



## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВНУТРЕННИХ ПАРАМЕТРОВ АККУМУЛЯТОРНЫХ БАТАРЕЙ

### Ковалев Владимир Захарович

доктор технических наук,  
профессор Политехнической школы,  
Югорский государственный университет,  
Ханты-Мансийск, Россия  
E-mail: vz\_kovalev@mail.ru

### Шицелов Анатолий Вячеславович

старший преподаватель  
Инженерной школы цифровых технологий,  
Югорский государственный университет,  
Ханты-Мансийск, Россия  
E-mail: a\_shicelov@ugrasu.ru

### Хамитов Рустам Нуриманович

доктор технических наук,  
профессор кафедры электроэнергетики,  
Тюменский индустриальный университет,  
Тюмень, Россия  
E-mail: apple\_27@mail.ru

*Исследование выполнено в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (тема № FENG-2023-0001 «Предиктивное управление потоками энергии электрогенерирующих комплексов Арктики и Крайнего Севера при стохастических характерах потребления и генерации электрической энергии: теория, синтез, эксперимент»).*

Предмет исследования: математическая модель работы аккумуляторной батареи в качестве энергетического буфера.

Цель исследования: повышение точности моделирования процента заряда аккумуляторной батареи (SOC) за счёт идентификации её внутренних параметров.

Методы исследования: численная оптимизация с применением метода линейной регрессии для определения внутренних параметров аккумулятора, влияющих на процесс заряда и разряда.

Объект исследования: энергосистема автономного поселения с гибридными источниками энергии – дизель-генератором и фотоэлектрическими панелями.

Основные результаты исследования: в результате работы было установлено, что исходная математическая модель работы аккумуляторной батареи демонстрирует значимое расхождение между моделированными данными и измеренными. В частности, ток заряда-разряда АКБ отличается от ожидаемого в моменты работы дизель-генератора и фотоэлектрических панелей. В качестве попытки устранения неточности был применен метод численной оптимизации – линейная регрессия, в задачи которой входил поиск таких внутренних параметров, чтобы расхождение между моделированными данными и измеренными было минимальным. Применение данного подхода позволило снизить среднюю ошибку моделирования процента заряда с 16,77 % до 2,1 %, а также снизило эффект накопления ошибки со временем.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, энергосистема, автономное поселение, линейная регрессия, аккумуляторная батарея.

## MATHEMATICAL MODELING OF INTERNAL PARAMETERS OF RECHARGEABLE BATTERIES

### Vladimir Z. Kovalev

Doctor of Engineering Science,  
Professor of Polytechnic School,  
Yugra State University,  
Khanty-Mansiysk, Russia  
E-mail: vz\_kovalev@mail.ru

### Anatoliy V. Schicelov

Senior Lecturer,  
School of Digital Engineering,  
Yugra State University,  
Khanty-Mansiysk, Russia  
E-mail: a\_shicelov@ugrasu.ru

### Rustam N. Hamitov

Doctor of Engineering Science,  
Professor, Department of Electric Power Engineering,  
Industrial University of Tyumen,  
Tyumen, Russia  
E-mail: apple\_27@mail.ru

*The study was carried out as part of the state assignment of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (project No. FENG-2023-0001 “Predictive control of energy flows in power-generating complexes of the Arctic and the Far North under stochastic characteristics of electricity consumption and generation: theory, synthesis, experiment”).*

Subject of research: a mathematical model of a rechargeable battery operating as an energy buffer.

Purpose of research: to improve the accuracy of modeling the state of charge (SOC) of a rechargeable battery by identifying its internal parameters.

Research methods: numerical optimization using linear regression to determine the internal parameters of the rechargeable battery that affect the charging and discharging processes.

Object of research: the energy system of an autonomous settlement with hybrid energy sources – a diesel generator and photovoltaic panels.

Research findings: the study revealed that the initial mathematical model of the rechargeable battery operation demonstrated a significant discrepancy between simulated and measured data. In particular, the battery charge/discharge current differed from the expected values during the operation of the diesel generator and photovoltaic panels. To reduce this inaccuracy, a numerical optimization approach based on linear regression was applied to identify internal parameters minimizing the deviation between the simulated and measured data. The proposed approach reduced the average SOC modeling error from 16.77 % to 2.1 % and mitigated the effect of error accumulation over time.

**Keywords:** mathematical modeling, energy system, autonomous settlement, linear regression, battery.



## ВВЕДЕНИЕ

Прогнозирование состояния аккумуляторных батарей (АКБ) в составе автономных энергетических систем является актуальной прикладной задачей, направленной на обеспечение устойчивого электроснабжения в условиях ограниченного или отсутствующего доступа к централизованным источникам энергии [12; 5]. В таких системах АКБ выполняет функцию энергетического буфера, аккумулируя энергию, вырабатываемую фотоэлектрическими элементами и дизель-генератором, и обеспечивая её подачу потребителям [11]. Основная задача моделирования заключается в описании динамики изменения заряда АКБ во времени на основе анализа параметров энергопотребления и выработки энергии [16; 8; 6]. При этом необходимо учитывать существенное изменение параметров АКБ при эксплуатации в условиях Арктики и Крайнего Севера [13; 7].

Однако в распространенных архитектурах автономных энергосистем часто отсутствуют прямые средства измерения тока аккумуляторной батареи на её входе и выходе [14; 11; 15]. Вследствие этого расчёт заряда АКБ выполняется на основе данных о токах, измеренных в других точках энергосети, что приводит к накоплению погрешностей во времени при моделировании заряда АКБ. Для согласования расчётных значений с реальными данными необходимо проведение исследования, направленного на коррекцию математической модели с учётом внутренних параметров аккумуляторной батареи. В качестве инструмента для их определения была выбрана линейная регрессия, так как данный метод характеризуется устойчивостью, предсказуемым поведением и низкими вычислительными затратами, что обеспечивает контролируемость процесса идентификации параметров.

## РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Важным параметром в поставленной выше задаче становится понятие SOC – процент заряда аккумуляторной батареи [17; 4]. Для нахождения процента заряда АКБ в любой момент времени существует следующее выражение:

$$SOC(t) = SOC_0 + \frac{100}{C_{ном}} * \int_{t_0}^t I_{АКБ}(t) dt, \quad (1)$$

где  $SOC(t)$  – процент заряда АКБ в момент времени  $t$ ,  $SOC(t) \in [0; 100]$ ;  $SOC_0$  – начальный процент заряда АКБ, известен в начальный момент  $t=0$ ;  $C_{ном}$  – номинальная ёмкость АКБ (Ач);  $I_{АКБ}(t)$  – ток заряда-разряда АКБ (А),

где положительные значения соответствуют зарядке, а отрицательные – разрядке.

Ток АКБ рассчитывается на основе закона сохранения энергии, учитывающего мощность, поступающую от дизельного генератора (ДГУ) и солнечных панелей, а также мощность, потребляемую сетью и собственными нуждами системы.

Выражение для нахождения тока АКБ в момент времени  $t$  имеет следующий вид:

$$I_{АКБ}(t) = \frac{(P_{ДГУ}(t) + P_{Солнце}(t) - P_{сеть}(t) - P_{СН}(t)) \times 1000}{U_{АКБ}(t)}, \quad (2)$$

где  $I_{АКБ}$  – ток заряда-разряда АКБ (А);  $P_{ДГУ}$  – мощность ДГУ (кВт);  $P_{Солнце}$  – выходные мощности солнечных панелей (кВт);  $P_{сеть}$  – мощность, потребляемая сетью (кВт);  $P_{СН}$  – мощность, потребляемая собственными нуждами системы (кВт);  $U_{АКБ}$  – напряжение АКБ (В).

Перепишем выражение (1) для дискретного случая

$$SOC(t_i) = SOC(t_0) + \frac{100}{C_{ном}} \times \sum_{j=1}^i I_{АКБ}(t_j) \Delta t, \quad (3)$$

где  $t_i$  – текущий момент времени;  $t_0$  – начальный момент времени;  $\Delta t$  – временной шаг (в часах, для минутного шага  $\Delta t = 1/60$ );  $I_{АКБ}(t_i)$  – ток АКБ в момент времени  $t_i$ .

Таким образом, выражения (1)–(3) позволяют численно описывать динамику изменения заряда аккумуляторной батареи на основе тока заряда-разряда и её номинальной ёмкости. Одним из ключевых этапов моделирования является определение тока аккумуляторной батареи в каждый момент времени. Выражение (2) устанавливает зависимость тока АКБ от времени и учитывает совокупное влияние нескольких переменных.

Для расчётов использовались экспериментальные данные из набора данных, содержащего измеренные значения мощности фотоэлектрических панелей, дизель-генераторной установки и электропотребления сети за 1 день. Это позволило исключить необходимость аппроксимации метеорологических и эксплуатационных факторов, обеспечив более высокую достоверность моделирования.

В работе [9] предложен метод аппроксимации суточного графика электропотребления на основе синусоидальных функций, позволяющий описывать характерные колебания нагрузки промышленных предприятий. Метод обеспечивает высокую точность прогноза, однако применим преимущественно для объектов с устойчивой и периодической структурой энергопотребления.

В исследовании [3] рассмотрен альтернативный подход – адаптивное прогнозирование электропотребления в условиях Арктической зоны и Крайнего Севера, где нагрузка формируется преимущественно бытовыми потребителями и имеет нестационарный характер. Авторы применили ретроспективный регрессионный анализ с адаптивной настройкой коэффициентов для краткосрочного прогноза (до 30 минут), что подтвердило эффективность метода при работе с нестационарными процессами, однако ограничило его применимость по временному горизонту.

В статье [2] предложен метод краткосрочного прогнозирования электропотребления автономных энергосистем с горизонтом до 4 часов на основе эконометрической модели ARIMA. Стохастический процесс энергопотребления преобразуется в стационарный марковский процесс с короткой памятью посредством применения разностного оператора первого порядка, что снижает влияние детерминированной составляющей. Модель основана на декомпозиции Вольда и корреляционных функциях, а параметры разностного уравнения определяются методом максимального правдоподобия. Результаты моделирования демонстрируют согласование с экспериментальными данными; 90%-ные доверительные интервалы подтверждают адекватность и адаптивность предложенной модели.

Таким образом, предложенное в исследовании комбинированное решение позволяет

устранить выявленные ограничения существующих методов прогнозирования. Подход сохраняет способность описания циклических закономерностей, характерных для метода синусоидальной аппроксимации [9], и одновременно учитывает нестационарность временного ряда, что ранее реализовывалось в регрессионных и ARIMA-моделях [3; 2]. В отличие от инженерных методик, ориентированных преимущественно на статическое проектирование энергосистем [10], разработанный подход направлен на адаптивное прогнозирование нагрузки, что повышает его практическую применимость для автономных энергетических комплексов.

Для моделирования тока аккумуляторной батареи в соответствии с выражением (2) необходимо знать ряд переменных: выходную мощность дизель-генераторной установки, мощность фотоэлектрических панелей, а также мощности, потребляемые сетью и расходуемые на собственные нужды установки с АКБ. Однако знания этих параметров недостаточно, поскольку каждая из указанных составляющих характеризуется скрытыми потерями, влияющими на расхождение между теоретическими и фактическими значениями. Для наглядной иллюстрации данного эффекта построен график (рисунок 1), на котором представлены реальные значения тока АКБ, рассчитанные по модели, реализованной в выражении (2). При этом данные о мощности фотоэлектрических панелей, ДГУ, потреблении сети и собственных нужд заранее известны и представлены на рисунке 2.

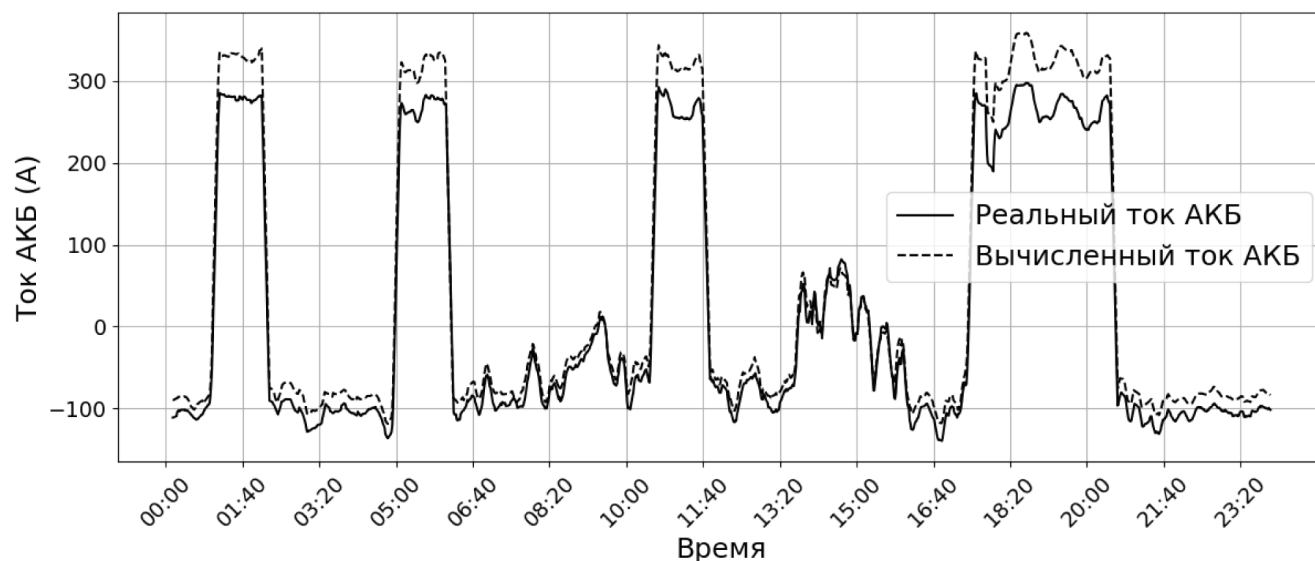
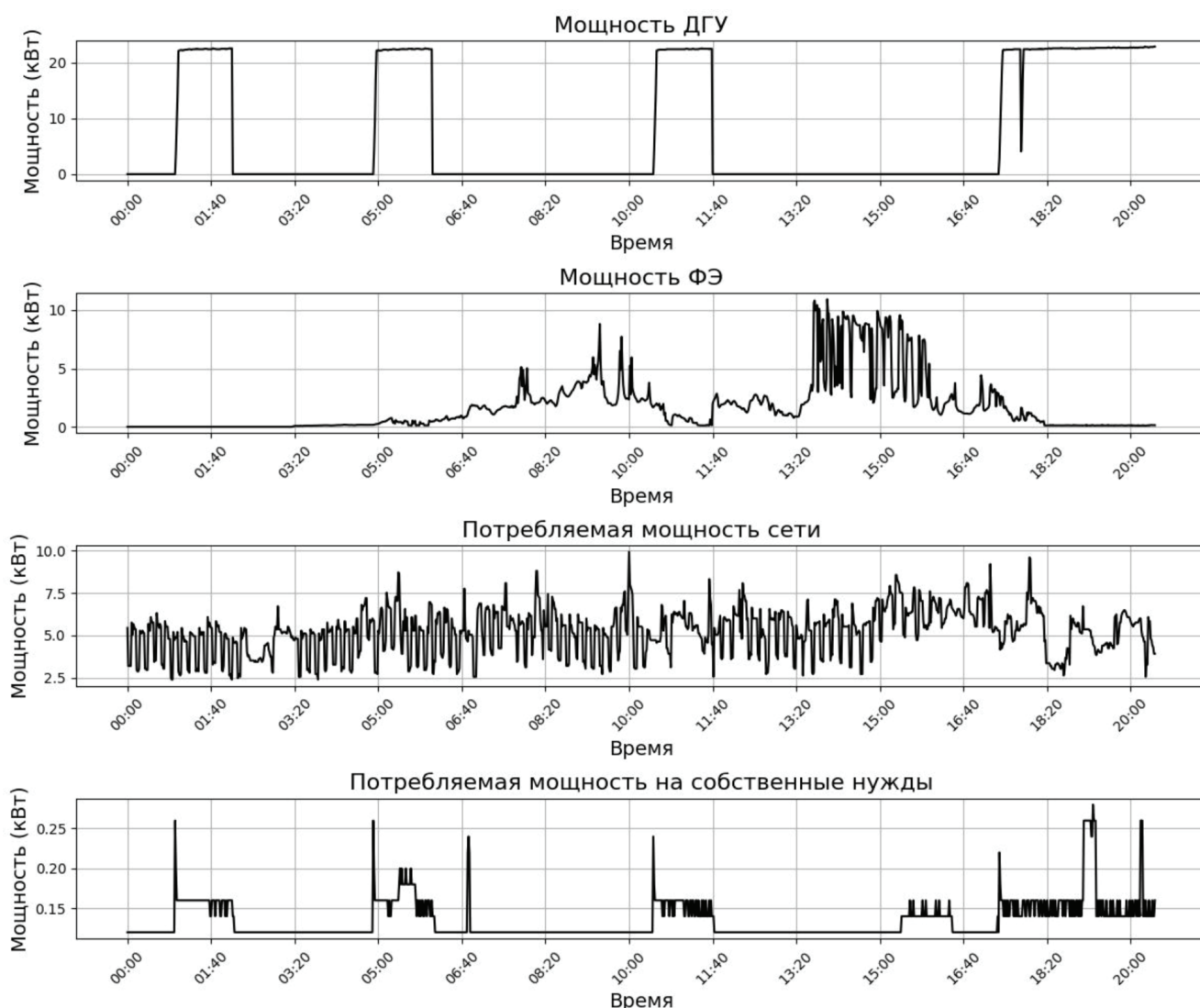


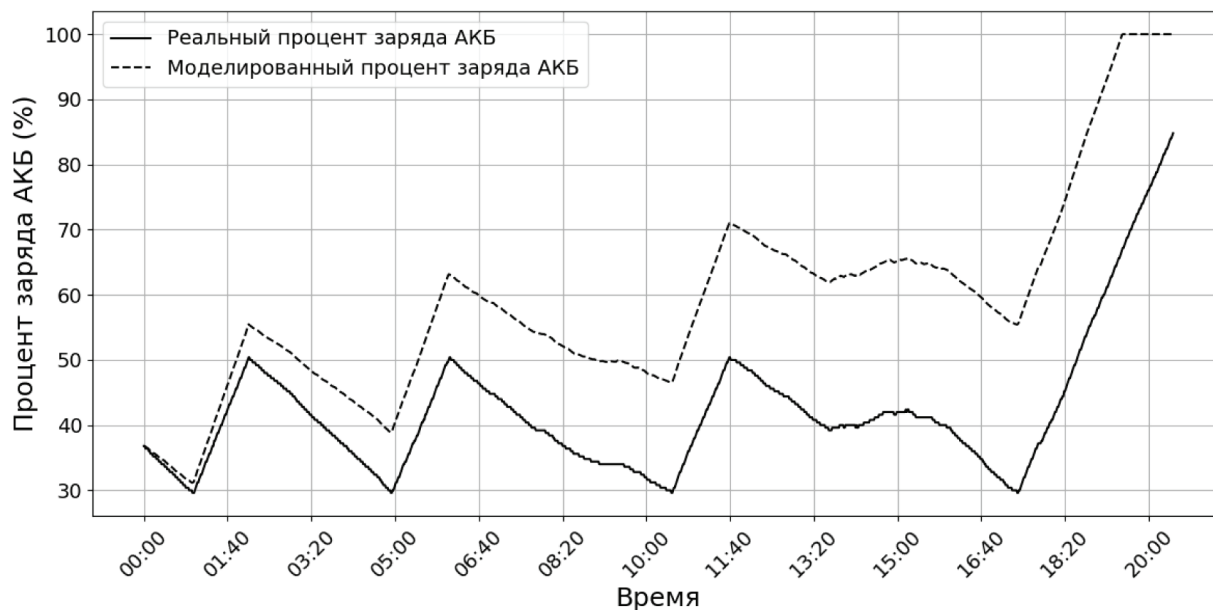
Рисунок 1. Сравнение измеренного значения тока АКБ и полученного согласно выражению (2)



**Рисунок 2.** Мощность потребителей и источников в зависимости от времени

Можно отметить, что в периоды работы дизель-генераторной установки наблюдается резкое увеличение ошибки между реальными и рассчитанными значениями тока аккумуляторной батареи. Аналогичная тенденция прослеживается в ночные часы, тогда как

в дневное время ошибка уменьшается, что обусловлено генерацией энергии фотоэлектрическими панелями. При использовании данного способа расчёта тока результаты моделирования принимают вид, представленный на рисунке 3.



**Рисунок 3.** Сравнение измеренного значения тока АКБ и полученного согласно выражению (3)

Как видно из графика, ошибка моделирования возрастает со временем, при этом резкие скачки ошибки совпадают с моментами включения дизель-генераторной установки. Для повышения точности моделирования работы энергосистемы с аккумуляторной батареей требуется определение её внутренних параметров. Эти параметры представляют собой скрытые характеристики устройства, индивидуальные для каждой конкретной батареи и изменяющиеся в процессе эксплуатации вследствие естественной деградации элементов и старения.

Таким образом, возникает необходимость разработки метода идентификации внутренних параметров аккумуляторной батареи, позволяющего согласовать результаты расчёта по выражению (3) с фактическими измерениями. В рамках дальнейшего анализа внутренние параметры будут представлены в виде вектора  $\mathbf{A}=(a_1, a_2, a_3)$ .

Поиск неизвестных параметров  $P$  происходил с применением метода численной оптимизации – линейной регрессии. В качестве функции оценки качества используется MAE [18], которая вычисляет ошибку между

реальными значениями тока АКБ и полученными из выражения (2).

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|, \quad (4)$$

где  $y$  – реальное измеренное значение силы тока,  $\hat{y}$  – полученное из выражения (2), а  $n$  – количество точек.

При этом стоит уточнить, что поиск каждого  $A_i$  происходит отдельно.

В результате поиска были получены оптимальные значения  $A_i$ , которые дают среднюю ошибку в 2,1 % согласно выражению (4) при условии, что единицы измерения заряда АКБ проценты.

Подставив полученный  $A$  в выражение (2), получим:

$$I_{\text{АКБ}}(t) = \frac{(a_1 P_{\text{ДГУ}}(t) + a_2 P_{\text{Солнце}}(t) - a_3 (P_{\text{сеть}}(t) - P_{\text{СН}}(t))) \times 1000}{U_{\text{АКБ}}(t)}. \quad (5)$$

Произведя моделирование выражения (3) с применением выражения (5), получим следующий расчетный график изменения заряда АКБ по времени.

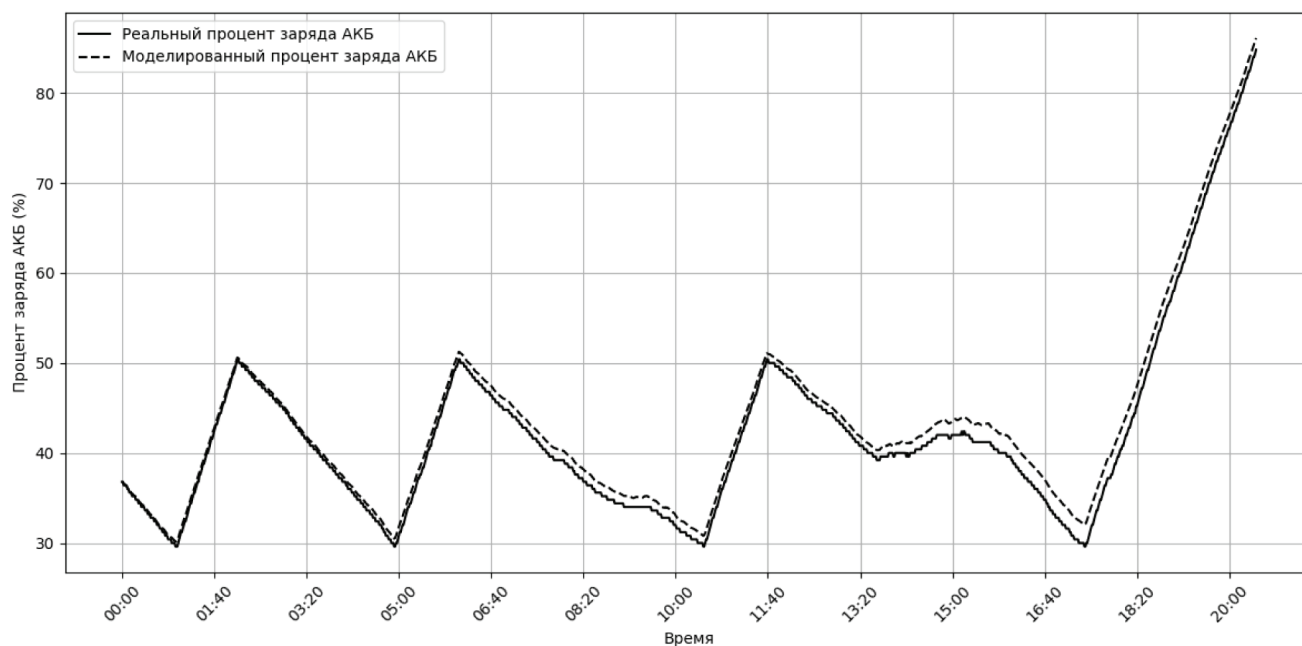


Рисунок 4. Сравнение измеренного значения тока АКБ и полученного согласно выражениям (3) и (5)

Для визуальной оценки степени расхождения был построен график зависимости ошибки оценки величины тока АКБ от времени.

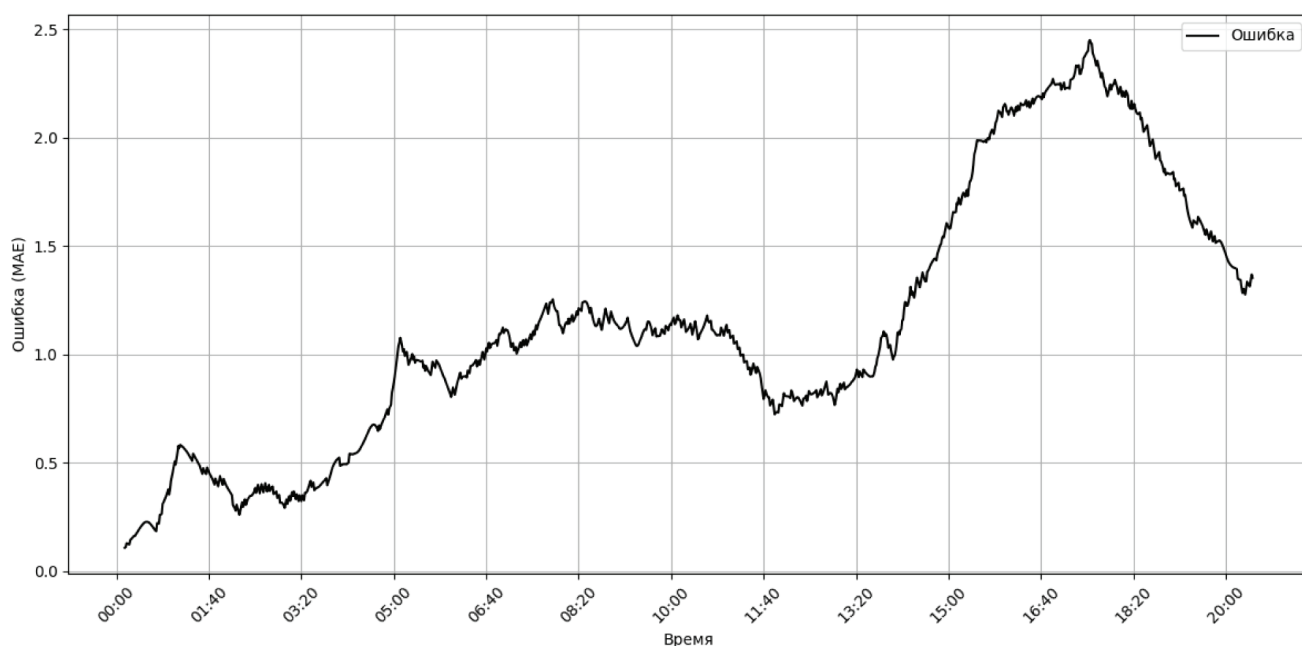


Рисунок 5. Ошибка по времени между реальным значением тока АКБ и полученным согласно выражениям (3) и (5)

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ВЫВОДЫ

Целью данной работы является моделирование функционирования автономной энергосети, включающей фотоэлектрические панели, дизель-генератор и аккумуляторную батарею. На основе проведенных экспериментов установлено, что исходная модель демонстрирует значимую ошибку между

вычисленным и реальным током аккумуляторной батареи, особенно в периоды работы дизель-генератора и в ночные интервалы, когда отсутствует генерация фотоэлектрических панелей.

Для устранения выявленной ошибки моделирования был применен метод линейной регрессии, позволивший определить

внутренние параметры аккумуляторной батареи, влияющие на формирование тока в выражении (3). Каждый параметр оценивался независимо от остальных на соответствующих интервалах данных, отражающих различные режимы работы энергосистемы.

В результате проведенных расчетов были идентифицированы внутренние параметры системы, что позволило скорректировать работу математической модели и улучшить ее согласованность с реальными данными. После подстановки найденных коэффициентов в уравнение и повторного моделирования средняя ошибка моделирования снизилась с первоначальных 16,77 % до 2,1 %.

В дальнейшем планируется расширение модели за счёт прогнозирования дополнительных временных рядов, таких как мощность фотоэлектрических панелей, работа дизель-генератора, энергопотребление сети и собственные нужды. Это позволит обеспечить комплексное предсказание энергетического баланса автономной системы.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Автономное электроснабжение объектов на основе возобновляемых источников энергии / М. М. Украинцев, П. Т. Корчагин, С. М. Воронин, И. В. Юдаев // Устойчивое развитие горных территорий. – 2025. – Т. 17, № 1 (63). – С. 482–492. – EDN DHBCJV.
2. Адаптивное краткосрочное прогнозирование потребления электроэнергии автономными энергосистемами малых северных поселений на основе методов ретроспективного корреляционного анализа / О. В. Архипова, В. З. Ковалев, Р. Н. Хамитов, Ю. Н. Ниязбекович // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. – 2023. – № 2. – С. 224–239.
3. Адаптивное краткосрочное прогнозирование потребления электроэнергии автономными энергосистемами малых северных поселений на основе методов ретроспективного регрессионного анализа / А. С. Глазырин, Е. В. Боловин, О. В. Архипова [и др.] // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. – 2023. – № 4. – С. 231–248.
4. Андреева, К. А. Оценка влияния параметров системы накопления энергии на эффективность работы солнечно-дизельных комплексов с генерацией на основе возобновляемых источников энергии / К. А. Андреева, А. Г. Васильков // Электроэнергия. Передача и распределение. – 2023. – № 6(81). – С. 82–91. – EDN JVZRLR.
5. Брянцев, А. А. Методика определения параметров динамической модели литий-ионного аккумулятора / А. А. Брянцев, В. Г. Букреев, А. А. Шилин // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. – 2019. – Т. 22, № 4. – С. 96–101. – EDN VYSIFG.
6. Возмилов, А. Г. Исследование и математическое моделирование литий-ионного аккумулятора / А. Г. Возмилов, С. А. Панишев, А. А. Лисов // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Энергетика. – 2022. – Т. 22, № 2. – С. 30–36. – EDN OJAEVM.
7. Голубчик, Т. В. Результаты экспериментальных испытаний литий-железо-фосфатного аккумулятора производства компании «Лиотех» в низкотемпературных условиях / Т. В. Голубчик, А. С. Куликов // Электроника и электрооборудование транспорта. – 2021. – № 1. – С. 17–20. – EDN AEZVTR.
8. Изучение возможности контроля качества литий-ионных аккумуляторов для автономных источников энергии / В. Л. Гапонов, Д. М. Кузнецов, В. В. Дудник, Н. П. Шабельская // Вестник Технологического университета. – 2020. – Т. 23, № 7. – С. 28–32. – EDN HSYLL.
9. Исследование методов аппроксимации для решения задачи краткосрочного прогнозирования суточного электропотребления / Р. Н. Хамитов, А. С. Грицай, И. В. Червенчук, Г. Э. Синицин // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2016. – № 4. – С. 91–98.
10. Лукутин, Б. В. Системы электроснабжения с ветровыми и солнечными электростанциями / Б. В. Лукутин, И. О. Муравлев, И. А. Плотников. – Томск : Издательство Томского политехнического университета, 2015. – 128 с.
11. Обзор методов моделирования и управления киберфизическими системами в мультэнергетических микросетях / Н. В. Томин, А. В. Домышев, Е. А. Барактенко [и др.] // iPolytech Journal. – 2023. – Т. 27, № 4. – С. 773–789. – EDN SNZFCN.
12. Обухов, С. Г. Математическая модель накопителя энергии автономной фотоэлектрической станции / С. Г. Обухов, Д. Ю. Давыдов // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. – 2024. – Т. 335, № 6. – С. 110–122. – EDN KCFELP.
13. Тарасенко, А. Б. Выбор накопителя энергии для микрогазотурбинной установки, автономно работающей в условиях Севера / А. Б. Тарасенко, О. С. Попель, С. В. Монин // Теплоэнергетика. – 2023. – № 12. – С. 101–113. – EDN YBTNFF.
14. Тимофеев, Г. А. Поиск подходящей архитектуры для разработки цифрового двойника гибридных энергетических систем в изолированных от сетевых энергосистем средах с использованием ТРИЗ-эволюционного подхода / Г. А. Тимофеев // Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Информационные технологии. – 2022. – Т. 20, № 4. – С. 76–99. – EDN QEXACZ.
15. Хандорин, М. М. Оценка остаточной емкости литий-ионной батареи космического аппарата без использования датчика тока / М. М. Хандорин, В. Г. Букреев // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. – 2021. – Т. 64, № 8. – С. 649–655. – EDN VOJGDH.
16. Чернов, М. Б. Компьютерное моделирование динамики состояния заряда (SOC) электрических аккумуляторов / М. Б. Чернов, А. В. Голубков // Ученые записки

- УлГУ. Серия: Математика и информационные технологии. – 2023. – № 1. – С. 171–179. – EDN FLXYQR.
17. Шамарова, Н. А. Сложности корректной оценки величины энергоемкости литий-ионных аккумуляторных батарей в составе систем накопления электроэнергии / Н. А. Шамарова // Энергоэксперт. – 2022. – № 2(82). – С. 70–74. – EDN LUALOU.
18. Энгель, Е. А. Методы машинного обучения для задач прогнозирования и максимизации выработки электроэнергии солнечной электростанции / Е. А. Энгель, Н. Е. Энгель // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Системный анализ и информационные технологии. – 2023. – № 2. – С. 146–170. – EDN JBDKYU.