

ISSN 2712-8687

ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

4/2024

CONTROL  SCIENCES

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ

С. Н. Васильев, академик РАН,
И. А. Каляев, академик РАН,
Н. В. Кузнецов, чл.-корр. РАН,
В. А. Левин, академик РАН,
Н. А. Махутов, чл.-корр. РАН,
А. Ф. Резчиков, чл.-корр. РАН,
Е. А. Федосов, академик РАН

РЕДКОЛЛЕГИЯ

Ф. Т. Алескеров, д-р техн. наук,
В. Н. Афанасьев, д-р техн. наук,
Н. Н. Бахтадзе, д-р техн. наук,
В. Н. Бурков, д-р техн. наук,
В. М. Вишневский, д-р техн. наук,
А. О. Калашников, д-р техн. наук,
В. В. Клочков, д-р экон. наук,
С. А. Краснова, д-р техн. наук,
О. П. Кузнецов, д-р техн. наук,
В. В. Кульба, д-р техн. наук,
А. А. Лазарев, д-р физ.-мат. наук,
В. Г. Лебедев, д-р техн. наук,
В. Е. Лепский, д-р психол. наук,
Н. Е. Максимова, канд. техн. наук
(ответственный секретарь),
А. С. Мандель, д-р техн. наук,
Р. В. Мещеряков, д-р техн. наук,
А. И. Михальский, д-р биол. наук,
Д. А. Новиков, академик РАН
(гл. редактор),
Б. В. Павлов, д-р техн. наук,
Ф. Ф. Пашенко, д-р техн. наук
(зам. гл. редактора),
Л. Б. Рапопорт, д-р физ.-мат. наук,
С. В. Ратнер, д-р экон. наук,
Е. Я. Рубинович, д-р техн. наук,
М. В. Хлебников, д-р физ.-мат. наук,
А. Д. Цвиркун, д-р техн. наук,
И. Б. Ядыкин, д-р техн. наук

РУКОВОДИТЕЛИ РЕГИОНАЛЬНЫХ РЕДСОВЕТОВ

Владивосток – О. В. Абрамов, д-р техн. наук,
Волгоград – А. А. Воронин, д-р физ.-мат. наук,
Воронеж – С. А. Баркалов, д-р техн. наук,
Курск – С. Г. Емельянов, д-р техн. наук,
Липецк – А. К. Погодаев, д-р техн. наук,
Пермь – В. Ю. Столбов, д-р техн. наук,
Ростов-на-Дону – Г. А. Угольницкий,
д-р техн. наук,
Самара – М. И. Гераськин, д-р экон. наук,
Саратов – В. А. Кушников, д-р техн. наук,
Тамбов – М. Н. Краснянский, д-р техн. наук,
Уфа – Б. Г. Ильясов, д-р техн. наук,
Челябинск – О. В. Логиновский, д-р техн. наук

ADVISORY BOARD

E. A. Fedosov, RAS¹ Academician,
I. A. Kalyaev, RAS Academician,
N. V. Kuznetsov, RAS Corr. Member,
V. A. Levin, RAS Academician,
N. A. Makhutov, RAS Corr. Member,
A. F. Rezchikov, RAS Corr. Member,
S. N. Vassilyev, RAS Academician

EDITORIAL BOARD

V. N. Afanas'ev, Dr. Sci. (Tech.),
F. T. Aleskerov, Dr. Sci. (Tech.),
N. N. Bakhtadze, Dr. Sci. (Tech.),
V. N. Burkov, Dr. Sci. (Tech.),
A. O. Kalashnikov, Dr. Sci. (Tech.),
V. V. Klochkov, Dr. Sci. (Econ.),
M. V. Khlebnikov, Dr. Sci. (Phys.-Math.),
S. A. Krasnova, Dr. Sci. (Tech.),
V. V. Kulba, D. Sc. (Tech.),
O. P. Kuznetsov, Dr. Sci. (Tech),
A. A. Lazarev, Dr. Sci. (Phys.-Math.),
V. G. Lebedev, Dr. Sci. (Tech.),
V. E. Lepskiy, D. Sc. (Phych.),
A. S. Mandel, Dr. Sci. (Tech.),
N. E. Maximova, Cand. Sci. (Tech),
Executive Editor-in-Chief,
R. V. Meshcheryakov, Dr. Sci. (Tech.),
A. I. Michalski, Dr. Sci. (Biol.),
D. A. Novikov, RAS Academician,
Editor-in-Chief,
F. F. Pashchenko, Dr. Sci. (Tech.),
Deputy Editor-in-Chief,
B. V. Pavlov, Dr. Sci. (Tech.),
L. B. Rapoport, Dr. Sci. (Phys.-Math.),
S. V. Ratner, Dr. Sci. (Econ.),
E. Ya. Rubinovich, Dr. Sci. (Tech.),
A. D. Tsvirkun, Dr. Sci. (Tech.),
V. M. Vishnevsky, Dr. Sci. (Tech.),
I. B. Yadykin, Dr. Sci. (Tech)

LEADERS OF REGIONAL BOARDS

Chelyabinsk – O. V. Loginovskiy, Dr. Sci. (Tech.),
Kursk – S. G. Emelyanov, Dr. Sci. (Tech.),
Lipetsk – A. K. Pogodaev, Dr. Sci. (Tech.),
Perm – V. Yu. Stolbov, Dr. Sci. (Tech.),
Rostov-on-Don – G. A. Ougolnitsky,
Dr. Sci. (Tech.),
Samara – M. I. Geraskin, Dr. Sci. (Econ.),
Saratov – V. A. Kushnikov, Dr. Sci. (Tech.),
Tambov – M. N. Krasnyanskiy, Dr. Sci. (Tech.),
Ufa – B. G. Ilyasov, Dr. Sci. (Tech.),
Vladivostok – O. V. Abramov, Dr. Sci. (Tech.),
Vologograd – A. A. Voronin, Dr. Sci. (Phys.-Math.),
Voronezh – S. A. Barkalov, Dr. Sci. (Tech.)

¹Russian Academy of Sciences.



CONTROL SCIENCES
Научно-технический
журнал

6 номеров в год
ISSN 1819-3161 (Print)
ISSN 2712-8687 (Online)
Издается с 2003 года

УЧРЕДИТЕЛЬ и ИЗДАТЕЛЬ

Федеральное государственное
бюджетное учреждение науки
Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН

Главный редактор
академик РАН
Д.А. Новиков

Заместитель главного редактора
Ф.Ф. Пащенко

Ответственный секретарь
Н.Е. Максимова

Выпускающий редактор
Л.В. Петракова

Адрес редакции
117997, ГСП-7, Москва,
ул. Профсоюзная, д. 65, к. 410

Тел./факс (495) 198-17-20, доб. 1410

E-mail: pu@ipu.ru

Интернет: <http://pu.mtas.ru>
<http://controlsciences.org>

Опубликовано: 26 сентября 2024 г.

Свидетельство о регистрации
ПИ № ФС 77-49203 от 30 марта 2012 г.
выдано Министерством Российской
Федерации по делам печати,
телерадиовещания и средств массовых
коммуникаций

Свидетельство о регистрации
Эл № ФС 77-80482 от 17 февраля 2021 г.
выдано Федеральной службой
по надзору в сфере связи,
информационных технологий и
массовых коммуникаций

Журнал входит в RSCI на платформе
Web of Science и Перечень
рецензируемых научных изданий ВАК

Журнал включен в Российский индекс
научного цитирования (РИНЦ).
На сайте Научной электронной
библиотеки (www.elibrary.ru) доступны
полные тексты статей.

© Федеральное государственное
бюджетное учреждение науки
Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова РАН

ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

4.2024

СОДЕРЖАНИЕ

Анализ и синтез систем управления

Гайворонский С. А., Хожаев И. В., Соболев А. В. Синтез
робастного регулятора аperiodической степени устойчивости
системы с аффинной неопределенностью 3

Информационные технологии в управлении

Вишневский В. М., Ларионов А. А., Мухтаров А. А.,
Соколов А. М. Исследование многофазных систем массового
обслуживания с помощью методов машинного обучения 13

Ефанов Д. В., Елина Е. И. Синтез самопроверяемых цифровых
устройств на основе логической коррекции сигналов
с применением взвешенных кодов Боуза – Лина 26

Кульшин Р. С., Сидоров А. А. Обобщенная метрика оценки
эффективности алгоритмов рекомендательных систем
на основе энтропийного метода 44

Управление техническими системами и технологическими процессами

Круглов С. П., Ковыршин С. В., Буторин Д. В. Способ
идентификационного управления мостовым краном с новым
расположением совмещенного датчика линейного ускорения
и угловой скорости 61



CONTROL SCIENCES
Scientific Technical
Journal

6 issues per year

ISSN 1819-3161 (Print)

ISSN 2712-8687 (Online)

Published since 2003

FOUNDER and PUBLISHER

V.A. Trapeznikov

Institute of Control Sciences
of Russian Academy of Sciences

Editor-in-Chief

D.A. Novikov, RAS Academician

Deputy Editor-in-Chief

F.F. Pashchenko

Executive Editor-in-Chief

N.E. Maximova

Editor

L.V. Petrakova

Editorial address

65 Profsoyuznaya st., office 410,
Moscow 117997, Russia

☎/📠 +7(495) 198-17-20, ext. 1410

✉ pu@ipu.ru

URL: <http://pu.mtas.ru>

<http://controlsciences.org>

Published: September 26, 2024

Registration certificate of

ПИ № ФС 77-49203 of 30 March 2012

issued by the Ministry of Press,
Broadcasting, and Mass Media
of the Russian Federation

Registration certificate of

Эл № ФС 77-80482 of 17 February 2021

issued by the Federal Service
for Supervision of Communications,
Information Technology, and Mass Media

The Journal is indexed in RSCI (Russian
Science Citation Index) on the platform
Web of Science and in the list of peer-
reviewed scientific publications of HAC

On the website of the Scientific electronic
library (www.elibrary.ru) full texts of
articles are available

© V.A. Trapeznikov

Institute of Control Sciences

of Russian Academy of Sciences

CONTROL SCIENCES

4.2024

CONTENTS

Analysis and Design of Control Systems

Gayvoronskiy, S. A., Khozhaev, I. V., and Sobol, A. V.

Robust Controller Design Ensuring the Desired Aperiodic Stability

Degree of a Control System with Affine Uncertainty 3

Information Technology in Control

Vishnevsky, V. M., Larionov, A. A., Mukhtarov, A. A.,

and Sokolov, A. M. Investigation of Tandem Queuing Systems

Using Machine Learning Methods 13

Efanov, D. V. and Yelina Y. I. Design of Self-Checking Digital

Devices with Boolean Signals Correction Using Weight-Based

Bose-Lin Codes 26

Kulshin, R. S. and Sidorov, A. A. An Entropy-Based Composite

Indicator for Evaluating the Effectiveness of Recommender

System Algorithms 44

Control of Technical Systems and Industrial Processes

Kruglov, S. P., Kovyreshin, S. V., and Butorin, D. V.

An Identification-Based Control Method for an Overhead Crane

with a New Combined Sensor Placement 61

СИНТЕЗ РОБАСТНОГО РЕГУЛЯТОРА АПЕРИОДИЧЕСКОЙ СТЕПЕНИ УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМЫ С АФФИННОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬЮ[#]

С. А. Гайворонский*, И. В. Хожаев**, А. В. Соболев***

Национальный исследовательский Томский политехнический университет, г. Томск

*✉ saga@tpu.ru, **✉ ivh1@tpu.ru, ***✉ avs127@tpu.ru

Аннотация. Рассматривается характеристический полином системы, в коэффициенты которого линейно входят интервальные параметры объекта управления, образующие параметрический многогранник. Проводится параметрический синтез линейного робастного регулятора, располагающего доминирующий вещественный полюс системы в заданном отрезке отрицательной вещественной полуоси и обеспечивающего в системе аperiodический переходный процесс. Процедура синтеза предусматривает использование регулятора пониженного порядка, параметры которого разделяются на зависимые и свободные. Первые гарантируют желаемое положение отрезка доминирующего полюса, а вторые смещают области локализации остальных полюсов за заданную границу. Для определения значений зависимых параметров регулятора на основании сформулированного утверждения у параметрического многогранника объекта определяются прообразы границ отрезка доминирующего полюса. Для выбора свободных параметров регулятора применяется робастное вершинное или реберное D -разбиение в зависимости от вида граничных реберных ветвей областей локализации свободных полюсов системы. Приводится числовой пример параметрического синтеза ПИД-регулятора для обеспечения допустимого времени аperiodического переходного процесса грузоподъемной системы при интервальных значениях длины троса и массы груза.

Ключевые слова: робастное управление, аффинная неопределенность, модальное управление, аperiodический переходный процесс.

ВВЕДЕНИЕ

Известно, что обеспечение заданного качества системы автоматического управления (САУ) возможно на основе желаемого расположения ее полюсов, реализуемого путем модального синтеза регулятора с использованием характеристического полинома системы. Наиболее часто решаемая в таких случаях задача – обеспечение в системе аperiodического переходного процесса заданной длительности. Обеспечение в системе аperiodических переходных процессов позволяет снизить количество энергии на приведение объекта в желаемое

состояние, а также уменьшить износ исполнительного устройства. Далее рассмотрим известные способы решения этой задачи для систем с детерминированной параметрической неопределенностью [1–29]. Логично классифицировать описанные в этих работах подходы к синтезу по типу регулятора и по порядку объекта управления. В частности, применяются: линейные регуляторы с постоянными параметрами [1–10], адаптивные регуляторы [12–14], регуляторы на основе нечеткой логики [15–17], нейросетевые регуляторы [18–20]. В свою очередь, линейные объекты управления заданных порядков или нелинейные объекты с линейной частью заданного порядка рассматриваются в работах [4–10]; ограничения на порядок объекта управления или его линейной части в прочих

[#] Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 23-29-00737.

работах отсутствуют. В работе [11] дан критерий апериодичности систем с интервальными параметрами.

По результатам анализа приведенных работ можно утверждать, что наиболее часто задача обеспечения апериодического переходного процесса решается при помощи линейных регуляторов различной структуры, порядок которых совпадает с порядком объекта управления или его линейной части: типовые регуляторы в классической или модифицированной форме, полиномиальные регуляторы. В таких случаях можно вывести символичные выражения для расчета параметров регулятора [2, 4, 5, 8, 10]. Критерий [11] позволяет определить, лежат ли все полюса системы с интервальными параметрами на действительной оси. Обеспечение желаемого размещения всех полюсов требует использования регуляторов, порядок которых зависит от количества полюсов системы. Реализация регуляторов полного порядка часто затруднена невозможностью прямо измерить производные выходной величины, необходимые для формирования управляющего сигнала.

Также известны методы синтеза линейных регуляторов пониженного порядка, не имеющие ограничений на порядок объекта управления и основанные на принципе доминирования полюсов [21–23]. Недостатком перечисленных методов является повышенный консерватизм синтезированной системы вследствие использования интервального типа неопределенности коэффициентов характеристического полинома.

Синтез регуляторов на основе нечеткой логики и нейросетевых регуляторов также выполняется для объектов произвольного порядка [15–20]. Однако такие регуляторы сложнее в реализации, чем типовые линейные регуляторы и пониженного, и полного порядка.

Таким образом, актуальна разработка методов синтеза типовых линейных регуляторов пониженного порядка, обеспечивающих в системах с детерминированной параметрической неопределенностью апериодический переходный процесс заданной длительности без ограничения порядка объекта. При этом для снижения консерватизма синтезированной системы актуально рассмотреть способы размещения полюсов систем с аффинной неопределенностью коэффициентов интервального характеристического полинома.

Если в САУ необходимо получить апериодические переходные процессы определенной длительности, то при синтезе регулятора следует применять принцип доминирующих полюсов, задавая в качестве доминирующего соответствующий вре-

мени переходного процесса вещественный полюс и отодвигая от него остальные (свободные) полюса за некоторую границу.

Если объект управления САУ имеет неопределенные параметры, значения которых изменяются в процессе работы системы в заданных пределах по заранее неизвестным законам, то возникает задача сохранения апериодического вида переходных процессов при любых возможных значениях интервальных параметров. При ее решении следует учитывать, что полюса системы мигрируют внутри областей их локализации. Поэтому в результате синтеза регулятора вещественный доминирующий полюс должен быть локализован в некотором отрезке на вещественной отрицательной полуоси. При этом области локализации свободных полюсов необходимо удалить на достаточное расстояние от этого отрезка. Такая локализация полюсов гарантирует завершение переходных процессов САУ в течение допустимого интервала времени при любых значениях интервальных параметров объекта управления.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для стационарной САУ реализовать указанный выше принцип расположения полюсов можно регулятором пониженного порядка на основе методики из работы [21], в соответствии с которой настройки регулятора делятся на зависимые и свободные. При этом первые задают доминирующие полюса, а вторые – смещают все остальные полюса в определенную область комплексной плоскости методом D -разбиения.

На основе такого подхода в публикациях [22, 23] разработана методика синтеза регулятора, обеспечивающего апериодический переходный процесс в нестационарной системе с характеристическим полиномом интервального типа. Коэффициенты этого полинома заданы своими пределами, найденными на основе известных интервалов параметров объекта управления и правил интервальной арифметики. Коэффициенты образуют параметрический многогранник, в вершинах которого проводится робастное вершинное D -разбиение для выбора свободного параметра регулятора.

Однако предложенный в работах [21–23] подход допускает независимое изменение коэффициентов полинома внутри их многогранника, что приводит к консерватизму получаемых результатов параметрического синтеза робастного регулятора. Для уменьшения консерватизма такого подхода желательно перейти от интервального типа



неопределенности характеристического полинома к ее аффинному типу. Такая возможность существует, если интервальные параметры линейно входят в коэффициенты полинома. В этом случае при синтезе регулятора вместо многогранника интервальных коэффициентов рассматривается многогранник интервальных параметров объекта управления. Именно его отображением являются отрезок вещественного доминирующего полюса САУ и области локализации ее свободных полюсов.

Целью работы является синтез робастного регулятора аperiодической степени устойчивости САУ с аффинной неопределенностью на основе определения у многогранника параметров объекта преобразов границ отрезка доминирующего полюса системы и границ областей ее свободных полюсов для их размещения методом робастного D -разбиения [24].

2. ОТОБРАЖЕНИЕ РЕБЕР МНОГОГРАННИКА ИНТЕРВАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ОБЪЕКТА НА КОРНЕВУЮ ПЛОСКОСТЬ

Запишем характеристическое уравнение системы с интервальными параметрами объекта в виде

$$D(s) = \sum_{i=1}^m [T_i] A_i(s) + B(s) = 0, \quad (1)$$

где $[T_i]$ – интервальные параметры, а $\underline{T}_i = \min(T_i)$, $\overline{T}_i = \max(T_i)$. Пусть $A_i(s)$ – полиномы от s , что соответствует аффинной неопределенности полинома (1); $B(s)$ – сумма членов характеристического полинома, не содержащих интервальных параметров.

Так как m интервальных параметров заданы своими граничными значениями, то параметрический многогранник, внутри которого параметры T_i могут изменяться произвольным образом, представляет собой прямоугольный гиперпараллелепипед $P_T = \{T_i \mid \underline{T}_i \leq T_i \leq \overline{T}_i, i = \overline{1, m}\}$, содержащий 2^m вершин. Координаты любой точки P_T относительно вершины $V_q, q = \overline{1, 2^m}$, определяются выражениями

$$T_i = T_i^q + \Delta T_i, i = \overline{1, m}, \quad (2)$$

где ΔT_i – приращение i -го параметра; T_i^q – значение i -го параметра в вершине V_q . Подставив сумму (2) в выражение (1), получим уравнение вида

$$D^q(s) + \Delta T_1 A_1(s) + \Delta T_2 A_2(s) + \dots + \Delta T_m A_m(s) = 0, \quad (3)$$

где $D^q(s) = \sum_{i=1}^m T_i^q A_i(s) + B(s)$ – полином в вершине

V^q . Запишем на основе формулы (3) уравнение отображения одного из ребер P_T , выходящего из вершины V^q при изменении значения параметра T_i :

$$D^q(s) + \Delta T_i A_i(s) = 0. \quad (4)$$

Исходя из уравнения (4) и теории корневого годографа [4], сформируем передаточную функцию для построения реберной ветви по параметру T_i :

$$W_i^q(s) = \frac{\Delta T_i A_i(s)}{D^q(s)}. \quad (5)$$

Исходя из выражения (5), очевидно, что корни уравнения $\Delta T_i A_i(s) = 0$ – нули реберной передаточной функции $W_i^q(s)$; корни вершинного полинома $D^q(s)$ – ее полюса.

3. СВОЙСТВА ОТРЕЗКОВ ВЕЩЕСТВЕННЫХ ПОЛЮСОВ СИСТЕМЫ С АФФИННОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬЮ

Из теории корневого годографа [25] известно свойство его ветвей находиться в определенных частях действительной оси, зависящих от числа действительных нулей и полюсов системы. Интервальное расширение этого свойства предусматривает определение у многогранника интервальных параметров системы вершин, отображающихся на границы отрезков вещественных полюсов. Для этого докажем следующее

Утверждение. *Правая граница отрезка $[s_j^L; s_j^R]$ вещественного полюса s_j системы с интервальными параметрами T_i является образом вершины V_q с координатами $T_i^q = \underline{T}_i$ при условии четного общего числа лежащих правее s_j^R отрезков других полюсов системы и постоянных нулей реберной передаточной функции (5). Если общее число правых отрезков и нулей нечетное, то $T_i^q = \overline{T}_i$. При этом координаты вершины – прообраза левой границы s_j^L имеют противоположные пределы интервальных параметров.*

Доказательство утверждения приведено в приложении.

Следствие 1. *Прообразом вещественного полюса s_1 , определяющего робастную степень аperiодической устойчивости системы с интервальными параметрами T_i , является вершина V_q с*

координатами $T_i^q = \underline{T}_i$ при условии четного числа расположенных правее s_1 вещественных нулей реберной передаточной функции (5). Если число вещественных нулей нечетное, то $T_i^q = \bar{T}_i$.

Следствие 2. Если между двумя отрезками вещественных полюсов системы нет вещественных нулей реберной передаточной функции (5), то правым и левым концам этих отрезков соответствуют вершины с противоположными пределами интервальных параметров.

С помощью числового примера рассмотрим применение доказанного утверждения и следствий из него.

Пример. Пусть задан характеристический полином САУ с аффинным типом неопределенности, определяемым тремя интервальными параметрами, линейно входящими в коэффициенты полинома:

$$[T_1]s^4 + (6[T_1] + [T_2])s^3 + (11[T_1] + 5[T_2])s^2 + (6[T_1] + 6[T_2] + [T_3])s + 3[T_3] + 1 = 0, \quad (6)$$

где $[T_1] = [5; 10]$; $[T_2] = [30; 70]$; $[T_3] = [10; 20]$. Преобразуем полином (6), приведя его к виду (1):

$$[T_1] A_1(s) + [T_2] A_2(s) + [T_3] A_3(s) + 1 = 0, \quad (7)$$

где $A_1(s) = s^4 + 6s^3 + 11s^2 + 6s$; $A_2(s) = s^3 + 5s^2 + 6s$; $A_3(s) = s + 3$.

Многопараметрический интервальный корневой годограф для такого полинома четвертой степени представляет собой четыре отрезка на отрицательной вещественной полуоси: $s_1 = [-0,38; -0,07]$; $s_2 = [-1,92; -1,44]$; $s_3 = [-3,03; -3,01]$ и $s_4 = [-15; -4,1]$. Эти отрезки показаны на рис. 1, который для наглядности выполнен без соблюдения масштаба. На нем также изображены вещественные корни полиномов $A_i(s)$ из формулы (7), а именно:

- корни $A_1(s)$: $s_1 = 0$, $s_2 = -1$, $s_3 = -2$, $s_4 = -3$;
- корни $A_2(s)$: $s_1 = 0$, $s_2 = -2$, $s_3 = -3$;
- корни $A_3(s)$: $s_1 = -3$.

На основании взаимного расположения отрезков и указанных выше корней согласно утверждению получены координаты вершин, отображающихся на границы корневых отрезков. Эти вершины, очевидно, совпадают с теми, которые были определены при построении от-

резков действительных корней интервального характеристического полинома и показаны на рис. 1.

4. ЛОКАЛИЗАЦИЯ СВОБОДНЫХ ПОЛЮСОВ МЕТОДОМ РОБАСТНОГО ДРАЗБИЕНИЯ

При изменении одного из интервальных параметров объекта ΔT_i в соответствующем интервале корни характеристического полинома на основе теории корневого годографа образуют однопараметрический интервальный корневой годограф, ветви которого называются реберными ветвями (RS_i^q), а их начала и концы – корневыми узлами (U_q). При этом справедливы отображения ребер параметрического многогранника в ветви корневого годографа, а его вершин – в корневые узлы: $\varphi(R_i^q) = RS_i^q$, $\varphi(V_q) = U_q$.

В соответствии с реберной теоремой [26, 27] области локализации корней характеристического полинома с аффинным типом интервальной неопределенности его коэффициентов ограничены реберными ветвями RS_i^q – образами определенных ребер многогранника параметров объекта управления. В соответствии с изложенным в работе [23], если у реберной ветви RS_i^q , образованной движением одного из комплексно-сопряженных корней, ближайшим к мнимой оси оказывается один из концов ветви, то такая реберная ветвь относится к первому типу. Когда же ближайшим к мнимой оси является один из внутренних корней реберной ветви, прообраз которого заранее неизвестен, то такая ветвь относится ко второму типу. Чтобы определить тип реберной ветви, следует проверить приведенное в работе [28] следующее условие: если полином $A_i(s)$ при интервально-неопределенном параметре T_i является полиномом первой степени или полиномом только четной или только нечетной степени s , а также произведением указанных полиномов, то реберная ветвь RS_i^q является ветвью первого типа.

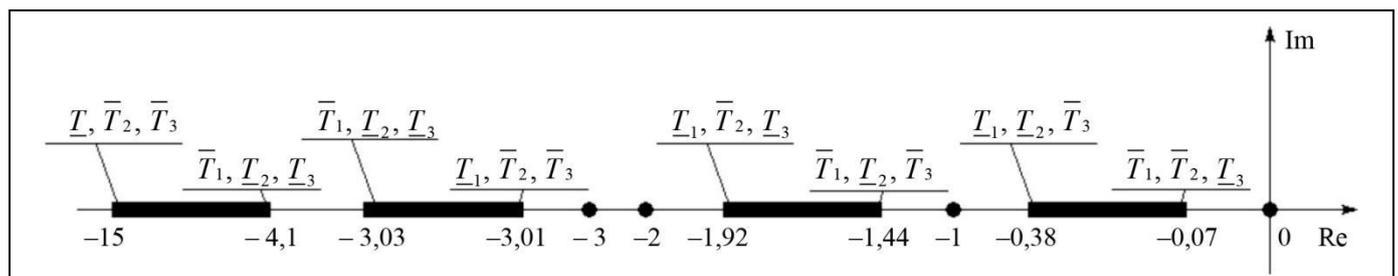


Рис. 1. Границы отрезков действительных корней характеристического полинома и координат их вершин-прообразов



В случае рассматриваемой задачи знание типа реберных ветвей, ограничивающих области локализации свободных полюсов, важно для проведения робастного D -разбиения [24] по свободному параметру регулятора с выбранной границей расположения областей свободных полюсов. Так, если все ветви имеют первый тип, то достаточно провести D -разбиение во всех вершинах многогранника параметров объекта и выбрать значение свободного параметра из области пересечения полученных для каждой вершины областей.

Если для какой-то ветви указанное условие не выполняется, то эта ветвь оказывается ветвью второго типа и в этом случае следует применить D -разбиение по двум параметрам: свободному параметру регулятора и параметру соответствующего ветви ребра многогранника (эти параметры должны линейно входить в коэффициенты характеристического полинома). Проводя в построенной параметрической области известные границы возможного изменения интервального параметра, можно получить область допустимых значений свободного параметра регулятора, гарантирующих желаемое расположение свободных полюсов. После получения таких областей для каждой ветви второго типа следует найти их пересечение и из него выбрать значение свободного параметра.

5. ЧИСЛЕННЫЙ ПРИМЕР СИНТЕЗА ПИД-РЕГУЛЯТОРА СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ СИЛЫ НАТЯЖЕНИЯ ТРОСА ПОДЪЕМНОГО МЕХАНИЗМА

Используем приведенное выше утверждение для синтеза робастного регулятора, обеспечивающего локализацию доминирующего полюса системы в желаемом отрезке и располагающего остальные полюса в заданной области.

Для этого рассмотрим систему автоматической стабилизации силы натяжения троса подъемного механизма, представленную на рис. 2 [29].

На рис. 2 приняты следующие обозначения: ΔF_B и ΔF_H – приращения силы натяжения троса на входе и на выходе системы соответственно; ДПТ – двигатель постоянного тока; УМ – усилитель мощности.

Характеристический полином системы имеет вид:

$$a_5 s^5 + a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0,$$

$$\text{где } a_5 = J T_D T_Y l m_T, \quad a_4 = T_D T_Y \chi m_T r^2 + J T_D T_Y \chi + J T_D l m_T + J T_Y l m_T, \quad a_3 = J l m_T + J T_D \chi + J T_Y \chi + J T_D T_Y c + T_D \chi m_T r^2 + T_Y \chi m_T r^2 + T_D T_Y c m_T r^2 + k_3 K_D K_Y \chi m_T r^2, \\ a_2 = J \chi + \chi m_T r^2 + J T_D c + J T_Y c + T_Y c m_T r^2 + T_D c m_T r^2 + k_3 K_D K_Y c m_T r^2 + k_2 K_D K_Y \chi m_T r^2, \quad a_1 = J c + c m_T r^2 + k_1 K_D K_Y \chi m_T r^2 + k_2 K_D K_Y c m_T r^2, \quad a_0 = k_1 K_D K_Y c m_T r^2;$$

m_T – масса груза, кг; l – длина троса, м; J – момент инерции электропривода системы, кг·м²; χ – удельный коэффициент демпфирования троса, Н·с; c – удельная жесткость троса, Н; r – радиус приводного шкива электропривода, м; K_D – передаточный коэффициент ДПТ, рад·с⁻¹·В⁻¹; T_D – постоянная времени ДПТ, с; K_Y – передаточный коэффициент УМ; T_Y – постоянная времени УМ, с. Постоянные параметры объекта управления имеют следующие значения: $J = 0,5$ кг·м², $\chi = 10^4$ Н·с, $c = 2 \cdot 10^4$ Н, $r = 0,1$ м, $K_D = 5$ рад·с⁻¹·В⁻¹, $T_D = 0,01$ с, $K_Y = 10$, $T_Y = 0,001$ с. Интервальные параметры объекта заданы следующими диапазонами: $m_T = [50; 500]$ кг и $l = [50; 100]$ м. Таким образом, параметрический многогранник системы имеет четыре вершины.

В системе используется ПИД-регулятор с передаточной функцией

$$W_{PID}(s) = \frac{k_3 s^2 + k_2 s + k_1}{s},$$

где k_1 , k_2 и k_3 – интегральный, пропорциональный и дифференциальный коэффициенты ПИД-регулятора соответственно. Разделим параметры регулятора на зависимые и свободные: зависимые k_1 и k_3 определяют

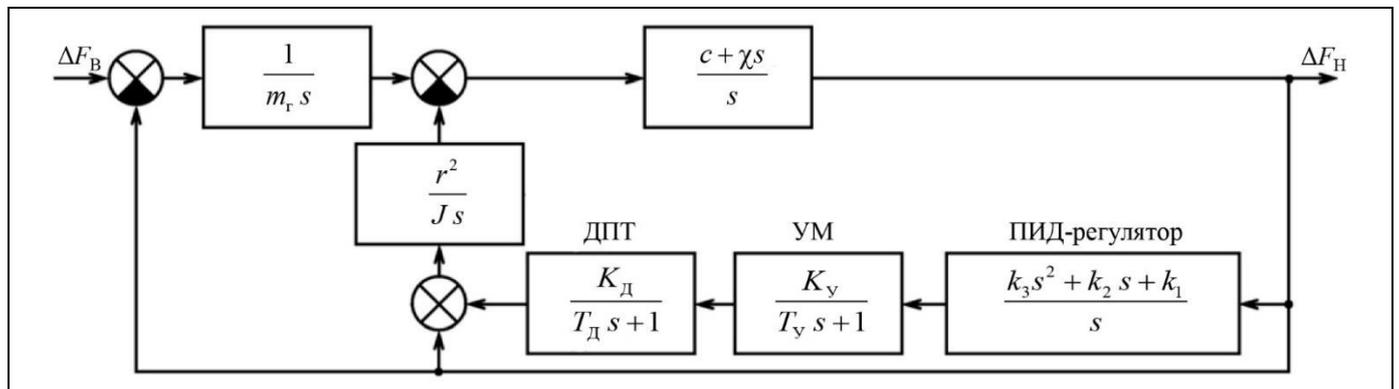


Рис. 2. Структурная схема системы стабилизации силы натяжения троса подъемного механизма

положение границ доминирующего полюса, а свободный k_2 – положение остальных полюсов слева от заданной границы. Пусть необходимо локализовать доминирующий полюс в отрезке действительной оси $[-0,7; -0,5]$, а остальные полюса разместить левее вертикальной прямой, проходящей параллельно мнимой оси через точку $(-1; j0)$.

Подставим значения постоянных параметров системы в характеристический полином и перепишем его в следующей форме:

$$l A_1(s) + \frac{1}{m_T} A_2(s) + A_3(s) = 0,$$

где $A_1(s) = s^3(5 \cdot 10^{-10} s^2 + 5,5 \cdot 10^{-7} s + 5 \cdot 10^{-5})$, $A_2(s) = s(5 \cdot 10^{-6} s^3 + 5,51 \cdot 10^{-3} s^2 + 0,511 s + 1)$, $A_3(s) = 10^{-7} s^4 + (0,5 k_3 + 1,102 \cdot 10^{-4}) s^3 + (0,5 k_2 + k_3 + 0,0102) s^2 + (0,5 k_1 + k_2 + 0,02) s + k_1$.

Определим координаты вершин – прообразов границ действительного доминирующего полюса системы. Полином $A_1(s)$ имеет пять корней: $s_1 = s_2 = s_3 = 0$, $s_4 = -100$, $s_5 = -1000$. Полином $A_2(s)$ имеет четыре корня: $s_1 = 0$, $s_2 = -2$, $s_3 = -100$, $s_4 = -1000$. С учетом этого согласно приведенному ранее утверждению правая граница доминирующего полюса $s^R = -0,5$ является проекцией вершины многогранника параметров с координатами $(\bar{l}; \bar{m}_T)$; левая граница доминирующего полюса $s^L = -0,7$ является проекцией вершины $(\underline{l}; \underline{m}_T)$. Подставим координаты вершин и границы отрезков в характеристический полином системы и получим два алгебраических уравнения, связывающих вместе коэффициенты ПИД-регулятора. Решив эти два уравнения, получим выражения для расчета зависимых параметров регулятора:

$$\begin{cases} k_1(k_2) = 0,292 k_2 + 0,025; \\ k_3(k_2) = 0,833 k_2 - 0,017. \end{cases}$$

При этом стоит отметить, что для получения физически реализуемого регулятора необходимо, чтобы $k_2 \geq 0,0206$.

Найдем значение свободного параметра регулятора k_2 при помощи метода D -разбиения. Полиномы соответствуют условию принадлежности реберных ветвей по интервальным параметрам системы первому типу ветвей. Поэтому концы ребер расположены к мнимой оси ближе, чем любая из промежуточных его точек. Следовательно, для расположения свободных полюсов системы достаточно провести D -разбиение в вершинах параметрического многогранника. Для получения уравнений кривых D -разбиения подставим в характеристический полином системы найденные значения $k_1(k_2)$ и $k_3(k_2)$, а также уравнение границы области

размещения свободных полюсов $s = -1 + j\omega$. Кривые D -разбиения показаны на рис. 3.

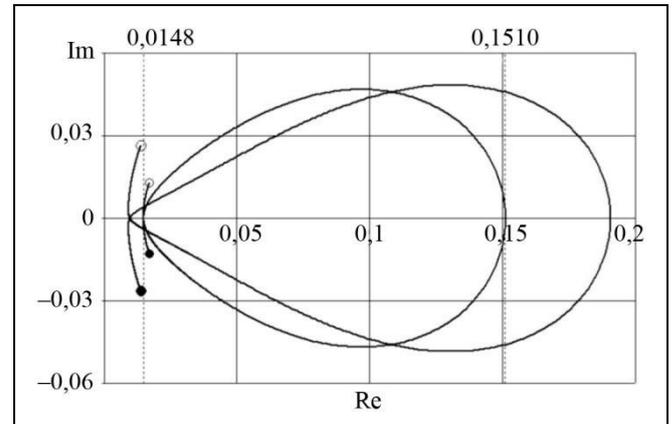


Рис. 3. Кривые вершинного D -разбиения по свободному параметру регулятора

Исходя из D -разбиения, желаемое расположение полюсов достигается при $k_2 \in [0,0148; 0,1510]$. Выберем $k_2 = 0,1$. В таком случае $k_1 = 0,054$ и $k_3 = 0,066$. Расположение полюсов системы с синтезированным ПИД-регулятором показано на рис. 4.

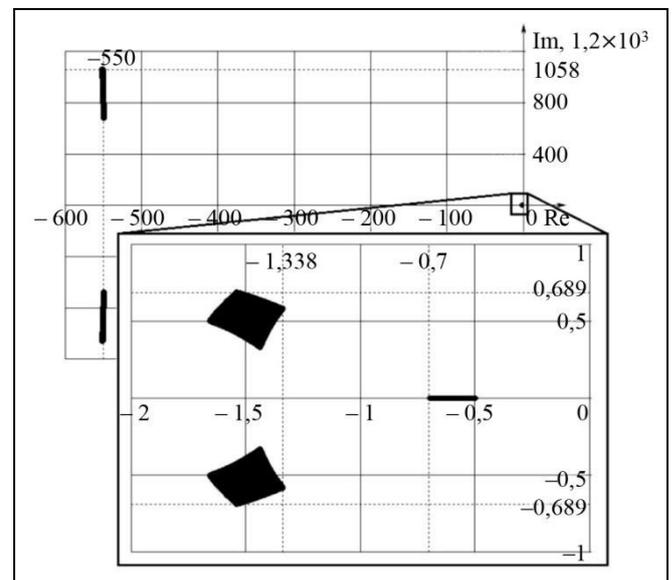


Рис. 4. Расположение областей локализации полюсов синтезированной системы

Исходя из полученного расположения полюсов, можно утверждать, что задача синтеза решена успешно: действительный доминирующий полюс расположился в заданном интервале, а свободные полюса расположены левее заданной границы. Далее на рис. 5 показано семейство переходных характеристик синтезированной системы, построенных для комбинаций значений интервальных параметров.

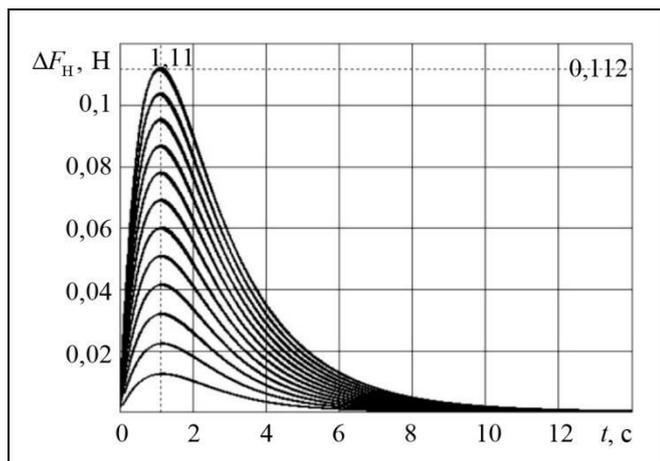


Рис. 5. Переходные характеристики синтезированной системы

Из рис. 5 очевидно, что синтезированный регулятор обеспечивает в системе апериодические переходные процессы. При этом компенсация силы натяжения, возникающей в тросе длиной до 100 м при подвешивании груза массой до 500 кг и весом до 4900 Н, выполняется с максимальным отклонением 0,112 Н или $2,2 \cdot 10^{-3} \%$. Также на основе представленных на рис. 5 переходных характеристик можно утверждать, что принцип доминирования полюсов выполняется, несмотря на малое удаление свободных полюсов от доминирующего.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Зачастую в САУ по технологическим причинам требуемый апериодический переходный процесс должен быть близок к монотонному и содержать в начальный период времени как можно меньше колебаний от свободных комплексно-сопряженных полюсов системы. Поэтому для уменьшения влияния свободных полюсов на переходный процесс желательно сдвинуть эти полюса от отрезка доминирующего вещественного полюса на достаточное расстояние, определяемое заданной границей. Если это не удастся сделать D -разбиением по одному свободному параметру, то D -разбиение нужно проводить по двум свободным параметрам, что расширит возможность желаемой локализации свободных полюсов. Для этого при использовании в качестве регулятора пониженного порядка типового ПИД-регулятора с тремя настройками и при отсутствии ограничений на минимальное время переходного процесса следует один из двух независимых параметров регулятора перевести в разряд свободных. При этом с помощью оставшегося зависимого параметра можно обеспечить заданную правую границу отрезка доминирующего полюса, чего вполне достаточно для обеспечения макси-

мально допустимого времени переходного процесса в САУ.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Доказательство утверждения. Запишем фазовое уравнение корневого годографа [25]:

$$\sum_{i=1}^m \Theta_i^0 - \sum_{i=1}^n \Theta_i = \pm (2n + 1) \pi,$$

где Θ_i^0 – угол выхода реберной ветви из i -го нуля реберной передаточной функции; Θ_i – угол выхода реберной ветви из i -го полюса реберной передаточной функции; m – количество нулей; n – количество полюсов. На основе этого уравнения запишем уравнение угла выхода Θ_1 реберной ветви корневого годографа из правой границы действительного полюса s_j^R :

$$\Theta_1 = r\pi - \sum_{i=1}^m \Theta_i^0 + \sum_{i=2}^n \Theta_i,$$

где r – параметр, равный нулю или единице в зависимости от направления движения по реберной ветви корневого годографа.

Значения углов в уравнении зависят от расположения нулей и полюсов реберной передаточной функции относительно исследуемой точки корневого годографа. Предположим, что справа от s_j^R расположены k из n полюсов и p из m нулей реберной передаточной функции. Углы, соответствующие правым нулям и полюсам, обозначим как Θ_{Ri}^0 и Θ_{Ri} ; левым нулям и полюсам – Θ_{Li}^0 и Θ_{Li} . Перепишем последнее уравнение с учетом введенных обозначений:

$$\Theta_1 = r\pi - \left(\sum_{i=1}^{m-p} \Theta_{Li}^0 + \sum_{i=1}^p \Theta_{Ri}^0 \right) + \left(\sum_{i=1}^{n-k-1} \Theta_{Li} + \sum_{i=1}^k \Theta_{Ri} \right).$$

Нули и полюса реберной передаточной функции могут быть либо комплексно-сопряженными, либо действительными. Очевидно, что углы, соответствующие комплексно-сопряженным нулям или полюсам, одинаковы по величине и противоположны по знаку. Следовательно, при расчете угла выхода реберной ветви они взаимно сокращаются и не меняют итогового значения. Для углов, соответствующих действительным нулям и полюсам, верно следующее: $\Theta_{Ri}^0 = \Theta_{Ri} = \pi$, $\Theta_{Li}^0 = \Theta_{Li} = 0$. Перепишем выражение для Θ_1 с учетом этого:

$$\Theta_1 = r\pi - (m - p) \cdot 0 - p\pi + (n - k - 1) \cdot 0 + k\pi = \pi(r + k - p).$$

Поставлена задача найти прообраз V_q правой границы действительного полюса s_j^R . Следовательно, необходимо, чтобы $\Theta_{1i} = \pi$. Для выполнения этого условия нужно при четных $k - p$ выбирать $r = 1$ и, соответственно, в координатах V_q выбирать T_i . При нечетных $k - p$ следует выбирать $r = 0$ и, соответственно, в ко-

ординатах V_q выбирать \bar{T}_i . При этом очевидно, что если разность целых неотрицательных k и p – четная, то их сумма также четная и наоборот. Поэтому из соображений удобства при анализе расположения нулей и полюсов будем ориентироваться на сумму k и p , т. е. на общее количество нулей и полюсов реберной передаточной функции, расположенных справа от исследуемой точки.

Для нахождения прообраза левой границы s_j^L следует задавать углы выхода реберных ветвей $\Theta_{li} = 0$. Следовательно, значения параметра r и пределы интервальных параметров T_i в координатах V_q задаются противоположным образом, а прообразы правого и левого концов действительного полюса имеют противоположные координаты.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Аббясов А.М., Тарарыкин С.В.* Синтез робастной системы управления транспортированием длинномерного материала на основе грамианного метода // Вестник ИГЭУ. – 2023. – № 4. – С. 54–62. [*Abbyasov, A.M., Tararykin, S.V.* Sintez robastnoi sistemy upravleniya transportirovaniem dlinnomernogo materiala na osnove gramiannogo metoda // Vestnik IGHEU. – 2023. – No. 4. – P. 54–62. (In Russian)]
2. *Куликов В.Е.* Решение обратной задачи модального управления при синтезе регулятора минимальной размерности для режима стабилизации вертикальной скорости полета самолета // Навигация и управление летательными аппаратами. – 2022. – № 38. – С. 39–59. [*Kulikov, V.E.* Inverse Problem of Modal Control Solution Using Reduced-Dimension Controller Synthesis for Aircraft Vertical Speed Hold // Navigatsiya i upravlenie letatel'nyimi apparatami. – 2022. – No. 38. – P. 39–59. (In Russian)]
3. *Краснощеченко В.И.* Синтез робастного динамического H^∞ -регулятора низкого порядка с использованием линейных матричных неравенств и проекционных лемм // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2018. – Т. 19, № 4. – С. 219–231. [*Krasnoshchchenko, V.I.* Synthesis Robust Hinfinitiy-Regulator of the Low Order by using of Linear Matrix Inequalities and Projective Lemmas // Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie. – 2018. – Vol. 19, no. 4. – P. 219–231. (In Russian)]
4. *Воронин А.И., Тютиков В.В.* Методика синтеза регуляторов для независимого формирования статических и динамических показателей нелинейных объектов // Известия Южного федерального университета. Технические науки. – 2015. – № 3 (164). – С. 154–164. [*Voronin, A.I., Tyutikov, V.V.* Procedure for the Synthesis of Controllers for Independent Formation of Static and Dynamic Parameters of Nonlinear Objects // Izvestiya SFedU. Engineering Sciences – 2015. – No. 3 (164). – P. 154–164. (In Russian)]
5. *Фокин А.Л.* Синтез робастных систем управления технологическими процессами с типовыми регуляторами // Известия Санкт-Петербургского государственного технологического института (технического университета). – 2014. – № 27 (53). – С. 101–106. [*Fokin, A.L.* The Synthesis of Robust Control Systems of Technological Processes with Atandard Regulators // Bulletin of St PbsIT(TU). – 2014. – No. 27 (53). – P. 101–106. (In Russian)]
6. *Французова Г.А., Востриков А.С.* Особенности синтеза ПИД-регулятора для нелинейного объекта второго порядка // Автоматика. – 2019. – Т. 55, № 4. – С. 57–64. [*Frantsuzova, G.A. Vostrikov, A.S.* PID Controller Design for a Second-Order Nonlinear Plant // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. – 2019. – Vol. 55, no. 4. – P. 364–370.]
7. *Французова Г.А.* Синтез робастных систем с ПИД-регулятором для нелинейных объектов с переменными параметрами // Автоматика и программная инженерия. – 2018. – № 2 (24). – С. 9–16. [*Frantsuzova, G.A.* Robust Systems Synthesis with PI2D-controller for Nonlinear Objects with Variable Parameters // Automatics & Software Engineering. – 2018. – No. 2 (24). – P. 9–16. (In Russian)]
8. *Цавнин А.В., Ефимов С.В., Замятин С.В.* Корневой подход к синтезу параметров ПИД-регулятора, гарантирующий отсутствие перегулирования в переходной характеристике системы управления // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. – 2019. – Т. 22, № 2. – С. 77–82. [*Tsavnin, A.V., Efimov, S.V., Zamyatin, S.V.* PID-Controller Tuning Approach Guaranteeing Non-overshooting Step Response // Proceedings of TUSUR University. – 2019. – Vol. 22, no. 2. – P. 77–82. (In Russian)]
9. *Рыбин И.А., Рубанов В.Г.* Синтез робастного регулятора для мобильного робота с интервальными параметрами и временным запаздыванием // Вестник Иркутского государственного технического университета. – 2017. – Т. 21, № 10 (129). – С. 40–52. [*Rybin, I.A., Rubanov, V.G.* Synthesis of a Robust Controller for a Mobile Robot with Interval Parameters and Time Delay // Information Science, Computer Engineering and Management. – 2017. – Vol. 21, no. 10 (129). – P. 40–52. (In Russian)]
10. *Татаринов А.В., Цирлин А.М.* Предельная степень аperiodической устойчивости линейных систем и выбор параметров промышленных регуляторов // Моделирование и анализ информационных систем. – 2015. – Т. 19, № 2. – С. 87–96. [*Tatarinov, A.V., Tsirlin, A.M.* Maximal Degree of Aperiodic Stability Degree of Linear Systems and Parametric Synthesis of Industrial Controllers // Modeling and Analysis of Information Systems. – 2012. – Vol. 19, no. 2. – P. 87–96. (In Russian)]
11. *Поляк Б.Т., Цыпкин Я.З.* Робастная аperiodичность // Доклады Академии наук. – 1994. – Т. 335, № 3. – С. 304–307. [*Polyak, B.T., Tsipkin, Ya.Z.* Robust Aperiodicity // Doklady Mathematics. – 1994. – Vol. 39, no. 3. – P. 149–152. (In Russian)]
12. *Nikou, A., Verginis, C.K., Heshmati-Alamdari, S.* An Aperiodic Prescribed Performance Control Scheme for Uncertain Nonlinear Systems // 2022 30th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED). – Athens, 2022. – P. 221–226.
13. *Опейко О.Ф.* Управление по выходу с пропорционально-дифференцирующим адаптивным регулятором // Системный анализ и прикладная информатика. – 2016. – № 3. – С. 35–39. [*Opeiko, O.F.* Output Control with Adaptive-Proportional Differential Controller // System Analysis and Applied Information Science. – 2016. – No. 3. – P. 35–39. (In Russian)]
14. *Zhou, X., Wang, Z., Shen, H., et al.* Robust Adaptive Path-Tracking Control of Autonomous Ground Vehicles with Considerations of Steering System Backlash // IEEE Transactions on Intelligent Vehicles. – 2022. – Vol. 7, no. 2. – P. 315–325.
15. *Volosencu, C.* Study of the Angular Positioning of a Rotating Object Based on Some Computational Intelligence Methods // Mathematics. – 2022. – Vol. 10, no. 7. – Art. no. 1157.



16. *Zhu, J., Nguang, S.K.* Fuzzy Model Predictive Control with Enhanced Robustness for Nonlinear System via a Discrete Disturbance Observer // *IEEE Access*. – 2020. – Vol. 8. – P. 220 631–220 645.
17. *Chen, M., Lamb, H.K., Xiao, B., Xuan, C.* Membership-Function-Dependent Control Design and Stability Analysis of Interval Type-2 Sampled-Data Fuzzy-Model-Based Control System // *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*. – 2021. – Vol. 30, no. 6. – P. 1614–1623.
18. *Ghafoor, A., Balakrishnan, S.N.* Design and Analysis of Event-Triggered Neuro-Adaptive Controller (ETNAC) for Uncertain Systems // *Journal of the Franklin Institute*. – 2020. – Vol. 357, no. 10. – P. 5902–5933.
19. *Pajchrowski, T., Zawirski, K.* Application of Artificial Neural Network to Robust Speed Control of Servodrive // *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. – 2007. – Vol. 54, no. 1. – P. 200–207.
20. *Li, J., Xiang, X., Yang, S.* Robust Adaptive Neural Network Control for Dynamic Positioning of Marine Vessels with Prescribed Performance under Model Uncertainties and Input Saturation // *Neurocomputing*. – 2022. – Vol. 484. – P. 1–12.
21. *Вадутов О.С., Гайворонский С.А.* Решение задачи размещения полюсов системы методом D-разбиения // *Известия Российской академии наук. Теория и системы управления*. – 2004. – № 5. – С. 23–27. [*Vadutov, O.S., Gaivoronskiy, S.A.* Solving the Problem of Allocation of Poles of a System by the D-partition Method // *Journal of Computer and Systems Sciences International*. – 2004. – Vol. 43, no. 5. – P. 681–685.]
22. *Khozhaev, I.V.* Adaptive Robust Stabilization of an Aperiodic Transient Process Control Quality in Systems with Interval Parametric Uncertainty // *IFAC-PapersOnLine*. – 2018. – Vol. 51, no. 32. – P. 826–831.
23. *Хожяев И.В., Гайворонский С.А., Езангина Т.А.* Адаптивно-робастная стабилизация корневых показателей качества интервальных систем на основе метода доминирующих полюсов // *Проблемы управления*. – 2019. – № 6. – С. 22–31. [*Khozhaev, I.V., Gaivoronskiy, S.A., Ezangina, T.A.* Adaptive-Robust Stabilization of Interval Control System Quality on a Base of Dominant Poles Method // *Automation and Remote Control*. – 2021. – Vol. 82. – P. 132–144.]
24. *Удэрман Э.Г.* Метод корневого годографа в теории автоматических систем. – М.: Наука, 1972. – 448 с. [*Uderman, E.G.* Metod kornevogo godografa v teorii avtomaticheskikh sistem. – М.: Nauka, 1972. – 448 p. (In Russian)]
25. *Bartlett, A.C., Hollot, C.V., Lin, H.* Root Locations of an Entire Polytope of Polynomials: It Suffices to Check the Edges // *Mathematics of Control, Signals and Systems*. – 1988. – Vol. 1, no. 1. – P. 61–71.
26. *Vicino, A.* Robustness of Pole Location in Perturbed Systems // *Automatica*. – 1989. – Vol. 25, no 1. – P. 109–113.
27. *Жабко А.П., Харитонов В.Л.* Необходимые и достаточные условия устойчивости линейного семейства полиномов // *Автоматика и телемеханика*. – 1994. – № 10. – С. 125–134. [*Zhabko, A.P., Kharitonov, V.L.* Necessary and Sufficient Conditions for the Stability of a Linear Family of Polynomials // *Automation and Remote Control*. – 1994. – Vol. 50, no. 10. – P. 1496–1503.]
28. *Петров Н.П., Поляк Б.Т.* Робастное D-разбиение // *Автоматика и телемеханика*. – 1991. – № 11. – С. 41–53. [*Petrov, N.P., Polyak, B.T.* Robust D-partition // *Automation and Remote Control*. – 1991. – Vol. 52, no. 11. – P. 1513–1523.]
29. *Гайворонский С.А., Езангина Т.А.* Синтез робастной системы стабилизации натяжения троса для стенда имитации невесомости // *Вестник Московского авиационного института*. – 2015. – Т. 22, № 1. – С. 67–74. [*Gaivoronskiy, S.A., Ezangina, T.A.* The Synthesis of the Robust Stabilization System of Cable Tension for the Test Bench of Weightless Simulation // *Aerospace MAI Journal*. – 2015. – Vol. 22, no. 1. – P. 67–74. (In Russian)]

Статья представлена к публикации членом редколлегии М. В. Хлебниковым.

Поступила в редакцию 01.04.2024,
после доработки 13.08.2024.
Принята к публикации 26.08.2024.

Гайворонский Сергей Анатольевич – канд. техн. наук,
✉ saga@tpu.ru,
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-7156-2807>

Хожяев Иван Валерьевич – канд. техн. наук,
✉ ivh1@tpu.ru,
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-8874-0200>

Соболь Александр Васильевич – аспирант,
✉ avs127@tpu.ru,
ORCID iD: <https://orcid.org/0009-0002-9327-4811>

Национальный исследовательский Томский политехнический университет, г. Томск.

© 2024 г. Гайворонский С. А., Хожяев И. В., Соболь А. В.



Эта статья доступна по [лицензии Creative Commons «Attribution» \(«Атрибуция»\) 4.0 Всемирная](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

ROBUST CONTROLLER DESIGN ENSURING THE DESIRED APERIODIC STABILITY DEGREE OF A CONTROL SYSTEM WITH AFFINE UNCERTAINTY

S. A. Gayvoronskiy*, I. V. Khozhaev**, and A. V. Sobol***

*****National Research Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Russia

*✉ saga@tpu.ru, **✉ ivh1@tpu.ru, ***✉ avs127@tpu.ru

Abstract. This paper considers a system whose characteristic polynomial coefficients are linear combinations of the interval parameters of a plant forming a parametric polytope. A linear robust controller is parametrically designed to place a dominant pole of the system within the desired interval of the negative real semi-axis and ensure an aperiodic transient in the system. The parametric design procedure involves a low-order controller with dependent and free parameters: the former serve to place the dominant pole within the desired interval on the complex plane whereas the latter to shift the other poles to some localization regions beyond a given bound (to the left of the dominant pole to satisfy the pole dominance principle). To evaluate the dependent parameters of the controller, the originals of the interval bounds of the dominant pole are determined for the plant's parametric polytope based on a corresponding theorem (see below). The free parameters of the controller are chosen using the robust vertex or edge D -partition method, depending on the boundary edge branches of the localization regions of the free poles. A numerical example of the parametric design procedure is provided: a PID controller is built to ensure an acceptable aperiodic transient time in a load-lifting mechanism with interval values of cable length and load weight.

Keywords: robust control, affine uncertainty, modal control, aperiodic transient.

Funding. This work was supported by the Russian Science Foundation, project no. 23-29-00737.

ИССЛЕДОВАНИЕ МНОГОФАЗНЫХ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДОВ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ#

В. М. Вишнеvский*, А. А. Ларионов**, А. А. Мухтаров***, А. М. Соколов****

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, г. Москва

*✉ vishn@inbox.ru, **✉ larioandr@gmail.com,
 ✉ mukhtarov.amir.a@gmail.com, *✉ aleksandr.sokolov@phystech.edu

Аннотация. Рассматривается многофазная система массового обслуживания с входящим коррелированным MAP-потокoм, PH-распределением времени обслуживания и ограниченным размером буфера на фазах системы. Приведен краткий истoрический обзор по анализу моделей таких систем и методов их исследования. На основании проведенного обзора обоснована новизна постановки задачи, рассматриваемой в статье, методов ее решения и результатов. Дано описание алгоритма точного расчета характеристик производительности многофазных систем малой размерности и оценки сложности этого алгоритма. Для исследования многофазных систем большой размерности предложен подход, основанный на комбинации методов имитационного моделирования и машинного обучения. Приведены результаты численного анализа, подтвердившие эффективность применения методов машинного обучения для оценки характеристик производительности тандемных систем, адекватно описывающих функционирование широкополосных беспроводных сетей.

Ключевые слова: многофазные сети, аналитическая модель, имитационное моделирование, машинное обучение.

ВВЕДЕНИЕ

Многофазные системы массового обслуживания (тандемные СМО) традиционно используются для моделирования и оптимизации производительности многих сложных систем, включая технические, экономические, промышленные, транспортные, медицинские, военные и др. [1–4]. Значительный интерес также представляют модели тандемных СМО, адекватно описывающие функционирование современных широкополосных беспроводных сетей с линейной топологией [5, 6].

Исследование многофазных СМО, начатое в конце 1960-х гг. [7, 8], интенсивно продолжается до настоящего времени [9–11]. Первоначально аналитические результаты были получены для оценки характеристик производительности двухфазных СМО. Многочисленные статьи посвящены

разработке методов исследования таких систем с блокировками, пуассоновским и коррелированным (BMAP, *Batch Markovian Arrival Process*) входным потоком и различными функциями распределения времени обслуживания (см., например, работы [12–16]). Более подробно с описанием работ о двухфазных СМО можно ознакомиться в обзоре [17] и книге [18].

Однако наибольшее практическое значение представляют тандемные СМО большой размерности (с числом узлов больше двух). Точное аналитическое решение для таких СМО было получено лишь для небольшого класса сетей, узлы которых удовлетворяет условиям теоремы BSMР (Baskett, Chandy, Muntz, Palacios) [19, 20], а совместное стационарное распределение вероятностей состояний имеет мультипликативную форму. В частном случае, когда узлы (фазы) тандемной сети представляют собой СМО типа $M/M/1$, легко находятся характеристики производительности такой системы, включая важный параметр – межконцевую задержку (время с момента поступ-

Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда, грант № 22-49-02023, <https://rscf.ru/project/22-49-02023/>.

ления пакета на первую фазу до окончания его обслуживания на последней фазе).

Для других типов тандемных сетей большой размерности методы отыскания точных решений практически отсутствуют. Поэтому для их исследования широко применяются приближенные методы. Одним из наиболее распространенных приближенных методов является декомпозиция тандемной сети на отдельные узлы с последующим изучением их взаимодействия друг с другом и обобщением полученных результатов для оценки характеристик производительности сети в целом (см., например, работы [21–24]). В последние годы для исследования тандемных СМО эффективно применяются методы машинного обучения [9, 25–27]. В частности, в статье [9] исследуются характеристики производительности тандемных СМО с пуассоновским входным потоком, экспоненциальным распределением времени обслуживания и многолинейными узлами ($M/M/S/\infty$) с использованием искусственных нейронных сетей.

Новизна настоящей статьи состоит в разработке точного алгоритма расчета характеристик производительности многофазных СМО с коррелированным входным МАР-поток и РН-распределением времени обслуживания на фазах системы. Приводится оценка сложности алгоритма, а также описываются его достоинства и ограничения (на число фаз системы при численном анализе). Для исследования тандемной СМО большой размерности применен эффективный подход, базирующийся на комбинации методов машинного обучения и имитационного моделирования. Указанный подход обеспечивает возможность быстрого расчета характеристик СМО большой размерности при проектировании сложных вычислительных систем и компьютерных сетей [9, 28, 29].

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

Рассматривается тандемная СМО с числом фаз (узлов) $N \geq 2$ и конечной емкостью буфера на каждой фазе M_i ($i = 1, \dots, N$). Заявки (пакеты) поступают в систему в МАР-поток, который задается управляющим процессом $v_i, (t \geq 0)$, представляющим собой цепь Маркова с пространством состояний $\{0, 1, \dots, W\}$ и матрицами \mathbf{D}_0 и \mathbf{D}_1 . Матрица \mathbf{D}_1 описывает переходы управляющей марковской цепи, сопровождающиеся генерацией заявки (наблюдаемые переходы), а матрица \mathbf{D}_0 – переходы, при которых генерация новой заявки не происходит (невидимые переходы). Матрица $\mathbf{D} = \mathbf{D}_0 + \mathbf{D}_1$ является инфинитезимальным генератором мар-

ковской цепи v_i . Интенсивность поступления пакетов λ определяется как $\lambda = \bar{\pi} \mathbf{D}_1 \bar{\mathbf{1}}$, где $\bar{\pi}$ – вектор стационарного распределения процесса v_i , который определяется как единственное решение системы линейных алгебраических уравнений $\bar{\pi} \mathbf{D} = \bar{\mathbf{0}}, \bar{\pi} \bar{\mathbf{1}} = 1$. Здесь и далее $\bar{\mathbf{1}}$ – вектор-столбец, состоящий из единиц, $\bar{\mathbf{0}}$ – вектор-строка, состоящая из нулей.

Время обслуживания пакетов на i -й фазе имеет РН-распределение с неприводимым представлением $(\mathbf{S}_i, \bar{\tau}_i)$, $i = 1, \dots, N$. Здесь \mathbf{S}_i – квадратная матрица порядка V_i (число состояний процесса), а $\bar{\tau}_i$ – вектор, задающий вероятности начального состояния процесса. Таким образом, процесс обслуживания на i -й фазе происходит под управлением цепи Маркова с пространством состояний $\{1, \dots, V_i, V_i + 1\}$, где $V_i + 1$ – поглощающее состояние. Более подробную информацию о РН-распределении и МАР-поток можно найти, например, в монографии [18]. Пакет, поступивший в момент, когда буфер одной из фаз полностью занят, покидает систему без обслуживания (считается потерянным).

В дальнейшем будет проведено исследование двух вариантов тандемной системы: системы с кросс-трафиком, когда в i -ю фазу кроме выходного потока Z_i с $i - 1$ -й фазы поступает и дополнительный МАР-поток X_i , и системы без кросс-трафика, в которой внешний трафик поступает только на первую фазу (рис. 1).

Задача состоит в получении оценок стационарных характеристик производительности описанных тандемных систем, включая время межконцевой задержки (время с момента поступления пакета на первую фазу до завершения его обслуживания на последней фазе), вероятность потери пакета и т. д.

2. АЛГОРИТМ ТОЧНОГО РАСЧЕТА ХАРАКТЕРИСТИК ТАНДЕМНОЙ СЕТИ С ВХОДЯЩИМ МАР-ПОТОКОМ, РН-РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ВРЕМЕНИ ОБСЛУЖИВАНИЯ И ОГРАНИЧЕННЫМИ РАЗМЕРАМИ БУФЕРА НА ФАЗАХ СИСТЕМЫ

Рассмотрим прежде всего свойства и характеристики системы массового обслуживания МАР/РН/1/М, которые могут быть использованы для построения точного алгоритма расчета тандемной системы. Ключевым свойством системы МАР/РН/1/М является замкнутость на множестве МАР-потоков согласно следующим теоремам [18].

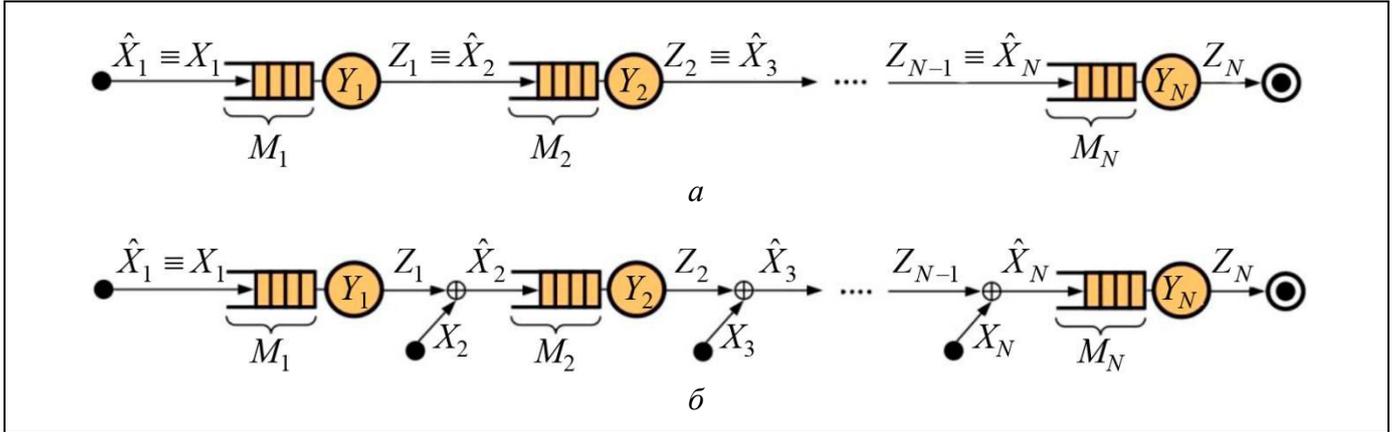


Рис. 1. Поток заявок в тандемной сети массового обслуживания с кросс-трафиком (б) и без него (а)

Теорема 1. Поток выходных (обслуженных) пакетов в системе $MAP/PH/1/M$, где входной MAP -поток задается $X: MAP(\mathbf{D}_0, \mathbf{D}_1)$, а время обслуживания имеет фазовое распределение $Y: PH(\mathbf{S}, \bar{\tau})$, является MAP -поток $Z \sim MAP(\mathbf{D}'_0, \mathbf{D}'_1)$, матрицы которого имеют вид

$$\mathbf{D}'_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_0 \otimes \mathbf{I}_V & \mathbf{D}_1 \otimes (\bar{\tau} \otimes \bar{\mathbf{I}}_V) & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{D}_0 \otimes \mathbf{S} & \mathbf{D}_1 \otimes \mathbf{I}_V & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{D}_0 \otimes \mathbf{S} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \mathbf{D}_0 \otimes \mathbf{S} & \mathbf{D}_1 \otimes \mathbf{I}_V \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & (\mathbf{D}_0 + \mathbf{D}_1) \otimes \mathbf{S} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{D}'_1 = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{I}_W \otimes \mathbf{C}_t & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \mathbf{I}_W \otimes \mathbf{C}_t & 0 \end{bmatrix},$$

где $\mathbf{C}_t = (-\mathbf{S}\bar{\mathbf{I}}_V) \otimes \bar{\tau}$, а $\mathbf{I}_V, \mathbf{I}_W$ – единичные матрицы порядков V и W соответственно.

Теорема 2 Суперпозиция MAP -поток X_1 и $X_2, X_i \sim MAP(\mathbf{D}_0^{(i)}, \mathbf{D}_1^{(i)})$, $i=1,2$ – MAP -поток

$$X = X_1 \oplus X_2 \sim MAP(\mathbf{D}_0^{(1)} \oplus \mathbf{D}_0^{(2)}, \mathbf{D}_1^{(1)} \oplus \mathbf{D}_1^{(2)}),$$

где \oplus – сумма Кронекера. Если потоки X_1 и X_2 имеют размерности W_1 и W_2 , то размерность суммарного потока X равна $W = W_1 W_2$.

Обозначим Z_i выходящий поток с i -го узла тандемной системы, а \hat{X}_i – общий входящий поток на i -й узел (см. рис. 1). Тогда согласно теоремам 1 и 2 потоки \hat{X}_i и Z_i являются MAP -потоками. Таким образом, i -й узел представляет собой систему массового обслуживания $MAP_i/PH_i/1/M_i$, интенсивность поступления пакетов в которой λ_i . Для данной системы хорошо известны формулы

расчета основных характеристик производительности [18]: средняя длина очереди m_i ; вероятность потери пакета $P_L^{(i)}$; среднее время пребывания (задержка) пакета на i -м узле T_i и др. Вычисление этих характеристик позволяет определить значения искомым параметров вероятности потери пакетов в тандемной системе

$$P_L = 1 - \prod_{i=1}^N (1 - P_L^{(i)})$$

и время межконцевой задержки

$$T = \sum_{i=1}^N T_i = \sum_{i=1}^N \frac{m_i^{(i)}}{(1 - P_L^{(i)})\lambda_i}.$$

Далее приведен формальный алгоритм нахождения стационарных характеристик производительности тандемной сети.

2.1. Аналитический алгоритм расчета стационарных характеристик производительности тандемной сети

Шаг 1. Положим $i := 1$.

Шаг 2. Если $i = 1$, то положим $\hat{X}_i = X_1$. Если же $i > 1$, то вычисляем \hat{X}_i : $\hat{X}_i = Z_{i-1}$, если в сети нет кросс-трафика, иначе $\hat{X}_i = Z_{i-1} \oplus X_i$. Обозначим матрицы потока \hat{X}_i как $\hat{\mathbf{D}}_{i,0}$ и $\hat{\mathbf{D}}_{i,1}$, т. е. $\hat{X}_i = \text{MAP}(\hat{\mathbf{D}}_{i,0}, \hat{\mathbf{D}}_{i,1})$.

Шаг 3. С помощью теоремы 1 вычисляем матрицы $\mathbf{D}'_{i,0}$, $\mathbf{D}'_{i,1}$ MAP-потока $Z_i = \mathcal{D}(\hat{X}_i, Y_i, M_i)$.

Шаг 4. Для выходящего MAP-потока Z_i вычисляем его стационарное распределение $\bar{\theta}^{(i)}$ с помощью системы линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} \bar{\theta}^{(i)} (\mathbf{D}'_{i,0} + \mathbf{D}'_{i,1}) = 0, \\ \bar{\theta}^{(i)} \bar{\mathbf{1}} = 1. \end{cases}$$

Шаг 5. Рассчитываем среднее число заявок в очереди на i -й фазе

$$m_1^{(i)} = \sum_{k=0}^{M_i+1} k \sum_{j=1}^{V_i \hat{W}_i} \theta_{kV_i \hat{W}_i + j}^{(i)},$$

где $V_i = |Y_i|$ – порядок PH-распределения Y_i , а $\hat{W}_i = |\hat{X}_i|$ – порядок входящего MAP-потока \hat{X}_i .

Шаг 6. Определяем стационарное распределение вероятностей $\bar{\pi}^{(i)}$ входящего потока \hat{X}_i . Если в сети нет кросс-трафика и $i > 1$, то полагаем $\bar{\pi}^{(i)} \equiv \bar{\theta}^{(i-1)}$. В противном случае находим $\bar{\pi}^{(i)}$ как решение системы линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} \bar{\pi}^{(i)} (\hat{\mathbf{D}}_{i,0} + \hat{\mathbf{D}}_{i,1}) = 0, \\ \bar{\pi}^{(i)} \bar{\mathbf{1}} = 1. \end{cases}$$

Шаг 7. С помощью найденного на предыдущем шаге стационарного распределения $\bar{\pi}^{(i)}$ входящего потока \hat{X}_i вычисляем интенсивность поступления заявок на i -й узел

$$\lambda_i = \bar{\pi}^{(i)} \hat{\mathbf{D}}_{i,1} \bar{\mathbf{1}}.$$

Шаг 8. Рассчитываем распределение состояний входящего MAP-потока при наличии в системе $M_i + 1$ заявки (т. е. при заполненной системе)

$$\bar{\psi}^{(i)} = \left(\sum_{j=1}^{V_i} \{\bar{\theta}_{M_i+1}^{(i)}\}_j, \dots, \sum_{j=1}^{V_i} \{\bar{\theta}_{M_i+1}^{(i)}\}_{(\hat{W}_i-1)V_i+j} \right).$$

Здесь вектор $\bar{\theta}_{M_i+1}^{(i)}$ – часть вектора $\bar{\theta}^{(i)}$, относящаяся к состояниям системы, когда в ней находится $M_i + 1$ заявка.

Шаг 9. Вычисляем вероятность потери заявки из-за переполнения i -й очереди

$$P_L^{(i)} = \bar{\psi}^{(i)} \frac{\hat{\mathbf{D}}_{i,0} \bar{\mathbf{1}}}{\lambda_i}.$$

Шаг 10. Вычисляем среднюю задержку на i -м узле

$$T_i = \frac{m_1^{(i)}}{(1 - P_L^{(i)}) \lambda_i}.$$

Шаг 11. Если $i < N$, то увеличиваем $i := i + 1$ и переходим на шаг 2. В противном случае переходим далее, на шаг 12.

Шаг 12. Вычисляем вероятность потери заявки $P_L = 1 - \prod_{i=1}^N (1 - P_L^{(i)})$.

Шаг 13. Вычисляем общую задержку $T = \sum_{i=1}^N T_i$.

2.2. Оценка сложности алгоритма нахождения точных характеристик производительности многофазной системы

Предложенная схема проста в вычислении. По сути, на каждом шаге с помощью нескольких операций произведения Кронекера строятся блочные матрицы для выходящего MAP-потока, а также, если в сети есть кросс-трафик, с помощью суммы Кронекера строятся матрицы входящего MAP-потока. Далее решаются две (если в сети есть кросс-трафик) или одна (в противном случае) системы линейных алгебраических уравнений для определения стационарных вероятностей входящего и исходящего потока. Наконец, с помощью нескольких операций умножения найденных распределений на матрицы потоков вычисляются искомыми характеристики – вероятность потери пакета, средний размер системы и межконцевая задержка. Главный недостаток этой схемы расчета – чрезвычайно высокая вычислительная сложность.

Утверждение 1. Пусть входящие MAP-потоки имеют порядок W , PH-распределения – порядок V , емкость буфера на каждой фазе равна M и сеть содержит N станций. Тогда итерационная схема расчета характеристик тандемной сети имеет сложность:

– $O((MVW)^{3N})$, если в сети есть кросс-трафик;



Таблица 1

– $O(W^3(MV)^{3N})$, если кросс-трафика в сети нет.

Доказательство. Рассмотрим i -ю итерацию алгоритма, $i \leq N$, т.е. расчет характеристик на i -м узле сети. Отметим сперва, что при $i > 1$ порядок выходящего потока с предыдущего $i-1$ -го узла есть $(M+2)V\hat{W}_i$, где \hat{W}_i – порядок входящего потока на i -й узел. При наличии в сети кросс-трафика $U_i = ((M+2)VW)^i$, а если кросс-трафика нет, то $U_i = W((M+2)V)^i$.

Сложность итерации определяется шагами 4 и 6 алгоритма, на которых необходимо решать системы линейных алгебраических уравнений, причем порядок матрицы системы на шаге 4 (генератор выходящего потока) заведомо выше, чем системы на шаге 6 (генератор входящего потока). Полагая, что для решения системы используется алгоритм наподобие метода Гаусса, на шаге 4 потребуется $O(U_i^3)$ операций. Остальные шаги имеют более низкую сложность: шаги 1, 10 и 11 – $O(1)$, шаг 2 – $O(U_{i-1}^2W^2)$, шаг 3 – $O(U_i^2)$, шаг 5 – $O(VW+M)$, шаги 7 и 9 – $O(U_i^2)$, шаг 8 – $O(VM)$. Сложность шагов 12 и 13 есть $O(N)$. ♦

Таким образом, если в сети есть кросс-трафик, сложность алгоритма составит

$$O((VWM)^3) + O((VWM)^6) + \dots + O((VWM)^{3N}) + O(N) = O(VWM)^{3N},$$

а если кросс-трафика в сети нет, то

$$O(W^3(VM)^3) + O(W^3(VM)^6) + \dots + O(W^3(VM)^{3N}) + O(N) = O(W^3(VM)^{3N}).$$

Таким образом, искать решение с помощью описанного алгоритма становится сложно даже при относительно небольших значениях N , V и W . В табл. 1 приведены примеры значений порядков МАР-потоков в зависимости от значений параметров системы. Из таблицы следует, что получение точного решения возможно лишь при числе узлов $N < 5$. Для практического применения тандемных систем большой размерности с узлами МАР/РН/1/М необходимы более эффективные методы расчета.

3. ПОЛУЧЕНИЕ ОЦЕНОК ХАРАКТЕРИСТИК ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ ТАНДЕМНОЙ СЕТИ БОЛЬШОЙ РАЗМЕРНОСТИ

Как уже упоминалось выше, расчет характеристик производительности тандемной сети с применением аналитического подхода неэффективен, а в

Порядки выходящих МАР-потоков в зависимости от порядков РН-распределения (V), входящих МАР-потоков (W) и емкости буфера (M)

Параметры системы			Номер узла				
W	V	M	1	2	3	4	5
Сети без кросс-трафика							
1	1	1	3	9	27	81	243
1	1	3	5	25	125	625	3 125
2	2	2	16	128	1 024	8 192	65 536
3	1	3	15	75	375	1 875	9 375
1	3	3	15	225	3 375	50 625	759 375
3	3	3	45	675	10 125	151 875	2 278 125
Сети с кросс-графиком							
1	1	1	3	9	27	81	243
1	1	3	5	25	125	625	3 125
2	2	2	16	256	4 096	65 536	1 048 576
3	1	3	15	225	3 375	50 625	759 375
1	3	3	15	225	3 375	50 625	759 375
3	3	3	45	2 025	91 125	4 100 625	184 528 125

некоторых случаях и невозможен в силу большой размерности МАР-потоков. Длительное время расчета стационарных состояний системы и стационарных характеристик производительности оказывает существенное влияние в итеративных задачах. Например, при проектировании беспроводной сети связи на стадии выбора топологии, когда на каждом новом шаге итерации необходимо производить оценку характеристик и выбирать оптимальный вариант. Для решения данной задачи предложен новый подход, базирующийся на комбинации методов имитационного моделирования и машинного обучения (рис. 2). В рамках данного метода на разных наборах входных параметрах с помощью имитационного моделирования генерируется набор данных, в котором рассчитаны характеристики производительности тандемной сети. С помощью сгенерированного набора данных реализуется алгоритм машинного обучения для получения быстрых оценок характеристик производительности. Метод эффективно применялся при решении задач теории очередей [28–30]. В настоящем разделе будет описана имитационная модель тандемной сети массового обслуживания, а также методика ее валидации с помощью аналитической модели; представлена методология получения оценок характеристик производительности тандемной сети с помощью комбинированного метода.

Расчет стационарных характеристик тандемной сети массового обслуживания с помощью метода имитационного моделирования состоит в том,

чтобы многократно промоделировать процесс генерации новых заявок и их обслуживания вплоть до потери заявки или окончания ее обслуживания. При этом нужно сохранять данные о числе сгенерированных и потерянных заявок, а также вычислять средние значения различных характеристик производительности, включая значения межконцевых задержек и вероятностей потерь заявок. Модель строится по дискретно-событийному принципу: обрабатываются только возникающие события (появление новых заявок и завершение обслуживания). Время между последовательными событиями меняется моментально, так как вне обработки событий состояние модели не меняется. При обработке событий можно рассчитывать и назначать моменты возникновения новых событий, которые произойдут при дальнейшем выполнении модели.

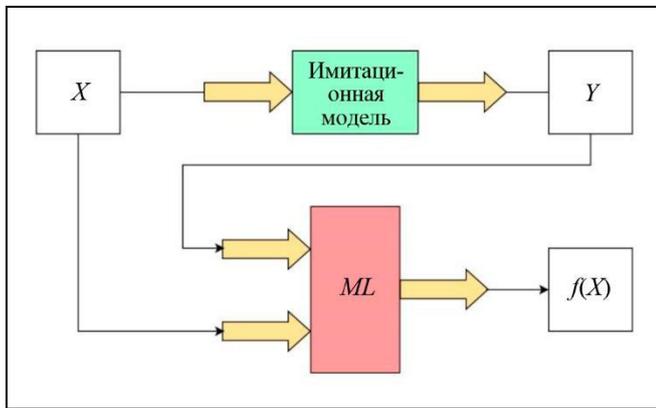


Рис. 2. Методология получения быстрых оценок стационарных характеристик производительности сети

3.1. Оценка характеристик производительности тандемной сети методом имитационного моделирования

В рамках данного исследования авторами разработана имитационная модель тандемной сети с входными МАР-потоками на языке Python. Некоторые модули имитационной модели были реализованы на языке C++ для улучшения производительности и эффективности расчетов. Для интеграции таких модулей в модель использовался язык программирования Cython. В процессе реализации использовалась библиотека PyQumo¹, предназначенная для построения и исследования стохастических моделей, в частности многофазных сетей массового обслуживания.

¹ URL: <https://github.com/ipu69/pyqumo> (дата обращения 16.09.2024).

Входными параметрами имитационной модели являются: размер тандемной сети (число узлов) N , емкость буфера на каждом из узлов $M_i, i = 1, \dots, N$, входной МАР-поток заявок, поступающий на первый узел сети, РН-распределения времени обработки заявок на каждом узле $PH_i, i = 1, \dots, N$. Помимо трафика, поступающего на первый узел сети, модель позволяет учитывать кросс-трафик, поступающий на каждый узел. В имитационной модели учтено, что если очередь узла пустая, то заявки сразу поступают на сервер обслуживания. С выхода каждой фазы заявки поступают на вход каждой последующей фазы, пока заявки не пройдут обслуживание на последней фазе. В случае успешной обработки заявки на последней фазе заявка считается успешно доставленной. В противном случае заявка считается потерянной.

Главный недостаток метода имитационного моделирования – сильная зависимость точности результатов от числа промоделированных событий. Например, при моделировании сети с десятью узлами для получения высокой точности с погрешностью в пределах 5% необходимо сгенерировать порядка 100 000 заявок. Таким образом, у данного метода оказывается весьма ограниченный потенциал к ускорению вычислений.

Для валидации разработанной имитационной модели на языке Python был реализован аналитический алгоритм расчета характеристик тандемной сети, описанный ранее в § 2. После чего было произведено сравнение оценок, полученных с помощью имитационного моделирования, с аналитическими расчетами. Валидация производилась на наборе из 430 различных случайных сетей, содержащих от 1 до 10 фаз. Применимость алгоритма точного расчета ограничена размерностью потоков обслуженных заявок (служащих входящими потоками на следующие фазы), которая растет для n -й фазы как $(M + 2)^N V^N W$. Наборы входных данных для валидации были сгенерированы таким образом, чтобы порядок выходящего потока с последней фазы не превосходил 8 000.

На рис. 3 показана зависимость относительной ошибки для различных характеристик сети массового обслуживания от числа заявок, поступающих в имитационную модель. Можно видеть, что относительная погрешность имитационной модели при расчете среднего числа пакетов на последней фазе больше, чем ошибка при вычислении межконцевой задержки и вероятности доставки для разного числа сгенерированных пакетов в процессе моде-

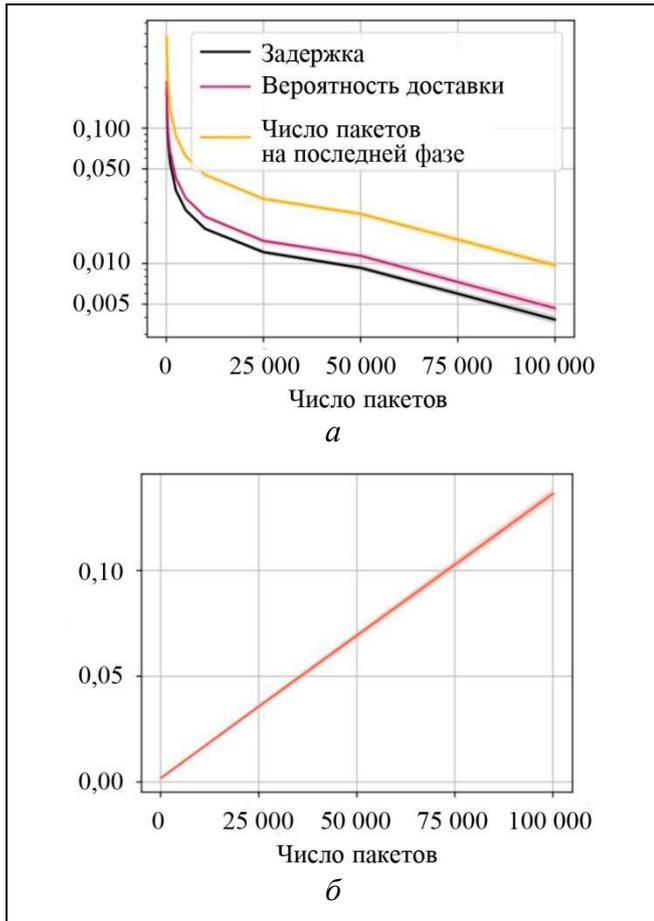


Рис. 3. Сходимость метода имитационного моделирования и скорость выполнения расчетов: a – оценка, b – длительность, c

лирования. При этом погрешности в пределах 5 % можно добиться, моделируя всего 25 000 заявок, а моделирование 100 000 заявок (которое осуществлялось при подготовке набора данных для обучения регрессионной модели) позволяет добиться того, чтобы ошибка не превышала 1 %.

3.2. Применение методов машинного обучения для получения оценок стационарных характеристик производительности тандемной сети

Для ускорения получения оценок характеристик производительности тандемной сети в настоящей работе предложено применять методы машинного обучения. В § 4 статьи на различных численных примерах продемонстрирована эффективность использования предложенной методологии для получения времени межконцевой задержки и вероятности доставки заявки в тандемной сети массового обслуживания.

С помощью имитационной модели рассчитывались следующие характеристики производительности сети:

- время межконцевой задержки в многофазной сети Δt ;
- вероятность доставки заявок $1 - P_L$.

В данной работе были построены две модели прогнозирования характеристик производительности сети. Первая – регрессионная модель для оценки средней межконцевой задержки, вторая – модель классификации для оценки вероятности успешной доставки заявок в сети. В рамках данной работы при построении моделей соблюдались ограничения:

- размер буфера на каждом узле одинаковый;
- распределение времени обслуживания заявки на каждом узле одинаково;
- в качестве входного потока используется частный случай МАР-потока с нулевым коэффициентом автокорреляции.

Учитывая введенные ограничения, для построения моделей использовались следующие параметры: первые три момента МАР-потока, первые три момента РН-распределения, размер сети N , размер буфера M .

В качестве признаков для характеристик входного МАР-потока и РН-распределения времени обслуживания были выбраны первые три момента. С помощью данных характеристик можно восстановить исходные распределения. Пусть $m_a = \mathbb{E}X$ – среднее время между поступлениями новых заявок, σ_a – стандартное отклонение. Аналогично пусть $m_s = \mathbb{E}Y$ – среднее время обслуживания заявки, а σ_s – его стандартное отклонение. Время обслуживания будем задавать средним значением m_s , коэффициентом вариации $c_s = \sigma_s / m_s$ и коэффициентом асимметрии $\gamma_s = \mathbb{E}[(Y - m_s)^3] / \sigma_s^3$. Входящий поток будем задавать аналогично с помощью параметров m_a , c_a и γ_a . Коэффициент автокорреляции для входящего МАР-потока, как было отмечено ранее, равен нулю. Тогда восстановление распределений для времени между поступлениями заявок и времени обслуживания можно произвести по первым трем моментам.

Для восстановления распределений в работе применялись два метода. Сначала была предпринята попытка построения ациклического РН-распределения второго порядка (АСРН(2), *acyclic continuous phase-type*) в каноническом виде (см. рис. 4, а) с помощью метода, описанного в работе [31]. В случае, когда моменты не попадали в область существования АСРН(2), применялся более общий метод, предложенный в работе [32], в котором РН-распределение состоит из двух распределений Эрланга $ME_n(2)$ (см. рис. 4, б). В общем

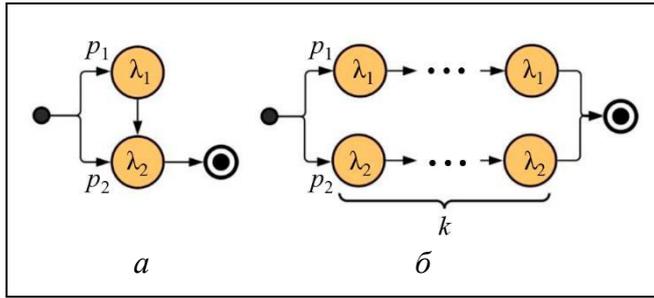


Рис. 4. Ациклическое РН-распределение с двумя состояниями АСРН(2) (а) и гипер-эрланговское распределение с двумя распределениями Эрланга одинакового порядка (б), используемые при аппроксимации потоков по трем моментам

случае РН-распределение можно найти для любого набора значений $m > 0$, $c > 0$ и $\gamma > c - 1/c$, которыми может обладать какое-либо непрерывное положительное распределение [32].

В рамках данной работы для прогнозирования межконцевой задержки применялись следующие алгоритмы и методы: метод наименьших квадратов, алгоритмы на деревьях (решающее дерево [33–36], градиентный бустинг [37]), а также искусственная нейронная сеть с использованием оптимизационного алгоритма Адама [38]. Также в работе проведен эксперимент, в котором тандемная сеть классифицировалась по уровню вероятности успешной доставки пакета $1 - P_L$. Для классификации задавалась некоторая величина B из интервала $(0, 1)$. Алгоритм определял, к какому из классов, $[0, B)$ или $[B, 1]$, принадлежала система. Для решения задачи классификации были применены следующие методы: логистическая регрессия, дерево решений, градиентный бустинг, а также искусственная нейронная сеть с использованием алгоритма оптимизации Адама.

4. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Для получения оценок характеристик производительности тандемной сети использовались синтетические данные, сгенерированные с помощью имитационного моделирования. На вход имитационной модели поступали данные, сгенерированные случайным образом в диапазонах, приведенных в табл. 2. На выходе были получены среднее время межконцевой задержки и средняя вероятность доставки заявки $\{\Delta t, 1 - P_L\}$. С помощью имитационного моделирования были получены данные объемом 101 424 строк.

Так как данные генерировались случайным образом, в выборке присутствуют значения коэффициента загрузки $\rho = m_s / m_a$, существенно выходя-

Таблица 2

Входные параметры имитационной модели

Наименование параметра	Диапазон значений
Время между поступлениями заявок	
Среднее значение m_a	$\sim (0, 10)$
Коэффициент вариации c_a	$\sim (0, 5; 3)$
Коэффициент асимметрии γ_a	$\sim (c_a - \frac{1}{c_a}, 100)$
Время обслуживания заявок на фазах	
Среднее значение m_s	$\sim (0, 10)$
Коэффициент вариации c_s	$\sim (0, 5; 3)$
Коэффициент асимметрии γ_s	$\sim (c_s - \frac{1}{c_s}, 100)$
Размер буфера очередей на фазах M	$\{6, 7; \dots, 10\}$
Число фаз в сети N	$\{1, 2, \dots, 20\}$

щие за пределы диапазона $(0, 1)$. Использовать такие данные для дальнейшего обучения моделей нецелесообразно. Перед тем как начать исключать строки, отметим, что узлы многофазной очереди имеют конечный буфер и заявки при загруженном узле могут теряться. Таким образом, загрузка на первом узле может быть $\rho \gg 1$. Поэтому ограничимся диапазоном $\rho \in (0, 10]$. После исключения выбросов объем выборки составил 96 248 строк.

4.1. Оценка межконцевых задержек

Для оценки прогнозных значений будем использовать следующие метрики: коэффициент корреляции R , стандартное отклонение STD и коэффициент детерминации R^2 .

На примере размерностей сетей $N = 1, 5, 10, 20$ рассмотрим полученные оценки межконцевой задержки. На рис. 5 представлена структура искусственной нейронной сети с одним скрытым слоем, число нейронов в которой равно 40. Для нейронов в скрытом слое использовалась сигмоидальная функция активации. Было задано 1000 эпох для обучения.

Плотности распределения всех оценок межконцевых задержек на тестовой выборке представлены на рис. 6. Худшим прогнозом оказались результаты, полученные с помощью МНК. На графике плотность распределения показана зеленым цветом. В силу линейности аппроксимации большинство оценок получились отрицательными. Для дерева решений в качестве критерия разбиения на каждом узле дерева использовалась среднеквадратичная ошибка. Наилучшие оценки были получе-

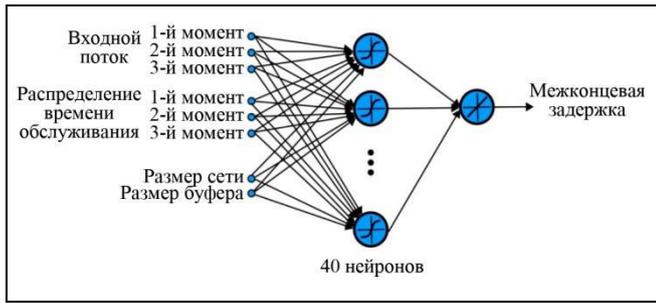


Рис. 5. Структура нейронной сети для предсказания межконцевой задержки

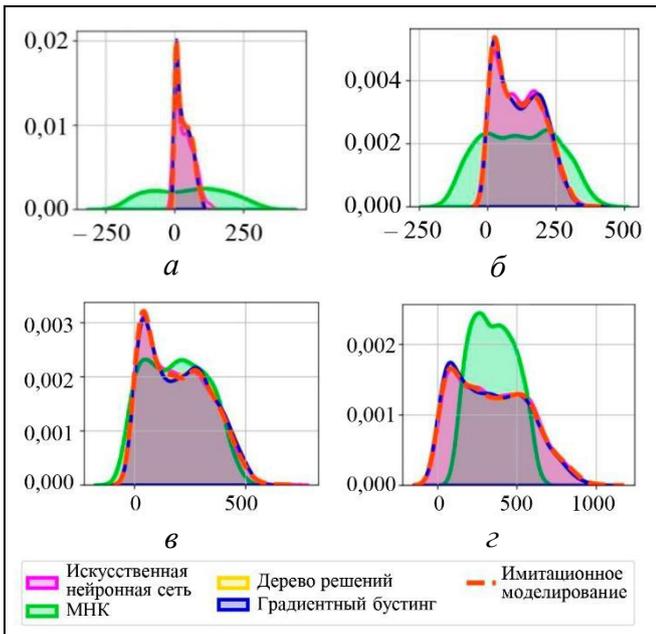


Рис. 6. Плотность распределения вероятности значений межконцевой задержки: а – длина сети 1, б – длина сети 5, в – длина сети 10, з – длина сети 20

ны при глубине дерева, равной 36. Для метода градиентного бустинга на решающем дереве практически путем была выбрана глубина дерева, равная 10. Для рассматриваемого случая скорость обучения задавалась равной 0,1, а число деревьев – равным 100. На рис. 7 представлены диаграммы рассеяния всех обученных моделей. Как видно из табл. 3, наилучшими показателями качества обладает прогнозная модель, построенная на нейронной сети.

4.2. Оценка вероятности успешной доставки

В отличие от оценок времени межконцевой задержки, для которой строились регрессионные модели, модель вероятности доставки не обязательно должна предсказывать конкретные значения. Гораздо важнее дать прогноз, является ли доставка заявки успешной или нет. Зададим граничное ус-

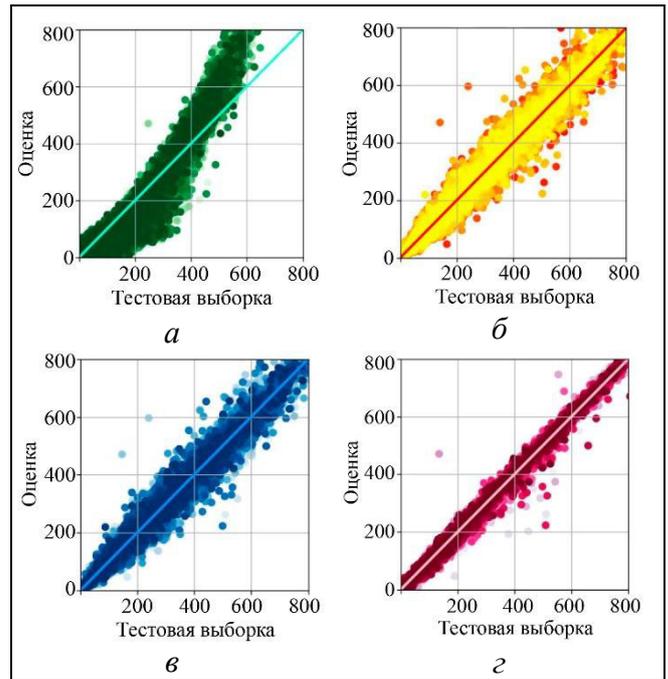


Рис. 7. Диаграммы рассеяния регрессионных моделей: а – МНК, б – дерево решений, в – градиентный бустинг, з – искусственная нейронная сеть

Таблица 3

Значения метрик для различных алгоритмов предсказания межконцевой задержки в сети

Модель	Метрики		
	R	STD	R^2
МНК	0,926	66,31	0,85
Дерево решений	0,990	24,48	0,98
Градиентный бустинг	0,990	24,71	0,98
Нейронная сеть	0,998	12,23	0,99

ловие B для формулировки условия успешной доставки. Будем классифицировать вероятности доставки на две группы: успешная доставка $1 - P_L \in [B, 1]$ и потеря заявок $P_L \in [0, B)$. Для всех моделей в проводимом численном эксперименте зададим границу $B = 0,9$. Для оценки моделей будем использовать следующие метрики: Precision, Recall и F_1 .

Рассмотрим вновь многофазную сеть с длинами $N = 1, 5, 10, 20$ и на примере искусственной нейронной сети оценим вероятность успешной доставки. Структура нейронной сети представляет собой многослойный персептрон с тремя скрытыми слоями по 16 нейронов в каждом (рис. 8). В качестве функции активации выбрана сигмоида.

Логистическая регрессия предсказывает значения успешной доставки с большой долей ошибок.

Дерево решений с глубиной, равной 10, показало несколько лучшие результаты. Наилучшие прогнозы для задачи классификации получены с помощью метода градиентного бустинга и искусственной нейронной сети. Все рассчитанные значения метрик классификации представлены в табл. 4.

На рис. 9 представлены оценки успешной доставки всех моделей для размера сети $N = 10$. Трендом указаны действительные значения вероятности $1 - P_L$ для различных коэффициентов загрузки ρ . Зеленым цветом представлены прогнозы успешной доставки ($1 - P_L \geq B$), красным цветом – вероятности неуспешной доставки ($1 - P_L < B$). Здесь можно выделить градиентный бустинг и

нейронную сеть как модели, предоставляющие наилучшие прогнозы.

Таблица 4

Значени метрик для моделей классификации успешной доставки пакета

Модель	Метрики		
	Precision	Recall	F_1
Логистическая регрессия	0,804	0,821	0,813
Дерево решений	0,9618	0,905	0,912
Градиентный бустинг	0,966	0,969	0,968
Нейронная сеть	0,977	0,951	0,964

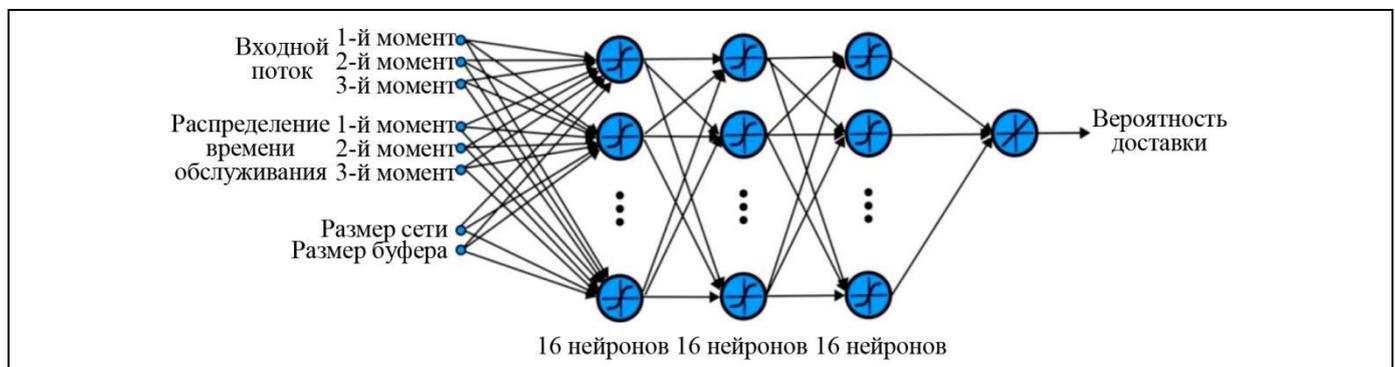


Рис. 8. Структура нейронной сети для классификации системы по вероятности доставки пакета

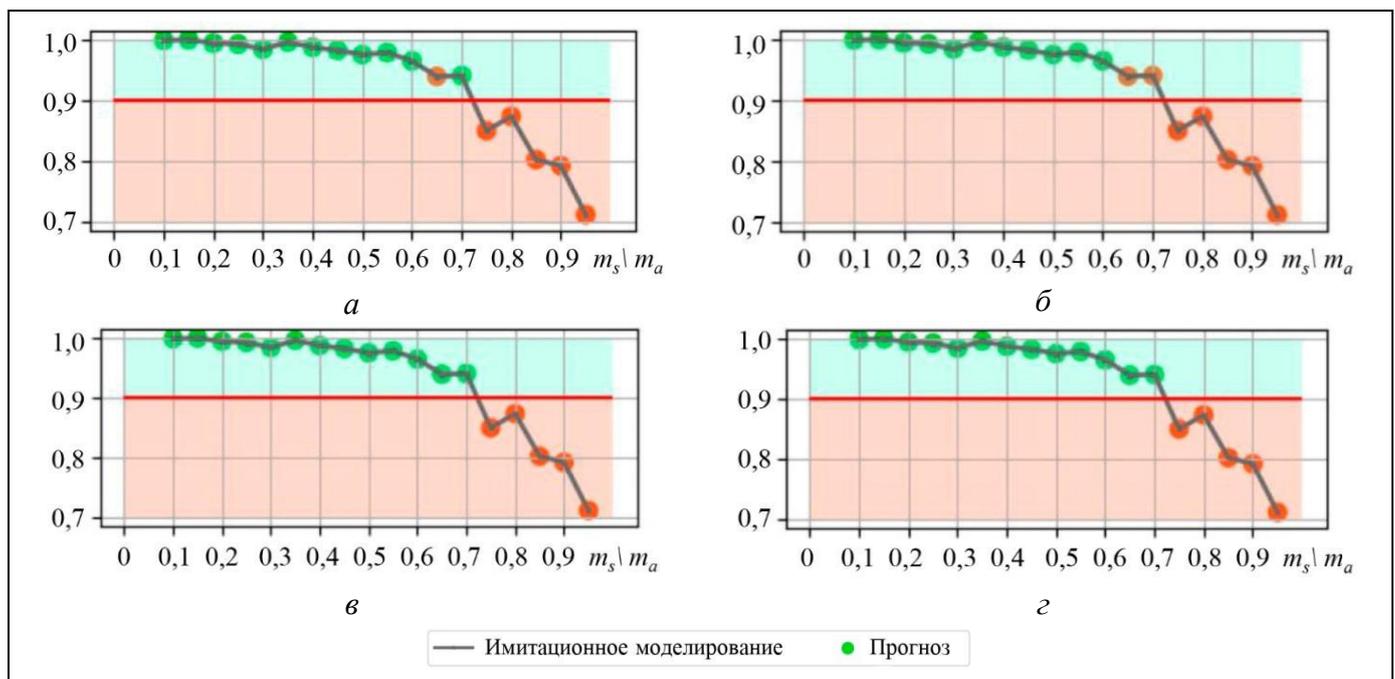


Рис. 9. Оценки вероятности доставки, полученные с помощью искусственной нейронной сети: длина тандема 10, а – логистическая регрессия, б – дерево решений, в – градиентный бустинг, з – искусственная нейронная сеть



4.3. Анализ времени выполнения расчетов

Для полученных моделей в табл. 5 представлено время расчета стационарных характеристик производительности различными методами. Для сравнения представлено также время расчета имитационной модели в зависимости от коэффициента загрузки системы. Объем выборки составляет 360 строк. Целесообразно сравнивать среднее время расчета для набора данных, так как для единичных случаев время будет варьироваться в зависимости от длины тандема. Необходимо отметить, что рассчитанное время представлено как время, которое прошло от начало расчета и до получения конечного результата. Очевидно, что при каждой новой прогонке моделей время будет варьироваться также в зависимости от занятости процессора рабочей машины. Кроме того, имитационная модель рассчитывает сразу две характеристики производительности сети. Отметим, что время расчета моделей машинного обучения на несколько порядков ниже, чем время выполнения имитационной модели.

Таблица 5

Время получения характеристик производительности

Модель	Время выполнения расчетов, с
Оценка времени отклика	
Имитационная модель	172,2
МНК	$4,8 \cdot 10^{-6}$
Дерево решений	$5,5 \cdot 10^{-6}$
Градиентный бустинг	$5 \cdot 10^{-6}$
Нейронная сеть	$5,7 \cdot 10^{-6}$
Вероятность успешной доставки	
Имитационная модель	172,2
Логистическая регрессия	$5,3 \cdot 10^{-6}$
Дерево решений	$5 \cdot 10^{-6}$
Градиентный бустинг	$4,8 \cdot 10^{-6}$
Нейронная сеть	$5,3 \cdot 10^{-6}$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей статье разработаны новые подходы к исследованию характеристик производительности тандемных сетей. Дано описание алгоритма точного расчета сети малой размерности, оценки сложности этого алгоритма и его применения для валидации имитационной модели. Для исследования сетей большой размерности предложен эффек-

тивный подход, базирующийся на комбинации методов имитационного моделирования и машинного обучения. Проведен сравнительный анализ применения различных методов машинного обучения, включая деревья решений, градиентный бустинг, искусственные нейронные сети и др. На численных примерах показаны высокая эффективность применения методов машинного обучения, а также резкое сокращение времени расчета.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Khayyati, S., Tan, B.* Supervised-Learning-Based Approximation Method for Multi-server Queueing Networks under Different Service Disciplines with Correlated Interarrival and Service Times // *International Journal of Production Research*. – 2022. – Vol. 60, no. 17. – P. 5176–5200. – DOI: <https://doi.org/10.1080/00207543.2021.1951448>.
2. *Kumar, B.K., Sankar, R., Krishnan, R.N., Rukmani, R.* Performance Analysis of Multi-processor Two-Stage Tandem Call Center Retrial Queues with Non-Reliable Processors // *Methodology and Computing in Applied Probability*. – 2022. – Vol. 24, no. 1. – P. 95–142. – DOI: <https://doi.org/10.1007/s11009-020-09842-6>.
3. *Oblakova, A., Al Hanbali, A., Boucherie, R.J., et al.* An Analytical Model for a Tandem of Two Traffic-Light Intersections under Semi-actuated and Fixed Control // *Transportation Research Interdisciplinary Perspectives*. – 2022. – Vol. 16, no. 3. – Art. no. 100715. – DOI: <https://doi.org/10.1016/j.trip.2022.100715>.
4. *Rovetto, C., Cruz, E., Nuñez, I., et al.* Minimizing Intersection Waiting Time: Proposal of a Queue Network Model Using Kendall's Notation in Panama City // *Applied Sciences*. – 2023. – Vol. 13, no. 18. – Art. no. 10030. – DOI: <https://doi.org/10.3390/app131810030>.
5. *Pershin, O.Y., Mukhtarov, A.A., Vishnevsky, V.M., Larionov, A.A.* Optimal Placement of Base Stations in Integrated Design of Wireless Networks // *Programming and Computer Software*. – 2023. – Vol. 49, suppl. 2. – P. S82–S90. – DOI: <https://doi.org/10.1134/S0361768823100055>.
6. *Vishnevsky, V., Krishnamoorthy, A., Kozyrev, D., Larionov, A.* Review of Methodology and Design of Broadband Wireless Networks with Linear Topology // *Indian Journal of Pure and Applied Mathematics*. – 2016. – Vol. 47, no. 2. – P. 329–342. – DOI: <https://doi.org/10.1007/s13226-016-0190-7>.
7. *Gnedenko, B.W., König, D.* *Handbuch der Bedienungstheorie II*. – Berlin: De Gruyter, 1984. – 608 p. – DOI: <https://doi.org/10.1515/9783112614747>.
8. *Neuts, M.F.* Two Queues in Series with a Finite, Intermediate Waitingroom // *Journal of Applied Probability*. – 1968. – Vol. 5, no. 1. – P. 123–142. – DOI: <https://doi.org/10.2307/3212081>.
9. *Dieleman, N.A., Berkhout, J., and Heidergott, B.* A Neural Network Approach to Performance Analysis of Tandem Lines: The Value of Analytical Knowledge // *Computers and Operations Research*. – 2023. – Vol. 152, no. 3. – Art. no. 106124. – DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2022.106124>.
10. *Dudin, S.A., Dudin, A.N., Dudina, O.S., Chakravarthy, S.R.* Analysis of a Tandem Queueing System with Blocking and Group Service in the Second Node // *International Journal of Systems Science: Operations and Logistics*. – 2023. – Vol. 10,

- no. 1. – Art. no. 2235270. – DOI: <https://doi.org/10.1080/23302674.2023.2235270>.
11. *Dudin, S.A., Dudina, O.S., Dudin, A.N.* Analysis of Tandem Queue with Multi-Server Stages and Group Service at the Second Stage // *Axioms*. – 2024. – Vol. 13, no. 4. – art. no. 214. – DOI: <https://doi.org/10.3390/axioms13040214>.
 12. *Bocharov, P.P., Manzo, R., Pechinkin, A.V.* Analysis of a Two-Phase Queueing System with a Markov Arrival Process and Losses // *Journal of Mathematical Sciences*. – 2005. – Vol. 131, no. 3. – P. 5606–5613. – DOI: <https://doi.org/10.1007/s10958-005-0432-4>.
 13. *Kim, C.S., Klimenok, V., Taramin, O.* A Tandem Retrial Queueing System with Two Markovian Flows and Reservation of Channels // *Computers and Operations Research*. – 2010. – Vol. 37, no. 7. – P. 1238–1246. – DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2009.03.030>.
 14. *Kim, C., Klimenok, V.I., Dudin, A.N.* Priority Tandem Queueing System with Retrials and Reservation of Channels as a Model of Call Center // *Computers and Industrial Engineering*. – 2016. – Vol. 96. – P. 61–71. – DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cie.2016.03.012>.
 15. *Klimenok, V., Breuer, L., Tsarenkov, G., Dudin, A.* The BMAP/G/1/→/PH/1/M Tandem Queue with Losses // *Performance Evaluation*. – 2005. – Vol. 61, no. 1. – P. 17–40. – DOI: <https://doi.org/10.1016/j.peva.2004.09.001>.
 16. *Lian, Z., Liu, L.* A Tandem Network with MAP Inputs // *Operations Research Letters*. – 2008. – Vol. 36, no. 2. – P. 189–195. – DOI: <https://doi.org/10.1016/j.orl.2007.04.004>.
 17. *Vishnevskii, V.M., Dudin, A.N.* Queueing Systems with Correlated Arrival Flows and Their Applications to Modeling Telecommunication Networks // *Automation and Remote Control*. – 2017. – Vol. 78, no. 8. – P. 1361–1403. – DOI: <https://doi.org/10.1134/S000511791708001X>.
 18. *Dudin, A.N., Klimenok, V.I., Vishnevsky, V.M.* The Theory of Queueing Systems with Correlated Flows // *Cham: Springer*, 2020. – 410 p.
 19. *Bruell, S.C., Balbo, G., Afshari, P.V.* Mean Value Analysis of Mixed, Multiple Class BCMP Networks with Load Dependent Service Stations // *Performance Evaluation*. – 1984. – Vol. 4, iss. 4. – P. 241–260. – DOI: [https://doi.org/10.1016/0166-5316\(84\)90010-5](https://doi.org/10.1016/0166-5316(84)90010-5).
 20. *Vishnevsky, V., Klimenok, V., Sokolov, A., Larionov, A.* Performance Evaluation of the Priority Multi-server System MMAP/PH/M/N Using Machine Learning Methods // *Mathematics*. – 2021. – Vol. 9, no. 24. – Art. no. 3236. – DOI: <https://doi.org/10.3390/math9243236>.
 21. *Klimenok, V., Dudin, A., Vishnevsky, V.* On the Stationary Distribution of Tandem Queue Consisting of a Finite Number of Stations // *Communications in Computer and Information Science*. – 2012. – Vol. 291. – P. 383–392. – DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-642-31217-5_40.
 22. *Palomo, S., Pender, J.* Learning the Tandem Network Lindley Recursion // *Proceedings of 2021 Winter Simulation Conference (WSC)*. – Phoenix, 2021. – P. 1–12. – DOI: <https://doi.org/10.1109/WSC52266.2021.9715530>.
 23. *Rabta, B.* A Review of Decomposition Methods for Open Queueing Networks // *Rapid Modelling for Increasing Competitiveness*. Ed. by G. Reiner – London: Springer, 2009. – P. 25–42. – DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-84882-748-6_3.
 24. *Vishnevsky, V., Larionov, A., Roman, I., Semenova, O.* Estimation of IEEE 802.11 DCF Access Performance in Wireless Networks with Linear Topology Using PH Service Time Approximations and MAP Input // *Proceedings of 11th IEEE International Conference on Application of Information and Communication Technologies*. – Moscow, 2017. – P. 1–5. – DOI: <https://doi.org/10.1109/ICAICT.2017.8687247>.
 25. *Gorbulnova, A.V., Vishnevsky, V.M., Larionov, A.A.* Evaluation of the End-to-End Delay of a Multiphase Queueing System Using Artificial Neural Networks // *Lecture Notes in Computer Science*. – Cham: Springer, 2021. – Vol. 12563. – P. 631–642. – DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-66471-8_48.
 26. *Kudou, T., Nii, S., Okuda, T.* A Performance Evaluation of Tandem Queueing Systems by Machine Learning // *Proceedings of 2022 IEEE International Conference on Consumer Electronics*. – Taiwan, 2022. – P. 389–390. – DOI: <https://doi.org/10.1109/ICCE-Taiwan55306.2022.9869030>.
 27. *Kudou, T., Okuda, T.* A Time Series Analysis of Single Server Queueing Systems by Using Machine Learning // *Proceedings of 2023 International Conference on Consumer Electronics*. – Taiwan, 2023. – P. 327–328. – DOI: <https://doi.org/10.1109/ICCE-Taiwan58799.2023.10226861>.
 28. *Вишневикий В.М.* Теоретические основы проектирования компьютерных сетей. – М: Техносфера, 2003. – 512 с. [*Vishnevsky, V.M.* Theoretical foundations of computer network design. Technosfera, Moscow. – 2003. – 512 p. (In Russian)]
 29. *Vishnevsky, V.M., Klimenok, V.I., Sokolov, A.M., Larionov, A.A.* Investigation of the Fork–Join System with Markovian Arrival Process Arrivals and Phase-Type Service Time Distribution Using Machine Learning Methods // *Mathematics*. – 2024. – Vol. 12, no. 5. – Art. no. 659. – DOI: <https://doi.org/10.3390/math12050659>.
 30. *Efrosinin, D., Vishnevsky, V., Stepanova, N.* Optimal Scheduling in General Multi-Queue System by Combining Simulation and Neural Network Techniques // *Sensors*. – 2023. – Vol. 23, no. 12. – Art. no. 5479. – DOI: <https://doi.org/10.3390/s23125479>.
 31. *Telek, M., Heindl, A.* Matching Moments For Acyclic Discrete And Continuous Phase-Type Distributions Of Second Order // *International Journal of Simulation Systems, Science and Technology*. – 2002. – Vol. 3, no. 3. – P. 47–57.
 32. *Johnson, M.A., Taaffe, M.R.* Matching Moments to Phase Distributions: Mixtures of Erlang Distributions of Common Order // *Communications in Statistics. Stochastic Models*. – 1989. – Vol. 5, no. 4. – P. 711–743. – DOI: <https://doi.org/10.1080/15326348908807131>.
 33. *Breiman, L., Friedman, J.H., Olshen, R.A., Stone, C.J.* Classification and Regression Trees. – New York: Chapman and Hall, 1984. – 368 p. – DOI: <https://doi.org/10.1201/9781315139470>.
 34. *Demidova, L.A., Usachev, P.O.* Development and Approbation of the Improved CART Algorithm Version // *Journal of Physics: Conference Series*. – 2020. – Vol. 1479. – Art. no. 012085. – DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1479/1/012085>.
 35. *Gordon, A.D., Breiman, L., Friedman, J.H., Olshen, R.A., Stone, C.J.* Classification and Regression Trees // *Biometrics*. – 1984. – Vol. 40, no. 3. – P. 874. – DOI: <https://doi.org/10.2307/2530946>.
 36. *Loh, W.Y.* Classification and Regression Trees // *Wiley Interdisciplinary Reviews: Data Mining and Knowledge Discovery*. – 2011. – Vol. 1, no. 1. – P. 14–23. – DOI: <https://doi.org/10.1002/widm.8>.
 37. *Friedman, J.H.* Stochastic Gradient Boosting // *Computational Statistics and Data Analysis*. – 2002. – Vol. 38, no. 4. – P. 367–378. – DOI: [https://doi.org/10.1016/S0167-9473\(01\)00065-2](https://doi.org/10.1016/S0167-9473(01)00065-2).



38. Kingma, D.P., Ba, J.L. Adam: A Method for Stochastic Optimization // arXiv:1412.6980. – 2014. – URL: <http://arxiv.org/abs/1412.6980>.

Статья представлена к публикации членом редколлегии
Р. В. Мецзяковым.

Поступила в редакцию 01.08.2024,
после доработки 06.09.2024.
Принята к публикации 13.09.2024.

Вишневский Владимир Миронович – д-р техн. наук,
✉ vishn@inbox.ru
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-7373-4847>

Ларионов Андрей Алексеевич – канд. техн. наук,
✉ larioandr@gmail.com
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-0539-0442>

Мухтаров Амир Амангельдыевич – канд. техн. наук,
✉ mukhtarov.amir.a@gmail.com,
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-8191-6381>

Соколов Александр Михайлович – науч. сотрудник,
✉ aleksandr.sokolov@phystech.edu,
ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-3589-5700>

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН,
г. Москва

© 2024 г. Вишневский В. М., Ларионов А. А., Мухтаров А. А.,
Соколов А. М.



Эта статья доступна по [лицензии Creative Commons](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)
«Attribution» («Атрибуция») 4.0 Всемирная.

INVESTIGATION OF TANDEM QUEUING SYSTEMS USING MACHINE LEARNING METHODS

V. M. Vishnevsky*, A. A. Larionov**, A. A. Mukhtarov***, and A. M. Sokolov****

Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

*✉ vishn@inbox.ru, **✉ larioandr@gmail.com, ***✉ mukhtarov.amir.a@gmail.com, ****✉ aleksandr.sokolov@phystech.edu

Abstract. This paper considers tandem queuing systems with limited buffer sizes in each phase. The system handles an incoming correlated MAP flow and the service time obeys a PH-distribution. Models of such systems and methods for their investigation are briefly reviewed from the historical perspective. According to the review, the problem statement presented below, the methods proposed for solving this problem, and the corresponding results are novel. An accurate algorithm for calculating the performance characteristics of low-dimensional tandem queuing systems is described, including an estimate of the algorithm's complexity. An approach using both machine learning and simulation modeling is suggested for the investigation of high-dimensional tandem queuing systems. Numerical analysis results are provided to show the effectiveness of machine learning methods for estimating the performance of tandem queuing systems.

Keywords: tandem queuing system, analytical model, simulation modeling, machine learning.

Funding. This work was supported by the Russian Science Foundation, project no. 22-49-02023, <https://rscf.ru/project/22-49-02023/>.

СИНТЕЗ САМОПРОВЕРЯЕМЫХ ЦИФРОВЫХ УСТРОЙСТВ НА ОСНОВЕ ЛОГИЧЕСКОЙ КОРРЕКЦИИ СИГНАЛОВ С ПРИМЕНЕНИЕМ ВЗВЕШЕННЫХ КОДОВ БОУЗА – ЛИНА

Д. В. Ефанов^{***}, Е. И. Елина^{*}

^{*}Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, г. Санкт-Петербург

^{**}Российский университет транспорта (МИИТ), г. Москва

^{*}✉ TrES-4b@yandex.ru, ^{**}✉ eseniya-elina@mail.ru

Аннотация. Предложен метод синтеза самопроверяемых цифровых устройств, основанный на использовании логической коррекции сигналов и взвешенных кодов Боуза – Лина. В отличие от предыдущих исследований, разработанный метод подразумевает логическую коррекцию сигналов в схеме встроенного контроля для тех функций, описывающих выходы исходных устройств, которые участвуют в формировании информационных символов взвешенных кодов Боуза – Лина. Так как одному и тому же контрольному вектору у таких кодов, как и у абсолютного большинства равномерных делимых кодов, соответствует большое количество информационных векторов, это дает возможность выбора способа доопределения функций логической коррекции сигналов. Описан один из алгоритмов, позволяющий доопределить значения этих функций на каждом входном наборе с учетом обеспечения полной проверки тестера и элементов преобразования в схеме встроенного контроля. Предложенный метод основан на использовании так называемой «базовой» структуры для контроля многовыходных устройств по группам выходов. Он позволяет проектировщику самопроверяемого устройства иметь большую вариативность в выборе способа его построения, а значит, и влиять на такие важные показатели, как структурная избыточность, контролепригодность, энергопотребление и др. Эксперимент с тестовыми комбинационными схемами из набора MCNC Benchmarks показал высокую эффективность метода по показателям структурной избыточности в сравнении с широко применяемым на практике методом дублирования. Предложенный метод синтеза самопроверяемых устройств может оказаться эффективным при решении задач синтеза реальных устройств с обнаружением неисправностей, используемых во всех областях техники, в том числе в системах критического применения в промышленности и на транспорте.

Ключевые слова: самопроверяемое устройство, схема встроенного контроля, логическая коррекция сигналов, взвешенный код с суммированием, взвешенный код Боуза – Лина.

ВВЕДЕНИЕ

При решении задачи синтеза высоконадежных и безопасных дискретных блоков и узлов систем критического применения важно обеспечивать своевременное обнаружение возникающих в ходе их эксплуатации неисправностей и ошибок в вычислениях [1–4]. Данное свойство достигается путем использования средств тестового и рабочего (функционального) диагностирования [5–7].

Одним из подходов к построению дискретных систем с обнаружением неисправностей является разработка устройств с контролепригодными и самопроверяемыми структурами [8–12]. Это требует внесения избыточности по определенным принципам в само исходное устройство (назовем его объектом диагностирования) либо использования внешних средств технического диагностирования, в том числе снабжения объектов диагностирования самопроверяемыми схемами встроенного контроля (СВК) [1, 13].



Схемы встроенного контроля синтезируются таким образом, чтобы можно было по значениям вычисляемых объектом диагностирования функций или функций, формируемых в структуре объекта диагностирования в специальных контрольных точках, судить о корректности работы объекта диагностирования. Физические дефекты приводят к возникновению неисправностей на выходах элементов внутренней структуры объекта диагностирования и, как следствие, к появлению искажений в значениях вычисляемых функций, что и фиксируется СВК. В качестве диагностических признаков могут использоваться, например, принадлежность формируемых в СВК двоичных векторов множеству кодовых слов каких-либо заранее установленных двоичных избыточных кодов [1] либо принадлежность формируемых в СВК функций заранее оговоренному особому классу булевых функций (например, линейных, монотонных или самодвойственных) [14, 15]. Могут использоваться совместно и сразу же несколько диагностических признаков [16, 17].

Существуют два основных подхода к организации СВК для дискретных устройств. Первый (классический) состоит в том, что объект диагностирования снабжается СВК, в которой происходит дополнение информационного вектора, формируемого на выходах объекта диагностирования, контрольным вектором, вычисляемым с помощью блока контрольной логики [1]. Для проверки соответствия информационного и контрольного векторов друг другу устанавливается тестер. Второй подход подразумевает коррекцию в СВК функций, вычисляемых объектом диагностирования, таким образом, чтобы формировалось кодовое слово заранее выбранного избыточного кода либо чтобы функции оказывались принадлежащими особым классам булевых функций [11]. Этот подход основан на использовании логической коррекции сигналов (ЛКС) в СВК. Он менее исследован, но позволяет синтезировать гораздо большее количество вариантов СВК для одного и того же объекта диагностирования, чем при следовании первому подходу [18]. Это упрощает задачу построения самопроверяемого устройства, а также позволяет влиять на показатели структурной избыточности, контролепригодности, энергопотребления и др. Использование ЛКС предоставляет возможность синтеза самопроверяемых устройств, даже в тех случаях, когда это становится невозможно осуществить другими методами, например, широко применяемым методом дублирования [19].

Настоящая статья посвящена изложению новых результатов в области исследований особенностей

применения ЛКС совместно с двоичными избыточными кодами. Предложен метод синтеза самопроверяемых устройств комбинационного типа, основанный на ЛКС и применении взвешенных кодов с суммированием в кольце вычетов по заранее установленному модулю (взвешенных кодов Боуза – Лина).

1. СТРУКТУРА СХЕМЫ ВСТРОЕННОГО КОНТРОЛЯ НА ОСНОВЕ ЛОГИЧЕСКОЙ КОРРЕКЦИИ СИГНАЛОВ

Структура организации СВК на основе ЛКС изображена на рис. 1. В ней объектом диагностирования является блок $F(X)$, снабженный t входами и n выходами. На входы данного блока в процессе его эксплуатации поступают булевы векторы $\langle X \rangle = \langle x_t x_{t-1} \dots x_2 x_1 \rangle$, на которых рассчитываются значения реализуемых блоком $F(X)$ функций и формируется булев вектор $\langle f_n(X) f_{n-1}(X) \dots f_2(X) f_1(X) \rangle$. Неисправности, возникающие в процессе эксплуатации блока $F(X)$, приводят к искажению значений сформированного на его выходах вектора $\langle f_n(X) f_{n-1}(X) \dots f_2(X) f_1(X) \rangle$. Контролируя возникновение данных искажений, можно косвенно определять наличие неисправностей в объекте диагностирования [1].

Для контроля вычислений на выходах объекта диагностирования устанавливается СВК. В отличие от классической структуры, приведенной, например, в работе [1], в СВК представленной на рис. 1 структуры осуществляется не дополнение вектора $\langle f_n(X) f_{n-1}(X) \dots f_2(X) f_1(X) \rangle$, а логическая коррекция сигналов с помощью элементов сложения по модулю $M=2$ (элементов XOR). Вектор $\langle f_n(X) f_{n-1}(X) \dots f_2(X) f_1(X) \rangle$ преобразуется в вектор $\langle h_n(X) h_{n-1}(X) \dots h_2(X) h_1(X) \rangle$, который может иметь особые диагностические свойства – например, он может принадлежать множеству кодовых слов заранее выбранного двоичного равномерного кода.

Для коррекции каждого значения $f_i(X)$, $i = \overline{1, n}$, используются двухвходовые элементы XOR, на первые входы которых подаются сами значения $f_i(X)$, а на вторые – значения одноименных функций коррекции $g_i(X)$. Они вычисляются на тех же наборах входных переменных, что и значения $f_i(X)$, блоком вычисления функций коррекции $G(X)$. Таким образом, преобразования в СВК осуществляются по правилу

$$h_i(X) = f_i(X) \oplus g_i(X), i = \overline{1, n}.$$

Каскад элементов XOR образует блок логической коррекции сигналов (БКС). Для контроля

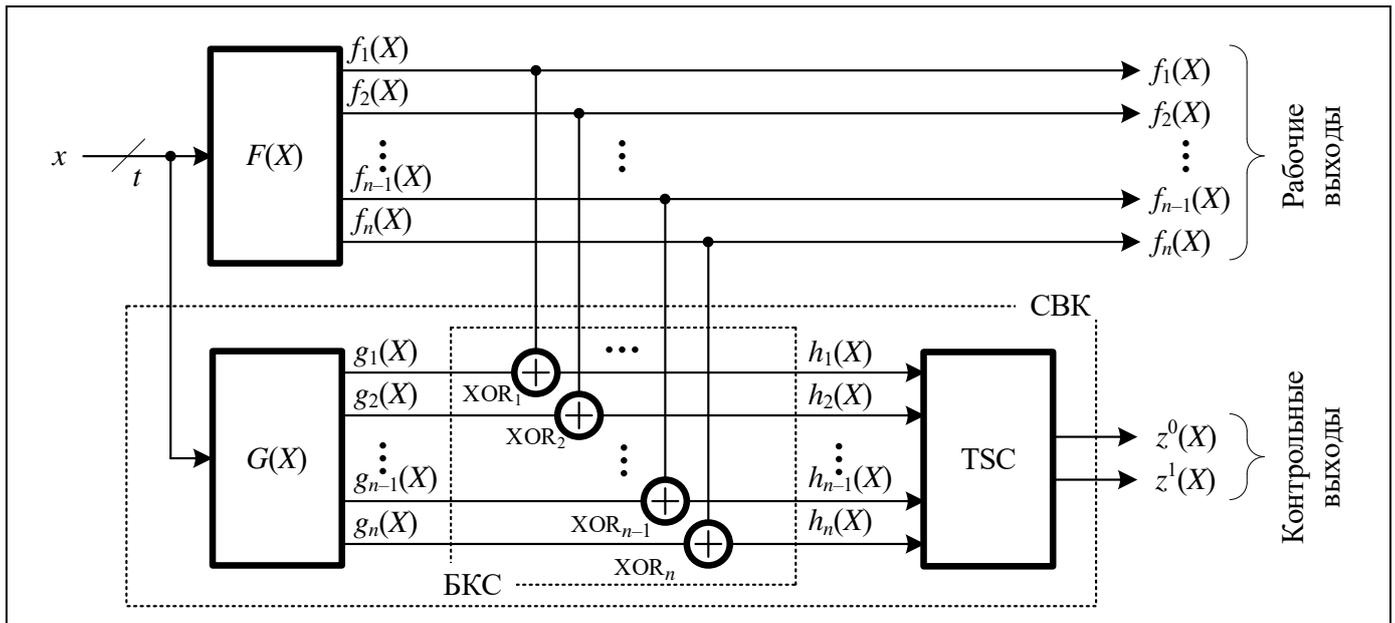


Рис. 1. Структура организации СВК на основе логической коррекции сигналов

принадлежности сформированного на выходах БКС вектора $\langle h_n(X) h_{n-1}(X) \dots h_2(X) h_1(X) \rangle$ множеству кодовых слов выбранного для контроля вычислений кода устанавливается самопроверяемый тестер TSC (*totally self-checking checker*). Данное устройство имеет два выхода $z^0(X)$ и $z^1(X)$, которые являются контрольными выходами СВК: наличие на выходах парафазного сигнала $\langle 01 \rangle$ или $\langle 10 \rangle$ свидетельствует об отсутствии ошибок в вычислениях на выходах объекта диагностирования и в блоках СВК; нарушение парафазности указывает на наличие ошибок.

Особенностью структуры, приведенной на рис. 1, является то, что для одного выбранного двоичного равномерного кода можно построить большое количество структур СВК. Это позволяет решить самую сложную задачу при организации СВК – обеспечить самопроверяемость ее структуры. При этом можно влиять на показатели структурной избыточности синтезируемого самопроверяемого устройства. Самопроверяемое же устройство, синтезируемое с СВК на основе классической структуры из работы [1], для выбранного кода при имеющейся структуре TSC и заданном способе реализации блока $G(X)$ реализуется единственным способом, что затрудняет обеспечение полной самопроверяемости СВК, а в ряде случаев делает это невозможным. В работе [18] приводится пример, демонстрирующий эту особенность классической структуры СВК для случая использования кода Бергера и кода с повторением, лежащего в основе системы дублирования. Таким образом, даже столь популярный стандартный метод, как дублирование

со сравнением результатов вычислений, не всегда дает возможность построения самопроверяемой СВК из-за трудностей обеспечения самопроверяемости компаратора. Структура СВК на основе ЛКС предоставляет проектировщику возможность синтезировать самопроверяемые устройства даже в тех случаях, когда это невозможно осуществить иными методами.

Ключевым при организации СВК на основе ЛКС является выбор диагностического признака. Это может быть, как отмечалось выше, принадлежность формируемого на выходах БКС вектора $\langle h_n(X) h_{n-1}(X) \dots h_2(X) h_1(X) \rangle$ заданному равномерному двоичному коду. Тогда свойства обнаружения ошибок в кодовых словах данного кода будут определять возможности обнаружения искажений на выходах объекта диагностирования. Естественно, различные двоичные равномерные коды обладают различными свойствами обнаружения ошибок по их видам (по числу сочетаний искажений нулевых и единичных значений) и кратностям [20, 21]. Выбор кода для организации контроля вычислений становится определяющим как с позиции покрытия возникающих на выходах объекта диагностирования ошибок, так и с позиции обеспечения самопроверяемости СВК.

Для того, чтобы СВК была самопроверяемой, необходимо выполнение следующих условий. В процессе эксплуатации самопроверяемого устройства необходимо при подаче заданного множества входных воздействий обеспечить:

- Проверяемость блока $G(X)$, подразумевающую возможность проявления любой неисправно-



сти из заданной модели в виде искажений на его выходах хотя бы на одном наборе $\langle x_t x_{t-1} \dots x_2 x_1 \rangle$ [5].

- Формирование проверяющих тестов для элементов преобразования в БКС. Полный тест элемента XOR в канонической его реализации содержит все четыре комбинации $\{00, 01, 10, 11\}$ [22].

- Формирование проверяющего теста для TSC, что связано с выбранным на этапе проектирования избыточным кодом и особенностями реализации структуры самого TSC [23].

В качестве кодов, которые могут являться основой для синтеза СВК с использованием структуры, приведенной на рис. 1, могут быть выбраны любые двоичные равномерные блоковые коды (как неразделимые, так и разделимые). У неразделимых кодов в кодовых словах нельзя выделить информационные и проверочные символы, а у разделимых кодов информационные символы могут быть объединены в информационный вектор, а проверочные – в контрольный вектор. При выборе кода целесообразно отталкиваться от некоторой границы, которая определяется в случае использования неразделимых кодов мощностью множества кодовых слов заданного кода, а для разделимых кодов – числом проверочных символов кода и не должна превышать величины $k = n$ (именно такое число проверочных символов имеют коды с повторением, лежащие в основе широко используемой структуры дублирования). Дублирование дает покрытие любых сочетаний ошибок на выходах объекта диагностирования, но при этом приводит к существенной структурной избыточности – показатели сложности технической реализации устройства с СВК могут в 3-4 (и даже больше) раза превышать показатели сложности реализации самого объекта диагностирования. Поэтому часто при синтезе СВК рассматриваются коды с малой избыточностью. К таким кодам относятся неразделимые равновесные коды, а также разделимые коды с суммированием [1, 2, 11, 20, 21, 23]. Особое внимание уделяется кодам, имеющим избыточность, близкую к минимально возможной для решения задачи обнаружения ошибок на выходах объектов диагностирования. Такую нижнюю границу $k = 1$ дает использование кода с контролем четности/нечетности (кода паритета). Именно поэтому возникает интерес к исследованию возможностей применения для контроля вычислений таких избыточных равномерных кодов, которые имеют $k = 2$ и близкие к ним значения числа проверочных символов.

Для построения кода с числом проверочных символов $k = 2$ можно воспользоваться принципом

подсчета числа значащих сигналов в информационном векторе в кольце вычетов по модулю $M = 4$. Тогда будут построены так называемые остаточные, или модульные коды с суммированием [1]. Они в зарубежной литературе часто называются кодами Боуза – Лина [23]. Например, в работе [24] показаны преимущества применения таких кодов при синтезе СВК на основе классической структуры с дополнением информационного вектора, формируемого на выходах объекта диагностирования, контрольным вектором. При этом продемонстрирован эффект по сравнению и с дублированием, и с применением кода Бергера для контроля вычислений. Коды Боуза – Лина можно применять и при синтезе СВК на основе ЛКС. В работе [25] приведен метод синтеза СВК на основе ЛКС с помощью данных кодов, позволяющий использовать преобразование только части значений вектора $\langle f_n(X) f_{n-1}(X) \dots f_2(X) f_1(X) \rangle$, отвечающей за формирование проверочных символов кодов Боуза – Лина.

Коды Боуза – Лина, несмотря на преимущества в простоте построения, не являются оптимальными с позиции обнаружения ошибок в информационных векторах при заданных значениях m и k количества информационных и проверочных символов соответственно. Такими являются коды, у которых все 2^m информационных векторов могут быть равномерно распределены на группы, соответствующие всем 2^k контрольным векторам [26]. Существует способ построения некоторого модифицированного кода Боуза – Лина с модулем $M = 4$, обладающего таким свойством.

Задача покрытия ошибок на выходах объекта диагностирования с использованием равномерных двоичных избыточных кодов решалась во многих исследованиях. Ее решение для различных кодов приведено, например, в работах [1, 20, 21]. Сфокусируем внимание читателя на решении наиболее сложной задачи обеспечения самопроверяемости СВК.

2. «БАЗОВЫЙ» КОД ДЛЯ ОРГАНИЗАЦИИ СТРУКТУРЫ СХЕМЫ ВСТРОЕННОГО КОНТРОЛЯ

Построим модификацию кода Боуза – Лина следующим способом. Зафиксируем значение m – число информационных символов. Образует для него информационный вектор $\langle y_m y_{m-1} \dots y_2 y_1 \rangle$. Припишем данному информационному вектору массив весовых коэффициентов $[w_m, w_{m-1}, \dots, w_2, w_1]$, $w_i \in \mathbb{N}$. Далее будем определять не число значащих разрядов (вес информационного вектора) в

кольце вычетов по модулю $M = 4$, а значение вычета суммарного веса значащих разрядов по данному модулю:

$$W_4 = \sum_{i=1}^m y_i w_i \pmod{4}.$$

Получая таким образом для каждого информационного вектора значение числа W_4 , его двоичный аналог будем записывать в разряды контрольного вектора.

Введем обозначение модифицированного кода Боуза – Лина – $WS(m, k, M)$, где $k = 2$ и $M = 4$, т. е. $WS(m, 2, 4)$. Рассмотрим такой код при $m = 4$.

Различное сочетание значений весовых коэффициентов дает возможность построения большого количества $WS(4, 2, 4)$ -кодов. При этом каждый весовой коэффициент может быть взвешен только числами из множества $\{1, 2, 3\}$, поскольку в контрольный вектор записывается в двоичном виде значение наименьшего неотрицательного вычета. При установлении значений весовых коэффициентов $w_i = 4j \pmod{4} = 0, j \in \mathbb{N}_0$, будет строиться непомехозащищенный код (разряды, весовой коэффициент которых кратен значению модуля, контролироваться не будут).

Для $WS(4, 2, 4)$ -кодов существует 15 способов построения именно помехозащищенного кода, определяемых способами взвешивания информационных символов $[w_4, w_3, w_2, w_1]$: $[1, 1, 1, 1]$, $[1, 1, 1, 2]$, $[1, 1, 1, 3]$, $[1, 1, 2, 2]$, $[1, 1, 2, 3]$, $[1, 1, 3, 3]$, $[1, 2, 2, 2]$, $[1, 2, 2, 3]$, $[1, 2, 3, 3]$, $[1, 3, 3, 3]$, $[2, 2, 2, 2]$, $[2, 2, 2, 3]$, $[2, 2, 3, 3]$, $[2, 3, 3, 3]$, $[3, 3, 3, 3]$. Следует отметить, что здесь не учтены возможные перестановки весов в массивах, которые не влияют на общие свойства обнаружения ошибок в кодовых словах.

Все $WS(4, 2, 4)$ -коды со значениями весовых коэффициентов, равными нечетным числам, не обнаруживают 54 ошибки в информационных векторах; $WS(4, 2, 4)$ -коды со всеми четными значениями весовых коэффициентов ($[2, 2, 2, 2]$) не обнаруживают 112 ошибок в информационных векторах; остальные $WS(4, 2, 4)$ -коды не обнаруживают минимально возможное при заданных значениях M и m число ошибок в информационных векторах – 48. Во всех символах кодовых слов все $WS(4, 2, 4)$ -коды не обнаруживают 240 ошибок.

Важным и с позиции обнаружения ошибок в информационных векторах, и с позиции обеспечения самопроверяемости контрольного оборудования для выбранного разделимого кода является то, какое количество информационных векторов соответствует одному и тому же контрольному вектору. Все информационные векторы могут быть классифицированы на группы, соответствующие

одному и тому же контрольному вектору. Максимальное количество контрольных векторов, которое может быть сформировано для кода с k проверочными символами, равно 2^k . Если все 2^m информационных векторов кода равномерно распределены между 2^k контрольными векторами, то такой код будет обнаруживать максимальное количество ошибок в информационных векторах. Кроме того, гораздо проще будет обеспечиваться свойство самопроверяемости контрольного оборудования для него. Например, тестеры разделимых кодов наиболее просто строятся в виде двухкаскадных структур, включающих в себя кодер и компаратор [27]. Для полной их проверки потребуется сформировать на входах компаратора хотя бы единожды каждый контрольный вектор. Это невозможно сделать в том случае, если число контрольных векторов у кода не максимально и не равно 2^k . К примеру, широко известные классические коды Бергера имеют максимальное количество контрольных векторов для k проверочных символов только при $m = 2^k - 1$. При $m \neq 2^k - 1$ для кодов Бергера не формируется полное множество контрольных векторов [28]. Задача построения полностью самопроверяемой СВК становится трудно реализуемой. Для рассматриваемых же в статье модифицированных кодов Боуза – Лина формируются все возможные контрольные векторы для k проверочных символов.

Рассмотрим далее для примера использование $WS(4, 2, 4)$ -кода со значениями весовых коэффициентов $[2, 2, 2, 3]$. В табл. 1 дается классификация информационных векторов на группы, соответствующие одинаковым контрольным векторам, для выбранного $WS(4, 2, 4)$ -кода. Из таблицы следует, что данный код является кодом с минимально возможным числом необнаруживаемых ошибок в информационных векторах, а также то, что каждому контрольному вектору соответствуют по четыре информационных вектора, что упрощает задачу обеспечения тестируемости кодера в СВК для реальных устройств, формирование информационных векторов на выходах которых, как правило, неравномерно.

При построении $WS(4, 2, 4)$ -кода могут быть выбраны и другие весовые коэффициенты, что позволит получить другую классификационную таблицу информационных векторов по одинаковым контрольным векторам. Такая задача в настоящей статье не рассматривается. При этом подчеркнем, что кодер именно рассматриваемого $WS(4, 2, 4)$ -кода, пригодного для решения задач синтеза СВК на основе ЛКС, имеющий большее количество четных коэффициентов, будет иметь одну из наиболее простых структур среди кодеров



Таблица 1

Классификация информационных векторов по одинаковым контрольным векторам

W_4			
0	1	2	3
Контрольные векторы			
00	01	10	11
Информационные векторы			
0000	0011	0010	0001
0110	0101	0100	0111
1010	1001	1000	1011
1100	1111	1110	1101

кодов с другими весовыми коэффициентами, а сам код не будет обнаруживать минимально возможное общее количество ошибок в информационных векторах.

3. «БАЗОВАЯ» СТРУКТУРА ДЛЯ СИНТЕЗА СХЕМЫ ВСТРОЕННОГО КОНТРОЛЯ

Покажем, где именно в структуре рис. 1 и как используется код Боуза – Лина.

На рис. 2 изображена «базовая» структура для синтеза СВК для группы из шести выходов объекта диагностирования на основе $WS(4, 2, 4)$ -кода, в которой в СВК корректируются значения только двух функций, реализуемых объектом диагностирования, для формирования проверочных символов

лов кода. Ранее она исследовалась, например, в работе [29], однако рассматривался случай использования весовых коэффициентов [4, 3, 2, 1], позволяющий синтезировать самопроверяемые СВК только в некоторых частных случаях (поскольку старший разряд не контролируется проверочными символами, следует исключать формирование некоторых информационных векторов).

В структуре, изображенной на рис. 2, для организации контроля использован $WS(4, 2, 4)$ -код. В СВК кодовые слова данного кода $\langle h_6(X) h_5(X) h_4(X) h_3(X) h_2(X) h_1(X) \rangle$ формируются на выходах БКС и, соответственно, на входах ТСК. Младшие два разряда соответствуют проверочным символам, а старшие четыре – информационным символам. Информационные символы формируются напрямую на выходах объекта диагностирования $f_3(X), f_4(X), f_5(X), f_6(X)$. Проверочные символы вычисляются по формулам $h_1(X) = f_1(X) \oplus g_1(X)$ и $h_2(X) = f_2(X) \oplus g_2(X)$. Функции g_1 и g_2 представляют собой функции коррекции, формируемые блоком $G(X)$. Таким образом, в СВК любой вектор $\langle f_6(X) f_5(X) f_4(X) f_3(X) f_2(X) f_1(X) \rangle$ преобразуется в кодовое слово $\langle h_6(X) h_5(X) h_4(X) h_3(X) h_2(X) h_1(X) \rangle$, принадлежащее $WS(4, 2, 4)$ -коду, при подаче на входы наборов $\langle x_t, x_{t-1} \dots x_2 x_1 \rangle$. Структура тестера данного кода типовая и содержит в себе кодер и один модуль сжатия парафазных сигналов TRC (*two-rail checker*) [30]. Отметим, что поскольку модуль TRC функционирует в парафазной логике, требуется предварительное инвертирование сигналов с выхода кодера $WS(4, 2, 4)$ -кода либо инвертирование сигналов $h_1(X)$ и $h_2(X)$.

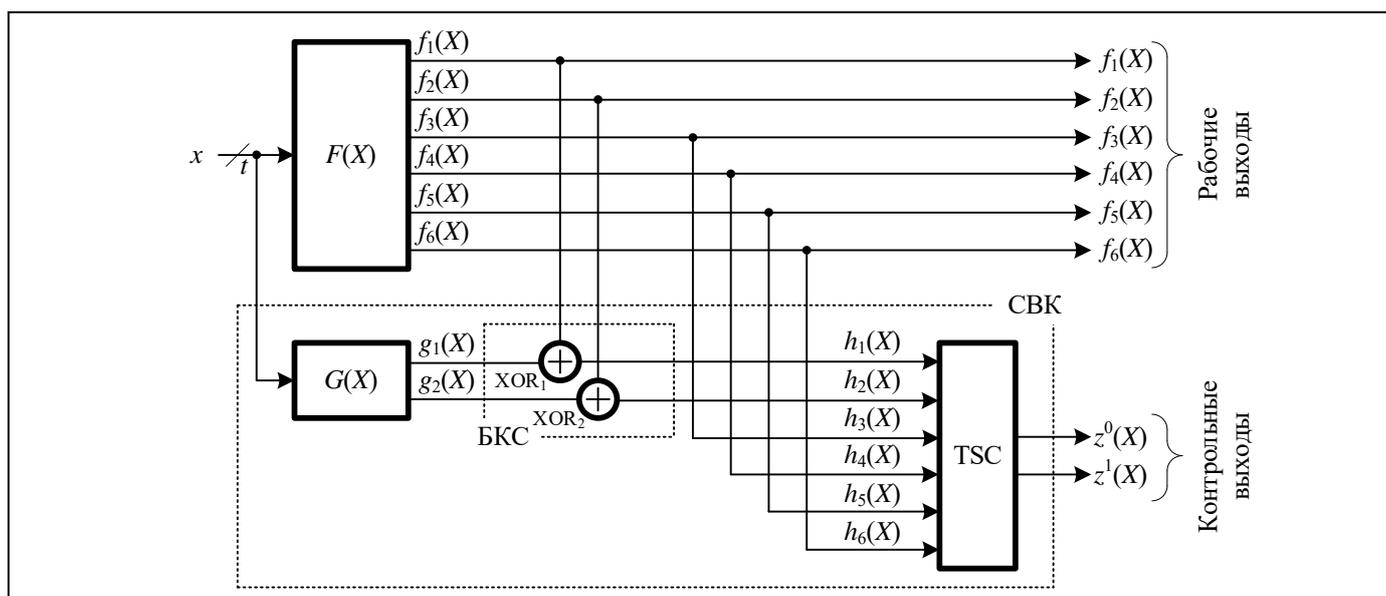


Рис. 2. Структура организации СВК с преобразованием значений части функций, реализуемых на выходах объекта диагностирования, в функции, формирующие проверочные символы $WS(4, 2, 4)$ -кода

Несколько модифицируем структуру, приведенную на рис. 2. Будем корректировать значения тех функций, реализуемых объектом диагностирования, которые формируют информационные символы $WS(4, 2, 4)$ -кода (рис. 3). В ней напрямую формируются только проверочные символы кодовых слов, а информационные символы вычисляются с применением блока $G(X)$. В остальном данная структура схожа с изображенной на рис. 2. Однако при ее построении можно обеспечить самопроверяемость конечного устройства в тех случаях, в которых этого не позволяет делать структура, приведенная на рис. 2, путем выбора информационных векторов, соответствующих контрольным векторам (см. табл. 1).

Особенностью модифицированной структуры является то, что контрольные векторы $WS(4, 2, 4)$ -кода в СВК будут формироваться однозначно, а вот информационные векторы, которые будут им соответствовать, можно выбрать из четырех вариантов для каждого контрольного вектора (см. табл. 1). Это определяет высокую вариативность в построении «базовой» структуры и позволяет строить не один вариант блока $G(X)$, а гораздо большее их количество, что, в свою очередь, позволяет решать задачу формирования полного множества тестовых комбинаций для элементов XOR и влиять на показатели структурной избыточности СВК.

Определим число способов построения СВК по структуре, изображенной на рис. 3. Число вариантов выбора преобразуемых выходов определяется величиной $C_{4+2}^4 = 15$. Число вариантов размещения информационных символов в информационном векторе равно $P_4 = 4! = 24$. Число вариантов размещения проверочных символов в контрольном векторе равно $P_2 = 2! = 2$. Произведение указанных величин характеризует число способов выбора последовательностей информационных и проверочных символов. Кроме того, следует учесть, что на каждой входной комбинации существует ровно по четыре способа доопределения четырех компонентов одного информационного вектора в СВК: так как входных комбинаций всего 2^t , существует $4 \cdot 2^t$ способов доопределения. Число способов построения СВК по «базовой» структуре, приведенной на рис. 3, определяется по формуле

$$N_{WS(4, 2, 4), t} = 4 \cdot 2^t \cdot 15 \cdot 24 \cdot 2 = 2880 \cdot 2^t. \quad (1)$$

К примеру, если число входов равно $t = 4$, имеем $N_{WS(4, 2, 4), 4} = 2880 \cdot 2^4 = 46080$.

Применение того же кода $WS(4, 2, 4)$ в структуре, изображенной на рис. 2, для случая $t = 4$ дает следующее количество способов организации СВК (нельзя варьировать значения информационных символов): $N_{WS(4, 2, 4), 4} = 15 \cdot 24 \cdot 2 = 720$.

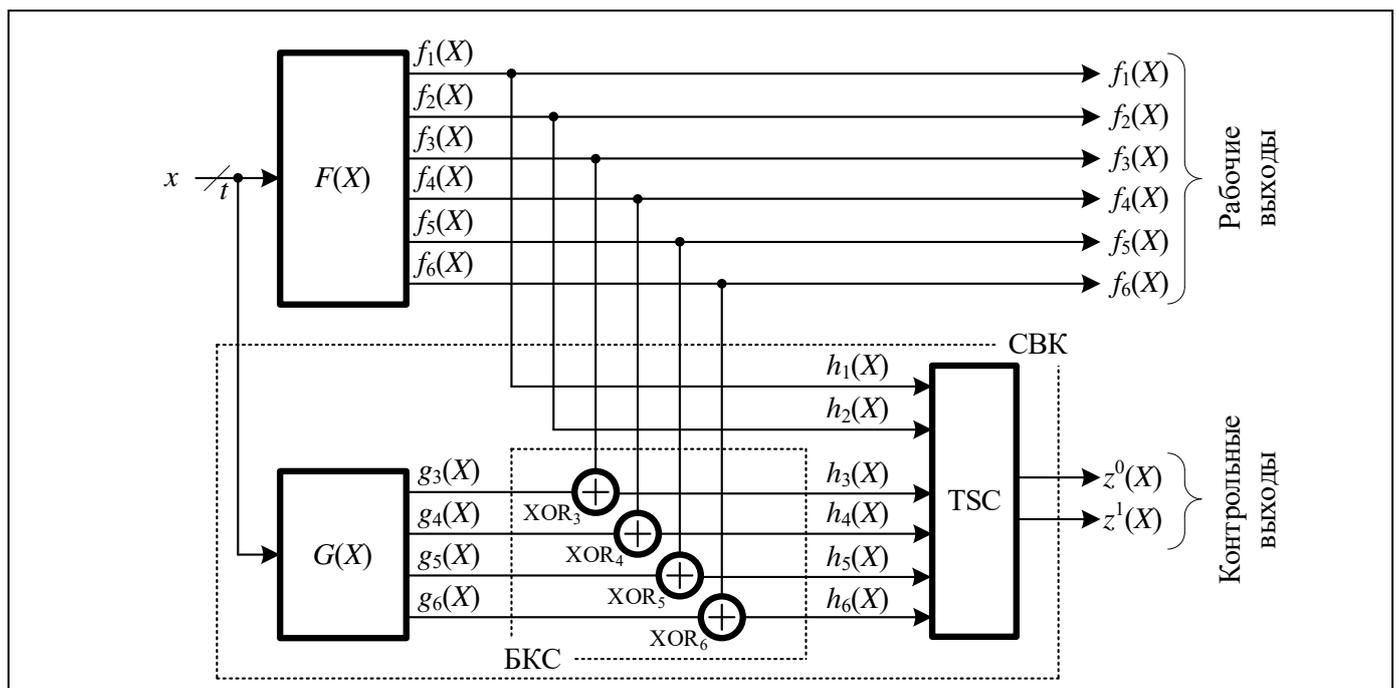


Рис. 3. Структура организации СВК с преобразованием формирующих информационных символы $WS(4, 2, 4)$ -кода значений части функций, реализуемых на выходах объекта диагностирования



Полученное число в 64 раза меньше, чем для структуры, приведенной на рис. 3. Отсюда следует еще одно преимущество предложенной в настоящей работе структуры организации СВК на основе ЛКС с применением $WS(4, 2, 4)$ -кода перед структурой, изображенной на рис. 2, – гораздо более высокая вариативность в построении.

«Базовая» структура организации СВК реализуется для шестивыходного объекта диагностирования. Если объект диагностирования имеет большее количество выходов, то осуществляется их разбиение на группы по шесть выходов в каждой, для которых строится отдельная СВК по «базовой» структуре с последующим объединением контрольных выходов на входах самопроверяемого компаратора.

4. АЛГОРИТМ СИНТЕЗА СХЕМЫ ВСТРОЕННОГО КОНТРОЛЯ

При построении СВК на этапе проектирования требуется обеспечить условия ее самопроверяемости. Для этого необходимо обеспечить проверяемость блока $G(X)$, что связано только с методами его синтеза и требует получения для него такой контролепригодной структуры относительно выбранной модели неисправностей, которая даст возможность проявления неисправностей в виде ошибочных значений на его выходах при подаче на входы хотя бы одного набора $\langle x_t, x_{t-1} \dots x_2, x_1 \rangle$. Также требуется подача проверяющих тестов на каждый элемент БКС и TSC. Для каждого элемента БКС требуется хотя бы единожды в процессе эксплуатации самопроверяемого устройства сформировать каждую из комбинаций из множества $\{00, 01, 10, 11\}$ [22]. Для проверки тестера требуется хотя бы единожды сформировать каждый контрольный вектор $WS(4, 2, 4)$ -кода [20, 21]. Реализуем алгоритм синтеза СВК таким образом, чтобы эти условия обеспечивались в процессе функционирования самопроверяемого устройства.

Идея алгоритма состоит в следующем. При синтезе СВК требуется однозначно определить, какие именно кодовые слова $\langle h_6(X), h_5(X), h_4(X), h_3(X), h_2(X), h_1(X) \rangle$ $WS(4, 2, 4)$ -кода будут формироваться на выходах БКС при поступлении на входы каждого набора $\langle x_t, x_{t-1} \dots x_2, x_1 \rangle$. Изначально в структуре, изображенной на рис. 3, два символа однозначно определены значениями $h_1(X) = f_1(X)$, $h_2(X) = f_2(X)$, а значения символов $h_3(X)$, $h_4(X)$, $h_5(X)$ и $h_6(X)$ считаются неопределенными. Как следует из табл. 1, каждому контрольному вектору будут соответствовать по четыре информационных вектора. Таким образом, на эта-

пе проектирования СВК потребуется на каждом входном наборе $\langle x_t, x_{t-1} \dots x_2, x_1 \rangle$ зафиксировать одно из четырех кодовых слов $WS(4, 2, 4)$ -кода. Это можно сделать произвольным образом. Основной задачей в процессе синтеза СВК будет является именно доопределение значений $h_3(X)$, $h_4(X)$, $h_5(X)$ и $h_6(X)$ на выходах БКС, а затем получение значений функций коррекции, вычисляемых блоком $G(X)$. Значения функций коррекции получаются на каждом входном наборе $\langle x_t, x_{t-1} \dots x_2, x_1 \rangle$ однозначно, поскольку

$$\begin{aligned} h_i(X) &= f_i(X) \oplus g_i(X) \Rightarrow \\ \Rightarrow g_i(X) &= f_i(X) \oplus h_i(X). \end{aligned}$$

Задача алгоритма – получение способа формирования значений информационных символов $h_3(X)$, $h_4(X)$, $h_5(X)$ и $h_6(X)$ с учетом условий обеспечения формирования проверяющих тестов для элементов БКС и TSC.

Из вышесказанного становится ясно, что существует большое разнообразие алгоритмов доопределения значений информационных символов $h_3(X)$, $h_4(X)$, $h_5(X)$ и $h_6(X)$ на выходах БКС в структуре, изображенной на рис. 3, на каждом входном наборе $\langle x_t, x_{t-1} \dots x_2, x_1 \rangle$. Рассмотрим один из них.

Алгоритм синтеза СВК на основе ЛКС с использованием $WS(4, 2, 4)$ -кода для шестивыходного устройства:

Шаг 1. Для каждой функции, реализуемой на выходах устройства $F(X)$, проверяется, принимает ли она значение 0 (и 1) на не менее чем двух наборах значений аргументов. Это необходимо для того, чтобы в процессе доопределения значений информационных символов $h_3(X)$, $h_4(X)$, $h_5(X)$ и $h_6(X)$ на выходах БКС можно было сформировать проверяющие тесты для элементов XOR.

Шаг 2. Выбираются те выходы устройства $F(X)$, которые напрямую подключаются к TSC и соответствуют проверочным символам $WS(4, 2, 4)$ -кода – например, выходы $f_1(X)$ и $f_2(X)$. Для них проверяется формирование хотя бы на одном входном наборе каждого сочетания значений $\{00, 01, 10, 11\}$. Это необходимо, так как требуется обеспечить условие формирования проверяющего теста для TSC. Если данное условие не выполняется, то следует выбрать другие не преобразуемые выходы. Если же такого сочетания из двух выходов нет, то построить самопроверяемую СВК рассматриваемым методом не удастся.

Шаг 3. Формируется таблица значений на выходах блоков $F(X)$, $G(X)$ и БКС, представляющая собой таблицу истинности. Данную таблицу нужно заполнить на этапе проектирования СВК. В ней

однозначно определены значения $f_i(X)$ и $h_1(X) = f_1(X)$, $h_2(X) = f_2(X)$ на каждом входном наборе $\langle x_t, x_{t-1} \dots x_2, x_1 \rangle$. Значения функций $h_3(X)$, $h_4(X)$, $h_5(X)$, $h_6(X)$ и $g_3(X)$, $g_4(X)$, $g_5(X)$, $g_6(X)$ сначала считаются не определенными; их нужно получить в процессе доопределения.

Шаг 4. Осуществляется построчное заполнение столбцов $h_3(X)$, $h_4(X)$, $h_5(X)$ и $h_6(X)$, начиная со столбца, соответствующего старшему разряду информационного вектора. Для этого можно пользоваться табл. 1. Для функций f_5 и f_6 проверяется, принимает ли каждая из них значение 0 (и 1) на не менее чем одном наборе значений аргументов из первой их половины ($\mathbb{N}_0 0 \dots 2^{t-1} - 1$), а также на входных наборах из второй их половины ($\mathbb{N}_0 2^{t-1} \dots 2^t - 1$). Такая проверка позволит исключить последующую проверку формирования всех комбинаций из проверяющего теста для элементов преобразования значений функций f_5 и f_6 в БКС.

Шаг 5. На первой половине наборов значений аргументов функциям $h_6(X)$ и $h_5(X)$ присваиваются значения 0, а на второй половине наборов значений аргументов – значения 1. Это позволит на первой половине входных наборов сформировать хотя бы единожды тестовые комбинации $\langle 00 \rangle$ и $\langle 11 \rangle$, а на второй – тестовые комбинации $\langle 01 \rangle$ и $\langle 10 \rangle$ для элементов XOR, осуществляющих преобразования $h_6(X) = f_6(X) \oplus g_6(X)$ и $h_5(X) = f_5(X) \oplus g_5(X)$.

Шаг 6. Выполняется однозначное заполнение столбцов $h_3(X)$ и $h_4(X)$, исходя из данных табл. 1. Заполнение однозначно, поскольку определены значения старших разрядов информационных векторов.

Шаг 7. Проверяется выполнение условия формирования проверяющих тестов для элементов, осуществляющих преобразования $h_3(X) = f_3(X) \oplus g_3(X)$ и $h_4(X) = f_4(X) \oplus g_4(X)$. Если условия выполняются, то переходим к шагу 9, иначе требуется изменить способ заполнения столбцов $h_5(X)$ и $h_6(X)$, путем перестановки выходов объекта диагностирования.

Шаг 8. Определяются значения функций $g_i(X) = f_i(X) \oplus h_i(X)$, $i \in \{3, 4, 5, 6\}$.

Шаг 9. Выполняется оптимизация функций любым известным методом [31].

Шаг 10. Синтезируется блок $G(X)$ в выбранном элементном базисе.

Продемонстрируем работу алгоритма на следующем примере.

Пример. Пусть задано комбинационное устройство, описываемое в первых семи графах табл. 2. Здесь наборы входных аргументов пронумерованы десятичными числами, соответствующими двоичным числам, образуемым каждым набором входных аргументов.

На *шаге 1* выполняем проверку того, что каждая функция, реализуемая на выходах устройства $F(X)$, принимает значение 0 (и 1) на не менее чем двух наборах значений аргументов. В рассматриваемом примере это условие выполняется, что следует из анализа табл. 2. Далее на *шаге 2* определяем те выходы объекта диагностирования, которые напрямую подключаются к TSC. Положим, это выходы $f_1(X)$ и $f_2(X)$.

Шаг 3 состоит в формировании таблицы значений на выходах блоков $F(X)$, $G(X)$ и БКС (табл. 2). Также на данном шаге однозначно заполняем на каждом входном наборе $\langle x_t, x_{t-1} \dots x_2, x_1 \rangle$ значения функций $f_i(X)$ и $h_1(X) = f_1(X)$, $h_2(X) = f_2(X)$. Значения функций $h_4(X)$ и $h_3(X)$ на данном этапе не определены. На *шаге 4* убеждаемся, что для функций f_5 и f_6 выполняется условие формирования значений 0 (и 1) на не менее чем одном из первой и второй половин наборов значений аргументов. Заполняем столбцы $h_6(X)$ и $h_5(X)$ на *шаге 5* (табл. 2). На *шаге 6* выполняем однозначное заполнение столбцов $h_3(X)$ и $h_4(X)$. Заполненная таблица представлена ниже (табл. 3).

Далее на *шаге 7* проверяем условие формирования проверяющих тестов для элементов преобразования значений функций f_4 и f_3 . Проверяющие тесты формируются (см. табл. 3). Затем на *шаге 8* определяем значения функций $g_i(X) = f_i(X) \oplus h_i(X)$, $i \in \{3, 4, 5, 6\}$.

Оптимизируем функции $g_3 - g_6$ (*шаг 9*). Выпишем только номера разрешенных наборов для функций $g_3 - g_6$ (или же можно выписать все конъюнкции для каждой из этих функций, на которых они принимают единичные значения): $g_6(X) = \{0, 5, 6, 7, 9, 11, 12, 13\}$, $g_5(X) = \{1, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 13, 15\}$, $g_4(X) = \{1, 2, 4, 6, 7, 10, 13, 14\}$, $g_3(X) = \{0, 4, 7, 9, 10, 11, 13, 15\}$. Далее шаги по оптимизации тривиальны. Можно оптимизировать функции каждую в отдельности либо как систему булевых функций [31]. На *шаге 10* выбирается элементный базис и синтезируется СВК. Действия на данном шаге также не нуждаются в детальном описании. ♦

Далее определим показатель L сложности технической реализации СВК в заранее выбранной метрике (например, число входов внутренних элементов или число транзисторов, используемых при реализации устройства на конкретной элементной базе). Данный показатель может сравниваться с показателем сложности реализации СВК по методу дублирования L_D . Если $L < L_D$, то представленный метод эффективнее по сравнению с дублированием при обеспечении самопроверяемости обеих структур. Если нет, то выбирается другой способ разбиения, и шаги алгоритма повторяются.



Таблица 2

Сигналы, получаемые при формировании значений функций h_6 и h_5

№	$f_6(X)$	$f_5(X)$	$f_4(X)$	$f_3(X)$	$f_2(X)$	$f_1(X)$	$h_6(X)$	$h_5(X)$	$h_4(X)$	$h_3(X)$	$h_2(X)$	$h_1(X)$	$g_6(X)$	$g_5(X)$	$g_4(X)$	$g_3(X)$	Комбинации на входах элементов XOR			
																	XOR ₆	XOR ₅	XOR ₄	XOR ₃
0	1	0	1	1	1	0	0	0	-	-	1	0	-	-	-	-	11	00	-	-
1	0	1	1	0	0	0	0	0	-	-	0	0	-	-	-	-	00	11	-	-
2	0	0	0	1	0	1	0	0	-	-	0	1	-	-	-	-	00	00	-	-
3	0	1	1	0	1	0	0	0	-	-	1	0	-	-	-	-	00	11	-	-
4	0	1	0	0	0	1	0	0	-	-	0	1	-	-	-	-	00	11	-	-
5	1	1	1	0	1	0	0	0	-	-	1	0	-	-	-	-	11	11	-	-
6	1	1	0	1	0	1	0	0	-	-	0	1	-	-	-	-	11	11	-	-
7	1	0	1	0	1	1	0	0	-	-	1	1	-	-	-	-	11	00	-	-
8	1	1	1	0	1	0	1	1	-	-	1	0	-	-	-	-	10	10	-	-
9	0	0	1	0	0	1	1	1	-	-	0	1	-	-	-	-	01	01	-	-
10	1	0	0	1	1	0	1	1	-	-	1	0	-	-	-	-	10	01	-	-
11	0	1	0	1	0	0	1	1	-	-	0	0	-	-	-	-	01	10	-	-
12	0	1	0	0	0	0	1	1	-	-	0	0	-	-	-	-	01	10	-	-
13	0	0	1	1	0	0	1	1	-	-	0	0	-	-	-	-	01	01	-	-
14	1	1	0	1	0	1	1	1	-	-	0	1	-	-	-	-	10	10	-	-
15	1	0	1	1	1	0	1	1	-	-	1	0	-	-	-	-	10	01	-	-

Примечание. Знаком «-» заполнены столбцы таблицы, значения в строках которых до шага 7 не определены.

Таблица 3

Значения сигналов в СВК

№	$f_6(X)$	$f_5(X)$	$f_4(X)$	$f_3(X)$	$f_2(X)$	$f_1(X)$	$h_6(X)$	$h_5(X)$	$h_4(X)$	$h_3(X)$	$h_2(X)$	$h_1(X)$	$g_6(X)$	$g_5(X)$	$g_4(X)$	$g_3(X)$	Комбинации на входах элементов XOR			
																	XOR ₆	XOR ₅	XOR ₄	XOR ₃
0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	11	00	10	11
1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	00	11	11	00
2	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	00	00	01	10
3	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	00	11	10	00
4	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1	00	11	01	01
5	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	11	11	10	00
6	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	11	11	01	10
7	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	11	00	11	01
8	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	10	10	10	00
9	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	01	01	10	01
10	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	10	01	01	11
11	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	01	10	00	11
12	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	01	10	00	00
13	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	01	01	11	11
14	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	10	10	01	10
15	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	10	01	10	11

Временная сложность предложенного алгоритма, как это следует из формулы (1), асимптотически оценивается величиной $2^{O(t)}$, т. е. задача решается за экспоненциальное время с линейной экспонентой.

Представленный алгоритм основан на учете того свойства WS(4, 2, 4)-кода со значениями весовых коэффициентов [2, 2, 2, 3], что для каждого контрольного вектора формируются по одному разу четыре информационных вектора, для которых значения старших разрядов равны 00, 01, 10 и 11 соответственно. Отметим, что таким же свойством обладают WS(4, 2, 4)-коды со значениями весовых коэффициентов [1, 1, 1, 2], [1, 1, 2, 3], [1, 2, 2, 3]. Данные коды также можно использовать совместно с предложенным в данном параграфе алгоритмом синтеза «базовой» структуры. Для остальных вариантов взвешивания информационных символов может быть разработан аналогичный алгоритм, например, с учетом неповторяемости других двух информационных символов в информационных векторах для каждого контрольного вектора. К примеру, WS(4, 2, 4)-коды со значениями весовых коэффициентов [1, 1, 1, 2], [1, 1, 2, 2], [1, 1, 2, 3], [1, 2, 2, 2], [2, 2, 2, 3], [2, 2, 3, 3], [2, 3, 3, 3] характеризуются тем, что для каждого контрольного вектора формируются четыре информационных вектора, где по одному разу второй и третий по старшинству разряды принимают значения 00, 01, 10 и 11 соответственно.

Следует также отметить важный факт: в ходе работы алгоритма не решается задача покрытия любых комбинаций ошибок на выходах объекта диагностирования. Однако при синтезе самопроверяемого устройства необходимо предварительно определиться с элементной базой, на которой реализуется устройство, с рассматриваемой моделью неисправностей и выбрать соответствующие методы синтеза [1, 11, 20, 21]. Задача покрытия ошибок, вызванных неисправностями из заданной модели, решается различными методами, – например, преобразованием структур в контролепригодные по заданному коду или выделением контролепригодных групп выходов [32, 33].

5. СИНТЕЗ СХЕМЫ ВСТРОЕННОГО КОНТРОЛЯ ДЛЯ УСТРОЙСТВ С ЧИСЛОМ ВЫХОДОВ БОЛЕЕ ШЕСТИ

Для многовыходных устройств с числом выходов $n > 6$ СВК синтезируется по структуре, приведенной на рис. 4. При этом множество выходов

$W = \{f_1, f_2, \dots, f_{n-1}, f_n\}$ исходного устройства разбивается на подмножества $W_1, W_2, \dots, W_{q-1}, W_q$ мощностью 6, $q = \left\lceil \frac{n}{6} \right\rceil$. Причем если $n \pmod{6} = 0$, то

все q групп содержат по шесть неповторяющихся выходов; если же $n \pmod{6} \neq 0$, то $q-1$ группа содержит по шесть неповторяющихся выходов, а последняя группа образуется из выходов $W_q = \{f_{n-5}, f_{n-4}, f_{n-3}, f_{n-2}, f_{n-1}, f_n\}$. Для каждой группы из шести выходов объекта диагностирования синтезируется структура, изображенная на рис. 3, по приведенному выше алгоритму. Выходы каждого TSC₁... TSC_q объединяются на входах самопроверяемого компаратора qTRC1, состоящего из $q-1$ модуля TRC.

Далее может быть выполнено сравнение полученного самопроверяемого устройства по показателям сложности реализации, например, с устройством, реализованным на основе дублирования. Для этого определяется показатель сложности технической реализации самопроверяемого устройства по представленному методу в заданной метрике: $L = \sum_{i=1}^q L_i$. Затем дается оценка эффективности по сравнению с дублированием.

Отметим, что существует довольно много способов выделения групп выходов в подмножества мощности, равной 6. Выходы для множества W_1 могут быть выбраны C_n^6 числом способов. Выходы для множества W_2 могут быть выбраны C_{n-6}^6 числом способов и т. д. Таким образом, для произвольного $j \in \{1, q-1\}$ (множество W_q выбирается единственным образом) имеем число способов, равное $C_{n-6(j-1)}^6$. Общее же число способов построения СВК определяется величиной

$$\prod_{j=1}^{q-1} C_{n-6(j-1)}^6 \cdot C_n^6. \text{ Ее можно переписать в виде}$$

$$\prod_{j=1}^{q-1} C_{n-6(j-1)}^6 = C_n^6 C_{n-6}^6 C_{n-12}^6 \dots C_{n-6(q-3)}^6 C_{n-6(q-2)}^6 =$$

$$= \frac{n!}{6!(n-6)!} \cdot \frac{(n-6)!}{6!(n-12)!} \cdot \frac{(n-12)!}{6!(n-18)!} \dots \times$$

$$\times \frac{(n-6(q-3))!}{6!(n-6(q-2))!} \cdot \frac{(n-6(q-2))!}{6!(n-6(q-1))!} =$$

$$= \frac{n!}{(6!)^{q-1} (n-6q+6)!} \quad (2)$$

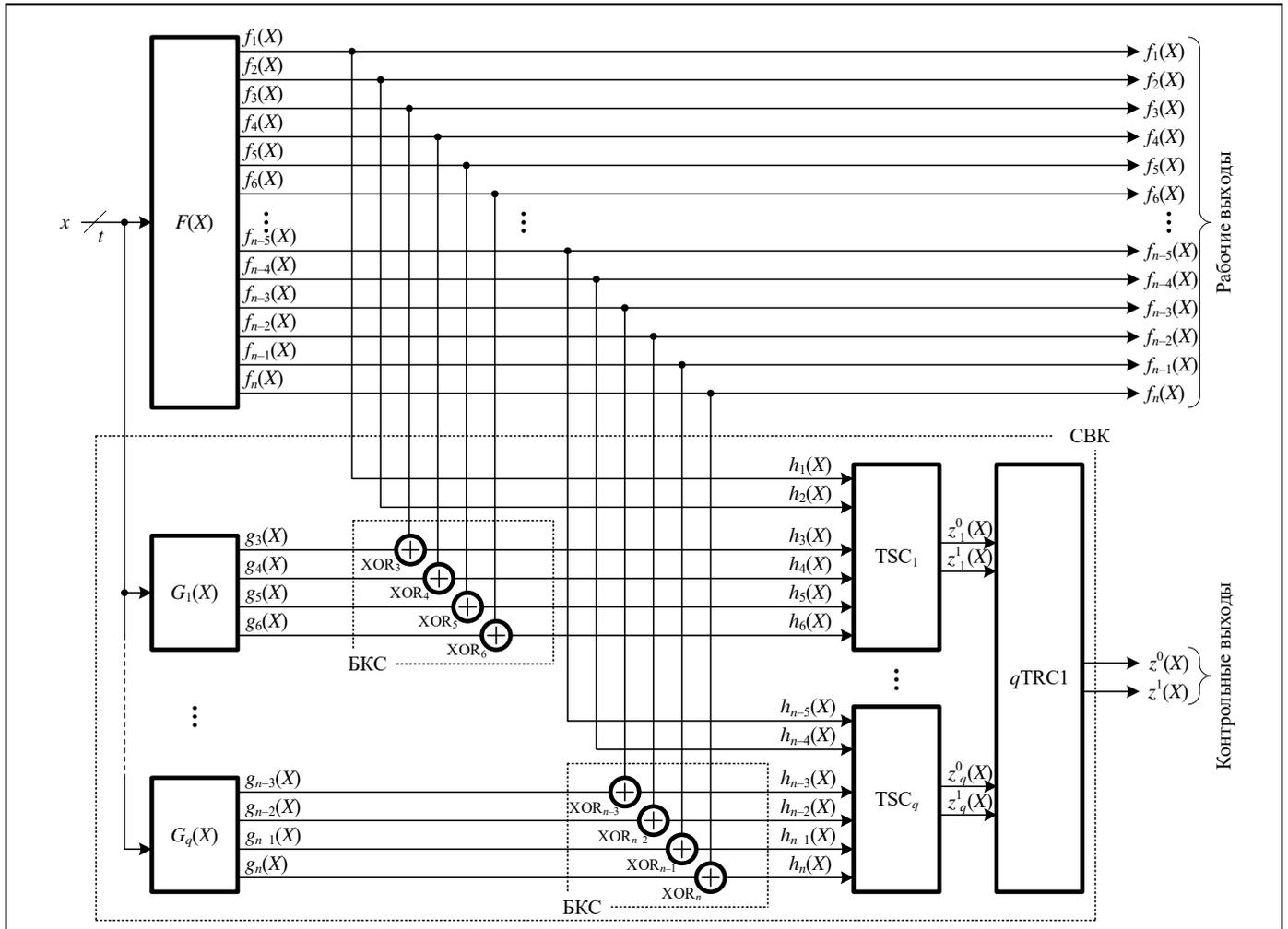


Рис. 4. Структура организации СВК для устройств с числом выходов $n > 6$ на основе ЛКС с преобразованием формирующих информационные символы WS(4, 2, 4)-кода значений части функций, реализуемых на выходах объекта диагностирования

Учитывая, что $q = \left\lceil \frac{n}{6} \right\rceil$, выражение (2) можно представить в виде, где фигурирует только число n :

$$\prod_{j=1}^{\left\lceil \frac{n}{6} \right\rceil - 1} C_{n-6(j-1)}^6 = \frac{n!}{(6!)^{\left\lceil \frac{n}{6} \right\rceil - 1} \left(n - 6 \left\lceil \frac{n}{6} \right\rceil + 6 \right)!} \quad (3)$$

К примеру, при числе выходов устройства $n = 20$ с использованием формулы (3) получаем следующее количество способов выбора подмножеств:

$$\begin{aligned} \prod_{j=1}^{\left\lceil \frac{20}{6} \right\rceil - 1 = 3} C_{20-6(j-1)}^6 &= \frac{20!}{(6!)^{\left\lceil \frac{20}{6} \right\rceil - 1} \left(20 - 6 \left\lceil \frac{20}{6} \right\rceil + 6 \right)!} = \\ &= \frac{20!}{(6!)^3 2!} = 3\,259\,095\,840. \end{aligned}$$

Необходимо отметить, что приведенные формулы дают представление об общем числе способов выбора подмножеств выходов с учетом минимально необходимого количества групп для полного их покрытия и без выбора одинаковых выходов для контроля в разных группах (за исключением, возможно, последней группы). Внесение одинаковых выходов в различные группы для контроля может потребоваться для обеспечения обнаружения требуемых сочетаний искажений на выходах. Так или иначе, отмеченное обстоятельство свидетельствует о том, что число способов организации СВК может быть увеличено по сравнению с тем, которое дают рассмотренный алгоритм и формула (3).

В заключение данного раздела обратим внимание читателя на то, что из выражения (3) следует, что задача анализа всех групп решается за факториальное время (временная сложность оценивается величиной $O(n!)$).

6. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ С ТЕСТОВЫМИ КОМБИНАЦИОННЫМИ СХЕМАМИ

Для проверки эффективности предлагаемого метода при синтезе СВК на основе ЛКС с применением $WS(4, 2, 4)$ -кода были проведены эксперименты с тестовыми комбинационными схемами из набора MCNC Benchmarks [34]. В эксперименте для каждой тестовой схемы оценивались показатели сложности технической реализации устройств с СВК, синтезированных по структуре, изображенной на рис. 4. С помощью интерпретатора SIS [35, 36] осуществлялась оптимизация функций логической коррекции и синтезировался блок $G(X)$. Далее определялись показатели сложности технической реализации в условных единицах библиотеки `stdcell2_2.genlib`, характеризующих площадь, занимаемую устройством на кристалле. Некоторые результаты экспериментов сведены в табл. 4 и дополнительно приведены на рис. 5. В таблице для каждой схемы приведены значения ее параметров (t и n – число входов и выходов), число выделенных групп (q), а также значения показателей сложности технической реализации ($L_{F(X)}$, $L_{G(X)}$, L – условный показатель сложности реализации блоков $F(X)$, $G(X)$ и устройства с СВК). Для сравнения в графе L_D приведено значение показателя сложности реализации устройства по методу дублирования, а в последней графе таблицы – значение относительной величины δ , показывающей, какую долю составляет показатель сложности реализации устройства с СВК по представленному методу от показателя сложности реализации устройства с СВК по методу дублирования:

$$\delta = \frac{L}{L_D} \cdot 100\%.$$

При проведении эксперимента перестановки выходов тестовых схем не осуществлялись. Были выделены группы выходов в том порядке, в котором они следуют в описании тестовой схемы. Для каждой группы выходов строилась СВК, а затем выполнялись процедуры совместной реализации блоков $G_j(X)$, $j=1, q$, и оценка показателей структурной избыточности.

Для 20-ти представленных в табл. 4 и на рис. 5 тестовых комбинационных схем получены следующие результаты. В 18-ти случаях показатель структурной избыточности снизился по сравнению с дублированием. В среднем для 20-ти рассмотренных схем получено значение $\delta = 81,729\%$, что

говорит о высокой эффективности представленного метода при синтезе устройств с СВК по показателям структурной избыточности.

Произвольное выделение групп выходов без каких-либо перестановок выходов в группах не для всех тестовых комбинационных схем дало возможность реализации самопроверяемой СВК, где формируются все тестовые комбинации для элементов преобразования и тестера. Однако простые процедуры перестановки выходов внутри групп дают эффективное решение. Приведем здесь пример работы со схемой `dc1`.

Изначально выходы тестовых схем не переставлялись. Для схемы `dc1` это привело к формированию распределения тестовых комбинаций для элементов СВК, представленному в табл. 5. Читатель может обратить внимание на неравномерность распределения числа тестовых комбинаций, что, безусловно, связано с особенностями схемы `dc1` (помимо разнообразного формирования на выходах значений логического нуля и логической единицы, у нее для входных комбинаций `<1010>` ... `<1111>` для всех выходов формируются значения логического нуля). Также видно, что для элемента XOR_4 не формируется тестовая комбинация `<01>`. Простая перестановка выходов f_5 и f_4 без изменения способа построения СВК позволила получить перераспределение тестовых комбинаций и обеспечить формирование комбинации `<01>` для элемента XOR_4 в СВК для первой группы выходов. Число тестовых комбинаций для TSC_1 и TSC_2 в обоих случаях не поменялось, так как переставлялись только два выхода до этапа доопределения кодовых слов $WS(4, 2, 4)$ -кода.

Перестановка выходов повлияла и на показатель структурной избыточности самопроверяемого устройства. Если для первоначального случая был получен показатель сложности совместной реализации блоков $G_j(X)$, равный 696 усл. ед. библиотеки `stdcell2_2.genlib`, то во втором случае этот показатель стал равным 672 усл. ед. библиотеки `stdcell2_2.genlib`. Это привело к уменьшению значения показателя L с 2872 до 2848 и значения показателя δ с 89,303 % до 88,557 % для данной схемы с СВК. Изменение не столь существенное.

Наличие большого числа способов перестановки выходов и выделения контролируемых групп позволяет добиваться формирования проверяющих тестов для всех элементов СВК, а также влиять на показатели структурной избыточности самопроверяемого устройства.



Таблица 4

Результаты экспериментов

№	Схема	t	n	q	$L_{F(x)}$, усл. ед.	$L_{G(x)}$, усл. ед.	L , усл. ед.	L_D , усл. ед.	δ , %
1	dc1	4	7	2	976	696	2872	3216	89,303
2	dekoder	4	7	2	736	752	2688	2736	98,246
3	wim	4	7	2	712	656	2568	2688	95,536
4	newbyte	5	8	2	592	680	2472	2656	93,072
5	p82	5	14	3	2368	1712	5976	7456	80,15
6	m1	6	12	2	3064	880	5144	8432	61,006
7	newapla2	6	7	2	600	592	2392	2464	97,078
8	sqr6	6	12	2	2648	2184	6032	7600	79,368
9	inc	7	9	2	2376	1792	5368	6432	83,458
10	newcpla2	7	10	2	1896	1440	4536	5680	79,859
11	max128	7	24	4	20192	2520	25304	45184	56,002
12	m2	8	16	3	10096	3024	15016	23328	64,369
13	m3	8	16	3	13464	3744	19104	30064	63,544
14	m4	8	16	3	18704	7152	27752	40544	68,449
15	mlp4	8	8	2	7224	9224	17648	15920	110,854
16	tms	8	16	3	6784	3032	11712	16704	70,115
17	dk27	9	9	2	528	1168	2896	2736	105,848
18	max512	9	6	1	9632	5624	15760	20320	77,559
19	newcpla1	9	16	3	2520	2528	6944	8176	84,932
20	newxcpla1	9	23	4	3760	2832	9184	12112	75,826
Среднее значение									81,729

Таблица 5

Число тестовых комбинаций для элементов СВК для схемы «dc1»

Номер группы	Элемент	I вариант				II вариант			
		00	01	10	11	00	01	10	11
1	XOR ₆	5	7	1	3	5	7	1	3
	XOR ₅	3	6	2	5	3	6	2	5
	XOR ₄	9	0	3	4	8	1	2	5
	XOR ₃	6	4	5	1	6	4	5	1
	TSC ₁	6	2	1	7	6	2	1	7
2	XOR ₇	4	6	2	4	4	6	2	4
	XOR ₆	5	7	1	3	5	7	1	3
	XOR ₅	6	3	3	4	7	2	4	3
	XOR ₄	6	3	5	2	7	2	6	1
	TSC ₂	6	4	2	4	6	4	2	4

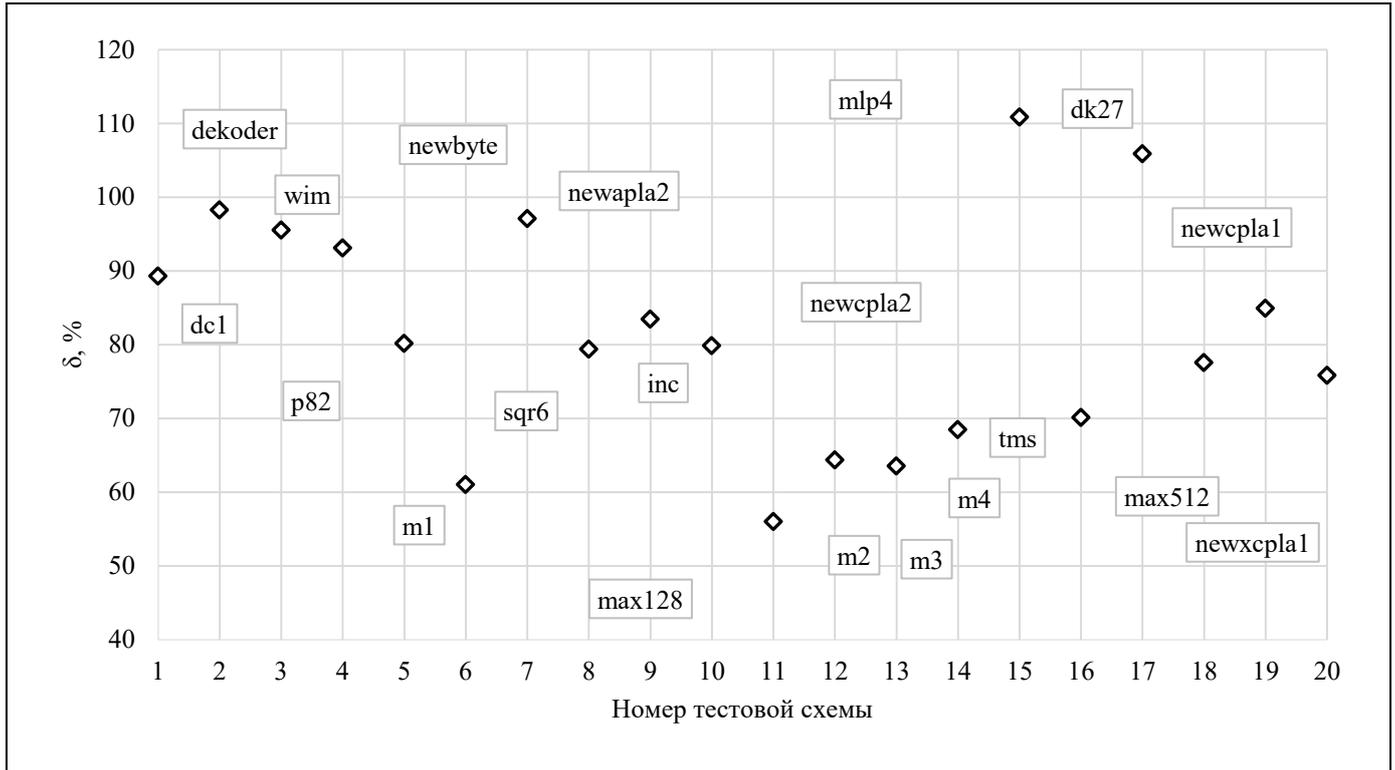


Рис. 5. Графическое представление полученных результатов

Дальнейшие исследования и эксперименты могут быть направлены на изучение возможностей минимизации значения показателя L , на обеспечение тестируемости всех компонентов СВК и поиск решений, связанных с получением равномерного распределения тестовых комбинаций для кодеров и элементов преобразования в структурах СВК. В рамках настоящего исследования эти задачи не решались.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный в статье метод синтеза СВК на основе ЛКС с применением $WS(4, 2, 4)$ -кода и формированием «базовой» структуры самопроверяемого устройства позволяет проектировщику самопроверяемого устройства иметь большую вариативность, чем известный ранее метод, при котором в СВК корректируются только те функции, которые участвуют в формировании проверочных символов кодов. Это, в свою очередь, дает возможность оптимизации показателей структурной избыточности, контролепригодности, энергопотребления и др. для синтезируемых самопроверяемых устройств.

Как показал эксперимент, во многих случаях удается снизить показатели структурной избыточ-

ности по сравнению со стандартным методом дублирования, а примерно для половины схем удается достигать показателей $\delta = 50\text{--}70\%$. Эти результаты говорят о возможностях применения метода для практической реализации самопроверяемых цифровых устройств.

В качестве достоинств метода можно отметить следующее: если существует возможность построения самопроверяемого устройства данным методом, то он будет давать результат. Такое положение следует из необходимости для каждой функции, реализуемой на выходах устройства $F(X)$, проверять, принимает ли она значение 0 (и 1) не менее чем на двух наборах значений аргументов. Если это условие не выполняется, то задачу построения самопроверяемого устройства даже в случае применения стандартных методов, например, дублирования, решить не удастся (не будет обеспечено формирование проверяющего теста для компаратора). Кроме того, метод подразумевает безусловное формирование тестовых комбинаций для первых двух элементов преобразования из четырех. В качестве недостатка следует отметить, что для двух оставшихся элементов преобразования могут не сформироваться все комбинации, входящие в проверяющий тест (что и показал для ряда тестовых схем эксперимент). В этом случае



требуется перестановка выходов и, возможно, их перегруппировка.

Необходимо также отметить, что предложенная «базовая» структура позволяет получить большое количество вариантов формирования значений функций коррекции, а представленный алгоритм – только один из немногих. Это говорит о перспективах применения метода и возможностях формирования иных алгоритмов синтеза самопроверяемых устройств с его использованием.

Интересным развитием представленного метода является обобщенный метод построения СВК на основе ЛКС с применением взвешенных кодов Боуза – Лина с произвольным значением m , а также с различными значениями модулей

$M \in \{2^2, 2^3, \dots, 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil}\}$. Здесь существуют как

минимум два направления исследований. Первое состоит в изучении особенностей применения последовательности весовых коэффициентов, образующей натуральный ряд чисел, при построении кода, поскольку наличие весовых коэффициентов, кратных значению модуля, приводит к появлению и с ростом m – к увеличению числа однократных необнаруживаемых ошибок [21]. Второе состоит в исследовании особенностей применения последовательностей весовых коэффициентов, образующих ряды с произвольными натуральными числами.

В заключение отметим, что использование ЛКС при синтезе самопроверяемых СВК – это до конца не исследованный подход к построению устройств и систем с обнаружением неисправностей, который может дать существенное улучшение показателей их эффективности по сравнению с известными методами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Согомонян Е.С., Слабаков Е.В. Самопроверяемые устройства и отказоустойчивые системы. – М.: Радио и связь, 1989. – 208 с. [Sogomonyan, E.S., Slabakov, E.V. Samoproveryaemye ustroystva i otkazoustoichivye sistemy. – М.: Radio i svyaz', 1989. – 208 s. (In Russian)].
2. Lala, P.K. Self-Checking and Fault-Tolerant Digital Design. – San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, 2001. – 216 p.
3. Gharibi W., Hahanov V., Chumachenko S., et al. Vector-Logic Computing for Faults-As-Address Deductive Simulation // IAES International Journal of Robotics and Automation. – 2023. – Vol. 12, no. 3. – P. 274–288. – DOI: 10.11591/ijra.v12i3.pp274-288.
4. Ubar R., Raik J., Jenihhin M., Jutman A. Structural Decision Diagrams in Digital Test: Theory and Applications. – Cham: Springer Nature Switzerland AG, 2024. – 595 p. – DOI: 10.1007/978-3-031-44734-1.
5. Пархоменко П.П., Согомонян Е.С. Основы технической диагностики (оптимизация алгоритмов диагностирования, аппаратные средства). – М.: Энергоатомиздат, 1981. – 320 с. [Parkhomenko, P.P., Sogomonyan, E.S. Osnovy tekhnicheskoi diagnostiki (optimizatsiya algoritmov diagnostirovaniya, apparaturnye sredstva). – М.: Ehnergoatomizdat, 1981. – 320 s. (In Russian)].
6. Дрозд А.В., Харченко В.С., Антошчук С.Г. Рабочее диагностирование безопасных информационно-управляющих систем / Под ред. А.В. Дрозда и В.С. Харченко. – Харьков: Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», 2012. – 614 с. [Drozda, A.V., Kharchenko, V.S., Antoshchuk, S.G. Rabochee diagnostirovanie bezopasnykh informatsionno-upravlyayushchikh sistem / Pod red. A.V. Drozda i V.S. Kharchenko. – Khar'kov: Natsional'nyi aehrokosmicheskii universitet im. N.E. Zhukovskogo «KHAИ», 2012. – 614 s. (In Russian)].
7. Mikoni, S. Top Level Diagnostic Models of Complex Objects // Lecture Notes in Networks and Systems. – 2022. – Vol. 442. – P. 238–249. – DOI: 10.1007/978-3-030-98832-6_21.
8. Bennetts, R.G. Design of Testable Logic Circuits. – Boston: Addison-Wesley Publishing Company, 1984. – 164 p.
9. McCluskey, E.J. Logic Design Principles (with Emphasis on Testable Semicustom Circuits). – New Jersey: Prentice-Hall, 1986. – 549 p.
10. Abramovici, M., Breuer, M.A., Friedman, A.D. Digital System Testing and Testable Design. – New Jersey: IEEE Press, 1998. – 652 p.
11. Göessel, M., Ocheretny, V., Sogomonyan, E., Marienfeld, D. New Methods of Concurrent Checking: Edition 1. – Dordrecht: Springer Science+Business Media B.V., 2008. – 184 p.
12. Sahana A.R., Chiraag V., Suresh G., et al. Application of Error Detection and Correction Techniques to Self-Checking VLSI Systems: An Overview // Proceedings of 2023 IEEE Guwahati Subsection Conference (GCON). – Guwahati, 2023. – DOI: 10.1109/GCON58516.2023.10183449.
13. Mitra, S., McCluskey, E.J. Which Concurrent Error Detection Scheme to Choose? // Proceedings of International Test Conference. – Atlantic City, 2000. – P. 985–994. – DOI: 10.1109/TEST.2000.894311.
14. Сагалович Ю.Л., Соломенников В.Ю. Обнаружение неисправностей в схемной реализации системы монотонных булевых функций // Проблемы передачи информации. – 1997. – Т. 33, № 2. – С. 81–93. [Sagalovich, Yu.L., Solomennikov, V.Yu. Obnaruzhenie neispravnoei v skhemnoi realizatsii sistemy monotonnykh bulevykh funktsii // Problemy peredachi informatsii. – 1997. – Vol. 33, no. 2. – P. 81–93. (In Russian)].
15. Гессель М., Дмитриев А.В., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В. Самотестируемая структура для функционального обнаружения отказов в комбинационных схемах // Автоматика и телемеханика. – 1999. – № 11. – С. 162–174. [Ges-sel', M., Dmitriev, A.V., Sapozhnikov, V.V., Sapozhnikov, V.V. A Functional Fault-Detection Self-test for Combinational Circuits // Automation and Remote Control. – 1999. – Vol. 60, no. 11. – P. 1653–1663.]
16. Ефанов Д.В., Погодина Т.С. Исследование свойств самодвойственных комбинационных устройств с контролем вы-

- числений на основе кодов Хэмминга // Информатика и автоматизация. – 2023. – Т. 22, № 2. – С. 349–392. – DOI: 10.15622/ia.22.2.5. [Efanov, D.V., Pogodina, T.S. Issledovanie svoystv samodvoistvennykh kombinatsionnykh ustroystv s kontrol'em vychislenii na osnove kodov Khehminga // Informatika i avtomatizatsiya. – 2023. – Vol. 22, no. 2. – P. 349–392. – DOI: 10.15622/ia.22.2.5. (In Russian)].
17. Ефанов Д.В. Особенности реализации самопроверяемых структур на основе метода инвертирования данных и линейных кодов // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2023. – № 65. – С. 126–138. – DOI: 10.17223/19988605/65/13. [Efanov, D.V. Osobennosti realizatsii samoproveryaemykh struktur na osnove metoda invertirovaniya dannykh i lineinykh kodov // Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika. – 2023. – No. 65. – P. 126–138. – DOI: 10.17223/19988605/65/13. (In Russian)].
18. Гессель М., Морозов А.В., Сапожников В.В., Сапожников В.В. Контроль комбинационных схем методом логического дополнения // Автоматика и телемеханика. – 2005. – № 8. – С. 161–172. [Goessel' M., Morozov A.V., Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov V.V. Checking Combinational Circuits by the Method of Logic Complement // Automation and Remote Control. – 2005. – Vol. 66, no. 8. – P. 1336–1346.]
19. Goessel, M., Graf, S. Error Detection Circuits. – London: McGraw-Hill, 1994. – 261 p.
20. Сапожников В.В., Сапожников В.В., Ефанов Д.В. Коды с суммированием для систем технического диагностирования. Т. 1: Классические коды Бергера и их модификации. – М.: Наука, 2020. – 383 с. [Sapozhnikov, V.V., Sapozhnikov, V.V., Efanov, D.V. Kody s summirovaniem dlya sistem tekhnicheskogo diagnostirovaniya. Vol. 1: Klassicheskie kody Bergera i ikh modifikatsii. – M.: Nauka, 2020. – 383 s. (In Russian)].
21. Сапожников В.В., Сапожников В.В., Ефанов Д.В. Коды с суммированием для систем технического диагностирования. Т. 2: Взвешенные коды с суммированием. – М.: Наука, 2021. – 455 с. [Sapozhnikov, V.V., Sapozhnikov, V.V., Efanov, D.V. Kody s summirovaniem dlya sistem tekhnicheskogo diagnostirovaniya. Vol. 2: Vzveshennyye kody s summirovaniem. – M.: Nauka, 2021. – 455 s. (In Russian)].
22. Аксёнова Г.П. Необходимые и достаточные условия построения полностью проверяемых схем свертки по модулю 2 // Автоматика и телемеханика. – 1979. – № 9. – С. 126–135. [Aksenova, G.P. Necessary and Sufficient Conditions for Design of Completely Checkable Modulo 2 Convolution Circuits // Automation and Remote Control. – 1979. – Vol. 40, no. 9. – P. 1362–1369.]
23. Piestrak, S.J. Design of Self-Testing Checkers for Unidirectional Error Detecting Codes. – Wrocław: Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 1995. – 111 p.
24. Das, D., Touba, N.A. Synthesis of Circuits with Low-Cost Concurrent Error Detection Based on Bose-Lin Codes // Journal of Electronic Testing: Theory and Applications. – 1999. – Vol. 15, iss. 1-2. – P. 145–155. – DOI: 10.1023/A:1008344603814.
25. Ефанов Д.В., Сапожников В.В., Сапожников В.В. The Self-Checking Concurrent Error-Detection Systems Synthesis Based on the Boolean Complement to the Bose-Lin Codes with the Modulo Value $M = 4$ // Electronic Modeling. – 2021. – Vol. 43, iss. 1. – P. 28–45. – DOI: 10.15407/emodel.43.01.028.
26. Ефанов Д.В., Сапожников В.В., Сапожников В.В. Способ построения семейства кодов с суммированием с наименьшим общим количеством необнаруживаемых ошибок в информационных векторах // Информатика. – 2019. – Т. 16, № 3. – С. 101–118. [Efanov, D.V., Sapozhnikov, V.V., Sapozhnikov, V.V. Sposob postroeniya semejstva kodov s summirovaniem s naimen'shim obshchim kolichestvom neobnaruzhivaemykh oshibok v informatsionnykh vektorakh // Informatika. – 2019. – Vol. 16, no. 3. – P. 101–118. (In Russian)].
27. Сапожников В.В., Сапожников В.В. Самопроверяемые дискретные устройства. – СПб: Энергоатомиздат, 1992. – 224 с. [Sapozhnikov, V.V., Sapozhnikov, V.V. Samoproveryaemye diskretnyye ustrojstva. – Spb: Energoatomizdat, 1992. – 224 s. (In Russian)].
28. Ефанов Д.В., Сапожников В.В., Сапожников В.В. О свойствах кода с суммированием в схемах функционального контроля // Автоматика и телемеханика. – 2010. – № 6. – С. 155–162. [Efanov, D.V., Sapozhnikov, V.V., Sapozhnikov, V.V. On Summation Code Properties in Functional Control Circuits // Automation and Remote Control. – 2010. – Vol. 71, no. 6. – P. 1117–1123.]
29. Паушков А.В. Применение взвешенных кодов с суммированием при синтезе схем встроенного контроля по методу логического дополнения // Автоматика на транспорте. – 2022. – Т. 8, № 1. – С. 101–114. – DOI: 10.20295/2412–9186-2022-8-01-101–114. [Pashukov, A.V. Primenenie vzveshennykh kodov s summirovaniem pri sinteze skhem vstroennogo kontrolya po metodu logicheskogo dopolneniya // Avtomatika na transporte. – 2022. – Vol. 8, No. 1. – P. 101–114. – DOI: 10.20295/2412–9186-2022-8-01-101–114. (In Russian)].
30. Patent US3559167A. Self-Checking Error Checker for Two-Rail Coded Data: ser. no. 747533: filed July 25, 1968: patented Jan. 26, 1971 / Carter, W.C., Duke, K.A., Schneider, P.R.
31. Закревский А.Д., Поттосин Ю.В., Черемисинова Л.Д. Логические основы проектирования дискретных устройств. – М.: Физматлит, 2007. – 592 с. [Zakrevskii, A.D., Pottosin, Yu.V., Cheremisinova, L.D. Logicheskie osnovy proektirovaniya diskretnykh ustroystv. – M.: Fizmatlit, 2007. – 592 s. (In Russian)].
32. Morosow, A., Sapozhnikov, V.V., Sapozhnikov, V.V., Goessel, M. Self-Checking Combinational Circuits with Unidirectionally Independent Outputs // VLSI Design. – 1998. – Vol. 5, iss. 4. – P. 333–345. – DOI: 10.1155/1998/20389.
33. Ефанов Д.В., Сапожников В.В., Сапожников В.В. Organization of a Fully Self-Checking Structure of a Combinational Device Based on Searching for Groups of Symmetrically Independent Outputs // Automatic Control and Computer Sciences. – 2020. – Vol. 54, iss. 4. – P. 279–290. – DOI: 10.3103/S0146411620040045.
34. Collection of Digital Design Benchmarks. – URL: <https://ddd.fit.cvut.cz/www/prj/Benchmarks/> (дата обращения: 24.02.24). [Accessed February 24, 2024.]
35. Sentovich, E.M., Singh, K.J., Moon, C. Sequential Circuit Design Using Synthesis and Optimization // Proceedings of IEEE International Conference on Computer Design: VLSI in Computers & Processors. Cambridge, 1992. – P. 328–333. – DOI: 10.1109/ICCD.1992.276282.
36. Sentovich, E.M., Singh, K.J., Lavagno, L. SIS: A System for Sequential Circuit Synthesis. – Berkeley: Electronics Research Laboratory, Department of Electrical Engineering and Computer Science, University of California, 1992. – 45 p.



Статья представлена к публикации членом редколлегии
В. Г. Лебедевым.

Поступила в редакцию 15.03.2024,
после доработки 24.08.2024.
Принята к публикации 29.08.2024.

Ефанов Дмитрий Викторович – д-р техн. наук, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, г. Санкт-Петербург; Российский университет транспорта (МИИТ), г. Москва,

✉ TrES-4b@yandex.ru

ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-4563-6411>

Елина Есения Игоревна – аспирант, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, г. Санкт-Петербург,

✉ eseniya-elina@mail.ru

ORCID iD: <https://orcid.org/0009-0004-4167-3591>

© 2024 г. Ефанов Д.В., Елина Е.И.



Эта статья доступна по [лицензии Creative Commons «Attribution» \(«Атрибуция»\) 4.0 Всемирная.](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

DESIGN OF SELF-CHECKING DIGITAL DEVICES WITH BOOLEAN SIGNALS CORRECTION USING WEIGHT-BASED BOSE-LIN CODES

D. V. Efanov^{*,**} and Y. I. Yelina^{*}

^{*}Peter the Great Saint Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia

^{**}Russian University of Transport, Moscow, Russia

✉ TrES-4b@yandex.ru, ✉ eseniya-elina@mail.ru

Abstract. This paper proposes a method for designing self-checking digital devices with Boolean signals correction and weight-based Bose–Lin codes. Unlike previous studies, the method involves Boolean signals correction (BSC) in the concurrent error-detection (CED) circuit for those functions describing the outputs of source devices that participate in the formation of data symbols of weight-based Bose–Lin codes. In such codes, as in the absolute majority of uniform separable codes, large number of data vectors correspond to the same check vector; therefore, it is possible to choose a method for determining BSC functions. We describe an algorithm for determining their values for each input combination, considering the testability of the checker and transformation elements in the CED circuit. The method involves the so-called “base” structure for monitoring multi-output devices by output groups. With this method, the designer of a self-checking device has high variability in choosing the design method and can regulate important indicators (structure redundancy, controllability, energy consumption, and others). Experiments with combinational benchmarks from MCNC Benchmarks were carried out. According to the experimental data, the method has high efficiency in terms of structure redundancy compared to the duplication method widespread in practice. The method can be effective when designing real devices with fault detection used in all areas of technology, including critical application systems in industry and transport.

Keywords: self-checking device, concurrent error-detection circuit, Boolean signals correction, weight-based sum code, weight-based Bose–Lin code.

ОБОБЩЕННАЯ МЕТРИКА ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ АЛГОРИТМОВ РЕКОМЕНДАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ ЭНТРОПИЙНОГО МЕТОДА[#]

Р. С. Кульшин*, А. А. Сидоров**

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники

*✉ roman.s.kulshin@tusur.ru, **✉ anatolii.a.sidorov@tusur.ru

Аннотация. Рассматривается задача формирования интегрального показателя для оценки эффективности алгоритмов рекомендательных систем, который был создан путем объединения отдельных метрик с использованием энтропийного метода. Работа основывается на исследовании в качестве базы для тестирования набора из 12 алгоритмов, с одной стороны, и трех наборов данных, с другой, для каждой комбинации которых были рассчитаны отдельные критерии, используемые в практике оценки рекомендательных систем. Результаты исследования свидетельствуют о том, что полученный интегральный показатель является эффективным инструментом оценки работы алгоритмов рекомендательных систем. Показано, что качество работы алгоритмов различается в зависимости от размера и иных базовых характеристик набора данных. Обобщенная мера может быть использована для разработки более эффективных алгоритмов, их ансамблей, оптимизации гиперпараметров и улучшения качества рекомендаций.

Ключевые слова: рекомендательные системы, интегральный показатель, алгоритмы, метрики, наборы данных.

ВВЕДЕНИЕ

В рамках гибридного мира, когда реальные общественные отношения тесным образом переплетаются с цифровыми практиками коммуникаций и экономических активностей, рекомендательные системы становятся востребованными сервисами среди различных бизнес-акторов, как предлагающих на рынке различные виды продукции, так и потребляющих их. Так, в условиях постоянного роста объемов данных получатели различных благ сталкиваются с необходимостью эффективного поиска и фильтрации информации [1], а их производители ищут способы повышения эффективности маркетинговой деятельности, направленной на стимулирование потребления производимых товаров и услуг. В обозначенном контексте рекомендательные системы используются для предоставления персонализированных рекомендаций в различных бизнес-сегментах: от онлайн-покупок до потокового воспроизведения музыки и фильмов.

[#] Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки России; проект FEWM-2023-0013.

В сфере электронной коммерции рекомендации товаров позволяют покупателям находить продукты, наиболее соответствующие их интересам и предпочтениям. Рекомендательные системы анализируют данные о предыдущих покупках, просмотрах товаров [2] и поведенческих паттернах и на этой основе предлагают наиболее релевантные варианты. На стриминговых платформах для прослушивания музыки и просмотра фильмов рекомендации играют ключевую роль в обеспечении удовлетворения интересов пользователей: на основе анализа предпочтений относительно жанров, исполнителей, режиссеров, а также посредством учета рейтингов и отзывов предоставляются персонализированные списки воспроизведения и рекомендации контента [3].

Технологии, лежащие в основе рекомендательных систем, включают в себя машинное обучение, алгоритмы коллаборативной фильтрации и контент-фильтрации. Многие из них также используют нейросетевой подход [4] для более точного анализа и предсказания предпочтений пользователей. Востребованность рассматриваемых программных сервисов и продуктов порождает появ-



ление большого количества алгоритмов, метриками оценки эффективности которых являются два параметра: время и память, характеризующиеся асимптотическим ограничением. Самым распространенным методом оценки алгоритмов является Big O [5]. Нотация Big O используется для описания сложности алгоритмов и позволяет сравнивать их эффективность на основании данных одного типа.

В тоже время, в концепции рекомендательных алгоритмов существует множество других метрик, характеризующих результаты их работы. Перечень критериев оценки довольно обширен и включает в себя как параметры, характерные для методов машинного обучения в целом, так и специализированные метрики рекомендательных алгоритмов [6]. Они измеряют точность, полноту, разнообразие рекомендаций, надежность, понятность, удовлетворенность пользователей, покрытие каталога, скорость обработки запросов и другие характеристики. Каждая метрика имеет свои преимущества и ограничения в зависимости от контекста применения и целей системы рекомендаций.

Использование разнообразных метрик позволяет получить более полное представление о различных обобщенных аспектах рекомендательных алгоритмов, не имеющих, как правило, общеразделяемого научным и профессиональным сообществом смысла (производительности, результативности, эффективности, качестве) и пригодности алгоритмов для конкретных задач и аудиторий.

В обозначенной ситуации при сравнении алгоритмов и выборе того или иного из них для решения конкретной задачи возникают следующие трудности:

- Существует большое количество метрик оценки алгоритмов, положенных в основу рекомендательных систем, каждая из которых подходит для оценки разных аспектов рекомендаций. Это может привести к неоднозначным результатам, когда различные метрики указывают на разные алгоритмы как на лучшие.

- Некоторые метрики могут быть взаимосвязаны или зависеть друг от друга. Улучшение значения одной метрики может привести к ухудшению значения другой. Это усложняет принятие решения о том, какой из алгоритмов является более подходящим.

- Значения метрик могут варьироваться в зависимости от контекста. Например, точность может отличаться в различных сферах применения.

Создание единой метрики оценивания рекомендательного алгоритма является необходимым шагом для обеспечения объективности, сравнимо-

сти и улучшения качества рекомендаций. Это позволяет стандартизировать оценку эффективности алгоритмов, выбрать наиболее подходящий для конкретной задачи и оптимизировать использование ресурсов.

Основная гипотеза работы заключается в том, что все алгоритмы формирования рекомендаций ведут себя по-разному в зависимости от контекста данных, размера наборов данных и прочих характеристик среды формирования рекомендаций. Для того чтобы избежать трудозатратного эмпирического подбора алгоритма со сравнением множества метрик под конкретную ситуацию, предлагается создать суперкритерий оценки рекомендательных алгоритмов.

1. МЕТОДОЛОГИЯ

1.1. Интегральный показатель как обобщенная мера

В качестве единого критерия предлагается использовать интегральный показатель, представляющий сводную величину, объединяющую в себе несколько отдельных релевантных метрик для измерения сложной синтетической конструкции [7–10]. На сегодняшний день интегральные показатели используются в различных областях для оценки:

- производительности компаний, рынков и экономики в целом [11–13];
- состояния здоровья пациента [14–16];
- состояния окружающей среды [17–19];
- рисков в различных областях [20–22];
- качества образования и успеваемости студентов [23–25];
- и др.

Они имеют свои преимущества и недостатки. Так, к преимуществам интегральных показателей можно отнести то, что они:

- позволяют объединить несколько отдельных индикаторов или переменных в обобщенную метрику, что делает их удобными для анализа и сравнения [7, 9, 10, 24];
- позволяют проводить анализ на базе логического содержательного объединения переменных, связанных с определенной областью или темой [9, 10, 13];
- могут быть использованы во многих областях и для решения различных задач, что делает их универсальными инструментами для анализа и прогнозирования [9, 13].

Говоря о достоинствах интегральных показателей, нельзя не отметить и некоторые недостатки данной концепции:

- узким местом рассматриваемой методологии является вопрос присвоения весов отдельным индикаторам, что порождает возможность манипулирования в рамках обоснования того или иного решения, принятого на основе результатов расчетов обобщенной меры [7, 24];

- использование интегральных показателей может быть ограничено доступностью данных, требуемых с точки зрения содержательного обоснования структуры суперкритерия [7, 13].

Несмотря на указанные недостатки, интегральные показатели могут быть эффективными, так как возможность их применения во многих контекстах наделяет их свойством гибкого инструментария, способного адаптироваться под различные задачи и условия.

Само по себе применение методологического подхода, основанного на исчислении интегрального показателя, представляется достаточно дискуссионным, что породило появление в научном сообществе двух лагерей – его противников и сторонников. Несмотря на разнообразие точек зрения и спорных моментов (например, в части отбора первоначального перечня критериев, выбора методов определения весовых коэффициентов и агрегации, способов нормализации показателей, измеряемых в различных диапазонах и шкалах), обобщенная мера представляет достаточно удобный и имеющий хорошо интерпретируемый результат инструмент для сравнения альтернативных вариантов и принятия решений при наличии множества критериев. Его высокая степень «настраиваемости» позволяет адаптировать метод к различным ситуациям и потребностям.

Разнообразие областей применения рассматриваемого методологического подхода, а также возможность работы с разнородными данными позволяет использовать его в новой предметной области: для комплексной оценки эффективности алгоритмов. С его помощью можно учесть различные аспекты работы алгоритмов и суммировать их в единую метрику, которая представляется более удобной в рамках анализа результата работы, описываемого множеством частных критериев, что в конечном счете значительно повышает объективность оценки.

Интегральные показатели, успешно применяемые для анализа и оценки в социально-экономических областях [11–25], ранее не были использованы для оценки алгоритмов. Новизна предлагаемого подхода заключается в адаптации методологии для использования в сфере информационных технологий. Основное внимание уделено оценке эффективности алгоритмов формирования

рекомендаций, что открывает новые возможности для их анализа и улучшения их производительности.

1.2. Метрики

Для формирования интегрального показателя были выбраны основные метрики оценки алгоритмов машинного обучения и персонализированных рекомендательных систем.

- *AveragePopularity* – средняя популярность рекомендуемых объектов [26, 27]:

$$AveragePopularity = \frac{1}{|U|} \sum_{u \in U} \frac{\sum_{i \in R(u)} \phi(i)}{|R(u)|},$$

где U – множество всех пользователей, для которых сформированы рекомендации; $|U|$ – количество пользователей, для которых сформированы рекомендации; u – конкретный пользователь, данные которого используются при расчете; $R(u)$ – множество рекомендаций; $|R(u)|$ – количество элементов во множестве рекомендаций; $\phi(i)$ – количество рекомендаций элемента i в обучающих данных.

Если *AveragePopularity* принимает высокие значения, это может свидетельствовать о том, что система часто рекомендует популярные элементы, что может быть полезным для привлечения внимания пользователей. С другой стороны, слишком высокая средняя популярность может привести к недостаточному разнообразию рекомендаций.

- *GAUC* (*Grouped Area under the Curve*, сгруппированная область под кривой) – характеризует качество ранжирования для всех пользователей:

$$GAUC = \frac{1}{\sum_{u \in U} |R(u)|} \sum_{u \in U} |R(u)| AUC(u).$$

Здесь *AUC*(u) – метрика оценки качества моделей в задачах классификации и ранжирования:

$$AUC(u) = \left(|R(u)| (n+1) - \frac{|R(u)| (|R(u)| + 1)}{2} - \sum_{i=1}^{|R(u)|} rank_i \right) / (|R(u)| (n - |R(u)|)),$$

где $rank_i$ – нисходящий ранг i -го элемента множества $R(u)$; n – общее количество взаимодействий пользователя с элементом.

Метрика *AUC* отражает площадь под кривой *ROC* (*Receiver Operating Characteristic*), представляющей график, который показывает отношение доли правильно классифицированных положительных случаев к доле неправильно классифицированных положительных случаев при варьирова-



нии порога для принятия решения [28]. Эта метрика дает количественную оценку того, насколько модель способна проводить различия между классами (например, положительными и отрицательными случаями) при различных порогах [29].

Показатель *GAUC* демонстрирует, насколько хорошо модель ранжирует рекомендации для пользователей. Иными словами, насколько эффективно модель различает рекомендации, удовлетворяющие и не удовлетворяющие пользователя. Эта метрика используется для задач, где важно ранжирование предложений, таких как рекомендации товаров или контента.

• *GiniIndex* (индекс Джини) характеризует разнообразие распределения сформированных рекомендаций:

$$GiniIndex = \frac{\sum_{i=1}^{|I|} (2i - |I| - 1)P(i)}{|I| \sum_{i=1}^{|I|} P(i)},$$

где $P(i)$ – популярность каждого элемента после обучения алгоритма; $|I|$ – рейтинг рекомендуемых объектов в неубывающем порядке.

GiniIndex используется для измерения того, насколько равномерно распределены рекомендации для каждого пользователя. Более равномерное распределение означает, что рекомендации более разнообразны и удовлетворяют различным интересам пользователя. Если распределение близко к идеальному, то *GiniIndex* будет принимать значение около нуля. Если рекомендации сосредоточены вокруг небольшого числа элементов, индекс Джини будет ближе к максимальному значению [30].

• *HitRate* (усеченный коэффициент попадания) – отношение числа рекомендаций, удовлетворяющих пользователя, к общему числу рекомендаций [31]:

$$HitRate = \frac{1}{|U|} \sum_{u \in U} |\overline{R(u)} \cap R(u)|,$$

где $\overline{R(u)}$ – множество рекомендаций, удовлетворяющих пользователя.

HitRate указывает на то, какая доля рекомендаций была действительно полезна для пользователя; чем его значение выше, тем более успешна система рекомендаций.

• *Precision* (положительное прогностическое значение) – доля релевантных элементов среди всех рекомендуемых [32]:

$$Precision = \frac{1}{|U|} \sum_{u \in U} \frac{|\overline{R(u)} \cap R(u)|}{|\overline{R(u)}|}.$$

Данный показатель демонстрирует, насколько точно система выбирает сущности, которые пользователь предпочтет. Чем выше значение *Precision*, тем более точными являются рекомендации.

• *Recall* – это мера для вычисления доли релевантных элементов из всего множества сформированных рекомендаций [33]:

$$Recall = \frac{1}{|U|} \sum_{u \in U} \frac{|\overline{R(u)} \cap R(u)|}{|R(u)|}.$$

Она указывает на то, какую долю релевантных элементов система смогла учесть в своих рекомендациях.

Метрики *Recall* и *Precision* на первый взгляд похожи, но имеют принципиальные отличия. *Recall* фокусируется на обнаружении как можно большего числа релевантных элементов и минимизации упущенных возможностей, а *Precision* – на точности выбора элементов и минимизации предоставления нерелевантных рекомендаций.

Высокое значение *Recall* означает, что система хорошо охватывает интересы пользователя, но может включать в рекомендации больше шума, а *Precision* – что система предоставляет точные рекомендации, но может упускать некоторые интересные элементы.

• Энтропия Шеннона – разнообразие рекомендаций, сформированных для пользователя [34]:

$$ShannonEntropy = - \sum_{i=1}^{|I|} p(i) \log p(i),$$

где $p(i)$ – вероятность рекомендации объекта i .

Если рекомендации разнообразны и покрывают различные интересы пользователя, энтропия будет высокой. Оценка энтропии в рекомендательных системах может быть полезной для оптимизации баланса между персонализацией (предоставление рекомендаций, соответствующих уникальным интересам пользователя) и разнообразием (предоставление рекомендаций, покрывающих более широкий спектр интересов).

• *MAP* (*Mean Average Precision*) – общее качество ранжирования элементов:

$$MAP@K = \frac{1}{|U|} \sum_{u \in U} \left(\frac{1}{\min(|\overline{R(u)}|, K)} \times \sum_{j=1}^{|\overline{R(u)}|} |I| \overline{R(u)}_j Precision \right),$$

$$\overline{R(u)}_j \in R(u),$$

где K – усеченное количество сформированных рекомендаций; j – индекс рекомендации, удовлетворяющей пользователя.

Усеченное количество сформированных рекомендаций является выборкой наиболее рекомендуемых объектов и задается разработчиком системы. Оно может принимать любое значение, не превышающее количество объектов рекомендации. На практике чаще всего используется значение 10.

Данный показатель является полезной метрикой для оценки качества моделей рекомендательных систем, особенно когда важно учесть ранжирование рекомендаций. Каждый пользователь рассматривается отдельно, что позволяет учесть индивидуальные предпочтения и интересы. Поскольку *MAP* усредняет значение *Precision* всех пользователей, эта метрика предоставляет обобщенную оценку ранжирования рекомендательной системы.

• *MRR* (*Mean reciprocal rank*, средний взаимный ранг) – качество ранжирования первого элемента в списке рекомендуемых [35]:

$$MRR = \frac{1}{|U|} \sum_{u \in U} \frac{1}{rank_u^*},$$

где $rank_u^*$ – это ранговая позиция первого релевантного элемента, найденного алгоритмом для пользователя.

Данный показатель широко используется для оценки качества поисковых систем, рекомендательных систем и решения других задач, где важно учитывать ранжирование результатов. Чем выше *MRR*, тем лучше. Значение *MRR* будет равно единице, если релевантный элемент всегда находится на первой позиции в ранжированном списке.

• *NDCG* (*Normalized discounted cumulative gain*, нормализованный дисконтированный совокупный выигрыш) – это показатель качества ранжирования, при котором учитывается соотношение позиций и релевантности элементов в ранжированном списке [36]:

$$NDCG@K = \frac{1}{|U|} \sum_{u \in U} \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^{\min(R(u), K)} \frac{1}{\log_2(i+1)}} \times \sum_{i=1}^K \delta(i \in R(u)) \frac{1}{\log_2(i+1)} \right),$$

где δ – индикаторная функции (если $i \in R(u)$, то $\delta = 1$, иначе $\delta = 0$); i – рекомендация входящая в усеченный список.

Показатель *NDCG* широко используется для оценки качества ранжирования в рекомендательных системах, особенно в тех случаях, когда важен не только факт наличия релевантных рекомендаций, но и их порядок в списке.

Кроме того, в ходе проведения экспериментов использовались метрики, указывающие на затраченные память и время. Затраченная оперативная память вычислялась при помощи пакета *memory_profiler* языка Python. Под временем обучения алгоритма понимается настройка гиперпараметров или обучение слоев эмбединга на основе метрики *Recall*. Настройка гиперпараметров возможна на основании одной метрики. Показатель *Recall* был выбран в связи с тем, что эта характеристика важна для решения задач, в которых упущенные данные могут привести к серьезным последствиям.

Вычисления производились на компьютере с процессором Intel(R) Xeon(R) Silver 4214R @ 2.40GHz и 132 Gb RAM. При воспроизведении результатов время, замеряемое в ходе проведения эксперимента, может отличаться в зависимости от используемого вычислительного оборудования.

2. МАТЕРИАЛЫ И ИНСТРУМЕНТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

2.1. Наборы данных

При формировании наборов данных учитывались следующие условия. Для обеспечения разнообразия исходного материала и адекватности исследования было принято решение использовать три набора данных, в каждом из которых представлены различные объемы информации о предпочтениях пользователей. Первые два набора – *MovieLens 100k* и *MovieLens 1m* – включают в себя 100 тысяч и 1 миллион записей соответственно. Оба набора содержат ценную информацию о рейтингах, присвоенных пользователями фильмам, а также демографические данные. Наборы *MovieLens* используются для исследований в области рекомендательных систем и машинного обучения. В качестве третьего набора данных был выбран *Amazon Gift Card*, входящий в пакет *Amazon Review Data*. Он относится к другой предметной области нежели *MovieLens* и характеризуется большой разреженностью данных. Данные *Amazon Review Data (2018)* представляют собой набор отзывов из интернет-магазина Amazon, включающий информацию о продукте, пользователе, оценках и тексте отзыва. Этот набор содержит около 35 миллионов отзывов за 18 лет и является одним из самых используемых в машинном обучении. Набор данных *Amazon Review Data (2018)* может быть использован для различных целей, таких как анализ тональности отзывов, обработка естественного языка, а также для обучения моделей. Для исследований был взят тематический набор данных



Amazon Gift Card, включающий в себя информацию об отзывах на подарочные карты.

Характеристики используемых наборов данных представлены в табл. 1.

Таблица 1

Характеристики наборов данных

Параметр	Наборы данных		
	MovieLens 100k	MovieLens 1m	Amazon Gift Card
Количество пользователей	944	6041	128878
Среднее количество действий пользователей	106,04	165,59	1,1421
Количество предметов	1683	3707	1549
Среднее количество действий с предметом	59,45	269,88	95,08
Количество пересечений	100000	1000209	147194
Разреженность набора данных, %	93,70	95,50	99,92

Таким образом, подобранные наборы удовлетворяют описанным выше условиям. При этом MovieLens 1m представляет собой набор данных с большим количеством записей, по сравнению с MovieLens 100k, что позволит проанализировать влияние числа записей в наборе на оценку алгоритма.

При сопоставлении Amazon Gift Card с MovieLens наблюдается существенное различие в среднем количестве действий, совершаемых пользователями. В MovieLens среднее количество действий пользователя более 100, а в Amazon Gift Card это число немногим превышает 1. Такая разница в количестве создает значительные проблемы для рекомендательных алгоритмов. При работе с Amazon Gift Card и его сравнительно ограниченным количеством действий пользователей рекомендательные алгоритмы сталкиваются с трудностями в предсказании и обобщении предпочтений. Усеченное количество данных может привести к недостаточной репрезентативности образцов, что затрудняет точные прогнозы и рекомендации.

2.2. Алгоритмы

В рамках исследования оценивались следующие рекомендательные алгоритмы:

- BPR – Bayesian Personalized Ranking from Implicit Feedback [37];
- LINE – Large-Scale Information Network Embedding [38];

- NeuCF – Neural Collaborative Filtering [39];
- DMF – Deep Matrix Factorization [40];
- SpectralCF – Spectral Collaborative Filtering [41];
- LightGCN – Simplifying and Powering Graph Convolution Network for Recommendation [42];
- MultiVAE – Variational Autoencoders for Collaborative Filtering [43];
- CDAE – Collaborative Denoising Auto-Encoders [44];
- RaCT – Ranking-Critical Training for Collaborative Filtering [45];
- SLIM – Sparse Linear Method [46];
- ItemKNN – Item-based collaborative filtering [47];
- DiffRec – Diffusion Recommender Model [48].

Данный перечень был составлен с учетом необходимости охвата различных алгоритмов формирования рекомендаций для обеспечения максимального разнообразия. Важно отметить, что в настоящее время существует гораздо большее количество подходов, чем рассмотрено в данной работе. Выбор был сделан с целью обеспечения адекватного представления разнообразных алгоритмов и их особенностей в контексте формирования рекомендаций. В то же время стоит подчеркнуть, что множество других алгоритмов также заслуживает внимания и может быть объектом дальнейших исследований в данной области.

В качестве платформы реализации алгоритмов была выбрана библиотека с открытым исходным кодом RecBole, разработанная на языке программирования Python и фреймворке машинного обучения PyTorch. Она предлагает широкий спектр алгоритмов и подходов к построению рекомендаций, а также инструменты для разработки, тестирования и оценки рекомендательных алгоритмов [49].

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

3.1. Расчет показателей работы алгоритмов

Расчеты производились для всех указанных выше наборов данных. Для наглядности промежуточные этапы описаны только для MovieLens 100k. При сборе метрик для параметра K (усеченного количества сформированных рекомендаций) использовалось значение 10.

Все собранные метрики, за исключением памяти, времени подготовки, времени предсказания и средней популярности (*Average Popularity*), представляют собой коэффициенты, принимающие значения в диапазоне от 0 до 1. Затраченная па-

мья представлена в мегабайтах, временные показатели – в секундах, средняя популярность – в количестве взаимодействий пользователей с объектом. Собранные данные отражены в табл. 2–4.

3.2. Модель

Была сформирована модель интегрального показателя: 13 параметров были «свернуты» в четыре субиндекса второго слоя; характеристики *Preparation time* (время подготовки), *Prediction time* (время формирования рекомендаций) и *Memory* (объем затраченной памяти) были агрегированы в субиндекс *Resources*; *Recall* и *Precision* были приведены к *Accuracy*; метрики *GAUC*, *MMR*, *NDCG*, *HitRate* и *MAP* были «свернуты» в субиндекс *Ranking*; показатели *Average Popularity*, *Gini Index* и *Shannon Entropy* обобщены в субиндекс *Diversity*. Структура интегрального показателя представлена на рис. 1.

Данная модель строилась исходя из принципа логического объединения параметров.

3.3. Вычисления

Для создания интегрального показателя необходимо решить три основные задачи:

- произвести нормализацию частных критериев, так как они имеют различную размерность и единицы измерений;
- произвести расчет весовых коэффициентов на слоях сети;
- определить принцип свертки частных критериев в интегральный показатель и его структурные элементы.

Для удобства построения обобщенной меры значения частных критериев должны удовлетворять следующим требованиям:

- все частные критерии должны быть безразмерны;
- для сравнения различных объектов между собой значения частных критериев должны изменяться в одном диапазоне, например, от 0 до 1;
- все частные критерии должны быть однонаправленны.

Для того чтобы исходные данные удовлетворяли всем описанным выше критериям, была проведена минимаксная нормализация значений:

$$e_{ij} = \frac{x_{ij} - \min_{k=1,n}(x_{kj})}{\max_{k=1,n}(x_{kj}) - \min_{k=1,n}(x_{kj})},$$

где e_{ij} – нормализованное значение j -й метрики для i -го алгоритма; x_{ij} – фактическое значение j -й метрики для i -го алгоритма; n – количество алгоритмов.

Для некоторых показателей, таких как *Prediction time*, *Preparation time*, *Memory* и *Average popularity*, была применена нормализация с инверсией значений в том же числовом диапазоне от 0 до 1, так как рост значений этих критериев соответствует ухудшению оценки:

$$e_{ij} = 1 - \frac{x_{ij} - \min_{k=1,n}(x_{kj})}{\max_{k=1,n}(x_{kj}) - \min_{k=1,n}(x_{kj})}.$$

В табл. 5 представлены нормализованные значения показателей.

Для формирования интегрального показателя предлагается энтропийный метод нахождения весовых коэффициентов частных критериев, который основан на анализе оценок среднеквадратических отклонений частных критериев каждого из них, получаемых по всей совокупности исследуемых объектов [50].

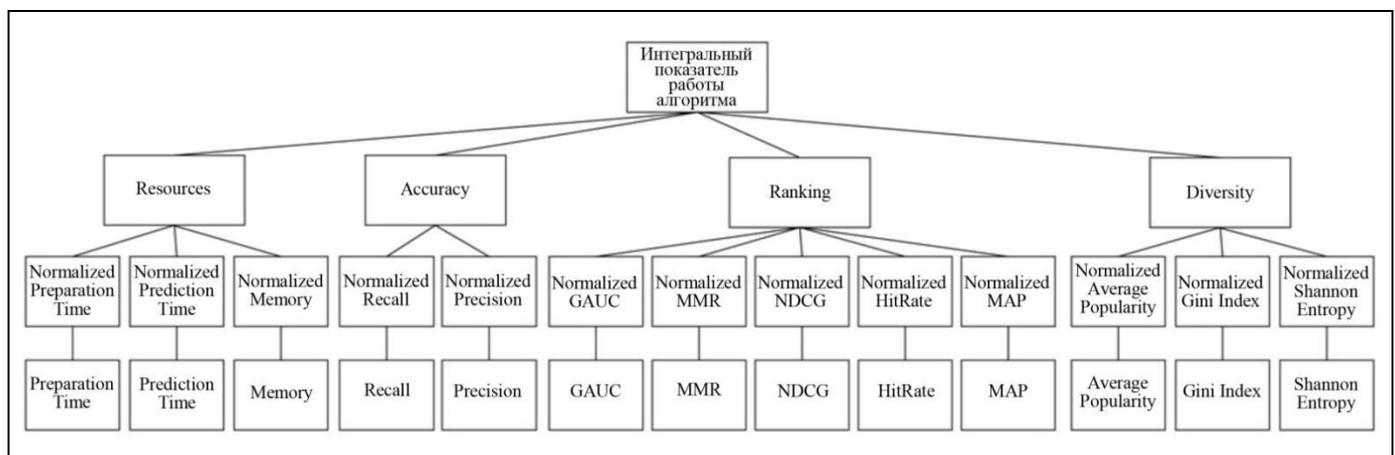


Рис. 1. Сформированный интегральный показатель

Таблица 2

Показатели работы алгоритмов с набором данных MovieLens 100k

Алгоритм	Память, мегабайт	Время подготовки (T prep.), с	Время предсказания (T pred.), с	Метрики									
				Recall	Precision	GAUC	MMR	NDCG	HitRate	MAP	Average Popularity	Gini Index	Shannon Entropy
BPR	290	20,275	0,192	0,239	0,191	0,918	0,482	0,286	0,772	0,174	241,928	0,925	0,0116
LINE	431,1	19,703	0,189	0,217	0,178	0,914	0,438	0,256	0,751	0,147	173,535	0,864	0,0104
NeuCF	454	40,751	0,923	0,238	0,189	0,919	0,459	0,277	0,766	0,165	226,602	0,911	0,0104
DMF	634,6	59,024	0,210	0,236	0,188	0,894	0,441	0,272	0,782	0,161	227,201	0,911	0,0116
SpectralCF	501,1	32,002	0,289	0,099	0,099	0,848	0,265	0,133	0,498	0,068	338,649	0,988	0,0497
LightGCN	448,3	66,221	1,191	0,226	0,177	0,909	0,453	0,268	0,750	0,161	257,067	0,945	0,0166
MultiVAE	629,6	51,722	0,532	0,237	0,182	0,911	0,463	0,276	0,766	0,165	239,964	0,923	0,0110
CDAE	516	7,853	0,220	0,098	0,096	0,698	0,279	0,135	0,504	0,071	320,434	0,986	0,0564
RaCT	404	112,653	0,662	0,263	0,201	0,918	0,486	0,298	0,808	0,178	223,918	0,892	0,0090
SLIM	416,7	0,455	0,310	0,275	0,217	0,911	0,523	0,324	0,812	0,202	246,862	0,931	0,0147
ItemKNN	521,4	0,741	0,323	0,247	0,193	0,907	0,462	0,283	0,785	0,170	217,709	0,914	0,0125
DiffRec	389,1	112,452	0,936	0,278	0,212	0,897	0,536	0,325	0,828	0,200	232,248	0,907	0,0111

Таблица 3

Показатели работы алгоритмов с набором данных MovieLens 1m

Алгоритм	Память, мегабайт	Время подготовки (T prep.), с	Время предсказания (T pred.), с	Метрики									
				Recall	Precision	GAUC	MMR	NDCG	HitRate	MAP	Average Popularity	Gini Index	Shannon Entropy
BPR	790,5	210,782	2,695	0,163	0,200	0,927	0,445	0,256	0,742	0,152	1147,6	0,885	0,0035
LINE	931,2	190,290	2,680	0,147	0,175	0,920	0,405	0,225	0,707	0,129	721,73	0,791	0,0035
NeuCF	439,5	369,691	13,162	0,145	0,184	0,924	0,403	0,229	0,710	0,132	1136,8	0,896	0,0040
DMF	926,4	1666,525	2,468	0,152	0,188	0,888	0,424	0,239	0,724	0,138	1265,9	0,928	0,0054
SpectralCF	614,7	5327,285	2,691	0,142	0,187	0,922	0,411	0,233	0,701	0,137	1142	0,891	0,0037
LightGCN	601,2	5217,235	2,815	0,155	0,166	0,924	0,390	0,214	0,743	0,112	1136,1	0,889	0,0037
MultiVAE	1019,1	409,670	4,715	0,179	0,200	0,924	0,447	0,260	0,769	0,151	1137,6	0,876	0,0034
CDAE	1215,4	517,649	3,052	0,147	0,192	0,912	0,435	0,243	0,710	0,143	1511,7	0,954	0,0055
RaCT	1122,5	556,044	4,915	0,175	0,196	0,924	0,433	0,252	0,763	0,145	1128,3	0,875	0,0033
SLIM	916,7	6,819	5,379	0,193	0,225	0,909	0,503	0,296	0,791	0,182	1421,5	0,951	0,0068
ItemKNN	1739,1	9,702	4,583	0,163	0,199	0,917	0,447	0,256	0,742	0,152	1201,2	0,918	0,0045
DiffRec	797,2	500,809	7,739	0,200	0,232	0,917	0,511	0,303	0,806	0,186	1277,6	0,922	0,0053



Таблица 4



Показатели работы алгоритмов с набором данных Amazon Gift Card

Алгоритм	Память, мегабайт	Время подготовки (T prep.), с	Время предсказания (T pred.), с	Метрики									
				Recall	Precision	GAUC	MMR	NDCG	HitRate	MAP	Average Popularity	Gini Index	Shannon Entropy
BPR	734,4	26,275	4,171	0,076	0,008	0,550	0,028	0,039	0,076	0,028	796,207	0,898	0,0115
LINE	1099,6	45,129	4,123	0,067	0,007	0,505	0,026	0,035	0,067	0,026	755,302	0,888	0,0091
NeuCF	1156,8	64,381	6,920	0,194	0,019	0,909	0,089	0,114	0,194	0,089	2974,811	0,993	0,1484
DMF	1268,3	319,145	4,464	0,219	0,022	0,862	0,093	0,122	0,219	0,093	2849,264	0,993	0,0993
SpectralCF	1356,6	179,778	3,587	0,213	0,021	0,908	0,092	0,121	0,213	0,092	2955,627	0,993	0,1501
LightGCN	1389,8	373,526	4,091	0,112	0,011	0,635	0,048	0,063	0,112	0,048	836,715	0,900	0,0087
MultiVAE	1515,4	152,994	5,120	0,315	0,032	0,915	0,125	0,170	0,315	0,125	1896,761	0,957	0,0061
CDAE	1505,8	48,741	4,803	0,212	0,021	0,786	0,093	0,121	0,212	0,093	2884,900	0,993	0,1631
RaCT	1514,7	191,619	5,590	0,319	0,032	0,913	0,125	0,170	0,319	0,125	1918,316	0,955	0,0061
SLIM	718,8	1,457	4,193	0,004	0,001	0,500	0,001	0,002	0,004	0,001	106,559	0,994	0,1921
ItemKNN	1146,1	3,545	3,960	0,172	0,017	0,741	0,073	0,096	0,172	0,073	316,197	0,875	0,0093
DiffRec	1408,8	231,541	11,727	0,231	0,023	0,758	0,101	0,132	0,232	0,101	2291,953	0,970	0,0096

Таблица 5

Нормализованные показатели работы алгоритмов для набора данных MovieLens 100k

Алгоритм	Память, мегабайт	Время подготовки (T prep.), с	Время предсказания (T pred.), с	Метрики									
				Recall	Precision	GAUC	MMR	NDCG	HitRate	MAP	Average Popularity	Gini Index	Shannon Entropy
BPR	1	0,8234	0,9965	0,7835	0,7926	0,9946	0,8007	0,8004	0,8296	0,7869	0,5858	0,4919	0,0549
LINE	0,5905	0,8285	1	0,6602	0,6786	0,9743	0,6364	0,6404	0,7653	0,5902	1	0	0,0295
NeuCF	0,5240	0,6409	0,2677	0,7790	0,7719	1	0,7172	0,7535	0,8102	0,7213	0,6786	0,3793	0,0295
DMF	0	0,4780	0,9785	0,7685	0,7669	0,8866	0,6501	0,7285	0,8584	0,6930	0,6750	0,3834	0,0549
SpectralCF	0,3874	0,7189	0,8995	0,0056	0,0248	0,6766	0	0	0	0	0	1	0,8587
LightGCN	0,5406	0,4138	0	0,7135	0,6711	0,9540	0,6932	0,7040	0,7620	0,6915	0,4941	0,6556	0,1603
MultiVAE	0,0145	0,5431	0,6576	0,7740	0,7141	0,9621	0,7309	0,7467	0,8102	0,7221	0,5977	0,4741	0,0422
CDAE	0,3442	0,9341	0,9684	0	0	0	0,0517	0,0135	0,0161	0,0179	0,1103	0,9854	1
RaCT	0,6692	0	0,5277	0,9167	0,8694	0,9955	0,8136	0,8629	0,9391	0,8204	0,6949	0,2285	0
SLIM	0,6323	1	0,8791	0,9845	1	0,9612	0,9524	0,9953	0,9518	1	0,5559	0,5397	0,1203
ItemKNN	0,3285	0,9975	0,8656	0,8290	0,8066	0,9435	0,7279	0,7858	0,8681	0,7563	0,7325	0,4003	0,0738
DiffRec	0,7124	0,0018	0,2549	1	0,9587	0,8975	1	1	1	0,9821	0,6444	0,3477	0,0443



Таблица 6

По всем критериям оценки на каждом наборе данных было рассчитано среднеквадратическое отклонение

$$f_j = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (e_{ij} - \bar{e}_j)^2}{N-1}},$$

где e_{ij} – нормированное значение; \bar{e}_j – среднее значение метрики для всех алгоритмов; N – количество алгоритмов.

В табл. 6 представлены среднеквадратические отклонения для каждого параметра.

Далее были определены веса в каждом слое в рамках каждой группы частных критериев и субиндексов (v_j – веса в первом слое); для расчета весовых коэффициентов необходимо среднеквадратическое отклонение конкретного параметра разделить на сумму среднеквадратических отклонений в группе:

$$v_j = \frac{f_j}{\sum_{j=1}^{N_p} f_j},$$

где N_p – количество метрик в группе p .

Затем было вычислено значение каждого субиндекса p для всех алгоритмов в первом слое посредством аддитивной свертки:

$$a_{ip} = \sum_{j=1}^{N_p} e_{ij} v_j.$$

Следующим шагом необходимо вычислить среднеквадратические отклонения в субиндексах:

$$s_p = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (a_{ip} - \bar{a}_p)^2}{N-1}},$$

Среднеквадратические отклонения для набора данных MovieLens 100k

Метрика	Среднеквадратическое отклонение
Память	0,2198
T prep.	0,2730
T pred.	0,2914
Recall	0,2313
Precision	0,2196
GAUC	0,1718
MMR	0,2092
NDCG	0,2256
HitRate	0,2365
MAP	0,2229
Average Popularity	0,1827
Gini Index	0,2034
Shannon Entropy	0,2412

где \bar{a}_p – среднее значение p -го субиндекса.

По аналогии с расчетом весов в первом слое происходит расчет весов во втором слое:

$$w_p = \frac{s_p}{\sum_{p=1}^P s_p},$$

где P – количество субиндексов.

В табл. 7 представлено распределение метрик по группам, их сумма отклонений в группе, веса первого и второго слоев.

Таблица 7

Расчет весов для набора данных MovieLens 100k

Метрика	Группа	Сумма отклонений в группе	Вес первого слоя	Вес второго слоя
Память	1	0,784	0,280	0,274
T prep.	1		0,348	
T pred.	1		0,371	
Recall	2	0,451	0,512	0,303
Precision	2		0,487	
GAUC	3	1,066	0,161	0,286
MMR	3		0,196	
NDCG	3		0,211	
HitRate	3		0,221	
MAP	3		0,209	
Average Popularity	4	0,627	0,291	0,135
Gini Index	4		0,324	
Shannon Entropy	4		0,384	

На рис. 2 схематически представлена модель интегрального показателя с весами каждого параметра для набора данных MovieLens 100k.

На рис. 3 схематически представлена модель интегрального показателя с весами для каждого параметра из набора данных MovieLens 1m.

На рис. 4 схематически представлена модель интегрального показателя с весами для каждого параметра из набора данных Amazon Gift.

Переход к субиндикаторам подразумевает расчет нормализованных значений. На рис. 2–4 этот слой сети не был отображен для простоты восприятия, но в действительности он есть, как и на рис. 1.

В табл. 8 представлен расчет значений в первом слое. Они характеризуют оценку по каждой группе критериев (затрачиваемые ресурсы, точность, качество ранжирования и разнообразие).

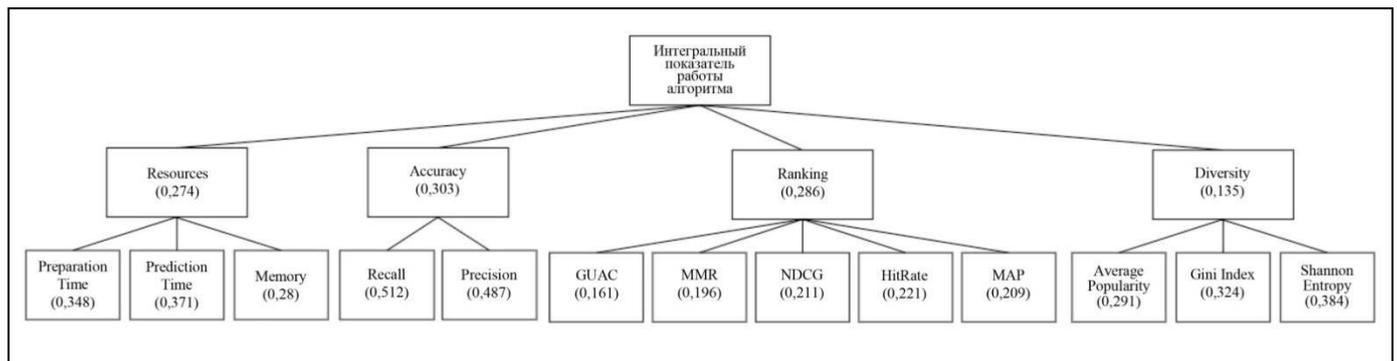


Рис. 2. Веса интегрального показателя для набора данных MovieLens 100k

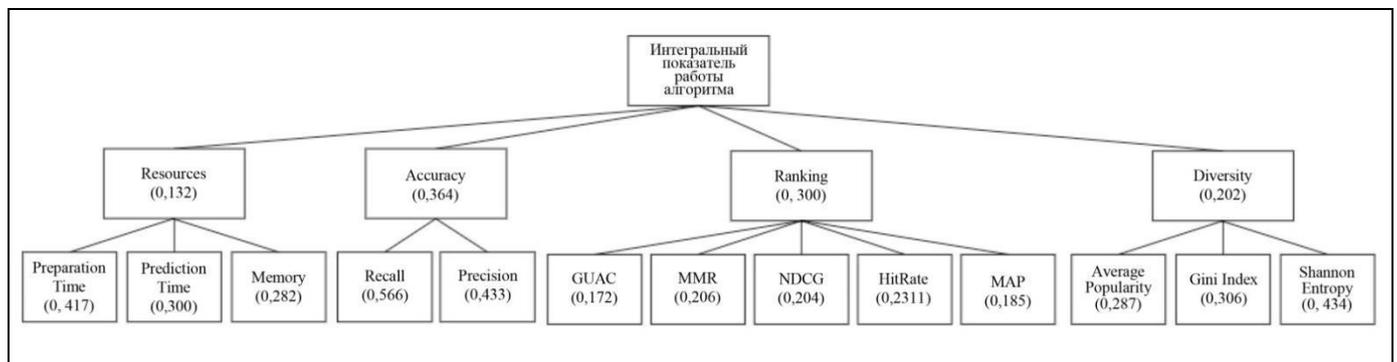


Рис. 3. Веса интегрального показателя для набора данных MovieLens 1m

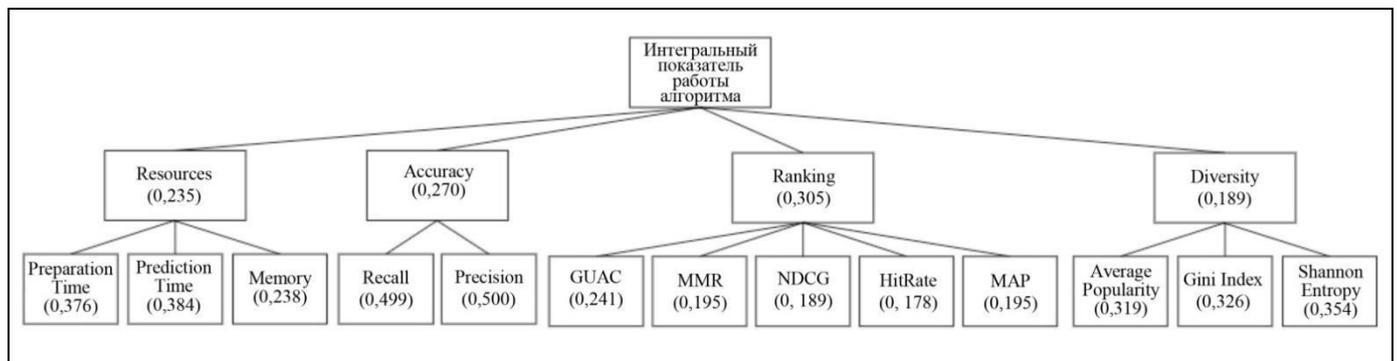


Рис. 4. Веса интегрального показателя для набора данных Amazon Gift Card



Последним шагом является реализация аддитивной свертки второго слоя по аналогии с первым:

$$b_i = \sum_{p=1}^P a_{ip} w_p,$$

где P – количество значений в первом слое; i – алгоритм, для которого производится расчет.

В табл. 9 представлено итоговое значение интегрального показателя для каждого набора данных, а также среднее арифметическое значение оценки разных наборов данных. Значения в ячейках характеризуют комплексную оценку алгоритма по множеству критериев. Алгоритмы в таблице отсортированы по убыванию среднего арифметического значения оценки.

Как можно заметить из табл. 9, на примере наборов данных MovieLens 100k и 1m одни и те же алгоритмы показывают разные оценки в зависимо-

сти от размера набора. Если для первого набора данных алгоритм LINE показал высокую оценку, то для второго она упала более чем в два раза. Для алгоритма SLIM с ростом набора данных оценка практически не изменилась. Некоторые алгоритмы (DiffRec, CDAE) показали рост оценки. Из этого можно сделать вывод, что явная зависимость оценки алгоритма от объема набора данных отсутствует, это также подтверждается коэффициентом корреляции Пирсона между алгоритмами на наборах данных MovieLens 100k и 1m, значение которого составляет всего 0,56, что соответствует достаточно слабой зависимости.

Значения оценок алгоритмов на наборах данных MovieLens и Amazon Gift Card никак не соотносятся между собой. Например, алгоритм BPR, который показал высокую оценку на наборе данных MovieLens, показал низкую оценку на Amazon Gift Card.

Таблица 8

Расчет значений в первом слое для набора данных MovieLens 100k

Алгоритм	Группа / Субиндекс			
	Resources	Accuracy	Ranking	Diversity
BPR	0,9372	0,7879	0,8354	0,3512
LINE	0,8255	0,6691	0,7106	0,3026
NeuCF	0,4695	0,7755	0,7920	0,3320
DMF	0,5300	0,7677	0,7600	0,3419
SpectralCF	0,6931	0,0149	0,1091	0,6544
LightGCN	0,2956	0,6928	0,7524	0,4181
MultiVAE	0,4374	0,7448	0,7873	0,3440
CDAE	0,7814	0	0,0203	0,7361
RaCT	0,3836	0,8936	0,8826	0,2765
SLIM	0,8520	0,9920	0,9727	0,3831
ItemKNN	0,7610	0,8181	0,8120	0,3715
DiffRec	0,2950	0,9799	0,9798	0,3174

Таблица 9

Итоговая оценка

Алгоритм	MovieLens 100k	MovieLens 1m	Amazon Gift Card	Среднее арифметическое значение оценки
SLIM	0,8656	0,8390	0,4202	0,7083
DiffRec	0,7022	0,8649	0,5328	0,7000
MultiVAE	0,6184	0,5620	0,7356	0,6387
RaCT	0,6670	0,5058	0,7253	0,6327
ItemKNN	0,7402	0,4963	0,5591	0,5985
BPR	0,7834	0,5054	0,4051	0,5646
DMF	0,6426	0,3799	0,6043	0,5423
NeuCF	0,6362	0,3123	0,6525	0,5337
CDAE	0,3199	0,4090	0,6428	0,4572
LINE	0,6743	0,2874	0,3340	0,4319
SpectralCF	0,3145	0,2811	0,6506	0,4154
LightGCN	0,5637	0,2664	0,3265	0,3855

При более глубоком анализе таблицы с оценками алгоритмов можно убедиться, что первоначальная гипотеза (о том, что один и тот же алгоритм ведет себя по-разному и дает разную результативность в зависимости от набора данных) подтверждается.

Однозначно определенной причины такого явления нет, так как каждая группа алгоритмов работает на основе различных принципов. Например, алгоритмы, которые работают на основе кластеризации, могут неточно предсказывать класс объекта при недостаточности данных вследствие нечетких границ кластера. В тоже время, если данных достаточно, границы кластера полны, и кластеризация выполняется точно. Подобные проблемы могут быть и в алгоритмах, работающих на других принципах.

Также необходима настройка гиперпараметров, алгоритмов в соответствии с контекстом данных, учитывающий больше одной характеризующей метрики. Как раз для решения этой задачи подходит единая метрика.

4. ДИСКУССИЯ

Результаты исследования свидетельствуют о возможности практического применения предложенного подхода для подбора оптимального рекомендательного алгоритма, особенно в контексте конкретных наборов данных. Важно отметить, что дальнейшее усовершенствование метода может быть достигнуто путем введения пользовательского ранжирования. Это даст возможность учитывать индивидуальные предпочтения пользователей, отдавая приоритет тем критериям, которые для них наиболее важны. Например, пользователь, который ценит точность рекомендаций больше, чем скорость работы алгоритма, может выставить соответствующие веса, делая подход более гибким и персонализированным.

Также можно отметить потенциал применения данного подхода для оптимизации гиперпараметров алгоритмов. Это позволяет систематически оценивать влияние изменения гиперпараметров на конкретные метрики и общую оценку алгоритма. Систематическое оценивание гиперпараметров с помощью данного подхода позволяет создавать итеративный процесс улучшения моделей. Разработчики смогут регулярно анализировать и оптимизировать параметры в соответствии с изменяющимися требованиями и данными.

Оптимизация гиперпараметров позволяет улучшить производительность алгоритма и повысить его точность. Она также может помочь в по-

нимании того, какие параметры наиболее важны для достижения наилучших результатов. Это важно, поскольку различные задачи могут требовать различных настроек параметров для достижения оптимальных результатов.

Важным направлением развития метода может быть его применение для формирования ансамблей алгоритмов рекомендательных систем. Максимизация оценки позволяет эффективно комбинировать различные алгоритмы в ансамбль с учетом их вклада в общую рекомендательную систему. Такой подход позволяет создать более надежную и эффективную систему рекомендаций, которая учитывает сильные и слабые стороны каждого алгоритма. Это позволяет сгладить недостатки отдельных алгоритмов и создать более точные и релевантные рекомендации для пользователей.

В представленных выше подходах рассматривались исключительно офлайн-оценки рекомендательных алгоритмов, что, однако, может сформировать неполное представление об их эффективности. В перспективе может быть разработан интегральный показатель, который обеспечит онлайн-оценку работы таких алгоритмов. Возможен также сценарий объединения онлайн- и офлайн-метрик в обобщенную меру. В основе этих параметров могут лежать такие показатели, как *Gross merchandise volume* (GMV), *Click-through rate* (CTR), *Conversion rate* (CVR). Эти метрики позволят целостно оценить влияние рекомендательных алгоритмов на бизнес-показатели, учитывая как офлайн-, так и онлайн-аспекты их деятельности.

Дополнительные направления исследований могут включать в себя анализ влияния динамических изменений в данных на производительность рекомендательных алгоритмов. Они могут включать в себя изучение эффективности метода в условиях изменяющихся предпочтений пользователей, сезонных колебаний или временных трендов. Исследование влияния факторов, таких как смена трендов в потребительском поведении, может быть ключевым шагом к разработке более адаптивных и устойчивых рекомендательных систем.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе была рассмотрена задача формирования интегрального показателя для оценки эффективности рекомендательных систем. Для этого были выбраны различные алгоритмы и наборы данных, включая MovieLens и Amazon Gift Card. Для каждого алгоритма и набора данных были рассчитаны различные метрики, которые пред-



ставляют собой различные аспекты качества рекомендаций, отражают их точность, полноту, разнообразие и другие характеристики. Интегральный показатель был создан путем объединения этих метрик с помощью энтропийного метода расчета весов. Этот подход позволяет учитывать относительную важность каждой метрики и обеспечивать сбалансированность в интегральной оценке эффективности рекомендательных систем.

Применение такого подхода представляется новым в области оценки рекомендательных систем. Интегральный показатель, созданный с использованием энтропийного метода, представляет собой уникальный инструмент для сравнения различных алгоритмов и наборов данных с точки зрения их общей производительности. Этот подход позволяет учитывать разнообразные аспекты качества рекомендаций и делает его применимым в различных сценариях использования рекомендательных систем.

Результаты показали, что интегральный показатель может быть полезным инструментом для оценки эффективности рекомендательных систем, обладающим способностью объединять разнообразные метрики в единую общую оценку, что придает ему превосходство в информативности и удобстве использования по сравнению с отдельными критериями. Интегральный показатель предоставляет более глубокое и всеобъемлющее понимание эффективности рекомендательных систем, что делает его ценным инструментом для принятия обоснованных решений в данной области.

Однако стоит отметить, что создание интегрального показателя требует проведения большого объема вычислений и анализа данных. Кроме того, выбор алгоритмов и наборов данных может существенно влиять на результаты оценки. Поэтому для получения более точных результатов необходимо проводить дополнительные исследования и эксперименты с различными алгоритмами и наборами данных. Эти исследования позволяют лучше понять влияние различных параметров на конечные результаты и оптимизировать процесс создания интегрального показателя. Такой подход позволит оценить, насколько обобщенная мера способна адаптироваться к различным сценариям использования, и выявить ее ограничения.

Дополнительные исследования также могут помочь оптимизировать весовые коэффициенты, используемые при объединении различных метрик в интегральный показатель. Это важно для того, чтобы учесть относительную важность каждой метрики и обеспечить баланс между различными аспектами качества рекомендаций.

Таким образом, дальнейшие исследования в области создания интегральных показателей для оценки эффективности рекомендательных систем являются необходимыми для повышения их точности, обобщенности и практической применимости.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Fayyaz, Z., Ebrahimian, M., Nawara, D., et al.* Recommendation Systems: Algorithms, Challenges, Metrics, and Business Opportunities // *Appl. Sci.* – 2020. – Vol. 10, no. 21. – Art. no. 7748. – DOI: <https://doi.org/10.3390/app10217748>.
2. *Amatriain, X., Basilico, J.* Recommender Systems in Industry: A Netflix Case Study. *Recommender Systems Handbook* / Ed. by F. Ricci, L. Rokach, B. Shapira. – Boston, MA: Springer, 2015. – P. 385–419. – DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4899-7637-6_11.
3. *Wibisono, C., Purwanti, E., Effendy, F.* A Systematic Literature Review of Movie Recommender Systems for Movie Streaming Service // *AIP Conf. Proc.* – 2023. – Vol. 2554, no. 1. – Art. no. 040005. – DOI: <https://doi.org/10.1063/5.0104316>.
4. *Kulshin, R., Sidorov, A., Senchenko, P.* Using Neural Networks with Reinforcement in the Tasks of Forming User Recommendations // *Journal of Physics: Conference Series.* – 2022. – Vol. 2291, no. 1. – Art. no. 012005. – DOI: [10.1088/1742-6596/2291/1/012005](https://doi.org/10.1088/1742-6596/2291/1/012005).
5. *Sipser, M.* Introduction to the Theory of Computation. Course Technology. – Boston, MA: PWS Publishing Co., 2006. – 227 p.
6. *Aixin, S.* On Challenges of Evaluating Recommender Systems in an Offline Setting // *Proceedings of the 17th ACM Conference on Recommender Systems.* – Singapore, 2023. – P. 1284–1285.
7. *Jimenez-Fernandez, E., Ruiz-Martos, M.* Review of some statistical methods for constructing composite indicators // *Studies of Applied Economics.* – 2020. – Vol. 38, no. 1. – p. 1–15. – DOI: <https://doi.org/10.25115/eea.v38i1.3002>.
8. *Nardo, M., Saisana, M., Saltelli, A., Tarantola, S.* Tools for Composite Indicators Building. Report no. JRC31473. – Rome, Italy: European Commission, ISPRA, 2005.
9. *Becker, W., Saisana, M., Paruolo, P., Vandecasteele, I.* Weights and Importance in Composite Indicators: Closing the Gap. *Ecological Indicators.* – 2017. – Vol. 80. – P. 12–22. – DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ecolind.2017.03.056>.
10. *Сидоров А.А.* Методологический подход к интегральной оценке состояния и динамики многомерных объектов социально-экономической природы // *Проблемы управления.* – 2016. – № 3. – С. 32–40. [*Sidorov, A.A.* Methodological Approach to the Integral Assessment of the State and Dynamics of Multidimensional Objects of Socio-Economic Nature / *Control Sciences.* – 2016. – No. 3 – P. 32–40. (In Russian)].
11. *Abberger, K., Graff, M., Müller, O., Sturm, J.* Composite Global Indicators from Survey Data: The Global Economic Barometers // *Rev. World Econ.* – 2022. – Vol. 158. – P. 917–945. – DOI: <https://doi.org/10.1007/s10290-021-00449-8>.
12. *Endrodi-Kovacs, V., Tankovsky, O.* A Composite Indicator for Economic Integration Maturity: The Case of Western Balkan Countries // *Eastern Journal of European Studies.* – 2022. – Vol. 13, no 1. – P. 148–166. – DOI: [10.47743/ejes-2022-0107](https://doi.org/10.47743/ejes-2022-0107).

13. *Khadzhynova, O., Simanaviciene, Z., Mints, O., et al.* Assessment of the EU Countries' Economic Security Based on the Composite Indicators // *WSEAS Transactions on Business and Economics*. – 2022. – Vol. 19. – P. 690–700. – DOI: 10.37394/23207.2022.19.61.
14. *McDonnell, T., Cosgrove, G., Hogan, E., et al.* Methods to Derive Composite Indicators Used for Quality and Safety Measurement and Monitoring in Healthcare: A Scoping Review Protocol // *BMJ Open*. – 2023. – Vol. 13, no. 7. – DOI: 10.1136/bmjopen-2022-071382.
15. *Kara, P., Valentin, J., Mainz, J., Johnsen, S.* Composite Measures of Quality of Health Care: Evidence Mapping of Methodology and Reporting // *PLoS One*. – 2022. – Vol. 17, no. 5. – DOI: 10.1371/journal.pone.0268320.
16. *Asadi-Lari, M., Majdzadeh, R., Mansournia, M.A., et al.* Construction and Validation of CAPSES Scale as a Composite Indicator of SES for Health Research: An Application to Modeling Social Determinants of Cardiovascular Diseases // *BMC Public Health*. – 2023. – Vol. 23. – Art. no. 293. – DOI: <https://doi.org/10.1186/s12889-023-15206-9>.
17. *Abenayake, C., Mikami, Y., Matsuda, Y., Jayasinghe, A.* Ecosystem Services-Based Composite Indicator for Assessing Community Resilience to Floods // *Environmental Development*. – 2018. – Vol. 27. – P. 34–46. – DOI: <https://doi.org/10.1016/j.envdev.2018.08.002>.
18. *Gómez-Limón, J., Arriaza, M., Guerrero-Baena, M.* Building a Composite Indicator to Measure Environmental Sustainability Using Alternative Weighting Methods // *Sustainability*. – 2020. – Vol. 12, no. 11. – Art. no. 4398. – DOI: <https://doi.org/10.3390/su12114398>.
19. *Alam, M., Dupras, J., Messier, C.* A Framework towards a Composite Indicator for Urban Ecosystem Services // *Ecological Indicators*. – 2016. – Vol. 60. – P. 38–44. – DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ecolind.2015.05.035>.
20. *Melo-Aguilar, C., Agulles, M., Jordà, G.* Introducing Uncertainties in Composite Indicators. The Case of the Impact Chain Risk Assessment Framework // *Front. Clim.* – 2022. – Vol. 4. – DOI: <https://doi.org/10.3389/fclim.2022.1019888>.
21. *Dolge, K., Blumberg, D.* Composite Risk Index for Designing Smart Climate and Energy Policies. *Environmental and Sustainability Indicators*. – 2021. – Vol. 12. – Art. no. 100159. – DOI: <https://doi.org/10.1016/j.indic.2021.100159>.
22. *Do, H., Ly, T., Do, T.* Combining Semi-quantitative Risk Assessment, Composite Indicator and Fuzzy Logic for Evaluation of Hazardous Chemical Accidents // *Sci. Rep.* – 2020. – Vol. 10. – Art. no. 18544. – DOI: <https://doi.org/10.1038/s41598-020-75583-8>.
23. *Avanesian, G., Mizunoya, S., Delamonica, E.* UNICEF Remote Learning Readiness Index: A Composite Indicator to Assess Resilience of Education Sector against Crises and Emergencies // *Statistical Journal of the IAOS*. – 2022. – Vol. 38. – P. 1–14. – DOI: 10.3233/SJI-220051.
24. *Segovia-Gonzalez, M., Contreras, I.* A Composite Indicator to Compare the Performance of Male and Female Students in Educational Systems // *Soc. Indic. Res.* – 2023. – Vol. 165. – P. 181–212. – DOI: <https://doi.org/10.1007/s11205-022-03009-1>.
25. *Hubelova, D., Odvarkova, V., Chalupa, P.* Selected Factors of Education Level in East African Countries: Comparative Method Using Composite Indicator // *Geographical Journal*. – 2016. – Vol. 68. – P. 55–72.
26. *Silveira, T., Zhang, M., Lin, X., et al.* How Good Your Recommender System Is? A Survey on Evaluations in Recommendation. *Journal of Machine Learning and Cybernetics*. – 2016. – Vol. 10. – P. 813–831. – DOI: <https://doi.org/10.1007/s13042-017-0762-9>.
27. *Hongzhi, Y., Cui, B., Li, J., et al.* Challenging the Long Tail Recommendation // *Proceedings of the VLDB Endowment*. – 2012. – Vol. 5. – P. 896–907. – DOI: <https://doi.org/10.14778/2311906.2311916>.
28. *Hanczar, B., Hua, J., Sima, C., et al.* Small-Sample Precision of ROC-Related Estimates // *Bioinformatics*. – 2010. – Vol. 26. – P. 822–830. – DOI: <https://doi.org/10.1093/bioinformatics/btq037>.
29. *Calders, T., Jaroszewicz, S.* Efficient AUC Optimization for Classification. *Lecture Notes in Computer Science*. – 2007. – Vol. 4702. – P. 42–53. – DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-540-74976-9_8.
30. *Wenlong, S., Khenissi, S., Nasraoui, O., Shafto, P.* Debiasing the Human-Recommender System Feedback Loop in Collaborative Filtering // *Proceedings of the 2019 World Wide Web Conference*. – San Francisco, 2019. – P. 645–651. – DOI: <https://doi.org/10.1145/3308560.3317303>.
31. *Zhang, Q., Cao, L., Zhu, C., et al.* CoupledCF: Learning Explicit and Implicit User-item Couplings in Recommendation for Deep Collaborative Filtering // *Proceedings of the Twenty-Seventh International Joint Conference on Artificial Intelligence*. – Stockholm, 2018. – P. 3662–3668. – DOI: <https://doi.org/10.24963/ijcai.2018/509>.
32. *Bellovin, A., Castells, P., Cantador, I.* Precision-Oriented Evaluation of Recommender Systems: An Algorithmic Comparison // *Proceedings of the Fifth ACM Conference on Recommender Systems*. – Chicago, 2011. – P. 333–336. – DOI: <https://doi.org/10.1145/2043932.2043996>.
33. *Wang, Y.* Application of Recall Methods in Recommendation Systems // *Proceedings of the 3rd International Conference on Signal Processing and Machine Learning*. – Oxford, 2023. – Vol. 4. – P. 44–51. – DOI 10.54254/2755-2721/4/20230344.
34. *Zriaa, R., Sadiki, H., Ertel, M., et al.* Qualitative Recommender System Using Entropy-Weighted Pedagogical Criteria for Effective Training in E-learning Platforms // *Journal of Theoretical and Applied Information Technology*. – 2023. – Vol. 101, no. 9. – P. 3517–3529.
35. *Kumar, C., Kumar, M.* User Session Interaction-Based Recommendation System Using Various Machine Learning Techniques // *Multimed. Tools Appl.* – 2023. – Vol. 82. – P. 21 279–21 309.
36. *Wang, Y., Wang, L., Li, Y., et al.* A Theoretical Analysis of NDCG Ranking Measures // *Proceedings of the 26th Annual Conference on Learning Theory*. – Princeton, 2013. – Vol. 30. – P. 25–54.
37. *Steffen, R., Freudenthaler, C., Gantner, Z., Schmidt, L.* BPR: Bayesian Personalized Ranking from Implicit Feedback // *Proceedings of the Twenty-Fifth Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence*. – Montreal, 2009. – P. 452–461.
38. *Jian, T., Qu, M., Wang, M., et al.* LINE: Large-Scale Information Network Embedding // *Proceedings of the 24th International Conference on World Wide Web*. – Florence, 2015. – P. 1067–1077. – DOI: <https://doi.org/10.1145/2736277.2741093>.
39. *He, X., Liao, L., Zhang, H., et al.* Neural Collaborative Filtering // *Proceedings of the 26th International Conference on World Wide Web*. – Perth, 2017. – P. 173–182. – DOI: <https://doi.org/10.1145/3038912.3052569>.
40. *Xue, J., Dai, X., Zhang, J., et al.* Deep Matrix Factorization Models for Recommender Systems // *Proceedings of the Twenty-Sixth International Joint Conference on Artificial In-*



- telligence. – Toronto, 2017. – P. 3203–3209. – DOI: <https://doi.org/10.24963/ijcai.2017/447>.
41. *Lei, Z., Lu, C., Jiang, F.*, et al. Spectral Collaborative Filtering // Proceedings of the 12th ACM Conference on Recommender Systems. – Vancouver, 2018. – P. 311–319. – DOI: <https://doi.org/10.1145/3240323.3240343>.
42. *He, X., Deng, K., Wang, X.*, et al. LightGCN: Simplifying and Powering Graph Convolution Network for Recommendation // Proceedings of the 43rd International ACM SIGIR Conference on Research and Development in Information Retrieval. – Xian, 2020. – P. 639–648. – DOI: <https://doi.org/10.1145/3397271.3401063>.
43. *Dawen, L., Krishnan, R., Hoffman, M., Jebara, T.* Variational Autoencoders for Collaborative Filtering // Proceedings of the 2018 World Wide Web Conference. – Lyon, 2018. – P. 689–698. – DOI: <https://doi.org/10.1145/3178876.3186150>.
44. *Yao, W., DuBois, C., Zheng, A., Ester, M.* Collaborative Denoising Auto-Encoders for Top-N Recommender Systems // Proceedings of the Ninth ACM International Conference on Web Search and Data Mining. – San Francisco, 2016. – P. 153–162. – DOI: <https://doi.org/10.1145/2835776.2835837>.
45. *Lobel, S., Li, C., Gao, J., Carin, L.* RaCT: Toward Amortized Ranking-Critical Training for Collaborative Filtering // Proceedings of the Eighth International Conference on Learning Representations (ICLR). – Addis Ababa, 2020.
46. *Ning, X., Karypis, G.* SLIM: Sparse Linear Methods for Top-N Recommender Systems // Proceedings of the IEEE 11th International Conference on Data Mining. – Vancouver, 2011. – P. 497–506. – DOI: [10.1109/ICDM.2011.134](https://doi.org/10.1109/ICDM.2011.134).
47. *Mukund, D., Karypis, G.* Item-Based Top-N Recommendation Algorithms // ACM Transactions on Information Systems. – 2004. – Vol. 22. – P. 143–177. – DOI: <https://doi.org/10.1145/963770.963776>.
48. *Wang, W., Xu, Y., Feng, F.*, et al. Diffusion Recommender Model // Proceedings of the 46th International ACM SIGIR Conference on Research and Development in Information Retrieval. – Taipei, 2023. – P. 832–841. – DOI: <https://doi.org/10.1145/3539618.3591663>.
49. *Zhao, W., Mu, S., Hou, Y.*, et al. RecBole: Towards a Unified, Comprehensive and Efficient Framework for Recommendation Algorithms // Proceedings of the 30th ACM International Conference on Information & Knowledge Management. – Queensland, 2021. – P. 4653–4664. – DOI: <https://doi.org/10.1145/3459637.3482016>.
50. *Раев А.Г.* Об одном способе определения весовых коэффициентов частных критериев при построении аддитивного интегрального критерия // Автоматика и телемеханика. – 1984. – Вып. 5. – С. 162–165. [Raev, A.G. On One Way to Determine Weighting Coefficients of Particular Criteria in Development of an Integral Additive Criterion // Avtomatika i telemekhanika. – 1984. – No. 5. – P. 162–165. (In Russian)]

Статья представлена к публикации членом редколлегии академиком РАН Д. А. Новиковым.

*Поступила в редакцию 05.03.2024,
после доработки 14.05.2024.
Принята к публикации 19.07.2024.*

Кульшин Роман Сергеевич – аспирант,

✉ roman.s.kulshin@tusur.ru

ORCID ID: 0000-0002-6891-1869

Сидоров Анатолий Анатольевич – канд. экон. наук,

✉ anatolii.a.sidorov@tusur.ru

ORCID ID: 0000-0002-9236-3639

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, г. Томск

© 2024 г. Кульшин Р. С., Сидоров А. А.



Эта статья доступна по [лицензии Creative Commons «Attribution» \(«Атрибуция»\) 4.0 Всемирная.](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

AN ENTROPY-BASED COMPOSITE INDICATOR FOR EVALUATING THE EFFECTIVENESS OF RECOMMENDER SYSTEM ALGORITHMS

R. S. Kulshin* and A. A. Sidorov**

Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Tomsk, Russia

*✉ roman.s.kulshin@tusur.ru, **✉ anatolii.a.sidorov@tusur.ru

Abstract. The problem of forming a composite indicator for evaluating the effectiveness of recommender system algorithms is considered. A novel composite indicator is proposed by combining individual metrics using the entropy method. The testing base of this study consists of 12 algorithms (on the one hand) and 3 datasets (on the other). For each algorithm–dataset combination, we calculate partial criteria used in evaluating recommender systems. According to the results presented below, the composite indicator is an effective tool for evaluating the performance of recommender system algorithms. As is shown, the performance of the algorithms varies depending on the size and other basic characteristics of a particular dataset. This indicator can be used to develop more efficient algorithms and their ensembles as well as to optimize hyperparameters and improve the quality of recommendations.

Keywords: recommender systems, composite indicator, algorithms, metrics, datasets.

Funding. This work was carried out within the state order of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation, project no. FEWM-2023-0013.

СПОСОБ ИДЕНТИФИКАЦИОННОГО УПРАВЛЕНИЯ МОСТОВЫМ КРАНОМ С НОВЫМ РАСПОЛОЖЕНИЕМ СОВМЕЩЕННОГО ДАТЧИКА ЛИНЕЙНОГО УСКОРЕНИЯ И УГЛОВОЙ СКОРОСТИ[#]

С. П. Круглов*, С. В. Ковыршин**, Д. В. Буторин***

ФГБОУ ВО «Иркутский государственный университет путей сообщения», г. Иркутск

*✉ kruglov_s_p@mail.ru, **✉ sergkow@mail.ru, ***✉ den_butorin@mail.ru

Аннотация. Рассмотрен способ автоматизации управления мостовым краном при текущей неопределенности его параметров, параметров переносимого груза и внешних возмущений. Целью управления является перемещение груза в горизонтальной плоскости в точку, обеспечивающую итоговую доставку груза в назначенное место с одновременным парированием угловых колебаний подвеса и обеспечением заданных динамических характеристик. Для этого применен подход, основанный на схеме управления с алгоритмом текущей параметрической идентификации, неявной эталонной модели и «упрощенных» условиях адаптируемости с нацеленностью на непосредственное отслеживание перемещения груза. Закон управления формирует заданную скорость тележки, обрабатываемую сервоприводом. При выборе параметров закона управления используются паспортные данные крановой установки. В отличие от ранее опубликованных работ по этой тематике предлагается решение, которое является более простым, надежным в эксплуатационном плане и менее дорогостоящим. Это достигается расположением совмещенного датчика, включающего акселерометр и датчик угловой скорости, на тросе подвеса около тележки крана, использованием алгоритмического решения, не требующего предварительного вычисления дрейфа датчика угловой скорости, и более эффективной процедуры текущей параметрической идентификации. Приведены результаты компьютерного моделирования, подтверждающие указанное. Аналогичный пример был реализован и на экспериментальной установке.

Ключевые слова: мостовой кран, автоматизация управления, текущая параметрическая неопределенность, алгоритм параметрической идентификации, аппроксимация.

ВВЕДЕНИЕ

Задачи автоматизации переноса подвешенного груза при работе кранов различного вида, включая мостовые, являются достаточно актуальными. Это связано с большой распространенностью таких кранов, а также необходимостью гашения маятниковых колебаний, снижающих безопасность, производительность, точность работ и пр. Особенно важно осуществить автоматизацию в условиях текущей неопределенности параметров крановой установки, груза и внешних возмущений, что свя-

зано с большим разнообразием режимов работы кранов.

Существует много разработанных методов автоматизации управления мостовыми кранами, решающих эту задачу в разных ее постановках:

- Подходы на основе использования ПИД-, ПИ- и ПД-регуляторов (см., например, работы [1–3]). Недостатком этих методов является необходимость предварительной настройки регуляторов для конкретного диапазона параметров крана и груза.

- Способы управления мостовым краном путем использования скользящих режимов (см., например, работы [4, 5]). Их основным недостатком является появление высокочастотных составляющих в управлении приводом, что отрицательно сказыва-

[#] Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда №23-29-00654, <https://rscf.ru/project/23-29-00654/>.

вается на эксплуатационных свойствах системы управления.

- Метод управления мостовым краном на основе нейросетевого контроллера [6, 7]. Его недостатком является большое время обучения нейросети.

- Способ адаптивного управления тележкой мостового крана, в котором используется функция Ляпунова с настройкой параметров регулятора на базе градиентного алгоритма идентификации [8, 9]. Основным недостатком данного метода является проблема выбора параметров дискретного алгоритма идентификации для конкретного случая с обеспечением устойчивости замкнутой системы управления.

В работах [10, 11] рассмотрен подход к управлению мостовым краном в условиях текущей параметрической неопределенности на основе схемы адаптивного управления с параметрическим идентификатором, неявной эталонной моделью и с использованием «упрощенных» условий адаптируемости. Предложено использовать асинхронный сервопривод, который является достаточно быстродействующим в полном диапазоне эксплуатационных нагрузок [12]. Разрабатываемый закон направлен на формирование заданной скорости приводов и нацелен на непосредственное отслеживание линейного перемещения груза. Настоящая статья является логическим продолжением указанных работ и направлена на упрощение построения системы управления и снижение эксплуатационных затрат путем модернизации указанного подхода.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Будем рассматривать движение крана и груза только по одной оси горизонтального перемещения груза, соответствующей передвижению тележки крана (схема представлена на рис. 1; в отношении другой оси, соответствующей перемещению балки крана, рассуждения аналогичные).

На рис. 1 и в дальнейших рассуждениях используются следующие обозначения:

m_T, m_G – масса тележки крана, с учетом инерционности вращающихся масс, и масса переносимого груза соответственно (в качестве груза подразумевается непосредственно переносимый груз и захватное устройство – крюк);

r_G – радиус инерции груза;

l – длина подвеса груза, или расстояние от точки крепления подвеса на тележке до центра масс груза; примем, что $l_{\min} \leq l \leq l_{\max}$; l_{\min}, l_{\max} – минимальное и максимальные значения длины подвеса соответственно;

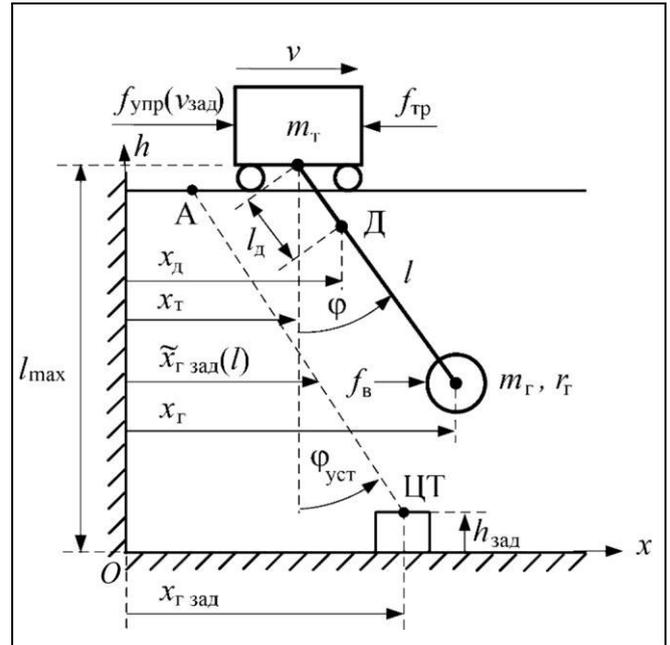


Рис. 1. Схема перемещения мостового крана с грузом по одной горизонтальной оси, соответствующей перемещению тележки крана

x_T – перемещение тележки вдоль горизонтальной оси Ox ;

$v = \dot{x}_T$ – скорость перемещения тележки с ограничением $|v| \leq v_{\max}$, а $v_{\text{зад}}$ – заданное значение этой скорости;

$f_{\text{упр}}$ – управляющая сила со стороны сервопривода, формируемая последним по сигналу $v_{\text{зад}}$;

$f_{\text{тр}}$ – сила трения, противодействующая перемещению тележки;

$f_{\text{в}}$ – сила ветрового воздействия, приложенная в центре масс груза (ветровая нагрузка);

φ – угол отклонения подвеса груза от вертикальной оси;

$x_G = x_T + l \sin \varphi$ – горизонтальное перемещение груза;

Д – точка расположения совмещенного датчика на канате подвеса (поясняется далее);

l_d – длина подвеса до совмещенного датчика (расстояние от точки крепления подвеса на тележке до точки Д), $0 < l_d < l_{\min}$;

$x_d = x_T + l_d \sin \varphi$ – горизонтальное перемещение совмещенного датчика;

ЦТ – целевая точка доставки груза с координатами $(x_{G \text{ зад}}, h_{\text{зад}})$;

$x_{G \text{ зад}}$ – координата целевой точки по горизонтальной оси Ox ;



$h_{\text{зад}}$ – координата целевой точки по вертикальной оси Oh (высота погрузки);

$\varphi_{\text{уст}} = \arctg(f_{\text{в}}/(m_{\text{T}}g))$ – предполагаемое установившееся постоянное значение угла φ по окончании регулирования, g – ускорение свободного падения;

$\tilde{x}_{\text{T зад}}(l) = x_{\text{T зад}} - (l_{\text{max}} - h_{\text{зад}} - l)\sin\varphi_{\text{уст}}$ – заданное положение груза по горизонтальной оси на текущей длине подвеса, или расстояние от нулевой точки до линии «А–ЦТ» по оси Ox .

Примем, что внешнее возмущение, образованное силой трения и ветровой нагрузкой, представляет собой ступенчатый сигнал с ограниченной амплитудой.

На основе математической модели механической системы (см. рис. 1), описанной в работе [13] без учета массы каната и трения углового движения, в силу их малости, а также начальных значений переменных, характеризующих положение и скорость, с применением теоремы Пуансо для учета воздействия ветра, динамику движения этой механической системы можно описать следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} (m_{\text{T}} + m_{\text{Г}})\ddot{x}_{\text{T}} + (m_{\text{T}}l\cos\varphi)\ddot{\varphi} = \\ = f_{\text{упр}} - f_{\text{тр}} + f_{\text{в}} + m_{\text{T}}l\dot{\varphi}^2\sin\varphi; \\ (m_{\text{T}}l\cos\varphi)\ddot{x}_{\text{T}} + m_{\text{T}}(l^2 + r_{\text{T}}^2)\ddot{\varphi} = \\ = -m_{\text{T}}gl\sin\varphi + lf_{\text{в}}\cos\varphi; \\ x_{\text{T}} = x_{\text{T}} + l\sin\varphi. \end{cases} \quad (1)$$

Обычно диапазон угла φ небольшой (не практике не более $10-20^\circ$), скорость его изменения также невысокая, поэтому с учетом кинематики движения можно принять $\sin\varphi \approx \varphi$, $\cos\varphi \approx 1$, $\dot{\varphi}^2\sin\varphi \approx 0$. Тогда систему (1) можно представить в линеаризованном виде:

$$\begin{cases} \ddot{x}_{\text{T}} \approx a_{\text{x}}^{f_{\text{упр}}} f_{\text{упр}} + a_{\text{x}}^{\varphi}\varphi + a_{\text{x}}; \\ \ddot{\varphi} \approx a_{\varphi}^{f_{\text{упр}}} f_{\text{упр}} + a_{\varphi}^{\varphi}\varphi + a_{\varphi}; \\ x_{\text{T}} \approx x_{\text{T}} + l\varphi; \dot{x}_{\text{T}} \approx \dot{x}_{\text{T}} + l\dot{\varphi}; \ddot{x}_{\text{T}} \approx \ddot{x}_{\text{T}} + l\ddot{\varphi}, \end{cases} \quad (2)$$

где $a_{\text{x}}^{f_{\text{упр}}} = \gamma^{-1}m_{\text{T}}(l^2 + r_{\text{T}}^2)$; $a_{\text{x}}^{\varphi} = \gamma^{-1}g(m_{\text{T}}l)^2$; $a_{\text{x}} = \gamma^{-1}m_{\text{T}}[-(l^2 + r_{\text{T}}^2)f_{\text{тр}} + l^2f_{\text{в}}]$; $a_{\varphi}^{f_{\text{упр}}} = -\gamma^{-1}m_{\text{T}}l$; $a_{\varphi}^{\varphi} = -\gamma^{-1}(m_{\text{T}} + m_{\text{Г}})m_{\text{T}}gl$; $a_{\varphi} = \gamma^{-1}l[m_{\text{T}}f_{\text{тр}} + (m_{\text{T}} + m_{\text{Г}})f_{\text{в}}]$; $\gamma = m_{\text{T}}[m_{\text{T}}l^2 + (m_{\text{T}} + m_{\text{Г}})r_{\text{T}}^2]$.

Переписывая третье уравнение третьей строки системы (2) с использованием зависимостей, представленных в первых двух строках этой системы, выражая сигнал $f_{\text{упр}}$ из первого равенства (2) и подставляя его в полученный результат, определим, что движение груза можно описать через скорость тележки следующим образом:

$$\ddot{x}_{\text{T}} \approx a_{\text{T}}^{\dot{v}}\dot{v} + a_{\text{T}}^{\varphi}\varphi + a_{\text{T}}, \quad (3)$$

где $a_{\text{T}}^{\dot{v}} = r_{\text{T}}^2/(r_{\text{T}}^2 + l^2)$; $a_{\text{T}}^{\varphi} = l(a_{\varphi}^{\varphi} - a_{\text{x}}^{\varphi}a_{\varphi}^{f_{\text{упр}}}/a_{\text{x}}^{f_{\text{упр}}}) = -g\mu$; $\mu = l^2/(l^2 + r_{\text{T}}^2)$ – безразмерный коэффициент влияния радиуса инерции груза; $a_{\text{T}} = l(a_{\varphi} - a_{\text{x}}a_{\varphi}^{f_{\text{упр}}}/a_{\text{x}}^{f_{\text{упр}}})$ – величина, равная ускорению груза, образованному внешними возмущениями; также предполагаем, что значения переменных x_{T} и \dot{x}_{T} в начальный момент времени известны.

Для дальнейших рассуждений вначале примем, что $l^2 \gg r_{\text{T}}^2$ – это соответствует большинству случаев на практике. Тогда параметр a_{T} зависит только от ветра и $a_{\text{T}}^{\dot{v}} \approx 0$. Это позволяет переписать уравнение (3) в виде

$$\ddot{x}_{\text{T}} \approx a_{\text{T}}^{\varphi}\varphi + a_{\text{T}} \approx -g\varphi + a_{\text{T}}, \quad (4)$$

здесь параметр a_{T} представляет собой ускорение, сформированное только силой ветра.

Это равенство показывает, что при указанных допущениях на линейное перемещение груза в основном влияет только угловое положение подвеса и ветровая нагрузка. Далее уравнение (4) будем использовать в качестве объекта управления. Хотя оно существенно упрощено и справедливо только в указанных допущениях, в дальнейшем оно будет использовано для формирования закона управления в виде аппроксимации линейного перемещения груза, аналогично изложенному в работе [11], только с некоторой модификацией.

В статье [11] на основании параметров, приведенных на рис. 1, и равенства (4) определена собственная частота угловых колебаний груза ω_0 , которая удовлетворяет соотношениям

$$\omega_0 \approx \sqrt{-a_{\text{T}}^{\varphi}/l} = \sqrt{\mu g/l} \approx \sqrt{g/l}; \quad \omega_0 \geq \sqrt{g/l_{\text{max}}}. \quad (5)$$

Ставится задача: в условиях текущей неопределенности параметров крана, груза и указанных возмущений, у которых момент времени начала их действия и интенсивность неизвестны (исключение составляют паспортные данные крана l_{min} , l_{max} , v_{max} , координаты целевой точки груза

$x_{Г\text{зад}}, h_{\text{зад}}$ и начальное положение тележки и груза по горизонтальной оси – они считаются известными), сформировать закон управления горизонтальным перемещением груза в виде заданной скорости тележки крана, обработка которой сервоприводом тележки обеспечит достижения условий

$$\phi \rightarrow 0; \quad x_{Г} \rightarrow \tilde{x}_{Г\text{зад}}(l). \quad (6)$$

Заметим, что второе условие (6), если $\phi_{\text{уст}} \neq 0$, требует позиционирования груза не над целевой точкой доставки груза, а так, чтобы по окончании регулирования без дополнительных перемещений тележки при опускании груза обеспечить его доставку в целевую точку (движение груза по линии «А – ЦТ»). Кроме того, требуется достижения условий (6) с динамикой движений, близкой к требуемой, определяемой с учетом скоростных характеристик сервопривода. В силу достаточно высокого быстродействия современных асинхронных сервоприводов (задержка в обработке сигнала на уровне сотых и десятых долей секунды) будем считать, что $\dot{x}_{Г} \cong v_{\text{зад}}$ [12].

В качестве источника информации, доставляющего основные данные о подвесе и грузе, будем использовать совмещенный датчик в виде акселерометра и датчика угловой скорости, расположенного на канате подвеса (аналогично тому, как предложено авторами патента [3]) в месте, близком к тележке крана (соответствует точке Д на рис. 1, более детальная схема представлена на рис. 2).

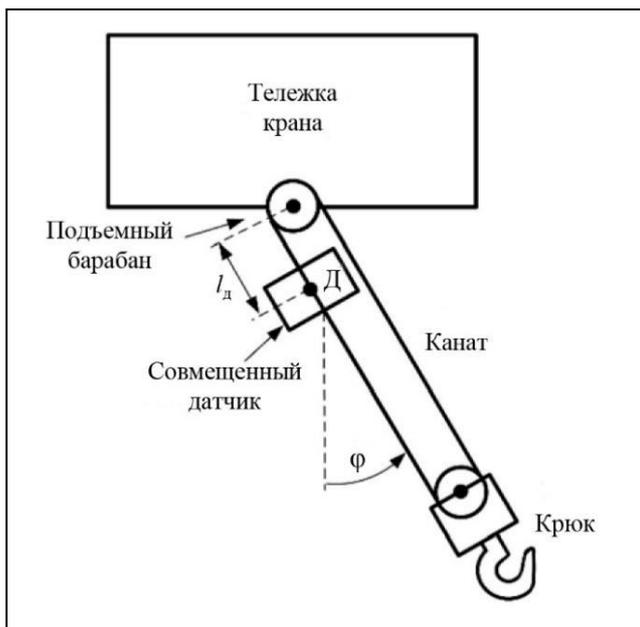


Рис. 2. Схема размещения совмещенного датчика на канате подвеса

Такое положение совмещенного датчика на канате выгодно отличается от предложенного в работе [11] расположения его на крюке с дистанционной формой передачи информации:

- есть возможность организовать проводную передачу информации от датчика и электропитания для датчика, это намного надежнее и проще и позволяет снизить эксплуатационные затраты;
- датчик находится в безопасном месте, не подвергаясь внешним механическим воздействиям;
- легко организовать фиксацию осей чувствительности датчика (крюк подвеса часто вращается вокруг вертикальной оси);
- данные, получаемые с такого датчика, универсальны независимо от кинематической схемы подъемного механизма [14];
- на датчик в меньшей степени передаются неосновные высокочастотные дополнительные (в том числе недо моделированные) движения груза, связанные с двухмаятниковыми движениями, формируемыми крюком и грузом.

2. АЛГОРИТМ УПРАВЛЕНИЯ

Для достижения условий (6) с формированием заданной скорости тележки крана применяется, как и в работе [11], подход, основанный на схеме управления с алгоритмом текущей параметрической идентификации, неявной эталонной модели и «упрощенных» условиях адаптируемости с нацеленностью на непосредственное отслеживание перемещения груза. Этому подходу соответствует назначаемая неявная эталонная модель в форме колебательного звена со значениями переменных в начальный момент времени t_0 , равными соответствующим для исходного объекта:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_M &= -2\omega_M \xi_M \dot{x}_M - \omega_M^2 (x_M - \tilde{x}_{Г\text{зад}}(l)), \\ x_M(t_0) &= x_{Г}(t_0), \quad \dot{x}_M(t_0) = \dot{x}_{Г}(t_0), \end{aligned} \quad (7)$$

где x_M – переменная, описывающая эталонную динамику движения груза, соответствует переменной $x_{Г}$; ω_M, ξ_M – эталонные значения собственной частоты и относительного коэффициента затухания соответственно – выбираемые параметры эталонной модели [15].

Вначале будем считать, что значения параметров $a_{Г}^{\phi}, a_{Г}$, а также переменных ϕ и $\phi_{\text{уст}}$ известны. Приравнявая правые части уравнения (4) и первого равенства (7), заменяя x_M на $x_{Г}$, а \dot{x}_M на $\dot{x}_{Г}$, найдем закон формирования заданной скорости тележки крана $v_{\text{зад}}$:



$$\begin{aligned} \dot{x}_T &\approx v_{\text{зад}} = T_x^{-1} \left[\left(\tilde{x}_{T \text{ зад}}(l) - x_T \right) - \omega_M^{-2} \left(a_T^\varphi \varphi + a_T \right) \right] = \\ &= T_x^{-1} \left(\tilde{x}_{T \text{ зад}}(l) - x_T \right) - 0,25 T_x \xi_M^{-2} \left(a_T^\varphi \varphi + a_T \right), \end{aligned} \quad (8)$$

где $T_x = 2\xi_M/\omega_M$ – задаваемая по эталону постоянная времени линейного перемещения тележки и груза, или постоянная времени регулирования.

Действительно, если в формулу (8) вместо члена $a_T^\varphi \varphi + a_T$ на основании уравнения (4) подставить \ddot{x}_T , то с учетом обозначений, введенных в выражении (7), получим равенство, описывающее поведение груза в замкнутой системе управления с законом (8):

$$\ddot{x}_T \approx -2\omega_M \xi_M \dot{x}_T - \omega_M^2 \left(x_T - \tilde{x}_{T \text{ зад}}(l) \right). \quad (9)$$

Оно соответствует назначенному эталону (7), за исключением того, что вместо \dot{x}_T подставлена переменная \dot{x}_T – это сделано специально для устранения внутренней неустойчивости в замкнутой системе управления.

На основании рис. 1 ошибку слежения за положением груза можно переписать в виде

$$\tilde{x}_{T \text{ зад}}(l) - x_T = x_{T \text{ зад}} - x_T, \quad (10)$$

где $x_{T \text{ зад}} = \tilde{x}_{T \text{ зад}}(0) = x_{T \text{ зад}} - (l_{\text{max}} - h_{\text{зад}})\varphi_{\text{уст}}$.

В связи с этим равенство (8) запишем в виде уравнения динамики замкнутой системы управления:

$$T_x \dot{x}_T + x_T \approx x_{T \text{ зад}} - \omega_M^{-2} \left(a_T^\varphi \varphi + a_T \right). \quad (11)$$

При отсутствии углового движения ($\varphi \equiv 0$) и возмущений ($a_T \equiv 0$) отсюда следует, что $x_T \rightarrow x_{T \text{ зад}}$ и, соответственно, $\dot{x}_T \rightarrow \tilde{x}_{T \text{ зад}}(l)$ по апериодическому закону с постоянной времени T_x (отсюда название этого параметра).

Из формул (4) и (11) также следует, что если в замкнутой системе управления достигается установившееся состояние $\dot{x}_T \rightarrow 0$, $\dot{\varphi} \rightarrow 0$, $\dot{x}_T \rightarrow 0$, $\ddot{x}_T \rightarrow 0$, то это может быть только в случае, когда $\varphi \rightarrow \varphi_{\text{уст}} = -a_T/a_T^\varphi$ и $x_T \rightarrow x_{T \text{ зад}}$, а значит, согласно выражению (10), $x_T \rightarrow \tilde{x}_{T \text{ зад}}(l)$.

В работе [11] доказано, что при $\omega_M < \omega_0$ для замкнутой системы управления (2), (4), (8) при $t \rightarrow +\infty$ справедливо $\dot{x}_T \rightarrow 0$, $\dot{\varphi} \rightarrow 0$, $\dot{x}_T \rightarrow 0$, $\ddot{x}_T \rightarrow 0$, а значит, достигается заданная цель управления (6).

При ведении крановых работ очевидным желаемым движением груза к заданной точке является процесс с минимально возможным временем регулирования и с минимальным перерегулированием. Известно, что для колебательного звена этому требованию соответствуют значения относительного коэффициента затухания не менее 0,71 [15]. Также следует учесть, что выбор значений параметров ω_M , T_x в формуле (8) необходимо увязывать с максимальной скоростью привода и требуемым перемещением груза. С учетом этих положений, закона (8) и равенства (11) без последнего слагаемого (рассматривается только апериодический процесс и максимальная его скорость [15]) можно записать требования к этим параметрам в следующем виде:

$$\begin{aligned} 0,71 \leq \xi_M < 1; \quad \omega_M = \frac{2\xi_M v_{\text{max}}}{k_{\text{пп}} \Delta x_T} < \omega_0; \\ T_x \triangleq T_x(\Delta x_T) = k_{\text{пп}} \frac{\Delta x_T}{v_{\text{max}}} > \frac{2\xi_M}{\omega_0} = \frac{\xi_M T_0}{\pi} \stackrel{\xi_M=0,8}{\approx} \frac{T_0}{4}, \end{aligned} \quad (12)$$

где $k_{\text{пп}}$ – положительный коэффициент изменения времени переходного процесса, выбираемый с учетом соблюдения неравенств (12); $\Delta x_T = |x_{T \text{ зад}} - x_{T_0}|$ – расстояние переноса груза; x_{T_0} – начальное положение груза по оси Ox ; $T_x(\Delta x_T)$ – зависимость параметра T_x от Δx_T , при фиксированной величине указанного аргумента далее также будет использоваться обозначение T_x ; T_0 – период собственных маятниковых колебаний подвеса груза.

Поясним выбор значения коэффициента $k_{\text{пп}}$. Если $k_{\text{пп}} \geq 1$, в переходном процессе соблюдается $|v| \leq v_{\text{max}}$; чем больше значение коэффициента, тем больше время регулирования. При $k_{\text{пп}} < 1$ время переходного процесса будет уменьшаться, но при этом скорость тележки может достигать значения v_{max} , соответственно в эти моменты времени управления по гашению колебаний нет, что, конечно же, снижает качество управления.

В силу соотношений (5) третье неравенство (12) будет гарантированно выполняться, если

$$\begin{aligned} T_x(\Delta x_T) = k_{\text{пп}} \frac{\Delta x_T}{v_{\text{max}}} > \\ > \frac{2\xi_M}{\sqrt{g}} \sqrt{l_{\text{max}}} \stackrel{\xi_M=0,8}{\approx} \sqrt{l_{\text{max}}}/2, \end{aligned} \quad (13)$$

где единицы измерения соответствуют системе СИ.

На рис. 3 представлена область допустимых значений параметра T_x в соответствии с его зависимостью от l_{\max} по формуле (13) при $\xi_M = 1$ (верхняя незаштрихованная область фигуры). Обозначенная граница представляет минимальное значение T_x .

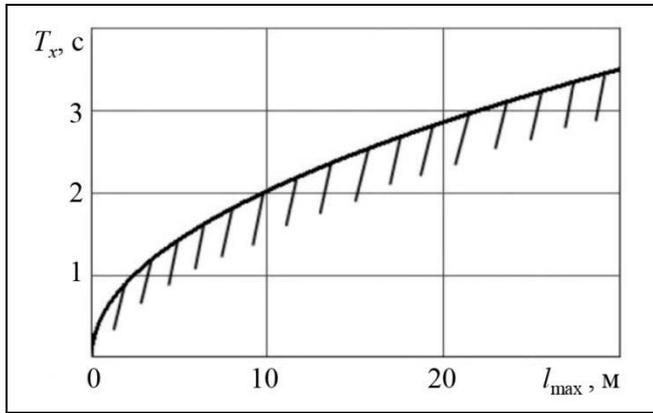


Рис. 3. Область допустимых значений параметра T_x закона формирования заданной скорости в зависимости от максимальной длины подвеса крана при единичном значении относительного коэффициента затухания эталонной модели (верхняя незаштрихованная область)

Отсюда следует, что на основе выражения (13) можно определить значение параметра T_x для закона (8) по паспортным данным крановой установки l_{\max} , v_{\max} и расстоянию переноса груза Δx_T , которые заранее известны. Также можно уточнить этот параметр по информации о периоде свободных колебаний подвеса в соответствии с неравенством (12).

Соотношения (12), (13) отражают граничные для устойчивости значения параметра T_x в законе (8). Очевидно, что чем дальше лежит значение этого параметра от указанных ограничений (т. е. чем больше значение T_x), тем устойчивее замкнутая система управления. Однако при этом переходный процесс становится более длительным.

Рассмотрим пример выбора значения параметра T_x по указанным соотношениям. Пусть $l_{\max} = 10$ м, $v_{\max} = 1$ м/с, $\Delta x_T = 8$ м, $\xi_M = 0,8$, $k_{\text{пн}} = 1$. Тогда по формуле (13) $T_x > 1,6$ с и $T_x = 8$ с. Такое решение на основании уравнения (11) (будем считать, что к концу переходного процесса маятниковые колебания будут демпфированы) обеспечивает время регулирования по переносу груза в заданную точку $t_{\text{рег}} \approx 3T_x = 24$ с [15]. При уменьшении расстояния переноса груза получаем снижение значений этих параметров: $T_x \geq 1,6$ с, $t_{\text{рег}} \geq 4,8$ с. Эти показатели соответствуют требованиям норм времени [16],

например, для средних кранов с грузоподъемностью до 50 т, которые рассматриваются далее в модельном примере.

Закон формирования заданной скорости (8) построен на точном значении выражения $a_T^\phi \phi + a_T$, а значит, параметров рассматриваемого объекта управления (4) a_T^ϕ, a_T . При многообразии типов переносимых грузов, длин подвеса, внешних возмущениях на практике в текущий момент времени значения рассматриваемых параметров, как правило, неизвестны. Проблемой также является и точное определение угла ϕ . В законе (8) вместо скобки $(a_T^\phi \phi + a_T)$ можно использовать переменную \ddot{x}_T . Однако прямое измерение этого ускорения с помощью акселерометра, установленного в центре тяжести груза, невозможно в силу того, что акселерометр измеряет сумму ускорений – кажущегося ускорения (которое является порождением реакции опоры из-за силы тяжести) и непосредственно искомого ускорения. Использование зависимости $\ddot{x}_T \approx \ddot{x}_T + l\ddot{\phi}$ из системы (2) требует знания длины подвеса l , а также дает сильно зашумленный сигнал из-за использования ускорений.

Для того, чтобы упростить систему управления краном, предлагается вместо линейного ускорения груза в законе (8) использовать линейное ускорение совмещенного датчика \ddot{x}_d , расположенного на расстоянии l_d от тележки ($0 < l_d < l_{\min}$) в точке Д (см. рис. 1 и 2). Причем будем использовать не сам сигнал этого ускорения, а его аппроксимацию на основе текущей параметрической идентификации, как в работе [11].

Линейное ускорение груза с учетом принятых допущений в силу формул (2) и (4) имеет вид $\ddot{x}_T \approx \ddot{x}_T + l\ddot{\phi} \approx a_T^\phi \phi + a_T \approx -g\phi + a_T$. Очевидно, что такое же ускорение для совмещенного датчика равно $\ddot{x}_d \approx \ddot{x}_T + l_d\ddot{\phi}$. Сравнивая эти зависимости, несложно найти

$$\begin{aligned} \ddot{x}_d &\approx \ddot{x}_T + l_d\ddot{\phi} \approx \ddot{x}_T - (l - l_d)\ddot{\phi} \approx \\ &\approx -g\phi + a_T - (l - l_d)\ddot{\phi}. \end{aligned} \quad (14)$$

С учетом этого равенства и формулы (10) закон (8) запишем с заменой переменной x_T на x_d :

$$\begin{aligned} \dot{x}_T \approx v_{\text{зад}} &= T_x^{-1} \left[(x_{d \text{ зад}} - x_d) - \omega_M^{-2} \ddot{x}_d \right] \approx \\ &\approx T_x^{-1} \left(x_{d \text{ зад}} - (l_{\max} - h_{\text{зад}})\phi_{\text{уст}} - x_T \right) - \\ &- 0,25T_x \xi_M^{-2} \left(-g\phi + a_T - (l - l_d)\ddot{\phi} \right), \end{aligned} \quad (15)$$

где $x_{d \text{ зад}} = \tilde{x}_T(x_{d \text{ зад}}) = x_{T \text{ зад}} - (l_{\max} - h_{\text{зад}} - l_d)\phi_{\text{уст}}$.



Из первой части выражения (15) непосредственно следует уравнение, описывающее горизонтальное перемещение совмещенного датчика, аналогичное равенству (9), где вместо переменной x_T необходимо подставить x_d . Если в упомянутом выше доказательстве из работы [11] по условиям достижения поставленной цели управления сделать такую же замену, получим те же самые выводы, только для линейного перемещения совмещенного датчика. А поскольку последний находится между точкой крепления подвеса к тележке и центром тяжести груза на одной линии с ними, а также на основе формулы (10), отсюда следует, что закон (15) аналогичен выражению (8).

Для реализации закона формирования заданной скорости (15), в частности, нужно определять текущие значения переменной $\varphi_{уст}$ и аппроксимированное значение \ddot{x}_d . Рассмотрим способы их определения.

Значение $\varphi_{уст} \neq 0$ может быть только в результате действия ветра. Если в точке Д подвеса находится акселерометр, измеряющий сумму ускорения реакции опоры от силы тяжести и \ddot{x}_d , его значение определится с учетом формулы (14) как $\ddot{x}_d^{акс} \approx g\varphi + \ddot{x}_d$. Как указано выше, на установившемся процессе в замкнутой системе управления $\ddot{x}_d \equiv 0$. Поэтому отсюда можно определить искомый параметр:

$$\widehat{\varphi}_{уст} \approx \left(\ddot{x}_d^{акс} / g \right)_{нч}, \quad (16)$$

где верхний символ « $\widehat{}$ » означает оценку; $\ddot{x}_d^{акс}$ – показания акселерометра, установленного в точке Д подвеса с осью чувствительности, ортогональной канату подвеса; нижний индекс «нч» обозначает низкочастотную фильтрацию для устранения составляющих переходного процесса.

Для аппроксимации \ddot{x}_d будем использовать интеграл от сигнала с датчика угловой скорости, расположенного также в точке Д подвеса. В силу известного дрейфа этого датчика такая процедура породит зависимость

$$\int_t \omega_{дус} dt \approx \varphi + \Delta\omega_{др}t + \varphi_0, \quad (17)$$

где $\omega_{дус}$ – данные, полученные с датчика угловой скорости с осью чувствительности, параллельной оси вращения подвеса; $\Delta\omega_{др} \approx \text{const}$ – дрейф этого датчика; φ_0 – начальное значение угла φ .

Аппроксимирующий алгоритм текущей параметрической идентификации предлагается строить на основе уравнений (14) и (17), порождающих равенство

$$z \triangleq \ddot{x}_d + g \int_t \omega_{дус} dt = \ddot{x}_T + l_d \ddot{\varphi} + g \int_t \omega_{дус} dt \approx \approx \widehat{a}_1 t + \widehat{a}_2 = \widehat{\theta}^T \mathbf{y}, \quad (18)$$

где z – отклик объекта идентификации; \widehat{a}_1 , \widehat{a}_2 – оценки параметров $a_1 = g\Delta\omega_{др}$, $a_2 = g\varphi_0 + a_T$; $\widehat{\theta}^T = [\widehat{a}_1, \widehat{a}_2]$ – вектор оцениваемых параметров; $\mathbf{y}^T = [t, 1]$ – вектор факторных переменных; индекс «т» обозначает транспонирование.

Тогда аппроксимирующей оценкой (обозначим ее как $\widehat{\ddot{x}}_d$) для сигнала \ddot{x}_d будет

$$\widehat{\ddot{x}}_d = -g \int_t \omega_{дус} dt + \widehat{a}_1 t + \widehat{a}_2. \quad (19)$$

Следует отметить, что в выражении (18) не учтено слагаемое $(l_d - l)\ddot{\varphi}$ исходного равенства (14). Это соответствует опыту исследований замкнутой системы управления с законом формирования заданной скорости (20) при разных значениях параметров: в силу быстрой сходимости к нулю процесса $\ddot{\varphi} \rightarrow 0$ и свойств самонастройки системы управления оценка этого слагаемого слабо влияет на результирующую динамику движения. Более того, такое решение порождает некоторое опережение оценки $\widehat{\ddot{x}}_d$ в сравнении с \ddot{x}_d , что дает более устойчивое поведение замкнутой системы управления с естественными задержками.

В качестве алгоритма текущей идентификации применяется рекуррентный метод наименьших квадратов с фактором забывания [17]:

$$\begin{cases} \widehat{\theta}_i = \widehat{\theta}_{i-1} + \mathbf{P}_i \mathbf{y}_i \varepsilon_i; \quad \varepsilon_i = z_i - \widehat{\theta}_{i-1}^T \mathbf{y}_i; \\ \mathbf{P}_i = \left[\mathbf{P}_{i-1} - \mathbf{P}_{i-1} \mathbf{y}_i \mathbf{y}_i^T \mathbf{P}_{i-1} (\beta + \mathbf{y}_i^T \mathbf{P}_{i-1} \mathbf{y}_i)^{-1} \right] / \beta; \\ \mathbf{P}_0 = \vartheta \mathbf{E}_2; \quad \beta < 1; \quad \beta \rightarrow 1, \end{cases} \quad (20)$$

где индекс $i = 1, 2, 3, \dots$ означает i -й момент времени с временным шагом Δt ; ε – невязка идентификации; \mathbf{P}_i – ковариационная матрица ошибок оценивания параметров (2×2); β – назначаемый фактор забывания предыдущих измерений для слежения за изменяющимися во времени искомыми параметрами; ϑ – большое положительное число, определяющее начальную скорость изменения оценок параметров; \mathbf{E}_2 – единичная (2×2) матрица.

Заметим, что алгоритм идентификации (20) использует гарантированно линейно независимые факторные переменные на любом интервале времени. Это обеспечивает устойчивость получаемых оценок и в целом устойчивость применяемого алгоритма идентификации [18].

Исходя из изложенного, вместо закона (15) можно записать закон формирования заданной скорости на текущих оценках $\hat{\Phi}_{уст}$, \hat{a}_1 , \hat{a}_2 , $\hat{\ddot{x}}_д$ в соответствии с выражениями (16), (18)–(20):

$$\dot{x}_T \approx v_{зад} = T_x^{-1} \left(x_{T\text{зад}} - (l_{\max} - h_{зад}) \hat{\Phi}_{уст} - x_T \right) - 0,25 T_x \xi_M^{-2} \left(-g \int_t \omega_{ДУС} dt + \hat{a}_1 t + \hat{a}_2 \right). \quad (21)$$

Также в соответствии с рекомендациями [18] желательно применить к закону (21) низкочастотный фильтр для устранения в замкнутой системе высокочастотных составляющих с сохранением точности управления. Такие движения могут возникнуть из-за двухмаятникового подвеса, образованного крюком и грузом в некоторых случаях [10].

Невязка идентификации алгоритма (20) при линейной независимости элементов вектор-функции y_i на скользящем временном интервале (а это, как указывалось, гарантированно), на достаточно малом шаге Δt и при соответствующем выборе значения параметра β очень быстро сходится в область нуля (буквально с первых шагов работы алгоритма) и остается там, при этом сами оценки параметров могут быть далекими от истинных значений [18]. Таким образом, алгоритм (20) обеспечивает условие

$$\hat{\ddot{x}}_д \rightarrow \ddot{x}_д, \quad (22)$$

т. е. аппроксимацию переменной $\ddot{x}_д$ даже при неточности текущих оценок параметров.

А это значит, что с самого начала работы алгоритма идентификации оценки можно подставлять в закон (21). Отсюда также следует справедливость приведенного в работе [11] доказательства по достижению цели управления для текущих оценок параметров и $\hat{\ddot{x}}_д$.

Исходя из предложенного алгоритмического обеспечения адаптивной системы управления тележкой крана предлагается в качестве датчиков информации и дополнительных алгоритмических построений использовать следующие:

– энкодер на тележке крана либо $x_T \approx \int_t v_{зад} dt + x_{T_0}$ в силу отмеченных выше свойств

сервопривода, где последнее слагаемое – это начальное значение положения тележки;

– совмещенный датчик в виде акселерометра и датчика угловой скорости, закрепленный на канате подвеса в месте, близком к тележке крана на расстоянии $l_д$ (см. рис. 3) аналогично предложенному авторами патента [3], в точке Д подвеса; акселерометр используется для формирования сигнала $\hat{\Phi}_{уст}$ по формуле (16), датчик угловой скорости дает сигнал $\omega_{ДУС}$;

– для формирования сигнала $\hat{\ddot{x}}_д$, используемого в равенстве (18), предлагается использовать фильтрацию на реальном дифференцирующем звене сигнала $v_{зад} + l_д \omega_{ДУС}$, что дает приближенное получение искомого сигнала без влияния дрейфа датчика угловой скорости [15].

Следует отметить, что полученные выводы соответствуют условию относительной малости радиуса инерции груза $l^2 \gg r_T^2$. Исследования на имитационных компьютерных моделях показывают, что в противном случае, например $l = r_T$, рассмотренная выше замкнутая система управления обеспечивает также высокое качество управления. Это объясняется, в частности, хорошими аппроксимационными свойствами алгоритма идентификации (20), обеспечивающего условие (22).

3. МОДЕЛЬНЫЙ ПРИМЕР

Для сравнения предлагаемого подхода с предложенным ранее решением из статьи [11] проведение имитационного моделирования предлагаемой системы управления проводилось в аналогичных условиях, что и в указанной работе, даже с некоторым расширением вариации параметров крана и груза. В частности, моделирование осуществлялось в компьютерной среде Matlab/Simulink/SimMechanics. Дифференциальные уравнения решались методом Рунге – Кутты четвертого и пятого порядков с шагом 0,01 с. Для этого использовались зависимости (1), (18)–(21) с учетом выражений (5)–(7), (12), (13), (16).

Рассматривалось управление тележкой типового среднего крана со значениями параметров $m_T = 450$ кг, $m_T = 100 \div 50\,000$ кг, $l_{\min} = 3$ м, $l_{\max} = 15$ м, $l_д = 1$ м, $r_T = 0,2 \div 5$ м, $x_{T\text{зад}} = 10$ м, $h_{зад} = 0$. Сила трения моделировалась в виде вязкого трения: $f_{тр} = k_{тр} v$, $k_{тр} = 0,3$ Н·с/м. Сервопривод, формирующий скорость перемещения тележки крана \dot{x}_T по заданной скорости



$v_{\text{зад}}$ моделировался аperiodическим звеном с единичным коэффициентом усиления и с постоянной времени 0,1 с, а также имел дополнительные нелинейности: временную задержку 0,03 с и ограничения по выходному сигналу $v_{\text{max}} = 0,67$ м/с, $|\dot{v}| \leq 3$ м/с². Многие из указанных значений параметров соответствуют стандарту [19] и многообразию типовых переносимых грузов. Закон формирования заданной скорости (21) фильтровался на аperiodическом звене с единичным коэффициентом усиления и постоянной времени 1 с.

Предполагалось, что на переносимый груз в момент времени 50 с действует ступенчатое ветровое возмущение интенсивностью 5 % от веса груза, соответствующее $\varphi_{\text{уст}} = 2,9^\circ$ («ступенька» сглажена аperiodическим звеном с постоянной времени 1 с).

Считалось, что угловая скорость и линейное ускорение измеряются с помощью микромеханического датчика типа MPU-6050. В этих данных присутствуют центрированные гауссовские шумы со среднеквадратическими ошибками по угловой скорости 0,1 град/с, а по ускорению 0,1 м/с², $\Delta\omega_{\text{др}} = 0,03$ с⁻¹ [20]. Также предполагалось постоянное смещение показаний акселерометра («нуль» акселерометра) величиной 0,17 м/с², которое соответствует неточности угловой выставки акселерометра величиной около 1°. Линейное перемещение тележки x_t определялось энкодером с аналогичным шумом со среднеквадратической ошибкой 0,01 м.

Для алгоритма идентификации (20) приняты следующие значения параметров: $\Delta t = 0,01$ с, с таким же временным шагом реализуется закон (21); $\vartheta = 10$; $\beta = 0,985$. В алгоритме идентификации вместо переменной \ddot{x}_d использовалась ее приближенное описание (считается истинным), полученное исходя из зависимости $\ddot{x}_d(s) \approx \frac{s}{0,5s+1}(v_{\text{зад}}(s) + l_d \omega_{\text{ДУС}}(s))$, где s – переменная преобразования Лапласа.

В представленных вариантах работы крана собственная его частота в соответствии с соотношениями (5) изменяется в диапазоне $\omega_0 = 0,8 \div 1,8$ с⁻¹ или $T_0 = 3,49 \div 7,85$ с. Поэтому значения параметров закона (21) с учетом выражений (12), (13) приняты такими: $\xi_m = 0,9$, $k_{\text{шт}} = 2/3$, $\omega_m = 0,2$ с⁻¹, $T_x = 10$ с. Зависимость (17) реализована в виде $\hat{\varphi}_{\text{уст}}(s) \approx \frac{1}{2s+1}(\ddot{x}_d^{\text{акс}}(s)/g)$.

Поведение замкнутой системы управления по переменным x_t и x_m сравнивалось с переменной x_m , которая является выходом модели, соответствующей эта-

лонному движению (7) с указанными выше параметрами: $\ddot{x}_m = -2\omega_m \xi_m \dot{x}_m - \omega_m^2(x_m - \tilde{x}_{t \text{зад}}(l))$.

На рис. 4 представлены результаты исследования при средних значениях параметров работы крана при минимальной длине подвеса $l = 3$ м: $m_t = 5000$ кг, $r_t = 2$ м. При других значениях двух последних параметров из указанного выше их диапазона кривые получаются практически такими же (расхождение – единицы процентов).

На рис. 5 представлены результаты исследования при средних параметрах работы крана при максимальной длине подвеса $l = 15$ м: $m_t = 5000$ кг, $r_t = 2$ м. Так же, как и в предыдущем случае, при других значениях двух последних параметров из указанного выше их диапазона получаются практически такие же кривые. Постоянная ошибка позиционирования груза в целевой точке составляет около 0,28 м. Если ошибки в угловой выставке акселерометра в совмещенном датчике не будет, то и указанной ошибки позиционирования также не будет.

На других длинах подвески результаты имеют промежуточный характер. Можно утверждать, что результаты модельных исследований подтверждают изложенные выше теоретические выкладки. Они показывают, что при большом разнообразии параметров груза его перемещение близко к поведению назначенного эталона с достижением целевой точки на высоте погрузки с небольшой ошибкой, пропорциональной неточности угловой выставки акселерометра в совмещенном датчике (наличии нескомпенсированного «нуля» акселерометра). При возникновении ступенчатого ветрового воздействия оно парируется. При этом присутствует текущая неопределенность указанных параметров. Линейное перемещение груза близко к «эталонному». Время переходного процесса при переносе груза на 10 м составляет около 25 с. Угловое отклонение подвеса груза не более 2°. Подобные свойства без изменения алгоритма управления были получены и при других значениях параметров крана.

Указанная постоянная ошибка позиционирования груза также будет возникать, если вместо энкодера для определения сигнала x_t использовать интегрирование $v_{\text{зад}}$. Но в целом эта ошибка не критична, если описанная система управления краном подразумевает наличие в своем контуре оператора крана, т. е. представляет собой автоматизированную систему. Оператор, наблюдая за положением груза, формирует через органы управления дополнительный сигнал заданной скорости по отношению к сигналу, формируемому в соответствии с законом (21), компенсируя эту постоянную ошибку. Причем в этом случае сигнал Δx_t в формулах (12), (13) определяется управляющим воздействием оператора.

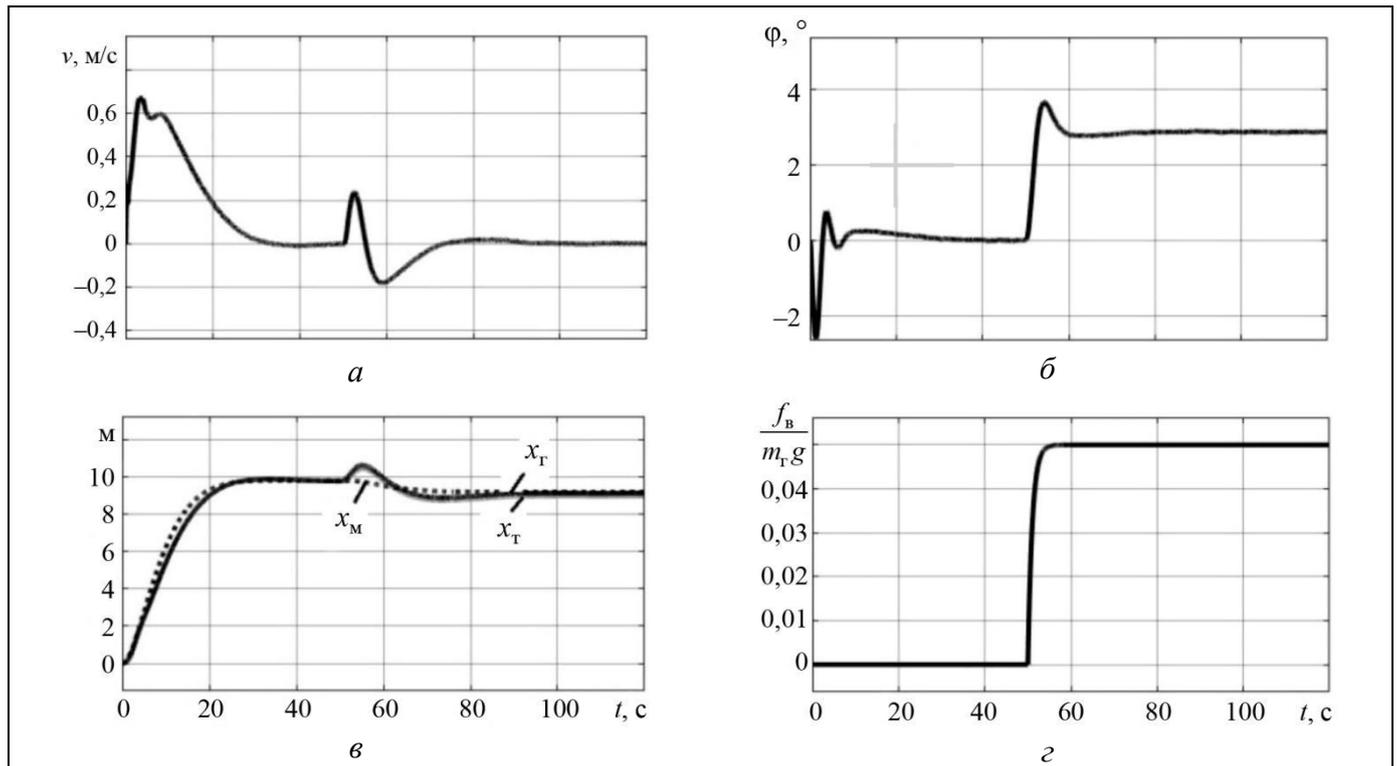


Рис. 4. Результаты модельных исследований адаптивной системы управления для среднего мостового крана при минимальной длине подвеса груза (3 м): *a* – скорость тележки; *б* – угол отклонения подвеса; *в* – линейные перемещения тележки, груза и выхода эталона; *г* – относительная сила ветра

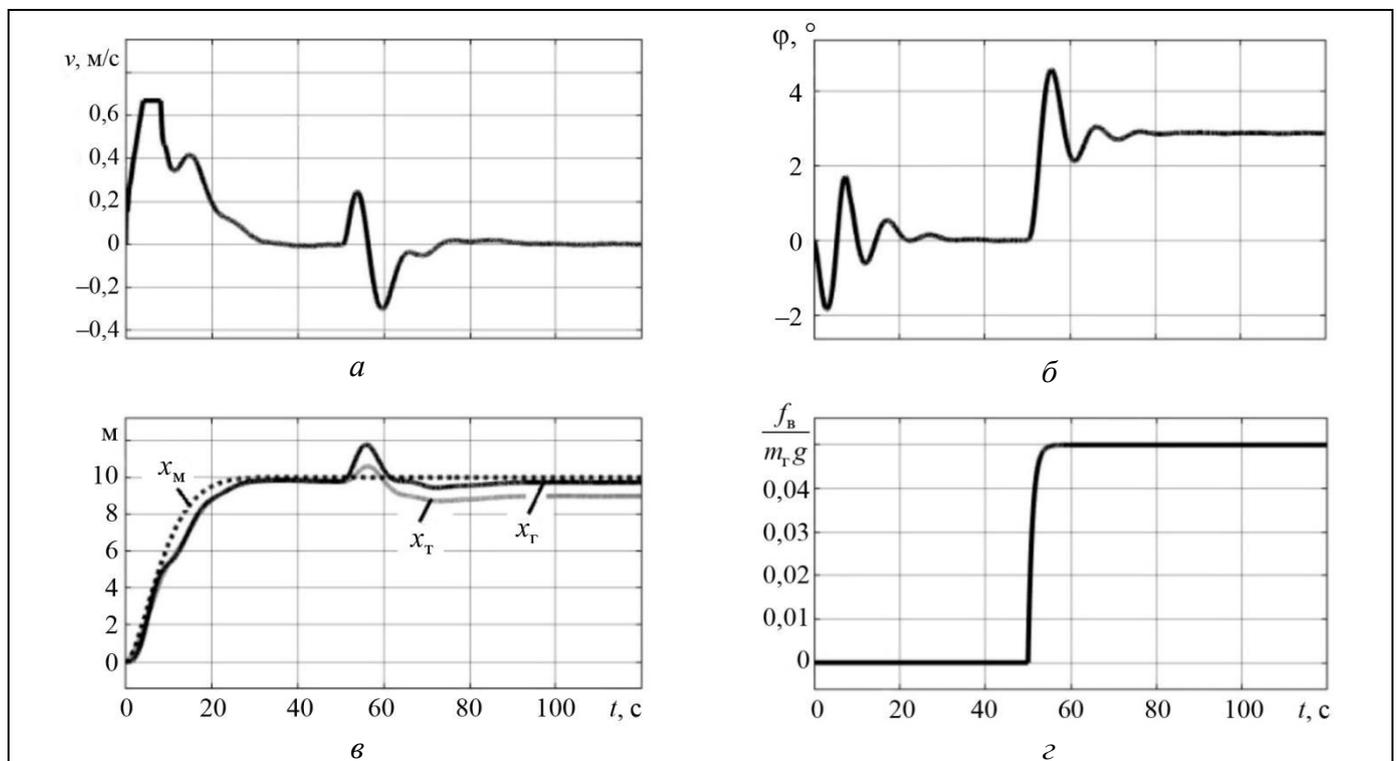


Рис. 5. Результаты модельных исследований адаптивной системы управления для среднего мостового крана при максимальной длине подвеса груза (15 м): *a* – скорость тележки; *б* – угол отклонения подвеса; *в* – линейные перемещения тележки, груза и выхода эталона; *г* – относительная сила ветра



Представленные результаты указывают на то, что предлагаемый способ построения системы управления в сравнении с подходом, описанным в работе [11], обладает схожими свойствами по качеству управления перемещением груза, гашением маятниковых колебаний и парирования возмущения.

Рассматриваемые алгоритмы управления краном были также апробированы на экспериментальной установке по исследованию успокоения груза на кранах мостового типа с асинхронными сервоприводами [21] и продемонстрировали аналогичные свойства.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследования показывают эффективность представленного решения по идентификационному управлению мостовым краном и возможность его реализации на современном оборудовании. Предлагаемый подход позволяет сформировать управление, обладающее свойствами, аналогичными описанному в работе [11], но при этом он дает дополнительные преимущества:

- безопасное, более надежное и менее затратное для эксплуатации расположение датчиков информации;

- применение эффективной процедуры текущей параметрической идентификации на основе метода наименьших квадратов с гарантированным обеспечением устойчивости этого алгоритма;

- возможность выбора параметров закона управления на основе паспортных данных крановой установки;

- отсутствие требования настройки системы управления перед каждым началом работы по определению дрейфа датчика угловой скорости. Это позволяет использовать в системе управления недорогие датчики среднего класса.

Если система управления краном предназначена для автоматизированного управления им, то предполагается настройка системы управления только на этапе ее монтажа на крановую установку (возможна также периодическая уточняющая настройка на плановых регламентных работах):

- определение «нуля» акселерометра с целью его вычитания из текущих показаний для устранения постоянной ошибки позиционирования груза;

- выбор значения параметра $k_{\text{шт}}$ и определение зависимости $T_x(\Delta x_r)$ согласно выражениям (12), (13) и паспортным данным крановой установки для закона формирования заданной скорости (21);

- выбор и апробирование значений параметров алгоритма текущей идентификации;

- установка значений параметров указанных выше низкочастотных фильтров.

Если система управления краном предполагает его полностью автоматическое управление, то дополнительно требуется использовать акселерометр с высокой стабильностью «нуля» либо применять периодическую его коррекцию с помощью специальных процедур.

ЛИТЕРАТУРА

1. Jaafar, H.I., Mohamed, Z., MohdSubha, N.A., et al. Efficient Control of a Nonlinear Double-Pendulum Overhead Crane with Sensorless Payload Motion Using an Improved PSO-Tuned PID Controller // Journal of Vibration and Control. – 2018. – No. 25(4). – P. 907–921.
2. Fadlalla, A.A.M., Hassan M. Dynamic Modeling and Feedback Linearization Control of a 3-D Overhead Gantry Crane System // Proceedings of 2021 IEEE International IOT, Electronics and Mechatronics Conference (IEMTRONICS). – Toronto, ON, Canada, 2021. – P. 1–6.
3. Патент RU 2676210 C1 Устройство и способ управления раскачиванием груза, подвешенного на подъемном устройстве: № 2016125496: заявл. 06.11.2014: опубл. 26.12.2018, Бюл. № 36 / Саварежи С.М., Винати Ф., Винати С.В. и др. [Patent RU 2676210 C1 Ustrojstvo i sposob upravljeniya raskachivaniem gruzha, podveshennogo na pod'emnom ustrojstve: № 2016125496: zayavl. 06.11.2014: opubl. 26.12.2018, Byul. no. 36 / Savarezi, S.M., Vinati, F., Vinati, S.B., et al. (In Russian)]
4. Антипов А.С., Краснова С.А. Система стабилизации положения тележки крана с использованием сигмоидальной функции // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2019. – Т. 20, № 10. – С. 609–614. [Antipov, A.S., Krasnova, S.A. Stabilization System of Convey-crane Position Via Sigmoidal Function // Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie. – 2019. – Vol. 20, no. 10. – P. 609–614. (In Russian)]
5. Wu, X., Xu, K., Lei, M., He, X. Disturbance-Compensation-Based Continuous Sliding Mode Control for Overhead Cranes with Disturbances // IEEE Transactions on Automation Science and Engineering. – 2020. – Vol. 17, no. 4. – P. 2182–2189.
6. Drag, L. Model of an Artificial Neural Network for Optimization of Payload Positioning in Sea Waves // Ocean Engineering. – 2016. – Vol. 115. – P. 123–134.
7. Qiang, H.Y., Sun, Y.G., Lyu, J.C., and Dong, D.S. Anti-Sway and Positioning Adaptive Control of a Double-Pendulum Effect Crane System with Neural Network Compensation // Frontiers in Robotics and AI. – 2021. – Vol. 8, art. no. 639734.
8. Guo, W., Liu, D., Yi, J., Zhao, D. Passivity-based-control for double-pendulum-type overhead cranes // Proceedings of IEEE region 10 annual international conference. – Chiang Mai, Thailand, 2004. – P. 546–549.
9. Sun, N., Fang, Y., Wu, Y., and Chen, H. Adaptive Positioning and Swing Suppression Control of Underactuated Cranes Exhibiting Double-Pendulum Dynamics: Theory and Experimentation // Proceedings of 31st Youth Academic Annual Conference of Chinese Association of Automation. – Wuhan, China, 2016. – P. 87–92.
10. Круглов С.П., Ковыршин С.В., Аксаментов Д.Н. Адаптивное управление двухмаятниковым подвесом мостового крана // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2022. – Т. 23, № 9. – С. 451–461. [Kruglov, S.P., Kovyrshin, S.V.,

- Aksamentov, D.N. Adaptive Control of Two-Pendulum Suspension of Overhead Crane // *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*. – 2022. – Vol. 23, no. 9. – P. 451-461. (In Russian)]
11. *Круглов С.П., Ковыршин С.В.* Идентификационное скоростное управление мостовым краном с сокращенной моделью переноса груза. Проблемы управления. – 2023. – № 4. – С. 28–37. [*Kruglov, S.P., and Kovyrshin, S.V.* Identification-Based Speed Control of an Overhead Crane with a Reduced Cargo Transfer Model // *Control Sciences*. – 2023. – No. 4. – P. 25–33.]
 12. *Герман-Галкин С.Г.* Компьютерное моделирование полупроводниковых систем в MATLAB 6.0: Учебное пособие. – СПб.: КОРОНА-Принт, 2010. – 320 с. [*German-Galkin, S.G.* Komp'yuternoe modelirovanie poluprovodnikovyykh sistem v MATLAB 6.0: Uchebnoe posobie. – SPb.: KORONA-Print, 2010. – 320 s. (In Russian)]
 13. *Черноусько Ф.Л., Ананьевский И.М., Решмин С.А.* Методы управления нелинейными механическими системами. – М.: Физматлит, 2006. – 328 с. [*Chernous'ko, F.L., Anan'evskii, I.M., Reshmin S.A.* Metody upravleniya nelineinymi mekhanicheskimi sistemami. – M.: Fizmatlit, 2006. – 328 s. (In Russian)]
 14. *Жегульский В.П., Лукашук О.А.* Проектирование, конструирование и расчет механизмов мостовых кранов: учебное пособие / под ред. Г.Г. Кожушко. – Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2016. – 184 с. [*Zhegul'skii, V.P., Lukashuk, O.A.* Proektirovanie, konstruirovaniye i raschet mekhanizmov mostovyykh kranov: uchebnoye posobie / pod red. G.G. Kozhushko. – Ekaterinburg: Izd-vo Ural. un-ta, 2016. – 184 s. (In Russian)]
 15. *Первозванский А.А.* Курс теории автоматического управления. Учеб. пособие для вузов. – СПб: Лань. – 2015. – 624 с. [*Pervozvanskii, A.A.* Kurs teorii avtomaticheskogo upravleniya. Ucheb. Posobie dlya vuzov. – SPb: Lan'. – 2015. – 624 s. (In Russian)]
 16. *Нормативы времени на погрузочно-разгрузочные работы, выполняемые на железнодорожном, водном и автомобильном транспорте.* – URL: <https://legalacts.ru/doc/normativy-vremeni-na-pogruzochno-razgruzochnye-raboty-vypolnjaemye-na/?ysclid=lupk0hbixq562099001> (дата обращения 07.04.2024). [*Normativy vremeni na pogruzochno-razgruzochnye raboty, vypolnyaemye na zhelezнодорожном, vodnom i avtomobil'nom transporte.* – URL: <https://legalacts.ru/doc/normativy-vremeni-na-pogruzochno-razgruzochnye-raboty-vypolnjaemye-na/?ysclid=lupk0hbixq562099001> (accessed April 7, 2024). (In Russian)]
 17. *Льонг Л.* Идентификация систем. Теория для пользователя: Пер. с англ. / Под ред. Я.З. Цыпкина. – М.: Наука, гл. ред. физ.-мат. лит. – 1991. – 432 с. [*Ljung, L.* System Identification: Theory for the User. – Prentice Hall PTR, 1987. – 544 p.]
 18. *Круглов С.П.* Адаптивная автоматизация пилотирования самолетом на больших углах атаки на основе упрощенных условий адаптируемости. – Иркутск: ИФ МГТУ ГА. – 2012. – 248 с. [*Kruglov, S.P.* Adaptivnaya avtomatizatsiya pilotirovaniya samoletom na bol'shikh uglakh ataki na osnove uproshchennykh uslovii adaptiruемости. – Irkutsk: IF MG TU GA. – 2012. – 248 s. (In Russian)].
 19. *ГОСТ 3332-54.* Краны мостовые электрические общего назначения грузоподъемностью от 5 до 50 т среднего и тяжелого режимов работы. Основные параметры и размеры. – М: Издательство стандартов, 1974. [*GOST 3332-54.* Krany mostovye ehlektricheskie obshchego naznacheniya gruzopod'emnost'yuot 5 do 50 t srednego i tyazhelogorezhimovraboty. Osnovnye parametry i razmery. – M: Izdate'l'stvo standartov, 1974. (In Russian)]
 20. *MPU-6000 and MPU-6050 Product Specification Revision 3.4* – Sunnyvale, CA: InvenSense, Inc., 2013. – URL: <https://invensense.tdk.com/wp-content/uploads/2015/02/MPU-6000-Datasheet1.pdf> (accessed April 5, 2024).
 21. *Ковыршин С.В., Круглов С.П., Буторин Д.В., Коденев К.Ф.* Экспериментальная установка для разработки и исследования алгоритмов успокоения груза на кранах мостового типа с системой управления на основе промышленных элементов // Электронный научный журнал «Молодая наука Сибири». – 2023. – № 3 (21). – URL: <https://ojs.irgups.ru/index.php/mns/article/view/1503> (дата обращения 07.04.2024). [*Kovyrshin, S.V., Kruglov, S.P., Butorin, D.V., Kodenev, K.F.* Eksperimental'naya ustanovka dlya razrabotki i issledovaniya algoritmov uspokoeniya gruz na kranakh mostovogo tipa s sistemoi upravleniya na osnove promyshlennykh ehlementov // *Ehlektronnyinauchnyizhurnal «MolodayanaukaSibiri»* – 2023. – No. 3 (21). – URL: <https://ojs.irgups.ru/index.php/mns/article/view/1503> (accessed April 7, 2024). (In Russian)]
- Статья представлена к публикации членом редколлегии С. А. Красновой.*
- Поступила в редакцию 12.04.2024,
после доработки 28.06.2024.
Принята к публикации 15.07.2024.*
- Круглов Сергей Петрович** – д-р техн. наук, ФГБОУ ВО «Иркутский государственный университет путей сообщения», г. Иркутск, ✉ kruglov_s_p@mail.ru, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-9241-3352>
- Ковыршин Сергей Владимирович** – канд. техн. наук, ФГБОУ ВО «Иркутский государственный университет путей сообщения», г. Иркутск, ✉ sergkow@mail.ru, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-5564-0951>
- Буторин Денис Витальевич** – канд. техн. наук, ФГБОУ ВО «Иркутский государственный университет путей сообщения», г. Иркутск, ✉ den_butorin@mail.ru, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-1160-5756>
- © 2024 г. Круглов С. П., Ковыршин С. В., Буторин Д. В.



Эта статья доступна по [лицензии Creative Commons «Attribution» \(«Атрибуция»\) 4.0 Всемирная.](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)



AN IDENTIFICATION-BASED CONTROL METHOD FOR AN OVERHEAD CRANE WITH A NEW COMBINED SENSOR PLACEMENT

S. P. Kruglov*, S. V. Kovyshin**, and D. V. Butorin***

Irkutsk State Transport University, Irkutsk, Russia

*✉ kruglov_s_p@mail.ru, **✉ sergkow@mail.ru, ***✉ den_butorin@mail.ru

Abstract. This paper is devoted to an automatic control method for an overhead crane under the current parametric uncertainty of the crane, transported cargo, and exogenous disturbances. The control objective is to move the cargo in the horizontal plane to a point ensuring the final delivery of the cargo to the designated place while parrying the angular oscillations of the suspension and reaching given dynamic characteristics. The approach is based on a control scheme with a current parametric identification algorithm, an implicit reference model, and “simplified” adaptability conditions to track cargo movements directly. The control law generates a given trolley speed for the servo drive. The passport data of the crane installation are used to select the control law parameters. Unlike previous publications on the topic, the solution proposed below is simpler, more reliable in terms of operation, and less expensive. This is achieved by placing a combined sensor (an accelerometer with an angular rate sensor (ARS)) on a suspension cable near the crane trolley and applying, first, an algorithmic solution without the preliminary calculation of the ARS drift and, second, a current parametric identification procedure of higher efficiency. Computer simulation results are provided to confirm these advantages of the new solution. A similar example is implemented on an experimental installation.

Keywords: overhead crane, control automation, current parametric uncertainty, parametric identification algorithm, approximation.

Acknowledgments. This work was supported by the Russian Science Foundation, project no. 23-29-00654; <https://rscf.ru/project/23-29-00654/>.