УДК 539.376

РАСЧЕТ ПЛАСТИН ИЗ УПРОЧНЯЮЩЕГОСЯ МАТЕРИАЛА, РАЗНОСОПРОТИВЛЯЮЩЕГОСЯ РАСТЯЖЕНИЮ И СЖАТИЮ ПРИ ПОЛЗУЧЕСТИ

И. А. БАНЩИКОВА [1], канд. физ.-мат. наук
А.Е. МУРАВЬЁВА [2], магистрант НГУ
И.Ю. ЦВЕЛОДУБ [1], доктор физ.-мат. наук, профессор
([1]ИГиЛ СО РАН, г. Новосибирск,
[2]НГУ, г. Новосибирск)

Поступила 02 октября 2014
Рецензирование 23 октября 2014
Принята к печати 03 ноября 2014

Банщикова И.А. – 630090, г. Новосибирск, пр. Лаврентьева, 15,
Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН
e-mail: binnan@ya.ru

Экспериментальное исследование на растяжение и сжатие образцов при $T = 195$ ºС из сплава АК4-1Т, вырезанных из плиты $h = 45$ мм, показало, что сплав обладает свойством упрочнения и является разносопротивляющимся растяжению и сжатию при ползучести. По полученным экспериментальным данным определены константы для степенных зависимостей, описывающих скорости деформаций ползучести. Развита модель, основанная на «трансформированном» пространстве напряжений, учитывающая упрочнение и разносопротивляемость растяжению и сжатию материала при ползучести. Модель протестирована для задачи чистого кручения пластин из сплава АК4-1Т в предположении плоского напряженного состояния. Представлены экспериментальные данные кручения гибких пластин и расчет методом конечных элементов в геометрически нелинейной постановке с использованием констант либо только на растяжение, либо только на сжатие. Экспериментальные значения расположены посередине между соответствующими расчетными линиями, что подтверждает сложные свойства сплава, которые необходимо учитывать в расчетах.

Ключевые слова: ползучесть, разносопротивляемость растяжению и сжатию, кручение, изгиб пластин, упрочнение, алюминиевый сплав

Введение

Большинство современных конструкционных сплавов обладает сложными свойствами при нелинейном деформировании, что необходимо учитывать при проектировании технологических процессов и при прогнозировании прочностного эксплуатационного ресурса конструкций. Для описания деформирования разносопротивляющегося растяжению и сжатию материала в условиях ползучести используются, как правило, либо модели установившейся ползучести, при этом процессы описываются степенными функциями с различными показателями для растяжения и сжатия [1–4], либо модели неустановившейся ползучести с учетом упрочнения и/или разупрочнения, но в предположении, что эти показатели одинаковы [5–11]. Однако экспериментальные данные для многих сплавов показывают, что при растяжении и сжатии может отличаться не только показатель ползучести установившейся стадии [12], но и показатель, характеризующий упрочнение [13,14].

В настоящей работе развита модель [15] для случая, когда все степенные показатели различны. По экспериментальным данным на одноосное растяжение и сжатие при $T = 195$ ºС сплошных круглых образцов из сплава АК4-1Т (вырезанных из плиты h = 45 мм) определены константы для степенных зависимостей. С использованием полученных констант выполнены расчеты для задачи кручения пластины и проведено сравнение с экспериментальными данными. Все эксперименты были проведены сотрудниками лаборатории статической прочности ИГиЛ СО РАН под руководством Б.В. Горева.

Экспериментальные исследования

Процесс ползучести при одноосном нагружении довольно хорошо описывается зависимостью типа деформационного упрочнения [16]

$$\eta = \dot{\varepsilon}^c = \varepsilon^{-\alpha} B\sigma^n , \qquad (1)$$

где α – параметр упрочнения; B и n – параметры, соответствующие стадии установившейся ползучести.

На рис. 1, *а* и *б* точками *1–3* изображены результаты экспериментов при T = 195 ºC на одноосное растяжение при σ = 280; 310; 320 МПа и сжатие при σ = 300; 310; 320 МПа соответственно сплошных круглых образцов сплава АК4-1Т, вырезанных из плиты h = 45 мм. Экспериментальные данные свидетельствуют о том, что сплав обладает свойством значительного упрочнения. Для определения констант α, B и n в уравнении (1) воспользуемся аналогичной методикой, представленной в работах [17, 18].

Проинтегрируем и далее прологарифмируем (1), предположив, что σ = const:

$$\ln(\varepsilon^c) = \frac{1}{1+\alpha}\ln t + \frac{1}{1+\alpha}\ln\left((\alpha+1)B\sigma^n\right) \text{ при } \sigma = \text{const}. \qquad (2)$$

На рис. 2, *а* и *б* нанесены те же экспериментальные данные, соответствующие начальным упрочняющимся участкам в логарифмических координатах. Используя метод наименьших квадратов, определим угол наклона $1/(1+\alpha)$ в (2) для каждой из линий. После усреднения определим $\alpha_1 = 1,3$ для растяжения и $\alpha_2 = 1,64$ для сжатия.

Для нахождения констант B и n проинтегрируем (1) при σ = const от t_a до t_b и далее прологарифмируем полученное выражение

$$\ln\Delta\varepsilon^c = \ln B + n\ln\sigma . \qquad (3)$$

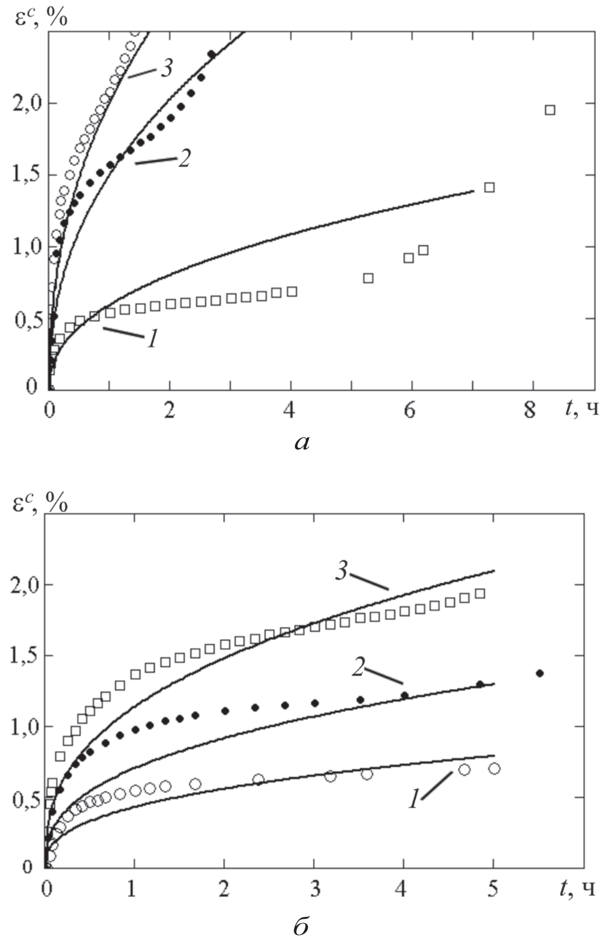


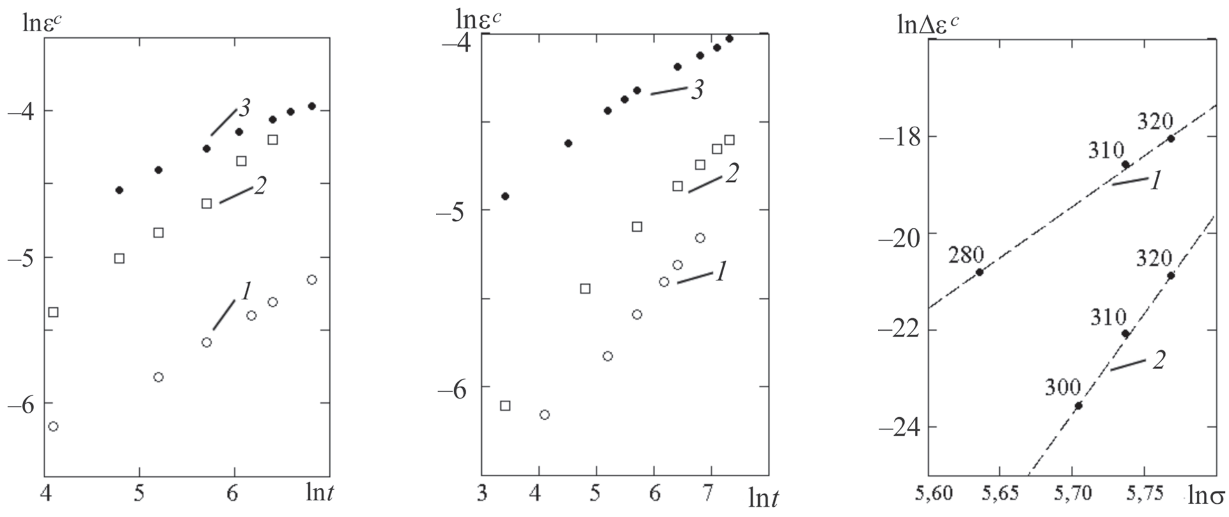
Рис. 1. Данные экспериментов (точки) и аппроксимационные кривые при одноосном растяжении (*а*) и сжатии (*б*) образцов из сплава АК4-1Т при T =195 ºC.

Здесь $\Delta\varepsilon^c = \dfrac{(\varepsilon_a^c)^{\alpha+1} - (\varepsilon_b^c)^{\alpha+1}}{(\alpha+1)(t_a - t_b)}$, где t_a и t_b – время начала и конца установившейся стадии; ε_a^c, ε_b^c – соответствующие деформации. Точки *1* и *2* на рис. 2, *в* – экспериментальные зависимости $\ln\Delta\varepsilon^c$ от $\ln\sigma$ для установившихся участков при растяжении и сжатии. Из уравнения (3) по углу наклона определяются константы B и n. Таким образом, для скоростей деформаций ползучести сплава АК4-1Т при T = 195 ºC получены следующие константы:

$$\frac{d\varepsilon^c}{dt} = \frac{B_1\sigma^{n_1}}{(\varepsilon^c)^{\alpha_1}},$$

$$B_1 = 3,7\cdot 10^{-61}\ (\text{МПа}/\text{м}^2)^{-n_1}\ \text{с}^{-1}, \qquad (4)$$

$$n_1 = 21,\ \alpha_1 = 1,3 \text{ при } \sigma > 0,$$



а *б* *в*

Рис. 2. Экспериментальная зависимость $\ln\varepsilon^c$ от $\ln t$ для определения α при растяжении $\sigma = 280$; 310; 320 МПа (*а*) и сжатии $\sigma = 300$; 310; 320 МПа (*б*); линии *1*, *2* – зависимости $\ln\Delta\varepsilon^c$ от $\ln\sigma$ для определения *B*, *n* при растяжении и сжатии соответственно (*в*)

$$\frac{d\varepsilon^c}{dt} = \frac{B_2\sigma^{n_2}}{(\varepsilon^c)^{\alpha_2}},$$

$$B_2 = 4{,}8\cdot 10^{-110}\ (\text{МПа}/\text{м}^2)^{-n_2}\ \text{с}^{-1}, \qquad (5)$$

$$n_2 = 40,\ \alpha_2 = 1{,}64 \text{ при } \sigma < 0.$$

Сплошными линиями на рис. 1, *а* и *б* изображены кривые, аппроксимирующие экспериментальные данные по формулам с константами (4) и (5).

Теория и методы

Для построения модели упрочняющегося и разносопротивляющегося при растяжении и сжатии материала используется методика, основанная на «трансформированном» пространстве напряжений [15].

При описании процесса ползучести изотропных материалов с одинаковыми свойствами на растяжение и сжатие исходят из гипотезы существования связи между интенсивностью скоростей деформаций ползучести и интенсивностью напряжений $\dot{\varepsilon}_i^c = f(\varepsilon_i^c, \sigma_i)\sigma_i$, $\sigma_i = \left(3\bar{\sigma}_{kl}\bar{\sigma}_{kl}/2\right)^{0.5}$ – интенсивность напряжений; $\bar{\sigma}_{kl}$ – компоненты девиатора напряжений; $\dot{\varepsilon}_i^c$ – интенсивность скоростей деформаций ползучести. Обобщая на случай сложного напряженного состояния, имеем

$$\dot{\varepsilon}_i^c = f_1(\varepsilon_i^c, \sigma_i)\sigma_i,\ \dot{\varepsilon}_k^c = \lambda_1\bar{\sigma}_k, \quad \text{когда все } \sigma_k \ge 0, \qquad (6)$$

$$\dot{\varepsilon}_i^c = f_2(\varepsilon_i^c, \sigma_i)\sigma_i,\ \dot{\varepsilon}_k^c = \lambda_2\bar{\sigma}_r, \quad \text{когда все } \sigma_k \le 0, \qquad (7)$$

где $\bar{\sigma}_k$ – компоненты девиатора напряжений в главных осях (k = 1, 2, 3); λ_1, λ_2 выражаются через f_1, f_2. В пространстве главных напряжений поверхность $\varepsilon_i^c = \text{const}$ состоит из двух областей в виде соосных цилиндров, где все главные напряжения положительны и соответственно отрицательны. Для переходной области, в которой главные напряжения разных знаков, рассмотрим «трансформированное» пространство напряжений

$$\Sigma_k^1 = \begin{Bmatrix} \sigma_k, & \sigma_k > 0 \\ \mu_1\sigma_k & \sigma_k \le 0 \end{Bmatrix},\ k = 1, 2, 3, \qquad (8)$$

$\mu_1 > 0$ – некоторая функция главных напряжtний, которая выбирается таким образом, чтобы в «трансформированном» пространстве поверхности $\varepsilon_i^c = \text{const}$ обеих областей первого рода перешли в соосные цилиндры одинакового радиуса. В этом пространстве предполагается справедливой теория течения типа Мизеса. Таким образом, из (6) для любой области имеем

$$\dot{\varepsilon}_i^c = f_1\left(\varepsilon_i^c,\, \Sigma_i^1\right)\Sigma_i^1,\; \dot{\varepsilon}_k^c = \lambda_1\overline{\Sigma}_k^1,\;\; k = 1,2,3, \qquad (9)$$

где Σ_i^1 – интенсивность «трансформированных» напряжений; $\overline{\Sigma}_k^1$ – компоненты девиатора «трансформированных» напряжений. При всестороннем сжатии при $\sigma_k \le 0$ имеем (7), но, с другой стороны, из (9) $\dot{\varepsilon}_i^c = f_1(\varepsilon_i^c, \mu_1\sigma_i)\mu_1\sigma_i$. Приравнивая оба выражения, получим

$$f_2(\varepsilon_i^c, \sigma_i) = f_1(\varepsilon_i^c, \mu_1\sigma_i)\mu_1. \qquad (10)$$

Аналогичные соотношения можно получить для констант сжатия:

$$\begin{gathered}\dot{\varepsilon}_i^c = f_2\left(\varepsilon_i^c, \Sigma_i^2\right)\Sigma_i^2,\; \dot{\varepsilon}_k^c = \lambda_2\overline{\Sigma}_k^2, \\ \Sigma_k^2 = \begin{Bmatrix}\mu_2\sigma_k, & \sigma_k > 0 \\ \sigma_k & \sigma_k \le 0\end{Bmatrix}, (k = 1,2,3),\end{gathered} \qquad (11)$$

где Σ_i^2 – интенсивность и $\overline{\Sigma}_k^2$ – компоненты девиатора новых «трансформированных» напряжений. Подобно (10)

$$f_1\left(\varepsilon_i^c, \sigma_i\right) = f_2\left(\varepsilon_i^c, \mu_2\sigma_i\right)\mu_2. \qquad (12)$$

Переходя от пространств Σ_k^1, Σ_k^2 к пространству главных напряжений σ_k, будем иметь две поверхности одной и той же интенсивности, соответствующие (9) и (11), которые совпадают только в области первого рода, а в переходных областях описывают два разных процесса, поэтому определять (10) и (12) только как функции от σ_i нельзя. Требуя эквивалентности, получаем соотношения

$$\mu_1\mu_2 = 1,\; \Sigma_k^1 = \mu_1\Sigma_k^2,\; \Sigma_k^2 = \mu_2\Sigma_k^1,$$

$$\Sigma_i^1 = \mu_1\Sigma_i^2, \quad \Sigma_i^2 = \mu_2\Sigma_i^1.$$

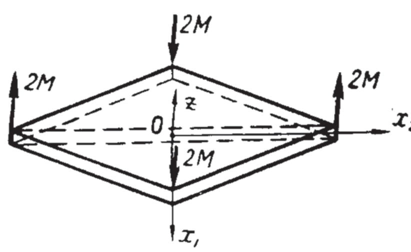
Равенства (10) и (12) перепишутся в виде

$$\begin{gathered}\mu_1 f_1\left(\varepsilon_i^c,\, \Sigma_i^1\right) = f_2\left(\varepsilon_i^c, \frac{\Sigma_i^1}{\mu_1}\right), \\ \mu_2 f_2\left(\varepsilon_i^c, \Sigma_i^2\right) = f_1\left(\varepsilon_i^c, \frac{\Sigma_i^2}{\mu_2}\right).\end{gathered} \qquad (13)$$

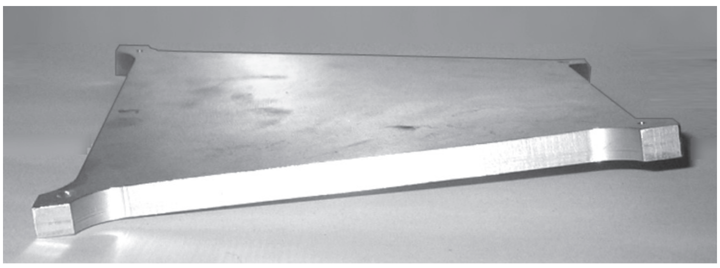
Учитывая (4) и (5), из (13) определим

$$\begin{gathered}\mu_1 = \left(\frac{B_2}{B_1}\right)^{\frac{1}{n_2}}\left(\Sigma_i^1\right)^{\frac{n_2-n_1}{n_2}}\left(\varepsilon_i^c\right)^{\frac{\alpha_1-\alpha_2}{n_2}}, \\ \mu_2 = \left(\frac{B_1}{B_2}\right)^{\frac{1}{n_1}}\left(\Sigma_i^2\right)^{\frac{n_1-n_2}{n_1}}\left(\varepsilon_i^c\right)^{\frac{\alpha_2-\alpha_1}{n_1}}.\end{gathered} \qquad (14)$$

В качестве примера применимости изложенной выше модели рассматривается задача чистого кручения квадратных пластин в предположении плоского напряженного состояния, т. е. когда напряжение по нормали $\sigma_{33} = 0$. Предполагается также, что прогиб не превосходит половину толщины пластины. Экспериментально кручение пластины внешним скручивающим моментом $M_{12} = M$ можно реализовать путем приложения четырех сил величиной 2*M* в углах [19, 20]. На рис. 3, *а* и *б* изображены схема кручения в главных осях и пластина из сплава АК4-1Т после двух часов эксперимента при *T* = 195 °С. Задача чистого кручения квадратной пластины в седлообразную поверхность внешним скручивающим моментом M_{12} эквивалентна задаче изгиба пластины равномерно



а



б

Рис. 3. Схема кручения квадратной пластины (*а*); пластина из сплава АК4-1Т после двух часов эксперимента при *T* = 195 °С (*б*) распределенными моментами разных знаков $M_1 = -M_2 = M$, приложенными в двух взаимно-перпендикулярных направлениях вдоль диагоналей [21]. Предполагается, что в начальный момент пластина деформируется упруго и поверхности изгиба совпадают со срединной поверхностью.

С учетом гипотезы прямых нормалей для полных деформаций в главных осях имеем систему уравнений:

$$(\sigma_1 - \nu\sigma_2) / E + \varepsilon_1^c = k_1(z + \delta_1), \tag{15}$$

$$(\sigma_2 - \nu\sigma_1) / E + \varepsilon_2^c = k_2(z + \delta_2) \cdot \tag{16}$$

Здесь k_i – главные кривизны; $-h/2 \le z \le h/2$, δ_i – смещения нейтральных поверхностей изгиба от срединной поверхности вследствие разносопротивляемости материала при растяжении и сжатии при ползучести. На нейтральных поверхностях изгиба одно из главных напряжений обращается в нуль. Модуль упругости одинаков при растяжении и сжатии и равен E = 59 000 МПа/м^2, коэффициент Пуассона ν = 0,4. Интегральные уравнения для моментов $M_1 = \int_{-h/2}^{h/2} (z + \delta_1)\sigma_1 dz$, $M_2 = \int_{-h/2}^{h/2} (z + \delta_2)\sigma_2 dz$. Поскольку задача асимметрична, то $\varepsilon_1^c(z) = \varepsilon_2^c(-z) = \varepsilon^c(z)$, $\delta_1 = -\delta_2 = \delta$, $k_1 = -k_2 = k$, $\sigma_1(z) = \sigma_2(-z) = \sigma(z)$, $M_1 = -M_2 = M$.

После ряда преобразований (15) и (16), интегрирования по толщине пластины, а также с учетом того, что $\int_{-h/2}^{h/2} \sigma dz = 0$, определяются кривизна, смещение и напряжение:

$$k = \frac{\left(\begin{array}{l} M(1+\nu)/E + \\ + \int_{-h/2}^{h/2} \varepsilon^c(z)(z+\delta) dz \end{array} \right)}{\left(\dfrac{h^3}{12} + \delta^2 h \dfrac{(1+\nu)}{(1-\nu)} \right)}, \tag{17}$$

$$\delta = \frac{(1-\nu)}{kh(1+\nu)} \int_{-h/2}^{h/2} \varepsilon^c(z) dz, \tag{18}$$

$$\sigma = \frac{E \left(\begin{array}{c} k(z+\delta) - \nu k(z-\delta) - \\ -\varepsilon^c(z) - \nu\varepsilon^c(-z) \end{array} \right)}{(1-\nu^2)}. \tag{19}$$

Скорости деформаций ползучести (9)

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon_1^c}{dt} &= \frac{1}{2} \frac{B_1(\Sigma_i)^{n_1 - 1}}{(\varepsilon_i^c)^{\alpha_1}} \big(2\Sigma_1(z) - \Sigma_2(z)\big), \\ \frac{d\varepsilon_2^c}{dt} &= \frac{1}{2} \frac{B_1(\Sigma_i)^{n_1 - 1}}{(\varepsilon_i^c)^{\alpha_1}} \big(2\Sigma_2(z) - \Sigma_1(z)\big), \end{aligned} \tag{20}$$

где Σ_k – трансформированное пространство (8),

$$\Sigma_i = \left(\big(\Sigma_1(z)\big)^2 + \big(\Sigma_2(z)\big)^2 - \Sigma_1(z)\Sigma_2(z) \right)^{1/2},$$

$$\varepsilon_i^c = \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\big(\varepsilon_1^c(z)\big)^2 + \big(\varepsilon_2^c(z)\big)^2 + \varepsilon_1^c(z)\varepsilon_2^c(z) \right)^{1/2}.$$

К системе (17)–(20) добавляются начальные условия, нормаль пластины разбивается на l равных интервалов. Полученная система обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка относительно деформаций в точках разбиения пластины решается методом Рунге–Кутты–Мерсона [22].

Выполнены также расчеты на кручение пластины в конечно-элементном комплексе Ansys в геометрически нелинейной постановке, учитывающей мембранные усилия с использованием констант только на растяжение или только на сжатие. Вычисления проводились с применением 3D элемента Solid45, который был оттестирован [23], и с разбиением 4 элемента по толщине пластины, 12×12 элементов в плоскости. Увеличение плотности конечно-элементной сетки в полтора раза приводило к уменьшению прогиба и кривизны не более чем на 2 %.

Результаты и обсуждение

На рис. 4, *а* точками 1 изображены экспериментальные значения зависимости кривизны от времени при кручении пластины с раз-

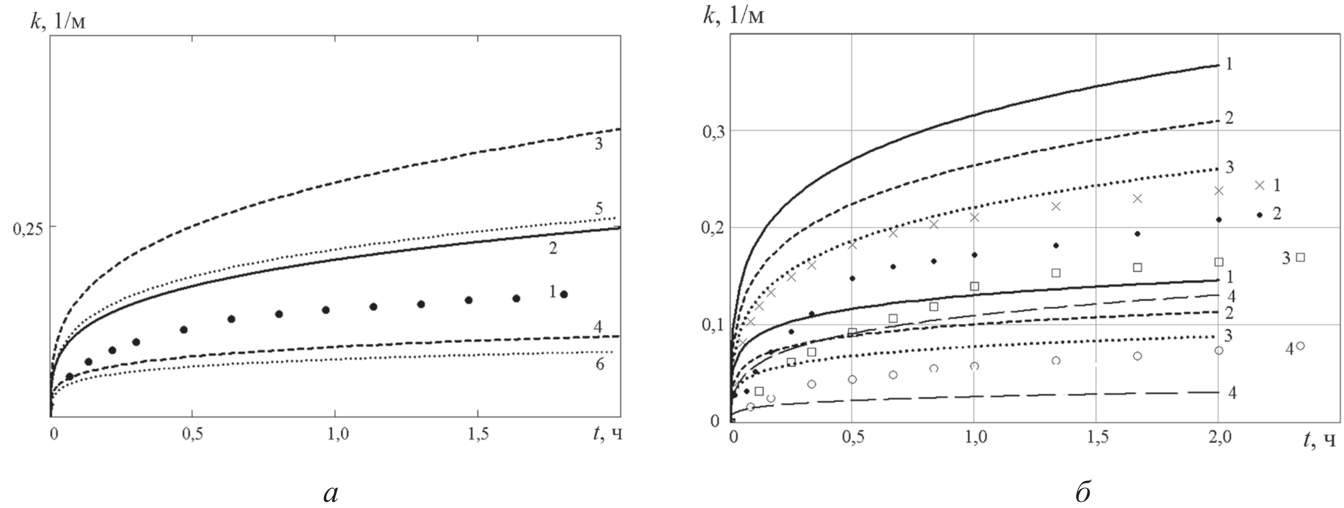


Рис. 4. Экспериментальные и расчетные зависимости кривизны от времени для пластины h = 11,715 мм, $\hat{\sigma}_i$ = 216 МПа (*а*); для пластин *1* – h = 10,066 мм, $\hat{\sigma}_i$ = 240 МПа, *2* – 10,066 мм; 230 МПа; *3* – 10,158 мм; 220 МПа; *4* – 8,029 мм; 200 МПа (*б*)

мерами 180×180 мм, толщиной h = 11,715 мм из сплава АК4-1Т, T = 195 ºС и с интенсивностью напряжений в характеристической точке $\hat{\sigma}_i = 216$ МПа. Отличительной особенностью характеристических точек является то, что напряжение в течение всего времени деформирования при выполнении условий чистого изгиба остается приближенно равным одной и той же величине [24]. В условиях чистого изгиба эти точки располагаются на расстоянии $\to h/3$ по обе стороны от срединной поверхности, т. е. $\hat{z} \to \pm h/3$. Момент кручения связан с $\hat{\sigma}_i$ по формуле $M = \hat{\sigma}_i h^2 / (4\sqrt{3})$. Кривизна вычислялась по замерам прогиба w на базе L = 100 мм вдоль диагонали пластины на одинаковом расстоянии от центра $k = 8w / L^2$. На том же рисунке изображены расчетные кривые: кривая *2* – расчет по модели (17)–(20) с учетом констант на растяжение и сжатие одновременно; кривые *3* и *4* – расчет по модели (17)–(20) с использованием констант только на растяжение и только на сжатие соответственно. Экспериментальные данные расположены между расчетными кривыми *3* и *4*. Завышенное расположение линии *2* можно объяснить тем, что в расчетах не учитываются возникающие при деформировании мембранные усилия. График кривизны на рис. 4 изображен без учета упругой составляющей k_0 = 0,76 1/м в начальный момент при t = 0. При превышении прогиба (вместе с упругой составляющей) половины толщины пластины, т. е. кривизны порядка 0,8 1/м в вычислениях необходимо учитывать деформации срединной поверхности. Линиями *5* и *6* на графике изображены результаты расчетов для той же пластины, выполненные в конечно-элементном комплексе Ansys в геометрически нелинейной постановке, учитывающей мембранные усилия с использованием констант только на растяжение и только на сжатие соответственно.

Точками 1–4 на рис. 4, *б* представлены экспериментальные данные (кривизна) для четырех пластин: *1* – h = 10,066 мм, $\hat{\sigma}_i$ = 240 МПа; *2* – 10,066 мм, 230 МПа; *3* – 10,158 мм, 220 МПа; *4* – 8,029 мм, 200 МПа. Линии *1–4* – расчет методом конечных элементов в программном комплексе Ansys в геометрически нелинейной постановке с использованием констант либо только на растяжение (4), либо только на сжатие (5). На графике видно, что экспериментальные значения расположены посередине между соответствующими расчетными линиями, что дополнительно подтверждает сложные свойства сплава и необходимость их учета в расчетах. Вычисления показали также, что деформации пластин не превосходят 2 % .

Выводы

Экспериментальное исследование на растяжение и сжатие образцов из сплава АК4-1Т, вырезанных из плиты h = 45 мм, при T = 195 ºС, показало, что сплав обладает свойством упрочнения и является разносопротивляющимся растяжению и сжатию при ползучести. Определены константы для степенных зависимостей, описывающих скорости деформаций ползучести. Развита модель, основанная на «трансформированном» пространстве напряжений, учитывающая упрочнение и разносопротивляемость материала при растяжении и сжатии, когда все степенные показатели различны. Разработана методика расчета для решения задач чистого изгиба пластин из такого материала при плоском напряженном состоянии. Расчеты, выполненные с константами либо только на растяжение, либо только на сжатие с помощью метода конечных элементов в трехмерной постановке с учетом деформаций срединной поверхности, показали хорошее соответствие экспериментальным данным.

Список литературы

1. *Банщикова И.А., Горев Б.В., Цвелодуб И.Ю.* О ползучести пластин из алюминиевых сплавов при изгибе // Прикладная механика и техническая физика. – 2007. – Т. 48, № 5 (285). – С. 156–159.

2. Математическое моделирование процессов ползучести металлических изделий из материалов, имеющих разные свойства при растяжении и сжатии / С.Н. Коробейников, А.И. Олейников, Б.В. Горев, К.С. Бормотин // Вычислительные методы и программирование. – 2008. – Т. 9, № 1. – С. 346–365.

3. *Олейников А.И.* Модели установившейся ползучести трансверсально-изотропных материалов с разными характеристиками на растяжение и сжатие // Сибирский журнал индустриальной математики. – 2010. – Т. 13, № 3 (43). – С. 113–116.

4. *Цвелодуб И.Ю.* К построению определяющих уравнений ползучести ортотропных материалов с различными свойствами при растяжении и сжатии // Прикладная механика и техническая физика. – 2012. – Т. 53, № 6 (316). – С. 98–101.

5. *Горев Б.В., Рубанов В.В., Соснин О.В.* О ползучести материалов с разными свойствами при растяжении и сжатии // Проблемы прочности. – 1979. – № 7. – С. 62–67.

6. *Горев Б.В., Соснин О.В., Любашевская И.В*. К вопросу о ползучести материалов с разными свойствами на растяжение и сжатие // Труды IV Всероссийской научной конференции с международным участием «Математическое моделирование и краевые задачи», Самара (29–31 мая 2007 г.). – Самара: Изд-во СамГТУ, 2007. – Ч. 1. – С. 77–81.

7. *Никитенко А.Ф.* Ползучесть и длительная прочность металлических материалов. – Новосибирск: НГАСУ, 1997. – 278 с.

8. *Цвелодуб И.Ю.* Постулат устойчивости и его приложения в теории ползучести металлических материалов. – Новосибирск, 1991. – 201 с.

9. Numerical modeling of creep and creep damage in thin plates of arbitrary shape from materials with different behavior in tension and compression under plane stress conditions / A. Zolochevsky, S. Sklepus, T.H. Hyde, A.A. Becker, S. Peravali // International Journal for Numerical Methods in Engineering. – 2009. – Vol. 80, iss. 11. – P. 1406–1436. – doi: 10.1002/nme.2663

10. Analysis of creep deformation and creep damage in thin-walled branched shells from materials with different behavior in tension and compression / A. Zolochevsky, A. Galishin, S. Sklepus, G.Z. Voyiadjis // International Journal of Solids and Structures. – 2007. – Vol. 44, iss. 16. – P. 5075–5100. – doi: 10.1016/j.ijsolstr.2006.12.019

11. Constitutive equations of creep under changing multiaxial stresses for materials with different behavior in tension and compression / A. Zolochevsky, S. Sklepus, Yu. Kozmin, A. Kozmin, D. Zolochevsky, J. Betten // Forschung im Ingenieurwesen. – 2004. – Vol. 68, iss. 4. – P. 182–196. – doi: 10.1007/s10010-003-0123-6

12. *Горев Б.В., Масанов И.Ж.* Особенности деформирования листовых конструкционных плит из алюминиевых сплавов в режимах ползучести // Технология машиностроения. – 2009. – № 7. – С. 13–20.

13. *Hiroyuki Watanabe, Masao Fukusumi.* Tension-compression asymmetry under superplastic flow in magnesium alloys // Journal of Materials Engineering and Performance. – 2014. – Vol. 23, iss. 10. – P. 3551–3557. – doi: 10.1007/s11665-014-1176-4

14. О ползучести упрочняющихся материалов с разными свойствами на растяжение и сжатие / А.Ф. Никитенко, О.В. Соснин, Н.Г. Торшенов, И.К. Шокало // Прикладная механика и техническая физика. – 1971. – № 2. – С. 118–122.

15. *Цвелодуб И.Ю.* О ползучести материалов с разными свойствами на растяжение и сжатие // Динамика сплошной среды. – 1974. – Вып. 19–20. – С. 147–155.

16. *Соснин О.В***.** К вопросу о существовании потенциала ползучести // Механика твердого тела. – 1971. – № 5. – С. 85–89.

17. *Горев Б.В., Клопотов И.Д.* К описанию процесса ползучести и длительной прочности по уравнениям с одним скалярным параметром повреждаемости // Прикладная механика и техническая физика. – 1994. – Т. 35, № 5. – С. 92–102.

18. Закономерности ползучести и длительной прочности: справочник / С.А. Шестериков, А.Л. Аршакуни, А.М. Локощенко, В.Н. Киселевский и др.; под общ. ред. С.А. Шестерикова. – М.: Машиностроение, 1983. – С. 8–11.

19. *Соснин О.В., Горев Б.В., Рубанов В.В.* Кручение квадратной пластинки из материала, разносопротивляющегося растяжению и сжатию при ползучести // Расчеты прочности судовых конструкций и механизмов: сб. тр. / Министерство речного флота РСФСР, Новосибирский институт инженеров водного транспорта. – Новосибирск. – 1976. – Вып. 117. – С. 78–88.

20. *Банщикова И.А., Муравьёва А.Е.* Изгиб пластин из упрочняющегося материала, разносопротивляющегося растяжению и сжатию при ползучести // Проблемы оптимального проектирования сооружений: доклады 3 Всероссийской конференции, Новосибирск, 15–17 апреля, 2014 г. – Новосибирск: НГАСУ (Сибстрин), 2014. – С. 34–40.

21. *Работнов Ю.Н.* Ползучесть элементов конструкций. – М.: Наука, 1966. – 547 с.

22. *Мудров А.Е.* Численные методы для ПЭВМ на языках Бейсик, Фортран и Паскаль. – Томск: Раско, 1991. – 272 с.

23. *Банщикова И.А.* Расчет пластин двойной кривизны из анизотропных сплавов при ползучести // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. – 2011. – № 4, ч. 4. – С. 1385–1387.

24. *Горев Б.В., Панамарев В.А.* Метод интегральных характеристик для расчетов изгиба элементов конструкций // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. – 2013. – Вып. 3 (177). – С. 202–211.

OBRABOTKA METALLOV
(METAL WORKING AND MATERIAL SCIENCE)
N 4(65), October – December 2014, Pages 68–77

Calculation of plates made of strain-hardening material with different resistance to tension and compression under creep

Banshchikova I.A.[1], Ph.D. (Physics and Mathematics), e-mail: binna@ngs.ru
Muraveva A.E.[2], Master's Degree student, e-mail: binnan@ya.ru
Tsvelodub I.Yu.[1], D.Sc. (Physics and Mathematics), Professor, e-mail: itsvel@hydro.nsc.ru

[1] Lavrentyev Institute of Hydrodynamics of the Siberian Branch of the RAS, 15 Ac. Lavrentieva ave., Novosibirsk, 630090, Russian Federation
[2] Novosibirsk State University, 2 Pirogova Str., Novosibirsk, 630090, Russian Federation

Abstract

Samples cut from AK4-1T alloy plates with thickness h = 45 mm are experimentally investigated at T = 195 ºC under tension and compression conditions. The alloy is strain-hardening and has different resistance to tension and compression under creep. Constants for power-law dependences describing creep strain rates are defined according to the experimental data. The model based on the “transformed” space of stresses, taking into account properties of hardening and different resistance of material to tension and compression at creep is developed. The model is tested for the problem of AK4-1T alloy plates' pure torsion in assuming of planes stress-strain state. Experimental data on flexible plates' torsion and finite elements' calculation in geometrically nonlinear statement using constants only on tension or compression are presented. Experimental values are located between the relevant calculated lines, that confirms the complex properties of alloy. These properties should be taken into account in the calculations.

Keywords:
creep, hardening, different resistance to tension and compression bending, torsion plates, aluminum alloys

References

1. Banshchikova I.A., Gorev B.V., Tsvelodub I.Yu. O polzuchesti plastin iz alyuminievykh splavov pri izgibe [Creep of plates made of aluminum alloys under bending]. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika – Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2007, vol. 48, no. 5, pp. 156–159. (In Russian)

2. Korobeynikov S.N., Oleinikov A.I., Gorev B.V., Bormotin K.S. Matematicheskoe modelirovanie protsessov polzuchesti metallicheskikh izdelii iz materialov, imeyushchikh raznye svoistva pri rastyazhenii i szhatii [Mathematical

simulation of creep processes in metal patterns made of materials with different extension compression properties]. *Vychislitel'nye metody i programmirovanie – Numerical Methods and Programming*, 2008, vol. 9, no. 1, pp. 346–365.

3. Oleinikov A.I. Modeli ustanovivsheisya polzuchesti transversal'no-izotropnykh materialov s raznymi kharakteristikami na rastyazhenie i szhatie [Models for the steady-state creep of transversely isotropic materials with different tension and compression characteristics]. *Sibirskii Zhurnal Industrial'noi Matematiki – Journal of Applied and Industrial Mathematics*, 2010, vol. XIII, no. 3 (43), pp. 113–116. (In Russian)

4. Tsvelodub I.Yu. K postroeniyu opredelyayushchikh uravnenii polzuchesti ortotropnykh materialov s razlichnymi svoistvami pri rastyazhenii i szhatii [Construction of constitutive equations of creep in orthotropic materials with different properties under tension and compression]. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika – Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2012, vol. 53, no. 6 (316), pp. 98–101. (In Russian)

5. Gorev B.V., Rubanov V.V., Sosnin O.V. O polzuchesti materialov s raznymi svoistvami pri rastyazhenii i szhatii [Creep of materials with different properties in tension and compression]. *Problemy prochnosti – Strength of Materials*, 1979, no. 7, pp. 62–67. (In Russian)

6. Gorev B.V., Sosnin O.V., Lyubashevskaya I.V. [On creep of materials with different tension and compression properties]. *Trudy IV Vserossiiskoi konferentsii s Mezhdunarodnym uchastiem. Matematicheskoe modelirovanie i kraevye zadachi* [Proceedings of the Fourth All-Russian Scientific Conference with International Participation (29–31 May 2007). Mathematical Modeling and Boundary-Value Problems], Samara, SamSTU Publ., 2007, pt. 1, pp. 77–81. (In Russian)

7. Nikitenko A.F. *Polzuchest' i dlitel'naya prochnost' metallicheskikh materialov* [Creep and long-term strength of metal materials]. Novosibirsk, NGASU Publ., 1997. 278 p.

8. Tsvelodub I.Yu. *Postulat ustoichivosti i ego prilozheniya v teorii polzuchesti metallicheskikh materialov* [The stability postulate and its applications in creep theory of metallic materials]. Novosibirsk, LIH SB RAS Publ., 1991. 201 p.

9. Zolochevsky A., Sklepus S., Hyde T.H., Becker A.A., Peravali S. Numerical modeling of creep and creep damage in thin plates of arbitrary shape from materials with different behavior in tension and compression under plane stress conditions. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2009, vol. 80, iss. 11, pp. 1406–1436. doi: 10.1002/nme.2663

10. Zolochevsky A., Galishin A., Sklepus S., Voyiadjis G.Z. Analysis of creep deformation and creep damage in thin-walled branched shells from materials with different behavior in tension and compression. *International Journal of Solids and Structures*, 2007, vol. 44, iss. 16, pp. 5075–5100. doi: 10.1016/j.ijsolstr.2006.12.019

11. Zolochevsky A., Sklepus S., Kozmin Yu., Kozmin A., Zolochevsky D., Betten J. Constitutive equations of creep under changing multiaxial stresses for materials with different behavior in tension and compression. *Forschung im Ingenieurwesen*, 2004, vol. 68, iss. 4, pp. 182–196. doi: 10.1007/s10010-003-0123-6

12. Gopev B.V., Masanov I.Zh. Osobennosti deformirovaniya listovykh konstruktsionnykh plit iz alyuminievykh splavov v rezhimakh polzuchesti [Deformation features of the aluminium laminary structural plates under creep modes]. *Tekhnologiya Mashinostroeniya – Mechanical Engineering*, 2009, no. 7, pp. 13–20.

13. Hiroyuki Watanabe, Masao Fukusumi. Tension-compression asymmetry under superplastic flow in magnesium alloys. *Journal of Materials Engineering and Performance*, 2014, vol. 23, iss. 10, pp. 3551–3557. doi: 10.1007/s11665-014-1176-4

14. Nikitenko A.F., Sosnin O.V., Torshenov N.G., Shokalo I.K. O polzuchesti uprochnyayushchikhsya materialov s raznymi svoistvami na rastyazhenie i szhatie [Creep of hardening materials with different properties in tension and compression]. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika – Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 1971, no. 2, pp. 118–122. (In Russian)

15. Tsvelodub I.Yu. O polzuchesti materialov s raznymi svoistvami na rastyazhenie i szhatie [The creep of materials with different properties in tension and compression]. *Dinamika sploshnoi sredy – Dynamics of a Continuous Medium*, 1974, iss. 19–20, pp. 147–155.

16. Sosnin O.V. K voprosu o sushchestvovanii potentsiala polzuchesti [Existence of a creep potential]. *Mekhanika tverdogo tela – Mechanics of Solids*, 1971, no. 5, pp. 85–89. (In Russian)

17. Gorev B.V., Klopotov I.D. K opisaniyu protsessa polzuchesti i dlitel'noi prochnosti po uravneniyam s odnim skalyarnym parametrom povrezhdaemosti [Description of the creep process and long-term strength by equations with one scalar damage parameter]. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika – Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 1994, vol. 35, no. 5, pp. 92–102. (In Russian)

18. Shesterikov S.A., Arshakuni A.L., Lokoshchenko A.M., Kiselevskii V.N. et al. *Zakonomernosti polzuchesti i dlitel'noi prochnosti: spravochnik* [The Laws of Creep and Long-Term Strength: A Handbook]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1983, pp. 8–11.

19. Sosnin O.V., Gorev B.V., Rubanov V.V. [Torsion of a square plate in a material with differing resistance to creep in tension and compression]. *Sbornik trudov Ministerstvo rechnogo flota RSFSR "Raschety prochnosti sudovykh konstruktsii i mekhanizmov"* [Proceedings of the Ministry of USSR river fleet "Strength analysis of ship structures and mechanisms"], Novosibirsk, 1976, iss. 117, pp. 78–88.

20. Banshchikova I.A., Muraveva A.E. [Bending plates of the hardening material with different resistance to tension and compression at creep]. *Doklady 3-i Vserossiiskoi konferentsii "Problemy optimal'nogo proektirovaniya sooruzhenii"* [Proceedings of the 3rd Russian Conference "Problems of optimal design of structures"], Novosibirsk, 2014, pp. 34–40.

21. Rabotnov Yu.N. *Polzuchest' elementov konstruktsii* [Creep of Structural Elements]. Moscow, Nauka Publ., 1966. 547 p.

22. Mudrov A.E. *Chislennye metody dlya PEVM na yazykakh Beisik, Fortran i Paskal'* [Calculus of Approximations for PC on BASIC, Fortran, and Pascal]. Tomsk, "Rasko" Publ., 1991. 272 p.

23. Banshchikova I.A. Raschet plastin dvoinoi krivizny iz anizotropnykh splavov pri polzuchesti [Calculation of double curvature plates of anisotropic alloys under creep]. *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo – Bulletin of Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod*, 2011, no. 4, pt. 4, pp. 1385–1387.

24. Gorev B.V., Panamarev V.A. Metod integral'nykh kharakteristik dlya raschetov izgiba elementov konstruktsii [The integrated characteristics method for calculation of a bend of design]. *Nauchno-tekhnicheskie vedomosti SPbGPU. Fiziko-matematicheskie nauki – St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics*, 2013, iss. 3 (177), pp. 202–211.

Received 02 October 2014
Revised 23 October 2014
Accepted 03 November 2014