

Алгоритмические решения задачи фильтрации в стохастической модели информационного противоборства

И.С. Полянский, К.О. Логинов

ФГКВОУ ВО Академия Федеральной службы охраны Российской Федерации,
г. Орел, Россия

Аннотация. В статье в развитие моделей информационного противоборства в структурированном социуме предложена стохастическая модель фильтрации оценок информационного противоборства. Для простоты представления формируемых решений фильтрации оценок рассмотрена модель информационного противоборства в одногрупповом социуме при одноэтапном переходе индивидов в адепты. Сформированное решение применимо при наличии нескольких разнородных правил измерения параметров модели информационного противоборства. Алгоритмические решения основываются на модели ансамблевого расширенного фильтра Калмана. Уточнены основные этапы алгоритмической реализации составленной стохастической модели фильтрации оценок информационного противоборства. Работоспособность и предпочтительность полученных результатов проверена при проведении серий вычислительных экспериментов для конкретных тестовых задач.

Ключевые слова: оценка информационного воздействия, стохастические модели информационного противоборства, ансамблевый расширенный фильтр Калмана, алгоритм, стохастическое дифференциальное уравнение.

DOI: 10.14357/20790279230208

Введение

В области обеспечения информационной безопасности отдельное внимание уделяется вопросам анализа информационной среды [1], формируемой социальными медиа [2, 3]. Учитывая заданное атрибутивное пространство коммуницирующих пользователей социальных медиа, их исследование удобно выполнять при представлении групп индивидов в виде структурированного социума [4] при формализации механизмов информационных процессов математическими моделями информационного противоборства [5]. Последние задаются в виде дифференциальных уравнений, детерминированный характер параметров которых не позволяет в полной мере оценить степень различия между исходными факторами (даже при существенном увеличении их числа) конкурирующих субъектов.

Для устранения указанного недостатка в [6–8] в приложении к задачам оценки информационного воздействия на электорат при проведении избирательных кампаний в представлениях [5] предложено

вносить флуктуацию воздействия, формируемого внешними источниками информации в отношении политического субъекта (мнения). С позиции универсальности исследования получаемых стохастических динамических систем за методологическую основу составления математических моделей в [6–8] выбрана теория марковских процессов и процессов диффузионного типа [9,10], сводящих исходные дифференциальные уравнения к стохастическим. В [6–8] полагается, что основное информационное воздействие на социум оказывают интенсивности распространения положительной и отрицательной информации от внешних источников, при том, что именно в них содержатся стохастические компоненты. Для уточнения вычислительных особенностей получения оценок итогового информационного воздействия в [11] разработана схема нелинейной фильтрации, предполагающая сведение задачи анализа исходного стохастического дифференциального уравнения к численному решению уравнения Дункана–Мортенсена–Закаи [12] при введении дополнительного фиктивного стохастического дифференциального

уравнения состояния, получаемого из исходного при оценке стохастических компонент (наблюдаемые интенсивности агитации) методами полиспектрального анализа [11,13]. При этом, исходя из потенциально возможного применения различных методов определения наблюдаемых параметров формируемой стохастической модели (интенсивности межличностной коммуникации, распространения положительных и отрицательных сведений), фильтрацию оценок итогового информационного воздействия целесообразно выполнять при исследовании пар стохастических дифференциальных уравнений, однотипные параметры которых наблюдаются различными методами при обеспечении условия некоррелированности шумов наблюдения.

Принимая во внимание выделенную особенность, цель настоящей статьи состоит в разработке вычислительно эффективного решения задачи фильтрации оценок информационного воздействия в стохастических моделях информационного противоборства с последующим выделением основных этапов их алгоритмической реализации при сохранении общности представлений [5].

1. Стохастическая модель фильтрации оценок информационного противоборства

Для простоты представления решений рассмотрим динамическую модель информационного противоборства в одногрупповом социуме при одноступенчатом переходе индивидов в adeptы [5,6]:

$$\frac{dx_k(t)}{dt} = [\alpha_k(t) + \beta(t)x_k(t)] \left[N_0 - \sum_{k'=1}^K x_{k'}(t) \right] - \gamma_k(t)x_k(t), \quad (1)$$

где N_0 – число индивидов в социуме; x_k – число adeptов k -го субъекта ($k=1, K$); K – число субъектов, в отношении которых в социуме формируются предпочтения у индивидов; α_k и γ_k – интенсивности положительной и отрицательной информации, распространяемой внешними источниками в отношении k -го субъекта; β – интенсивность межличностной коммуникации индивидов в социуме; $t \in [0, T_0]$ – момент времени ($[0, T_0]$ – временной интервал анализа); $x_k(0) = 0$.

Наблюдаемыми параметрами модели являются интенсивности $\alpha_k(t)$, $\gamma_k(t)$ и $\beta(t)$. Предположим, что их значения складываются из истинных величин $0 \leq \alpha_k^0(t), \gamma_k^0(t), \beta^0(t) < \infty$ и шумов наблюдения $\tilde{\alpha}_k(t), \tilde{\gamma}_k(t), \tilde{\beta}(t)$ с соответствующими статистическими параметрами: $\mathbb{E}[\tilde{\alpha}_k] = \mathbb{E}[\tilde{\gamma}_k] = \mathbb{E}[\tilde{\beta}] = 0$; $\text{cov}[d\tilde{\alpha}_k, d\tilde{\alpha}_j] = dt \cdot \varepsilon_{kj}^\alpha$; $\text{cov}[d\tilde{\gamma}_k, d\tilde{\gamma}_j] = dt \cdot \varepsilon_{kj}^\gamma$; $\text{cov}[d\tilde{\beta}, d\tilde{\beta}] = dt \cdot \varepsilon^\beta$ ($k, j \in \{1, K\}$). При этом перепишем (1) в виде сто-

хастического дифференциального уравнения, опустив для сокращения записи зависимости в x_k , α_k , γ_k , β от t :

$$dx_k = \left[(\alpha_k^0 + \beta^0 x_k) \left(N_0 - \sum_{k'=1}^K x_{k'} \right) - \gamma_k^0 x_k \right] dt + \left\{ \sum_{j=1}^K \left[\left(N_0 - \sum_{k'=1}^K x_{k'} \right) \sigma_{kj}^\alpha - x_k \sigma_{kj}^\gamma \right] + x_k \left(N_0 - \sum_{k'=1}^K x_{k'} \right) \sigma^\beta \right\} dW_k, \quad (2)$$

где $\sigma_k^\alpha = \sqrt{\varepsilon_k^\alpha}$; $\sigma^\beta = \sqrt{\varepsilon^\beta}$; $\sigma_k^\gamma = \sqrt{\varepsilon_k^\gamma}$; W_k – стандартные винеровские процессы.

Представим (2) в матричном виде:

$$d\vec{X} = \vec{A}(\vec{X}, \vec{\alpha}^0, \beta^0, \vec{\gamma}^0, t) dt + \Sigma(\vec{X}, t) d\vec{W}, \quad (3)$$

где $\vec{X} = (x_k)_K$; $\vec{A} = (a_k)_K$

при $a_k = (\alpha_k^0 + \beta^0 x_k) \left(N_0 - \sum_{k'=1}^K x_{k'} \right) - \gamma_k^0 x_k$;

$\Sigma = \Sigma^\alpha - \Sigma^\gamma + \text{diag}[\vec{D}^\beta]$; $\vec{D}^\beta = (d_k^\beta)_K$

при $d_k^\beta = \left(N_0 - \sum_{k'=1}^K x_{k'} \right) x_k \sigma^\beta$; $\Sigma^\alpha = (e_{kj}^\alpha)_{K \times K}$

при $e_{kj}^\alpha = \left(N_0 - \sum_{k'=1}^K x_{k'} \right) \sigma_{kj}^\alpha$; $\Sigma^\gamma = (e_{kj}^\gamma)_{K \times K}$

при $e_{kj}^\gamma = x_k \sigma_{kj}^\gamma$; $\vec{W} = (W_k)_K$; $\vec{\alpha}^0 = (\alpha_k^0)_K$, $\vec{\gamma}^0 = (\gamma_k^0)_K$.

Предположим, что существует второе независимое от первого правило наблюдения A_k , B , Γ_k соответствующих параметров интенсивностей α_k , β , γ_k в модели (1). При этом имеет место неопределенность в предпочтительности первого и второго правил наблюдения. Тогда, следуя представлениям (2) и (3), запишем вторую систему стохастических дифференциальных уравнений наблюдения за численностью adeptов:

$$d\vec{Y} = \vec{A}(\vec{Y}, \vec{\alpha}^0, \beta^0, \vec{\gamma}^0, t) dt + \Sigma'(\vec{Y}, t) d\vec{V}, \quad (4)$$

где $\vec{Y} = (y_k)_K$; y_k – число adeptов k -го субъекта; $\vec{V} = (V_k)_K$ – K -мерный стандартный винеровский процесс; $\Sigma' = \Sigma'^\alpha - \Sigma'^\gamma + \text{diag}[\vec{D}'^\beta]$; $\vec{D}'^\beta = (d_k'^\beta)_K$

при $d_k'^\beta = \left(N_0 - \sum_{k'=1}^K y_{k'} \right) y_k \sigma'^\beta$; $\Sigma'^\alpha = (e_{kj}'^\alpha)_{K \times K}$

при $e_{kj}'^\alpha = \left(N_0 - \sum_{k'=1}^K y_{k'} \right) \sigma_{kj}'^\alpha$; $\Sigma'^\gamma = (e_{kj}'^\gamma)_{K \times K}$

при $e_{kj}'^\gamma = y_k \sigma_{kj}'^\gamma$; $\sigma_{kj}'^\alpha = \sqrt{\varepsilon_{kj}'^\alpha}$, $\sigma'^\beta = \sqrt{\varepsilon'^\beta}$,

$\sigma_{kj}'^\gamma = \sqrt{\varepsilon_{kj}'^\gamma}$; $\text{cov}[d\alpha_k', d\alpha_j'] = dt \cdot \varepsilon_{kj}'^\alpha$,

$$\text{cov}[d\beta'] = dt \cdot \varepsilon'^{\beta}, \quad \text{cov}[d\gamma'_k, d\gamma'_j] = dt \cdot \varepsilon'_{kj}{}^{\gamma}$$

$$\text{для } A_k = \alpha_k^0 + \alpha'_k, \quad B = \beta^0 + \beta', \quad \Gamma_k = \gamma_k^0 + \gamma'_k$$

$$\text{при } \mathbb{E}[\alpha'_k] = \mathbb{E}[\gamma'_k] = \mathbb{E}[\beta'] = 0.$$

Задача фильтрации состоит в получении оценок $\hat{X} = (\hat{x}_k)_K$ числа $\hat{x}_k$ адептов k -го субъекта в момент времени $t \in [0, T_0]$ из заданных уравнений (3), (4). Для определения $\hat{X} = (\hat{x}_k)_K$ найдем уравнение состояния субоптимального конечномерного фильтра:

$$d\hat{X}/dt = \bar{\Psi}(\hat{X}, t) + \Omega(\hat{X}, t)\bar{L}_t, \quad (5)$$

где $\bar{L}_t \equiv \bar{L}(t) - K$ - мерный векторный белый шум;

$\bar{\Psi}(\hat{X}, t)$ и $\Omega(\hat{X}, t)$ – функции состояния системы и времени, значениями которых служат K -мерные векторы и $K \times K$ -мерные матрицы.

Аппроксимируя функции плотностей вероятностей распределений $\bar{X}$ и $\bar{Y}$ в (3), (4) нормальным законом и следуя представлениям [9, с. 443–468] при условии некоррелированности соответствующих шумовых компонент α'_k и $\tilde{\alpha}_k$, β' и $\tilde{\beta}$, γ'_k и $\tilde{\gamma}_k$, сведем задачу оценивания $\bar{X}$ (5) к определению вектора сноса $\bar{\Psi}$ математическим ожиданием $\bar{X}$ и диффузионной матрицы Ω ковариационной матрицей $\mathbf{P}$. При этом уравнение фильтрации вида (5) сформируем из двух расширенных фильтров Калмана–Бьюси [14], первый из которых полагает определение уравнения (3) состоянием, а (4) – наблюдением:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \hat{X}^{(1)}(t) &= \bar{A}(\hat{X}^{(1)}, \bar{\alpha}, \beta, \bar{\gamma}, t) + \\ &+ \mathbf{S}^{(1)}(t) \left(d\bar{Y} - \bar{A}(\hat{X}^{(1)}, \bar{A}, B, \bar{\Gamma}, t) \right); \end{aligned} \quad (6)$$

$$\hat{X}^{(1)}(0) = 0;$$

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{P}^{(1)}}{dt} &= \mathbf{F}(t)\mathbf{P}^{(1)}(t) + \mathbf{P}^{(1)}(t)\mathbf{F}^T(t) + \\ &+ \mathbf{Q}(t) - \mathbf{S}^{(1)}(t)\mathbf{R}(t)\left[\mathbf{S}^{(1)}(t)\right]^T; \end{aligned} \quad (7)$$

$$\mathbf{P}^{(1)}(0) = \mathbf{R}(0),$$

а второе наоборот:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \hat{X}^{(2)}(t) &= \bar{A}(\hat{X}^{(2)}, \bar{A}, B, \bar{\Gamma}, t) + \\ &+ \mathbf{S}^{(2)}(t) \left(d\bar{X} - \bar{A}(\hat{X}^{(2)}, \bar{\alpha}, \beta, \bar{\gamma}, t) \right); \end{aligned} \quad (8)$$

$$\hat{X}^{(2)}(0) = 0;$$

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{P}^{(2)}}{dt} &= \mathbf{H}(t)\mathbf{P}^{(2)}(t) + \mathbf{P}^{(2)}(t)\mathbf{H}^T(t) + \\ &+ \mathbf{R}(t) - \mathbf{S}^{(2)}(t)\mathbf{Q}(t)\left[\mathbf{S}^{(2)}(t)\right]^T; \end{aligned} \quad (9)$$

$$\mathbf{P}^{(2)}(0) = \mathbf{Q}(0),$$

$$\text{где } \mathbf{S}^{(1)}(t) = \mathbf{P}^{(1)}(t)\mathbf{H}^T(t)\mathbf{R}^{-1}(t);$$

$\mathbf{S}^{(2)}(t) = \mathbf{P}^{(2)}(t)\mathbf{F}^T(t)\mathbf{Q}^{-1}(t)$ – оптимальные по Калману матрицы коэффициентов усиления относительно указанных двух случаев; $\mathbf{Q} = \Sigma\Sigma^T$ и $\mathbf{R} = \Sigma'\Sigma'^T$ – ковариационные матрицы шума моделей (3) и (4) соответственно;

$$\bar{A} = (A_k)_K; \quad \bar{\Gamma} = (\Gamma_k)_K; \quad \mathbf{F} = \mathbf{J}(\hat{X}, \bar{\alpha}, \beta, \bar{\gamma}, t) \quad \text{и}$$

$\mathbf{H} = \mathbf{J}(\hat{X}, \bar{A}, B, \bar{\Gamma}, t)$ – матрицы, формируемые через матрицу Якоби $\mathbf{J} = (J_{kj})_{K \times K}$ для

соответствующих функций $\bar{A}(\hat{X}, \bar{\alpha}, \beta, \bar{\gamma}, t)$ и

$\bar{A}(\hat{X}, \bar{A}, B, \bar{\Gamma}, t)$ по частным производным переменных из вектора $\bar{X}$:

$$\begin{aligned} J_{kj}(\bar{X}, \bar{\alpha}, \beta, \bar{\gamma}, t) &= \frac{\partial a_k(\bar{X}, \bar{\alpha}, \beta, \bar{\gamma}, t)}{\partial x_j} = \\ &= \begin{cases} -\alpha_k + \beta \left(N_0 - \sum_{k'=1}^K x_{k'} - x_k \right), & k = j; \\ -\alpha_k - \beta x_k, & k \neq j. \end{cases} \end{aligned}$$

По аналогии с решениями типовых задач фильтрации [15, 16] итоговую стохастическую модель для $\bar{X}$ из (6)–(9) сформируем в дискретном времени при разбиении интервала наблюдения $[0, T_0]$ на тактовые подинтервалы $t \in [t_j, t_{j+1}]$ ($\Delta t = t_{j+1} - t_j$; $j = \overline{0, N-1}$; $N = T_0/\Delta t$).

Для принятого допущения о нормальном законе распределения в отношении итогового фильтра (5) оценку числа адептов выполним с применением модели ансамблевого фильтра Калмана [17] при определении математического ожидания

$$\hat{X}_j \equiv \hat{X}(t_j) \quad \text{из} \quad \hat{X}_j^{(1)} \equiv \hat{X}^{(1)}(t_j) \quad \text{и} \quad \hat{X}_j^{(2)} \equiv \hat{X}^{(2)}(t_j)$$

по критерию максимума правдоподобия:

$$\hat{X}_j = \left(\hat{X}_j^{(1)} + \hat{X}_j^{(2)} \right) / 2. \quad (10)$$

а ковариационной матрицы $\mathbf{P}_j \equiv \mathbf{P}(t_j)$ из

$\mathbf{P}_j^{(1)} \equiv \mathbf{P}^{(1)}(t_j)$ и $\mathbf{P}_j^{(2)} \equiv \mathbf{P}^{(2)}(t_j)$ для (10) по правилу

$$\mathbf{P}_j = \text{cov}\left(\bar{X}_j^0 - \hat{X}_j\right) = \frac{1}{4} \text{cov}\left(\bar{X}_j^0 - \hat{X}_j^{(1)}\right) + \frac{1}{4} \text{cov}\left(\bar{X}_j^0 - \hat{X}_j^{(2)}\right) = \frac{1}{4} \left(\mathbf{P}_j^{(1)} + \mathbf{P}_j^{(2)}\right). \quad (11)$$

В выражениях (10), (11) определение элементов $\hat{X}_j^{(1)}$, $\hat{X}_j^{(2)}$, $\mathbf{P}_j^{(1)}$, $\mathbf{P}_j^{(2)}$ выполняется в представлениях моделей расширенного фильтра Калмана [15,16], учитывающих полученные на предыдущем шаге j оценки $\hat{X}_j$ и $\mathbf{P}_j$.

Для сформированной стохастической модели разработаем алгоритм фильтрации оценок информационного противоборства, уточняющий вычислительные особенности решения (5)–(11) при определении компонент ε_k^α , ε_k^β , ε_k^γ , $\varepsilon_k^{\alpha\beta}$, $\varepsilon_k^{\alpha\gamma}$, составляющих правила задания ковариационных матриц шума $\mathbf{Q}$, $\mathbf{R}$.

2. Алгоритм фильтрации оценок информационного противоборства

Входными данными алгоритма являются: время анализа T_0 ; число N отсчетов дискретизации; количество N_0 индивидов в социуме; число K субъектов, в отношении которых формируются предпочтения у индивидов; наблюдаемые функции $\bar{\alpha}$, β , $\bar{\gamma}$, $\bar{A}$, B , $\bar{\Gamma}$.

Выделим основные этапы работы алгоритма, полагая неизвестными параметры ε_k^α , ε_k^β , ε_k^γ , $\varepsilon_k^{\alpha\beta}$, $\varepsilon_k^{\alpha\gamma}$.

Шаг 1. Методом полиспектрального анализа [11,13] в отношении функций $\bar{\alpha}$, β , $\bar{\gamma}$, $\bar{A}$, B , $\bar{\Gamma}$ выполнить оценку соответствующих величин интенсивностей $\hat{\alpha}^1, \hat{\beta}^1, \hat{\gamma}^1, \hat{A}^0, \hat{B}^0, \hat{\Gamma}^0$ и усред-

нением $\hat{\alpha}^0 = 0,5(\hat{\alpha}^1 + \hat{A}^0)$, $\hat{\beta}^0 = 0,5(\hat{\beta}^1 + \hat{B}^0)$,

$\hat{\gamma}^0 = 0,5(\hat{\gamma}^1 + \hat{\Gamma}^0)$ определить приближения для соответствующих истинных значений интенсивностей $\bar{\alpha}^0$, β^0 , $\bar{\gamma}^0$.

Шаг 2. По средневыборочным правилам [18] для $\bar{\alpha}$, β , $\bar{\gamma}$, $\bar{A}$, B , $\bar{\Gamma}$ и найденных $\hat{\alpha}^0$, $\hat{\beta}^0$, $\hat{\gamma}^0$ определить оценку соответствующих параметров ε_k^α , ε_k^β , ε_k^γ , $\varepsilon_k^{\alpha\beta}$, $\varepsilon_k^{\alpha\gamma}$ для задания ковариационных матриц шума $\mathbf{Q}$, $\mathbf{R}$.

Шаг 3. Положить $j = 0$ и определить начальные значения $\bar{Y}_j = 0$, $\bar{X}_j = 0$, $\bar{X}_j^{(1)} = 0$, $\bar{X}_j^{(2)} = 0$, $\mathbf{P}_j = (\mathbf{R}_j + \mathbf{Q}_j)/4$,

где $\mathbf{R}_j = \Sigma'(\bar{Y}_j, t_j) \Sigma^T(\bar{Y}_j, t_j)$,

$\mathbf{Q}_j = \Sigma(\bar{X}_j, t_j) \Sigma^T(\bar{X}_j, t_j)$.

Шаг 4. По методу Эйлера (Эйлера – Маруямы) выполнить экстраполяцию $\bar{X}_{j+1}$, $\bar{Y}_{j+1}$, $\bar{X}_{j+1}^{(1)}$, $\bar{X}_{j+1}^{(2)}$ с учетом моделей (3), (4):

$$\bar{X}_{j+1} = \bar{X}_j + \Delta t \bar{A}(\bar{X}_j, \bar{\alpha}, \beta, \bar{\gamma}, t_j);$$

$$\bar{Y}_{j+1} = \bar{Y}_j + \Delta t \bar{A}(\bar{Y}_j, \bar{A}, B, \bar{\Gamma}, t_j);$$

$$\hat{X}_{j+1}^{(1)} = \hat{X}_j + \Delta t \bar{A}(\hat{X}_j^{(1)}, \bar{\alpha}, \beta, \bar{\gamma}, t_j);$$

$$\hat{X}_{j+1}^{(2)} = \hat{X}_j + \Delta t \bar{A}(\hat{X}_j^{(2)}, \bar{A}, B, \bar{\Gamma}, t_j). \quad (12)$$

Шаг 5. Для заданных $\hat{X}_j$, $\hat{X}_j^{(1)}$, $\hat{X}_j^{(2)}$ вычислить матрицы $\mathbf{H}_j = \mathbf{J}(\hat{X}_j, \bar{A}, B, \bar{\Gamma}, t_j)$, $\mathbf{F}_j = \mathbf{J}(\hat{X}_j, \bar{\alpha}, \beta, \bar{\gamma}, t_j)$, $\tilde{\mathbf{H}}_j = \mathbf{J}(\hat{X}_j^{(2)}, \bar{A}, B, \bar{\Gamma}, t_j)$, $\tilde{\mathbf{F}}_j = \mathbf{J}(\hat{X}_j^{(1)}, \bar{\alpha}, \beta, \bar{\gamma}, t_j)$.

Шаг 6. Вычислить ковариационные матрицы

$\tilde{\mathbf{P}}_j^{(1)}$ и $\tilde{\mathbf{P}}_j^{(2)}$ для экстраполированных $\hat{X}_{j+1}^{(1)}$ и $\hat{X}_{j+1}^{(2)}$:

$$\tilde{\mathbf{P}}_j^{(1)} = \tilde{\mathbf{F}}_j \mathbf{P}_j \tilde{\mathbf{F}}_j^T + \mathbf{Q}_j; \quad \tilde{\mathbf{P}}_j^{(2)} = \tilde{\mathbf{H}}_j \mathbf{P}_j \tilde{\mathbf{H}}_j^T + \mathbf{R}_j. \quad (13)$$

Шаг 7. Учитывая представления ансамблевого фильтра Калмана [17], определить приращение отклонения моделей (3), (4) и (4), (3) для соответствующих фильтров (6), (7) и (8), (9) относительно ожидаемого результата экстраполяции $\bar{X}_j$:

$$\bar{Z}_j^{(1)} = \bar{Y}_{j+1} - \bar{Y}_j - \Delta t \left[\bar{A}(\hat{X}_j^{(1)}, \bar{A}, B, \bar{\Gamma}, t_j) + \bar{A}(\hat{X}_j, \bar{A}, B, \bar{\Gamma}, t_j) \right] / 2;$$

$$\bar{Z}_j^{(2)} = \bar{X}_{j+1} - \bar{X}_j - \Delta t \left[\bar{A}(\hat{X}_j^{(2)}, \bar{\alpha}, \beta, \bar{\gamma}, t_j) + \bar{A}(\hat{X}_j, \bar{\alpha}, \beta, \bar{\gamma}, t_j) \right] / 2. \quad (14)$$

Шаг 8. Рассчитать ковариационные матрицы

$\mathbf{G}_j^{(1)}$, $\mathbf{G}_j^{(2)}$ для $\bar{Z}_j^{(1)}$, $\bar{Z}_j^{(2)}$:

$$\mathbf{G}_j^{(1)} = \hat{\mathbf{H}}_j \tilde{\mathbf{P}}_j^{(1)} \hat{\mathbf{H}}_j^T + \mathbf{R}_j; \quad \mathbf{G}_j^{(2)} = \hat{\mathbf{F}}_j \tilde{\mathbf{P}}_j^{(2)} \hat{\mathbf{F}}_j^T + \mathbf{Q}_j, \quad (15)$$

где $\hat{\mathbf{H}}_j = (\mathbf{H}_j + \tilde{\mathbf{H}}_j)/2$, $\hat{\mathbf{F}}_j = (\mathbf{F}_j + \tilde{\mathbf{F}}_j)/2$.

Шаг 9. Вычислить оптимальные по Калману матрицу коэффициентов усиления

$\mathbf{S}_j^{(1)} = \tilde{\mathbf{P}}_j^{(1)} \hat{\mathbf{H}}_j^T [\mathbf{G}_j^{(1)}]^{-1}$, $\mathbf{S}_j^{(2)} = \tilde{\mathbf{P}}_j^{(2)} \hat{\mathbf{F}}_j^T [\mathbf{G}_j^{(2)}]^{-1}$ и

произвести коррекцию оценок $\hat{X}_{j+1}^{(1)}$ и $\hat{X}_{j+1}^{(2)}$:

$$\hat{X}_{j+1}^{(1)} = \hat{X}_{j+1}^{(1)} + \mathbf{S}_j^{(1)} \bar{Z}_j^{(1)}; \quad \hat{X}_{j+1}^{(2)} = \hat{X}_{j+1}^{(2)} + \mathbf{S}_j^{(2)} \bar{Z}_j^{(2)}. \quad (16)$$

Шаг 10. Выполнить итоговую оценку $\hat{\bar{X}}_j$ по правилу (10).

Шаг 11. Увеличить $j = j + 1$ и проверить условия:

а) если $j < N$, то рассчитать ковариационную матрицу оценки вектора состояния по

правилу (11) для $\mathbf{P}_j^{(1)} = (\mathbf{E} - \mathbf{S}_{j-1}^{(1)} \hat{\mathbf{H}}_{j-1}) \tilde{\mathbf{P}}_{j-1}^{(1)}$,

$\mathbf{P}_j^{(2)} = (\mathbf{E} - \mathbf{S}_{j-1}^{(2)} \hat{\mathbf{F}}_{j-1}) \tilde{\mathbf{P}}_{j-1}^{(2)}$ ($\mathbf{E}$ – единичная

матрица размера $K \times K$) и перейти к шагу 4;

б) если $j = N$, то завершить работу алгоритма и вывести результат вычисления –

$\hat{\bar{X}}_0, \hat{\bar{X}}_1, \dots, \hat{\bar{X}}_{N-1}$.

3. Результаты вычислительного эксперимента

Для апостериорной верификации сформированного алгоритмического решения приведем примеры моделирования и оценивания стохастической модели информационного противоборства вида (3), (4) и (5) при $K = 2$. Для оценки результативности алгоритма выполним сравнение данных моделирования и оценивания с точным решением $\bar{X}^0 = (x_k^0)_K$, получаемом из модели информационного противоборства вида:

$$\frac{dx_k^0}{dt} = [\alpha_k^0 + \beta^0 x_k^0] \left[N_0 - \sum_{k'=1}^2 x_{k'}^0 \right] - \gamma_k^0 x_k^0, \quad x_k^0(0) = 0, \quad k = [1; 2], \quad (17)$$

где $\alpha_1^0(t) = 0,5|1 + \cos(10t)|$;

$\alpha_2^0(t) = 0,6|1 + \sin(5t)|$;

$\beta^0(t) = 0,01|1,5 + \cos(0,01t)|$;

$\gamma_1^0(t) = 0,05|\sin(20t)|$;

$\gamma_2^0(t) = 0,1|\cos(3t)|$.

Вычисление (17) производится по аналогии с (12) методом Эйлера для аналогичных N .

Для модели (3) наблюдаемые интенсивности α_k , β , γ_k определим по следующим правилам:

$\alpha_k(t) = |\alpha_k^0(t) + \aleph(0, q)|$, $\beta(t) = |\beta^0(t) + \aleph(0, q)|$,

$\gamma_k(t) = |\gamma_k^0(t) + \aleph(0, q)|$,

где $\aleph(0, q)$ – функция генерации случайных чисел, подчиняющихся нормальному закону распределения со средним 0 и дисперсией $q = 0,5$.

Для модели (4) наблюдаемые интенсивности A_k , B , Γ_k зададим по следующим правилам:

$$A_k(t) = |\alpha_k^0(t) - \Re[r^{-1}/2]|,$$

$$B(t) = |\beta_k^0(t) - \Re[r^{-1}/2]|,$$

$$\Gamma_k(t) = |\gamma_k^0(t) - \Re[r^{-1}/2]|,$$

где $\Re[r^{-1}/2]$ – функция генерации случайных чисел, подчиняющихся экспоненциальному закону распределения со значением показателя экспоненты равным $(2r)^{-1}$ при $r = 0,5$.

Остальные входные данные алгоритма заданы следующими значениями: $T_0 = 4$, $N = 400$, $N_0 = 10$.

На рис. 1 приведены графики зависимости от времени элементов векторов численности адептов: 1) истинного $\bar{X}^0$; 2) определяемого среднего $\bar{X} = (\bar{X} + \bar{Y})/2$ из моделей (3), (4); 3) оцениваемого $\hat{\bar{X}}$ по разработанному алгоритму.

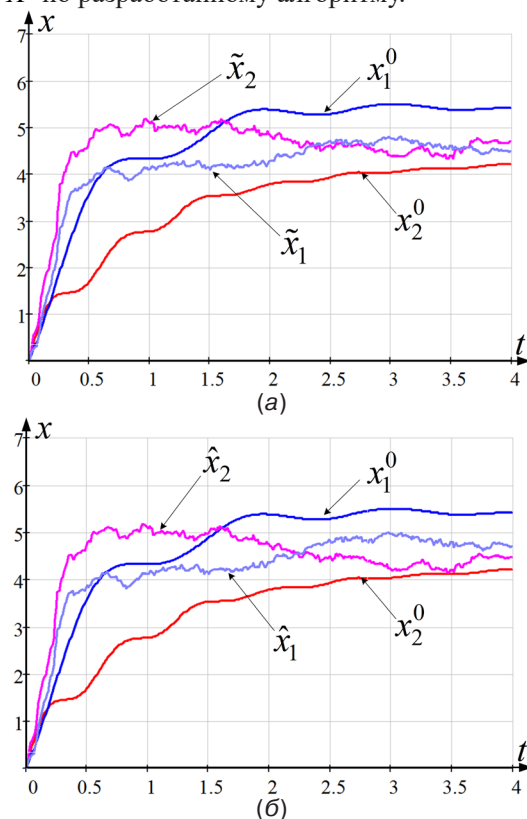


Рис. 1. Графики зависимости элементов векторов

$\bar{X}^0$, $\bar{\bar{X}}$ (а) и $\bar{X}^0$, $\hat{\bar{X}}$ (б) от t

На рис. 2 отражены графики зависимости элементов матрицы $\mathbf{P}$ от t .

Сравнительная предпочтительность получаемых результатов $\bar{\bar{X}}$, $\hat{\bar{X}}$ по отношению к $\bar{X}^0$ определялась величиной накопленной средней квадратической ошибки, значение которой, например, для $\bar{\bar{X}}$ вычисляется по

правилу $\Delta_{\bar{\bar{X}}} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} |\bar{\bar{X}}_j - \bar{X}_j^0|^2}$. Также срав-

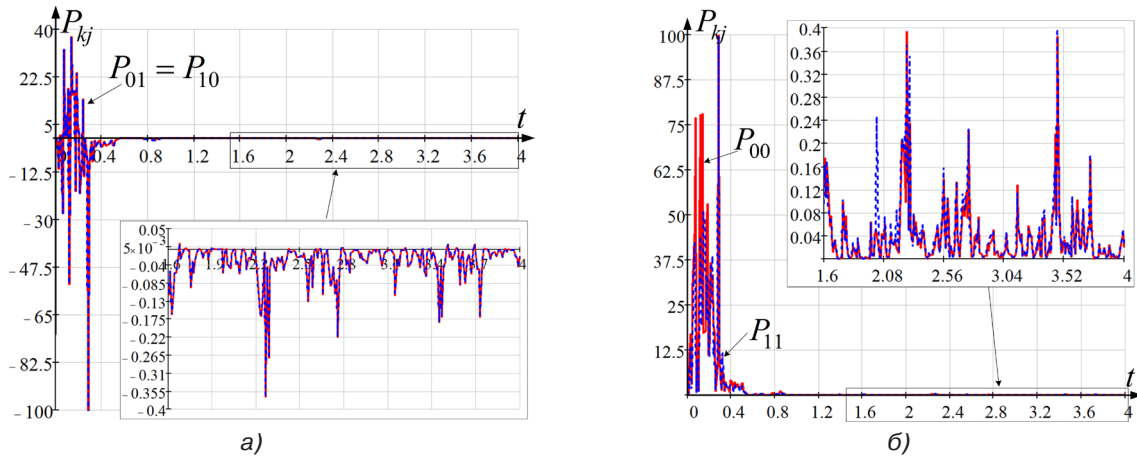


Рис. 2. Графики зависимости элементов P_{10} , P_{01} (а), P_{00} , P_{11} (б) матрицы $\mathbf{P}$ от t

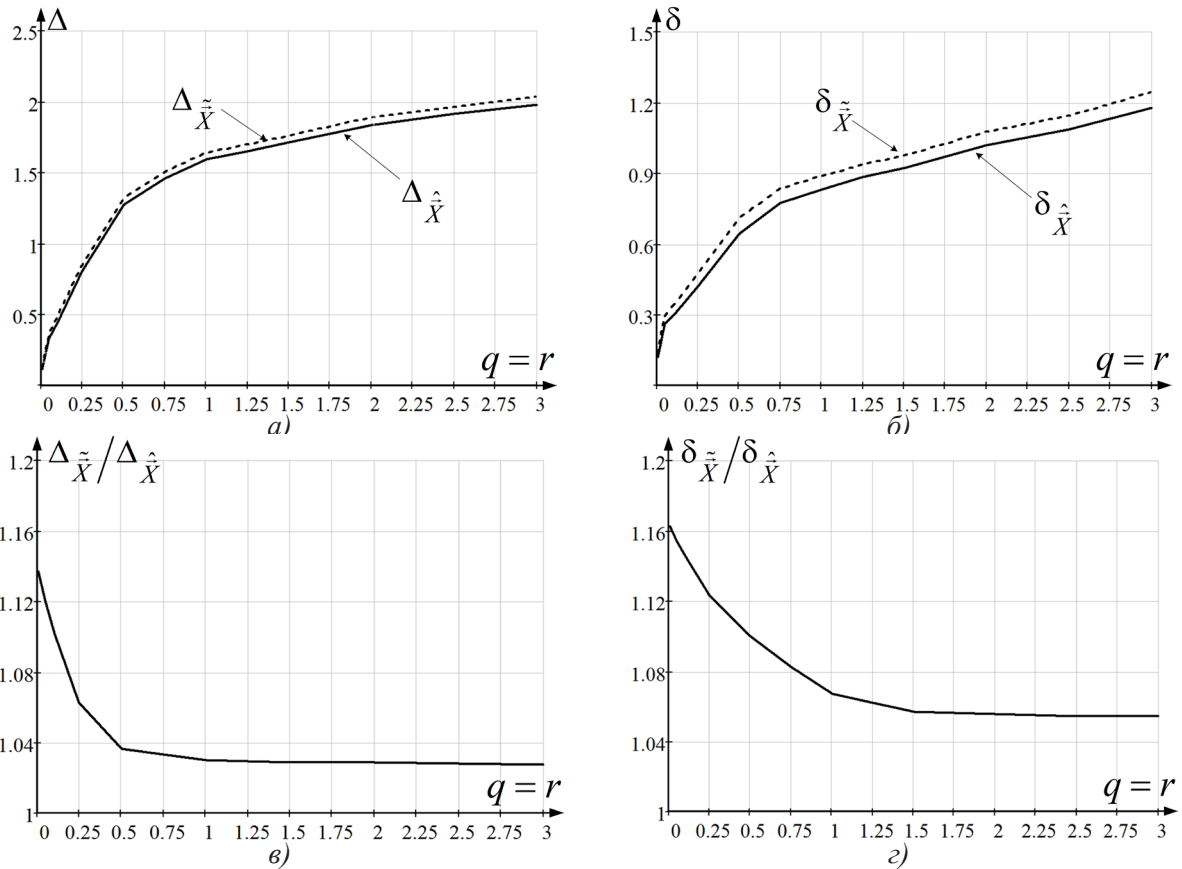


Рис. 3. Графики зависимости $\Delta_{\tilde{X}}$, $\Delta_{\hat{X}}$ (а, в), $\delta_{\tilde{X}}$, $\delta_{\hat{X}}$ (б, г) от r, q при $r = q$

нение осуществлялось при определении отклонения расчетного от истинного значения для

момента времени $t = T_0$: $\delta_{\tilde{X}} = \left| \tilde{X}_{N-1} - \bar{X}_{N-1}^0 \right|$.

Для проведенного расчета (рис. 1) значения Δ и δ

составили: $\Delta_{\tilde{X}} = 1,035$; $\delta_{\tilde{X}} = 1,484$; $\Delta_{\hat{X}} = 0,749$; $\delta_{\hat{X}} = 1,366$.

На рис. 3 представлены графики зависимости усредненных по 10^6 вычислительным экспериментам $\Delta_{\tilde{X}}$, $\delta_{\tilde{X}}$, $\Delta_{\hat{X}}$, $\delta_{\hat{X}}$ от r, q при $r = q$.

Заключение

Результаты апостериорных исследований проведенных вычислительных экспериментов (рис. 1–3) подтверждают работоспособность и предпочтительность сформированного алгоритмического решения в задаче фильтрации стохастических моделей информационного противоборства. Относительный выигрыш в сравнении со значениями, получаемыми по средневыворочным правилам наблюдения, в среднем составляет 5,5 % (рис. 3). Большой выигрыш по параметрам $\delta_{\hat{X}}$, $\delta_{\hat{Y}}$ (рис. 3,б и 3,г) в сравнении с $\Delta_{\hat{X}}$, $\Delta_{\hat{Y}}$ (рис. 3,а и 3,в) связан с существенным уменьшением ошибки при увеличении числа отсчетов (рис. 2). Рост вычислительных затрат, обусловленных применением линейной модели фильтра, является несущественным для современных средств вычислительной техники.

Алгоритм применим при наличии неопределенности в предпочтительности разнородных правил измерения соответствующих интенсивностей α_k , γ_k в модели (1). При наличии более двух разнородных правил подобного наблюдения, сформированный алгоритм без особого труда может быть обобщен в представлениях ансамблевого фильтра Калмана [17].

Увеличение относительного выигрыша возможно при разработке нелинейной модели фильтра вида [11], предполагающего реализацию рекурсивной схемы [19] оценивания $\hat{X}$. Для составления вычислительно устойчивого решения подобной задачи в сравнении с [11] нелинейный фильтр целесообразно формировать на основе численного решения робастного уравнения Дункана–Мортенсена–Закаи [20].

Литература

1. Михайлов А.П., Петров А.П. Ч. Математические модели системы «человек-общество». М.: Физматлит. 2022. 456 с.
2. Губанов Д.А., Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Социальные сети: модели информационного влияния, управления и противоборства. М.: Физматлит. 2010. 228 с.
3. Бызов Л.Г., Губанов Д.А., Козицин И.В., Чхартишвили А.Г. Идеальный политик для социальной сети: подход к анализу идеологических предпочтений пользователей // Проблемы управления. 2020. №4. С.15-26. DOI: 10.25728/ru.2020.4.2
4. Михайлов А.П., Петров А.П., Прончева О.Г. Модель информационного противоборства в социуме с кусочно-постоянной функцией дестабилизирующего воздействия // Математическое моделирование. 2018. Т. 30, № 7. С. 190-197. DOI: mi.mathnet.ru/mm3984.
5. Михайлов А.П., Петров А.П., Маревцева Н.А., Третьякова И.В. Развитие модели распространения информации в социуме // Математическое моделирование. 2014. Т. 26 №. 3. С. 65-74. DOI: mi.mathnet.ru/mm3459.
6. Полянский И.С., Логинов К.О., Ильин Н.И., Великих А.С. Математическая модель оценки информационного воздействия на электорат в социальных медиа при проведении выборных кампаний // Математическое моделирование. 2022. Т. 33, № 12. С. 590-598. DOI: mi.mathnet.ru/mm4341.
7. Ильинский А.С., Полянский И.С., Логинов К.О., Архипов Н.С. К вопросу численной оценки информационного воздействия на электорат при проведении выборных кампаний // Прикладная Математика и информатика: Труды факультета ВМК МГУ им. М.В. Ломоносова. М.: МАКС Пресс. 2021. Т. 68. С.15-28.
8. Полянский И.С., Полянская И.В., Логинов К.О. Алгоритмические решения в задаче оценки информационного воздействия на электорат при проведении выборных кампаний // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2021. Т. 24. № 4. С. 72-80. DOI: 10.18469/1810-3189.2021.24.4.72-80.
9. Пугачев В.С., Синицин И.Н. Стохастические дифференциальные системы. Анализ и фильтрация. Изд. 2-е. М.: Наука. 1990. 642 с.
10. Тихонов В.И. Оптимальный прием сигналов. М.: Радио и связь. 1983. 320 с.
11. Логинов К.О. Численное решение задачи фильтрации оценок информационного воздействия на электорат // Информатика и автоматизация. 2022. Вып. 21. Т. 3. С. 624-652. DOI: 10.15622/ia.21.3.7.
12. Рыбаков К.А. Приближенное решение задачи оптимальной нелинейной фильтрации для стохастических дифференциальных систем методом статистических испытаний // Сибирский журнал вычислительной математики. 2013. Т. 16. № 4. С. 377-391. DOI: mi.mathnet.ru/sjvm525
13. Логинов К.О. Оценка интенсивности информационного влияния социальных медиа при проведении предвыборной кампании // Сборник материалов IX Международной научно-практической конференции «Современные проблемы цивилизации и устойчивого развития в информационном обществе». 2022. С. 173–179.
14. Amirhossein Taghvaei, Jana de Wiljes, Prashant G. Mehta, Sebastian Reich. Kalman filter and

- its modern extensions for the continuous-time nonlinear filtering problem // *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control*. 2018. 140(3). DOI: 10.1115/1.4037780
15. Полянский И.С., Полянская И.В., Фам Т.З. Математическая модель фильтрации канонических параметров спутника-ретранслятора при орбитальном движении // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы*. 2019. Т. 22, № 4. С. 50-57. DOI: 10.18469/1810-3189.2019.22.4.50-57
 16. Полянский И.С., Фам Т.З., Тихонов А.В., Катыгин Б.Г. Алгоритм фильтрации координат наземного источника несанкционированного радиоизлучения в системе спутниковой связи с прямой ретрансляцией // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы*. 2021. Т. 24, № 1. С. 67-77. DOI: 10.18469/1810-3189.2021.24.1.67-77
 17. Bergemann K., Reich S. An ensemble Kalman-Bucy filter for continuous data assimilation // *Meteorologische Zeitschrift*. 2012. V. 21. P. 213-219. DOI: 10.1127/0941-2948/2012/0307
 18. Полянский И.С., Патронов Д.Ю. Максимально правдоподобная оценка дисперсионно-ковариационной матрицы // *Современные проблемы науки и образования*. 2013. № 1. URL: <https://science-education.ru/ru/article/view?id=8516>
 19. Полянский И.С., Архипов Н.С., Мисюрин С.Ю. О решении проблемы оптимального управления адаптивной многолучевой зеркальной антенной // *Автоматика и телемеханика*. 2019. № 1. С. 83-100. DOI: 10.1134/S0005231019010069
 20. Wenhui Dong, Xue Luo, Stephen S.-T. Yau. Solving Nonlinear Filtering Problems in Real-time by Legendre Galerkin Spectral Method // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2020. V 66. Issue 4. P. 1559–1572. DOI: 10.1109/TAC.2020.3002979

Полянский Иван Сергеевич Академия Федеральной службы охраны Российской Федерации, г. Орел, Россия. Доктор физико-математических наук. Доцент. Количество печатных работ: 152. Область научных интересов: математическое моделирование, динамические системы, дифференциальные уравнения, методы оптимизации, оптимальное управление, конформные отображения, вычислительная электродинамика, цифровая обработка сигналов. E-mail: van341@mail.ru

Логинов Кирилл Олегович Академия Федеральной службы охраны Российской Федерации, г. Орел, Россия. Сотрудник. Количество печатных работ: 10. Область научных интересов: математическое моделирование, методы статистического анализа данных, динамические системы, оптимальное управление, стохастические дифференциальные уравнения. E-mail: kvirs@mail.ru

Algorithmic solutions problem of filtering in stochastic model of information confrontation

I.S. Polyanskii, K.O. Loginov

The Academy of Federal Security Guard Service of the Russian Federation, Orel, Russia

Abstract: In the article, a stochastic model of filtering estimates of information warfare is proposed in the development of models of information warfare in a structured society. The model of information confrontation in a one-group society with a one-stage transition of individuals to adherents is considered for the simplicity of presenting the formed solutions of filtering assessments. If there are several heterogeneous rules for measuring the parameters of the information warfare model, the formed solution is applicable. Algorithmic solutions are based on the model of an ensemble extended Kalman filter. The main stages of the algorithmic implementation of the compiled stochastic model of filtering estimates of information warfare have been clarified. When conducting a series of computational experiments for specific text tasks, the operability and preference of the results obtained were verified.

Keywords: *evaluation of information impact, stochastic models of information confrontation, ensemble extended Kalman filter, algorithm, stochastic differential equation.*

DOI: 10.14357/20790279230208

References

1. Mihajlov A.P., Petrov A.P.CH. Matematicheskie modeli sistemy «chelovek-obshchestvo» [Mathematical models of the «man-society» system]. Moscow: Fizmatlit [Physical and mathematical literature], 2022, 456 p.
2. Gubanov D.A., Novikov D.A., Chkhartishvili A.G. Social'nye seti: modeli informacionnogo vliyaniya, upravleniya i protivoborstva [Social networks: models of information influence, management and confrontation]. – Moscow: Fizmatlit [Physical and mathematical literature], 2010, 228 p.
3. Byzov L.G., Gubanov D.A., Kozitsin I.V., Chkhartishvili A.G. A Perfect Politician for Social Networks: an Approach to Analyzing Ideological Preferences of Users. Automation and Remote Control, 2021. 82: 1614-1631. DOI: 10.1134/S0005117921090095
4. Mikhailov A.P., Petrov A.P., Proncheva O.G. A Model of Information Warfare in a Society with a Piecewise Constant Function of the Destabilizing Impact. Mathematical Models and Computer Simulations, 2018. 11: 190-197. DOI: 10.1134/S2070048219020108.
5. Mikhailov A.P., Petrov A.P., Marevtseva N.A., Tretiakova N.A. Development of a model of information dissemination in society. Mathematical Models and Computer Simulations, 2014. 26(3): 65-74. DOI: 10.1134/S2070048214050093.
6. Poljanskij I.S., Loginov K.O., Ilyin N.I., Velikikh A.S. Mathematical Model for Assessing the Information Impact on the Electorate in Social Media during Election Campaigns. Mathematical Models and Computer Simulations, 2022. 14: 590-598. DOI: 10.1134/S207004822204007X.
7. Il'inskii A.S., Polyanskii I.S., Loginov K.O., Arkhipov N.S. Numerical Assessment of the Information- al Influence of Election Campaigns on the Electorate. Computational Mathematics and Modeling, 2021. 32(13): 399-412. DOI: 10.1007/s10598-022-09542-5.
8. Polyanskij, I.S., Polyanskaya, I.V., Loginov, K.O. Algoriticheskie resheniya v zadache ocenki informacionnogo vozdejstviya na elektorat pri provedenii vybornykh kampanij [Algorithmic solutions to the problem of assessing the information impact on the electorate during election campaigns] // Fizika volnovykh processov i radiotekhnicheskie sistemy [Physics of wave processes and radio engineering systems], 2021. 24(4): 72-80.
9. Pugachev V.S., Sinicin I.N. Stokhasticheskie differencial'nye sistemy. Analiz i fil'traciya. Izd. 2-e [Stochastic differential systems. Analysis and filtering. 2nd Ed.]. – Moscow : Nauka [Science], 1990, 642 p.
10. Tihonov V.I. Optimal'nyj priem signalov [Optimal signal reception]. Moscow: Radio i svyaz' [Radio and communications], 1983, 320 p.
11. Loginov K.O. CHislennoe reshenie zadachi fil'tracii ocenok informacionnogo vozdejstviya na elektorat [Numerical solution of the problem of filtering estimates of information impact on the electorate]. Informatika i avtomatizaciya [Computer Science and automation], 2022. 21(3): 624-652. DOI: 10.15622/ia.21.3.7.
12. Rybakov K.A. Solving approximately an optimal nonlinear filtering problem for stochastic differential systems by statistical modeling. Numerical Analysis and Applications, 2013. 6: 324-391. DOI: 10.1134/S1995423913040071
13. Loginov K.O. Ocenka intensivnosti informacionnogo vliyaniya social'nykh media pri provedenii predvybornoj kampanii [Assessment of the

- intensity of the informational influence of social media during the election campaign] // Sbornik materialov IX Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii «Sovremennye problemy civilizatsii i ustojchivogo razvitiya v informacionnom obshchestve» [Collection of materials of the IX International Scientific and Practical Conference “Modern problems of civilization and sustainable development in the information society”], 2022: 173–179.
14. *Amirhossein Taghvaei, Jana de Wiljes, Prashant G. Mehta, Sebastian Reich*. Kalman filter and its modern extensions for the continuous-time nonlinear filtering problem. *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control*, 2018. 140(3). DOI: 10.1115/1.4037780
 15. *Polyanskij I.S., Polyanskaya I.V., Fam T.Z.* Matematicheskaya model' fil'tracii kanonicheskikh parametrov sputnika-retranslyatora pri orbital'nom dvizhenii [Mathematical model of filtering canonical parameters of a relay satellite during orbital motion] // *Fizika volnovykh processov i radiotekhnicheskie sistemy* [Physics of wave processes and radio engineering systems], 2019. 22(4): 50-57. DOI: 10.18469/1810-3189.2019.22.4.50-57
 16. *Polyanskij I.S., Fam T.Z., Tihonov A.V., Katygin B.G.* Algoritm fil'tracii koordinat nazemnogo istochnika nesankcionirovannogo radioizlucheniya v sisteme sputnikovoy svyazi s pryamoj retranslyaciej [Algorithm for filtering coordinates of a ground source of unauthorized radio emission in a satellite communication system with direct retransmission] // *Fizika volnovykh processov i radiotekhnicheskie sistemy* [Physics of wave processes and radio engineering systems], 2021. 24(1): 67-77. DOI: 10.18469/1810-3189.2021.24.1.67-77
 17. *Bergemann K., Reich S.* An ensemble Kalman-Bucy filter for continuous data assimilation. *Meteorologische Zeitschrift*, 2012. 21: 213-219. DOI: 10.1127/0941-2948/2012/0307
 18. *Polyanskij I.S., Patronov D.YU.* Maksimal'no pravdopodobnaya ocenka dispersionno-kovariatsionnoy matritsy [The most plausible estimate of the variance-covariance matrix] // *Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya* [Modern problems of science and education], 2013. 1; Available at: <https://science-education.ru/ru/article/view?id=8516>
 19. *Polyanskii I.S., Arkhipov N.S., Misyurin S.Yu.* On Solving the Optimal Control Problem Automation and Remote Control, 2019. 80: 66–80. DOI: 10.1134/S0005117919010065
 20. *Wenhui Dong, Xue Luo, Stephen S.-T. Yau.* Solving Nonlinear Filtering Problems in Real-time by Legendre Galerkin Spectral Method // *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2020, vol. 66, issue 4, pp. 1559–1572. DOI: 10.1109/TAC.2020.3002979

Polyansky Ivan Sergeevich, doctor of physical and mathematical sciences, associate professor, employee of the Academy Federal Security Service Russian Federation, Orel, Russia. The number of scientific publications is 152. Research interests: mathematical modeling, dynamical systems, differential equations, optimization methods, optimal control, conformal mappings, computational electrodynamics, digital signal processing. E-mail: van341@mail.ru ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1282-1522>

Loginov Kirill Olegovich, employee of the Academy Federal Security Service Russian Federation, Orel, Russia. Author of 10 scientific publications. Research interests: mathematical modeling, methods of statistical data analysis, dynamic systems, optimal control, stochastic differential equations. E-mail: kvirs@mail.ru. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8715-6029>