ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ МОДАЛЬНОГО АНАЛИЗА ПО ЛЯПУНОВУ НА ОСНОВЕ ДАННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Катаев Д. Е.[1]
(*ФГБУН Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва*)

Для современных электроэнергетических систем (ЭЭС) проблема исследования их устойчивости продолжает быть особо актуальной в связи с тенденциями развития структур генерации и потребления. Модальный анализ по Ляпунову совмещает два подхода к оценке устойчивости систем и ЭЭС в частности: модальный анализ и спектральные разложения функций Ляпунова. Данная работа продолжает исследование возможностей проведения модального анализа по Ляпунову на основе данных об измерениях в системе. Решается задача численной оценки качества работы реализации такого модального анализа в зависимости от используемого метода идентификации и значений его параметров. Работа предлагает метод такой оценки, с его помощью уточняет выводы предшествующей работы и демонстрирует силу влияния нелинейных искажений идентифицируемого сигнала на результат. Также работа предлагает дальнейшие пути развития данного направления.

Ключевые слова: электроэнергетическая система, модальный анализ, Прони анализ, уравнение Ляпунова, спектральное разложение.

1. Введение

Современные электроэнергетические системы (ЭЭС) представляют собой сложные технические объекты, включающие множество генераторов, которые работают в единой сети, с роторами, вращающимися с синхронной скоростью. Проблема обеспечения устойчивости ЭЭС остается актуальной из-за изменений в генерации энергии из возобновляемых источников, активности потребителей и использования силовой электроники. Установки для распределенной генерации, подключаемые через выпрямительно-инверторные блоки, снижают инерцию системы и увеличивают опасность нарушений устойчивости [1, 10, 16, 18].

При исследовании устойчивости ЭЭС при малых возмущениях используется классический подход математической теории

[1] *Дмитрий Евгеньевич Катаев, к.т.н., с.н.с.* (*dekataev@ipu.ru*).

устойчивости динамических систем, важным аспектом которого является определение собственных чисел матрицы линейной или, как в случае ЭЭС, линеаризованной системы. В широком смысле как спектральный анализ, так и модальный анализ подразумевают изучение свойств динамических систем в терминах частот и связанных с ними величин, таких как амплитуды, коэффициенты демпфирования, энергия, собственные значения и векторы [1].

В общем случае существует два базовых подхода: методы, основанные на модели, и методы, основанные на измерениях. Построение модели или, тем более, цифрового двойника большой сложной энергосистемы является нетривиальной задачей. Так, в [15] отмечается, что во время аварии 10 августа 1996 года в американской Западной Электроэнергетической системе (WSCC) данные, получаемые диспетчерским центром от модели, существенно разнились с реальными данными измерений. Измерительные методы, напротив, могут обновлять оценки мод системы, исходя из потоков измерительных данных в реальном времени. Таким образом, они имеют определенные преимущества перед модельными для задачи исследования устойчивости ЭЭС в реальном времени [3, 17].

Среди измерительных методов в рамках данной работы наиболее интересны те из них, которые идентифицируют систему, ее передаточную функцию или спектр с соответствующими амплитудными характеристиками. К таковым относятся Прони-анализ [22], разложение по динамическим модам (Dynamic Mode Decomposition) [9], алгоритм ERA (Eigensystem Realization Algorithm) [21] и др. [8, 17].

Модальный анализ по Ляпунову совмещает два подхода к оценке устойчивости: модальный анализ и спектральные разложения функций Ляпунова [6, 11]. Он позволяет оценивать колебания в системе в терминах вариации энергии. Также существует его обобщение для билинейных систем [12]. Большинство существующих исследований модального анализа по Ляпунову и предшествующих им исследований методов спектрального разложения грамианов требуют наличия линейной модели исследуемой системы. В предыдущей работе данного цикла [4] исследованы возможности создания системы модального анализа по Ляпунову по измерениям на основе Прони-анализа. Хотя принципиальная возможность построения такой системы и была продемонстрирована, полученные результаты не позволяют пока говорить о практическом применении. Целью текущей работы является поиск путей улучшения качества работы предлагаемой системы модального анализа.

2. Постановка задачи

Напомним основные понятия модального анализа по Ляпунову, важные для задачи проведения анализа по данным измерений [4]. При этом обобщим определение конечных субграмианов на произвольный временной интервал, поскольку это будет важно при обсуждении метода разложения на моды Купмана. Рассмотрим линеаризуемую систему, представимую в виде возмущаемой начальными условиями линейной системы с одним выходом:

$$(1)\qquad \begin{array}{rcl} \dot{\mathbf{x}}_{[n\times 1]}(t) & = & A_{[n\times n]}\mathbf{x}_{[n\times 1]}(t), \mathbf{x}_{[n\times 1]}(0) = \mathbf{x}_{\mathbf{0}[\mathbf{n}\times\mathbf{1}]}, \\ y_{[1\times 1]}(t) & = & C_{[1\times n]}\mathbf{x}_{[n\times 1]}(t), \end{array}$$

где $\mathbf{x}_{[n\times 1]}$ – вектор состояния; n – порядок системы; t – время; $A_{[n\times n]}$ – матрица динамики системы; $y_{[1\times 1]}$ – выходной сигнал системы, а $C_{[1\times n]}$ – матрица выхода системы.

Пусть матрица A диагонализируема и имеет простой спектр $\{\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n\}$, где λ_i - i-е собственное число матрицы A:

$$(2)\qquad A = U\Lambda V = (\mathbf{u_1}\mathbf{u_1}\ldots\mathbf{u_n})\begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \ldots & \lambda_n \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \mathbf{v_1^T} \\ \mathbf{v_2^T} \\ \vdots \\ \mathbf{v_n^T} \end{pmatrix},$$

где U – матрица правых собственных векторов; Λ – матрица со спектром A на главной диагонали, а V – матрица левых собственных векторов. Добавим условие нормировки:

$$(3)\qquad UV = VU = I,$$

где I – единичная матрица.

Определение 1. *Грамианом наблюдаемости системы* (1) *называется решение P уравнения Ляпунова* [5]

$$A^*P + PA = -C^\top C. \tag{4}$$

Определение 2. *Субграмианы наблюдаемости P_i и парные субграмианы наблюдаемости P_{ij} являются элементами разложения грамиана наблюдаемости P по спектру Λ и определяются как* [11]

$$P_i = \sum_j P_{ij} = -\sum_j \frac{\mathbf{v_i^*}(\mathbf{u_i^\top})^* C^\top C \mathbf{u_j} \mathbf{v_j^\top}}{\lambda_i^* + \lambda_j}, P = \sum_i P_i. \tag{5}$$

Определение 3. *Модальный вклад по Ляпунову* (*МВЛ*) $\hat{E}_i$ *определяется как* [11]

$$\int_0^\infty y^2(\tau)d\tau = \sum_{ij} (\mathbf{x_0^\top} P_{ij} \mathbf{x_0}) = \\ = \sum_i (\mathbf{x_0^\top} \sum_j P_{ij} \mathbf{x_0}) = \sum_i \hat{E}_i, \hat{E}_i = \mathbf{x_0^\top} P_i \mathbf{x_0}. \tag{6}$$

Определение 4. *Парный модальный вклад по Ляпунову $\hat{E}_{ij}$ определяется как* [11]*:*

$$\hat{E}_{ij} = \mathbf{x_0^\top} P_{ij} \mathbf{x_0}. \tag{7}$$

Определение 5. *Конечные субграмианы наблюдаемости $P_i(t_0, t)$ и парные субграмианы наблюдаемости определяются как $P_{ij}(t_0, t)$* [14]*:*

$$P_i(t_0, t) = \sum_j P_{ij}(t_0, t) = \\ = -\sum_j \frac{\mathbf{v_i^*}(\mathbf{u_i^\top})^* C^\top C \mathbf{u_j} \mathbf{v_j^\top}}{\lambda_i^* + \lambda_j} (e^{(\lambda_i^* + \lambda_j)t_0} - e^{(\lambda_i^* + \lambda_j)t}), \\ P(t) = \sum_i P_i(t_0, t). \tag{8}$$

Определение 6. *Соответствующие МВЛ на конечном интервале времени $\hat{E}_i(t)$ и $\hat{E}_{ij}(t)$ определяются как* [14]*:*

$$\int_{t_0}^t y^2(\tau)d\tau = \sum_i \hat{E}_i(t_0, t), \hat{E}_i(t_0, t) = \mathbf{x_0^\top} P_i(t_0, t) \mathbf{x_0}. \tag{9}$$

$$\hat{E}_{ij}(t_0, t) = \mathbf{x_0^\top} P_{ij}(t_0, t) \mathbf{x_0}. \tag{10}$$

Обозначения МВЛ $E_i, E_i(t_0, t), E_{ij}, E_{ij}(t_0, t)$ используем для результатов, полученных методами идентификации из данных измерений.

Поставим задачу обобщенной оценки качества работы реализаций модального анализа по Ляпунову на основе данных измерений. За основу возьмем задачу разложения МВЛ по графу электрической сети. Такое разложение достигается за счет исследования выходов территориально распределенной системы, имеющих географическую привязку. В данном исследовании такими выходами являются измерения амплитуд и углов напряжения в узлах системы, получаемых в качестве реакции системы на одно и то же возмущение. Таким образом исследуется массив выходных сигналов измерения одной и той же величины в географически разных точках системы.

Задача 1. *Для приведенной задачи разложения МВЛ по графу электрической сети выбрать скалярный численный критерий качества для каждой моды и с его помощью найти оптимальные настройки Прони-анализа либо показать отсутствие таковых.*

Подробнее с процедурой построения таких разложений по модели можно ознакомиться в [13], а по данным измерений в [4].

3. Решение задачи

Упомянутое в задаче 1 разложение МВЛ по графу электрической сети предполагает, что каждый узел сети является отдельным выходом системы, следовательно, грамианы и субграмианы наблюдаемости в каждом узле будут различаться. Рассмотрим для примера разложение МВЛ $\hat{E}_i$ по графу сети как вектор следующего вида:

$$\hat{E}_i^v = (\hat{E}_i^{(0)}, \hat{E}_i^{(1)}, ..., \hat{E}_i^{(n)}), \tag{11}$$

где $\hat{E}_i^v$ – обозначение вектора разложения МВЛ i-й моды по графу; $\hat{E}^(k)_i$ – его k-й элемент, соответствующий k-му узлу графа, а n – количество узлов графа. Введем аналогичные обозначения для всех остальных ранее введенных МВЛ. Примем за скалярный численный критерий качества евклидово расстояние между нормированными векторами $\hat{E}_i^v$ и E_i^v или их аналогами.

Тогда можно исследовать качество работы реализации модального анализа по Ляпунову для каждой моды в зависимости от пары наиболее важных для качества работы Прони-анализа параметров – периода повторной дискретизации и количества идентифицируемых мод. Здесь исследуется зависимость введенного критерия качества для нескольких мод в эксперименте, аналогичном описанному в [4], предполагающему одновременную идентификацию сигналов, измеряемых в каждом из 68 узлов сети в ответ на возмущение в одном из генераторов. При этом период дискретизации и количество мод меняются в широком диапазоне. Прони-анализ здесь используется в варианте метода пучка матриц (matrix pencil), однако и в варианте метода наименьших квадратов получены аналогичные результаты. Приведем в качестве примера анализ моды 18. Из трех критических слабодемпфированных мод в системе она, с одной стороны, идентифицируется с приемлемой точностью (в отличие от моды 21), с другой стороны, демонстрирует сложную зависимость точности идентификации от параметров Прони-анализа (в отличие от моды 3). Графические результаты для моды 18 представлены на рис. 1. Из них можно заключить, что в пространстве параметров Прони-анализа существует область вычислительной устойчивости, в которой, в свою очередь, есть область значений параметров, использование которых ведет к близкой к оптимальной точности идентификации конкретной моды. В то же время наилучшим значением критерия качества, соответствующим минимальному расстоянию между двумя нормированными векторами, оказалось значение около $0{,}31$, что для переменной с областью допустимых значений $[0; 2]$ является результатом лишь условно приемлемым.

Еще одной важной особенностью результатов на рис. 1 являются области вычислительной неустойчивости (белые разрывы в поверхности), соответствующие периодам повторной дискретизации, кратным некоторому значению. Такие области возникают для разных мод и при использовании разных вариантов Прони-анализа при различных значениях периода дискретизации, что несколько осложняет его оптимальную настройку.

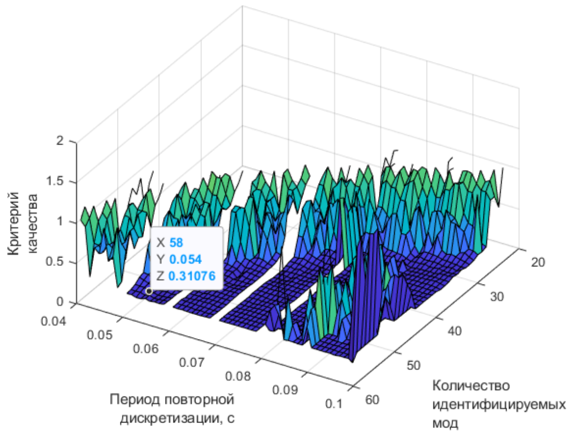

Рис. 1. Зависимость предложенного критерия качества анализа моды 18 от основных настроек Прони-анализа при $t_0 = 0$

Одной из причин низкой точности идентификации являются нестационарные и/или нелинейные искажения переходного процесса, что в рамках работы с ЭЭС является практически неизбежным. Так, в исходных данных рассматриваемого сценария были обнаружены такие искажения, связанные с неидеальным начальным возмущением длительностью 0,2 секунды. Повторение вышеописанного эксперимента с предобработкой сигнала измененной таким образом, что $t_0 = 0{,}2$, а не $t_0 = 0$, как в предыдущем случае, позволило улучшить результаты для моды 18 на треть, со значения критерия качества около 0,31 до значения около 0,21. Графические результаты эксперимента представлены на рис. 2. По сравнению с прошлым экспериментом новым является небольшой тренд на улучшение качества работы при росте количества идентифицируемых мод, однако и области вычислительной неустойчивости в таком случае расширяются.

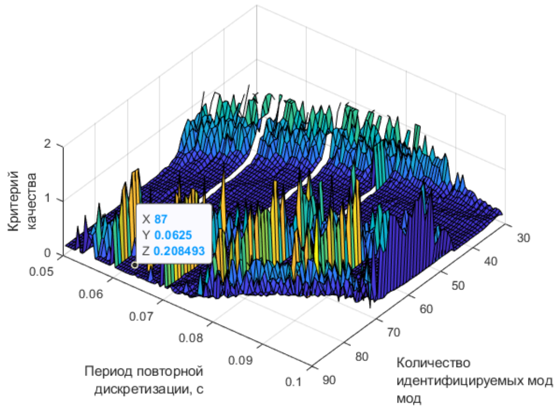

Рис. 2. Зависимость предложенного критерия качества анализа моды 18 от основных настроек Прони-анализа при $t_0 = 0{,}2$

Таким образом, выводы предыдущего исследования [4] можно актуализировать следующим образом:

– Метод Прони способен идентифицировать наиболее выраженную часть спектра системы по переходному процессу с умеренными ошибками. Этого достаточно для классического модального анализа. Однако ошибки при оценке амплитуд и начальных фаз колебаний оказывают серьезное влияние на результаты модального анализа по Ляпунову. Во многом это вызвано нестационарными и/или нелинейными искажениями идентифицируемого сигнала, неизбежными при работе с ЭЭС, и может быть частично нейтрализовано корректной предобработкой сигнала. Однако универсального метода для устранения таких искажений нет.

– Предложенный подход принципиально жизнеспособен, однако недостаточная точность идентификации нужных для получения МВЛ параметров представляет собой существенное препятствие для практического использования. Однако в силу того, что предложенный в данной работе численный критерий качества реализаций модального анализа по Ляпунову применим с любым методом идентификации, оставаясь в одном и том же диапазоне значений, мы можем далее использовать результаты, полученные для Прони-анализа в качестве ориентира при испытании реализаций с другими методами идентификации.

– Повышение точности аппроксимации сигнала путем подбора оптимальных значений параметров метода Прони не имеет решающего влияния на качество работы, за исключением обеспечения вычислительной устойчивости алгоритма.

– Целесообразно продолжать исследование, испытывая другие методы идентификации. В силу того, что точности метода Прони оказалось недостаточно, представляется целесообразным продолжить исследование с более сложными и потенциально более точными методами: разложения по динамическим модам (Dynamic Mode Decomposition) [9] и алгоритмом ERA (Eigensystem Realization Algorithm) [21]. Однак, оба эти метода потребуют дополнительной доработки теоретической части модального анализа по Ляпунову. Альтернативным направлением развития модального анализа по Ляпунову по измерениям может служить нестационарный вариант метода на основе разложения на моды Купмана (KMD, Koopman Mode Decomposition) с помощью [20], например, векторного Прони-анализа [19]. Такая комбинация подходов позволяет явным образом учитывать нестационарность идентифицируемого сигнала, что может благотворно сказываться на точности анализа.

4. Перспективы дальнейшего развития

Алгоритмы ERA [21] и DMD [9] строят полноценную аппроксимацию динамической системы, но исключительно в дискретном представлении. В классическом модальном анализе, когда исследуется только спектр системы, это не является помехой, так как дискретный спектр всегда можно перевести в непрерывный без ошибок и больших вычислительных затрат. Все остальные параметры, однако, требуют обратной дискретизации, которая является крайне нетривиальной задачей, часто нерешаемой на практике без существенных ошибок. Спектральное разложение грамианов дискретных динамических систем получено в [7], что позволяет утверждать, что модальный анализ дискретных динамических систем по Ляпунову вообще возможен.

Для построения системы модального анализа по Ляпунову на основе мод Купмана можно ввести определение конечных субграмианов наблюдаемости $P_i^{TV}(t_k, t_k + \Delta t_k)$ и их парных аналогов $P_{ij}^{TV}(t_k, t_k + \Delta t_k)$ для нестационарных кусочно-линейных систем, например в таком виде:

$$P_i^{TV}(t_k, t_k + \Delta t_k) = \sum_j P_{ij}^{TV}(t_k, t_k + \Delta t_k) = \tag{12}$$

$$= -\sum_j \frac{\mathbf{v_i^*}(\mathbf{u_i^\top})^* C^\top C \mathbf{u_j} \mathbf{v_j^\top}}{\lambda_i^* + \lambda_j} \left(e^{(\lambda_i^* + \lambda_j) t_k} - e^{(\lambda_i^* + \lambda_j)(t_k + \Delta t_k))}\right),$$

$$P(t) = \sum_i P_i(t_k, t_k + \Delta t_k),$$

где t_k – момент начала k-го интервала квазистационарности, а Δt_k – его длительность. Тогда МВЛ $\hat{E}_i(t)$ нестационарной кусочно-линейной системы на конечном интервале времени можно будет определить как

$$\int_{t_0}^{t} y^2(\tau) d\tau = \sum_i \hat{E}_i^{TV}(t_0, t), \tag{13}$$

$$\hat{E}_i^{TV}(t_0, t) = \sum_{k=1}^{m} \mathbf{x_0^\top} P_i(t_k, t_k + \Delta t_k) \mathbf{x_0}; t_1 = t_0, t_m + \Delta t_m = t.$$

В оригинальной публикации о конечных субграмианах [2] доказано, что для дифференциальных уравнений Ляпунова с ненулевыми начальными условиями соответствующие решению и начальным условиям субграмианы будут аддитивны, более того, члены спектрального разложения решения такого уравнения, соответствующие ненулевым начальным условиям, сами являются конечными субграмианами. Это позволяет считать, что интуитивно полученные определения (12) и (13) имеют шанс оказаться справедливы. Они все еще требуют формального доказательства или хотя бы численной валидации, но, по сравнению с созданием дискретного варианта модального анализа по Ляпунову, требуются сравнительно небольшая подготовка для начала работы.

5. Выводы и перспективы

Рассмотрена задача обобщенной оценки качества работы реализаций модального анализа по Ляпунову на основе измерений. Получен построенный на основе частной задачи численный критерий качества, который не зависит от используемого метода идентификации. Далее можно использовать результаты, полученные для Прони анализа в качестве ориентира при испытании реализаций с другими методами идентификации.

Проведено вычислительное исследование нахождения оптимальных параметров метода Прони для исследуемого набора идентифицируемых сигналов. Для конкретной задачи определено множество параметров Прони-анализа, ведущих к наилучшим оценкам качества. Также с помощью предложенного критерия качества продемонстрировано влияние нестационарных искажений в идентифицируемом сигнале на качество работы. По результатам исследования уточнены выводы предыдущей работы, однако метод Прони в классическом скалярном виде по-прежнему считается слишком грубым для использования с модальным анализом по Ляпунову.

Предложены три возможных пути дальнейшего развития модального анализа по Ляпунову на основе данных измерений и проведена необходимая для них дополнительная теоретическая подготовка. Так, для полноценного использования методов DMD и ERA требуется развить дискретный вариант модального анализа по Ляпунову, а для метода получения разложения по модам Купмана с помощью векторного Прони-анализа требуется нестационарный вариант модального анализа по Ляпунову, первая версия определений модальных вкладов для которого приведена в данной работе.

Литература

1. ВОРОПАЙ Н.И., ГОЛУБ И.И., ЕФИМОВ Д.Н. и др. *Спектральный и модальный методы в исследованиях устойчивости электроэнергетических систем и управлении ими* // Автоматика и телемеханика. – 2020. – №10. – С. 3–34.
2. КАТАЕВ Д.Е., ЯДЫКИН И.Б. *О решении матричных дифференциальных уравнений Ляпунова частотным методом* // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. – 2016. – №6. – С. 3-15.
3. КАТАЕВ Д.Е. *Развитие и применение метода субграмианов для анализа устойчивости электроэнергетических систем*: Дис. канд. техн. наук. – Москва, 2018. – 127 с. URL: https://viewer.rsl.ru/ru/rsl01009824744 (дата обращения: 16.03.2023).
4. КАТАЕВ Д.Е., КУТЯКОВ Е.Ю. *Модальный анализ по Ляпунову на основе измерений с помощью Прони-анализа* // Управление большими системами. – 2023. – Вып. 104. – С. 100–117.
5. ЯДЫКИН И.Б. *О свойствах грамианов непрерывных систем управления* // Автоматика и телемеханика. – 2010. – №6. – С. 39–50
6. ЯДЫКИН И.Б., ИСКАКОВ А.Б. *Новые методы оценивания устойчивости и управления в сложных электроэнергетических системах на основе спектрального и структурного анализа* // Труды 13-й Международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем» (MLSD’2020, Москва). – 2020. – С. 1977–1982.
7. BAKHTADZE N., YADYKIN I. *Discrete Predictive Models for Stability Analysis of Power Supply Systems* // Mathematics. – 2020. – Vol. 8, Iss. 11. – DOI: http://dx.doi.org/10.3390/math8111943 (дата обращения: 18.03.2024).
8. CHAKRABORTY R., JAIN H., SEO G.-S. *A review of active probing-based system identification techniques with applications in power systems* // Int. Journal of Electrical

Power and Energy Systems. – 2022. – Vol. 140. – DOI: https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2022.108008 (дата обращения: 17.03.2023).

9. DELGADO FERNANDEZ O., TIISTOLA S., GUSRIALDI A. *Real-Time Data-Driven Electromechanical Oscillation Monitoring using Dynamic Mode Decomposition with Sliding Window* // IFAC-PapersOnLine. – 2022. – Vol. 55, Iss. 9. – DOI: https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2022.07.028 (дата обращения: 17.03.2023).
10. HATZIARGYRIOU N. et al. *Definition and Classification of Power System Stability – Revisited & Extended* // IEEE Trans. on Power Systems. – 2021. – Vol. 36, No.4. – P. 3271–3281. – DOI: https://ieeexplore.ieee.org/document/9286772 (дата обращения: 17.03.2022).
11. ISKAKOV A.B., YADYKIN I.B. *Lyapunov modal analysis and participation factors applied to small-signal stability of power systems* // Automatica. – 2021. – Vol. 132. C. Art. No. 109814.
12. ISKAKOV A.B., YADYKIN I.B. *On Spectral Decomposition of States and Gramians of Bilinear Dynamical Systems* // Mathematics. – 2021. – Vol. 9(24). – DOI: https://www.mdpi.com/2227-7390/9/24/3288 (дата обращения: 17.03.2022).
13. ISKAKOV A.B., KUTYAKOV E.Y., TOMIN N.V. et al. *Estimation of the location of inter-area oscillations and their interactions in electrical power systems using Lyapunov modal analysis* // Int. Journal of Electrical Power and Energy Systems. – 2023. – Vol. 153. – DOI: https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0142061523004313 (дата обращения: 24.03.2024).
14. KATAEV D.E., KUTYAKOV E.Y. *Physically meaningful Lyapunov modal contributions in linear systems* // Systems Science & Control Engineering. – 2022. – Vol. 10, No. 1. – DOI: https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/21642583.2022.2068165 (дата обращения: 06.03.2022).
15. KOSTEREV D.N., TAILOR C.W., MITTELSTADT W.A.

Model validation for the August 10, 1996 WSCC system outage // IEEE Trans. on Power Systems. – 1999. – Vol. 14, No. 3. – P. 967–979. – DOI: https://ieeexplore.ieee.org/document/780909?arnumber=780909 (дата обращения: 06.03.2022).

16. MILANO F., DORFLER F., HUG G. et al. *Foundations and challenges of low-inertia systems (invited paper)* // Proc. 20 Power Systems Computation Conf. (PSCC). –Manchester, UK, June 11–15. – 2018.
17. PIERRE J.W., TRUDNOWSKI D., DONNELLY M. et al. *Overview of System Identification for Power Systems from Measured Responses* // 16th IFAC Symposium on System Identification, Brussels, Belgium, July 11–13. – 2012. – P. 989–1000.
18. SHAIR J., LI H., HU J. et al. *Power system stability issues, classifications and research prospects in the context of high-penetration of renewables and power electronics* // Renewable and Sustainable Energy Reviews. – 2021. – Vol. 145. – DOI: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1364032121003993 (дата обращения: 17.03.2023).
19. SIDI A. *Vector versions of Prony's algorithm and vector-valued rational approximations* // Adv Comput Math. – 2020. – Vol. 46, No. 30. – DOI: https://doi.org/10.1007/s10444-020-09751-9 (дата обращения: 24.03.2024).
20. SUSUKI Y., CHAKRABORTTY A. *Introduction to Koopman Mode Decomposition for Data-Based Technology of Power System Nonlinear Dynamics* // IFAC PapersOnLine. – 2018. – Vol. 51, No. 28. – P. 327–332.
21. VANFRETTI L., CHOW J.H. *Identification of Dominant Inter-Area Modes in the Eastern Interconnection from PMU data of the FRCC 2008 Disturbance: an Eigensystem Realization Algorithm Illustration* // Contribution to Special Publication of the Task Force on Modal Identification of Electromechanical Modes. – 2012. – DOI: http://kth.diva-portal.org/smash/get/diva2:482085/FULLTEXT01.pdf (дата обращения: 16.03.2023).

22. ZHOU N., HUANG Z., TUFFNER F. et al. *Oscillation detection and analysis* // Rep. / Executor: CIEE. – 2010. – DOI: https://uc-ciee.org/ciee-old/downloads/ODA_Final_Report.pdf (дата обращения: 06.03.2022).

PROSPECTS OF MEASUREMENT-BASED LYAPUNOV MODAL ANALYSIS

Dmitry Kataev, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Cand.Sc., Senior Researcher (dekataev@ipu.ru).

Abstract: The problem of stability estimation for modern electric power systems (EPS) remains particularly relevant due to the trends in the development of generation and consumption structures. Lyapunov Modal Analysis (LMA) combines two approaches to stability analysis of systems and EPS in particular: modal analysis and spectral decompositions of Lyapunov functions. This work continues the investigation of the possibilities of conducting measurement-based Lyapunov modal analysis. The main problem is numerical evaluation of the performance of such modal analysis implementation depending on the identification method used and the values of its parameters. The work proposes a method for such evaluation, refines the conclusions of previous research, and demonstrates the influence of non-linear distortions of the identified signal on the result. Additionally, the work suggests further directions for the development of this area.

Keywords: power system, modal analysis, Prony analysis, Lyapunov equation, spectral decomposition.

УДК 519.7
ББК 22.18
DOI: 10.25728/ubs.2024.110.11

Статья представлена к публикации членом редакционной коллегии А.А. Ворониным.

Поступила в редакцию 25.03.2024.
Дата опубликования 31.07.2024.