

УДК 62-233.3/9

doi: 10.21685/2072-3059-2025-1-8

Моделирование движения в циклоидальной передаче. Часть II. Нагруженная передача

Е. А. Чуфистов¹, О. Е. Чуфистов², М. Благоевич³, М. Васич⁴

¹Пензенский государственный университет, Пенза, Россия

²Пензенский государственный технологический университет, Пенза, Россия

³Университет Крагуеваца, Крагуевац, Сербия

⁴Академия прикладных технических исследований, Белград, Сербия

¹ea_tchufistov@mail.ru, ²tchufistov@mail.ru, ³mirkob@kg.ac.rs, ⁴mvasic@atssb.edu.rs

Аннотация. *Актуальность и цели.* Рассматривается движение в нагруженной планетарно-цевочной (циклоидальной) передаче, выполненной по схеме $k-h-v$. Представленное исследование объединяет кинематический анализ с анализом угловой жесткости передачи. Методика расчета погрешности вращения выходного звена передачи основана на выявлении действующих в передаче сил с учетом погрешностей изготовления деталей передачи и геометрических соотношений в самой передаче и влияния их на ошибку угла поворота выходного вала. Целью являются методика и алгоритм, позволяющие установить закон вращения ведомого звена нагруженной передачи. *Материалы и методы.* Деформации в контактных парах определены методом проектирования погрешностей изготовления, модификации профиля зубьев и перемещения профилей зубьев вследствие нагружения передачи на профильную контактную нормаль. Характеристики жесткости контактной пары определяются с использованием классической контактной механики Герца. Силы в зацеплении в произвольном положении сателлита и цевочного колеса рассчитываются по итерационному алгоритму. Для получения количественных характеристик применено компьютерное моделирование в системе Mathcad. *Результаты.* Предложен алгоритм расчета ошибки угла поворота ведомого звена нагруженной планетарно-цевочной передачи с модификацией профиля зубьев сателлита и эксцентриситетом сателлита. Выполнены расчеты и анализ полученных результатов. Показано влияние нагрузки на точность вращения в передаче. *Выводы.* Предложенное решение позволяет учитывать совместное влияние равномерной модификации профилей зубьев, эксцентриситета сателлита и нагрузки на ошибку угла поворота выходного звена нагруженной передачи. Для создания отвечающих современным требованиям точных приводов необходимы методики, учитывающие интегральные кинематические и деформационные характеристики зацепления.

Ключевые слова: циклоидальные передачи, зацепление, модификация профиля, эксцентриситет, угол упругого поворота, крутильная жесткость, погрешность вращения

Для цитирования: Чуфистов Е. А., Чуфистов О. Е., Благоевич М., Васич М. Моделирование движения в циклоидальной передаче. Часть II. Нагруженная передача // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. 2025. № 1. С. 92–105. doi: 10.21685/2072-3059-2025-1-8

Simulation of motion in a cycloidal gear. Part II. Loaded gear

E.A. Tchufistov¹, O.E. Tchufistov², M. Blagojević³, M. Vasic⁴

¹Penza State University, Penza, Russia

© Чуфистов Е. А., Чуфистов О. Е., Благоевич М., Васич М., 2025. Контент доступен по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 License / This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 License.

²Penza State Technological University, Penza, Russia³University of Kragujevac, Kragujevac, Serbia⁴Academy of Applied Technical Studies Belgrade, Belgrade, Serbia¹ea_tchufistov@mail.ru, ²tchufistov@mail.ru, ³mirkob@kg.ac.rs, ⁴mvasic@atssb.edu.rs

Abstract. *Background.* The article considers the motion in a planetary-pinion (cycloidal) gear made according to the $k-h-v$ scheme. The presented research combines kinematic analysis with analysis of angular stiffness of gear. The method of calculating the rotation inaccuracy of the output element of gear is based on identifying the forces acting in the gear, taking into account the manufacturing inaccuracies of gear details and geometric ratios in the gear itself and their effect on the inaccuracy of the angle of rotation of the output shaft. The purpose of the study is to use techniques and algorithms to establish the law of rotation of the driven element of the loaded gear. *Materials and methods.* Deformations in contact pairs are determined by the method of designing manufacturing inaccuracies, modifying the tooth profile and moving the tooth profiles due to the loading of the gear on the profile contact normal. The stiffness characteristics of the contact pair are determined using classical Hertz contact mechanics. The tooth forces in an arbitrary position of the satellite and the pinwheel are calculated using an iterative algorithm. To obtain quantitative characteristics, computer modeling in the Mathcad system is used. *Results.* An algorithm is proposed for calculating the inaccuracy of the rotation angle of the driven element of a loaded planetary-pinion gear with modification of the profile of the teeth of the satellite and the eccentricity of the satellite. Calculations and analysis of the obtained results are performed. The influence of the load on the accuracy of rotation in the gear is shown. *Conclusions.* The proposed solution allows us to take into account the combined effect of uniform modification of tooth profiles, satellite eccentricity and load on the inaccuracy of the angle of rotation of the output element of the loaded gear. To create precision drives that meet modern requirements, techniques are needed that take into account the integral kinematic and deformation characteristics of toothing.

Keywords: cycloidal gears, toothing, profile modification, eccentricity, elastic rotation angle, torsional stiffness, rotation inaccuracy

For citation: Tchufistov E.A., Tchufistov O.E., Blagojević M., Vasic M. Simulation of motion in a cycloidal gear. Part II. Loaded gear. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Tekhnicheskie nauki = University proceedings. Volga region. Engineering sciences.* 2025;(1):92–105. (In Russ.). doi: 10.21685/2072-3059-2025-1-8

Введение

Особенность геометрии передач с циклоидально-цевочным зацеплением обеспечивает им потенциальные преимущества по массе, размерам, надежности, шуму, коэффициенту полезного действия, инерционности, жесткости. Однако перечисленные возможности в значительной степени зависят от точности изготовления деталей передачи. Погрешности изготовления могут создавать опасность того, что собираемость передачи будет невозможна. Для сборки передачи при ее проектировании и изготовлении вводят модификацию профилей зубьев. Кроме собираемости, она позволяет улучшать смазку и некоторые показатели передачи. Широко применяется модификация, при которой профили зубьев сателлитов эквидистантны теоретическим. При этом в зацеплении образуются одинаковые зазоры. Зазоры и погрешности изготовления передачи влияют на люфт, погрешность вращения и крутильную жесткость передачи, которые относятся к основным для прецизионных передач.

Погрешности вращения выходного вала в циклоидальной передаче с зазором в зацеплении и с погрешностями изготовления без нагрузки рассматривались в ряде работ. В моделях, рассмотренных в [1–3], детали абсо-

лютно жесткие, трение в контакте отсутствует. Учитывалось отклонение межосевого расстояния в передаче, эксцентриситет зубчатого венца сателлита и цевочного колеса, отклонение радиуса окружности центров цевок, координат центров цевок и радиусов цевок.

В статье [4] для трансмиссии типа $2k-v$ установлена связь между точностью передачи и погрешностью фактического профиля зубчатых колес, подтвержденная экспериментально. В работе [5] исследовано влияние геометрических погрешностей на отклонения положения планетарных передач и величину люфта и возможность появления нагрузки между нерабочими профилями. В публикации [6] изучено влияние различных методов модификации на ошибку возврата. В работе [7] исследовалось влияние ошибок изготовления и сборки на погрешность передачи вращения в планетарных передачах $k-h-v$ с циклоидальным зацеплением.

В приведенных работах не учитываются деформации контактных пар под нагрузкой. В статье [8] представлен анализ крутильной жесткости циклоидной передачи с учетом допусков с помощью кинематического анализа, теории Герца и FE-моделей. Установлено, что с увеличением зазоров жесткость при кручении циклоидального редуктора уменьшается, а максимальная сила в контакте увеличивается. В работе [9] исследована характеристика, названная авторами потерянными движением, учитывающая геометрический люфт и гистерезис в циклоидальном редукторе. В публикациях [10, 11] установлены некоторые закономерности нагружения элементов передачи в неподвижной и работающей передаче.

В приведенных работах не исследовались ошибки угла поворота в работающей передаче с учетом деформаций элементов передачи. Учет упругих деформаций звеньев циклоидальной цевочной передачи с зазорами и погрешностями изготовления ее деталей позволит уточнить значение ошибки угла поворота выходного вала. Задачей данной работы является определение погрешностей положения выходного вала с учетом деформаций.

1. Материалы и методы

1.1. Модель передачи с зазором под нагрузкой

На рис. 1 показана расчетная схема, когда в зацеплении имеется зазор Δ_z , одинаковый во всех контактных парах. Нагружение передачи происходит вследствие поворота сателлита относительно т. O_c – центра сателлита. Вначале сателлит поворачивается на угол β_{bac} для выбора люфта в одной контактной паре, при этом в остальных контактных парах зазоры также уменьшаются. Угол β_{bac} можно приближенно определить по формуле

$$\beta_{bac} = \Delta_z / r_{w1}, \quad (1)$$

где r_{w1} – радиус начальной окружности сателлита.

После этого деформируется первая контактная пара, а по мере увеличения момента до номинального значения деформируются и другие контактные пары, сателлит поворачивается на угол упругого поворота β_{el} , образуется зона контакта. Полный угол поворота сателлита:

$$\beta = \beta_{bas} + \beta_{el}. \quad (2)$$

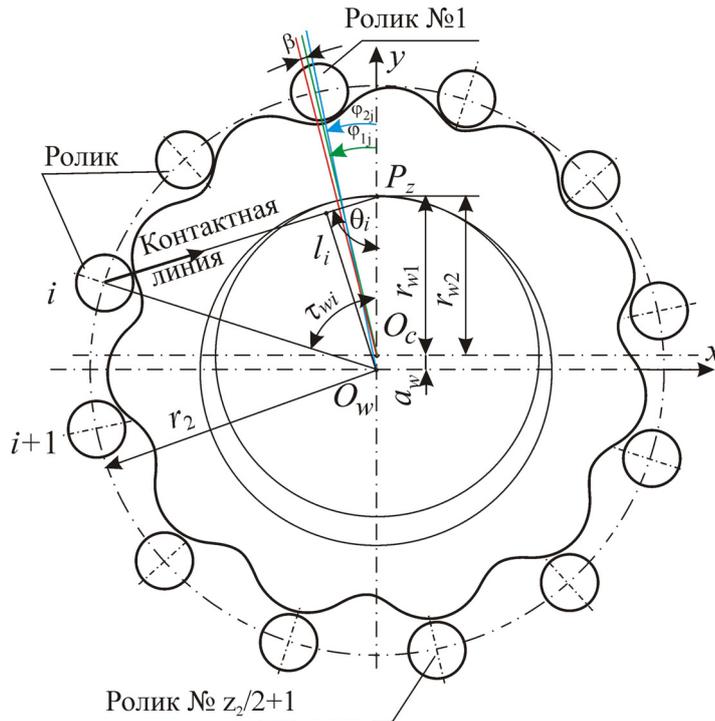


Рис. 1. Схема для расчета угла упругого поворота в передаче с зазором

Угол упругого поворота определим по контактной паре, в которой действует максимальная сила $F_{z\max}$:

$$\beta_{el} = F_{z\max} / (cr_{w1}), \quad (3)$$

где c – коэффициент контактной жесткости для этой пары. В первом приближении можно считать его одинаковым для всех контактных пар.

Максимальная сила в контактной паре [10, 11]:

$$F_{z\max} = 4k_z T_c (r_{w1} z_2)^{-1}, \quad (4)$$

где T_c – вращающий момент на сателлите; k_z – коэффициент увеличения максимальной силы в зацеплении; z_2 – число зубьев цевочного колеса.

Тогда получаем

$$\beta_{el} = 4k_z T_c (cr_{w1}^2 z_2)^{-1}. \quad (5)$$

Для определения k_z воспользуемся решением, предложенным в [10]:

$$k_z = \pi \left\{ (1 + p_{un}) \left[\pi - 2 \arcsin \frac{p_{un}}{1 + p_{un}} - 2 \frac{p_{un}}{1 + p_{un}} \sqrt{1 - \left(\frac{p_{un}}{1 + p_{un}} \right)^2} \right] \right\}^{-1}, \quad (6)$$

где p_{un} – параметр упругого нагружения,

$$p_{un} = k_K \pi \Delta_z z_2 E b r_{w1} \left\{ 8 T_c (1 - v^2) \left[\ln \frac{z_2 r_{w1} \pi E b r_2 \sqrt{1 - \lambda^2}}{8 k_z T_c (1 - v^2)} + 0,815 \right] \right\}^{-1}, \quad (7)$$

где λ – коэффициент укорочения эпициклоиды $\lambda = r_{w2} / r_2$; r_{w2} – радиус начальной окружности цевочного колеса; E – модуль упругости; v – коэффициент Пуассона; b – ширина сателлита; k_K – коэффициент, учитывающий дополнительные, к контактным, деформации в зацеплении.

Величины k_z и p_{un} могут быть найдены из (6) и (7), например, методом итераций. При повороте сателлита и цевочного колеса из начального положения меняется относительное расположение элементов зацепления, направления сил в контакте, вследствие этого меняется крутильная жесткость передачи, угол упругого поворота и полный угол поворота сателлита относительно цевочного колеса. Для определения ошибок угла поворота сателлита и цевочного колеса цевочное колесо поворачиваем дискретно на угол $\varphi_{2j} = 2\pi j / (z_2 n)$, где $j = 1, 2, \dots, n$, при этом сателлит поворачивается на угол $\varphi_{1j} = 2\pi j / (z_1 n)$, после чего зацепление нагружаем поворотом сателлита на угол $\beta = \beta_0$ и для каждой контактной пары определяем деформацию и силу:

$$F_i = c \delta_i = c (\beta r_{w1} \sin \theta_i - \Delta_z), \quad (8)$$

где θ_i вычисляются по формуле

$$\theta_i = \arctg \frac{\sin \tau_{wi}}{\lambda - \cos \tau_{wi}}. \quad (9)$$

По положительным значениям F_i вычисляется вращающий момент T_c :

$$T_c = \sum F_i l_i = \sum c (\beta r_{w1} \sin \theta_i - \Delta_z) r_{w1} \sin \theta_i. \quad (10)$$

Он должен быть равен заданному номинальному значению. Так как β_0 – приближенное значение, то это условие не выполняется. Поэтому значения β уточняют по формуле, полученной из равенства расчетного и требуемого значений момента:

$$\beta_{k+1} = \beta_k + \frac{T_c - T_{ck}}{c r_{w1}^2 \sum_{i=p}^q \sin^2 \theta_i},$$

где $k, k+1$ – номера итераций; p, q – номера контактных пар, являющиеся границами диапазона, в котором $\delta_i > 0$, на k -й итерации; T_{ck} – вращающий момент на сателлите на k -й итерации.

В результате итерационного процесса можно определить угол поворота сателлита β и с учетом (1) и (2) угол упругого поворота β_{el} . По β и β_{el}

определяют угол упругого поворота и полную ошибку поворота цевочного колеса вокруг центра O_w :

$$\begin{aligned}\Delta\varphi_{wel} &= \beta_{el} z_1 / z_2, \\ \Delta\varphi_w &= \beta z_1 / z_2.\end{aligned}\quad (11)$$

1.2. Модель передачи с зазором и эксцентриситетом под нагрузкой

В начальном положении ось симметрии впадины, которой присвоен № 1, располагается на оси ординат вместе с роликом № 1 (рис. 2). Зубчатый венец сателлита имеет смещение e_s от точки O_c – центр отверстия под подшипник, до O'_c – центр зубчатого венца, в направлении вектора эксцентриситета, определяемом углом ξ . Из-за этого точка профиля сателлита i , расположенная на пересечении профиля зуба сателлита с профильной нормалью, перемещается к ролику на величину

$$-e_s \cos(\xi + \theta_i). \quad (12)$$

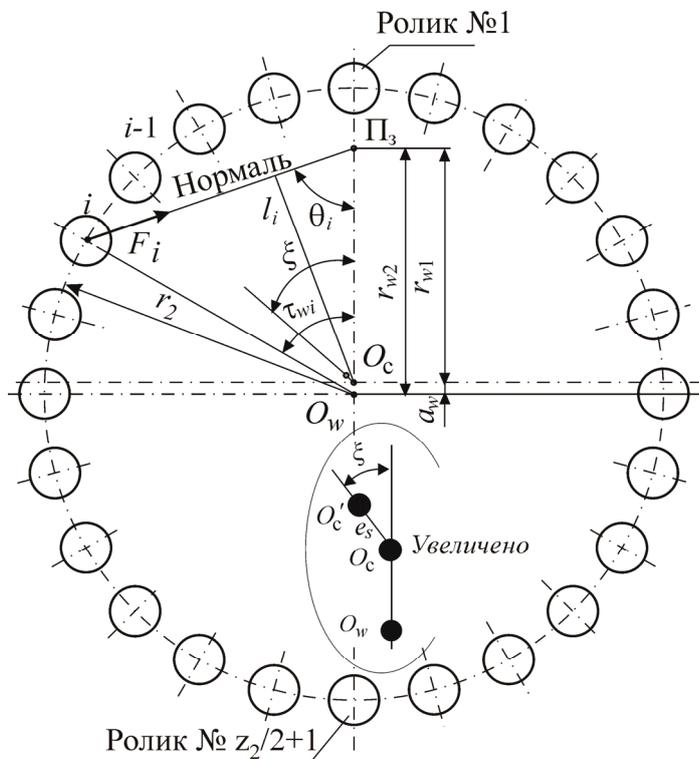


Рис. 2. Схема для расчета угла упругого поворота в зацеплении с зазором и эксцентриситетом

Поворачивая сателлит относительно оси отверстия под подшипник O_c , получим для деформации в контактных парах следующую зависимость:

$$\delta_i = \beta l_i - e_s \cos(\xi + \theta_i) - \Delta_z.$$

Если $\delta < 0$, то в паре «цевка – зуб сателлита» остается зазор. Пренебрегаем, вследствие малости, влиянием эксцентриситета на плечо l_i силы F_i , действующей в зацеплении, и принимаем $l_i = r_{w1} \sin \theta_i$. Теперь

$$\delta_i = \beta r_{w1} \sin \theta_i - e_s \cos(\xi + \theta_i) - \Delta_z. \quad (13)$$

Угол β по-прежнему равен $\beta = \beta_{bas} + \beta_{el}$. Однако вследствие смещения зубчатого венца в направлении вектора эксцентриситета зазоры еще до поворота на угол β в контактных парах разные. Угол θ_m , определяющий положение контактной пары с минимальным зазором, может быть определен из условия $\frac{d\delta}{d\theta} = 0$. Тогда угол поворота сателлита, необходимый для выбора люфта, равен

$$\beta_{bac} = \frac{1}{r_{w1}} \left(\frac{\Delta_z + e_s \cos \xi \cos \theta_m}{\sin \theta_m} - e_s \sin \xi \right). \quad (14)$$

Деформация в контактной паре:

$$\delta_i = \beta_{el} r_{w1} \sin \theta_i - e_s \cos \xi \left(\cos \theta_i - \frac{\sin \theta_i}{\operatorname{tg} \theta_m} \right) - \Delta_z \left(1 - \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_m} \right). \quad (15)$$

Сила в контакте:

$$F_i = c \left[\beta_{el} r_{w1} \sin \theta_i - e_s \cos \xi \left(\cos \theta_i - \frac{\sin \theta_i}{\operatorname{tg} \theta_m} \right) - \Delta_z \left(1 - \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_m} \right) \right]. \quad (16)$$

Вращающий момент на сателлите, создаваемый силами, действующими на зубья сателлита по аналогии с (10):

$$T_s = \sum c \left[\beta_{el} r_{w1} \sin \theta_i - e_s \cos \xi \left(\cos \theta_i - \frac{\sin \theta_i}{\operatorname{tg} \theta_m} \right) - \Delta_z \left(1 - \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_m} \right) \right] r_{w1} \sin \theta_i, \quad (17)$$

где суммирование распространяется на нагруженные контактные пары, для которых выражение в квадратных скобках больше нуля.

Получить формулу для β_{el} из приведенных выражений достаточно сложно, поэтому предлагается следующий алгоритм. Вначале рассматривается начальное положение сателлита и цевочного колеса. На первом шаге расчет выполняется без учета эксцентриситета, как это изложено выше. Затем корректируется угол упругого поворота для того, чтобы момент на сателлите с учетом эксцентриситета был равен заданному. В результате определяются общий угол поворота сателлита и угол его упругого поворота для этого положения.

Задача определения ошибки угла поворота цевочного колеса при изменении положения звеньев передачи, т.е. в работающей передаче, концептуально решается, как и для передачи, без эксцентриситета. Цевочное колесо поворачивают дискретно на угол $\varphi_{2j} = 2\pi j / (z_2 n)$, где $j = 1, 2, \dots, n$, после чего зацепление нагружают поворотом сателлита на угол β_0 и для каждой кон-

тактной пары определяют деформацию и силу. Необходимо учитывать, что при повороте цевочного колеса на дискретный угол $\Delta\varphi_2 = 2\pi/(z_2n)$ сателлит поворачивается на угол $\Delta\varphi_1 = \Delta\varphi_2 z_2/z_1$. При этом изменяются не только положения нормалей, но и положение вектора эксцентриситета. Угол вектора эксцентриситета в работающей передаче $\xi_j = \xi_0 + 2\pi(j-1)/(z_2n)$. Далее по формуле (16) вычисляются силы, и для $F_i > 0$ по формуле (17) вычисляется вращающий момент. Углы поворота для каждого положения корректируются для достижения заданного момента.

2. Результаты

На рис. 3 представлены результаты расчетов, выполненных в Mathcad, для нагруженной передачи с параметрами, приведенными в табл. 1 для вариантов 1 и 2.

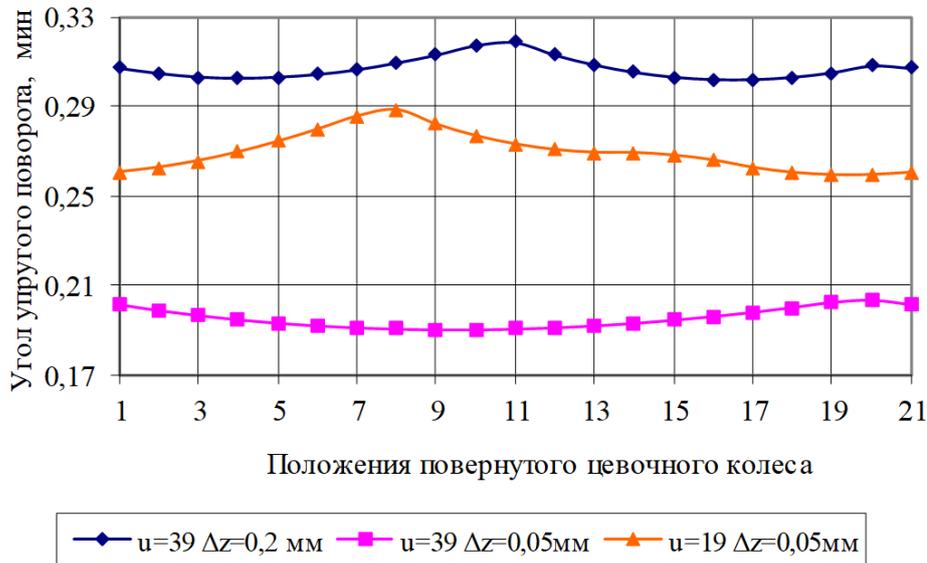


Рис. 3. График зависимости угла упругого поворота сателлита от угла поворота цевочного колеса при работе передачи

Таблица 1

Величина	Характеристика		
	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
Номинальный вращающий момент на сателлите, Нм	100		350
Передаточное отношение	39	19	17
Диаметр окружности расположения роликов, мм	115	127	200
Расчетное межосевое расстояние, мм	1,078	2,381	4,146
Коэффициент укорочения эписциклоиды λ	0,75		

Рисунок 3 иллюстрирует влияние зазоров и чисел зубьев передачи на угол упругого поворота. Числа по горизонтальной оси определяют положение

ния цевочного колеса при его повороте на один угловой шаг. При этом положение 1 соответствует $\varphi = 0$ – начальное положение. Весь угловой шаг разделен на 20 равных углов, характеризующих дискретность поворота. Для передачи с $u = 39$ и $z_2 = 40$ они равны $0,45^\circ$, а для передачи с $u = 19$ и $z_2 = 20$ – $0,9^\circ$.

На рис. 4 [11] показаны ошибка угла поворота цевочного колеса ненагруженной передачи (рис. 4,а), а также ошибка угла поворота в нагруженной передаче (рис. 4,б). Параметры передачи: передаточное отношение (число зубьев сателлита) $z_1 = 33$, число зубьев цевочного колеса $z_2 = 34$, межосевое расстояние $a_w = 1,985$ мм, коэффициент укорочения эциклоиды $\lambda = 0,75$, зазор в зацеплении $\Delta_z = 0,05$ мм, номинальный вращающий момент на сателлите 350 Нм.

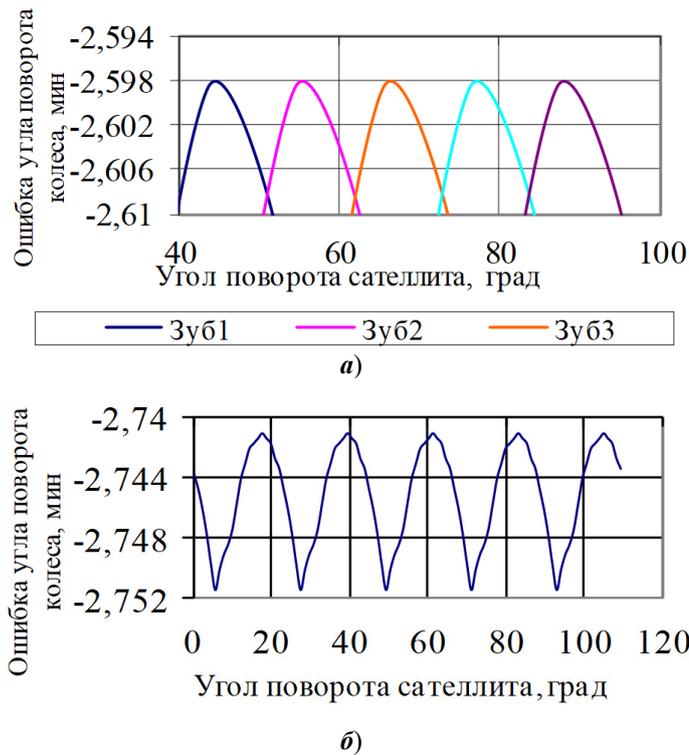


Рис. 4. График зависимости ошибки угла поворота цевочного колеса

На рис. 5 показаны зависимости для углов упругого поворота для передачи с зазором и эксцентриситетом, с параметрами, приведенными в табл. 1, вариант 3. Кроме того, показаны углы упругого поворота цевочного колеса для трех угловых шагов для передачи без эксцентриситета.

Для первой контактной пары в начальном положении вектор эксцентриситета направлен по вертикальной оси. В процессе поворота он меняет свое направление. Для второй контактной пары начальный угол вектора эксцентриситета равен угловому шагу сателлита. По горизонтальной оси отложены дискретные угловые шаги ($1/20$ углового шага цевочного колеса).

По вертикальной оси отложены углы упругого поворота сателлита β_{el} для передачи с эксцентриситетом.



Рис. 5. Угол упругого поворота:
передача 1 – с эксцентриситетом, 2 – без эксцентриситета

Из рис. 5 видно, что углы упругого поворота, когда вектор эксцентриситета образует с вертикальной осью симметрии относительно небольшие углы, больше (например, положения 141–221), чем в других положениях.

На рис. 6 показана ошибка угла поворота цевочного колеса $-\beta z_1/z_2$ в передаче с зазором и эксцентриситетом.



Рис. 6. Полный угол поворота (ошибка угла поворота) цевочного колеса

3. Обсуждение

Деформации зацепления под нагрузкой (см. рис. 3) меняют закон вращения ведомого звена. Так как положение и деформации контактных пар при вращении звеньев меняются: одни контактные пары входят в зону максимальных нагрузок, другие выходят, то угол упругого поворота β_{el} является функцией угла поворота φ . Из рис. 3 видно, что эта функция периодическая. Максимальное значение угла упругого поворота соответствует тому положению, при котором крутильная жесткость зацепления минимальна.

С увеличением зазора в зацеплении крутильная жесткость передачи снижается, а угол упругого поворота и ошибка угла поворота ведомого звена увеличиваются. Для приведенного примера при увеличении зазора от 0,05 до

0,2 мм угол упругого поворота увеличился в среднем на 15 %. Аналогично влияет и уменьшение передаточного отношения, которое тоже приводит к уменьшению числа контактных пар и крутильной жесткости передачи. При уменьшении передаточного отношения с 39 до 19, и числа цевок с 40 до 20 угол упругого поворота увеличился примерно на 35 %.

Из рис. 5 видно, что ошибка угла поворота нагруженной передачи больше, чем у ненагруженной, видимо, вследствие сложений кинематической погрешности и ошибки угла вследствие деформаций по средним значениям примерно на $\approx 9,7$ с. Однако размахи ошибок примерно одинаковые : $\approx 0,62$ с и $\approx 0,66$ с. Экстремум угла упругого поворота смещен относительно экстремума общей ошибки поворота.

Расчеты, выполненные для нагруженных передач с зазором в зацеплении и эксцентриситетом (смещением) зубчатого венца сателлита, показывают существенное влияние эксцентриситета на угол упругого поворота, а следовательно, и на ошибку угла поворота ведомого звена передачи. Влияние эксцентриситета на угол упругого поворота и силу в контактной паре определяется расположением вектора эксцентриситета по отношению к контактной нормали. Если угол, определяющий направление вектора эксцентриситета, меньше $\pi/2 - \theta$, то эксцентриситет увеличивает зазор в контактной паре и уменьшает силу, а если больше, то уменьшает зазор и увеличивает силу. Максимальное уменьшение зазора и увеличение деформации и контактной силы определяется совместным влиянием перемещения в контакте вследствие поворота сателлита и эксцентриситета. При малых углах вектора эксцентриситета в зоне, близкой к полюсу зацепления, где и без эксцентриситета силы большие, они еще более увеличиваются. В работающей передаче ошибка угла поворота цевочного колеса циклически меняется.

Заключение

Деформации под нагрузкой существенно меняют закономерности движения и погрешность вращения в планетарно-цевочных передачах. Ошибка угла поворота так же, как и кинематическая погрешность, периодическая, но всплески на кривой определяются главным образом периодическим изменением крутильной жесткости зацепления. Смещение зубчатого венца сателлита относительно оси отверстия под подшипник, эксцентриситет сателлита, меняет картину силового нагружения зацепления. В контактных парах, в направлении которых смещен зубчатый венец, силы возрастают. Вследствие этого меняется также угол упругого поворота сателлита. Результат определяется конкретным сочетанием параметров, модификацией профиля, погрешностей изготовления, приложенной нагрузкой. Для более качественного проектирования передач, к которым предъявляются повышенные требования к точности вращения, необходим учет совместного влияния погрешностей изготовления и нагрузок. Предлагаемое решение дает более полное представление о работе планетарно-цевочных передач. Исследования в данном направлении должны быть продолжены.

Список литературы

1. Родиков А. В. Влияние первичных ошибок зацепления планетарной цевочной передачи на кинематическую точность вращения выходного вала // Автомобиле- и

- тракторостроение в России: приоритеты развития и подготовка кадров : материалы Междунар. науч.-техн. конф. (г. Москва, 17 ноября 2010 г.). М. : МГТУ «МАМИ», 2010. С. 106–109.
2. Родиков А. В., Гуреев Е. А. Влияние ошибки окружного шага сателлита планетарной цевочной передачи на кинематическую точность вращения выходного вала // Сборник трудов молодых ученых Пензенского государственного университета. Пенза : Изд-во ПГУ, 2011. С. 57–61.
 3. Егоров И. М., Алексанин С. А., Федосовский М. Е., Кряжева Н. П. Математическое моделирование погрешностей изготовления элементов цевочной передачи планетарного редуктора // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2014. № 6 (94). С. 171–176.
 4. Li C., Liu J., Sun T. Study on transmission precision of cycloidal pin gear in 2K-V planetary drives // Chinese Journal of Mechanical Engineering. 2001. Vol. 37, № 4. P. 61–65.
 5. Shirokoshi N., Hidaka T., Kasei S. Studies of influences of geometrical errors to final performances in small backlash planetary gears. Relations among position deviations of planet gears, target of backlash and nonworking flank load // Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers Series C. 2000. Vol. 66, № 646. P. 1950–1958.
 6. Guan T. M. Calculation and analysis on the return error resulting from cycloid-disk modification in the cycloid drive // Modular Machine Tool and Automatic Manufacturing Technique. 2001. Vol. 10. P. 15–18.
 7. Hidaka T., Wang H., Ishida T., Matsumoto K., Hashimoto M. Rotational transmission error of K-H-V planetary gears with cycloid gear // Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers Series C. 1994. Vol. 60, № 570. P. 645–653.
 8. Anh Duc Pham, Linh Tran [et al.]. Torsional rigidity analysis of cycloid reducers considering tolerances // 16th Asia Pacific Vibration Conference (24–26 November, 2015 HUST). 2015. doi: 10.15625/vap.2016.000088
 9. Linh Tran, Anh Duc Pham, Hyeong-Joon Ahn. Lost Motion Analysis of one stage cycloid reducer considering tolerances // International journal of precision engineering and manufacturing. 2016. Vol. 17, № 8. P. 1009–1016.
 10. Tchufistov E. A., Tchufistov O. E. Simulation of satellite bearings loading in planetary cycloid gear // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2020. Vol. 971 (4).
 11. Чуфистов Е. А., Чуфистов О. Е., Благоевич М., Васич М. Моделирование движения в циклоидальной передаче. Часть I. Ненагруженная передача // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. 2024. № 4. С. 92–108. doi: 10.21685/2072-3059-2024-4-8

References

1. Rodikov A.V. The influence of primary engagement errors of the planetary pinion gear on the kinematic accuracy of rotation of the output shaft. *Avtomobile- i traktorostroenie v Rossii: priority razvitiya i podgotovka kadrov: materialy Mezhdunar. nauch.-tekhn. konf. (g. Moskva, 17 noyabrya 2010 g.) = Automobile and tractor manufacturing in Russia: development priorities and personnel training: proceedings of the International scientific and engineering conference (Moscow, November 17, 2010)*. Moscow: MGTU «МАМИ», 2010:106–109. (In Russ.)
2. Rodikov A.V., Gureev E.A. The influence of the error of the circumferential pitch of the planetary pinion gear on the kinematic accuracy of rotation of the output shaft. *Sbornik trudov molodykh uchenykh Penzenskogo gosudarstvennogo universiteta = Collection of works of young scientists of Penza State University*. Penza: Izd-vo PGU, 2011:57–61. (In Russ.)
3. Egorov I.M., Aleksanin S.A., Fedosovskiy M.E., Kryazheva N.P. Mathematical modeling of manufacturing errors in the elements of the planetary gearbox pinion transmis-

- sion. *Nauchno-tehnicheskiy vestnik informatsionnykh tekhnologiy, mekhaniki i optiki = Scientific and technical journal of information technologies, mechanics and optics*. 2014;(6):S. 171–176. (In Russ.)
4. Li C., Liu J., Sun T. Study on transmission precision of cycloidal pin gear in 2K-V planetary drives. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*. 2001;37(4):61–65.
 5. Shirokoshi N., Hidaka T., Kasei S. Studies of influences of geometrical errors to final performances in small backlash planetary gears. Relations among position deviations of planet gears, target of backlash and nonworking flank load. *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers Series C*. 2000;66(646):1950–1958.
 6. Guan T.M. Calculation and analysis on the return error resulting from cycloid-disk modification in the cycloid drive. *Modular Machine Tool and Automatic Manufacturing Technique*. 2001;10:15–18.
 7. Hidaka T., Wang H., Ishida T., Matsumoto K., Hashimoto M. Rotational transmission error of K-H-V planetary gears with cycloid gear. *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers Series C*. 1994;60(570):645–653.
 8. Anh Duc Pham Torsional rigidity analysis of cycloid reducers considering tolerances Conference Paper November 2015 DOI: 10.15625/vap.2016.000088 16th Asia Pacific Vibration Conference 24-26 November, 2015 HUST, Hanoi, Vietnam.
 9. Linh Tran, Anh Duc Pham, and Hyeong-Joon Ahn Lost Motion Analysis of one stage cycloid reducer considering tolerances International journal of precision engineering and manufacturing Vol. 17, No. 8, pp. 1009-1016 2016 / 1009 KSPE and Springer 2016.
 10. Tchufistov E A and Tchufistov O E Simulation of satellite bearings loading in planetary cycloid gear IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2020, 971(4).
 11. Tchufistov E.A., Tchufistov O.E., Blagojević M., Vasic M. Simulation of motion in a cycloidal gear. Part I: unloaded gear. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Tekhnicheskie nauki = University proceedings. Volga region. Engineering sciences*. 2024;(4):92–108. (In Russ.). doi: 10.21685/2072-3059-2024-4-8

Информация об авторах / Information about the authors

Евгений Алексеевич Чуфистов

кандидат технических наук, профессор, профессор кафедры транспортных машин, Пензенский государственный университет (Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)

E-mail: ea_tchufistov@mail.ru

Evgeniy A. Tchufistov

Candidate of engineering sciences, professor, professor of the sub-department of transport machines, Penza State University (40 Krasnaya street, Penza, Russia)

Олег Евгеньевич Чуфистов

кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры технологии машиностроения, Пензенский государственный технологический университет (Россия, г. Пенза, пр. Байдукова / ул. Гагарина, 1а/11)

E-mail: tchufistov@mail.ru

Oleg E. Tchufistov

Candidate of engineering sciences, associate professor, associate professor of the sub-department of mechanical engineering technology, Penza State Technological University (1a/11 Baydukova passage / Gagarina street, Penza, Russia)

Мирко Благович

профессор инженерного факультета, Крагуевацкий университет (Сербия, г. Крагуевац, ул. Сестры Янич, 6)

E-mail: mirkob@kg.ac.rs

Mirko Blagojević

Professor of the faculty of engineering, University of Kragujevac (6 Sestre Janic street, Kragujevac, Serbia)

Милан Васич

аспирант технического колледжа
прикладных исследований, Академия
прикладных технических исследований
Белграда (Сербия, г. Белград,
ул. Катарине Амброзиц, 3)

E-mail: mvasic@atssb.edu.rs

Milan Vasic

Postgraduate student of technical
college of applied studies, The Academy
of Applied Technical Studies Belgrade
(3 Katarine Ambrozić street,
Belgrade, Serbia)

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов / The authors declare no conflicts of interests.

Поступила в редакцию / Received 07.05.2024

Поступила после рецензирования и доработки / Revised 04.09.2024

Принята к публикации / Accepted 27.12.2024