и  $N_2$ , рассчитываемые по формуле (2) не обеспечивают максимальную величину передаточного отношения вариатора.

На рис. 3 показаны графики изменения отношения угловых скоростей ведущего и ведомого шкивов  $i_\omega$  во времени при  $M^* = 40, 60$  и  $77$ .

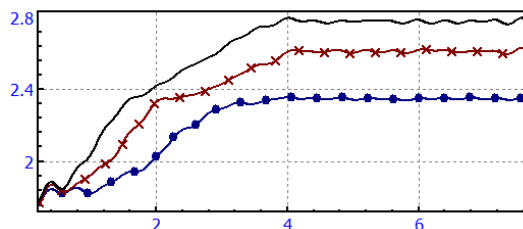


Рис. 3. Графики изменения отношения угловых скоростей  $i_\omega$  во времени при  $M^* = 40$  (маркированная кружками линия),  $M^* = 60$  (маркированная крестиками линия),  $M^* = 77$  (немаркированная линия)  
Fig. 3. Graphs of the change in the ratio of angular velocities  $i_\omega$  over time at  $M^* = 40$  (line marked with circles),  $M^* = 60$  (line marked with crosses),  $M^* = 77$  (unmarked line)

При разгоне автомобиля и плавном увеличении крутящего момента ведущего шкива  $M_1$  отношение угловых скоростей  $i_\omega$  также плавно возрастает. При увеличении момента  $M^*$  с 40 до 77 величина  $i_\omega$  возрастает с 2,32 до 2,78, а отношение  $i_M$  увеличилось незначительно – с 2,16 до 2,18. Отношение  $i_\omega/M^*$  при постоянной величине  $M_1 \in [40; 77]$  уменьшилось с 0,058 до 0,036 из-за проскальзывания цепи на шкивах.

Также из-за скольжения цепи на шкивах отношения  $i_R$ ,  $i_M$  и  $i_\omega$  в результатах моделирования не равны. Величина  $i_R$  занимает промежуточное значение между  $i_M$  и  $i_\omega$ .

Средние величины  $V_m$  и СКО  $V_s$  скорости скольжения цепи на шкивах увеличиваются при увеличении момента  $M^*$ . Ведущий шкив обгоняет цепь, а ведомый шкив отстает от цепи. Из-за большой жесткости цепи скольжение происходит на всей дуге охвата, дуги сцепления цепи со шкивами отсутствуют.

В [26] отмечено, что при фрикционном контакте с приводным шкивом движение гибкого тела (цепи) носит немонотонный характер с нерегулярными волновыми смещениями относительно поверхности шкива. Волны растяжения-сжатия гибкого тела на дуге охвата идентифицированы через расстояния между соседними дискретными телами.

Для оценки характера движения цепи на шкивах вычислим расстояния ТЦ от осей шкивов, а также расстояния между соседними ТЦ (длины УДЭ).

На рис. 4 приведен график изменения расстояния  $R_1$  ТЦ № 20 до оси ведущего шкива во время контакта при  $M^* = 77$ .

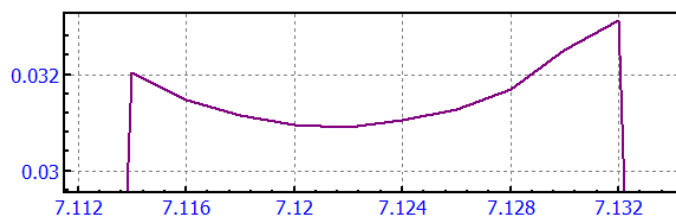


Рис. 4. График изменения расстояния  $R_1$  ТЦ № 20 до оси ведущего шкива во время контакта при  $M^* = 77$

Fig. 4. Graph of change in distance  $R_1$  of TC № 20 to the axis of the driving pulley during contact at  $M^* = 77$

Расстояние  $R_1$  ТЦ № 20 во время контакта с ведущим шкивом изменяется от 0,032 в начале контакта до 0,031 в середине и до 0,033 в конце дуги контакта. То есть линия контакта ТЦ с поверхностью шкива не является дугой окружности. Причиной изменения расстояния  $R_1$  является упругая деформация контактирующих тел. Характер изменения  $R_1$  сохраняется на протяжении всего времени моделирования.

Расстояние  $R_2$  ТЦ № 20 во время контакта с ведомым шкивом также изменяется: уменьшается с увеличением силы растяжения цепи. Размах изменения  $R_2$  достигает 0,0025...0,0031 при  $M^* = 40$  и 0,0040...0,0047 при  $M^* = 60...77$ .

Максимальное  $S_{\max}$  и минимальное  $S_{\min}$  значения силы растяжения цепи вычислим через



усредненные для четырех УДЭ средние величины  $S_m$  и СКО  $S_s$  силы растяжения цепи.

$$S_{\max} = S_m + S_s; S_{\min} = S_m - S_s.$$

Разница значений  $S_{\max}$  и  $S_{\min}$  возрастает при увеличении момента  $M_1$ .

При  $M_1 = 40$  –  $S_{\max} = 1622$ ,  $S_{\min} = 865$ . При  $M_1 = 77$  –  $S_{\max} = 2180$ ,  $S_{\min} = 238$ .

В рассмотренных примерах цепь остается растянутой на обеих ветвях.

Проведено моделирование нестационарного режима работы вариатора в виде разгона автомобиля с разной скоростью увеличения крутящего момента ведущего шкива  $M_1$  от 0 до 60 за время 4 и 8 с. Во время ускоренного разгона автомобиля на ведомый шкив вариатора помимо момента сопротивления  $M_2$  действует момент сил инерции, пропорциональный ускорению автомобиля. Это изменяет параметры динамического равновесия вариатора и может вызывать повышенное проскальзывание цепи. Для рассмотренного примера увеличения скорости нарастания крутящего момента  $M_1$  от 7,5 до 20 Нм/с не приводит к заметному увеличению средних значений скорости скольжения цепи на ведущем и ведомом шкивах. После завершения этапа разгона характеристики стационарной работы вариатора совпадают с значениями табл. 1.

Моделирование разгона автомобиля при синусоидальном изменении крутящего момента ведущего шкива:

$$M_1 = M^* + M_{1s} \sin(k_1 t),$$

показало, что при  $M^* = 60$ , амплитуде  $M_{1s} = 15$  и круговой частоте  $k_1 = 6,28$  ТГц удаляются на недопустимо большое расстояние от оси ведомого шкива  $R_1 = 0,074$ , что свидетельствует о недостаточном прижатии конуса ведомого шкива к цепи. Таким образом, силы инерции, возникающие при ускорениях автомобиля, требуют увеличения сил  $N_1$  и  $N_2$  по сравнению с значениями по формулам (2). Синусоидальное изменение крутящего момента ведущего шкива  $M_1$  приводит к синусоидальному изменению угловых скоростей  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , момента ведомого шкива  $M_2$ , отношений  $i_R$ ,  $i_M$  и  $i_\omega$ . При  $M_{1s}/M^* = 0,25$  отношения амплитуд к средним величинам  $i_\omega$  и  $i_M$  равны 0,079 и 0,016. Силы упругости пружин при отсутствии гидравлического управления прижатием конусов шкивов к цепи вариатора не обеспечивают постоянное передаточное отношение вариатора при изменении крутящих моментов ведущего или ведомого шкивов.

Моделирование показало, что цепь вариатора является малоинерционным элементом трансмиссии и за доли секунды меняет положение при изменении сил  $N_1$  и  $N_2$ , моментов  $M_1$  и  $M_2$ . Моделирование переходных процессов целесообразно проводить не отдельно вариатора, а всей трансмиссии с учетом инерционных характеристик ДВС, кузова и колес.

### Заключение

С использованием программного комплекса «универсальный механизм» разработана компьютерная динамическая модель для определения характеристик работы цепного вариатора бесступенчатой КП при аварийном отключении системы гидравлического управления.

При близких значениях сил  $N_1 \approx N_2$  или  $N_1 > N_2$  передаточное отношение вариатора не достигает максимальной величины. Чтобы шкивы вариатора заняли положение максимального передаточного отношения винтовая пружина ведомого шкива должна создавать большую силу прижатия конусов к цепи, чем тарельчатая пружина ведущего шкива.

При разгоне автомобиля и плавном увеличении крутящего момента ведущего шкива  $M_1$  отношение угловых скоростей  $i_\omega$  также плавно возрастает. Из-за скольжения цепи на шкивах значения отношений  $i_R$ ,  $i_M$  и  $i_\omega$  в результатах моделирования не равны. Величина  $i_R$  занимает промежуточное значение между  $i_M$  и  $i_\omega$ . Отсутствие гидравлического управления силами прижатия конусов шкивов к цепи вариатора не обеспечивает постоянное передаточное отношение вариатора при изменении крутящих моментов ведущего или ведомого шкивов.

Средние величины и СКО скорости скольжения цепи на шкивах увеличиваются при увеличении момента  $M^*$ . Ведущий шкив обгоняет цепь, а ведомый шкив отстает от цепи. Из-за большой жесткости цепи, скольжение происходит на всей дуге охвата, дуги сцепления цепи со шкивами отсутствуют.

Линии контакта осей цепи с поверхностью шкива не являются дугами окружности. Причиной изменения расстояний  $R_1$  и  $R_2$  является упругая деформация контактирующих тел и изменение силы растяжения цепи в зоне контакта. В середине линии контакта ТЦ с ведущим шкивом расстояния  $R_1$  уменьшается. Расстояние  $R_2$  во время контакта ТЦ с ведомым шкивом уменьшается с увеличением силы растяжения цепи. Характер изменения расстояний  $R_1$  и  $R_2$  сохраняется на протяжении всего времени моделирования.



Разница максимального и минимального значений силы растяжения цепи возрастает при увеличении момента ведущего шкива  $M_1$ . В рассмотренных примерах цепь остается растянутой на обеих ветвях.

Цепь вариатора является малоинерционным элементом трансмиссии и за доли секунды меняет положение при изменении нагрузки. Моделировать переходные процессы целесообразно не отдельно вариатора, а всей трансмиссии с учетом инерционных характеристик ДВС, кузова и колес.

Компьютерная модель и установленные закономерности работы цепного вариатора можно использовать при проектировании бесступенчатых КП автомобилей.

#### Список источников:

1. Dunham W., Seok J., Chen W., Dai E., Kolmanovsky I., Girard A. Control of gear ratio and slip in continuously variable transmissions: a model predictive control approach. 2017. SAE World Congress Technical Papers.
2. Wu G., Lu Y., Xu X. Optimization of CVT efficiency based on clamping force control. 2018. IFAC Conference on engine and powertrain control, simulation and modeling. 2018 IFAC-Papers on Line 51(31):898-903.
3. S. van der Meulen, B. der Jager, F. Veldpaus, and M. Steinbuch Combining extremum seeking control and tracking control for high performance CVT operation. 2010. Proc. IEEE Conf. on decision and control.
4. Андреев А.В. Передача трением. М.: Машиностроение, 1978. – 176 с.
5. Реутов А.А. Автоколебания ленты на приводном барабане конвейера. Горный информационно-аналитический бюл. М.: Изд-во Московского государственного горного ун-та, 2013. – № 1. – С. 189-191.
6. Реутов А.А. Моделирование приводов ленточных конвейеров. Брянск: Брянский государственный технический ун-т, 2011. – С. 131-134.
7. Carbone G., Mangialardi L., Bonsen B., Tursi C., Veenhuizen P.A. CVT dynamics: theory and experiments. Mechanism and Machine Theory. 2007. vol. 42, no. 4, pp. 409-428.
8. Bonsen B., Klaassen T.W.G.L., Pulles R.J., Simons S.W.H., Steinbuch M., Veenhuizen P.A. Performance optimization of the push-belt CVT by variator slip control. International Journal of Vehicle Design. 2005. vol. 39, no. 3, pp. 232-256.
9. Tenberge P. Efficiency of chain-CVTs at constant and variable ratio – a new mathematical model for a very fast calculation of chain forces, clamping forces, clamping ratio, slip, and efficiency. SAE Technical Paper. 2004-40-0035 (2004), pp. 35-48.
10. Sattler H. Efficiency of metal chain and V-belt CVT. Proceedings of the International Congress on Continuously Variable Power Transmission CVT'99. 1999. Eindhoven. pp. 99-104.
11. Carbone G., Mangialardi L., and Mantriota G. The influence of pulley deformations on the shifting mechanism of metal belt CVT. ASME January 2005. Journal of Mechanical Design 127. pp. 103-113.
12. Micklem J. D., Longmore D. K., and Burrows C. R. Belt torque losses in a steel V-belt continuously variable transmission. Proc. Instn Mech. Engrs, Part D: J. Automobile Engineering, 1994. 208(13). pp. 91-97.
13. Micklem J. D., Longmore D. K., and Burrows C. R. Modelling of the steel pushing V-belt continuously variable transmission, Proc. Instn Mech. Engrs. Part C: J. Mechanical Engineering Science. 1994. 208(13). pp. 13-27.
14. Tsutsumi K., Miura Y., and Kageyama Y. New hybrid genetic algorithm for pitch sequence optimization of CVT variator chain. SAE Technical Paper. 2017-01-1120 (2017).
15. Nakazawa T., Hattori H., Tarutani I., Yasuhara S., and Inoue T. Static analysis of exciting force in chain continuously variable transmissions (CVT) with a geometric model. Transactions of the JSME. 2018. vol.84, no. 862.

#### References:

1. Dunham W, Seok J, Chen W., Dai E, et al. Control of Gear Ratio and Slip in Continuously Variable Transmissions: a Model Predictive Control Approach. SAE World Congress Technical Papers. 2017.
2. Wu G, Lu Y, Xu X. Optimization of CVT Efficiency Based on Clamping Force Control. In: Proceedings of 5th IFAC Conference on Engine and Powertrain Control, Simulation and Modeling; 2018 Sep 20-22; Changchun, China: 2018; vol. 51 no.31. p. 898-903.
3. van der Meulen S, de Jager B, Veldpaus F, and Steinbuch M. Combining Extremum Seeking Control and Tracking Control for High Performance CVT Operation. In: Proceedings of IEEE Conference on Decision and Control; 2010.
4. Andreev A.V. Friction Drive. Moscow: Mashinostroenie; 1978.
5. Reutov A.A. Self-Oscillations of Belt on the Driving Pulley of a Conveyor. Mining Informational and Analytical Bulletin. 2013;1:189-191.
6. Reutov A.A. Modelling of Belt Conveyor Drives. Bryansk: Bryansk State Technical University; 2011. p. 131-134.
7. Carbone G, Mangialardi L, Bonsen B, et al. CVT Dynamics: Theory And Experiments. Mechanism and Machine Theory. 2007;42(4):409-428.
8. Bonsen B, Klaassen TWGL, Pulles RJ, et al. Performance Optimization of the Push-Belt CVT by Variator Slip Control. International Journal of Vehicle Design. 2005;39(3):232-256.
9. Tenberge P. Efficiency of Chain-CVTs at Constant and Variable Ratio – a New Mathematical Model for a Very Fast Calculation of Chain Forces, Clamping Forces, Clamping Ratio, Slip, and Efficiency. SAE Technical Paper. 2004;40:35-48.
10. Sattler H. Efficiency of Metal Chain and V-belt CVT. In: Proceedings of the International Congress on Continuously Variable Power Transmission CVT'99. Eindhoven: 1999. p. 99-104.
11. Carbone G., Mangialardi L., Mantriota G. The Influence of Pulley Deformations on the Shifting Mechanism of Metal Belt CVT. Journal of Mechanical Design. Transactions of the ASME. Jan 2005;127:103-113.
12. Micklem J.D., Longmore D.K., Burrows C.R. Belt Torque Losses in a Steel V-belt Continuously Variable Transmission. Proc. Instn Mech. Engrs: J. Automobile Engineering, 1994;208;D-(13):91-97.
13. Micklem J.D., Longmore D.K., Burrows C.R. Modelling of the Steel Pushing V-belt Continuously Variable Transmission, Proc. Instn Mech. Engrs: J. Mechanical Engineering Science. 1994;208;C-(13):13-27.
14. Tsutsumi K., Miura Y., Kageyama Y. New Hybrid Genetic Algorithm for Pitch Sequence Optimization of CVT Variator Chain. SAE Technical Paper. 2017;01:1120.
15. Nakazawa T, Hattori H, Tarutani I, et al. Static Analysis of Exciting Force in Chain Continuously Variable Transmissions (CVT) with a Geometric Model. Transactions of the JSME. 2018;84:862.

16. Srivastava N., Haque I. Clearance and friction induced dynamics of chain CVT drives. *Multibody System Dynamics*. 2008. vol. 19(3) pp. 255-280.
17. Pfeiffer F. Spatial motion of CVT-chains. January 2005. *Solid Mechanics and its Applications*. vol. 122. pp. 81-95.
18. Bonsen B., Klaassen T., Pulles R.J., Simons S. Performance optimisation of the push-belt CVT by variator slip control. *International Journal of Vehicle Design*. 2005. vol. 39(3).
19. Bonsen B., Klaassen T., K.G.O. van de Meerakker, Steinbuch M., Veenhuizen P.A. Analysis of slip in a continuously variable transmission. *Proceedings of IMECE'03, 2003 ASME International Mechanical Engineering Congress*, Paper No. IMECE2003-41360. vol. 72, no. 2, November 15–21, 2003. pp. 995-1000.
20. Nishanth A., Nanthakumar P., Lakshmikanthan C. Model based simulation of a CVT variator to analyse the slip characteristics of the CVT belt. *Journal of Physics: Conference Series* 2021. 1854 012015.
21. Бесступенчатая автоматическая коробка передач multitronic 01J. Устройство и принцип действия. Программа самообучения 228. URL: <http://volkswagen.msk.ru> (дата обращения: 23.02.2025).
22. Реутов А.А. Моделирование пуска ДВС автомобиля с бесступенчатой коробкой передач // Автоматизация и моделирование в проектировании и управлении. 2024. – № 3 (16). – С.41-52.
23. Pennings B., Mark van Drogen, Brandsma A., Erik van Ginkel, and Lemmens M. Van Doorne CVT Fluid Test: A Test Method on Belt-Pulley Level to Select Fluids for Push Belt CVT Applications. *SAE Technical Papers*. Conference: SAE Powertrain and Fluid Systems Conference. October 2003. Pittsburgh.
24. Maaïke van der Laan, Mark van Drogen, and Brandsma A. Improving push belt CVT efficiency by control strategies based on new variator wear insight. 2004. URL: <https://www.researchgate.net/publication/242076667>.
25. Universal Mechanism. Mechanical System as an Object for Modeling. User's manual. 2020. URL: [http://www.universalmechanism.com/download/90/eng/02\\_um\\_technical\\_manual.pdf](http://www.universalmechanism.com/download/90/eng/02_um_technical_manual.pdf) (дата обращения: 23.02.2025).
26. Reutov A. Modeling of the flexible belt motion on the drive pulley of woodworking equipment. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, vol. 392. International scientific and practical conference "Forest ecosystems as global resource of the biosphere: calls, threats, solutions" 23–24 October 2019, Voronezh, Russia.
16. Srivastava N., Haque I. Clearance and Friction Induced Dynamics of Chain CVT Drives. *Multibody System Dynamics*. 2008;19(3);255-280.
17. Pfeiffer F. Spatial Motion of CVT-Chains. *Solid Mechanics and its Applications*. Jan 2005;122:81-95.
18. Bonsen B, Klaassen T, Pulles RJ, et al. Performance Optimisation of the Push-Belt CVT by Variator Slip Control. *International Journal of Vehicle Design*. 2005;39(3).
19. Bonsen B, Klaassen T, van de Meerakker KGO, et al. Analysis of Slip in a Continuously Variable Transmission. In: *Proceedings of IMECE'03, 2003 ASME International Mechanical Engineering Congress*; 2003 Nov 15-21; Washington: 2003; vol. 72, no. 2. p. 995-1000. Paper No. IMECE2003-41360.
20. Nishanth A., Nanthakumar P., Lakshmikanthan C. Model Based Simulation of a CVT Variator to Analyse the Slip Characteristics of the CVT Belt. *Journal of Physics: Conference Series*. 2021;1854:012015.
21. Continuously Variable Automatic Transmission Multitronic 01J. Device and Operating Principle. Training Program 228 [Internet] [cited 2025 Feb 23]. Available from: <http://volkswagen.msk.ru>.
22. Reutov A.A. Simulation of Starting an Internal Combustion Engine of a Car with a Continuously Variable Transmission. *Automation and Modelling in Design and Management*. 2024;3(16):41-52.
23. Pennings B, van Drogen M, Brandsma A, et al. Van Doorne's CVT Fluid Test: A Test Method on Belt-Pulley Level to Select Fluids for Push Belt CVT Applications. In: *Proceedings of the 2003 Powertrain and Fluid Systems Conference*; 2003 Oct 27-30; Pittsburgh, US: SAE International: 2003. p. 1-16. (SAE Technical Paper).
24. van der Laan M., van Drogen M., Brandsma A. Improving Push Belt CVT Efficiency by Control Strategies Based on New Variator Wear Insight [Internet]. 2004. Available from: <https://www.researchgate.net/publication/242076667>
25. Universal Mechanism. Mechanical System as an Object for Modelling. [Internet]. 2020 [cited 2025 Feb 23]. Available from: [http://www.universalmechanism.com/download/90/eng/02\\_um\\_technical\\_manual.pdf](http://www.universalmechanism.com/download/90/eng/02_um_technical_manual.pdf)
26. Reutov AA. Modelling of the Flexible Belt Motion on the Drive Pulley of Woodworking Equipment. In: *Proceedings of the International Scientific and Practical Conference on Forest Ecosystems as Global Resource of the Biosphere: Calls, Threats, Solutions*; 2019 Oct 23-24; Voronezh, Russia: Institute of Physics. IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. 2019; vol.392, p. 012056.

#### Информация об авторах:

##### Реутов Александр Алексеевич

доктор технических наук, профессор кафедры «Производство и сервис в транспортном машиностроении» Брянского государственного технического университета, Scopus ID: 36704986300, 55930922900, ORCID ID: 0000-0002-1703-6654, ORCID ID: 0000-0003-1117-8536

#### Information about the authors:

**Aleksander Alekseevich Reutov** Doctor of Technical Sciences, Professor at the Department of Production and Service in Transport Machine Building of Bryansk State Technical University, Scopus ID: 36704986300, 55930922900, ORCID ID: 0000-0002-1703-6654, ORCID ID 0000-0003-1117-8536

**Статья поступила в редакцию 13.03.2025; одобрена после рецензирования 28.03.2025; принята к публикации 08.04.2025.**

**The article was submitted 13.03.2025; approved after reviewing 28.03.2025; accepted for publication 08.04.2025.**

**Рецензент** – Пугачев А.А., доктор технических наук, доцент, Брянский государственный технический университет.

**Reviewer** – Pugachev A.A., Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Bryansk State Technical University.