

УДК 519.876.5:62-713

doi 10.25209/2079-3316-2024-15-1-31-40



# Оптимальное распределение площади радиаторов в погружных системах охлаждения высокопроизводительных вычислительных комплексов

Сергей Анатольевич **Амелькин**<sup>✉</sup>

Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации,  
Москва, Россия

✉ [amelkin@ist.education](mailto:amelkin@ist.education)

**Аннотация.** Рассмотрена задача минимизации температуры процессора при заданном тепловом потоке путем выбора распределения площади радиатора при контакте с омывающим его хладагентом. Эта задача эквивалентна задаче минимизации среднего (по координате) производства энтропии. Распределение тепловой нагрузки и ограничение общей площади радиатора являются условиями задачи. Показано, что оптимальное решение обеспечивает минимальную температуру процессора в погружных жидкостных системах охлаждения.

**Ключевые слова и фразы:** Погружные системы охлаждения, площадь радиатора, процессы минимальной диссипации

**Благодарности:** Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-21-00173

Для цитирования: Амелькин С. А. *Оптимальное распределение площади радиаторов в погружных системах охлаждения высокопроизводительных вычислительных комплексов* // Программные системы: теория и приложения. 2024. Т. 15. № 1(60). С. 31–40. [https://psta.psiras.ru/read/psta2024\\_1\\_31-40.pdf](https://psta.psiras.ru/read/psta2024_1_31-40.pdf)

## Введение

Погружные жидкостные системы охлаждения высокопроизводительных вычислительных комплексов позволяют поддерживать необходимые для нормальной работы процессоров температурные режимы при различных климатических условиях. Благодаря тому, что коэффициент теплоотдачи от радиатора к жидкости приблизительно в 100 раз больше, чем к воздуху [1], использование стандартных, предназначенных для воздушных систем охлаждения, радиаторов обеспечивает охлаждение процессоров. Однако, эффективность системы охлаждения может быть повышена за счет оптимального распределения площади радиатора. Это особенно актуально при увеличении мощности процессоров.

Так, например, существенным для эффективности вычислительных процессов параметром является плотность процессоров, так что решение задач будет лучше организовано при небольшом количестве мощных процессоров, чем при большом количестве процессоров той же суммарной мощности [1]. Таким образом, для организации вычислительного процесса выгодно увеличить вычислительную мощность процессоров, т. е. «разогнать» процессоры вычислительного комплекса.

Задача оптимального распределения температур хладагента при различных моделях потока хладагента подробно рассмотрена в [3]. В [4] рассмотрена задача выбора оптимального режима для погружных однофазных и двухфазных жидкостных систем охлаждения. Критерием оптимальности в рассмотренных задачах является производство энтропии в теплообменном аппарате как термодинамической системе. Условиями задачи является заданное общее количество переданного тепла и начальные значения температур теплоносителей. Минимум среднего производства энтропии позволяет обеспечить эффективное охлаждение хладагентом максимальной начальной температуры при заданной общей площади контакта между хладагентом и радиатором. При решении задач предполагалось, что коэффициент теплоотдачи и температура процессора заданы. В реальных системах теплопередача от процессора к хладагенту организуется через радиатор, площадь поверхности которого может быть функцией координаты, а температура процессора определяется заданным полем теплового потока [5].

## Постановка задачи

Увеличение производительности процессоров сопровождается значительным повышением тепловыделения, а это значит, что при тех же условиях отвода тепла работа в режиме «турбо» приведет к нагреву процессора. Поскольку тепловыделение функционально зависит только от вычислительной производительности процессора, а в широком диапазоне температур верхний предел вычислительной производительности процессора можно считать постоянным, при постановке задачи следует в качестве параметра выбрать не температуру процессора, а интенсивность теплового потока.

Современные процессоры нуждаются в качественном охлаждении даже при работе в номинальном режиме. При разгоне процессоров наблюдается если не нестабильность работы, то по крайней мере температурный троттлинг. Поэтому производители процессоров устанавливают жесткие ограничения на температурный режим, в котором можно увеличивать производительность процессора. В результате режим «турбо» в существующих системах может поддерживаться только в течение непродолжительного времени, что нивелирует преимущества режима «турбо».

Задача повышения производительности вычислительного комплекса состоит в том, чтобы при заданном тепловом потоке минимизировать температуру процессора. Эта задача эквивалентна [3] задаче минимизации среднего (по координате) производства энтропии, формальная постановка которой для ньютоновского закона теплоотдачи  $q(l) = \alpha(l)(T_0(l) - T(l))$  имеет вид

$$(1) \quad \sigma = \int_0^L q(l) \left[ \frac{1}{T(l)} - \frac{1}{\frac{q(l)}{\alpha(l)} + T(l)} \right] dl \rightarrow \min_{\alpha(l)} \begin{cases} \int_0^L \alpha(l) dl = A; \\ \frac{dT}{dl} = \frac{q(l)}{W}, \quad T(0) = T_1; \\ T_0(l) = \frac{q(l)}{\alpha(l)} + T(l) \leq T_m, \end{cases}$$

где:  $l$  – координата процесса (м), соответствующая направлению потока хладагента, омывающего радиатор ( $l \in [0, L]$ ),  $L$  – длина радиатора);

$q(l)$  – удельный тепловой поток ( $\text{Вт}/\text{м}$ ), определяемый вычислительной нагрузкой процессора;

$T_0(l)$  – температура радиатора (К) при контакте с хладагентом; будем предполагать, что вследствие высокой теплопроводности материала радиатора, небольшой высоты ламелей и низкого термического сопротивления при контакте радиатора с процессором температура радиатора в каждой точке  $l$  одинакова и приблизительно равна температуре процессора, при этом накладывается дополнительное ограничение на максимальное значение  $T_0(l) \leq T_m$ ;

$T(l)$  – температура хладагента (К), изменение которой определяется тепловым потоком  $q(l)$  от радиатора к хладагенту и теплоемкостью хладагента  $W(l)$  ( $\text{К}/\text{Вт}$ ), равной произведению массового расхода на удельную теплоемкость хладагента;

$\alpha(l)$  – удельный коэффициент теплоотдачи ( $\text{Вт}/\text{м} \cdot \text{К}$ ), линейно зависящий от площади контакта радиатора с хладагентом; ограничение на общую площадь радиатора, пренебрегая зависимостью коэффициента теплоотдачи от скорости потока хладагента можно заменить на ограничение на среднее значение  $\overline{\alpha(l)} = A/L$ .

Решение задачи (1) определяет геометрические параметры радиатора, обеспечивающие оптимальный режим его работы в погружных системах охлаждения.

### Условия оптимальности

Так как температура хладагента всегда ниже температуры радиатора, функция  $T(l)$  является монотонно возрастающей. Следовательно, в задаче (1) допустима замена переменной:

$$(2) \quad dl = \frac{W(l)}{q(l)} dT.$$

Уравнение

$$(3) \quad \int_0^L dl = \int_{T(0)}^{T(L)} \frac{W(T)}{q(T)} dT = L,$$

позволяет определить значение температуры хладагента в точке  $L$ :  $T(L) = T_2$  (функции  $W(l)$  и  $q(l)$  заданы по условию задачи), так что после

замены переменной задача (1) примет вид:

$$(4) \quad \sigma = \int_{T_1}^{T_2} W(T) \left[ \frac{1}{T} - \frac{1}{\frac{q(T)}{\alpha(T)} + T} \right] dT \rightarrow \min_{\alpha(l)} \left| \int_{T_1}^{T_2} \frac{\alpha(T)W(T)}{q(T)} dT = A. \right.$$

Функция Лагранжа для изопериметрической задачи (4) имеет вид:

$$(5) \quad R = W(T) \left[ \frac{1}{T} - \frac{1}{\frac{q(T)}{\alpha(T)} + T} \right] + \lambda \frac{\alpha(T)W(T)}{q(T)},$$

где  $\lambda$  – безразмерный неопределенный множитель Лагранжа. Необходимое условие оптимальности  $\frac{dR}{d\alpha} = 0$  приводит к уравнению:

$$(6) \quad -\frac{q(T)}{\alpha(T)^2 \left( \frac{q(T)}{\alpha(T)} + T \right)^2} + \frac{\lambda}{q(T)} = 0,$$

откуда выражаем искомое значение  $\alpha(T)$ :

$$(7) \quad \alpha(T) = \frac{q(T)}{T} \frac{1 - \sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}} = \frac{\mu q(T)}{T},$$

где  $\mu = \frac{1 - \sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}} = \text{const}$  находим из ограничения на общую площадь (средний коэффициент теплоотдачи) радиатора.

Полученное решение необходимо проверить на выполнение ограничения  $T_0(l) = \frac{q(l)}{\alpha(l)} + T(l) \leq T_m$  во всех точках  $l \in [0, L]$ .

### Реализация оптимальных радиаторов

Полученные условия оптимальности (7) определяют распределение площади (удельного коэффициента теплоотдачи) радиатора при известных зависимостях теплового потока и теплоемкости потока хладагента. Если для плоского ламельного радиатора скорость потока хладагента одинакова по длине радиатора, то более сложные конструкции характеризуются изменением скорости, а значит, и теплоемкости потока. Полученные распределения  $\alpha(l)$  для разных зависимостей  $q(l)$  и  $W(l)$  показаны в таблице 1.

Таблица 1. Распределение удельного коэффициента теплоотдачи для разных характеристик радиаторов

Условия	Температура хладагента	Распределение удельного коэффициента теплоотдачи
$q(l) = q_0 = \text{const},$ $W = W_0 = \text{const}$	$T(l) = T_1 + \frac{q_0}{W_0} l$	$\alpha(l) = \frac{Ar}{(1 + rl) \ln(1 + rL)}, \quad r = \frac{q_0}{W_0 T_1}$
$q(l) = q_0 e^{-ml},$ $W = W_0 = \text{const}$	$T(l) = T_1 + \frac{q_0}{mW_0} (1 - e^{-ml})$	$\alpha(l) = \frac{Arm}{(m + r(1 - e^{-ml})) \ln(1 + \frac{rL}{m})}, \quad r = \frac{q_0}{W_0 T_1}$
$q(l) = q_0 = \text{const},$ $W = W_0 + wl$	$T(l) = T_1 + \frac{q_0}{w} \ln \frac{W_0 + wl}{W_0}$	$\alpha(l) = \frac{Aw\xi}{W_0 + \frac{q_0 W_0}{w T_1} \ln(1 + \frac{wl}{W_0})}, \quad \xi = \int_0^{\ln(1 + \frac{wl}{W_0})} \frac{e^x dx}{1 + \frac{q_0 x}{w T_1}}$

Последние условия характерны для радиатора типа «солнце»<sup>1</sup>. Распределение площади радиально расположенных ламелей позволяет организовать охлаждение радиатора путем подачи жидкого хладагента температурой 20°C через трубку диаметром 0,5 мм так, что при изменении суммарной мощности теплового потока с 130 до 200 Вт (при увеличении производительности процессора Intel Core i7-4960X Extreme Edition с 137,7 до 151,7 Гфлопс, то есть на 10%) обеспечивается увеличение температуры процессора с 72°C до 100°C, что соответствует рабочим характеристикам процессора. Полученное решение удовлетворяет ограничению на максимальную температуру процессора, которая не должна превышать 110°C.

Для разработки вычислительного комплекса повышенной производительности, оснащенного погружной жидкостной системой охлаждения и использующего в качестве нормального рабочего режим «турбо», требуется установка специально разработанных радиаторов (например, типа «солнце»), поддерживающих высокие показатели энергоэффективности системы охлаждения. При установке радиатора с оптимальным распределением площади в штатном режиме работы процесс теплообмена с минимальным производством энтропии соответствует довольно низкой температуре процессора, значительно ниже установленного температурного ограничения. Такой запас позволяет использовать режим «турбо» без превышения температурного ограничения при заданной температуре подводимого хладагента. В случае увеличения температуры хладагента выше 30°C ограничение на максимально допустимую температуру процессора становится активным, следовательно, реализовать режим «турбо» в течение всего времени работы вычислительного комплекса невозможно.

## Список литературы

- [1] Романков П.Г., Фролов В.Ф., Флисюк О.М. *Методы расчетов процессов и аппаратов химической технологии.* – СПб.: Химиздат. – 2009. – 544 с. ↑<sub>32</sub>

---

<sup>1</sup>см. доклад "Имитационные и математические модели компактных высокопроизводительных вычислительных комплексов с погружным охлаждением"<sup>(06)</sup> 26 ноября 2018, Переславль-Залесский, Россия: Национальный суперкомпьютерный форум НСКФ-2018, авторы Демидов А.А., Амелькин С.А., Чичковский А.А.

- [2] Стегайлов В.В., Норман Г.Э. *Проблемы развития суперкомпьютерной отрасли в России: взгляд пользователя высокопроизводительных систем* // Программные системы: теория и приложения. – 2014. – Т. 5. – № 1 (19). – С. 111–152.   ↑
- [3] Цирлин А.М. *Математические модели и оптимальные процессы в макросистемах.* – М.: Наука. – 2006. – ISBN 5-02-034084-7. – 500 с. ↑<sup>32, 33</sup>
- [4] Ахременков А.А., Цирлин А.М. *Математическая модель жидкостного погружного охлаждения вычислительных устройств* // Программные системы: теория и приложения. – 2016. – Т. 7. – № 1 (28). – С. 187–199.   ↑<sup>32</sup>
- [5] Elliott J.W., Lebon M.T., Robinson A.J. *Optimising integrated heat spreaders with distributed heat transfer coefficients: A case study for CPU cooling* // Case Studies in Thermal Engineering. – 2022. – Vol. 38. – id. 102354. – 12 pp.  ↑<sup>32</sup>

Поступила в редакцию 07.12.2023;  
одобрена после рецензирования 27.12.2023;  
принята к публикации 28.12.2023;  
опубликована онлайн 11.03.2024.

Рекомендовал к публикации

*д.т.н. А. М. Цирлин*

## Информация об авторе:



Сергей Анатольевич Амелькин

к.т.н., ст.научн.сотр. Института программных систем имени А. К. Айламазяна РАН. Доцент кафедры информатики и системного анализа института Экономики, математики и информационных технологий Российской академии народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации



0000-0002-4004-7159

**e-mail:** [amelkin@ist.education](mailto:amelkin@ist.education)

*Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.*

UDC 519.876.5:62-713

 10.25209/2079-3316-2024-15-1-31-40

# Optimal distribution of radiator area in immersion cooling systems of high-performance computing systems

Sergej Anatolyevich **Amelkin**

The Presidential Academy of National Economy and Public Administration, Moscow, Russia

 [amelkin@ist.education](mailto:amelkin@ist.education)

**Abstract.** The problem of minimizing the processor temperature for a given heat flow is considered. Control is the distribution of the radiator area in contact with the coolant. This problem is equivalent to the problem of minimizing the average (over coordinate) entropy production. The distribution of the thermal load and the total radiator area are the conditions of the problem. It is shown that the optimal solution ensures the minimum processor temperature in immersion liquid cooling systems of high-performance computer. (*In Russian*).

**Key words and phrases:** Immersion cooling systems, radiator area, minimal dissipation processes

2020 *Mathematics Subject Classification:* 80M50; 80A20, 41A46

**Acknowledgments:** The study was supported by Russian Science Foundation grant No. 23-21-00173

**For citation:** Sergej A. Amelkin. *Optimal distribution of radiator area in immersion cooling systems of high-performance computing systems*. Program Systems: Theory and Applications, 2024, **15**:1(60), pp. 31–40. (*In Russ.*).  
[https://psta.psiras.ru/read/psta2024\\_1\\_31-40.pdf](https://psta.psiras.ru/read/psta2024_1_31-40.pdf)

## References

- [1] P.G. Romankov, V.F. Frolov, O.M. Flisyuk. *Methods for calculating processes and apparatus of chemical technology*, Ximizdat, SPb., 2009 (in Russian), 544 pp.
- [2] V.V. Stegajlov, G.E. Norman. “Challenges to the supercomputer development in Russia: a HPC user perspective”, *Program Systems: Theory and Applications*, **5**:1 (19) (2014), pp. 111–152 (in Russian).  
- [3] A.M. Cirilin. *Mathematical models and optimal processes in macrosystems*, Nauka, M., 2006, ISBN 5-02-034084-7 (in Russian), 500 pp.
- [4] A.A. Axremenkov, A.M. Cirilin. “Mathematical model of liquid immersion cooling system for supercomputer”, *Program Systems: Theory and Applications*, **7**:1 (28) (2016), pp. 187–199 (in Russian).  
- [5] J.W. Elliott, M.T. Lebon, A.J. Robinson. “Optimising integrated heat spreaders with distributed heat transfer coefficients: A case study for CPU cooling”, *Case Studies in Thermal Engineering*, **38** (2022), id. 102354, 12 pp. 