



Определение дополнительных напряжений в коленчатом вале поршневого компрессора от действий вынужденных крутильных колебаний при резонансе

П. Н. Капустин

аспирант;
Московский государственный технический университет
имени Н. Э. Баумана, г. Москва;
email: pavel.kapustin.1991@gmail.com

В статье описаны причины возникновения крутильных колебаний в поршневой компрессорной установке, приведён порядок расчёта вынужденных крутильных колебаний при резонансе: построение эпюры крутящих моментов в коленчатом вале, гармонический анализ результирующего крутящего момента, определение амплитуд вынужденных крутильных колебаний и дополнительных касательных напряжений от действий крутильных колебаний. В работе представлен вывод математической зависимости для определения действительных амплитуд крутильных колебаний при резонансе на основе равенства работ возбуждающей гармоника и сил, демпфирующих крутильные колебания.

Ключевые слова: поршневой компрессор; крутильные колебания; коленчатый вал

Цитирование: Капустин, П. Н. Определение дополнительных напряжений в коленчатом вале поршневого компрессора от действий вынужденных крутильных колебаний при резонансе / П. Н. Капустин // Динамика и виброакустика. – 2025. – Т. 11, №1. – С. 62-77. DOI: 10.18287/2409-4579-2025-11-1-62-77

Введение

В наши дни идёт активное освоение новых месторождений полезных ископаемых (арктические месторождения нефти и газа, золоторудные месторождения в Якутии, Чукотке и т.д.), а также строительство новых газоперерабатывающих предприятий (газохимические комплексы в Амурской области, Приморском крае и т.д.). Большинство новых месторождений и предприятий располагаются в отдалённых труднодоступных уголках нашей страны. Такое расположение новых промышленных объектов диктует требования к массогабаритным характеристикам поставляемому оборудованию – новые установки, агрегаты должны быть мобильными и компактными, иметь возможность перевозки железнодорожным и автомобильным транспортом. Производители поршневых компрессоров повышают производительность установки с одновременным уменьшением массогабаритных характеристик за счёт увеличения частоты вращения коленчатого вала. Однако при эксплуатации поршневой компрессорной установки на повышенных оборотах возможны случаи, когда при определённой частоте вращения появляется чрезмерная вибрация и стук. При увеличении или снижении скорости вращения вала вибрация ослабевает, а затем исчезает. Причиной появления дополнительной вибрации на определённых частотах вращения коленчатого вала являются крутильные колебания.

Коленчатый вал под действием тангенциальных и радиальных сил испытывает переменные изгибные и касательные напряжения. Крутильные колебания вызывают дополнительные касательные напряжения. Вблизи резонанса значение касательных напряжений от действия крутильных колебаний могут достигать больших значений, что вкуче с напряжениями от действий тангенциальных и радиальных сил может привести к поломке вала. Коленчатый вал – критическая деталь поршневого компрессора. Его поломка приведёт к повреждению остальных деталей кривошипно-шатунного механизма и остановке работы всей установки. Поэтому на этапе проектирования поршневого компрессора необходимо корректно определить напряжение от действия тангенциальных и радиальных сил, а также от действия крутильных колебаний.

Определение значений изгибных и касательных напряжений под действием радиальных и тангенциальных сил является тривиальной задачей, её решение описано во множестве трудов, посвящённых компрессоростроению [1–5]. Однако в отечественной литературе практически отсутствует информация о расчёте крутильных колебаний в поршневых компрессорах. В работах [1–5] лишь подчеркивается важность определения значений касательных напряжений от действия крутильных колебаний, но отсутствует методика расчёта.

Крутильные колебания также возникают в двигателях внутреннего сгорания, и в литературе, посвящённой их проектированию [6–9], представлена методика определения касательных напряжений от действия крутильных колебаний. Однако данная методика может быть использована лишь для расчёта собственных крутильных колебаний. В двигателе внутреннего сгорания поршень является ведущим звеном, коленчатый вал – ведомым. В поршневом компрессоре наоборот: коленчатый вал – ведущее звено, поршень – ведомое. В поршневом компрессоре источником крутящего момента является привод компрессора, это необходимо учесть при определении результирующего крутящего момента для гармонического анализа. В поршневом компрессоре, за исключением одноступенчатой машины, каждый цилиндр имеет свою индикаторную диаграмму. Эти факторы не учитываются при расчётах крутильных колебаний в работах [6–9].

До недавнего времени отечественные производители поршневых компрессоров заказывали расчёт крутильных колебаний у зарубежных профильных компаний. Однако в 2022-ом году эти компании покинули отечественный рынок. В результате остро встал вопрос разработки собственной методики расчёта крутильных колебаний. Также, согласно проекту нового стандарта СТО ИНТИ S.60.1-2023 [10], анализ крутильных колебаний должен входить в объём документации, поставляемой вместе с поршневой компрессорной установкой. В данной статье приведён вывод математического выражения для определения действительных амплитуд вынужденных крутильных колебаний при резонансе и касательных напряжений от их действия с учётом следующих факторов:

- в поршневом компрессоре коленчатый вал является ведущим звеном, поршень – ведомым;
- в поршневом компрессоре каждый цилиндр имеет собственную индикаторную диаграмму.

1 Причины возникновения крутильных колебаний

На рисунке 1 представлены силы, действующие на механизм движения поршневого компрессора. На ось пальца (точка А, рисунок 1) действует суммарная сила P_{Σ} , направленная вдоль оси цилиндра. Суммарная сила P_{Σ} состоит из трёх слагаемых: сила давления газа на поршень P_r , сила инерции поступательно движущихся масс $J_{пс}$ и силы трения при поступательном движении $B_{пс}$. Суммарная сила P_{Σ} может быть разложена на две составляющие: нормальную силу, с которой поршень прижимается к цилиндру или крейцкопф к направля-

ющим, N и силу, действующую по шатуну, $P_{ш}$. В свою очередь сила, действующая по шатуну, $P_{ш}$ раскладывается на тангенциальную (T) и радиальную (Z) силы (точка В, рисунок 1). Именно тангенциальное (T) и радиальное (Z) усилия воспринимает шатунная шейка коленчатого вала.

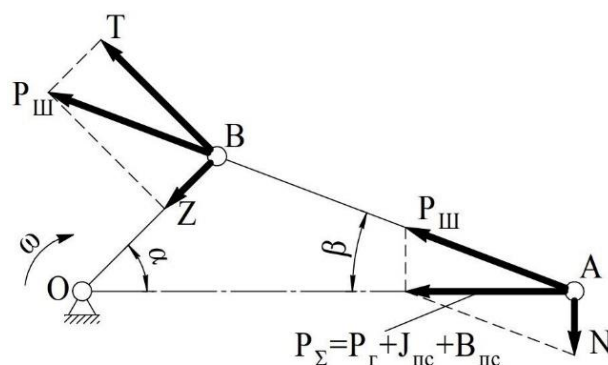


Рисунок 1 – Силы, действующие в механизме движения поршневого компрессора

$P_Г$ – газовая сила, действующая на поршень; $J_{пс}$ – сила инерции поступательно движущихся масс; $B_{пс}$ – сила трения в поступательно движущихся парах; $P_Σ$ – суммарная сила, направленная вдоль оси цилиндра; $P_{ш}$ – сила, действующая по шатуну; N – нормальная сила, с которой поршень прижимается к цилиндру или крейцкопф к направляющим; T – тангенциальная сила; Z – радиальная сила

Умножив значение тангенциальной силы T на расстояние между осями шатунной и коренной шеек R (отрезок OB на рисунке 1), получим значение крутящего момента на шатунной шейке $M_{кр}$:

$$M_{кр} = T \cdot R, \quad (1)$$

где $M_{кр}$ – крутящий момент, Н×м; T – тангенциальная сила, Н; R – расстояние между осями шатунной и коренной шеек, м.

Вследствие динамических свойств кривошипно-шатунного механизма, а также особенностей протекания рабочих процессов в компрессоре, диаграмма крутящего момента $M_{кр}$ представляет собой периодическую функцию от угла поворота шатунной шейки. Пример диаграммы крутящего момента, действующего на шатунную шейку, приведён на рисунке 2. Подробное описание динамического расчёта поршневого компрессора приведено в [5, 11].

В многорядном поршневом компрессоре крутящий момент на валу компрессора равен:

$$M_{Σкр} = \sum_{i=1}^n T_i \cdot R, \quad (2)$$

где $M_{Σкр}$ – суммарный крутящий момент от действия тангенциальных сил, Н×м; T_i – тангенциальная сила, создаваемая отдельным рядом компрессора, Н; R – расстояние между осями шатунной и коренной шеек, м; n – число рядов компрессора.

При сложении крутящих моментов (2) необходимо учесть развал колен коленчатого вала.

С точки зрения теории механизмов и машин суммарный крутящий момент на валу компрессора – это момент сопротивления, который привод компрессора должен преодолеть. Общий момент сопротивления на валу компрессора ($M_{сопр}$) равен:

$$M_{сопр} = M_{Σкр} + M_{тр.вр}, \quad (3)$$

где $M_{сопр}$ – момент сопротивления компрессора приводному двигателю, Н×м; $M_{Σкр}$ – суммарный крутящий момент от действия тангенциальных сил, Н×м; $M_{тр.вр}$ – момент сил трения во вращательно движущихся парах, Н×м.

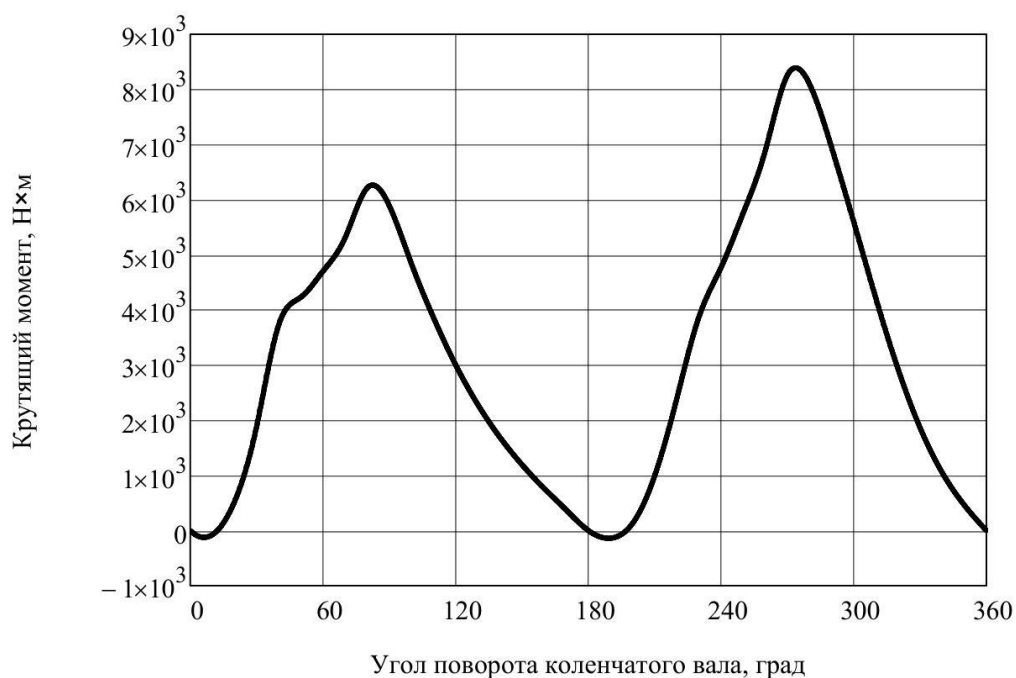


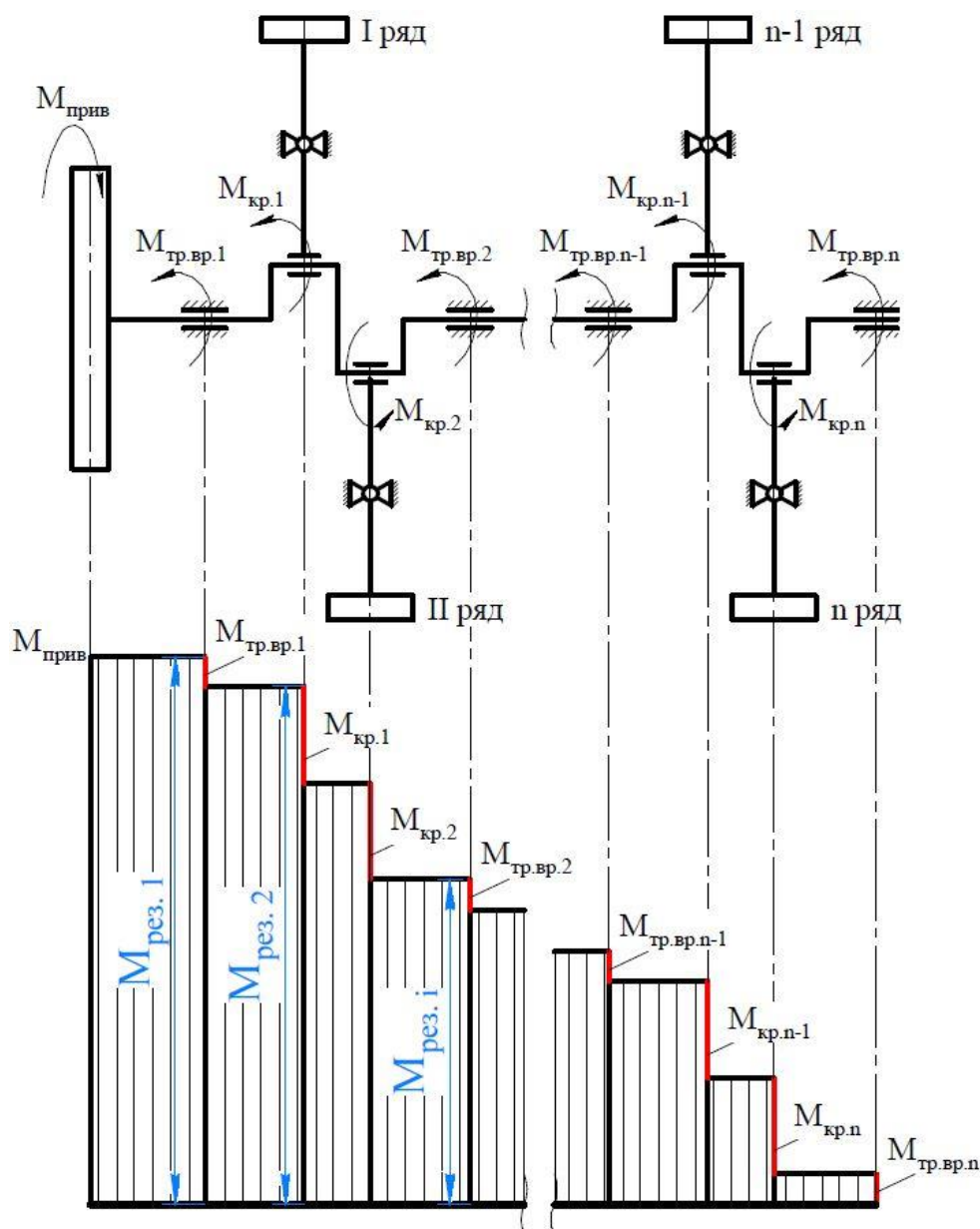
Рисунок 2 – Пример диаграммы крутящего момента

После проведения динамического расчёта строят эпюры крутящего и изгибающих моментов. Цель построения эпюр – определение значений напряжений от действий изгибающих и крутящих моментов и усилий, возникающих в подшипниковых опорах.

В поршневом компрессоре источником крутящего момента является привод. Поэтому построение эпюры крутящего момента начинается с маховика, на который действует крутящий момент со стороны привода $M_{прив}$. Далее определяются значения результирующих крутящих моментов в характерных точках: подшипниковые опоры и шатунные шейки. Поскольку моменты сил трения в подшипниковых опорах и крутящие моменты, действующие на шатунные шейки, являются моментами сопротивления, происходит уменьшение значения результирующего крутящего момента. На рисунке 3 в общем виде представлена эпюра крутящих моментов n -рядного поршневого компрессора в момент времени t_1 . Как было сказано выше, значения крутящих моментов от действия силы T меняются от угла поворота (рисунок 2). Следовательно, в каждый момент времени t_1 эпюра крутящих моментов будет разной, т.е. результирующий крутящий момент на шатунной шейке будет изменяться от угла поворота коленчатого вала. Вследствие переменного результирующего крутящего момента возникает периодическое закручивание участка коленчатого вала. Данные периодические закручивания, вызванные изменяющимся крутящим моментом, называются *крутильными колебаниями*.

Крутильные колебания могут быть двух видов: собственные, или свободные, и вынужденные.

Собственные, или свободные, колебания крутильной системы происходят тогда, когда система, выведенная из состояния покоя, совершает движение под действием только моментов сил упругости вала и моментов сил инерции связанных с ним масс, т.е. без воздействия на систему внешних сил и моментов.

Рисунок 3 – Эпюра крутящего момента n -рядного поршневого компрессора

$M_{прив}$ – крутящий момент приводного двигателя компрессора, Н×м; $M_{тр.вр.i}$ – момент сил трения в i -ом подшипников узле, Н×м; $M_{кр.i}$ – крутящий момент, создаваемый i -ым рядом компрессора, Н×м; $M_{рез.i}$ – результирующий крутящий момент, в i -ом сечении вала, Н×м

Вынужденные крутильные колебания возникают вследствие действия на коленчатый вал периодически изменяющихся крутящих моментов, вызывающих переменные упругие деформации скручивания отдельных участков вала.

При совпадении частот собственных колебаний и частот возмущающих моментов, т.е. при резонансах, амплитуды колебаний могут достигнуть критических значений, что может привести к поломке коленчатого вала (рисунок 4).

Переменные изгибающие моменты, вызванные периодически изменяющимися тангенциальными (T) и радиальными (Z) силами, также вызывают изгибные колебания. Однако экспериментальные исследования показывают, что вследствие относительно невысоких частот вращения коленчатого вала изгибные колебания намного менее опасные, и в первом приближении ими можно пренебречь [7].



Рисунок 4 – Усталостное разрушение коленчатого вала

2 Анализ вынужденных крутильных колебаний

Расчёт вынужденных крутильных колебаний начинается с гармонического анализа результирующего крутящего момента ($M_{рез. i}$, рисунок 3). Результирующий крутящий момент – это периодическая, но не гармоническая функция, т.е. нельзя определить период гармонического колебания. Однако данная функция удовлетворяет условию Дирихле: «Если в рассматриваемом промежутке функция ограничена, причём этот промежуток может быть разбит на конечное число частей, в каждой из которых данная функция непрерывна и монотонна, то эта функция может быть разложена в ряд Фурье» [6]:

$$M(t) = \frac{M_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (M_{Ak} \sin(k \cdot \omega \cdot t + \varepsilon_k)), \quad (4)$$

где

$$M_0 = \frac{2}{\tau} \int_0^{\tau} M(t) dt, \quad (5)$$

$$M_{ak} = \frac{2}{\tau} \int_0^{\tau} M(t) \cos(k\omega t) dt, \quad (6)$$

$$M_{bk} = \frac{2}{\tau} \int_0^{\tau} M(t) \sin(k\omega t) dt, \quad (7)$$

$$M_{Ak} = \sqrt{M_{ak}^2 + M_{bk}^2}, \quad (8)$$

$$\varepsilon_k = \arctan\left(\frac{M_{bk}}{M_{ak}}\right). \quad (9)$$

мент времени t , рад; k – порядок резонирующей гармоники, ω_c – угловая скорость собственных колебаний, рад/с; M_{Aki} – амплитудное значение гармонического возбуждающего момента k -ого порядка, действующего на i -ую крутильную массу, Н×м; ε_{ki} – начальная фаза гармонического возбуждающего момента k -ого порядка, действующего на i -ую крутильную массу, рад.

В правой части системы уравнений (11) возбуждающая гармоническая составляющая крутящего момента, полученная в результате разложения в ряд Фурье. Необходимо отметить, что в двигателях внутреннего сгорания амплитудное значение гармонического крутящего момента M_{Aki} и его начальная фаза ε_{ki} будут одинаковы для каждой i -ой крутильной массы, на которую он действует, будет лишь смещение фазы на величину угла развала колен. В поршневом компрессоре каждая ступень имеет свою индикаторную диаграмму, поэтому значения амплитуды возбуждающего момента и его начальная фаза для каждой крутильной массы будут разными.

Решение системы уравнений (11) имеет вид:

$$\varphi = A_i \cdot \sin(k \cdot \omega_c \cdot t - \gamma_{ki}), \quad (12)$$

где A_i – действительная амплитуда колеблющейся массы, рад; γ_{ki} – угол запаздывания, рад.

Вследствие наличия внешнего и внутреннего сопротивлений резонансные амплитуды будут возрастать до тех пор, пока не установится равновесие между энергией, сообщаемой системе возбуждающей гармоникой M_{ki} (работа внешних сил), и энергией, расходуемой на рассеивание полученной энергии (работа демпфирующих сил). Демпфирующие силы и моменты частично поглощают энергию колебаний, которая преобразуется в тепловую и отводится в окружающую среду [9].

При расчёте действительных амплитуд принимается, что при резонансе формы собственных и вынужденных колебаний совпадают [6, 9].

Элементарная работа гармонического возбуждающего момента k -ого порядка, действующего на i -ую массу:

$$dW_{ki} = M_i \cdot d\varphi_i = A_i \cdot M_{Aki} \cdot k \cdot \sin(k \cdot \omega_c \cdot t + \varepsilon_{ki}) \cdot \cos(k \cdot \omega_c \cdot t - \gamma_k) \cdot d\varphi. \quad (13)$$

Чтобы получить работу гармонического возбуждающего момента k -ого порядка за полный оборот вала, необходимо провести интегрирование в пределах цикла:

$$W_{ki} = \int_0^{\frac{2\pi}{k}} A_i \cdot M_{Aki} \cdot k \cdot \sin(k \cdot \omega_c \cdot t + \varepsilon_{ki}) \cdot \cos(k \cdot \omega_c \cdot t - \gamma_k) \cdot d\varphi. \quad (14)$$

Просуммировав W_{ki} каждой i -ой массы, получим полную работу гармонических возбуждающих моментов k -ого порядка:

$$W_k = \sum_{i=1}^n W_{ki} = \pi \cdot \sum_{i=1}^n (A_i \cdot M_{Aki} \cdot \sin(\varepsilon_{ki} + \gamma_k)). \quad (15)$$

В уравнении (15) неизвестными величинами являются действительные амплитуды колебаний A_i и угол запаздывания γ_{ki} . Поскольку вал жёсткий, и колебания крутильных масс происходит синхронно, угол запаздывания γ_{ki} для всех масс одинаков [6]. Определяется этот угол исходя из условия максимума работы возмущающих гармоник.

$$\frac{dW_k}{d\gamma_k} = \frac{d}{d\gamma_k} \left(\pi \cdot \sum_{i=1}^n M_{Aki} \cdot A_i \cdot \sin(\varepsilon_{ki} + \gamma_{ki}) \right) = 0. \quad (16)$$

Преобразовав уравнение (16), получим выражение для тангенса угла запаздывания:

$$\tan \gamma_k = \sum_{i=1}^n \frac{A_i \cdot M_{Aki} \cdot \cos \varepsilon_{ki}}{A_i \cdot M_{Aki} \cdot \sin \varepsilon_{ki}}. \quad (17)$$

Подставив значение тангенса угла запаздывания (17) в выражение (15), получим итоговую формулу для полной работы гармонических возбуждающих момента k -ого порядка:

$$W_k = \pi \cdot \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n (A_i \cdot M_{Aki} \cdot \sin \varepsilon_{ki}) \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n (A_i \cdot M_{Aki} \cdot \cos \varepsilon_{ki}) \right)^2}. \quad (18)$$

Демпфирующие силы, действующие в реальной системе, препятствуют увеличению амплитуды до бесконечности. В поршневом компрессоре демпфирование главным образом определяется силами трения во вращательных кинематических парах и силами внутреннего сопротивления (гистерезис).

Элементарная работа сил сопротивления i -ой массы равна:

$$dW_{\xi i} = M_{\xi i} d\varphi_i = \xi_i \cdot \frac{d\varphi_i}{dt} \cdot d\varphi_i = \xi_i \cdot A_i^2 \cdot k \cdot \omega_c \cdot (\cos(k \cdot \omega_c \cdot t - \gamma_k))^2 d\varphi, \quad (19)$$

где ξ_i – коэффициент трения.

Для каждого типа поршневого компрессора коэффициент трения ξ будет иметь собственное значение, которое определяется экспериментально. При проектном расчёте допустимо воспользоваться эмпирической зависимостью, предложенной Хольцером [6, 7]:

$$\xi_i = 0,41 \cdot J_{0i} \cdot \omega, \quad (20)$$

где J_{0i} – эквивалентный момент инерции i -ой кривошипно-шатунной массы; ω – угловая скорость колебания массы.

Тогда полная работа сил трения i -ой массы за один оборот равна:

$$W_{\xi i} = \int_0^{\frac{2\pi}{k}} dW_{\xi i} d\varphi = \int_0^{\frac{2\pi}{k}} \xi_i \cdot A_i^2 \cdot k \cdot \omega_c \cdot (\cos(k \cdot \omega_c \cdot t - \gamma_k))^2 d\varphi. \quad (21)$$

Просуммировав $W_{\xi i}$, получим полную работу сил трения:

$$W_{\xi} = \sum_{i=1}^n W_{\xi i} = \pi \cdot k \cdot \omega_c \cdot \sum_{i=1}^n \xi_i \cdot A_i^2. \quad (22)$$

Внутреннее трение в материале при циклических деформациях характеризуется зависимостью напряжений от деформации – петлёй гистерезиса. За каждый цикл колебаний рассеивается некоторое количество энергии ΔU . Это явление характеризуется коэффициентом поглощения ψ , который численно определяет долю рассеиваемой энергии [6].

Работа сил внутреннего сопротивления при кручении участка $[i, i+1]$:

$$W_{\psi i} = \Delta U_i = \psi \cdot U_i = \frac{\psi}{2} \cdot c_{i,i+1} \cdot (A_i - A_{i+1})^2, \quad (23)$$

где значения коэффициентов поглощения ψ при одноосном напряжённом состоянии.

Коэффициент поглощения ψ зависит от материала коленчатого вала и определяется экспериментально. При проектном расчёте коленчатого вала коэффициент поглощения допускается принять: 0,01–0,02 для стали, 0,2–0,3 для чугуна [9].

Просуммировав работу сил внутреннего сопротивления между всеми участками вала, получим полную работу сил внутреннего сопротивления:

$$W_{\psi} = \sum_{i=1}^{n-1} W_{\psi i} = \frac{\psi}{2} \cdot \sum_{i=1}^{n-1} c_{i,i+1} \cdot (A_i - A_{i+1})^2. \quad (24)$$

Суммарная работа демпфирующих сил равна:

$$W_{\text{демп}} = W_{\xi} + W_{\psi} = \pi \cdot k \cdot \omega_c \cdot \sum_{i=1}^n \xi_i \cdot A_i^2 + \frac{\psi}{2} \cdot \sum_{i=1}^{n-1} c_{i,i+1} \cdot (A_i - A_{i+1})^2. \quad (25)$$

Демпфирующие силы препятствуют увеличению амплитуд крутильных колебаний при резонансе до бесконечности. Амплитуды возрастают до тех пор, пока не установится равновесие между работами возмущающих сил W_K и сил сопротивления $W_{\text{демп}}$.

$$W_k = W_{\text{демп}}. \quad (26)$$

С учётом (18) и (25):

$$\begin{aligned} & \pi \cdot \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n (A_i \cdot M_{ki} \cdot \sin \varepsilon_{ki}) \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n (A_i \cdot M_{ki} \cdot \cos \varepsilon_{ki}) \right)^2} = \\ & = \pi \cdot k \cdot \omega_c \cdot \sum_{i=1}^n \xi_i \cdot A_i^2 + \frac{\psi}{2} \cdot \sum_{i=1}^{n-1} c_{i,i+1} \cdot (A_i - A_{i+1})^2. \end{aligned} \quad (27)$$

С учётом выражения для относительных амплитуд, определённых во время анализа собственных крутильных колебаний [3]:

$$a_1 = \frac{A_1}{A_1} = 1, \quad a_2 = \frac{A_2}{A_1}, \quad \dots, \quad a_i = \frac{A_i}{A_1}, \quad \dots, \quad a_n = \frac{A_n}{A_1}, \quad (28)$$

выражение (27) принимает следующий вид:

$$A_1 = \frac{\pi \cdot \sqrt{(\sum_{i=1}^n (a_i \cdot M_{Aki} \cdot \sin \varepsilon_{ki}))^2 + (\sum_{i=1}^n (a_i \cdot M_{Aki} \cdot \cos \varepsilon_{ki}))^2}}{\pi \cdot k \cdot \omega_c \cdot \sum_{i=1}^n \xi_i \cdot a_i^2 + \frac{\psi}{2} \cdot \sum_{i=1}^{n-1} c_{i,i+1} \cdot (a_i - a_{i+1})^2}. \quad (29)$$

С учётом (28) итоговое выражение для определения действительных амплитуд вынужденных крутильных колебаний:

$$A_i = a_i \cdot \frac{\pi \cdot \sqrt{(\sum_{i=1}^n (a_i \cdot M_{Aki} \cdot \sin \varepsilon_{ki}))^2 + (\sum_{i=1}^n (a_i \cdot M_{Aki} \cdot \cos \varepsilon_{ki}))^2}}{\pi \cdot k \cdot \omega_c \cdot \sum_{i=1}^n \xi_i \cdot a_i^2 + \frac{\psi}{2} \cdot \sum_{i=1}^{n-1} c_{i,i+1} \cdot (a_i - a_{i+1})^2}. \quad (30)$$

Конечная цель расчёта крутильных колебаний – определение дополнительных напряжений.

Вначале определяют моменты силы упругости для каждого участка вала:

$$M_{y\ i,i+1} = c_{i,i+1} \cdot (A_{i+1} - A_i), \quad (31)$$

где $M_{y\ i,i+1}$ – момент упругости участка вала между i -ой и $i+1$ -ой крутильной массами, Н×м; $c_{i,i+1}$ – крутильная жёсткость между i -ой и $i+1$ -ой крутильной массами, Н×м/рад; A_i – действительная амплитуда колеблющейся массы, рад.

А затем дополнительные касательные напряжения от действий крутильных колебаний:

$$\tau_{a\ i,i+1} = \pm \frac{M_{y\ i+1}}{W_{кр}}, \quad (32)$$

где $\tau_{a\ i,i+1}$ – амплитудное значение касательного напряжения участка вала между i -ой и $i+1$ -ой крутильной массами, МПа; $M_{y\ i,i+1}$ – момент упругости участка вала между i -ой и $i+1$ -ой крутильной массами, Н×м; $W_{кр}$ – полярный момент сопротивления поперечного сечения эквивалентного вала при кручении, м³.

3 Алгоритм расчёта вынужденных крутильных колебаний

Расчёт крутильных колебаний проводится в два этапа. Вначале проводят анализ свободных крутильных колебаний, из которого определяют относительные амплитуды каждой колеблющейся массы (a_i), формы колебаний и узловые точки (места, где максимальное дополнительное напряжение от действия крутильных колебаний), а также порядок резонирующих гармоник (k). Подробный алгоритм расчёта собственных крутильных колебаний коленчатого вала поршневого компрессора приведён в работе [12]. После необходимо выполнить следующую последовательность действий:

1. определить результирующий крутящий момент, действующий на каждую крутильную массу;
2. произвести гармонический анализ каждого результирующего крутящего момента согласно выражениям (4) – (9);
3. определить амплитуды вынужденных крутильных колебаний согласно формуле (30);
4. определить момент силы упругости для каждого участка вала по формуле (31);
5. вычислить дополнительные касательные напряжения от действия крутильных колебаний для каждого участка вала по формуле (32).

Полученные дополнительные значения касательных напряжений используются для определения эквивалентного коэффициента запаса при прочностном расчёте коленчатого вала.

4 Пример расчёта вынужденных крутильных колебаний

В статье [12] приведён расчёт крутильных колебаний коленчатого вала четырёхрядного поршневого компрессора для базы 4М16 (рисунок 6). Для данного вала получены следующие значения собственных частот [12]:

- 1-ая собственная частота – 5811 об/мин;

- 2-ая собственная частота – 11190 об/мин;
- 3-ья собственная частота – 28240 об/мин;
- 4-ая собственная частота – 29780 об/мин;
- 5-ая собственная частота – 50430 об/мин.

Поскольку частота вращения вала электродвигателя составляет 500 об/мин, при анализе вынужденных колебаний допустимо рассмотреть лишь первую собственную частоту, которая лежит между 10-ой и 11-ой гармониками (10).

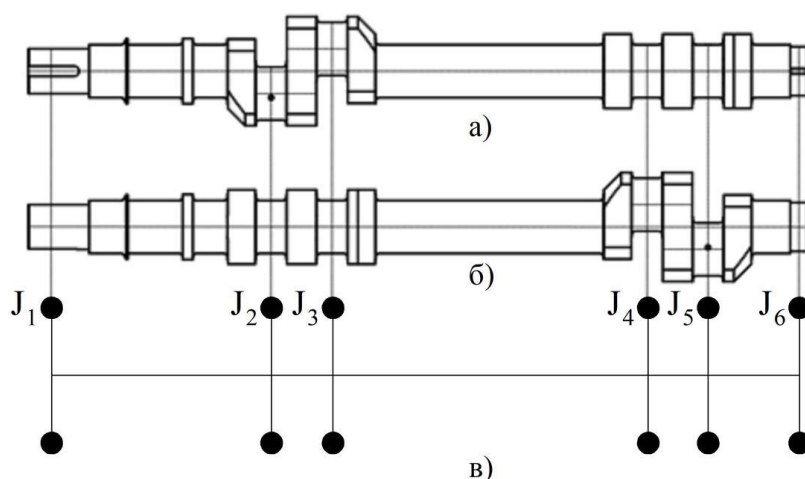


Рисунок 6 – коленчатый вал четырёхрядного поршневого компрессора для базы 4М16
а – вид спереди; б – вид сверху; в – эквивалентная схема; J_1 – момент инерции первой эквивалентной массы (маховик), $\text{кг}\times\text{м}^2$; J_2 – момент инерции второй эквивалентной массы (1-ый ряд), $\text{кг}\times\text{м}^2$; J_3 – момент инерции третьей эквивалентной массы (2-ой ряд), $\text{кг}\times\text{м}^2$; J_4 – момент инерции четвёртой эквивалентной массы (3-ий ряд), $\text{кг}\times\text{м}^2$; J_5 – момент инерции пятой эквивалентной массы (4-ый ряд), $\text{кг}\times\text{м}^2$; J_6 – момент инерции шестой эквивалентной массы (зубчатое колесо), $\text{кг}\times\text{м}^2$

Ниже представлен анализ вынужденных крутильных колебаний для четырёхступенчатого поршневого компрессора на базе 4М16. Для расчёта составлена шестимассовая эквивалентная схема (рисунок 6, в). В таблице 1 приведены параметры эквивалентной крутильной системы.

Таблица 1 – Параметры шестимассовой эквивалентной системы

Номер крутильной массы	Реальная колеблющаяся масса	Эквивалентный момент инерции, $\text{кг}\times\text{м}^2$
1	Маховик	89
2	1-ый ряд компрессора	36
3	2-й ряд компрессора	36
4	3-ий ряд компрессора	29
5	4-ый ряд компрессора	29
6	Зубчатое колесо для привода масляного насоса	3

В рассчитываемом компрессоре неравномерный результирующий крутящий момент возникает на 2 – 5 крутильных массах. Для данных эквивалентных масс в таблице 2 представлен гармонический анализ результирующего крутящего момента. В таблице приняты следующие обозначения: k – номер гармоники, $M_{\text{Ак}}$ – амплитуда возбуждающей гармоники, ϵ_k – начальная фаза возбуждающей гармоники.

Таблица 2 – Гармонический анализ результирующих крутящих моментов

k	2-ая крутильная масса		3-я крутильная масса		4-ая крутильная масса		5-ая крутильная масса	
	$M_{Ak}, \text{Н}\times\text{м}$	$\varepsilon_k, \text{рад}$	$M_{Ak}, \text{Н}\times\text{м}$	$\varepsilon_k, \text{рад}$	$M_{Ak}, \text{Н}\times\text{м}$	$\varepsilon_k, \text{рад}$	$M_{Ak}, \text{Н}\times\text{м}$	$\varepsilon_k, \text{рад}$
1	15291	1,145	12325	0,987	8873	0,254	4854	1,134
2	0,054	-1,138	0,159	-1,008	0,009	-1,898	0,017	-1,002
3	11304	-0,351	8561	-0,987	5464	-0,007	3724	-0,845
4	3685	1,474	1487	1,997	886	2,017	145	1,187
5	1681	0,659	518	1,477	435	0,922	240	0,025
6	0,075	0,231	0,150	0,987	0,108	1,250	0,002	0,954
7	826	1,481	456	1,997	302	1,018	188	0,145
8	1826	0,021	974	0,107	654	1,477	321	1,087
9	324	-1,173	120	-1,036	47	-0,947	12	-1,276
10	0,096	0,095	0,874	0,745	0,741	0,171	0,041	0,114
11	818	-0,824	641	-1,745	412	-1,012	147	-0,874
12	366	0,047	199	1,103	103	0,256	54	0,973

В таблице 3 приведены значения действительных амплитуд при резонансе

Таблица 3 – Значения действительных амплитуд вынужденных крутильных колебаний при резонансе

Номер крутильной массы	Действительная амплитуда колебания, град
1	0,171
2	0,266
3	0,243
4	0,023
5	0,023
6	0,171

В таблице 4 приведены значения момента упругости в каждом участке вала и дополнительные касательные напряжения от действия крутильных колебаний.

Таблица 4 – дополнительные касательные напряжения от действия крутильных колебаний

Номер участка	Момент упругости участка, $\text{Н}\times\text{м}$	Дополнительное касательное напряжение от действия крутильных колебаний, МПа
1-2	49152	14,2
2-3	51847	15,0
3-4	49671	14,3
4-5	26825	7,7
5-6	3065	0,9

Заключение

Крутильные колебания – опасное явление, которому подвержены все поршневые компрессоры вследствие динамических особенностей кривошипно-шатунного механизма. Повышенную опасность крутильные колебания представляют для современных быстроходных поршневых компрессоров. Однако все негативные последствия от действий крутильных колебаний можно предотвратить на этапе проектирования поршневого компрессора. В статье приведён вывод математической зависимости для определения дополнительных касательных напряжений от действий вынужденных крутильных колебаний при резонансе. Полученные значения дополнительных напряжений используются в дальнейшем прочностном расчёте коленчатого вала для определения уточнённого коэффициента запаса. Уточнённые значения напряжений в коленчатом вале позволят корректно определить геометрические размеры и материал коленчатого вала.

В статье представлена математическая модель для определения действительных амплитуд вынужденных крутильных колебаний при резонансе и касательных напряжений от их действия. Данная модель учитывает ключевые отличия расчёта вынужденных крутильных колебаний коленчатого вала двигателя внутреннего сгорания от крутильных колебаний коленчатого вала поршневого компрессора, а именно:

- в поршневом компрессоре коленчатый вал является ведущим звеном, поршень – ведомым;
- в поршневом компрессоре каждый цилиндр имеет собственную индикаторную диаграмму.

Представленная в статье теоретическая модель может лечь в основу программного комплекса для расчёта крутильных колебаний коленчатого вала в поршневых компрессорных установках.

Список использованных источников

1. Видякин, Ю. А. Оппозитные компрессоры / Ю. А. Видякин, Е. Б. Доброклонский, Т. Ф. Кондратьева. — 3-е изд., перераб и доп. — Ленинград : Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1961. — 458 с., ил.
2. Захаренко, С. Е. Поршневые компрессоры / С. Е. Захаренко, С. А. Анисимов, В. А. Дмитриевский, Г. В. Карпов, Б. С. Фотин; под общ. ред. С. Е. Захаренко. — Ленинград : Машгиз. Ленингр. отд-ние, 1979. — 279 с., ил.
3. Рыжов, Б. М. Авиационные поршневые компрессоры / Б. М. Рыжов — Москва : Оборонгиз, 1963. — 335с., ил.
4. Фотин, Б. С. Поршневые компрессоры: Учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности «Холодильные и компрессорные машины и установки» / Б. С. Фотин, И. Б. Пирумов, И. К. Прилуцкий, П. И. Пластинин; под. общ. ред. Б. С. Фотина. — Ленинград : Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1987. — 372 с., ил.
5. Френкель, М. И. Поршневые компрессоры. Теория, конструкция и основы проектирования / М. И. Френкель. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва : Машиностроение, 1969. — 744 с., ил.
6. Гоц, А. Н. Крутильные колебания коленчатых валов автомобильных и тракторных двигателей: учебное пособие / А. Н. Гоц. — Изд-во Владим. гос. ун-та, 2008. — 200 с.
7. Маслов, Г. С. Расчеты колебаний валов. Справочное пособие / Г. С. Маслов. — Москва : Машиностроение, 1968. — 272 с., ил.
8. Истомин, П. А. Крутильные колебания в судовых ДВС / П. А. Истомин. — Ленинград : Судостроение, 1968. — 303 с.
9. Краснокуцкий, А. Н. Расчёт коленчатого вала ДВС на крутильные колебания: Учебное пособие / А. Н. Краснокуцкий. — Москва : изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2002. — 36 с., ил.
10. СТО ИНТИ S.60.1-2023. Поршневые компрессорные установки для нефтегазопереработки и нефтехимии. Общие технические условия.
11. Пластинин, П. И. Поршневые компрессоры. Том 1. Теория и расчет / П. И. Пластинин. — 3-е изд., доп. — Москва : Колос, 2000. — 456 с.: ил. — Учебники и учебные пособия для студентов высших учебных заведений.
12. Капустин, П. Н. Определение собственных частот крутильных колебаний вала многорядного поршневого компрессора / П. Н. Капустин, Т. С. Дегтярева // Компрессорная техника и пневматика. — 2022. — №2. — С. 26-30.

Determination of additional stresses in the crankshaft of a reciprocating compressor caused by forced torsional vibrations at resonance point

P. N. Kapustin

Postgraduate Student;
Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian
Federation;
pavel.kapustin.1991@gmail.com

This paper presents the causes of torsional vibrations in a reciprocating compressor unit. The main stages of forced torsional vibration calculation are represented including plotting torque diagrams of the crankshaft, harmonic analysis of resulting torque, determination of torsional vibrations real amplitudes and additional shear stresses calculation caused by torsional vibrations at resonance point. Derivation of the mathematical equation for determining the real amplitudes of torsional vibrations is given in the article based on the equality of the works of external forces exciting torsional vibrations and forces damping the torsional vibrations.

Keywords: reciprocating compressor; torsional vibrations; crankshaft

Citation: Kapustin, P. N. (2025), "Determination of additional stresses in the crankshaft of a reciprocating compressor caused by forced torsional vibrations at resonance point", *Journal of Dynamics and Vibroacoustics*, vol. 11, no. 1, pp. 62-77. DOI: 10.18287/2409-4579-2025-11-1-62-77. (In Russian; abstract in English).

References

1. Vidyakin, Y. A., Dobroklonsky, E. B. and Kondratieva, T. F. (1979), *Oppozitnye kompressory* [Opposite compressors], 3rd ed., revised and enlarged, Mashinostroenie, Leningrad Department, Leningrad, 279 p., ill. (in Russian).
2. Zakharchenko, S. E., Anisimov, S. A., Dmitrevsky, V. A., Karpov, G. V. and Fotin B. S. (1979), *Porshnevye kompressory* [Reciprocating compressors], in Zakharchenko, S. E. (ed.), Mashgiz. Leningrad Department, Leningrad, 279 p., ill. (in Russian).
3. Ryzhov, B. M. (1963), *Aviatsionnye porshnevye kompressory* [Aviation reciprocating compressors], Oborongiz, Moscow, 335 pp.: ill. (in Russian).
4. Fotin, B. S., Pirumov, I. B., Prilutskiy, I. K. and Plastinin, P. I. (1987), *Porshnevye kompressory: Uchebnoe posobie dlya studentov vuzov, obuchayushchikhsya po spetsial'nosti "Kholodil'nye i kompressornye mashiny i ustanovki"* [Reciprocating compressors: A textbook for university students studying in the specialty "Refrigeration and compressor machines and units"], in Fotin, B. S. (ed.), Mashinostroenie, Leningrad Department, Leningrad, 372 p., ill. (in Russian).
5. Frenkel, M. I. (1969), *Porshnevye kompressory. Teoriya, konstruktsiya i osnovy proektirovaniya* [Reciprocating compressors. Theory, design and design principles], 3rd ed., revised and enlarged, Mashinostroenie, 744 p., ill. (in Russian).
6. Gots, A. N. (2008), *Krutil'nye kolebaniya kolenchatykh valov avtomobil'nykh i traktornykh dvigateley: uchebnoe posobie* [Torsional vibrations of crankshafts of automobile and tractor engines: a textbook], Publishing house of Vladimir state University, 200 p. (in Russian).
7. Maslov, G. S. (1968), *Raschety kolebaniy valov. Spravochnoe posobie* [Calculations of shaft vibrations. Reference manual], Mashinostroenie, Moscow, 272 p. (in Russian).
8. Istomin, P. A. (1968), *Krutil'nye kolebaniya v sudovykh DVS* [Torsional vibrations in marine internal combustion engines], Sudostroenie, Leningrad, 303 p. (in Russian).
9. Krasnokutsky, A. N. (2002), *Raschet kolenchatogo vala DVS na krutil'nye kolebaniya: Uchebnoe posobie* [Calculation of the internal combustion engine crankshaft for torsional vibrations: Textbook], Publishing house of Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 36 p., ill. (in Russian).

10. STO INTI S.60.1-2023. *Porshnevye kompressornye ustanovki dlya neftegazopererabotki i neftekhimii. Obshchie tekhnicheskie usloviya*. [Reciprocating compressor units for oil and gas refining and petrochemistry. General specifications]. (in Russian).
11. Plastinin, P. I. (2000), *Porshnevye kompressory. Tom 1. Teoriya i raschet* [Reciprocating compressors. Volume 1. Theory and calculation], 3rd ed., suppl, textbooks and teaching aids for students of higher educational institutions, Kolos, Moscow, 456 p.: ill. (in Russian).
12. Kapustin, P. N. and Degtyareva, T. S. (2022), “Undamped analysis of crankshaft torsional vibrations of a multi-row reciprocating compressor”, *Compressor technology and pneumatics*, no. 2, pp. 26-30. (in Russian).