



**НАУЧНАЯ СТАТЬЯ**

УДК 330.42

Дата поступления: 12.12.2022  
рецензирования: 18.01.2023  
принятия: 15.03.2023

**Модели динамики максимальной и оптимальной прибыли  
производственного предприятия, внедряющего технологические  
инновации**

**Е.А. Ильина**

Самарский национальный исследовательский университет  
имени академика С.П. Королева, г. Самара, Российская Федерация  
E-mail: elenaalex.ilyina@yandex.ru. ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-2590-6138>

**Аннотация:** В публикуемой статье представлены новые математические модели, которые описывают динамику развития производственных предприятий, использующих инновационные технологии. Показано, что уровень использования инновационных технологий на предприятии зависит от безразмерных коэффициентов, которые описывают диффузионный процесс внедрения технологических инноваций и влияют на увеличение выпуска продукции и снижение издержек. Исследована зависимость прибыли предприятия от уровней производственных и транзакционных издержек. Установлено, что формирование транзакционных издержек, возникающих в результате поиска и обработки экономической информации, финансирования процедур проведения переговоров, заключения контрактов с партнерами, защиты прав собственности и оплаты оппортунистического поведения сотрудников и руководства предприятия, вынуждают руководство предприятия максимизировать не только функцию прибыли, но и целевую транзакционную функцию полезности, учитывающую перераспределение прибыли в интересах руководства предприятия и для реализации социально-ориентированных программ. Вычислены безразмерные коэффициенты перераспределения, определяющие тот размер части прибыли, которая используется непроизводственных целей. Показано, что при наличии транзакционных издержек, предельным значением прибыли предприятия становится не его максимально возможное значение, а его меньшее оптимальное значение.

**Ключевые слова:** предприятие; ресурсы; факторы производства; производственная функция; транзакционная функция полезности; прибыль; трансформационные издержки; транзакционные издержки; инновации.

**Цитирование.** Ильина Е.А. Модели динамики максимальной и оптимальной прибыли производственного предприятия, внедряющего технологические инновации // Вестник Самарского университета. Экономика и управление. 2023. Т. 14. № 1. С. 219–231. DOI: <http://doi.org/10.18287/2542-0461-2023-14-1-219-231>.

**Информация о конфликте интересов:** автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

© Ильина Е.А., 2023

Елена Алексеевна Ильина – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики и бизнес-информатики, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, 443086, Российская Федерация, г. Самара, Московское шоссе, 34.

**SCIENTIFIC ARTICLE**

Submitted: 12.12.2022  
Revised: 18.01.2023  
Accepted: 15.03.2023

**Models of the dynamics of maximal and optimal profits of a manufacturing  
enterprise implementing technological innovations**

**E.I. Ilyina**

Samara National Research University, Samara, Russian Federation  
E-mail: elenaalex.ilyina@yandex.ru. ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-2590-6138>

**Abstract:** The published article presents new mathematical models that describe the dynamics of the development of manufacturing enterprises using innovative technologies. It is shown that the level of use of innovative technologies in an enterprise depends on dimensionless coefficients that describe the diffusion process of introducing technological innovations and affect the increase in output and cost reduction. The dependence of the enterprise's profit on the levels of production and transaction costs has been studied. It has been established that the formation of transaction costs arising from the search and processing of economic information, financing of negotiation procedures, conclusion of contracts with partners, protection of property rights and payment for the opportunistic behavior of employees and management of the enterprise, force the management of the enterprise to maximize not only the profit function, but also the target a transactional utility function that takes into account the redistribution of profits in the interests of the enterprise's management and for the implementation of socially-oriented programs. Dimensionless redistribution coefficients are calculated, which determine the size of the part of the profit that is used for non-production purposes. It is shown that in the presence of transaction costs, the limiting value of the enterprise's profit is not its maximum possible value, but its lower optimal value.

**Key words:** depreciation, costs, profit capitalization, capitalization ratios, enterprise, production function, production factors, production, resources.

**Citation.** Ilyina E.A. Models of the dynamics of maximal and optimal profits of a manufacturing enterprise implementing technological innovations. *Vestnik Samarskogo universiteta. Ekonomika i upravlenie = Vestnik of Samara University. Economics and Management*, 2023, vol. 14, no. 1, pp. 219–231. DOI: <http://doi.org/10.18287/2542-0461-2023-14-1-219-231>. (In Russ.)

**Information on the conflict of interest:** authors declares no conflict of interest.

© Ilyina E.A., 2023

*Elena A. Ilyina* – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, associate professor of the Department of Mathematics and Business Informatics, Samara National Research University, 34, Moskovskoye shosse, Samara, 443086, Russian Federation.

## Введение

Любое производственное предприятие, используя свои производственные мощности, материальные, финансовые и трудовые ресурсы, обеспечивает выпуск продукции, несет производственные издержки и формирует свою прибыль. Кроме того, предприятие вынуждено взаимодействовать с окружающей его социальной сферой, тратить часть полученной прибыли на поиск экономической информации, на измерения параметров различных благ, на усиление мер по повышению качества выпускаемой продукции с новыми повышенными потребительскими свойствами, на ведение переговоров и заключение контрактов, на создание спецификаций и защиту прав собственности, на социальную поддержку своих работников, на оппортунистическое поведение руководства и т. д. Такая деятельность предприятия относится к непроизводственной сфере и представляет собой некоторый набор транзакций, порождающих непроизводственные транзакционные издержки. Определенная часть прибыли в виде транзакционных издержек может направляться руководством на социальные программы для персонала, на программы повышения квалификации сотрудников, на экологию, на научные и благотворительные проекты и т. д. [1–9].

Очевидно, что подобные социальные программы могут способствовать повышению качества выпускаемой продукции, увеличению объемов продаж, развитию инновационных компонентов производственных мощностей, привлечению новых объемов инвестиций.

Основной целью работы производственного предприятия всегда является получение наибольшей прибыли, для расчета которой обычно находят максимум функции прибыли. Однако, при учете транзакционных издержек задача существенно меняется, и приходится максимизировать не только функцию прибыли, но и транзакционную функцию полезности менеджмента, которая учитывает отток части прибыли предприятия на непроизводственные нужды и оппортунистические интересы руководства.

Транзакционные издержки не дают возможности предприятию достичь максимально возможной прибыли, и ему приходится ограничиваться ее оптимальным значением. [10–13].

Если предприятие подвергается определенному переоснащению или модернизации путем внедрения инновационных технологий, то параметры производственной функции, функции общих издержек и прибыли изменяются во времени. В результате таких инновационных процессов вместо точечных значений максимальной прибыли и соответствующих ей объемов производственных факторов получается целый спектр таких значений, представляющий функции времени. Управляя соответствующими

щим образом параметрами внедрения инновационных технологий, становится возможным прогнозировать максимальную прибыль предприятия в нужные моменты времени [14–21].

Таким образом, задача создания математических моделей расчета экономических показателей работы предприятия, учитывающих уровень транзакционных издержек, представляется весьма актуальной.

### Постановка задачи

Многофакторное производственное предприятие использует в своей работе набор ресурсов в виде объемов факторов производства

$$\mathbf{Q} = (Q_1, Q_2, \dots, Q_m, S_1, S_2, \dots, S_n). \quad (1)$$

Здесь величины  $Q_i$  – основные, материальные, финансовые и трудовые ресурсы, величины  $S_j$  – ресурсы, обеспечивающие непроизводственную и социальную деятельность предприятия. Следует отметить, что ресурсы  $Q_i$  формируют только производственные издержки, а ресурсы  $S_j$  формируют как производственные, так и транзакционные издержки.

Производственная функция многих переменных  $V$

$$V = V(Q_1, Q_2, \dots, Q_m, S_1, S_2, \dots, S_n), \quad (2)$$

представляет собой объем выручки от реализации.

Ограничимся здесь мультипликативной производственной функцией Кобба–Дугласа

$$V = P \cdot \prod_{i=1}^m Q_i^{a_i} \cdot \prod_{j=1}^n S_j^{c_j}. \quad (3)$$

Здесь  $a_i, c_j$  – эластичности выпуска по соответствующим ресурсам ( $0 < a_i < 1, 0 < c_j < 1$ ),  $P$  – стоимость продукции произведенной на единичные объемы ресурсов.

Общие пропорциональные производственные и транзакционные издержки предприятия с такими ресурсами задаются выражением

$$TC = \sum_{i=1}^m A_Q^i \cdot Q_i + \sum_{j=1}^n A_S^j \cdot S_j + TFC. \quad (4)$$

Здесь  $A_Q^i, A_S^j$  – стоимости затрат на единичные объемы ресурсов,  $TFC$  – постоянные затраты предприятия.

Функция прибыли  $PR = V - TC$  для рассматриваемого предприятия записывается в виде

$$PR = P \cdot \prod_{i=1}^m Q_i^{a_i} \cdot \prod_{j=1}^n S_j^{c_j} - \sum_{i=1}^m A_Q^i \cdot Q_i - \sum_{j=1}^n A_S^j \cdot S_j - TFC. \quad (5)$$

Максимальное значение функции прибыли (5) соответствует наибольшему доходу рассматриваемого предприятия. Перераспределение прибыли предприятия, учитывающий отток ее части на непроизводственные нужды и оппортунистические интересы руководства, обеспечивается целевой транзакционной функцией полезности, которая зависит от прибыли  $PR$  и ресурсов  $S_j$  и принимается здесь линейной

$$\Omega = \Omega(PR, S_1, S_2, \dots, S_n) = PR + \prod_{j=1}^n q_j \cdot S_j. \quad (6)$$

Здесь  $q_j$  – коэффициенты функции полезности (6). Следует отметить, что все коэффициенты функции полезности (6) неотрицательны ( $\forall i: q_i \geq 0$ ).

Процесс внедрения технологических инноваций в производство рассматриваемого предприятия происходит на некотором временном интервале, поэтому объемы ресурсов, параметры функций выручки, издержек и прибыли зависят от времени  $t$ .

Если выпуск продукции предприятием обеспечивается одним производственным фактором  $Q(t)$  и одним непроизводственным ресурсом  $S(t)$ , то (3) – (6) принимают вид

$$V(t) = P(t) \cdot Q(t)^{a(t)} \cdot S(t)^{c(t)}. \quad (7)$$

$$V(t) = A_Q(t) \cdot Q(t) + A_S(t) \cdot S(t) + TFC. \quad (8)$$

$$PR(t) = P(t) \cdot Q(t)^{a(t)} \cdot S(t)^{c(t)} - A_Q(t) \cdot Q(t) - A_S(t) \cdot S(t) - TFC. \quad (9)$$

$$\Omega(t) = PR(t) + q(t) \cdot S(t). \quad (10)$$

Формула для целевой транзакционной функции полезности предприятия (10) показывает, что перераспределение прибыли в интересах руководства предприятия и для реализации социально-ориентированных программ полностью определяется параметром  $q(t)$ , который удовлетворяет неравенству

$$0 \leq q(t) \leq q_F(t). \quad (11)$$

Нижняя граница параметра  $q(t) = 0$  соответствует частному случаю, при котором предприятие совершенно не финансирует никакие непроизводственные программы и функция полезности совпадает с функцией прибыли.

Верхняя граница параметра  $q = q_F(t)$  соответствует ситуации, при которой в текущий момент времени  $t$  предприятие тратит на социальные программы всю прибыль.

Значения объемов ресурсов  $Q_F(t)$  и  $S_F(t)$ , при которых прибыль предприятия в текущий момент времени  $t$  обращается в нуль находятся из уравнения

$$P(t) \cdot Q_F(t)^{a(t)} \cdot S_F(t)^{c(t)} - A_Q(t) \cdot Q_F(t) - A_S(t) \cdot S_F(t) - TFC = 0. \quad (12)$$

Значения верхней границы неравенства (11)  $q_F(t)$  в текущий момент времени  $t$  находятся из уравнения

$$q_F(t) = -\frac{\partial PR(t)}{\partial S_F(t)} = A_S(t) - \frac{P(t) \cdot Q_F(t)^{a(t)} \cdot c(t)}{S_F(t)^{1-c(t)}}. \quad (13)$$

Если процесс внедрения инновационных технологий на предприятии выходит на стационарный завершающий режим, то вместо неравенства (11) можно использовать неравенство

$$0 \leq q(t) \leq q_\infty. \quad (14)$$

Здесь  $q_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} q_F(t)$ .

Введем безразмерный показатель внедрения инноваций на предприятии  $U = U(t)$  и безразмерный показатель оттока прибыли на реализацию социальных программ и обеспечения интересов менеджмента предприятия и для  $W = W(t)$ . Функции  $U = U(t)$  и  $W = W(t)$  являются ограниченными ( $0 \leq U(t) \leq 1$ ), ( $0 \leq W(t) \leq 1$ ), непрерывными и непрерывно дифференцируемыми на интервале ( $0 \leq t < \infty$ ).

Значение функции  $U = 0$  соответствует началу процесса внедрения инноваций в производство, значения функции  $U \rightarrow 1$  соответствуют завершению этого процесса.

Значение функции  $W = 0$  соответствует началу процесса оттока прибыли на реализацию социальных программ и обслуживание интересов руководства предприятия, значения функции  $W \rightarrow 1$  соответствуют завершению этого процесса.

Приращения каждого показателя  $\Delta U$  и  $\Delta W$  за малый временной интервал  $\Delta t$  можно записать в виде суммы

$$\begin{cases} \Delta U = \Delta U^N + \Delta U^I, \\ \Delta W = \Delta W^N + \Delta W^I. \end{cases} \quad (15)$$

Здесь  $\Delta U^N, \Delta W^N$  – частичные приращения показателей внедрения инноваций в производство предприятия за малый временной интервал  $\Delta t$ , соответствующие начальному новаторскому этапу цифровой трансформации,  $\Delta U^I, \Delta W^I$  – частичные приращения показателей внедрения инноваций в производство предприятия за тот же малый временной интервал  $\Delta t$ , соответствующие развернутому этапу цифровой трансформации. Величины  $\Delta U^N, \Delta W^N$  и  $\Delta U^I, \Delta W^I$  можно представить в виде

$$\begin{cases} \Delta U^N(t) = \theta(t) \cdot p_U \cdot (1 - U(t)) \cdot \Delta t, \\ \Delta U^I(t) = \theta(t) \cdot h_U \cdot U(t) \cdot (1 - U(t)) \cdot \Delta t, \\ \Delta W^N(t) = \theta(t) \cdot p_W \cdot (1 - W(t)) \cdot \Delta t, \\ \Delta W^I(t) = \theta(t) \cdot h_W \cdot W(t) \cdot (1 - W(t)) \cdot \Delta t. \end{cases} \quad (16)$$

Здесь  $p_U, p_W$  – коэффициенты начальной трансформации показателей,  $h_U, h_W$  – коэффициенты развернутой трансформации показателей,  $\theta(t)$  – функция, описывающая относительную скорость процесса трансформации показателей, множители  $(1 - U(t))$  и  $(1 - W(t))$  описывает выход процессов трансформации показателей на их завершающую стадию. Из формул (15) и (16) следует

$$\begin{cases} \Delta U(t) = \theta(t) \cdot (p_U + h_U \cdot U(t)) \cdot (1 - U(t)) \cdot \Delta t, \\ \Delta W(t) = \theta(t) \cdot (p_W + h_W \cdot W(t)) \cdot (1 - W(t)) \cdot \Delta t. \end{cases} \quad (17)$$

Предельный переход при  $\Delta t \rightarrow 0$  в соотношении (17) приводит к системе нелинейных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dU(t)}{dt} = \theta(t) \cdot (p_U + h_U \cdot U(t)) \cdot (1 - U(t)), \\ \frac{dW(t)}{dt} = \theta(t) \cdot (p_W + h_W \cdot W(t)) \cdot (1 - W(t)). \end{cases} \quad (18)$$

с нулевыми начальными условиями

$$\begin{cases} U(0) = 0, \\ W(0) = 0. \end{cases} \quad (19)$$

Решение задач Коши (18), (19) можно записать в виде

$$\begin{cases} U(t) = p_U \cdot \frac{\exp\left((p_U + h_U) \cdot \int_0^t \theta(\tau) \cdot d\tau\right) - 1}{p_U \cdot \exp\left((p_U + h_U) \cdot \int_0^t \theta(\tau) \cdot d\tau\right) + h_U}, \\ W(t) = p_W \cdot \frac{\exp\left((p_W + h_W) \cdot \int_0^t \theta(\tau) \cdot d\tau\right) - 1}{p_W \cdot \exp\left((p_W + h_W) \cdot \int_0^t \theta(\tau) \cdot d\tau\right) + h_W}. \end{cases} \quad (20)$$

На поведение функций трансформации показателей (20) существенно влияют особенности функции относительной скорости инновационного процесса  $\theta(t)$ .

Близкие к единице значения величины  $\theta(t)$  соответствуют монотонному возрастанию функций (20) и стабильному поступательному процессу внедрения инноваций.

Близкие к нулю значения величины  $\theta(t)$  соответствуют горизонтальным участкам кривых функций (20) и процессу стагнации внедрения инноваций.

Отрицательные значения величины  $\theta(t)$  соответствуют монотонному убыванию функций (20) и процессу некоторого сворачивания внедрения инноваций.

Величину  $\theta(t)$  можно описать функцией вида [20]

$$\theta(t) = 1 - \omega \cdot \exp\left(-\frac{(t-t^*)^2}{2 \cdot \sigma^2}\right) \quad (21)$$

Здесь  $\omega$  – максимальный размер отклонения функции  $\theta(t)$  от единицы,  $t^*$  – центр временного интервала стагнации и некоторого сворачивания процесса внедрения технологических инноваций на предприятия,  $\sigma$  – радиус временного интервала стагнации и некоторого сворачивания процесса внедрения технологических инноваций на предприятия.

Значение параметра  $\omega = 0$  соответствует монотонному процессу внедрения технологических инноваций, значение параметра  $\omega = 1$ , соответствует стагнации процесса внедрения технологических инноваций на временном интервале  $(t^* - \sigma, t^* + \sigma)$ , значения параметра  $\omega > 1$ , соответствуют сворачиванию процесса внедрения технологических инноваций на временном интервале  $(t^* - \sigma, t^* + \sigma)$ .

Если на предприятии имеется несколько временных интервалов стагнации и сворачивания процесса внедрения технологических инноваций, то в качестве функции относительной удельной скорости трансформации целесообразно выбрать произведение функций вида (21)

$$\Theta = \prod_{s=1}^n \theta_s(t) = \prod_{s=1}^n \left( 1 - \omega_s \cdot \exp\left(-\frac{(t-t_s^*)^2}{2 \cdot \sigma_s^2}\right) \right) \quad (22)$$

Очевидно, что если функция  $\theta(t)$  тождественно равна единице, то уравнения (18) совпадают с соответствующими уравнениями Ф. Басса [14].

В результате инновационной деятельности предприятия и мероприятий менеджмента по перераспределению прибыли функция стоимости продукции произведенной на единичный объем ресурса  $P(t)$ , функции эластичности выпуска  $a(t)$ ,  $c(t)$ , коэффициенты издержек  $A_Q(t)$ ,  $A_S(t)$  и функция  $q(t)$  будут изменяться во времени в соответствии с формулами

$$\begin{aligned} P(t) &= P_0 + (P_\infty - P_0) \cdot U(t), \\ a(t) &= a_0 + (a_\infty - a_0) \cdot U(t), \\ c(t) &= c_0 + (c_\infty - c_0) \cdot U(t), \\ A_Q(t) &= A_Q^0 + (A_Q^\infty - A_Q^0) \cdot U(t), \\ A_S(t) &= A_S^0 + (A_S^\infty - A_S^0) \cdot U(t), \\ q(t) &= r \cdot (q_0 + (q_\infty - q_0) \cdot W(t)). \end{aligned} \quad (23)$$

Здесь  $P_0, P_\infty$  – начальное и конечное значения величины  $P(t)$ ,  $a_0, a_\infty$  – начальное и конечное значения величины  $a(t)$ ,  $c_0, c_\infty$  – начальное и конечное значения величины  $c(t)$ ,  $A_Q^0, A_Q^\infty$  – начальное и конечное значения величины  $A_Q(t)$ ,  $A_S^0, A_S^\infty$  – начальное и конечное значения величины  $A_S(t)$ ,  $q_0, q_\infty$  – начальное и конечное значения величины  $q(t)$ ,  $r$  – предельный коэффициент перераспределения прибыли предприятия. При  $r = 0$  вся прибыль вкладывается в развитие производства, при  $r = 1$  вся прибыль постепенно вкладывается в развитие социальных программ и обслуживание оппортунистических интересов руководства.

Поскольку с развитием процесса внедрения технологических инноваций выручка предприятия возрастают, а издержки убывают, то

$$P_0 \leq P_\infty, a_0 \leq a_\infty, c_0 \leq c_\infty, q_0 \leq q_\infty \text{ и } A_Q^0 \geq A_Q^\infty, A_S^0 \geq A_S^\infty.$$

**Динамика развития производственного предприятия в краткосрочный период**

Временной интервал, в течении которого существенных изменений основных и трудовых ресурсов не происходит, называется краткосрочным периодом. В рамках этого периода можно считать, что  $Q(t) = const$  и  $a(t) = const$ .

Тогда формулы (7) – (10), принимают вид

$$V(t) = P(t) \cdot Q^a \cdot S(t)^{c(t)}, \quad (24)$$

$$TC(t) = A_Q \cdot Q + A_S(t) \cdot S(t) + TFC, \quad (25)$$

$$PR(t) = P(t) \cdot Q^a \cdot S(t)^{c(t)} - A_Q \cdot Q - A_S(t) \cdot S(t) - TFC, \quad (26)$$

$$\Omega(t) = PR(t) + q(t) \cdot S(t). \quad (27)$$

Функция максимальных значений прибыли  $PR_{\max}(t)$  и соответствующая ей функция ресурса  $S_{\max}(t)$  находится из условия

$$\frac{dPR(t)}{dS(t)} = c(t) \cdot \left( P(t) \cdot Q^a \cdot S(t)^{c(t)-1} - \alpha_S(t) \right) = 0. \quad (28)$$

Здесь  $\alpha_S(t) = \frac{A_S(t)}{c(t)}$ .

Решая уравнение (28) относительно  $S(t)$ , находим функцию  $S_{\max}(t)$

$$S_{\max}(t) = \left( \frac{P(t) \cdot Q^a}{\alpha_S(t)} \right)^{\frac{1}{1-c(t)}}. \quad (29)$$

Подставляя выражение (29) в формулу для прибыли (26), получаем функцию максимальной прибыли

$$PR_{\max}(t) = P(t) \cdot Q^a \cdot S_{\max}(t) - A_Q \cdot Q - A_S(t) \cdot S_{\max}(t) - TFC. \quad (30)$$

Величины (24) и (25) ограничены снизу и сверху своими предельными значениями

$$S_{\max}^0 \leq S_{\max}(t) < S_{\max}^\infty, \quad (31)$$

$$PR_{\max}^0 \leq PR_{\max}(t) < PR_{\max}^\infty.$$

Здесь

$$S_{\max}^0 = \left( \frac{P_0 \cdot Q^a}{\alpha_S^0} \right)^{\frac{1}{1-c_0}}, S_{\max}^\infty = \left( \frac{P_\infty \cdot Q^a}{\alpha_S^\infty} \right)^{\frac{1}{1-c_\infty}}, \alpha_S^0 = \frac{A_S^0}{c_0}, \alpha_S^\infty = \frac{A_S^\infty}{c_0},$$

$$PR_{\max}^0 = P_0 \cdot Q^a \cdot (S_{\max}^0)^{c_0} - A_Q \cdot Q - A_S^0 \cdot S_{\max}^0 - TFC, \quad (32)$$

$$PR_{\max}^\infty = P_\infty \cdot Q^a \cdot (S_{\max}^\infty)^{c_\infty} - A_Q \cdot Q - A_S^\infty \cdot S_{\max}^\infty - TFC.$$

Для вычисления оптимального значения прибыли необходимо оптимизировать целевую транзакционную функцию полезности (27), которая с учетом выражения (26) принимает вид

$$\Omega(t) = P(t) \cdot Q^a \cdot S(t)^{c(t)} - A_Q \cdot Q - A_S(t) \cdot S(t) - TFC + q(t) \cdot S(t). \quad (33)$$

Функция оптимальных значений прибыли  $PR_{\text{opt}}(t)$  и соответствующая ей функция ресурса  $S_{\text{opt}}(t)$  находится из условия

$$\frac{d\Omega}{dS} = c(t) \cdot \left( P(t) \cdot Q^a \cdot S(t)^{c(t)-1} - \alpha_S(t) \right) + q(t) = 0. \quad (34)$$

Решение уравнения (34) дает оптимальное значение ресурса  $S_{\text{opt}}(t)$

$$S_{\text{opt}}(t) = \left( \frac{P(t) \cdot Q^a}{\eta_s(t)} \right)^{\frac{1}{1-c(t)}}. \quad (35)$$

Здесь  $\eta_s(t) = \alpha_s(t) - \frac{q(t)}{c(t)}$ .

Из неотрицательности коэффициентов  $c(t), q(t)$  следует, что имеет место неравенство  $\eta_s(t) < \alpha_s(t)$ , сравнивая с помощью которого значения величин (30) и (35) получаем

$$S_{\text{opt}}(t) > S_{\text{max}}(t). \quad (36)$$

Функция оптимальной прибыли имеет вид

$$PR_{\text{opt}}(t) = P(t) \cdot Q^a \cdot S_{\text{opt}}(t)^{c(t)} - A_Q \cdot Q - A_S(t) \cdot S_{\text{opt}}(t) - TFC. \quad (37)$$

Таким образом, из соотношений (25), (31) и (32) следует, что

$$PR(S_{\text{opt}}(t)) < PR(S_{\text{max}}(t)). \quad (38)$$

Уравнения (12) и (13) принимают вид

$$P(t) \cdot Q^a \cdot S_F(t)^{c(t)} - A_Q \cdot Q - A_S(t) \cdot S_F(t) - TFC = 0, \quad (39)$$

$$q_F(t) = A_S(t) - \frac{P(t) \cdot Q^a \cdot c(t)}{S_F(t)^{1-c(t)}}. \quad (40)$$

На рисунке 1 изображена поверхность функции прибыли (26), на которой нанесены пространственные линии ее касания с поверхностями безразличия целевой транзакционной функции полезности  $\Omega(PR, S) = \Omega(PR_{\text{opt}}, S_{\text{opt}})$  при различных значениях параметра  $r$ . Пространственные линии соответствуют решениям уравнений (30), (32) и показывают изменения во времени максимальной и оптимальной прибыли предприятия. Плоская линия на координатной плоскости  $PR = 0$  соответствует решению уравнения (34) относительно функции  $S_F(t)$ .

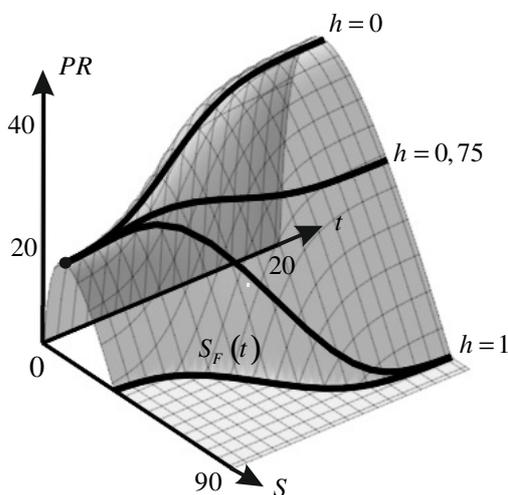


Рисунок 1 – График поверхности функции прибыли (26) с нанесенными на нее пространственными линиями ее касания с поверхностями безразличия целевой транзакционной функции полезности  $\Omega(PR, S) = \Omega(PR_{\text{opt}}, S_{\text{opt}})$  для различных значений параметра  $r$ . Плоская линия на координатной плоскости  $PR = 0$  соответствует решению уравнения (34) относительно функции  $S_F(t)$

Figure 1 – Graph of the surface of the profit function (26) with the spatial lines of its contact with the indifference surfaces of the target transactional utility function  $\Omega(PR, S) = \Omega(PR_{\text{opt}}, S_{\text{opt}})$  for various parameter values. A flat line on the coordinate plane corresponds to the solution of equation (34) with respect to the function  $S_F(t)$ .

Линии на рисунке 1, соответствующие параметрам  $r = 0$  и  $r = 1$ , представляют собой верхнюю и нижнюю границы всевозможных вариантов перераспределения прибыли предприятия между производственными и непроизводственными затратами. Один из таких вариантов построен для значения параметров  $r = 0,75$ .

На рисунке 2 приведены проекции на координатную плоскость  $S = 0$  поверхности функции прибыли (26) и пространственных линий ее касания с поверхностями безразличия целевой транзакционной функции полезности  $\Omega(PR, S) = \Omega(PR_{opt}, S_{opt})$  при различных значениях параметра  $r$ .

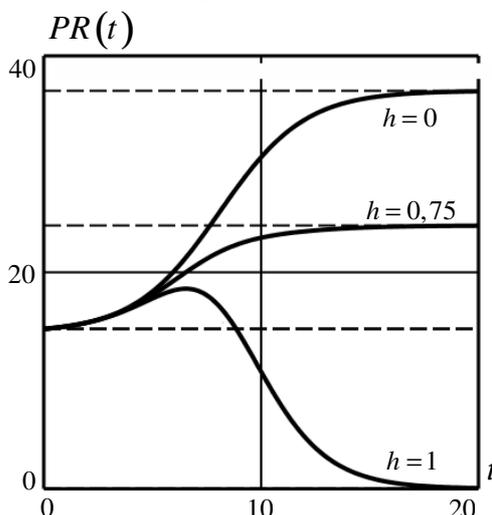


Рисунок 2 – Проекция на координатную плоскость  $S = 0$  поверхности функции прибыли (26) и пространственных линий ее касания с поверхностями безразличия целевой транзакционной функции полезности  $\Omega(PR, S) = \Omega(PR_{opt}, S_{opt})$  при различных значениях параметра  $r$

Figure 2 – Projections on the coordinate plane  $S = 0$  of the surface of the profit function (26) and the spatial lines of its contact with the indifference surfaces of the target transactional utility function  $\Omega(PR, S) = \Omega(PR_{opt}, S_{opt})$  at different parameter values

Расчетные значения:  $P_0 = 20$ ;  $P_\infty = 25$ ;  $Q = 1,5$ ;  $a = 0,5$ ;  $c_0 = 0,33$ ;  $c_\infty = 0,35$ ;  $A_Q = 0,4$ ;  $A_S^0 = 1,7$ ;  $A_S^\infty = 1,5$ ;  $TFC = 20$ ;  $T = 20$ ;  $p_U = 0,01$ ;  $h_U = 0,5$ ;  $p_W = 0,015$ ;  $h_W = 0,6$ .

### Динамика долгосрочного периода работы производственного предприятия

В долгосрочном периоде работы предприятия производственный фактор  $Q = Q(t)$  и эластичность  $a = a(t)$  являются переменными величинами, а функции выпуска продукции, издержек и прибыли описываются формулами (7)–(10).

Значения функции прибыли (9), отвечающие ее максимуму, находятся из условий

$$\begin{cases} \frac{\partial PR(t)}{\partial Q(t)} = a(t) \cdot (P(t) \cdot Q(t)^{a(t)-1} \cdot S(t)^{c(t)} - \alpha_Q(t)) = 0, \\ \frac{\partial PR(t)}{\partial S(t)} = c(t) \cdot (P(t) \cdot Q(t)^{a(t)} \cdot S(t)^{c(t)-1} - \alpha_S(t)) = 0. \end{cases} \quad (41)$$

Здесь  $\alpha_Q(t) = \frac{A_Q(t)}{a(t)}$ .

Уравнения (41) эквивалентны системе

$$\begin{cases} P(t) \cdot Q(t)^{a(t)} \cdot S(t)^{c(t)} = \alpha_Q(t) \cdot Q(t), \\ P(t) \cdot Q(t)^{a(t)} \cdot S(t)^{c(t)} = \alpha_S(t) \cdot S(t). \end{cases} \quad (42)$$

Из системы уравнений (42) следует, что величины  $S_{max}(t)$  и  $Q_{max}(t)$  связаны соотношением

$$S_{\max}(t) = \frac{\alpha_Q(t)}{\alpha_S(t)} \cdot Q_{\max}(t). \quad (43)$$

Подставляя формулу (43) в первое уравнение системы (42), находим

$$P(t) \cdot Q_{\max}(t)^{a(t)+c(t)-1} \cdot \left( \frac{\alpha_Q(t)}{\alpha_S(t)} \right)^{c(t)} = \alpha_Q(t). \quad (44)$$

Таким образом, уравнения (43) и (44) принимают вид

$$Q_{\max}(t) = \left( \frac{P(t)}{\alpha_Q(t)^{1-c(t)} \cdot \alpha_S(t)^{c(t)}} \right)^{\frac{1}{1-a(t)-c(t)}}, \quad (45)$$

$$S_{\max}(t) = \left( \frac{P(t)}{\alpha_Q(t)^{a(t)} \cdot \alpha_S(t)^{1-a(t)}} \right)^{\frac{1}{1-a(t)-c(t)}}.$$

С помощью формул (45) вычисляется максимальное значение прибыли

$$PR_{\max}(t) = P(t) \cdot Q_{\max}(t)^{a(t)} \cdot S_{\max}(t)^{c(t)} - A_Q(t) \cdot Q_{\max}(t) - A_S(t) \cdot S_{\max}(t) - TFC. \quad (46)$$

Значения оптимальной прибыли предприятия, связанные с целевой транзакционной функцией полезности (10), находятся из условий

$$\begin{cases} \frac{\partial \Omega(t)}{\partial Q(t)} = a(t) \cdot (P(t) \cdot Q(t)^{a(t)-1} \cdot S(t)^c(t) - \alpha_Q(t)) = 0, \\ \frac{\partial \Omega(t)}{\partial S(t)} = c(t) \cdot (P(t) \cdot Q(t)^{a(t)} \cdot S(t)^{c(t)-1} - \alpha_S(t)) + q(t) = 0. \end{cases} \quad (47)$$

Решение системы уравнений (42) имеет вид

$$\begin{aligned} Q_{\text{opt}}(t) &= \left( \frac{P(t)}{\alpha_Q(t)^{1-c(t)} \cdot \eta_S(t)^{c(t)}} \right)^{\frac{1}{1-a(t)-c(t)}}, \\ S_{\text{opt}}(t) &= \left( \frac{P(t)}{\alpha_Q(t)^{a(t)} \cdot \eta_S(t)^{1-a(t)}} \right)^{\frac{1}{1-a(t)-c(t)}}. \end{aligned} \quad (48)$$

Из формул (45) и (48) следуют очевидные неравенства

$$Q_{\text{opt}}(t) > Q_{\max}(t), S_{\text{opt}}(t) > S_{\max}(t). \quad (49)$$

С помощью формул (48) вычисляется оптимальное значение прибыли

$$PR_{\text{opt}}(t) = P(t) \cdot Q_{\text{opt}}(t)^{a(t)} \cdot S_{\text{opt}}(t)^{c(t)} - A_Q(t) \cdot Q_{\text{opt}}(t) - A_S(t) \cdot S_{\text{opt}}(t) - TFC. \quad (50)$$

Из соотношений (46), (49) и (50) следует очевидное неравенство

$$PR(Q_{\text{opt}}(t), S_{\text{opt}}(t)) < PR(Q_{\max}(t), S_{\max}(t)). \quad (51)$$

Построить графики поверхности функции прибыли  $PR = PR(Q, S, t)$ , графики поверхности безразличия целевой транзакционной функции полезности  $\Omega(PR, Q, S, t) = \Omega_{\text{opt}}$  и графики пространственных линий их касания для случая долгосрочного периода работы предприятия невозможно, поскольку они являются объектами четырехмерного пространства. Поэтому ограничимся проекциями этих объектов на координатную плоскость  $S = 0$ .

На рисунке 3 приведены проекции на координатную плоскость  $S = 0$  пространственных линий касания графика поверхности функции прибыли (9) с поверхностями безразличия целевой транзакционной функции полезности  $\Omega(PR, Q, S, t) = \Omega_{\text{opt}}$  при различных значениях параметра  $r$ .

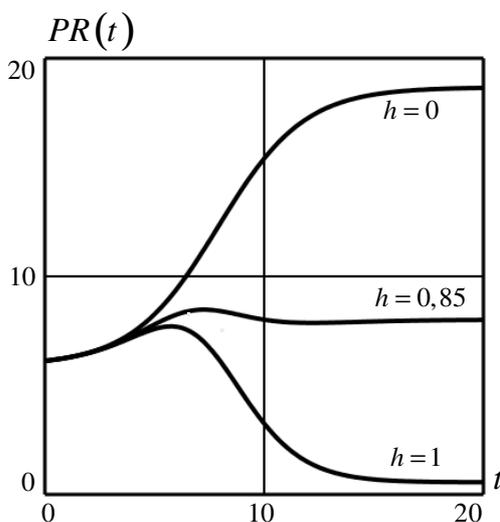


Рисунок 3 – Проекция на координатную плоскость  $S = 0$  пространственных линий касания графика поверхности функции прибыли (9) с поверхностями безразличия целевой транзакционной функции полезности  $\Omega(PR, Q, S, t) = \Omega_{\text{opt}}$  при различных значениях параметра  $r$

Figure 3 – Projection on the coordinate plane  $S = 0$  of spatial tangency lines of the graph of the surface of the profit function (9) with the indifference surfaces of the target transactional utility function  $\Omega(PR, Q, S, t) = \Omega_{\text{opt}}$  at different parameter values

Расчетные значения:  $P_0 = 100$ ;  $P_\infty = 105$ ;  $a_0 = 0,25$ ;  $a_\infty = 0,251$ ;  $c_0 = 0,263$ ;  $c_\infty = 0,264$ ;  $A_Q^0 = 20$ ;  $A_Q^\infty = 18$ ;  $A_S^0 = 25$ ;  $A_S^\infty = 23$ ;  $TFC = 50$ ;  $T = 20$ ;  $p_U = 0,01$ ;  $h_U = 0,5$ ;  $p_W = 0,015$ ;  $h_W = 0,6$ .

### Заключение

1. Представлены новые математические модели, которые описывают динамику развития производственных предприятий, использующих инновационные технологии.

2. Показано, что уровень использования инновационных технологий на предприятии зависит от безразмерных коэффициентов, которые описывают диффузионный процесс внедрения технологических инноваций и влияют на увеличение выпуска продукции и снижение издержек.

3. Исследована зависимость прибыли предприятия от уровней производственных и транзакционных издержек.

4. Установлено, что формирование транзакционных издержек вынуждают руководство предприятия максимизировать не только функцию прибыли, но и целевую транзакционную функцию полезности, учитывающую перераспределение прибыли в интересах руководства предприятия и для реализации социально-ориентированных программ.

5. Вычислены безразмерные коэффициенты перераспределения, определяющие тот размер части прибыли, которая используется непроизводственных целей.

6. Показано, что при наличии транзакционных издержек, предельным значением прибыли предприятия становится не его максимально возможное значение, а его меньшее оптимальное значение.

### Библиографический список

1. Coase R.H. The nature of the firm // *Economica*, New Series. 1937. Vol. 4, no. 16. P. 386–405. URL: <http://www3.nccu.edu.tw/~jsfeng/CPEC11.pdf>.
2. Coase R.H. The problem of social cost // *Journal of Law and Economics*, 1960. Vol. 3. P. 1–44. URL: <http://www3.nccu.edu.tw/~hmlie/pfinance/pf1/readings/coase2.pdf>.

3. Williamson O.E. Transaction-cost economics: The governance of contractual relations // *Journal of Law and Economics*. 1979. Vol. 22, no. 2. P. 233–261. DOI: <http://doi.org/10.1086/466942>.
4. Williamson O.E. Comparative economic organization: The analysis of discrete structural alternatives // *Administrative Science Quarterly*. 1991. Vol. 36, no. 2. P. 269–296. DOI: <http://doi.org/10.2307/2393356>.
5. Williamson O.E. Opportunism and its critics // *Managerial and Decision Economics*. 1993. Vol. 14, issue 2. P. 97–107. DOI: <http://doi.org/10.1002/MDE.4090140203>.
6. Williamson O.E. *The Economic Institutions of Capitalism: Firms, Markets, Relational Contracting*. Detroit: Free Press, 1998. 450 p. Available at: <https://archive.org/details/economicinstitut0000will>.
7. Williamson O.E. Strategy research: Governance and competence perspectives // *Strategic Management Journal*. 1999. Vol. 20, issue 12. P. 1087–1108. DOI: [http://doi.org/10.1002/\(SICI\)1097-0266\(199912\)20:12%3C1087::AID-SMJ71%3E3.0.CO;2-Z](http://doi.org/10.1002/(SICI)1097-0266(199912)20:12%3C1087::AID-SMJ71%3E3.0.CO;2-Z).
8. Williamson O.E. The New Institutional Economics: Taking Stock, Looking Ahead // *Journal of Economic Literature*. 2000. Vol. 38, no. 3. P. 595–613. DOI: <http://dx.doi.org/10.1257/jel.38.3.595>.
9. Williamson O.E. Transaction cost economics: The origins // *Journal of Retailing*. 2010. Vol. 86, issue 3. P. 227–231. DOI: <http://doi.org/10.1016/j.jretai.2010.07.006>.
10. Benkler Y. Coase's Penguin, or, Linux and *The Nature of the Firm* // *Yale Law Journal*. 2002. Vol. 112, no. 3. P. 369–446. DOI: <http://doi.org/10.2307/1562247>.
11. Benkler Y. *The Wealth of Networks: How Social Production Transforms Markets and Freedom*. New Haven: Yale University Press, 2006. 527 p. Available at: [https://www.benkler.org/Benkler\\_Wealth\\_Of\\_Networks.pdf](https://www.benkler.org/Benkler_Wealth_Of_Networks.pdf).
12. Benkler Y. Peer production, the commons and the future of the firm // *Strategic Organization*, 2017, vol. 15, issue 2, pp. 264–274. DOI: <http://dx.doi.org/10.1177/1476127016652606>.
13. Furubotn E.G., Richter R. *Institutions & Economic Theory – The Contribution of the New Institutional Economics*. Ann Arbor: University of Michigan Press, 1997. 542 p. DOI: <http://dx.doi.org/10.3998/mpub.6715>.
14. Попов Е.В., Коновалов А.А. Модель оптимизации издержек поиска информации // *Проблемы управления*. 2008. № 3. С. 69–72. URL: <https://www.mathnet.ru/rus/pu160>; <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=9955415>. EDN: <https://www.elibrary.ru/ijwflt>.
15. Мантуленко А.В., Сараев А.Л., Сараев Л.А. К теории оптимального распределения факторов производства, производственных и транзакционных издержек // *Вестник Самарского государственного университета. Серия: Экономика и управление*. 2013. № 7 (108). С. 117–126. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=20886447>. EDN: <https://www.elibrary.ru/rpbncv>.
16. Сараев А.Л., Сараев Л.А. Модель оптимизации прибыли предприятия, учитывающая сверхпропорциональные производственные и транзакционные затраты // *Вестник Самарского государственного университета. Серия: Экономика и управление*. 2013. № 10 (111). С. 230–237. URL: [http://vestnikoldsamgu.ssau.ru/articles/111\\_35.pdf](http://vestnikoldsamgu.ssau.ru/articles/111_35.pdf).
17. Ильина Е.А. Модель формирования оптимальной прибыли предприятия, учитывающая взаимодействие трансформационных и транзакционных издержек // *Экономика и предпринимательство*. 2018. № 12 (101). С. 1191–1199. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=36722316>. EDN: <https://www.elibrary.ru/yswtqd>.
18. Ильина Е.А. К расчету оптимальной прибыли предприятия, несущего производственные и транзакционные издержки // *Экономика и предпринимательство*. 2019. № 8 (109). С. 842–849. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=41482468>. EDN: <https://www.elibrary.ru/flhjlby>.
19. Ильина Е.А. Влияние транзакционных издержек производственного предприятия на формирование его прибыли // *Вестник Самарского университета. Экономика и управление*. 2020. Т. 11, № 1. С. 144–152. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=42834925>. EDN: <https://www.elibrary.ru/gryyvl>.
20. Ильина Е.А., Сараев Л.А. Динамика формирования экономических показателей производственного предприятия в условиях цифровой трансформации // *Вестник Самарского университета. Экономика и управление*. 2020. Т. 11, № 2. С. 115–124. DOI: <https://doi.org/10.18287/2542-0461-2020-11-2-115-124>. EDN: <https://www.elibrary.ru/bzdhmh>.
21. Ильина Е.А., Сараев Л.А., Тюкавкин Н.М. К расчету экономических показателей производственного предприятия, внедряющего инновационные технологии // *Вестник Самарского университета. Экономика и управление*. 2019. Т. 10, № 3. С. 64–70. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=43137865>. EDN: <https://www.elibrary.ru/tqjapc>.

## References

1. Coase R.H. The nature of the firm. *Economica, New Series*, 1937, vol. 4, no. 16, pp. 386–405. Available at: <http://www3.nccu.edu.tw/~jsfeng/CPEC11.pdf>.

2. Coase R.H. The problem of social cost. *Journal of Law and Economics*, 1960, vol. 3, pp. 1–44. Available at: <http://www3.nccu.edu.tw/~hmlie/pfinance/pf1/readings/coase2.pdf>.
3. Williamson O.E. (1979). Transaction-cost economics: The governance of contractual relations. *Journal of Law and Economics*, 1979, vol. 22, no. 2, pp. 233–261. Available at: DOI: <http://doi.org/10.1086/466942>.
4. Williamson O.E. (1991). Comparative economic organization: The analysis of discrete structural alternatives. *Administrative Science Quarterly*, 1991, vol. 36, no. 2, pp. 269–296. DOI: <http://doi.org/10.2307/2393356>.
5. Williamson O.E. Opportunism and its critics. *Managerial and Decision Economics*, 1993, vol. 14, issue 2, pp. 97–107. DOI: <http://doi.org/10.1002/MDE.4090140203>.
6. Williamson O.E. *The Economic Institutions of Capitalism: Firms, Markets, Relational Contracting*. Detroit: Free Press, 1998, 450 p. Available at: <https://archive.org/details/economicinstitut0000will>.
7. Williamson O.E. Strategy research: Governance and competence perspectives. *Strategic Management Journal*, 1999, vol. 20, issue 12, pp. 1087–1108. DOI: [http://doi.org/10.1002/\(SICI\)1097-0266\(199912\)20:12%3C1087::AID-SMJ71%3E3.0.CO;2-Z](http://doi.org/10.1002/(SICI)1097-0266(199912)20:12%3C1087::AID-SMJ71%3E3.0.CO;2-Z).
8. Williamson O.E. The New Institutional Economics: Taking Stock, Looking Ahead. *Journal of Economic Literature*, 2000, vol. 38, no. 3, pp. 595–613. DOI: <http://dx.doi.org/10.1257/jel.38.3.595>.
9. Williamson O.E. Transaction Cost Economics: The Origins. *Journal of Retailing*, 2010, vol. 86, issue 3, pp. 227–231. DOI: <http://doi.org/10.1016/j.jretai.2010.07.006>.
10. Benkler Y. *Coase's Penguin, or, Linux and The Nature of the Firm*. *Yale Law Journal*, 2002, vol. 112, no. 3, pp. 369–446. DOI: <http://doi.org/10.2307/1562247>.
11. Benkler Y. *The Wealth of Networks: How Social Production Transforms Markets and Freedom*. New Haven: Yale University Press, 2006, 527 p. Available at: [https://www.benkler.org/Benkler\\_Wealth\\_Of\\_Networks.pdf](https://www.benkler.org/Benkler_Wealth_Of_Networks.pdf).
12. Benkler Y. (2017). Peer production, the commons and the future of the firm. *Strategic Organization*, 2017, vol. 15, issue 2, pp. 264–274. DOI: <http://dx.doi.org/10.1177/1476127016652606>.
13. Furubotn E.G., Richter R. *Institutions and economic theory: The contribution of the new institutional economics*. Ann Arbor: University of Michigan Press, 1997, 542 p. DOI: <http://dx.doi.org/10.3998/mpub.6715>.
14. Popov E.V., Konovalov A.A. A model of information retrieval costs optimization. *Control Sciences*, 2008, no. 3, pp. 69–72. Available at: <https://www.mathnet.ru/rus/pu160>; <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=9955415>. EDN: <https://www.elibrary.ru/ijwflt>. (In Russ.)
15. Mantulenko A.V., Saraev A.L., Saraev L.A. On the theory of optimal allocation of production factors and transaction costs. *Vestnik of Samara State University. Series: Economics and Management*, 2013, no. 7 (108), pp. 117–126. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=20886447>. EDN: <https://www.elibrary.ru/rpbncv>. (In Russ.)
16. Saraev A.L., Saraev L.A. Optimization model of profit of organizations, considering superproportionally production and transaction costs. *Vestnik of Samara State University. Series: Economics and Management*, 2013, no. 10 (111), pp. 230–237. Available at: [http://vestnikoldsamgu.ssau.ru/articles/111\\_35.pdf](http://vestnikoldsamgu.ssau.ru/articles/111_35.pdf). (In Russ.)
17. Ilyina E.A. The model of formation of the optimal profit of the enterprise, taking into account the interaction of transformational and transactional costs. *Journal of Economy and entrepreneurship*, 2018, no. 12 (101), pp. 1191–1999. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=36722316>. EDN: <https://www.elibrary.ru/ywtdqd>. (In Russ.)
18. Ilyina E.A. To the calculation of the optimal profit of the enterprise, bearing production and transaction costs. *Journal of Economy and entrepreneurship*, 2019, no. 8 (111), pp. 842–849. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=41482468>. EDN: <https://www.elibrary.ru/fhjlby>. (In Russ.)
19. Ilyina E.A. Influence of transaction costs of a production enterprise on the formation of its profit. *Vestnik Samarskogo universiteta. Ekonomika i upravlenie = Vestnik of Samara University. Economics and Management*, 2020, vol. 11, no. 1, pp. 144–152. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=42834925>. EDN: <https://www.elibrary.ru/gryyvl>. (In Russ.)
20. Ilyina E.A., Saraev L.A. Dynamics of formation of economic indicators of a production enterprise under digital transformation. *Vestnik Samarskogo universiteta. Ekonomika i upravlenie = Vestnik of Samara University. Economics and Management*, 2020, vol. 11, no. 2, pp. 115–124. DOI: <http://doi.org/10.18287/2542-0461-2020-11-2-115-124>. EDN: <https://www.elibrary.ru/bzdhmh>. (In Russ.)
21. Ilyina E.A., Saraev L.A., Tyukavkin N.M. On the calculation of economic indicators of a manufacturing enterprise that implements innovative technologies. *Vestnik Samarskogo universiteta. Ekonomika i upravlenie = Vestnik of Samara University. Economics and Management*, 2019, vol. 10, no. 3, pp. 64–70. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=43137865>. EDN: <https://www.elibrary.ru/tqjapc>. (In Russ.)