

<sup>1</sup>Сибирский государственный  
автомобильно-дорожный университет,  
г. Омск

<sup>2</sup>Омский государственный  
технический университет,  
г. Омск

<sup>3</sup>Калининградский государственный  
технический университет,  
г. Калининград

<sup>4</sup>НАО «Торайгыров университет»,  
г. Павлодар, Республика Казахстан

## КИНЕМАТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ЭКСЦЕНТРИКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРОГРАММЫ MATHCAD

На основе графических исследований определена величина хода толкателя эксцентрикового механизма при эксцентризите от 4 до 6 мм. Путем аппроксимации графиков хода толкателя по поверхности эксцентрика предложена расчетная формула, которая с достаточной для практики точностью определяет ход толкателя в зависимости от угла поворота вала с эксцентриком. Предложены формулы для определения скорости и ускорения толкателя эксцентрикового механизма. Относительная погрешность при определении хода толкателя графическим и расчетным способами не превышает 6 %. С применением программы Mathcad выполнен расчет и построены графики пути, скорости, ускорения толкателя эксцентрикового механизма с эксцентризитетом 4, 5 и 6 мм при частоте вращения вала 1000 мин<sup>-1</sup>. Рассмотрено практическое применение эксцентриковых механизмов для систем питания двигателей внутреннего сгорания.

**Ключевые слова:** эксцентрик, эксцентризитет, программа Mathcad, ход толкателя, скорость толкателя, ускорение толкателя, применение эксцентриковых механизмов.

**Введение.** Эксцентрик (от лат. — «отделение от центра вращения»). Деталь типа диска, ось вращения которого сдвинута от основной (вертикальной) оси вращения вала на некоторое расстояние. Эксцентрики применяют для преобразования вращательного движения вала в поступательное движение толкателя, поршня или другой детали. Эксцентризитетом называют величину смещения на определенное расстояние (например, 6 мм) от центра вращения основной окружности главного вала, центра вращения дополнительной окружности.

Обсуждению различных вопросов, связанных с исследованием эксцентриковых механизмов, посвящены работы как отечественных, так и зарубежных учёных.

В работе P. Simionescu, I. Talpasanu авторами обсуждаются две формулировки кинематики эксцентриковой цепной тяги, применяемой в робототехнике, обработке материалов и манипуляциях, в одной из которых используются уравнения связи,

а в другой — векторный циклический подход. Авторы сравнивают формулировки с точки зрения показателей передачи движения, различий в построении кинематической цепи, в случае невозможности сборки, и времени процессора, необходимого для выполнения одного набора вычислений [1].

Анализ кинематики и динамики эксцентрикового кругового кулачкового механизма представлен в работе Li Jun Xie. Автор статьи для изучения кинематических и динамических параметров эксцентрикового кругового кулачкового механизма использует геометрические методы и механические принципы, а также приводит их формулы. Результаты исследования автора подтверждают его выводы о том, что линейная скорость и ускорение ведомого элемента, а также приводной момент являются функциями угла поворота и угловой скорости вращения кулачка [2].

Предложенные в работе авторов: L. Igumnov, V. Metrikin and I. Nikiforova «методы исследования динамических характеристик новых шатунных ме-

ханизмов кривошипно-шатунного типа, производимых на созданной авторами математической модели нового многоударного эксцентрикового ударно-вibrationного механизма, позволяют настроить эти механизмы на наиболее эффективный периодический режим работы и эффективно анализировать основные изменения в режимах их работы при изменении параметров системы» [3, с. 485].

В работе Р. М. Игнатьева «обоснованы, необходимые в проектированиях, количественные соотношения между основными геометрическими и кинематическими величинами для синусоэксцентриковых передач» [4, с. 53].

П. Н. Сильченко (с соавт.) на основе анализа нагрузочной способности эксцентриковых подшипников качения показал «возможные варианты построения кинематических схем эксцентрикового подшипника качения и особенности распределения действующей радиальной нагрузки, приложенной к ведущему кольцу, по телам качения» [5, с. 13].

В научной статье Н. М. Селивончик, Н. Л. Нестренко рассматривается противоугонное устройство для остановки угнляемых силой ветра грузоподъемных кранов, использующее клещевой захват, приводимый в действие эксцентриковым механизмом. Авторами «представлены расчеты эксцентрикового механизма, как одного из основополагающих механизмов противоугонного кранового устройства» [6, с. 113].

В статье M. Lustenkov (с соавт.) представлена конструкция и рассмотрен принцип действия планетарно-роликовой передачи с сателлитом, совершающим сферическое движение. Проведен сравнительный анализ передач эксцентрикового и сферического типов с одинаковыми кинематическими и сопоставимыми геометрическими параметрами. Критерием сравнения является кинетическая энергия. Были получены зависимости для определения кинетической энергии для обоих типов зубчатых колес от передаточного числа, угловой скорости ведущего звена и геометрических параметров [7].

Исследование A. R. Strelkov, O. V. Tsabilev и M. A. Gridneva посвящено уникальной технологии мембранныго разделения VSEP (Vibratory Shear Enhanced Process), сводящей к минимуму негативные последствия концентрационной поляризации. Расположенные на противовесах эксцентриковые механизмы своим вращением инициируют вибрацию уравновешивающих пластин, а затем через торсионы колебания передаются на мембранные корпуса с заданной амплитудой и частотой [8].

Цель данной работы заключается в определении графическим и расчётным путем хода толкателя в зависимости от угла поворота и частоты вращения вала эксцентрика. Основная задача исследования — по анализу графика зависимости хода толкателя от угла поворота вала с эксцентриками различной величины определить путь, скорость и ускорение толкателя с применением аппарата дифференциального исчисления и программы Mathcad. Данные зависимости необходимы для осуществления расчета основных параметров эксцентриковых механизмов, включая расчеты на прочность, надежность и долговечность.

В работе [9] кинематическое исследование механизмов (кулачков, эксцентриков) предложено выполнять расчетным путем и графическим методом, с помощью построения диаграмм пути, скорости и ускорения толкателя.

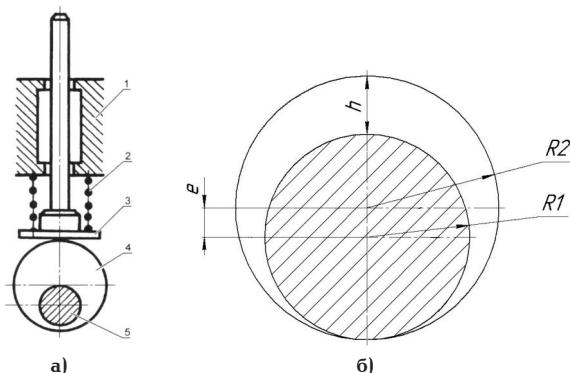


Рис. 1. Эксцентриковый механизм (а):  
1 — корпус; 2 — пружина; 3 — плоский толкатель;  
4 — эксцентрик;  
5 — вал; разрез эксцентрикового вала (б)

**Графическое определение хода толкателя эксцентрикового механизма.** На рис. 1 изображен эксцентриковый механизм для перемещения толкателя (а) и эксцентрика (б) с радиусом вала  $R_1 = 16$  мм, радиусом эксцентрика  $R_2 = 22$  мм, эксцентризитетом  $e = 6$  мм.

Графическое определение хода толкателя начинаем с построения профиля вала и эксцентрика с учетом размеров, указанных выше. Радиусом  $R_1 = 16$  мм выполняем окружность вала с необходимым разрезом. От центра вала по вертикальной оси откладываем эксцентризитет  $e = 6$  мм. Из нового центра проводим окружность радиусом  $R_2 = (R_1 + e) = 22$  мм. Максимальный подъем толкателя в этом случае будет равен 12 мм.

Для расчёта скорости и ускорения толкателя, примем число оборотов вала в минуту (частоту) постоянным, равным  $1000 \text{ мин}^{-1}$ . С целью уменьшения погрешности, возникающей при определении хода толкателя графическим способом, разрез вала и вид эксцентрика выполняем в масштабе 5:1. Из центра вала через 10 градусов проводим прямые линии (лучи). Ход толкателя будет равен расстоянию от точки входа луча в окружность вала и выхода из окружности эксцентрика. Данные замеров вносим в табл. 1.

**Графическое определение скорости толкателя.** По формуле (1) определим время  $\Delta t$  (в секундах) при повороте вала на угол  $\varphi = 10^\circ$  и числе оборотов вала эксцентрика в минуту  $n = 1000 \text{ мин}^{-1}$ , необходимое для кинематического расчёта толкателя (определения скорости и ускорения)

$$\Delta t = \frac{\Phi}{6 \cdot n} = \frac{10}{6 \cdot 1000} = 0,00166 \text{ с.} \quad (1)$$

По данным табл. 1 построен график пути (хода) толкателя (рис. 2).

Разделив приращение пути (величину  $\Delta h$ , м) на каждом участке разбиения на приращение аргумента  $\Delta t = 0,00166$  с, получим соответствующее значение средней скорости толкателя  $\dot{h}_{\text{ср}}$  (м/с) при повороте вала эксцентрика от 0 до  $180^\circ$  в интервале через  $10^\circ$ . Занесем в табл. 1 результаты полученных вычислений.

Анализ результатов вычислений, представленных в табл. 1, показывает, что значение средней скорости достигает своего максимума в интервале изменения угла поворота вала эксцентрика от  $90^\circ$  до  $100^\circ$ :

Таблица 1

Зависимость хода и скорости толкателя от угла поворота вала эксцентрика

$\varphi_e$	Ход толкателя $h$ , мм	Приращение хода толкателя (функция) $\Delta h$ , м	Скорость толкателя $\Delta \dot{\varphi}$ , м/с
0	0	0	0
10	0,1	$0,1 \cdot 10^{-3}$	0,06
20	0,3	$0,2 \cdot 10^{-3}$	0,12
30	0,6	$0,3 \cdot 10^{-3}$	0,18
40	1,0	$0,4 \cdot 10^{-3}$	0,24
50	1,6	$0,6 \cdot 10^{-3}$	0,36
60	2,4	$0,8 \cdot 10^{-3}$	0,48
70	3,3	$0,9 \cdot 10^{-3}$	0,54
80	4,2	$0,9 \cdot 10^{-3}$	0,54
90	5,2	$1 \cdot 10^{-3}$	0,6
100	6,3	$1,1 \cdot 10^{-3}$	0,66
110	7,4	$1,1 \cdot 10^{-3}$	0,66
120	8,4	$1,0 \cdot 10^{-3}$	0,6
130	9,25	$0,85 \cdot 10^{-3}$	0,5
140	10,0	$0,75 \cdot 10^{-3}$	0,44
150	10,6	$0,6 \cdot 10^{-3}$	0,35
160	11,4	$0,4 \cdot 10^{-3}$	0,25
170	11,8	$0,2 \cdot 10^{-3}$	0,06
180	12,0	0	0

$$\Delta h = 6,3 - 5,2 = 1,1 \text{ мм} = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ м},$$

$$\Delta t = 0,00166 \text{ с},$$

тогда

$$\dot{\varphi}_{cp} = \frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{1,1 \cdot 10^{-3}}{0,00166} = 0,66 \text{ м/с.} \quad (2)$$

На рис. 3 представлен фрагмент графической интерпретации производимых расчётов по формуле (2) на каждом участке разбиения при повороте вала эксцентрика. С точки зрения геометрического смысла выполняемых действий, в рассматриваемом прямоугольном треугольнике (рис. 3) отношение  $\Delta h / \Delta t$  численно (обозначается  $\left\{ \frac{\Delta h}{\Delta t} \right\}$ ) равно тангенсу угла  $\alpha$  [10, 11]. Например, на участке изменения угла  $\varphi$  от  $30^\circ$  до  $40^\circ$ , изображённом на рис. 3,

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \left\{ \frac{\Delta h}{\Delta t} \right\} = \left\{ \dot{\varphi}_{cp} \right\} = \frac{(1,0 - 0,6) \cdot 10^{-3}}{0,00166} = \\ &= \frac{0,4 \cdot 10^{-3}}{0,00166} = 0,24. \end{aligned} \quad (3)$$

Отношение приращения пути толкателя к приращению времени на каждом участке его изменения ( $\Delta t$ ) выражает среднюю скорость толкателя (физический смысл производной). По данным табл. 1 может быть построен график изменения средней скорости движения толкателя. Расчетным способом можно определить ход поршня (толкателя), но для этого нужно иметь формулу для его нахождения.

При выполнении эскиза вала с эксцентриком графическим способом при радиусе вала 16 мм,

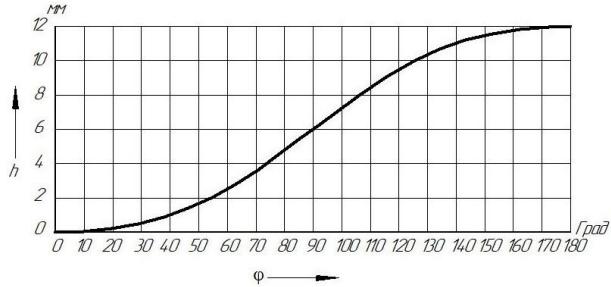


Рис. 2. График хода толкателя в зависимости от угла поворота вала эксцентрика (получен графическим путем)

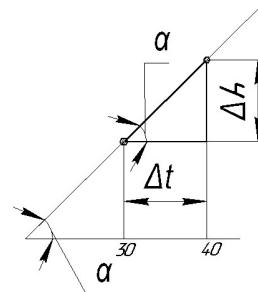


Рис. 3. Графическое определение средней скорости толкателя на участке

радиусе окружности эксцентрика 22 мм при эксцентризите 6 мм установлено, что в точке  $0^\circ$  ( $\cos 0^\circ = 1$ ) ход толкателя равен 0 мм, в точке  $90^\circ$  ( $\cos 90^\circ = 0$ ) ход толкателя равен 6 мм (равен эксцентризитету), в точке  $180^\circ$  ( $\cos 180^\circ = -1$ ) ход толкателя равен двум значениям эксцентризитета. Таким образом, в формулу для определения хода толкателя в зависимости от угла поворота вала эксцентрика должна входить тригонометрическая функция  $\cos \varphi$ , а также значение эксцентризитета. С достаточной для практики точностью, используя работу [10] и анализируя рис. 1 и 2, ход толкателя эксцентрикового вала можно определить расчетным путем по формуле

$$h = (R_2 - R_1) \cdot (1 - \cos \varphi) = e \cdot (1 - \cos \varphi). \quad (4)$$

На рис. 4 представлен график изменения хода толкателя, полученный расчетным путем с использованием формулы (4). Из анализа рис. 2 и 4 следует, что графическим и расчетным путем определен одинаковый максимальный ход толкателя, равный 12 мм ( $h_{max} = 2e$ ). Используя формулу (4), можно определить скорость и ускорение толкателя (применяя производные) [10, 11].

Определив путь по формуле (4), находим скорость  $V$  и ускорение  $J$  толкателя, соответственно, как первую и вторую производные хода толкателя по времени [10, 11]

$$V = \frac{dh}{dt} = \frac{dh}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \omega \frac{dh}{d\varphi}, \quad (5)$$

где  $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$  — угловая скорость вращения эксцентрикового вала в данный момент времени  $\omega = \frac{\pi \cdot n}{30} = \frac{3,14 \cdot 1000}{30} = 104,6 \text{ 1/с.}$

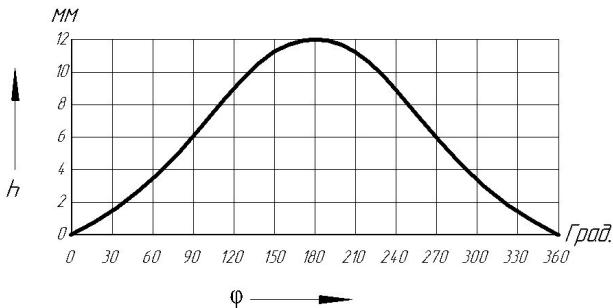


Рис. 4. График изменения хода толкателя при эксцентриките вала 6 мм

Из формулы (5), используя основные правила дифференцирования применительно к выражению (4), получим

$$\begin{aligned} V &= \omega \cdot \frac{dh}{d\varphi} = \omega \cdot (e \cdot (1 - \cos \varphi))'_{\varphi} = \\ &= \omega \cdot e \cdot (0 - (-\sin \varphi)) = \omega \cdot e \cdot \sin \varphi. \end{aligned} \quad (6)$$

Величина  $e \cdot \omega = 0,006 \cdot 104,6 = 0,627$  м/с. При угле поворота вала эксцентрика  $\varphi$  равном  $0^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $360^\circ$  значение  $\sin \varphi$  будет равно 0. В этих точках скорость толкателя будет равна 0 м/с. Максимальное значение скорости  $V_{\max}$  будет при угле  $\varphi$  равном  $90^\circ$  и  $270^\circ$  (поскольку  $\sin 90^\circ = 1$ ,  $\sin 270^\circ = -1$ ). Значение  $V_{\max}$  при этом будет равно 0,627 м/с и  $(-0,627)$  м/с соответственно.

Ускорение толкателя определим аналогично скорости, взяв первую производную скорости по времени,

$$j = \frac{dV}{dt} = \frac{dV}{d\varphi} \cdot \omega,$$

$$j = \frac{dV}{d\varphi} \cdot \omega = \omega(e \cdot \omega \cdot \sin \varphi)'_{\varphi} = e \cdot \omega^2 \cdot \cos \varphi.$$

Таким образом,

$$j = e \cdot \omega^2 \cdot \cos \varphi. \quad (7)$$

Максимальное значение ускорения будет равно 65,6 м/с<sup>2</sup>.

#### Кинематический расчёт эксцентрикового вала с применением программы (системы) Mathcad

##### Расчёт хода (пути) толкателя

Вводим обозначения эксцентриков [12, 13]

$$e_6 := 6 \text{ мм}; \quad e_5 := 5 \text{ мм}; \quad e_4 := 4 \text{ мм}.$$

Для перевода радиан в градусы вводится множитель  $\text{deg} := 0,017453$ .

Проверка  $\sin(30 \cdot \text{deg}) = 0,5$ .

Уравнения хода толкателя для различных значений эксцентрикита:

$$h_6(\varphi) := e_6 \cdot (1 - \cos(\varphi \cdot \text{deg}));$$

$$h_5(\varphi) := e_5 \cdot (1 - \cos(\varphi \cdot \text{deg}));$$

$$h_4(\varphi) := e_4 \cdot (1 - \cos(\varphi \cdot \text{deg})).$$

Для вывода результатов расчёта хода толкателя (мм) в виде таблицы (рис. 5) с шагом 30° задаём массив углов:  $\varphi := 0,30..360$  (символ множества «..» вводится нажатием клавиши «;»).

$\varphi =$	$h_6(\varphi) =$	$h_5(\varphi) =$	$h_4(\varphi) =$
0	0	0	0
30	0.804	0.67	0.536
60	3	2.5	2
90	6	5	4
120	9	7.5	6
150	11.196	9.33	7.464
180	12	10	8
210	11.196	9.33	7.464
240	9	7.5	6
270	6	5	4
300	3	2.5	2
330	0.804	0.67	0.536
360	0	0	0

Рис. 5. Результаты расчета хода толкателя

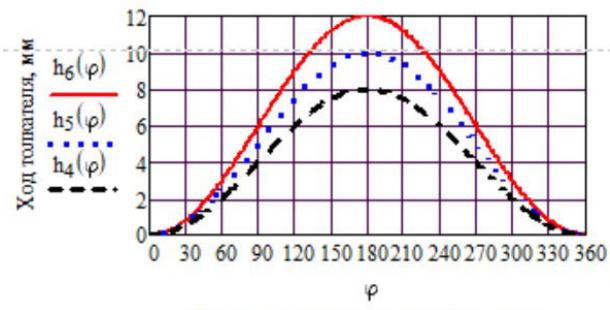


Рис. 6. Графики хода толкателя для вала с эксцентрикитетами 6 мм, 5 мм и 4 мм

Для улучшения вида кривой уменьшаем шаг расчёта (по умолчанию 1).  $\varphi := 0..360$ .

На рис. 6 приведены графики хода толкателя (выполнены с применением программы (системы) Mathcad). Верхний график соответствует пути толкателя при эксцентриките 6 мм, средний — 5 мм, нижний — 4 мм.

##### Расчёт скорости толкателя

Задаём значения эксцентриков в метрах [12, 13]

$$e_6 := 0,006; \quad e_5 := 0,005; \quad e_4 := 0,004.$$

Частота вращения вала эксцентрика  $n := 1000 \text{ мин}^{-1}$ .

$$\text{Принимаем } \pi := 3,14.$$

Угловая скорость вращения эксцентрикового вала

$$\omega := \frac{\pi \cdot n}{30} = 104,667 \text{ с}^{-1} \text{ (округляем 104,7)}$$

Скорость толкателя (м/с) для различных значений эксцентрикита определяем по формулам:

$$v_6(\varphi) := e_6 \cdot \omega \sin(\varphi \cdot \text{deg});$$

$$v_5(\varphi) := e_5 \cdot \omega \sin(\varphi \cdot \text{deg});$$

$$v_4(\varphi) := e_4 \cdot \omega \sin(\varphi \cdot \text{deg}).$$

Вывод значений скорости толкателя (м/с) через 30° (рис. 7). Задание диапазона с шагом 1 градус:  $\varphi := 0..360$ . Графики скорости толкателя представлены на рис. 8 для различных значений эксцентрикита (от 4 до 6 мм).

$\varphi =$	$v_6(\varphi) =$
0	0
30	0.314
60	0.544
90	0.628
120	0.544
150	0.314
180	0
210	-0.314
240	-0.544
270	-0.628
300	-0.544
330	-0.314
360	0

$\varphi =$	$v_5(\varphi) =$
0	0
30	0.262
60	0.453
90	0.523
120	0.453
150	0.262
180	0
210	-0.262
240	-0.453
270	-0.523
300	-0.453
330	-0.262
360	0

$\varphi =$	$v_4(\varphi) =$
0	0
30	0.209
60	0.363
90	0.419
120	0.363
150	0.209
180	0
210	-0.209
240	-0.363
270	-0.419
300	-0.363
330	-0.209
360	0

Рис. 7. Результаты расчёта скорости толкателя

$\varphi =$	$j_6(\varphi) =$
0	65.731
30	56.925
60	32.866
90	0.002
120	-32.863
150	-56.923
180	-65.731
210	-56.926
240	-32.869
270	-0.005
300	32.86
330	56.921
360	65.731

Рис. 9. Результаты расчета ускорения толкателя

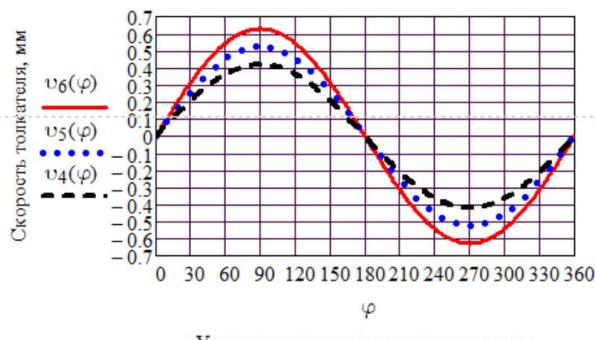


Рис. 8. Графики изменения скорости толкателя при  $e_6 = 0,006$  м;  $e_5 = 0,005$  м;  $e_4 = 0,004$  м

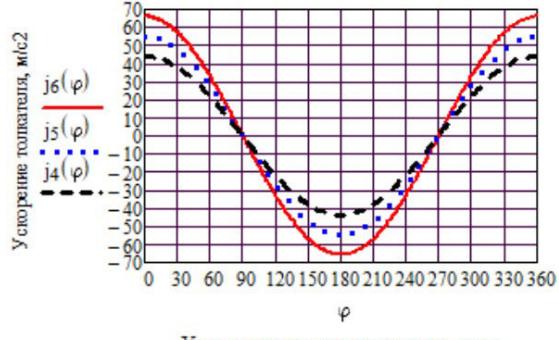
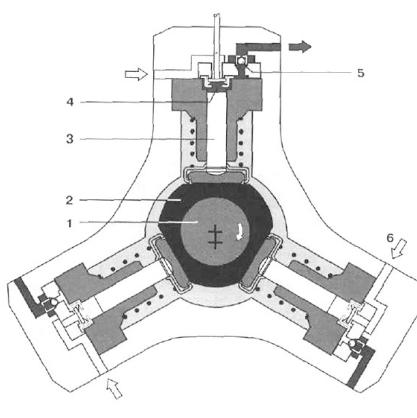
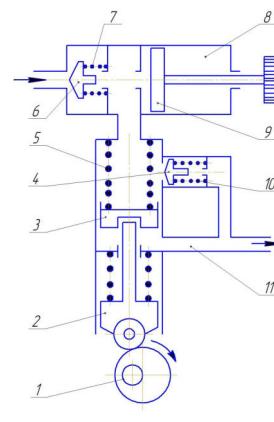


Рис. 10. Графики ускорения толкателя при  $e_6 = 0,006$  м;  $e_5 = 0,005$  м;  $e_4 = 0,004$  м



a)



б)

Рис. 11. Насос высокого давления (а): 1 — вал привода с эксцентриком; 2 — толкатель в виде втулки; 3 — насосный элемент с плунжером; 4 — выпускной клапан; 5 — выпускной клапан; 6 — вход топлива; схема подкачивающего насоса (б): 1 — вал с эксцентриком; 2 — толкатель; 3 — главный поршень; 4 — нагнетательный клапан; 5 и 7 — пружины; 6 — выпускной клапан; 8 — насос ручной прокачки; 9 — поршень; 10 — пружина; 11 — полость нагнетания

#### Расчёт ускорения толкателя

Ускорение толкателя ( $\text{м/с}^2$ ) для различных значений эксцентрикитета определяются по формулам [12, 13]

$$j_6(\varphi) := e_6 \cdot \omega^2 \cos(\varphi \cdot \text{deg});$$

$$j_5(\varphi) := e_5 \cdot \omega^2 \cos(\varphi \cdot \text{deg});$$

$$j_4(\varphi) := e_4 \cdot \omega^2 \cos(\varphi \cdot \text{deg}).$$

Вывод значений ускорения толкателя ( $\text{м/с}^2$ ) через  $30^\circ$  (рис. 9). Задание диапазона с шагом 1 градус:  $\varphi := 0 \dots 360$ .

На рис. 10 представлены графики ускорения толкателя при различных эксцентрикитетах.

**Практическое применение эксцентриковых механизмов.** Эксцентрики нашли широкое применение в насосах высокого давления [14]. На рис. 11а показан насос высокого давления с приводом плунжеров от вала с эксцентриком. Вал 1 выполнен

с эксцентриком, который перемещает втулку-толкатель 2. При вращении вала с эксцентриком 1 втулка-толкатель 2 поочередно перемещает плунжеры 3 в осевом направлении, сжимая топливо до давления 250 МПа. Впускной клапан 4 закрыт, а выпускной клапан 5 открыт (такт нагнетания топлива). Обратное движение плунжеров 3 происходит под действием пружин (такт впуска топлива).

Эксцентриковые механизмы применяют для перемещения поршня подкачивающего насоса низкого давления. На рис. 11б приведена схема подкачивающего насоса, который под низким давлением 0,2–0,3 МПа подает топливо в полость головки насоса высокого давления.

При вращении вала с эксцентриком 1 толкатель 2 перемещает поршень 3 вверх, сжимая пружину 5, и выталкивает топливо через клапан 4 под поршень 3. При обратном движении толкателя 2 поршень 3 под действием усилия пружины 5 движется вниз, выталкивая топливо в канал 11, которое поступает в головку насоса высокого давления (клапан 4 закрыт). Ручной насос 8 служит для прокачки системы подачи топлива и удаления из неё воздуха.

### Заключение

1. Экспериментальным и расчетным путем определено изменение хода толкателя эксцентрикового механизма с заданными размерами.

2. Предложено выражение, которое с достаточной для практики точностью определяет ход толкателя в зависимости от угла поворота вала с эксцентриком. Максимальный ход толкателя равен двум эксцентрикам.

3. Предложены формулы для расчета скорости и ускорения толкателя.

4. С применением программы (системы) Mathcad выполнен кинематический расчет эксцентрикового механизма с эксцентриком, равным 4, 5, 6 мм, построены графики пути, скорости и ускорения толкателя.

5. Показано практическое применение эксцентриков в системах подачи топлива для двигателей внутреннего сгорания.

### Список источников

- Simionescu P., Talpasanu I. Kinematics of the eccentric RPRPR chain with applications to robotics, materials handling and manipulation // International Journal of Mechanisms and Robotic Systems. 2015. Vol. 2, no. 3–4. P. 314–340. DOI: 10.1504/IJMRS.2015.074109.
- Xie Li Jun. Kinematics and Dynamics Analysis of Eccentric Circle Cam Mechanism. Advanced Materials Research. Vol. 821–822. P. 1466–1469. DOI: 10.4028/www.scientific.net/amr.821–822.1466.
- Igumnov A., Metrikin V., Nikiforova I. The dynamics of eccentric vibration mechanism (Part 1) // Journal of Vibroengineering. 2017. Vol. 19, no. 7. P. 4854–4865. DOI: 10.21595/jve.2017.18346.
- Игнатьев Р. М. Основные результаты исследований для геометрических и кинематических расчётов синусоэксцентриковых передач // Вестник Белорусско-Российского университета. 2010. № 1 (26). С. 53–60. DOI: 10.53078/20778481\_2010\_1\_53. EDN: ОТКНВ.
- Сильченко П. Н., Тимофеев Г. А., Меснянкин М. В. [и др.] Нагрузочная способность эксцентриковых подшипников качения // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2020. № 7 (724). С. 13–21. DOI: 10.18698/0536-1044-2020-7-13-21. EDN: LGPPLX.
- Селивончик Н. М., Нестеренко Н. А. Силовой расчет противовутонного кранового устройства из эксцентрикового и клинового механизмов // Наука и техника. 2023. Т. 22, № 2. С. 113–118. DOI: 10.21122/2227-1031-2023-22-2-113-118.
- Lustenkov M., Khalilov I., Moiseenko A. Comparative Analysis of Dynamic Characteristics of Spherical and Eccentric Transmissions with a Double-Ring Satellite // Advances in Science and Technology. 2024. Vol. 148. P. 103–110. DOI: 10.4028/p-msjjs7.
- Strelkov A. R., Tsabilev O. V., Gridneva M. A. Vibratory Shear Enhanced Process Membrane Filtering Technology to Overcome the Negative Effects of Concentration Polarization // Materials Science Forum. 2023. Vol. 1088. P. 95–101. DOI: 10.4028/p-e4fh01.
- Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин: учебник для вузов. Москва: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. 640 с. ISBN 5-02-013810-X.
- Макушев Ю. П., Полякова Т. А., Батраков П. А. Определение скорости и ускорения поршня с помощью производных // Вестник Сибирской государственной автомобильно-дорожной академии. 2010. № 3 (17). С. 9–14. EDN: PBLZVL.
- Макушев Ю. П., Полякова Т. А., Рынднин В. В. [и др.] Интегральное и дифференциальное исчисления в приложении к технике: моногр. / под ред. Ю. П. Макушева. Павлодар: Кереку, 2013. 330 с. ISBN 978-601-238-300-3.
- Макаров Е. Г. Инженерные расчеты в Mathcad 15. Санкт-Петербург: Питер, 2011. 400 с.
- Рынднин В. В., Волкова Л. Ю. Применение системы Mathcad при статистическом анализе экспериментальных данных // Наука и техника Казахстана. 2018. № 4. С. 6–17.
- Файнлейб Б. Н. Топливная аппаратура автотракторных дизелей: справочник. Ленинград: Машиностроение, 1990. 352 с.

**МАКУШЕВ Юрий Петрович**, кандидат технических наук, доцент (Россия), доцент кафедры «Автоматизация и энергетическое машиностроение» Сибирского государственного автомобильно-дорожного университета (СиБАДИ), г. Омск.

SPIN-код: 4777-2831

AuthorID (РИНЦ): 650763

AuthorID (SCOPUS): 57210975800

Адрес для переписки: makushev321@mail.ru

**ПОЛЯКОВА Татьяна Анатольевна**, кандидат педагогических наук, доцент (Россия), доцент кафедры «Физика и математика» СиБАДИ; доцент кафедры «Прикладная математика и фундаментальная информатика» Омского государственного технического университета, г. Омск.

SPIN-код: 4090-8339

AuthorID (РИНЦ): 652910

AuthorID (SCOPUS): 57287283100

ORCID: 0000-0002-9673-1750

Адрес для переписки: ta\_polyakova@mail.ru

**ВОЛКОВА Лариса Юрьевна**, кандидат технических наук, доцент кафедры «Энергетика» Калининградского государственного технического университета, г. Калининград.

SPIN-код: 9822-6287

AuthorID (РИНЦ): 1013467

AuthorID (SCOPUS): 57210983249

ORCID: 0009-0008-1242-742X

Адрес для переписки: volkova0969@mail.ru

**РЫНДИН Владимир Витальевич**, кандидат технических наук, профессор кафедры «Механика и нефтегазовое дело» НАО «Торайтыров университет», г. Павлодар, Республика Казахстан.

SPIN-код: 1687-9720

AuthorID (РИНЦ): 929600

AuthorID (SCOPUS): 7007057327

Для цитирования

Макушев Ю. П., Полякова Т. А., Волкова Л. Ю., Рындин В. В.  
Кинематический расчет эксцентриковых механизмов с ис-

пользованием программы Mathcad // Омский научный вестник. 2025. № 1 (193). С. 13 – 20. DOI: 10.25206/1813-8225-2025-193-13-20. EDN: TMGHHV.

Статья поступила в редакцию 02.07.2024 г.

© Ю. П. Макушев, Т. А. Полякова,  
Л. Ю. Волкова, В. В. Рындин

**UDC 621.43: 621.835.2**  
**DOI: 10.25206 / 1813-8225-2025-193-13-20**  
**EDN: TMGHHV**

**YU. P. MAKUSHEV<sup>1</sup>**  
**T. A. POLYAKOVA<sup>1,2</sup>**  
**L. YU. VOLKOVA<sup>3</sup>**  
**V. V. RYNDIN<sup>4</sup>**

<sup>1</sup>Siberian State Automobile  
and Highway University,  
Omsk, Russia

<sup>2</sup>Omsk State Technical University,  
Omsk, Russia

<sup>3</sup>Kaliningrad State  
Technical University,  
Kaliningrad, Russia

<sup>4</sup>Toraighyrov University,  
Pavlodar, Republic of Kazakhstan

## KINEMATIC CALCULATION OF ECCENTRIC MECHANISMS USING THE MATHCAD SOFTWARE

The article determines the value of the pusher stroke of the eccentric mechanism with the 4 to 6 mm eccentricity basing on graphic research. By approximating the graphs of the pusher stroke on the eccentric surface, the authors propose a calculation formula, which defines the pusher stroke as a function of the angle of the eccentric shaft rotation for practical purposes. Moreover, formulae for determining the velocity and acceleration of the eccentric mechanism pusher are offered. The relative error does not exceed 6 % in determining the pusher stroke by graphical and calculation methods. Calculations and graphs of path, velocity, acceleration of the eccentric mechanism pusher with eccentricity of 4, 5 and 6 mm at a shaft speed of 1000 min<sup>-1</sup> are calculated and plotted using Mathcad software. The practical implementation of eccentric mechanisms for power supply systems of internal combustion engines is considered.

**Keywords:** eccentric, eccentricity, Mathcad, pusher stroke, pusher velocity, pusher acceleration, implementation of eccentric mechanisms.

### References

1. Simionescu P., Talpasanu I. Kinematics of the eccentric RPRPR chain with applications to robotics, materials handling and manipulation. *International Journal of Mechanisms and Robotic Systems*. 2015. Vol. 2, no. 3–4. P. 314 – 340. DOI: 10.1504/IJMRS.2015.074109. (In Engl.).
2. Xie Li Jun. Kinematics and Dynamics Analysis of Eccentric Circle Cam Mechanism. *Advanced Materials Research*. Vol. 821 – 822. P. 1466 – 1469. DOI: 10.4028/www.scientific.net/amr.821-822.1466. (In Engl.).
3. Igumnov A., Metrikin V., Nikiforova I. The dynamics of eccentric vibration mechanism (Part 1). *Journal of Vibroengineering*. 2017. Vol. 19, no. 7. P. 4854 – 4865. DOI: 10.21595/jve.2017.18346. (In Engl.).
4. Ignatishchev R. M. Osnovnyye rezul'taty issledovaniy dlya geometricheskikh i kinematicheskikh raschetov sinusoekstsentrikovykh peredach [Main research results for geometric and kinematic calculations of sinusoeccentric gears]. *Vestnik Belorussko-Rossiyskogo universiteta. Bulletin of the Belarusian-Russian University*. 2010. No. 1 (26). P. 53 – 60. DOI: 10.53078/20778481\_2010\_1\_53. EDN: OITKHB. (In Russ.).
5. Sil'chenko P. N., Timofeyev G. A., Mesnyankin M. V. et al. Nagruzochnaya sposobnost' ekstsentrifikovkh podshipnikov kacheniya [Load capacity of eccentric rolling bearings]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroyeniye. BMSTU Journal of Mechanical Engineering*. 2020. No. 7 (724). P. 13 – 21. DOI: 10.18698/0536-1044-2020-7-13-21. EDN: LGPPLX. (In Russ.).
6. Selivonchik N. M., Nesterenko N. L. Silovoy raschet protivougonnogo kranovogo ustroystva iz ekstsentrifikovogo i

klinovogo mekhanizmov [Power calculation of anti-driveaway crane device from eccentric and wedge mechanisms]. Nauka i tekhnika. *Science & Technique*. 2023. Vol. 22, no. 2. P. 113–118. DOI: 10.21122/2227-1031-2023-22-2-113-118. (In Russ.).

7. Lustenkov M., Khalilov I., Moiseenko A. Comparative Analysis of Dynamic Characteristics of Spherical and Eccentric Transmissions with a Double-Ring Satellite. *Advances in Science and Technology*. 2024. Vol. 148. P. 103–110. DOI: 10.4028/p-msjjs7. (In Engl.).

8. Strelkov A. R., Tsabilev O. V., Gridneva M. A. Vibratory Shear Enhanced Process Membrane Filtering Technology to Overcome the Negative Effects of Concentration Polarization. *Materials Science Forum*. 2023. Vol. 1088. P. 95–101. DOI: 10.4028/p-e4fh01. (In Engl.).

9. Artobolevskiy I. I. Teoriya mekhanizmov i mashin [Theory of mechanisms and machines]. Moscow, 1988. 640 p. (In Russ.).

10. Makushev Yu. P., Polyakova T. A., Batrakov P. A. Opredeleniye skorosti i uskoreniya porshnya s pomoshch'yu proizvodnykh [Determination of piston velocity and acceleration using derivatives]. Vestnik Sibirskoy gosudarstvennoy avtomobil'no-dorozhnoy akademii. *The Russian Automobile and Highway Industry Journal*. 2010. No. 3 (17). P. 9–14. EDN: PBLZVL. (In Russ.).

11. Makushev Yu. P., Polyakova T. A., Ryndin V. V. [et al.]. Integral'noye i differentsiyal'noye ischisleniya v prilozhenii k tekhnike: monograph. [Integral and differential calculus in application to technology]. Pavlodar, 2013. 330 p. ISBN 978-601-238-300-3. (In Russ.).

12. Makarov E. G. Inzhenernyye raschety v Mathcad 15. [Engineering calculations in Mathcad 15]. Saint Petersburg, 2011. 400 p. (In Russ.).

13. Ryndin V. V., Volkova L. Yu. Primeneniye sistemy Mathcad pri statisticheskem analize eksperimental'nykh dannykh [Application of the Mathcad system in the statistical analysis of experimental data]. Nauka i tekhnika Kazakhstana. *Science and Technology of Kazakhstan*. 2018. No. 4. P. 6–17. (In Russ.).

14. Faynleyb B. N. Toplivnaya apparatura avtotraktornykh dizeley: spravochnik. [Fuel equipment of automotive diesel engines]. Leningrad, 1990. 352 p. (In Russ.).

---

**МАКУШЕВ Юрий Петрович**, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Automation and Power Engineering Department,

Siberian State Automobile and Highway University (SibADI), Omsk.

SPIN-code: 4777-2831

AuthorID (RSCI): 650763

AuthorID (SCOPUS): 57210975800

Correspondence address: makushev321@mail.ru

**POLYAKOVA Татьяна Анатольевна**, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Physics and Mathematics Department, SibADI; Associate Professor of the Applied Mathematics and Fundamental Computer Science Department, Omsk State Technical University, Omsk.

SPIN-code: 4090-8339

AuthorID (RSCI): 652910

AuthorID (SCOPUS): 57287283100

ORCID: 0000-0002-9673-1750

Correspondence address: ta\_polyakova@mail.ru

**VOLKOVA Лариса Юрьевна**, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Energy Industry Department, Kaliningrad State Technical University, Kaliningrad.

SPIN-code: 9822-6287

AuthorID (RSCI): 1013467

AuthorID (SCOPUS): 57210983249

ORCID: 0009-0008-1242-742X

Correspondence address: volkova0969@mail.ru

**RYNDIN Владимир Виталиевич**, Candidate of Technical Sciences, Professor of the Mechanics, Oil and Gas Engineering Department, Toraighyrov University, Pavlodar, Republic of Kazakhstan.

SPIN-code: 1687-9720

AuthorID (RSCI): 929600

AuthorID (SCOPUS): 7007057327

ORCID: 0000-0002-4248-9516

Correspondence address: rvladvit@yandex.kz

#### For citations

Makushev Yu. P., Polyakova T. A., Volkova L. Yu., Ryndin V. V. Kinematic calculation of eccentric mechanisms using the Mathcad software. *Omsk Scientific Bulletin*. 2025. No. 1 (193). P. 13–20. DOI: 10.25206/1813-8225-2025-193-13-20. EDN: TMGHHV.

Received July 02, 2024.

© Yu. P. Makushev, T. A. Polyakova, L. Yu. Volkova, V. V. Ryndin