

Раздел 2 МОДЕЛИ, СИСТЕМЫ, СЕТИ В ТЕХНИКЕ

Section 2 MODELS, SYSTEMS, NETWORKS IN THE TECHNIQUE

УДК 519.852
doi: 10.21685/2227-8486-2025-2-6

УЧЕТ ЗАДАННОГО УРОВНЯ ОШИБОК ПРИ ОЦЕНИВАНИИ ПАРАМЕТРОВ КУСОЧНО- ЛИНЕЙНОЙ РЕГРЕССИОННОЙ МОДЕЛИ

С. И. Носков¹, С. В. Беляев², Ю. А. Бычков³

^{1,2,3} Иркутский государственный университет путей сообщения, Иркутск, Россия
¹sergey.noskov.57@mail.ru, ²bsv2001@list.ru, ³nik24-11@mail.ru

Аннотация. *Актуальность и цели.* Разработку математических моделей сложных объектов принято сопровождать анализом их допустимости с привлечением как строгих формальных критериев и процедур, так и различных эвристических приемов. Это касается моделей любых типов, в том числе регрессионных. Целью исследования является разработка алгоритмического способа идентификации параметров кусочно-линейной регрессионной модели Леонтьева, обладающей максимальным числом допустимых ошибок аппроксимации. Это число может являться одним из критериев оценки адекватности (допустимости) регрессионных моделей. *Материалы и методы.* Для достижения поставленной цели применялся математический аппарат решения задач линейно-булева программирования. *Результаты.* Сформулированная задача сведена к задаче линейно-булева программирования приемлемой для реальных объектов размерности. *Выводы.* Описанный в работе подход позволяет обеспечить требуемый уровень допустимости ошибок аппроксимации кусочно-линейной регрессионной модели. Построена адекватная регрессионная модель алюминиевой промышленности Российской Федерации.

Ключевые слова: кусочно-линейная регрессионная модель, метод наименьших модулей, функция потерь, задача линейно-булева программирования, производство алюминия

Для цитирования: Носков С. И., Беляев С. В., Бычков Ю. А. Учет заданного уровня ошибок при оценивании параметров кусочно-линейной регрессионной модели // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. 2025. № 2. С. 75–84. doi: 10.21685/2227-8486-2025-2-6

ACCOUNTING FOR A GIVEN ERROR LEVEL IN ESTIMATION OF PARAMETERS OF A PIECEWISE- LINEAR REGRESSION MODEL

S.I. Noskov¹, S.V. Belyaev², Yu.A. Bychkov³

^{1,2,3} Irkutsk State Transport University, Irkutsk, Russia
¹sergey.noskov.57@mail.ru, ²bsv2001@list.ru, ³nik24-11@mail.ru

Abstract. *Background.* The development of mathematical models of complex objects is usually accompanied by an analysis of their admissibility using both strict formal criteria and procedures, and various heuristic techniques. This applies to models of any type, including regression. The aim of the study is to develop an algorithmic method for identifying parameters of the Leontiev piecewise linear regression model with the maximum number of admissible approximation errors. This number can be one of the criteria for assessing the adequacy (admissibility) of regression models. *Materials and methods.* To achieve the stated goal, the mathematical apparatus for solving linear Boolean programming problems was used. *Results.* The formulated problem is reduced to a linear Boolean programming problem of a dimension acceptable for real objects. *Conclusions.* The approach described in the work allows for an acceptable level of admissibility of approximation errors in a piecewise linear regression model. An adequate regression model of the aluminum industry of the Russian Federation has been constructed.

Keywords: piecewise linear regression model, least absolute values method, loss function, linear Boolean programming problem, aluminum production

For citation: Noskov S.I., Belyaev S.V., Bychkov Yu.A. Accounting for a given error level in estimation of parameters of a piecewise-linear regression model. *Modeli, sistemy, seti v ekonomike, tekhnike, prirode i obshchestve* = *Models, systems, networks in economics, technology, nature and society*. 2025;(2):75–84. (In Russ.). doi: 10.21685/2227-8486-2025-2-6

Введение

Разработку математических моделей сложных объектов принято сопровождать анализом их допустимости с привлечением как строгих формальных критериев и процедур, так и различных эвристических приемов. Это касается моделей любых типов, в том числе регрессионных. Так, в работе [1] исследуется широкое кластерное решение и показывается, что оно не является допустимым в некоторых моделях транспортных потоков. Для тех же моделей транспортных потоков, которые допускают такое решение, подробно обсуждается взаимосвязь между двумя важными параметрами управления и критическими плотностями, которые разделяют равновесное решение на устойчивые и неустойчивые области. В работе [2] рассматриваются проблемы асимптотической устойчивости, экспоненциальной устойчивости и допустимости для математической модели сингулярных систем с постоянным запаздыванием. При этом сингулярная система преобразуется в нейтральную дифференциальную систему. Получены некоторые достаточные условия устойчивости и допустимости решений новой нейтральной дифференциальной системы

с использованием интегральных неравенств, техники линейных матричных неравенств и содержательных функционалов Ляпунова – Красовского. В статье [3] рассматривается проблема асинхронной допустимости и обнаружения неисправностей для неявных марковских коммутационных систем с переменной задержкой в рамках скрытой модели. Основная цель – разработать асинхронный фильтр, чтобы такая система была стохастически допустимой (включая регулярную, безимпульсную и стохастически устойчивую допустимость) и имела приемлемое значение индекса производительности. Исследование [4] посвящено анализу восприятия студентами-математиками допустимости выводов, основанных на графических рассуждениях для доказательств исчисления. В работе [5] отмечается, что в иерархическом байесовском моделировании нормальных средних предварительную спецификацию обычно завершают, выбирая постоянную предварительную плотность для немоделируемых гиперпараметров (например, дисперсий и средних наивысшего уровня). При этом иерархические априорные вероятности для нормальных средних классифицируются с точки зрения допустимости и приемлемости результирующих оценок для довольно общего сценария.

В работе [6] рассматривается проблема допустимости среднего квадрата для класса стохастических сингулярных систем с переключением Пуассона. Доказывается эквивалентность между допустимостью среднего квадрата и надежной допустимостью детерминированной системы, что является расширением результата в этом случае. В исследовании [7] предлагается новое понятие допустимости в математическом моделировании финансовых рынков. Для функций полезности предлагается выделять минимальный набор простых стратегий при условиях, которые являются более мягкими, чем известное асимптотическое условие эластичности.

В статье [8] исследуется допустимость в двумерных сингулярных непрерывно-дискретных линейных системах, описываемых моделью Роессера. Выведены достаточные условия для существования контроллера обратной связи по состоянию, который гарантирует, что замкнутые системы являются допустимыми и надежно допустимыми. В исследовании [9] изучается модель линейной регрессии Гаусса (с неизвестными средним значением и дисперсией). Показывается, что стандартный доверительный набор для одного или двух коэффициентов регрессии допустим в смысле Джоши, что имеет важные последствия для производительности современных процедур вывода после выбора модели, особенно в ситуациях, когда число параметров больше длины выборки.

В работах [10, 11] используется понятие допустимой регрессионной модели – ее параметры должны быть согласованы с содержательным смыслом переменных, т.е. иметь соответствующие ему знаки, и, кроме того, значения критериев адекватности должны попадать в заданные диапазоны. К этим критериям, в частности, относятся: критерии Стьюдента, Фишера, множественной детерминации, смещения, Дарбина – Уотсона, Белсли – Ку – Велша, значения инфляционных факторов (для выявления мультиколлинеарности) и многие другие.

Интересные результаты, связанные с анализом допустимости математических моделей сложных систем, получены в работах [12] (анализ допустимости упрощения модели управления с запаздыванием при ее идентификации), [13] (задачи проверки допустимости и устранения особенностей входов арифметических выражений на основе эквивалентных преобразований представляющих

их полиномов), [14] (исследование допустимости равновесного моделирования необратимых процессов, явлений деградации и самоорганизации), [15] (проблемы алгоритмического распознавания допустимых правил вывода во временных многоагентных логиках), [16] (синтез ограниченных локально допустимых управлений динамического объекта, заданного стационарным нелинейным разностным оператором).

Целью настоящей работы является разработка алгоритмического способа идентификации параметров кусочно-линейной регрессионной модели Леонтьева, обладающей максимальным числом допустимых ошибок аппроксимации.

Материалы и методы

Рассмотрим кусочно-линейную регрессионную модель (функцию) Леонтьева (см., например, [17–19]):

$$y_k = \min \{a_1 x_{k1}, a_2 x_{k2}, \dots, a_m x_{km}\} + \varepsilon_k, \quad k = \overline{1, n}, \quad (1)$$

где y – зависимая переменная; $x_i, i = \overline{1, m}$ – независимые переменные; $a_i, i = \overline{1, m}$ – оцениваемые параметры; $\varepsilon_k, k = \overline{1, n}$ – ошибки аппроксимации; n – количество наблюдений (длина выборки данных). Все переменные в (1) детерминированы.

Модель (1) характерна в первую очередь тем, что значение выходной переменной определяется значением входного фактора, на котором сработал минимум, при этом увеличение других переменных не приводит к росту выходной переменной.

В работе [17] показано, что если определение оценок параметров модели (1) осуществляется по методу наименьших модулей (МНМ), т.е. минимизацией функции потерь

$$J(a) = \sum_{k=1}^n |\varepsilon_k|, \quad (2)$$

то эту задачу можно свести к задаче линейно-булева программирования (ЛБП).

Действительно, введем следующие обозначения:

$$u_k = \begin{cases} \varepsilon_k, & \varepsilon_k > 0, \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

$$v_k = \begin{cases} -\varepsilon_k, & \varepsilon_k < 0, \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

$$\sigma_{ki} = \begin{cases} 1, & \text{если минимум в (1) для } k\text{-го наблюдения достигнут} \\ & \text{на } i\text{-й компоненте,} \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

$$z_k = \min \{a_1 x_{k1}, a_2 x_{k2}, \dots, a_m x_{km}\} + \varepsilon_k, \quad k = \overline{1, n}.$$

Легко видеть, что справедливы равенства:

$$\varepsilon_k = u_k - v_k, |\varepsilon_k| = u_k + v_k, u_k v_k = 0, k = \overline{1, n}.$$

Таким образом, задача минимизации функции (2) сводится к следующей задаче ЛБП:

$$\sum_{k=1}^n (u_k + v_k) + \rho \sum_{i=1}^m a_i \rightarrow \min, \quad (3)$$

$$z_k + u_k - v_k = y_k, k = \overline{1, n}, \quad (4)$$

$$z_k \leq a_i x_{ki}, k = \overline{1, n}, i = \overline{1, m}, \quad (5)$$

$$a_i x_{ki} - z_k + M\sigma_{ki} \leq M, k = \overline{1, n}, i = \overline{1, m}, \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^m \sigma_{ki} = 1, k = \overline{1, n}, \quad (7)$$

$$\sigma_{ki} \in \{0, 1\}, k = \overline{1, n}, i = \overline{1, m}, \quad (8)$$

$$u_k \geq 0, v_k \geq 0, k = \overline{1, n}. \quad (9)$$

Здесь M и ρ – заданные большая и малая положительные константы. Второе слагаемое в целевой функции (3) обеспечивает единственность решения задачи (3)–(9) [18, 19].

Пусть в качестве одного из критериев допустимости модели (1) выделено число ошибок аппроксимации, не превышающих некоторый заданный уровень d . Поставим задачу максимизации этого критерия для кусочно-линейной регрессии (1).

Результаты и обсуждение

Формально эта задача может быть поставлена следующим образом. Сформируем множество S :

$$S = \{k \in \{1, 2, \dots, n\} \mid |\varepsilon_k| \leq d\}.$$

Тогда задача максимизации числа допустимых ошибок аппроксимации для кусочно-линейной регрессии (1) может быть поставлена следующим образом:

$$|S| \rightarrow \max, \quad (10)$$

где $|S|$ – число элементов в множестве S .

Для решения задачи (10) применим прием, использованный в работе [20] при решении задачи максимизации числа допустимых ошибок аппроксимации линейной регрессионной модели.

Сформируем ограничения:

$$u_k + v_k + M\delta_k \leq M + d, k = \overline{1, n}, \quad (11)$$

$$\delta_k \in \{0, 1\}, k = \overline{1, n}. \quad (12)$$

Тогда задача (10) сводится к задаче ЛБП с ограничениями (4)–(9), (11), (12) и целевой функцией

$$-\sum_{k=1}^n \delta_k + \rho_1 \sum_{k=1}^n (u_k + v_k) + \rho \sum_{i=1}^m a_i \rightarrow \min, \quad (13)$$

где ρ_1 – малая положительная константа.

Эта задача имеет $4n + m(n + 1)$ переменных, из которых $n(m + 1)$ – булевы, и $2n(m + 1) + 1$ ограничений, не считая условий неотрицательности.

Применим описанный выше алгоритмический способ для построения кусочно-линейной модели алюминиевой промышленности Российской Федерации. Введем следующие обозначения:

y – производство первичного алюминия, тыс. т;

x_1 – производство глинозема, тыс. т;

x_2 – добыча бокситов, млн т.

В табл. 1 приведены значения выделенных показателей за 2007–2023 гг. [21–25].

Таблица 1

Исходные данные для моделирования

y	x_1	x_2
4,202	11,347	18,5
4,424	11,317	19,1
3,946	7,278	11,3
4,083	7,84	11,8
4,123	8,154	13,5
4,173	7,477	12,4
3,857	7,31	11,9
3,601	7,253	12,1
3,645	7,402	12,1
3,685	7,536	12,2
3,707	7,773	11,6
3,753	7,774	13,9
3,757	7,858	16,1
3,755	8,182	14,8
3,764	8,304	15
3,835	5,953	12,3
3,848	5,134	13,4

Будем строить модель

$$y_k = \min\{a_1 x_{k1}, a_2 x_{k2}\} + \epsilon_k, \quad k = \overline{1, 17}. \quad (14)$$

Вначале построим ее с помощью МНМ путем решения задачи ЛБП (3)–(9):

$$y_k = \min\{0,49x_{k1}, 0,32x_{k2}\} + \epsilon_k, \quad k = \overline{1, 17}, \quad (15)$$

$$U = 7,107,$$

где

$$U = \sum_{k=1}^{17} |\varepsilon_k| = \sum_{k=1}^{17} (u_k + v_k).$$

Анализ модулей ошибок аппроксимации модели (15) показывает, что они располагаются на отрезке $[0, 1,34]$. Зададим допустимый уровень ошибок $d = 0,2$. Ему соответствуют 7 ошибок модели из 17, т.е. $|S| = 7$. Попытаемся увеличить это значение путем решения задачи ЛБП (4)–(9), (11), (12), (13). В результате получим модель

$$y_k = \min\{0,5x_{k1}, 0,3x_{k2}\} + \varepsilon_k, \quad k = \overline{1,17}, \quad (16)$$

$$U = 7,349, |S| = 9.$$

Таким образом, при некотором росте (на 0,242, или на 3,4 %) суммы модулей ошибок модель (16) обладает девятью (увеличение на 2, или на 28,6 %) допустимыми значениями ошибок. При этом сами оценки параметров изменились весьма незначительно.

Заметим, что время решения задачи ЛБП (4)–(9), (11), (12), (13) с помощью специализированной программы LPsolve, размещенной в сети Интернет в свободном доступе, составило 0,5 с.

Заключение

В работе предложен алгоритмический способ максимизации числа допустимых модулей ошибок аппроксимации кусочно-линейной регрессионной модели, сводящийся к решению задачи линейно-булева программирования приемлемой для реальных объектов размерности. Построена кусочно-линейной модель алюминиевой промышленности Российской Федерации, в которой в качестве независимых переменных задействованы объемы производства глинозема и добычи бокситов.

Список литературы

1. Xu R.-Y., Zhang P., Dai S.-Q., Wong S. C. Admissibility of a Wide Cluster Solution in "Anisotropic" Higher-Order Traffic Flow Models // SIAM Journal on Applied Mathematics. 2007. Vol. 68. P. 562–573.
2. Yiğit A., Tun C. On the stability and admissibility of a singular differential system with constant delay // International Journal of Mathematics and Computer Science. 2020. Vol. 15. P. 641–660.
3. Zhuang G., Xia J., Sun W. [et al.]. Asynchronous admissibility and fault detection for delayed implicit Markovian switching systems under hidden Markovian model mechanism // International Journal of Robust and Nonlinear Control. 2021. Vol. 31. P. 7261–7279.
4. Zhen B., Weber K., Mejia-Ramos J. P. Mathematics Majors' Perceptions of the Admissibility of Graphical Inferences in Proofs // International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education. 2016. Vol. 2. P. 1–29.
5. Berger J. O., Strawderman W. E. Choice of Hierarchical Priors: Admissibility in Estimation of Normal Means // The Annals of Statistics. 1996. Vol. 24. P. 931–951.
6. Jiao T., Zong G., Pang G., [et al.] Admissibility analysis of stochastic singular systems with Poisson switching // Applied Mathematics and Computation. 2020. Vol. 386. P. 1–14.

7. Biagini S., Černý A. Admissible Strategies in Semimartingale Portfolio Selection // *SIAM Journal on Control and Optimization*. 2011. Vol. 49. P. 42–72.
8. Benamar M. N., Ghezzar M. A., Bouagada D., Benyettou K. On the admissibility and robust stabilization of 2D singular continuous–discrete linear systems // *International Journal of Dynamics and Control*. 2024. Vol. 12. P. 1728–1742.
9. Leeb H., Kabaila P. Admissibility of the Usual Confidence Set for the Mean of a Univariate or Bivariate Normal Population: The Unknown Variance Case // *Journal of the Royal Statistical Society. Series B: Statistical Methodology*. 2017. Vol. 79. P. 801–813.
10. Носков С. И. Технология моделирования объектов с нестабильным функционированием и неопределенностью в данных. Иркутск : Облформпечать, 1996. 320 с.
11. Носков С. И. Реализация конкурса регрессионных моделей с применением критерия согласованности поведения // *Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Системный анализ и информационные технологии*. 2021. № 2. С. 153–160.
12. Пякилла Б. И., Жмудь В. А. Корректная идентификация объекта с запаздыванием для управления им // *Автоматика и программная инженерия*. 2015. № 3 (13). С. 51–57.
13. Сметанин Ю. Г., Ульянов М. В. Алгебраическая структура с частичными операциями и модель вычислений для арифметики ограниченных целых неотрицательных чисел // *Вычислительные технологии*. 2013. Т. 18, № 4. С. 48–63.
14. Каганович Б. М., Стенников В. А. Развитие положений и моделей классической равновесной термодинамики и их приложения в энергетических исследованиях // *Известия Российской академии наук. Энергетика*. 2018. № 6. С. 76–87.
15. Рыбаков В. В. Динамические временные операции в мультиагентных логиках // *Алгебра и логика*. 2022. Т. 61, № 5. С. 600–618.
16. Ефремов А. А. Обобщенный проекционный оператор решения задач стабилизации программных движений // *Известия Тульского государственного университета. Технические науки*. 2024. № 7. С. 230–235.
17. Носков С. И., Лоншаков Р. В. Идентификация параметров кусочно-линейной регрессии // *Информационные технологии и проблемы математического моделирования сложных систем*. 2008. № 6. С. 63–64.
18. Носков С. И., Хоняков А. А. Кусочно-линейные регрессионные модели объемов перевозки пассажиров железнодорожным транспортом // *Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе*. 2021. № 4 (40). С. 80–89.
19. Носков С. И., Жукова М. С., Кириллова Т. К. [и др.]. Уточнение способов идентификации параметров некоторых кусочно-линейных регрессий // *Научные труды КубГТУ*. 2023. № 2. С. 75–81.
20. Носков С. И., Шахуров А. Н. Максимизация числа допустимых ошибок аппроксимации при построении линейной регрессионной модели // *Вестник Югорского государственного университета*. 2024. Т. 20, № 3. С. 57–62.
21. Российский статистический ежегодник. 2010 : стат. сб. М. : Росстат, 2010. 813 с.
22. Российский статистический ежегодник. 2016 : стат. сб. М. : Росстат, 2016. 725 с.
23. Российский статистический ежегодник. 2018 : стат. сб. М. : Росстат, 2018. 694 с.
24. Российский статистический ежегодник. 2022 : стат. сб. М. : Росстат, 2022. 691 с.
25. Российский статистический ежегодник. 2023 : стат. сб. М. : Росстат, 2023. 701 с.

References

1. Xu R.-Y., Zhang P., Dai S.-Q., Wong S.C. Admissibility of a Wide Cluster Solution in "Anisotropic" Higher-Order Traffic Flow Models. *SIAM Journal on Applied Mathematics*. 2007;68:562–573.

2. Yi'git A., Tun C. On the stability and admissibility of a singular differential system with constant delay. *International Journal of Mathematics and Computer Science*. 2020;15:641–660.
3. Zhuang G., Xia J., Sun W. et al. Asynchronous admissibility and fault detection for delayed implicit Markovian switching systems under hidden Markovian model mechanism. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*. 2021;31:7261–7279.
4. Zhen B., Weber K., Mejia-Ramos J.P. Mathematics Majors' Perceptions of the Admissibility of Graphical Inferences in Proofs. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*. 2016;2:1–29.
5. Berger J.O., Strawderman W.E. Choice of Hierarchical Priors: Admissibility in Estimation of Normal Means. *The Annals of Statistics*. 1996;24:931–951.
6. Jiao T., Zong G., Pang G. et al. Admissibility analysis of stochastic singular systems with Poisson switching. *Applied Mathematics and Computation*. 2020;386:1–14.
7. Biagini S., Černý A. Admissible Strategies in Semimartingale Portfolio Selection. *SIAM Journal on Control and Optimization*. 2011;49:42–72.
8. Benamar M.N., Ghezzer M.A., Bouagada D., Benyettou K. On the admissibility and robust stabilization of 2D singular continuous–discrete linear systems. *International Journal of Dynamics and Control*. 2024;12:1728–1742.
9. Leeb H., Kabaila P. Admissibility of the Usual Confidence Set for the Mean of a Univariate or Bivariate Normal Population: The Unknown Variance Case. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B: Statistical Methodology*. 2017;79:801–813.
10. Noskov S.I. *Tekhnologiya modelirovaniya ob"ektov s nestabil'nym funktsionirovaniem i neopredelennost'yu v dannyykh = Technology for modeling objects with unstable functioning and uncertainty in data*. Irkutsk: Oblinformpechat', 1996:320. (In Russ.)
11. Noskov S.I. Implementation of a competition of regression models using the criterion of consistency of behavior. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Sistemnyy analiz i informatsionnye tekhnologii = Bulletin of Voronezh State University. Series: System Analysis and Information Technology*. 2021;(2):153–160. (In Russ.)
12. Pyakillya B.I., Zhmud' V.A. Correct identification of an object with a delay for its management. *Avtomatika i programmnaya inzheneriya = Automation and software engineering*. 2015;(3):51–57. (In Russ.)
13. Smetanin Yu.G., Ul'yanov M.V. An algebraic structure with partial operations and a computational model for arithmetic of bounded non-negative integers. *Vychislitel'nye tekhnologii = Computing technologies*. 2013;18(4):48–63. (In Russ.)
14. Kaganovich B.M., Stennikov V.A. Development of the principles and models of classical equilibrium thermodynamics and their applications in energy research. *Izvestiya Rossiyskoy akademii nauk. Energetika = Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Energy industry*. 2018;(6):76–87. (In Russ.)
15. Rybakov V.V. Dynamic time operations in multi-agent logics. *Algebra i logika = Algebra and Logic*. 2022;61(5):600–618. (In Russ.)
16. Efremov A.A. Generalized projection operator for solving problems of program motion stabilization. *Izvestiya Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Tekhnicheskie nauki = Proceedings of Tula State University. Technical sciences*. 2024;(7):230–235. (In Russ.)
17. Noskov S.I., Lonshakov R.V. Identification of piecewise linear regression parameters. *Informatsionnye tekhnologii i problemy matematicheskogo modelirovaniya slozhnykh sistem = Information technologies and problems of mathematical modeling of complex systems*. 2008;(6):63–64. (In Russ.)
18. Noskov S.I., Khonyakov A.A. Piecewise linear regression models of passenger transportation volumes by long-distance transport. *Modeli, sistemy, seti v ekonomike, tekhnike, prirode i obshchestve = Models, systems, and networks in economics, technology, nature, and society*. 2021;(4):80–89. (In Russ.)

19. Noskov S.I., Zhukova M.S., Kirillova T.K. et al. Refinement of methods for identifying parameters of some piecewise linear regressions. *Nauchnye trudy KubGTU = Scientific works of KubSTU*. 2023;(2):75–81. (In Russ.)
20. Noskov S.I., Shakhurov A.N. Maximizing the number of acceptable approximation errors when building a linear regression model. *Vestnik Yugorskogo gosudarstvennogo universiteta = Bulletin of Ugra State University*. 2024;20(3):57–62. (In Russ.)
21. *Rossiyskiy statisticheskiy ezhegodnik. 2010: stat. sb. = Russian Statistical Yearbook. 2010 : stat. collecting*. Moscow: Rosstat, 2010:813. (In Russ.)
22. *Rossiyskiy statisticheskiy ezhegodnik. 2016: stat. sb. = Russian Statistical Yearbook. 2016 : stat. collecting*. Moscow: Rosstat, 2016:725. (In Russ.)
23. *Rossiyskiy statisticheskiy ezhegodnik. 2018: stat. sb. = Russian Statistical Yearbook. 2018 : stat. collecting*. Moscow: Rosstat, 2018:694. (In Russ.)
24. *Rossiyskiy statisticheskiy ezhegodnik. 2022: stat. sb. = Russian Statistical Yearbook. 2022 : stat. collecting*. Moscow: Rosstat, 2022:691. (In Russ.)
25. *Rossiyskiy statisticheskiy ezhegodnik. 2023: stat. sb. = Russian Statistical Yearbook. 2023 : stat. collecting*. Moscow: Rosstat, 2023:701. (In Russ.)

Информация об авторах / Information about the authors

Сергей Иванович Носков

доктор технических наук, профессор,
профессор кафедры информационных
систем и защиты информации,
Иркутский государственный
университет путей сообщения
(Россия, г. Иркутск,
ул. Чернышевского, 15)
E-mail: sergey.noskov.57@mail.ru

Sergei I. Noskov

Doctor of technical sciences, professor,
professor of the sub-department
of information systems and
information security,
Irkutsk State Transport University
(15 Chernyshevskogo street, Irkutsk, Russia)

Сергей Вячеславович Беляев

магистрант кафедры информационных
систем и защиты информации,
Иркутский государственный
университет путей сообщения
(Россия, г. Иркутск,
ул. Чернышевского, 15)
E-mail: bsv2001@list.ru

Sergey V. Belyaev

Master degree student of the
sub-department of information
systems and information security,
Irkutsk State Transport University
(15 Chernyshevskogo street, Irkutsk, Russia)

Юрий Александрович Бычков

аспирант кафедры информационных
систем и защиты информации,
Иркутский государственный
университет путей сообщения
(Россия, г. Иркутск,
ул. Чернышевского, 15)
E-mail: nik24-11@mail.ru

Yuriy A. Bychkov

Postgraduate student of the sub-department
of information systems and
information security,
Irkutsk State Transport University
(15 Chernyshevskogo street, Irkutsk, Russia)

**Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов /
The authors declare no conflicts of interests.**

Поступила в редакцию/Received 05.12.2024

Поступила после рецензирования/Revised 14.01.2025

Принята к публикации/Accepted 17.06.2025