

ISSN 1810-3189 (print)
ISSN 2782-294X (online)
Подписной индекс 72674

ФИЗИКА ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ И РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

**PHYSICS OF WAVE PROCESSES
AND RADIO SYSTEMS**

2023

**Том 26 | Vol. 26
№ 2 | No. 2**

ФИЗИКА ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ И РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Периодический теоретический и научно-практический журнал
2023. Том 26, № 2 (102)

Журнал включен в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук.

Журнал включен в библиографические базы данных ВИНТИ (<http://www.viniti.ru>), ULRICH'S Periodical Directory (<http://www.ulrichsweb.com>) и РИНЦ (<http://www.elibrary.ru>).

Учредители и издатели журнала:

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева
Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики

Главный редактор:

д.ф.-м.н., проф. *Клюев Д.С.*

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики (г. Самара, Россия)

Зам. главного редактора:

д.ф.-м.н., проф. *Ивахник В.В.*

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева (г. Самара, Россия)

Редакционная коллегия:

д.ф.-м.н., проф. *Бобрешов А.М.*

Воронежский государственный университет (г. Воронеж, Россия)

д.т.н., проф. *Бузов А.Л.*

АО «Самарское инновационное предприятие радиосистем» (г. Самара, Россия)

проф. *Ван Лил Э.*

Лёвенский католический университет (г. Лёвен, Бельгия)

д.т.н., проф. *Волобуев А.Н.*

Самарский государственный медицинский университет (г. Самара, Россия)

д.т.н., проф. *Воскресенский Д.И.*

Московский авиационный институт (государственный технический университет) (г. Москва, Россия)

акад. РАН, д.ф.-м.н., проф. *Гуляев Ю.В.*

Институт радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова РАН (г. Москва, Россия)

д.т.н., проф. *Дмитриков В.Ф.*

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций
имени проф. М.А. Бонч-Бруевича (г. Санкт-Петербург, Россия)

член-корр. РАН, д.ф.-м.н., проф. *Иванов Д.В.*

Поволжский государственный технологический университет (г. Йошкар-Ола, Россия)

д.ф.-м.н., проф. *Ильинский А.С.*

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова (г. Москва, Россия)

д.т.н., проф. *Кузаев Г.А.*

Норвежский университет естественных и технических наук (г. Тронхейм, Норвегия)

д.т.н., проф. *Мещанов В.П.*

Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского (г. Саратов, Россия)

д.т.н., проф. *Морозов Г.А.*

Казанский национальный исследовательский технический университет имени А.Н. Туполева (г. Казань, Россия)

д.т.н., проф. *Морозов О.Г.*

Казанский национальный исследовательский технический университет имени А.Н. Туполева (г. Казань, Россия)

д.ф.-м.н. *Нещерет А.М.*

АО «Самарское инновационное предприятие радиосистем» (г. Самара, Россия)

акад. РАН, д.ф.-м.н., проф. *Никитов С.А.*

Институт радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова РАН (г. Москва, Россия)

д.ф.-м.н., доц. *Осипов О.В.*

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики (г. Самара, Россия)

д.т.н., проф. *Пономарев Л.И.*

Московский авиационный институт (государственный технический университет) (г. Москва, Россия)

д.ф.-м.н., проф. *Потапов А.А.*

Институт радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова РАН (г. Москва, Россия)

д.ф.-м.н., проф. *Просвирнин С.Л.*

Радиоастрономический институт Национальной академии наук Украины (г. Харьков, Украина)

лект. *Сидоров К.А.*

Кардиффский университет (г. Кардифф, Великобритания)

д.ф.-м.н., проф. *Чернокожин Е.В.*

Тель-Авивский университет (г. Тель-Авив, Израиль)

д.ф.-м.н., проф. *Черняков М.С.*

Бирмингемский университет (г. Бирмингем, Великобритания)

Ответственный секретарь:

д.ф.-м.н., доц. *Табаков Д.П.*

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики (г. Самара, Россия)

Выпускающий редактор: *Мурзинова Т.А.*

Лит. редактирование и корректура: *Мурзиновой Т.А.*

Информация на английском языке: *Стрельникова М.С.*

Компьютерный набор и верстка: *Градинарь И.М.*

Адрес редакции:

443010, Россия, Самарская обл., г. Самара, ул. Льва Толстого, 23

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, к. 342

Тел. (846) 339-11-21, e-mail: klyuevd@yandex.ru

URL: <https://journals.ssau.ru/pwp>

Адрес издателя:

443086, Россия, Самарская обл., г. Самара, Московское шоссе, 34, корп. 22а, 3126,

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева,

Центр периодических изданий Самарского университета.

Тел. (846) 334-54-06, e-mail: murzinova.tatjana@yandex.ru

Издается с 1998 г. Выходит 1 раз в квартал.

Издание зарегистрировано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций, регистрационный номер серии – ПИ № ФС 77-68199 от 27.12.2016

Подписной индекс 72674 в объединенном каталоге «Пресса России»



Все статьи распространяются по лицензии Creative Commons «Attribution» («Атрибуция»)

4.0 Всемирная. Для подробной информации посетите <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0>

© Самарский национальный исследовательский университет

имени академика С.П. Королева, 2023

© Поволжский государственный университет

телекоммуникаций и информатики, 2023

Подписано в печать 28.06.2023. Дата выхода в свет 30.06.2023

Формат 60 × 84/8. Бумага офсетная. Печать офсетная. Печ. л. 9

Цена свободная. 0+. Тираж 100 экз. Заказ №

Отпечатано с готового оригинала-макета в типографии Самарского университета

443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, 34.

URL: <https://ssau.ru/info/struct/otd/common/edit>

PHYSICS OF WAVE PROCESSES AND RADIO SYSTEMS

**Fizika volnovykh processov
i radiotekhnicheskie sistemy**

Theoretical and Scientific Journal

2023, vol. 26, no. 2 (102)

The journal is included by the Higher Attestation Commission into the List of leading scientific journals and publications in the Russian Federation, where basic scientific results of doctoral theses should be published (Bulletin of the Higher Attestation Commission of the Ministry of Education and Science).

The journal is included in bibliographic databases VINITI (<http://www.viniti.ru>), ULRICH'S Periodical Directory (<http://www.ulrichsweb.com>), and the Russian Science Citation Index (<http://www.elibrary.ru>).

Journal Founders and Publishers

Samara National Research University

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics

Editor in Chief:

prof. *D.S. Klyuev*

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics (Samara, Russia)

Deputy Chief Editor:

prof. *V.V. Ivakhnik*

Samara National Research University (Samara, Russia)

Editorial Board:

prof. *A.M. Bobreshov*

Voronezh State University (Voronezh, Russia)

prof. *A.L. Buzov*

Samara Innovative Business Radio Systems (Samara, Russia)

prof. *M.S. Cherniakov*

University of Birmingham (Birmingham, UK)

prof. *E.V. Chernokozhin*

Tel Aviv University (Tel Aviv, Israel)

prof. *V.F. Dmitrikov*

The Bonch-Bruевич Saint Petersburg State University of Telecommunications (Saint Petersburg, Russia)

academician of RAS, prof. *Yu.V. Gulyaev*

Institute of Radio Engineering and Electronics of the RAS (Moscow, Russia)

prof. *A.S. Ilyinsky*

Lomonosov Moscow State University (Moscow, Russia)

corresp. member of RAS, prof. *D.V. Ivanov*

Volga State University of Technology (Yoshkar-Ola, Russia)

prof. *G.A. Kouzaev*

Norwegian University of Science and Technology (Trondheim, Norway)

prof. *V.P. Meshchanov*

Saratov State University (Saratov, Russia)

prof. *G.A. Morozov*

Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI (Kazan, Russia)

prof. *O.G. Morozov*

Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI (Kazan, Russia)

A.M. Neshcheret

Samara Innovative Business Radio Systems (Samara, Russia)

academician of RAS, prof. *S.A. Nikitov*

Institute of Radio Engineering and Electronics of the RAS (Moscow, Russia)

asst. prof. *O.V. Osipov*

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics (Samara, Russia)

prof. *L.I. Ponomarev*

Moscow Aviation Institute (State Technical University) (Moscow, Russia)

prof. *A.A. Potapov*

Institute of Radio Engineering and Electronics of the RAS (Moscow, Russia)

prof. *S.L. Prosvirnin*

Radio Astronomy Institute of the National Academy of Sciences of Ukraine (Kharkiv, Ukraine)

lecturer *K.A. Sidorov*

Cardiff University (Cardiff, UK)

prof. *E. Van Lil*

KU Leuven (Leuven, Belgium)

prof. *A.N. Volobuev*

Samara State Medical University (Samara, Russia)

prof. *D.I. Voskresensky*

Moscow Aviation Institute (State Technical University) (Moscow, Russia)

Executive Editor:

asst. prof. *D.P. Tabakov*

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics (Samara, Russia)

Commissioning Editor: *T.A. Murzinova*

Proofreading: *T.A. Murzinova*

Language Editor: *M.S. Strelnikov*

Typesetting: *I.M. Gradinar*

Editorial Office: 23, L. Tolstoy St., Rm. 342, Samara, 443010, Samara Region, Russia

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatic.

Tel. (846) 339-11-21, e-mail: klyuevd@yandex.ru

URL: <https://journals.ssau.ru/index.php/pwp>

Publisher Office: 34, bldg. 22a, Moskovskoye shosse, rm. 312b,

Samara, 443086, Samara Region, Russia, Samara National Research University,

Center of Periodical Publications of Samara University.

Tel. (846) 334-54-06, e-mail: murzinova.tatjana@yandex.ru

Published since 1998. Frequency 1 time a quarter.

Edition is registered by The Federal Service for Supervision of Communications,

Information Technology, and Mass Media – PI № FS 77-68199 of 27.12.2016

Subscription index in the united catalog «Press of Russia» 72674



All articles are licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 International License.

For more information, see <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0>

© Samara National Research University, 2023

© Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, 2023

Содержание

Е.К. Башкиров

Тепловое перепутывание в двухатомной модели Тависса – Каммингса
с учетом диполь-дипольного взаимодействия 9

А.А. Акимов, В.В. Ивахник, К.Г. Казакова

Четырехволновое взаимодействие на тепловой
и резонансной нелинейностях при наличии обратной связи
на объектную и сигнальную волны 18

Е.И. Нефёдов, И.Н. Пономарев, В.П. Заярный

Структура поля излучения симметричной щелевой линии,
перпендикулярной краю бесконечной полуплоскости с учетом
кроссполяризационной составляющей..... 27

И.Ю. Бучнев, Д.С. Ключев, Ю.С. Мамошина, О.В. Осипов, Д.Н. Панин

Разработка математической модели кирального метаматериала
на основе цилиндрических спиральных элементов
с учетом дисперсии и концентрации..... 36

В.В. Крутских, А.Н. Ушков, А.И. Черников, Д.О. Завитаев, А.Э. Мирзоян

Влияние дефектов стыковки на металлодиэлектрический
экранированный волновод в КВЧ-диапазоне частот 48

Е.С. Емельянов, О.Е. Кирьянов, В.А. Понькин

Влияние случайных погрешностей формирования полей
на точность измерения коэффициентов прохождения
и отражения материалов и покрытий 58

Е.И. Глушанков, В.И. Царик

Практическая реализация пространственно-временной фильтрации
спутниковых навигационных сигналов в реальном времени 64

К сведению авторов 70

Contents

Eugene K. Bashkirov

Thermal entanglement in two-atom Tavis–Cummings model
 with taking into account the dipole-dipole interaction 9

Aleksandr A. Akimov, Valery V. Ivakhnik, Kseniya G. Kazakova

Four-wave mixing on thermal and resonant nonlinearities
 with feedback for object and signal waves 18

Eugeny I. Nefyodov, *Igor N. Ponomarev, Viacheslav P. Zayarnyi*

The structure of the radiation field of a symmetric slot line
 perpendicular to the edge of an infinite half-plane,
 taking into account the cross-polarization component..... 27

Ivan Yu. Buchnev, Dmitriy S. Klyuev, Yuliya S. Mamoshina,

Oleg V. Osipov, Dmitry N. Panin

Development of a mathematical model of a chiral metamaterial
 based on a cylindrical helical elements accounting
 for the dispersion and concentration of elements..... 36

Vladislav V. Krutskikh, Andrey N. Ushkov, Anton I. Chernikov,

Denis O. Zavitaev, Artavazd E. Mirzoyan

The effect of docking defects on a metal-dielectric
 shielded waveguide in the EHF frequency range 48

Evgeny S. Emelyanov, Oleg E. Kiryanov, Victor A. Ponkin

The accuracy of measuring the coefficients of transmission
 and reflection of materials in the presence
 of random errors in the formation of fields..... 58

Yevgeniy I. Glushankov, Vladimir I. Tsarik

Practical realization of space-time filtering
 of satellite navigation signals in real time..... 64

Information for authors 70



Ушел из жизни
Козлов Валерий Александрович
(18 января 1949 г. – 13 апреля 2023 г.)

Kozlov Valery Alexandrovich
(18 January 1949 – 13 April 2023)
passed away

13 апреля 2023 г. после продолжительной болезни скончался главный научный сотрудник филиала РФЯЦ-ВНИИЭФ «НИИ измерительных систем им. Ю.Е. Седакова», доктор технических наук, профессор Козлов Валерий Александрович.

В 1971 г. после окончания Радиофизического факультета Горьковского государственного университета им. Н.И. Лобачевского Валерий Александрович поступил на работу в Горьковское конструкторско-технологическое бюро измерительных приборов (ГКТБИП), ныне филиал РФЯЦ-ВНИИЭФ «НИИИС им. Ю.Е. Седакова», где он прошел путь от инженера, начальника научно-исследовательского сектора по разработке СВЧ и КВЧ ферритовых устройств и генераторов (1988–1996 гг.) до начальника научно-исследовательского отдела разработки СВЧ-устройств и полуккомплексов (1996–2010 гг.), начальника научно-исследовательского отдела координации научных исследований (2010–2020 гг.). Под руководством и при личном участии Козлова В.А. разработаны высокочастотные блоки целого ряда созданных в институте приборов. Под его руководством впервые в институте выполнена разработка приемопередатчика миллиметрового диапазона длин волн самолетного радиоизмерительного комплекса.

В 1985 г. Козлов В.А. защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук, в 2006 г. – доктора технических наук. С начала 2000-х гг. он активно занимался преподавательской деятельностью, долгое время осуществлял подготовку квалифицированных специалистов по технике СВЧ, работая по совместительству профессором кафедры «Физика и техника оптической связи» Нижегородского государственного технического университета им. Р.Е. Алексеева (НГТУ). Под его руководством защищены 5 диссертаций на соискание ученых степеней кандидатов технических наук. В целях повышения эффективности взаимодействия с вузом в части отбора молодых специалистов для работы в НИИИС с 2006 г. являлся членом государственных экзаменационной и аттестационной комиссий НГТУ. В 2010 г. решением ВАК РФ ему было присвоено ученое звание профессора.

С 2020 г. работал в должности главного научного сотрудника, на которой занимался координацией научных исследований по тематике института, участвовал в разработке перспективных программ научных исследований, планов их реали-

зации, анализе выполняемых НИР и ОКР, поддерживал связь с вузами, редколлегиями тематических журналов и другими предприятиями. Им опубликовано более 200 научных работ, включая научные статьи, учебные пособия, монографии, он – автор более 20 патентов на изобретения РФ и авторских свидетельств СССР. Являлся членом Научно-технического совета института и трех диссертационных советов на базе НГТУ и РФЯЦ-ВНИИЭФ, членом постоянно действующей Комиссии по работе с молодыми научными работниками и специалистами РФЯЦ-ВНИИЭФ.

Высокий профессионализм и неординарные способности Валерия Александровича за время работы в институте были неоднократно отмечены грамотами и благодарностями, занесением на Доску почета и в Книгу почета института, на Доску почета Приокского района г. Н. Новгорода. По итогам 2016 г. Козлову В.А. присвоено звание «Человек года “Росатома”» в номинации «Научный сотрудник», он награжден медалью «Ветеран труда», знаками отличия «Ветеран атомной энергетики и промышленности», «Академик Курчатов» IV и III степеней, «За заслуги в развитии радиоэлектроники и связи», «Ю.Е. Седаков. За выдающиеся достижения в науке и технике».

Самые теплые воспоминания о Валерии Александровиче навсегда останутся в сердцах его близких, коллег и учеников.

Тепловое перепутывание в двухатомной модели Тависса – Каммингса с учетом диполь-дипольного взаимодействия

Е.К. Башкиров 

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева
443086, Россия, г. Самара,
Московское шоссе, 34

Аннотация – Обоснование. Интерес к изучению перепутанных состояний систем естественных и искусственных атомов (кубитов), взаимодействующих с выделенными модами микроволновых резонаторов, связан с их использованием в качестве логических элементов квантовых компьютеров. При этом важнейшей задачей физики квантовых вычислений является выбор наиболее эффективных механизмов контроля и управления перепутанными состояниями кубитов в таких устройствах. **Цель.** В работе исследована динамика перепутывания двух дипольно-связанных сверхпроводящих джозефсоновских кубитов, индуцированного тепловым шумом копланарного резонатора, для различных начальных состояний кубитов. **Методы.** На основе точного решения квантового уравнения Лиувилля для полной матрицы плотности рассматриваемой системы найдено временное поведение параметра перепутывания кубитов (отрицательности) для хаотических тепловых, чистых сепарабельных и перепутанных начальных состояний кубитов. **Результаты.** Показано, что перепутывание кубитов, индуцированное тепловым шумом резонатора, возможно как для хаотического теплового состояния, так и сепарабельных состояний кубитов, за исключением случая, когда оба кубита возбуждены. Установлено также, что для малых значений параметра диполь-дипольного взаимодействия учет такого взаимодействия приводит к увеличению степени перепутывания. Для значений параметра диполь-дипольного взаимодействия, больших некоторого предельного значения, имеет место обратный эффект. Найдено, что для перепутанных начальных состояний кубитов включение прямого взаимодействия слабо влияет на динамику перепутывания. Показано, что начальная когерентность состояний кубитов может приводить к существенному увеличению степени их перепутывания при наличии диполь-дипольного взаимодействия. **Заключение.** Диполь-дипольное взаимодействие может выступать в качестве эффективного механизма контроля и управления перепутыванием кубитов.

Ключевые слова – сверхпроводящие кубиты; копланарный резонатор; тепловое поле; диполь-дипольное взаимодействие; перепутывание; отрицательность.

Введение

В настоящее время изучение перепутанных состояний является одной из наиболее актуальных задач квантовой теории в связи с широкими возможными применениями таких состояний в квантовой информатике, квантовой телепортации, квантовой криптографии и квантовом плотном кодировании [1–3]. В качестве одного из способов генерации атомных перепутанных состояний используется взаимодействие естественных и искусственных атомов (примесных спинов, сверхпроводящих джозефсоновских колец, квантовых точек и др.) с квантовыми электромагнитными полями резонаторов [4]. При этом особое внимание в последнее время уделялось изучению возможности перепутывания атомов за счет взаимодействия с тепловым электромагнитным полем. Обычно считалось, что тепловое состояние поля содержит минимальную информацию о системе и может определяться как «хаотичное». При этом многомодовые тепловые поля часто применялись

для анализа декогеренции квантовых атомных систем. Однако Ким с соавторами [5] показали, что такое тепловое некоррелированное поле может перепутывать атомы в резонаторе. Они изучали эволюцию двух идентичных двухуровневых атомов, резонансно взаимодействующих с одномодовым тепловым полем в резонаторе без потерь, и вычислили параметр перепутывания атомов как функцию времени. При этом было показано, что степень перепутывания атомов существенно зависит от их начального состояния. С одной стороны, если один атом изначально находится в основном состоянии, а другой – в возбужденном состоянии, то тепловое поле может привести к заметной степени атом-атомного перепутывания. С другой стороны, если оба атома изначально находятся в возбужденных состояниях, то в резонансном приближении перепутывание атомов невозможно. Аналогичный эффект имеет место и для двухатомной модели с многофотонными переходами [6; 7]. Занг [8] обобщил работу Кима с соавторами [5] на случай, когда частоты перехода в атомах

слегка отстроены от частоты моды теплового поля резонатора, и изучил, как такая расстройка влияет на запутывание атомов. При этом было показано, что при подходящем выборе расстройки для начального состояния атомной системы, в котором один атом находится в возбужденном состоянии, а другой – в основном состоянии, перепутывание атомов может приближаться к максимальному значению. Кроме того, выявлено, что значительное перепутывание атомов может быть достигнуто даже тогда, когда оба атома изначально находятся в возбужденных состояниях.

Как хорошо известно, диполь-дипольное взаимодействие атомных систем является естественным механизмом возникновения атомного перепутывания. Наличие диполь-дипольного взаимодействия атомов, в частности, может привести к значительному увеличению степени перепутывания двух атомов, взаимодействующих с модой теплового поля в идеальном резонаторе как посредством однофотонных переходов [9], так и двухфотонных вырожденных [13] и невырожденных переходов [10; 11]. Заметим также, что для искусственных атомов диполь-дипольное взаимодействие может быть значительно больше, чем для обычных атомов и ионов. Например, для сверхпроводящих джозефсоновских кубитов эффективная константа диполь-дипольного (индуктивного взаимодействия сверхпроводящих кубитов) может существенно превосходить не только константу кубит-фотонного взаимодействия, но и исходную энергию перехода между уровнями самого кубита [12; 13]. Представляет интерес рассмотреть влияние диполь-дипольного взаимодействия кубитов на максимальную степень их перепутывания, индуцированного тепловым полем резонатора, для их различных начальных состояний. При изучении точной динамики кубитов в резонаторе (см. ссылки в [14–17]) авторы, с одной стороны, использовали различные методы решения квантового временного уравнения Шредингера для полной волновой функции или квантового уравнения Лиувилля для полной матрицы плотности в зависимости от выбора начальных состояний кубитов и поля резонатора. С другой стороны, для резонансной двухкубитовой модели с однофотонными переходами и прямым диполь-дипольным взаимодействием кубитов найдено точное решение уравнения для оператора эволюции [9]. При этом авторы указанной работы использовали найденное точное решение для оператора эволюции при вычисления параметра перепутывания кубитов,

индуцированного тепловым полем резонатора, для простейшего случая, когда один из кубитов приготовлен в возбужденном, а другой – в основном состоянии.

В настоящей работе нами исследовано влияние диполь-дипольного взаимодействия кубитов на динамику их перепутывания в двухкубитной резонансной однофотонной модели, индуцированного тепловым полем резонатора, для различных начальных состояний кубитов: перепутанных состояний белловского типа, тепловых и когерентных.

1. Модель и ее точное решение

Рассмотрим два идентичных сверхпроводящих кубита A и B , которые резонансно взаимодействуют с общим квантовым одномодовым электромагнитным полем идеального микроволнового копланарного резонатора. Будем учитывать прямое диполь-дипольное взаимодействие кубитов, принимая во внимание, что для сверхпроводящих кубитов константа такого взаимодействия может существенно превосходить константу кубит-полевого взаимодействия. Тогда гамильтониан взаимодействия системы в приближении вращающейся волны можно представить в виде

$$H = \hbar g \sum_{i=A,B} (\sigma_i^+ a + a^+ \sigma_i^-) + \hbar J (\sigma_A^+ \sigma_B^- + \sigma_A^- \sigma_B^+). \quad (1)$$

Здесь σ_1^z и σ_2^z – операторы инверсии для кубитов A и B соответственно; $\sigma_i^+ = |+\rangle_i \langle -|$ и $\sigma_i^- = |-\rangle_i \langle +|$ – операторы переходов между возбужденным $|+\rangle_i$ и основным $|-\rangle_i$ состояниями в i -м кубите ($i = A, B$); a^+ и a – операторы рождения и уничтожения фотонов резонаторной моды поля; g – константа взаимодействия между кубитом и полем; J – константа прямого диполь-дипольного взаимодействия кубитов.

Предположим, что резонаторное поле находится в начальный момент времени в одномодовом состоянии с матрицей плотности

$$\rho_F(0) = \sum_n p_n |n\rangle \langle n|, \quad (2)$$

где весовые коэффициенты $p_n = \bar{n}^n / (1 + \bar{n})^{n+1}$. Здесь $\bar{n}$ – среднее число тепловых фотонов в резонаторе $\bar{n} = (\exp[\hbar\omega_i / k_B T] - 1)^{-1}$, где k_B – постоянная Больцмана и T – равновесная температура резонатора.

В качестве начального состояния кубитов выберем:

а) чистое сепарабельное когерентное состояние вида

$$|\Psi(0)\rangle_{AB} = |\Psi(0)\rangle_A \otimes |\Psi(0)\rangle_B, \quad (3)$$

$$|\Psi(0)\rangle_A = \cos\theta_A |+\rangle_A + \sin\theta_A |-\rangle_A,$$

$$|\Psi(0)\rangle_B = \cos\theta_B |+\rangle_B + \sin\theta_B |-\rangle_B,$$

где θ_i – параметры, определяющие начальную когерентность состояния i -кубита;

б) смешанное состояние с матрицей плотности вида

$$\rho(0)_{AB} = \prod_{i=A,B} \lambda |+\rangle_{ii} \langle +| + (1-\lambda) |-\rangle_{ii} \langle -|, \quad (4)$$

где $\frac{\lambda}{1-\lambda} = \exp[\hbar\omega_0/k_B T]$ и ω_0 – резонансная частота перехода между первым возбужденным и основным состоянием кубита;

в) перепутанное состояние белловского типа

$$|\Psi(0)\rangle_{AB} = \cos\theta |+, -\rangle + \sin\theta |-, +\rangle, \quad (5)$$

$$|\Psi(0)\rangle_{AB} = \cos\theta |+, +\rangle + \sin\theta |-, -\rangle, \quad (6)$$

где θ – параметр, определяющий начальную степень перепутывания кубитов.

Зависящая от времени матрица плотности изучаемой системы может быть найдена при решении квантового уравнения Лиувилля

$$i\hbar \frac{\partial \rho}{\partial t} = [H, \rho] \quad (7)$$

с начальным условием

$$\rho(0) = \rho_{AB}(0) \otimes \rho_F(0).$$

В случае чистых начальных состояний кубитов

$$\rho_{AB}(0) = |\Psi(0)\rangle_{AB} \langle \Psi(0)|.$$

Представим формальное решение уравнения (7) в виде

$$\rho(t) = U^+(t) \rho(0) U(t),$$

где оператор эволюции системы с гамильтонианом (1) в базисе

$$|-, -\rangle, |+, -\rangle, |-, +\rangle, |+, +\rangle$$

имеет вид [12]

$$U(t) = \begin{pmatrix} U_{11} & U_{12} & U_{13} & U_{14} \\ U_{21} & U_{22} & U_{23} & U_{24} \\ U_{31} & U_{32} & U_{33} & U_{34} \\ U_{41} & U_{42} & U_{43} & U_{44} \end{pmatrix}, \quad (8)$$

где

$$U_{11} = 1 + 2a \frac{A}{\lambda} a^+, \quad U_{14} = 2a \frac{A}{\lambda} a,$$

$$U_{41} = 2a^+ \frac{A}{\lambda} a^+, \quad U_{44} = 1 + 2a^+ \frac{A}{\lambda} a,$$

$$U_{12} = U_{13} = a \frac{B}{\theta}, \quad U_{21} = U_{31} = \frac{B}{\theta} a^+,$$

$$U_{24} = U_{34} = \frac{B}{\theta} a, \quad U_{42} = U_{43} = a^+ \frac{B}{\theta},$$

$$U_{22} = U_{33} = \frac{\exp\left[-i \frac{g}{2} (\alpha + \theta) t\right]}{4\theta} \times$$

$$\times \left\{ [1 - \exp(ig\theta t)] \alpha + 2\theta \exp\left(i \frac{g}{2} (3\alpha + \theta) t\right) + \theta [1 + \exp(ig\theta t)] \right\},$$

$$U_{23} = U_{32} = \frac{\exp\left[-i \frac{g}{2} (\alpha + \theta) t\right]}{4\theta} \times$$

$$\times \left\{ [1 - \exp(ig\theta t)] \alpha - 2\theta \exp\left(i \frac{g}{2} (3\alpha + \theta) t\right) + \theta [1 + \exp(ig\theta t)] \right\},$$

$$A = \exp\left[-i \frac{g\alpha}{2} t\right] \left\{ \cos\left(\frac{g\theta}{2} t\right) + i \frac{\alpha}{\theta} \sin\left(\frac{g\theta}{2} t\right) \right\} - 1,$$

$$B = \exp\left[-i \frac{g}{2} (\alpha + \theta) t\right] [1 - \exp(ig\theta t)],$$

$$\alpha = \frac{J}{g}, \quad \lambda = 2(aa^+ + a^+a), \quad \theta = \sqrt{8(aa^+ + a^+a) + \alpha^2}.$$

Имея оператор эволюции (8), мы можем найти явный вид временной матрицы плотности рассматриваемой системы для любых начальных состояний кубитов. В настоящей работе мы используем точное решение квантового уравнения Лиувилля для исследования временной динамики перепутывания кубитов. В настоящее время строгие критерии перепутывания получены в квантовой информатике для двухкубитных систем. Одним из таких критериев является критерий Переса – Хородецких или отрицательность [18; 19]. В настоящей работе для количественной оценки степени перепутывания кубитов мы будем использовать отрицательность в форме

$$\varepsilon = -2 \sum \mu_i^-, \quad (9)$$

где μ_i^- – отрицательные собственные значения частично транспонированной по переменным одного кубита редуцированной двухкубитной матрицы плотности $\rho_{AB}^T(t)$. Двухкубитная редуцированная матрица плотности может быть найдена путем усреднения полной матрицы плотности системы по переменным поля

$$\rho_{AB}(t) = \text{Tr}_F \rho(t).$$

Используя явный вид оператора эволюции после достаточно громоздких вычислений для редуцированной матрицы плотности кубитов полу-

чаем в двухкубитном базисе $|-, -\rangle$, $|+, -\rangle$, $|-, +\rangle$, $|+, +\rangle$

$$\rho_A(t) = \begin{pmatrix} \rho_{11}(t) & \rho_{12}(t) & \rho_{13}(t) & \rho_{14}(t) \\ \rho_{12}^*(t) & \rho_{22}(t) & \rho_{23}(t) & \rho_{24}(t) \\ \rho_{13}^*(t) & \rho_{23}^*(t) & \rho_{33}(t) & \rho_{34}(t) \\ \rho_{14}^*(t) & \rho_{24}^*(t) & \rho_{34}^*(t) & \rho_{44}(t) \end{pmatrix}, \quad (10)$$

$$\rho_{11}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} p_n \left[\rho_{11} (1 + 2(n+1)Q_{n+1}(t)) + (\rho_{11} + \rho_{23} + \rho_{32} + \rho_{33}) |S_n|^2 n + \rho_{44} 4(n-1)Q_{n-1}(t) \right],$$

$$\rho_{12}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} p_n \left[(\rho_{24} + \rho_{24}^*) S_n(t) S_{n-1}^*(t) n + (\rho_{12} U_{22,n}^* + \rho_{13} U_{23,n}^*) (1 + 2(n+1)Q_{n+1}(t)) \right],$$

$$\rho_{12}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} p_n \left[(\rho_{24} + \rho_{24}^*) S_n(t) S_{n-1}^*(t) n + (\rho_{12} U_{23,n}^* + \rho_{13} U_{22,n}^*) (1 + 2(n+1)Q_{n+1}(t)) \right],$$

$$\rho_{12}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} p_n \rho_{14} (1 + 2(n+1)Q_{n+1}(t)) (1 + 2nQ_{n-1}(t)),$$

$$\rho_{22}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} p_n \left[\rho_{11} (n+1) |S_{n+1}(t)|^2 + \rho_{44} n |S_{n-1}(t)|^2 + \rho_{22} |U_{22,n}|^2 \right] +$$

$$+ \sum_{n=0}^{\infty} p_n [\rho_{23} U_{22,n} U_{23,n}^* + \rho_{23}^* U_{23,n} U_{22,n}^* + \rho_{33} |U_{23,n}|^2],$$

$$\rho_{33}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} p_n \left[\rho_{11} (n+1) |S_{n+1}(t)|^2 + \rho_{44} n |S_{n-1}(t)|^2 \right] +$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} p_n [\rho_{22} |U_{23,n}|^2 + \rho_{23} U_{23,n} U_{22,n}^* + \rho_{23}^* U_{22,n} U_{23,n}^* + \rho_{33} |U_{22,n}|^2],$$

$$\rho_{33}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} p_n \left[\rho_{11} (n+1) |S_{n+1}(t)|^2 + \rho_{44} n |S_{n-1}(t)|^2 \right] +$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} p_n [\rho_{22} |U_{23,n}|^2 + \rho_{23} U_{23,n} U_{22,n}^* + \rho_{23}^* U_{22,n} U_{23,n}^* + \rho_{33} |U_{22,n}|^2],$$

$$\rho_{24}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} p_n \left[(\rho_{24} U_{22,n} + \rho_{34} U_{23,n}) (2nQ_{n-1}(t) + 1) + (\rho_{12} + \rho_{13})(n+1) S_{n+1}(t) S_{n-1}^*(t) \right],$$

$$\rho_{24}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} p_n \left[(\rho_{34} U_{22,n} + \rho_{24} U_{23,n}) (2nS_{n-1}(t) + 1)^* + (\rho_{12} + \rho_{13})(n+1) S_{n+1}(t) S_{n-1}^*(t) \right],$$

$$\rho_{44}(t) = 1 - \rho_{11}(t) - \rho_{22}(t) - \rho_{33}(t).$$

Здесь

$$U_{23,n}(t) = \frac{\text{Exp} \left[-i \frac{(\alpha + \theta_n)}{2} t \right]}{4\theta_n} \left((1 - \text{Exp}[i\theta_n t]) \alpha - \right.$$

$$\left. - 2\theta_n \text{Exp} \left[i \frac{(3\alpha + \theta_n)}{2} t \right] + \theta_n (1 + \text{Exp}[i\theta_n t]) \right),$$

$$U_{22,n} = \frac{\text{Exp} \left[-i \frac{(\alpha + \theta_n)}{2} t \right]}{4\theta_n} \left((1 - \text{Exp}[i\theta_n t]) \alpha + \right.$$

$$\left. + 2\theta_n \text{Exp} \left[i \frac{(3\alpha + \theta_n)}{2} t \right] + \theta_n (1 + \text{Exp}[i\theta_n t]) \right),$$

$$Q_n = \frac{A_n}{\lambda_n}, \quad S_n = \frac{B_n}{\theta_n},$$

$$A_n = \exp \left[-i \frac{g\alpha}{2} t \right] \left\{ \cos \left(\frac{g\theta_n}{2} t \right) + i \frac{\alpha}{\theta_n} \sin \left(\frac{g\theta_n}{2} t \right) \right\} - 1,$$

$$B_n = \exp \left[-i \frac{g}{2} (\alpha + \theta_n) t \right] [1 - \exp(ig\theta_n t)],$$

$$\lambda_n = 2(2n+1), \quad \theta_n = \sqrt{8(2n+1) + \alpha^2}.$$

Начальные значения элементов двухкубитной матрицы плотности для когерентного начального состояния кубитов (3), теплового состояния (4) и перепутанных состояний (5) и (6) равны, соответственно

$$\rho_{11} = \sin \theta_A \sin \theta_B, \quad \rho_{12} = \rho_{13} = \rho_{14} = \rho_{24} = \rho_{34} = 0,$$

$$\rho_{44}(0) = \cos \theta_A \cos \theta_B, \quad \rho_{23}(0) = \cos \theta_A \sin \theta_B,$$

$$\rho_{32}(0) = \cos \theta \sin \theta, \quad \rho_{33}(0) = \sin^2 \theta;$$

$$\rho_{12} = \rho_{13} = \rho_{14} = \rho_{23} = \rho_{24} = \rho_{34} = 0,$$

$$\rho_{11} = \lambda^2, \quad \rho_{22} = \rho_{33} = \lambda(1-\lambda), \quad \rho_{44} = (1-\lambda)^2;$$

$$\rho_{11} = \rho_{12} = \rho_{13} = \rho_{14} = \rho_{24} = \rho_{34} = 0,$$

$$\rho_{22}(0) = \cos^2 \theta, \quad \rho_{23}(0) = \cos \theta \sin \theta,$$

$$\rho_{32}(0) = \cos \theta \sin \theta, \quad \rho_{33}(0) = \sin^2 \theta$$

и

$$\rho_{11}(0) = \sin^2 \theta, \quad \rho_{44}(0) = \cos^2 \theta, \quad \rho_{23}(0) = \cos \theta \sin \theta,$$

$$\rho_{12} = \rho_{13} = \rho_{14} = \rho_{22} = \rho_{24} = \rho_{33} = \rho_{34} = 0.$$

Частично транспонированная по переменным одного кубита двухкубитная матрица для (10) имеет вид

$$\rho_A^T(t) = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \rho_{13} & \rho_{23}^* \\ \rho_{12}^* & \rho_{22} & \rho_{14} & \rho_{24} \\ \rho_{13}^* & \rho_{14} & \rho_{33} & \rho_{34} \\ \rho_{23} & \rho_{24}^* & \rho_{34} & \rho_{34} \end{pmatrix}. \quad (11)$$

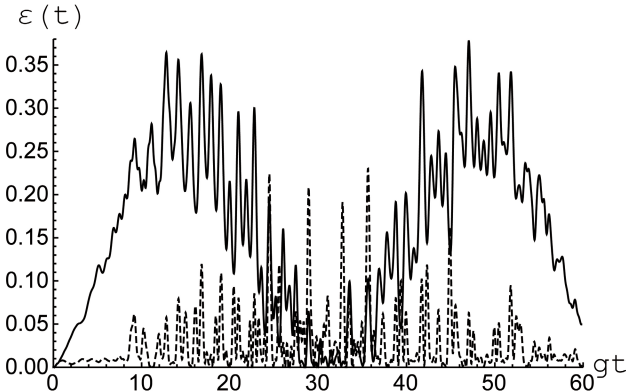


Рис. 1. Отрицательность как функция безразмерного времени gt для когерентного состояния (3) с $\theta_1 = \pi/4$, $\theta_2 = -\pi/4$ (сплошная линия) и некогерентного состояния $|+, -\rangle$ (штриховая линия). Параметр диполь-дипольного взаимодействия $\alpha = 0,1$. Среднее число тепловых фотонов $\bar{n} = 10$

Fig. 1. Negativity as a function of dimensionless time gt for the coherent state (3) with $\theta_1 = \pi/4$, $\theta_2 = -\pi/4$ (solid line) and the incoherent state $|+, -\rangle$ (dashed line). Dipole-dipole communication parameter $\alpha = 0,1$. Average number of thermal photons $\bar{n} = 10$

Нами найдены явные выражения для собственных значений частично транспонированной по переменным одного кубита матрицы (11). В настоящей работе указанные выражения не приведены ввиду их чрезвычайно громоздкого вида. При этом все четыре собственных значения могут принимать отрицательные значения и, соответственно, должны быть учтены в сумме (9). Результаты компьютерного моделирования параметра отрицательности показаны на рис. 1–6.

2. Результаты и обсуждение

На рис. 1 показана отрицательность как функция безразмерного времени gt для когерентного начального состояния (3) с $\theta_1 = \pi/4$, $\theta_2 = -\pi/4$ и некогерентного начального состояния кубитов вида $|+, -\rangle$. Параметр диполь-дипольного взаимодействия кубитов выбран равным $\alpha = 0,1$. Среднее число фотонов $\bar{n} = 10$. Из рис. 1 хорошо видно, что начальная когерентность кубитов приводит к существенному увеличению степени перепутывания кубитов, индуцированного тепловым полем резонатора в сравнении с начальными состояниями без когерентности. На рис. 2 показана отрицательность как функция безразмерного времени для когерентного начального состояния (3) с $\theta_1 = \pi/4$, $\theta_2 = -\pi/4$ и некогерентного начального состояния кубитов вида $|+, -\rangle$. Параметр диполь-дипольного взаимодействия кубитов выбран равным $\alpha = 0,1$. Среднее число фотонов $\bar{n} = 20$. Из рис. 1 и 2 видно, что при увеличении интен-

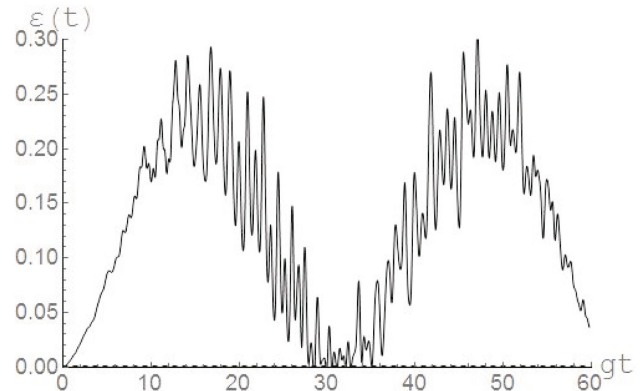


Рис. 2. Отрицательность как функция безразмерного времени gt для когерентного состояния (3) с $\theta_1 = \pi/4$, $\theta_2 = -\pi/4$ (сплошная линия) и некогерентного состояния $|+, -\rangle$ (штриховая линия). Параметр диполь-дипольного взаимодействия $\alpha = 0,1$. Среднее число тепловых фотонов $\bar{n} = 20$

Fig. 2. Negativity as a function of dimensionless time gt for the coherent state (3) with $\theta_1 = \pi/4$, $\theta_2 = -\pi/4$ (solid line) and incoherent state $|+, -\rangle$ (dashed line). Dipole-dipole communication parameter $\alpha = 0,1$. Average number of thermal photons $\bar{n} = 20$

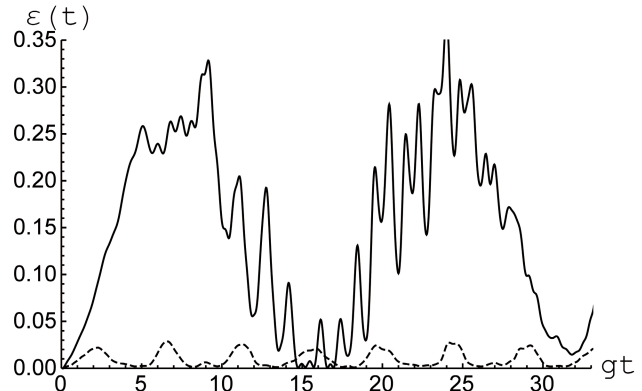


Рис. 3. Отрицательность как функция безразмерного времени gt для когерентного состояния (3) с $\theta_1 = \pi/4$, $\theta_2 = -\pi/4$. Параметр диполь-дипольного взаимодействия $\alpha = 0$ (штриховая линия) и $\alpha = 0,2$ (сплошная линия). Среднее число тепловых фотонов $\bar{n} = 10$

Fig. 3. Negativity as a function of dimensionless time gt for the coherent state (3) with $\theta_1 = \pi/4$, $\theta_2 = -\pi/4$. The dipole-dipole interaction parameter $\alpha = 0$ (dashed line) and $\alpha = 0,2$ (solid line). Average number of thermal photons $\bar{n} = 10$

сивности теплового поля максимальная степень перепутывания кубитов уменьшается значительно сильнее для некогерентных начальных состояний.

На рис. 3 показана отрицательность как функция безразмерного времени для когерентного начального состояния (3) с $\theta_1 = \pi/4$, $\theta_2 = -\pi/4$ в отсутствие диполь-дипольного взаимодействия кубитов (штриховая линия) и в присутствии такого взаимодействия в случае $\alpha = 0,1$ (сплошная линия). Среднее число фотонов $\bar{n} = 10$. Из рис. 3 следует, что резкое увеличение степени перепутывания кубитов в случае начального когерентного

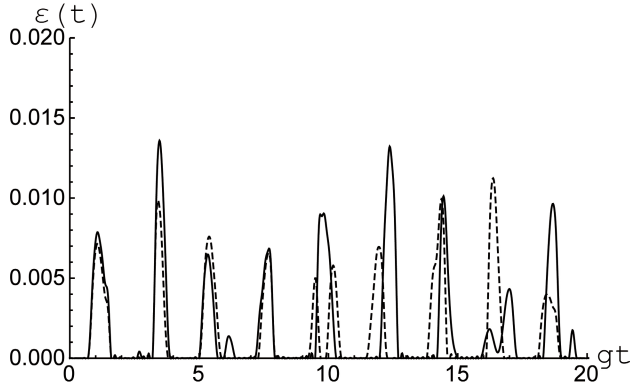


Рис. 4. Отрицательность как функция безразмерного времени gt для смешанного состояния кубитов (4) с $\lambda=0,005$. Параметр диполь-дипольного взаимодействия $\alpha=0$ (сплошная линия) и $\alpha=0,5$ (штриховая линия). Среднее число тепловых фотонов $\bar{n}=0,5$

Fig. 4. Negativity as a function of dimensionless time gt for the mixed state of qubits (4) with $\lambda=0,005$. Dipole-dipole interaction parameter $\alpha=0$ (solid line) and $\alpha=0,5$ (dashed line). Average number of thermal photons $\bar{n}=0,5$

состояния имеет место только при наличии диполь-дипольного взаимодействия кубитов. Таким образом, одновременное использование начальной когерентности состояний кубитов и диполь-дипольного взаимодействия может быть применено для эффективного управления и контроля за степенью их перепутывания. Такой эффект может быть использован при реализации эффективных схем применения перепутанных состояний в физике квантовых вычислений. На рис. 4 показана отрицательность как функция безразмерного времени для хаотичного теплового начального распределения кубитов по уровню энергии (4) с $\lambda=0,005$. Интересно заметить, что даже для хаотичного начального состояния кубитов хаотичное тепловое поле резонатора может индуцировать перепутывание кубитов. Максимальная степень перепутывания кубитов для такого состояния имеет место для $\lambda=0$ (т. е. для состояния $|-, -\rangle$). При этом, как видно из рис. 4, включение диполь-дипольного взаимодействия приводит к увеличению максимальной степени перепутывания кубитов. Для состояний с $\lambda>0,01$ перепутывания кубитов в ходе их эволюции в тепловом резонаторе не возникает. На рис. 5 и 6 показана отрицательность как функция безразмерного времени для белловских перепутанных состояний кубитов (5) и (6) соответственно при выборе в обоих случаях $\theta=\pi/4$. Штриховая линия на рис. 5 и 6 соответствует модели без диполь-дипольного взаимодействия кубитов, сплошная линия – модели с дипольно-связанными кубитами в случае $\alpha=1$. Среднее число фотонов $\bar{n}=1$. Из этих рисунков

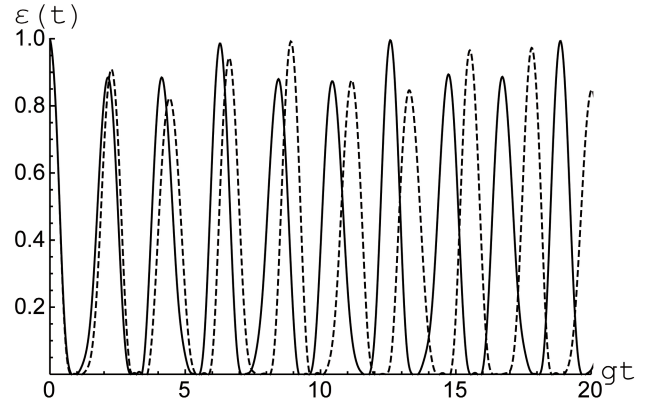


Рис. 5. Отрицательность как функция безразмерного времени gt для белловского перепутанного (5) с $\theta=\pi/4$. Параметр диполь-дипольного взаимодействия $\alpha=0$ (штриховая линия) и $\alpha=1$ (сплошная линия). Среднее число тепловых фотонов $\bar{n}=1$

Fig. 5. Negativity as a function of dimensionless time gt for Bell entangled (5) with $\theta=\pi/4$. Dipole-dipole interaction parameter $\alpha=0$ (dashed line) and $\alpha=1$ (solid line). Average number of thermal photons $\bar{n}=1$

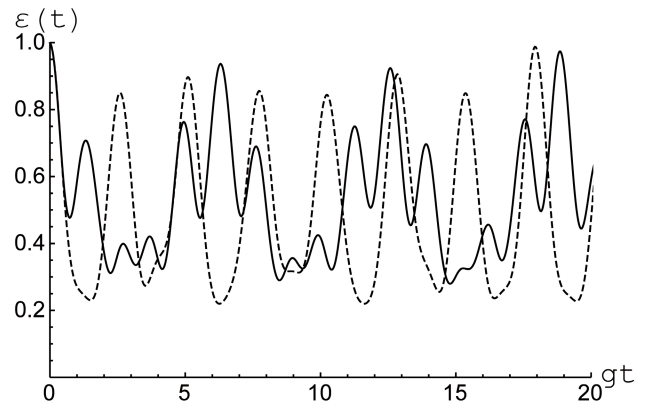


Рис. 6. Отрицательность как функция безразмерного времени gt для белловского перепутанного (6) с $\theta=\pi/4$. Параметр диполь-дипольного взаимодействия $\alpha=0$ (штриховая линия) и $\alpha=1$ (сплошная линия). Среднее число тепловых фотонов $\bar{n}=1$

Fig. 6. Negativity as a function of dimensionless time gt for Bell entangled (6) with $\theta=\pi/4$. Dipole-dipole interaction parameter $\alpha=0$ (dashed line) and $\alpha=1$ (solid line). Average number of thermal photons $\bar{n}=1$

хорошо видно, что в случае начальных перепутанных состояний кубитов, включение диполь-дипольного взаимодействия практически не влияет ни на характер поведения отрицательности, ни на максимальные значения степени перепутывания кубитов.

Заключение

В настоящей работе нами найдено точное решение квантового уравнения эволюции системы двух дипольно-связанных сверхпроводящих кубитов, взаимодействующих с модой квантового теплового электромагнитного поля идеального резонатора для когерентных, хаотических и перепутанных

начальных состояний кубитов белловского типа. На основе точного решения уравнения эволюции удалось вычислить в аналитическом виде параметр перепутывания кубитов (отрицательность). Результаты компьютерного моделирования отрицательности для начального когерентного состояния кубитов показывают, что при анализе диполь-дипольного взаимодействия учет начальной когерентности состояний кубитов приводит к существенному возрастанию максимальной степени их перепутывания. Выявлено также, что тепловое

поле резонатора индуцирует перепутывание кубитов даже в случае их хаотического начального состояния. При этом показано, что указанные эффекты могут быть использованы для эффективно-го контроля за степенью перепутанности кубитов, необходимого при квантовой обработке информации. В случае начальных перепутанных состояний кубитов включение диполь-дипольного взаимодействия существенно не влияет на перепутывание кубитов.

Список литературы

1. Buluta I., Ashhab S., Nori F. Natural and artificial atoms for quantum computation // Rep. Prog. Phys. 2011. Vol. 74, no. 10. P. 104401. DOI: <https://doi.org/10.1088/0034-4885/74/10/104401>
2. Hybrid quantum circuits: Superconducting circuits interacting with other quantum systems / Z.-L. Xiang [et al.] // Rev. Mod. Phys. 2013. Vol. 85 (2). P. 623–653. DOI: <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.85.623>
3. Georgescu I.M., Ashhab S., Nori F. Quantum simulation // Rev. Mod. Phys. 2014. Vol. 88 (1). P. 153–185. DOI: <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.86.153>
4. Microwave photonics with superconducting quantum circuits / X. Gu [et al.] // Phys. Repts. 2017. Vol. 718–719. P. 1–102. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2017.10.002>
5. Entanglement induced by a single-mode heat environment / M.S. Kim [et al.] // Phys. Rev. 2002. Vol. A65 (4). P. 040101. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.65.040101>
6. Zhou L., Song H.S. Entanglement induced by a single-mode thermal field and criteria for entanglement // J. Opt. 2002. Vol. B4. P. 425–429. DOI: <https://doi.org/10.1088/1464-4266/4/6/310>
7. Bashkirov E.K. Entanglement induced by the two-mode thermal noise // Laser Phys. Lett. 2006. Vol. 3, no 3. P. 145–150. DOI: <https://doi.org/10.1002/lapl.200510081>
8. Zhang B. Entanglement between two qubits interacting with a slightly detuned thermal field // Opt. Commun. 2010. Vol. 283. P. 4676–4679. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2010.06.094>
9. The entanglement of two dipole-dipole coupled in a cavity interacting with a thermal field / L.S. Aguiar [et al.] // J. Opt. 2005. Vol. B7. P. S769–S771. DOI: <https://doi.org/10.1088/1464-4266/7/12/049>
10. The entanglement of two dipole-dipole coupled atoms interacting with a thermal field via two-photon process / X.-P. Liao [et al.] // Chin. Phys. 2008. Vol. B17, no. 6. P. 2137–2142. DOI: <https://doi.org/10.1088/1674-1056/17/6/032>
11. Bashkirov E.K., Stupatskaya M.P. The entanglement of two dipole-dipole coupled atoms induced by nondegenerate two-mode thermal noise // Laser Phys. 2009. Vol. 19, no. 3. P. 525–530. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1054660X09030281>
12. Izmalkov A. et al. Evidence for entangled states of two coupled flux qubits // Phys. Rev. Lett. 2004. Vol. 93. P. 037003. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.93.037003>
13. Spectroscopy on two coupled flux qubits / J.B. Majer [et al.] // Phys. Rev. Lett. 2005. Vol. 94. P. 090501. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.94.090501>
14. Bashkirov E.K. Entanglement of two dipole-coupled qubits interacting with a detuned cavity thermal field // Proc. SPIE. 2019. Vol. 11066. P. 110660K. DOI: <https://doi.org/10.1117/12.2522476>
15. Башкиров Е.К. Динамика перепутывания атомов с двухфотонными переходами, индуцированного тепловым полем // Компьютерная оптика. 2020. Т. 44, № 2. С. 167–176. DOI: <https://doi.org/10.18287/2412-6179-CO-595>
16. Башкиров Е.К., Гуслияникова М. Тепловое перепутывание в двойной модели Джейнса – Каммингса // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2020. Т. 23, № 2. С. 7–13. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.2.7-13>
17. Башкиров Е.К. Перепутывание двух сверхпроводящих кубитов, индуцированное тепловым шумом резонатора со средой Керра, при наличии начальной атомной когерентности // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2022. Т. 25, № 1. С. 7–15. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.1.7-15>
18. Peres A. Separability criterion for density matrices // Phys. Rev. Lett. 1996. Vol. 77. P. 1413–1415. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.77.1413>
19. Horodecki R., Horodecki M., Horodecki P. Separability of mixed states: Necessary and sufficient condition // Phys. Lett. 1996. Vol. A223. P. 333–339. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0375-9601\(96\)00706-2](https://doi.org/10.1016/S0375-9601(96)00706-2)

Информация об авторе

Башкиров Евгений Константинович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры общей и теоретической физики Самарского государственного университета, г. Самара, Россия. В 1978 г. окончил физический факультет Куйбышевского государственного университета и в 1984 г. – аспирантуру при Московском государственном университете. Автор более 360 научных работ.

Область научных интересов: квантовая оптика и квантовая радиофизика, квантовая информатика, теория неравновесных явлений.

E-mail: bashkirov.ek@ssau.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2569-1322>

Physics of Wave Processes and Radio Systems

2023, vol. 26, no. 2, pp. 9–17

DOI [10.18469/1810-3189.2023.26.2.9-17](https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.2.9-17)

UDC 537.86:530.145

Original Research

Received 23 March 2023

Accepted 24 April 2023

Published 30 June 2023

Thermal entanglement in two-atom Tavis–Cummings model with taking into account the dipole-dipole interaction

Eugene K. Bashkirov 

Samara National Research University
34, Moskovskoye shosse,
Samara, 443086, Russia

Abstract – Background. Interest in the study of entangled states of systems of natural and artificial atoms (qubits) interacting with selected modes of microwave resonators is associated with their use as logic elements of quantum computers. At the same time, the most important task of the physics of quantum computing is the choice of the most effective mechanisms for manipulating and controlling the entangled states of qubits in such devices. **Aim.** The dynamics of the entanglement of two dipole-coupled superconducting Josephson qubits induced by a thermal noise of a coplanar resonator is studied for various initial states of the qubits. **Methods.** Based on the exact solution of the quantum Liouville equation for the whole density matrix of the system under consideration, the time behavior of the qubit entanglement parameter (negativity) is found for chaotic thermal, pure separable, and entangled initial states of qubits. **Results.** It is shown that the entanglement of qubits induced by the thermal noise of the resonator is possible for both the chaotic thermal states and separable states of qubits, except the case when both qubits are excited. It has also been found that, for small values of the dipole-dipole interaction parameter, taking this interaction into account leads to an increase in the degree of entanglement. For values of the dipole-dipole interaction parameter greater than some limit value, the opposite effect takes place. It is found that for entangled initial states of qubits, the inclusion of direct interaction has a small effect on the entanglement dynamics. It is shown that the initial coherence of qubit states can lead to a significant increase in the degree of their entanglement in the presence of a dipole-dipole interaction. **Conclusion.** The dipole-dipole interaction can be used as an effective mechanism for qubits entanglement manipulation and controlling.

Keywords – superconducting qubits; coplanar cavity; thermal field; dipole-dipole interaction; entanglement; negativity.

✉ bashkirov.ek@ssau.ru (Eugene K. Bashkirov)

 © Eugene K. Bashkirov, 2023

References

1. I. Buluta, S. Ashhab, and F. Nori, “Natural and artificial atoms for quantum computation,” *Rep. Prog. Phys.*, vol. 74, no. 10, p. 104401, 2011, doi: <https://doi.org/10.1088/0034-4885/74/10/104401>.
2. Z.-L. Xiang et al., “Hybrid quantum circuits: Superconducting circuits interacting with other quantum systems,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 85 (2), pp. 623–653, 2013, doi: <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.85.623>.
3. I. M. Georgescu, S. Ashhab, and F. Nori, “Quantum simulation,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 88 (1), pp. 153–185, 2014, doi: <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.86.153>.
4. X. Gu et al., “Microwave photonics with superconducting quantum circuits,” *Phys. Repts.*, vol. 718–719, pp. 1–102, 2017, doi: <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2017.10.002>.
5. M. S. Kim et al., “Entanglement induced by a single-mode heat environment,” *Phys. Rev.*, vol. A65 (4), p. 040101, 2002, doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.65.040101>.
6. L. Zhou and H. S. Song, “Entanglement induced by a single-mode thermal field and criteria for entanglement,” *J. Opt.*, vol. B4, pp. 425–429, 2002, doi: <https://doi.org/10.1088/1464-4266/4/6/310>.
7. E. K. Bashkirov, “Entanglement induced by the two-mode thermal noise,” *Laser Phys. Lett.*, vol. 3, no. 3, pp. 145–150, 2006, doi: <https://doi.org/10.1002/lapl.200510081>.
8. B. Zhang, “Entanglement between two qubits interacting with a slightly detuned thermal field,” *Opt. Commun.*, vol. 283, pp. 4676–4679, 2010, doi: <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2010.06.094>.
9. L. S. Aguiar et al., “The entanglement of two dipole-dipole coupled in a cavity interacting with a thermal field,” *J. Opt.*, vol. B7, pp. S769–S771, 2005, doi: <https://doi.org/10.1088/1464-4266/7/12/049>.
10. X.-P. Liao et al., “The entanglement of two dipole-dipole coupled atoms interacting with a thermal field via two-photon process,” *Chin. Phys.*, vol. B17, no. 6, pp. 2137–2142, 2008, doi: <https://doi.org/10.1088/1674-1056/17/6/032>.

11. E. K. Bashkirov and M. P. Stupatskaya, “The entanglement of two dipole-dipole coupled atoms induced by nondegenerate two-mode thermal noise,” *Laser Phys.*, vol. 19, no. 3, pp. 525–530, 2009, doi: <https://doi.org/10.1134/S1054660X09030281>.
12. A. Izmailkov and al. et, “Evidence for entangled states of two coupled flux qubits,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 93, p. 037003, 2004, doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.93.037003>.
13. J. B. Majer et al., “Spectroscopy on two coupled flux qubits,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 94, p. 090501, 2005, doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.94.090501>.
14. E. K. Bashkirov, “Entanglement of two dipole-coupled qubits interacting with a detuned cavity thermal field,” *Proc. SPIE*, vol. 11066, p. 110660K, 2019, doi: <https://doi.org/10.1117/12.2522476>.
15. E. K. Bashkirov, “Dynamics of entanglement of atoms with two-photon transitions induced by a thermal field,” *Komp'yuternaya optika*, vol. 44, no. 2, pp. 167–176, 2020, doi: <https://doi.org/10.18287/2412-6179-CO-595>. (In Russ.)
16. E. K. Bashkirov and M. Guslyannikova, “Thermal entanglement in the double Jaynes–Cummings model,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 23, no. 2, pp. 7–13, 2020, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.2.7-13>. (In Russ.)
17. E. K. Bashkirov, “Entanglement of two superconducting qubits induced by the thermal noise of a resonator with a Kerr medium in the presence of initial atomic coherence,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 25, no. 1, pp. 7–15, 2022, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.1.7-15>. (In Russ.)
18. A. Peres, “Separability criterion for density matrices,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 77, pp. 1413–1415, 1996, doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.77.1413>.
19. R. Horodecki, M. Horodecki, and P. Horodecki, “Separability of mixed states: Necessary and sufficient condition,” *Phys. Lett.*, vol. A223, pp. 333–339, 1996, doi: [https://doi.org/10.1016/S0375-9601\(96\)00706-2](https://doi.org/10.1016/S0375-9601(96)00706-2).

Information about the Author

Eugene K. Bashkirov, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor of the Department of General and Theoretical Physics, Samara National Research University, Samara, Russia. In 1978, he graduated from the Faculty of Physics of the Kuibyshev State University and in 1984 – postgraduate studies at the Moscow State University. Author of more than 360 scientific papers.

Research interests: quantum optics and quantum radiophysics, quantum informatics, theory of nonequilibrium phenomena.

E-mail: bashkirov.ek@ssau.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2569-1322>

Четырехволновое взаимодействие на тепловой и резонансной нелинейностях при наличии обратной связи на объектную и сигнальную волны

А.А. Акимов, В.В. Ивахник, К.Г. Казакова

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева
443086, Россия, г. Самара,
Московское шоссе, 34

Аннотация – Обоснование. Необходимость создания высокоэффективных четырехволновых преобразователей излучения с целью использования их в системах адаптивной оптики для обработки в реальном времени сложных пространственно-временных полей, в интерферометрии, квантовой криптографии и т. д. требует наряду с применением традиционных методов повышения эффективности таких преобразователей за счет увеличения длины взаимодействия, плотности мощности излучения, эффективного значения нелинейной восприимчивости разработки новых методов. В качестве одного из таких методов выступает метод, основанный на наложении обратной связи на одну или несколько взаимодействующих волн. **Цель.** Рассмотрено влияние обратной связи на амплитудный коэффициент отражения вырожденного четырехволнового преобразователя излучения на тепловой и резонансной нелинейностях. **Методы.** Амплитудный коэффициент отражения вырожденного четырехволнового преобразователя излучения на тепловой и резонансной нелинейностях при наличии обратной связи на объектную и сигнальную волны анализировался численным методом на основе многократного прохождения сигнальной и объектной волн нелинейного слоя в кольцевом резонаторе. **Результаты.** Показано, что в приближении малого коэффициента отражения отличие в коэффициентах отражения при наличии и отсутствии обратной связи на объектную и сигнальную волны монотонно увеличивается с ростом интенсивности волн накачки и не зависит от параметра, характеризующего соотношение между тепловой и резонансной нелинейностями. **Заключение.** Установлена область значений коэффициента поглощения, в пределах которой наложение обратной связи на объектную и сигнальную волны приводит к повышению эффективности четырехволнового преобразователя излучения.

Ключевые слова – четырехволновой преобразователь; обратная связь; тепловая нелинейность; резонансная нелинейность.

Введение

Необходимость создания высокоэффективных четырехволновых преобразователей излучения с целью использования их в системах адаптивной оптики для обработки в реальном времени сложных пространственно-временных полей, в интерферометрии, квантовой криптографии и т. д. [1–7] требует наряду с применением традиционных методов повышения эффективности таких преобразователей за счет увеличения длины взаимодействия, плотности мощности излучения, эффективного значения нелинейной восприимчивости разработки новых методов. В качестве одного из таких методов выступает метод, основанный на наложении обратной связи на одну или несколько взаимодействующих волн [8–11].

В нелинейных средах, используемых для реализации четырехволновых взаимодействий, проявляется, как правило, не одна, а несколько видов нелинейности [12–20]. Наиболее типичной является ситуация, когда на тот или иной вид нелинейности накладывается тепловая нелинейность,

обусловленная нагревом среды вследствие поглощения излучения. Так, например, в поглощающих средах, моделируемых системой энергетических уровней (красители, газы, пары и т. д.), одновременно реализуются тепловая и резонансная нелинейности [21–29]. Тепловая нелинейность оказывает существенное влияние на коэффициент отражения при четырехволновом взаимодействии в полупроводниках [14], в многокомпонентных средах [30]. При учете нескольких видов нелинейности в общем случае амплитуда объектной волны не является суммой амплитуд волн, возникающих при многоволновом взаимодействии на отдельных видах нелинейности, что существенно усложняет анализ характеристик таких многоволновых преобразователей излучения.

В настоящей работе анализируется амплитудный коэффициент отражения вырожденного четырехволнового преобразователя излучения на тепловой и резонансной нелинейностях при наличии обратной связи на объектную и сигнальную волны.

1. Вывод уравнений, позволяющих численными методами проанализировать коэффициент отражения, пространственную селективность четырехволнового преобразователя излучения

Пусть имеется нелинейная среда, в которой распространяются четыре монохроматические волны: две волны накачки с комплексными амплитудами A_1 и A_2 , сигнальная и объектная волны с комплексными амплитудами A_3 и A_4 . Волновой фронт объектной волны обращен по отношению к волновому фронту сигнальной волны.

Уравнение Гельмгольца, описывающее вырожденное четырехволновое взаимодействие ($\omega + \omega - \omega = \omega$) в среде с тепловой и резонансной нелинейностями, имеет вид [31]

$$\left(\nabla^2 + k^2 + \frac{2k^2}{n_0} \frac{dn}{dT} \delta T - \frac{2ik\alpha_0}{1+bI} \right) (A + A^*) = 0. \quad (1)$$

Здесь $A = \sum_{j=1}^4 A_j$, $I = AA^*$; α_0 – коэффициент поглощения; $k = \omega n_0 / c$ – волновое число, ω – циклическая частота; n_0 – среднее значение показателя преломления; δT – изменение температуры, обусловленное выделением тепла при поглощении излучения; b – параметр, характеризующий резонансную нелинейность.

Уравнение (1) дополняется уравнением Пуассона

$$\nabla^2 \delta T + \frac{2\alpha_0 I}{\Lambda c_p v (1+bI)} = 0, \quad (2)$$

где Λ – коэффициент температуропроводности, c_p – удельная теплоемкость, v – объемная плотность вещества.

При рассмотрении четырехволнового взаимодействия будем использовать следующие приближения: 1) будем считать волны накачки плоскими и распространяющимися навстречу друг другу вдоль оси Z ($A_{1,2} = \tilde{A}_{1,2}(z) \exp(\mp ikz)$); 2) выполняется приближение заданного поля по волнам накачки ($|A_{1,2}| \gg |A_{3,4}|$); 3) справедливо приближение медленно меняющихся амплитуд.

В соответствии с выражением для интенсивности волн

$$I = I_0 + A_1 A_3^* + A_3 A_1^* + A_2 A_4^* + A_4 A_2^* \quad (3)$$

изменение температуры представим в виде суммы медленно (δT_0) и быстро (δT_{31} , δT_{42}) меняющихся в зависимости от поперечных координат составляющих:

$$\delta T(\vec{\rho}, z) = \delta T_0(z) + \delta T_{31}(\vec{\rho}, z) + \quad (4)$$

$$+ \delta T_{31}^*(\vec{\rho}, z) + \delta T_{42}(\vec{\rho}, z) + \delta T_{42}^*(\vec{\rho}, z).$$

Здесь $I_0 = A_1 A_1^* + A_2 A_2^*$; $\vec{\rho}$ – поперечная составляющая радиуса-вектора.

Амплитуды сигнальной и объектной волн разложим по плоским волнам

$$A_j(\vec{\rho}, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{A}_j(\vec{k}_j, z) \exp\{-i\vec{k}_j \vec{\rho} - ik_{jz} z\} d\vec{k}_j, \quad (5)$$

$$j = 3, 4,$$

а быстро меняющиеся составляющие изменения температуры – по гармоническим решеткам

$$\delta T_{31}(\vec{\rho}, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta \tilde{T}_{31}(\vec{k}_{T1}, z) \exp\{-i\vec{k}_{T1} \vec{\rho}\} d\vec{k}_{T1}, \quad (6)$$

$$\delta T_{42}(\vec{\rho}, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta \tilde{T}_{42}(\vec{k}_{T2}, z) \exp\{-i\vec{k}_{T2} \vec{\rho}\} d\vec{k}_{T2}.$$

Здесь $\tilde{A}_{3,4}(\vec{k}_{3,4}, z)$ – пространственные спектры сигнальной и объектной волн; $\delta \tilde{T}_{31,42}(\vec{k}_{T1,2}, z)$ – пространственные спектры температурных решеток; $\vec{k}_j$ и k_{jz} – поперечная и продольная составляющие волнового вектора $\vec{k}_j$, $|\vec{k}_j| = k$; $\vec{k}_{T1,2}$ – волновой вектор решетки.

С учетом (3)–(6) уравнение Гельмгольца распадается на четыре уравнения:

– для амплитуд волн накачки

$$\frac{d\tilde{A}_1}{dz} + \frac{ik}{n_0} \frac{dn}{dT} \delta T_0 \tilde{A}_1 + \frac{\alpha_0}{(1+bI_0)} \tilde{A}_1 = 0, \quad (7)$$

$$\frac{d\tilde{A}_2}{dz} - \frac{ik}{n_0} \frac{dn}{dT} \delta T_0 \tilde{A}_2 - \frac{\alpha_0}{(1+bI_0)} \tilde{A}_2 = 0;$$

– для пространственных спектров сигнальной и объектной волн

$$\frac{d\tilde{A}'_3}{dz} = -\frac{ik}{n_0} \frac{dn}{dT} \tilde{A}_{10} (\delta \tilde{T}_{42} + \delta \tilde{T}_{31}^*) \times \quad (8)$$

$$\times \exp[-i(k_{1z} - k_{3z})z] +$$

$$+ \frac{\alpha_0 b}{(1+bI_0)^2} \{\tilde{A}_{10}^2 \tilde{A}'_3 \exp[-2C_0(z)] +$$

$$+ \tilde{A}_{10} \tilde{A}_{20} \tilde{A}'_4 \exp[-i\Delta z - 2C_0(\ell) + 2C_0(z)]\},$$

$$\frac{d\tilde{A}'_4}{dz} = \frac{ik}{n_0} \frac{dn}{dT} \tilde{A}_{20} (\delta \tilde{T}_{31} + \delta \tilde{T}_{42}^*) \times$$

$$\times \exp[-i(k_{2z} - k_{4z})z] -$$

$$- \frac{\alpha_0 b}{(1+bI_0)^2} \{\tilde{A}_{20}^2 \tilde{A}'_4 \exp[-2C_0(\ell) + 2C_0(z)] +$$

$$+ \tilde{A}_{10} \tilde{A}_{20} \tilde{A}'_3 \exp[-i\Delta z - 2C_0(z)]\}.$$

Уравнение Пуассона распадается на три уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \delta T_0}{dz^2} + \frac{2\alpha_0 I_0}{\Lambda c_p \nu (1 + bI_0)} &= 0, \\ \left(\frac{d^2}{dz^2} - \kappa_{T1}^2 \right) \delta \tilde{T}_{31} + \\ + \frac{2\alpha_0 \tilde{A}_{10} \tilde{A}_3^* \exp[-i(k_{1z} - k_{3z})z - 2C_0(z)]}{\Lambda c_p \nu (1 + bI_0)^2} &= 0, \\ \left(\frac{d^2}{dz^2} - \kappa_{T2}^2 \right) \delta \tilde{T}_{42} + \\ + \frac{2\alpha_0 \tilde{A}_{20} \tilde{A}_4^* \exp[-i(k_{2z} - k_{4z})z - 2C_0(\ell) + 2C_0(z)]}{\Lambda c_p \nu (1 + bI_0)^2} &= 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \tilde{A}_3 &= \tilde{A}'_3 \exp[-C(z)], \quad \tilde{A}_4 = \tilde{A}'_4 \exp[-C(\ell) + C(z)], \\ C(z) &= C_0(z) + C_1(z), \quad C_0(z) = \alpha_0 \int_0^z \frac{dz_1}{1 + bI_0(z_1)}, \\ C_1(z) &= \frac{ik}{n_0} \frac{dn}{dT} \int_0^z \delta T_0(z_1) dz_1, \quad \Delta = -(\vec{k}_3 + \vec{k}_4)_z, \\ \tilde{A}_{10} &= \tilde{A}_1(z=0), \quad \tilde{A}_{20} = \tilde{A}_2(z=\ell). \end{aligned}$$

Системы уравнений (8), (9) дополняются граничными условиями на изменение температуры (условие отвода тепла от граней нелинейного слоя):

$$\begin{aligned} \delta T_0(z=0) &= \delta T_0(z=\ell) = 0, \\ \delta T_{31}(z=0) &= \delta T_{31}(z=\ell) = 0, \\ \delta T_{42}(z=0) &= \delta T_{42}(z=\ell) = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

При расположении четырехволнового преобразователя внутри кольцевого резонатора граничные условия на пространственные спектры сигнальной и объектной волн есть [11]:

$$\begin{aligned} \tilde{A}'_3(z=0) &= \sqrt{1-r_1} \tilde{A}_{30} + \\ + \sqrt{r_1 r_2} \exp\left(-i\Delta_0 + i\frac{\kappa^2}{2k}L\right) \times \\ \times \exp\{-\alpha\ell - iC(\ell)\} \tilde{A}'_3(z=\ell), \\ \tilde{A}'_4(z=0) &= \sqrt{r_1 r_2} \exp\left(-i\Delta_0 + i\frac{\kappa^2}{2k}L\right) \times \\ \times \exp\{-\alpha\ell - iC(\ell)\} \tilde{A}'_4(z=\ell). \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь $\tilde{A}_{30}$ – пространственный спектр сигнальной волны на передней грани нелинейного слоя в отсутствие кольцевого резонатора; r_1 – коэффициент

отражения полупрозрачного зеркала связи; r_2 – коэффициент отражения сферических зеркал резонатора, осуществляющих перенос пространственного распределения поля из плоскости $z=0$ на плоскость, расположенную на расстоянии L – от плоскости $z=\ell$; Δ_0 – постоянный фазовый набег; $\kappa = |\vec{k}_3| = |\vec{k}_4| = |\vec{k}_{T1}| = |\vec{k}_{T2}|$ – пространственная частота. В параксиальном приближении $(k_{1z} - k_{3z}) = -(k_{2z} - k_{4z}) = \kappa^2/2k$. Постоянный набег фазы Δ_0 может быть реализован внутри резонатора, например, с помощью фазового модулятора света и предназначен для компенсации фазового набega, обусловленного распространением в нелинейной среде волн накачки.

2. Анализ полученных результатов

В качестве сигнальной волны будем использовать волну от точечного источника, расположенного на передней грани нелинейного слоя на оси Z : $A_3(\vec{p}, z=0) = \delta(\vec{p})$. Численный анализ уравнений (7)–(9) с учетом (10), (11) путем рассмотрения многократного прохождения сигнальной и объектной волн через нелинейный слой в кольцевом резонаторе [10] показывает, что с увеличением пространственной частоты модуль пространственного спектра объектной волны монотонно уменьшается.

Для характеристики четырехволнового преобразователя излучения введем амплитудный коэффициент отражения (R) и полуширину полосы пространственных частот ($\Delta\kappa$), определяемые следующим образом:

$$R = \sqrt{1-r_1} \left| \frac{A_4(\kappa=0, z=0)}{A_{30}^*} \right|, \quad (12)$$

$$|\tilde{A}_4(\kappa=\Delta\kappa, z=0)| = \frac{1}{2} |\tilde{A}_4(\kappa=0, z=0)|. \quad (13)$$

Коэффициент отражения и полуширина полосы пространственных частот характеризуют эффективность и разрешающую способность четырехволнового преобразователя излучения. Анализ коэффициента отражения четырехволнового преобразователя излучения на тепловой нелинейности при наличии обратной связи на объектную и сигнальную волны [10; 11] показывает, что максимальное значение R наблюдается при компенсации фазового набega, возникающего вследствие распространения в нелинейной среде волн накачки ($C_1(\ell) + \Delta_0 = 0$). Характеристики четырехволнового преобразователя на тепловой и резонансной нелинейностях также будем рассматривать

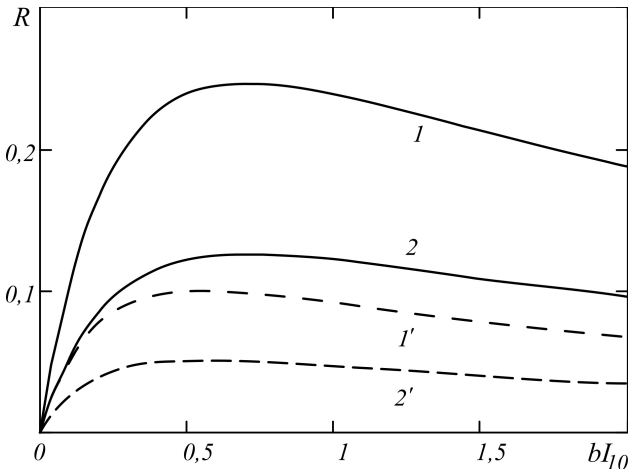


Рис. 1. Зависимость коэффициента отражения четырехволнового преобразователя излучения от интенсивности волн накачки при $\alpha_0\ell=0,1$, $k\ell=5\cdot 10^3$, $r_1=0,8$ (1, 2), $r_2=0,7$ (1, 2), $r_1=r_2=0$ (1', 2'), $P=0,02$ (1, 1'); 0,01 (2, 2')

Fig. 1. Dependence of the reflection coefficient of a four-wave radiation converter on the pumping waves intensity at $\alpha_0\ell=0,1$, $k\ell=5\cdot 10^3$, $r_1=0,8$ (1, 2), $r_2=0,7$ (1, 2), $r_1=r_2=0$ (1', 2'), $P=0,02$ (1, 1'); 0,01 (2, 2')

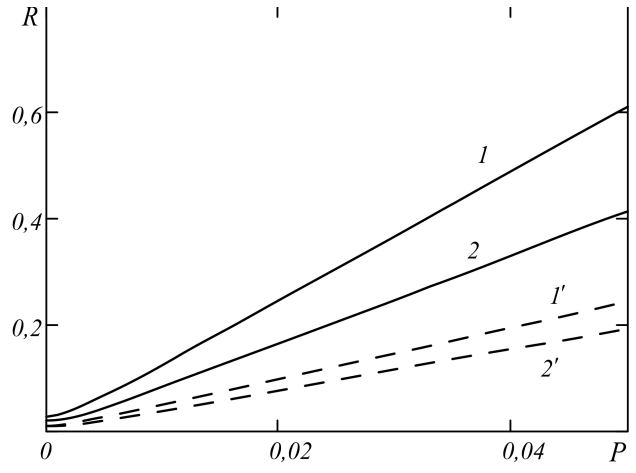


Рис. 2. Зависимость коэффициента отражения четырехволнового преобразователя излучения от параметра P при $\alpha_0\ell=0,1$, $k\ell=5\cdot 10^3$, $r_1=0,8$ (1, 2), $r_2=0,7$ (1, 2), $r_1=r_2=0$ (1', 2'), $bI_{10}=0,72$ (1, 1'); 0,2 (2, 2')

Fig. 2. Dependence of the reflection coefficient of a four-wave radiation converter on the parameter P at $\alpha_0\ell=0,1$, $k\ell=5\cdot 10^3$, $r_1=0,8$ (1, 2), $r_2=0,7$ (1, 2), $r_1=r_2=0$ (1', 2'), $bI_{10}=0,72$ (1, 1'); 0,2 (2, 2')

при условии компенсации фазового набега, возникающего вследствие распространения в нелинейной среде волн накачки.

Введем безразмерный параметр

$$P = \frac{2}{n_0} \frac{dn}{dT} \frac{\ell}{b\Lambda c_p v},$$

характеризующий соотношение между параметрами, описывающими тепловую и резонансную нелинейности.

На рис. 1 в приближении малого коэффициента отражения (не учитываются перекачка энергии из объектной волны в сигнальную, самодифракция второй волны накачки) при условии равных интенсивностей волн накачки на гранях нелинейного слоя ($I_{10} = I_{20}$, где $I_{10} = |\tilde{A}_{10}|^2$, $I_{20} = |\tilde{A}_{20}|^2$) приведены характерные зависимости коэффициента отражения от нормированной интенсивности волн накачки (bI_{10}) как при наличии (кривые 1, 2), так и при отсутствии (кривые 1', 2') обратной связи на объектную и сигнальную волны. С увеличением интенсивности волн накачки коэффициент отражения увеличивается, достигает наибольшего значения, а затем медленно уменьшается. Существует оптимальное значение интенсивности волн накачки I_{10}^m , при котором коэффициент отражения принимает максимальное значение.

Характер зависимости коэффициента отражения от bI_{10} типичен для четырехволновых преобразователей в средах с нелинейным коэффициентом поглощения [15]. Наличие обратной связи по объектной и сигнальной волнам смещает I_{10}^m в

сторону больших значений интенсивности. Изменение параметра P не меняет значения нормированной интенсивности волн накачки, при котором коэффициент отражения достигает максимального значения.

При фиксированной интенсивности волн накачки увеличение составляющей тепловой нелинейности приводит к монотонному увеличению коэффициента отражения четырехволнового преобразователя излучения как при наличии, так и при отсутствии обратной связи на объектную и сигнальную волны (рис. 2). При этом отличие в коэффициентах отражения при наличии и отсутствии обратной связи на объектную и сигнальную волны

$$\xi = R(r_1 \neq 0) / R(r_1 = 0) \quad (14)$$

не меняется при изменении соотношения между параметрами, характеризующими тепловую и резонансную нелинейности в диапазоне $0 < P \leq 0,2$.

Отличие в коэффициентах отражения при наличии и отсутствии обратной связи по объектной и сигнальной волнам возрастает с увеличением интенсивности волн накачки (рис. 3).

При фиксированной интенсивности волн накачки, параметрах тепловой и резонансной нелинейностей с увеличением значения коэффициента поглощения α_0 коэффициент отражения четырехволнового преобразователя излучения вначале увеличивается, достигает максимального значения, а затем уменьшается, при этом выигрыш в коэффициенте отражения монотонно

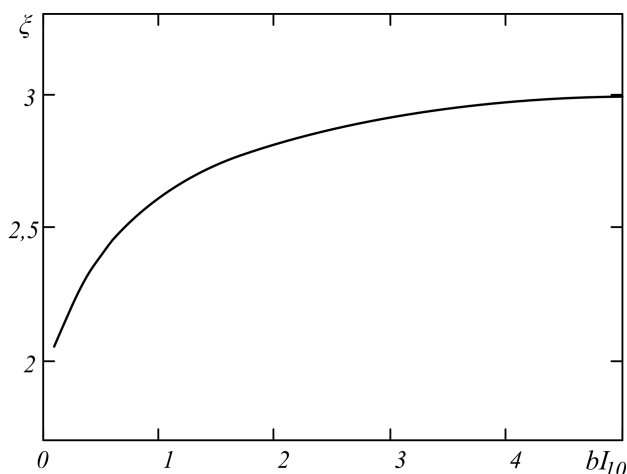


Рис. 3. Зависимость отклонения в коэффициентах отражения от интенсивности волн накачки при $\alpha_0\ell=0,1$, $k\ell=5\cdot 10^3$, $r_1=0,8$, $r_2=0,7$, $P=0,01$

Fig. 3. Dependence of the difference in the reflection coefficients on the pumping waves intensity at $\alpha_0\ell=0,1$, $k\ell=5\cdot 10^3$, $r_1=0,8$, $r_2=0,7$, $P=0,01$

уменьшается (рис. 4). Наличие обратной связи на объектную и сигнальную волны смещает значение коэффициента поглощения, при котором коэффициент отражения принимает максимальное значение, по сравнению со случаем, когда обратная связь отсутствует, в сторону меньших значений. Существует коэффициент поглощения α_0^m , начиная с которого выигрыш в коэффициенте отражения за счет использования обратной связи на объектную и сигнальную волны отсутствует ($\xi \leq 1$). Значение коэффициента поглощения α_0^m существенным образом зависит от интенсивности волн накачки, параметров кольцевого резонатора, соотношения между параметрами, описывающими тепловую и резонансную нелинейности. Увеличение интенсивности волн накачки приводит к увеличению α_0^m . При рассмотренных параметрах нелинейной среды ($P=0,02$), резонатора ($r_1=0,8$, $r_2=0,7$), характеристиках взаимодействующих волн ($k\ell=5\cdot 10^3$), нормированной интенсивности волн накачки ($bI_{10}=0,72$) увеличение нормированного коэффициента поглощения $\alpha_0\ell$ от 0,01 до 0,2 уменьшает выигрыш в коэффициенте отражения от 3,08 до 2,04. Таким образом, использование для повышения эффективности четырехволнового преобразователя излучения обратной связи на объектную и сигнальную волны целесообразно лишь при малом коэффициенте поглощения.

В приближении малого коэффициента отражения наличие положительной обратной связи на объектную и сигнальную волны не влияет на ширину полосы пространственных частот четырех-

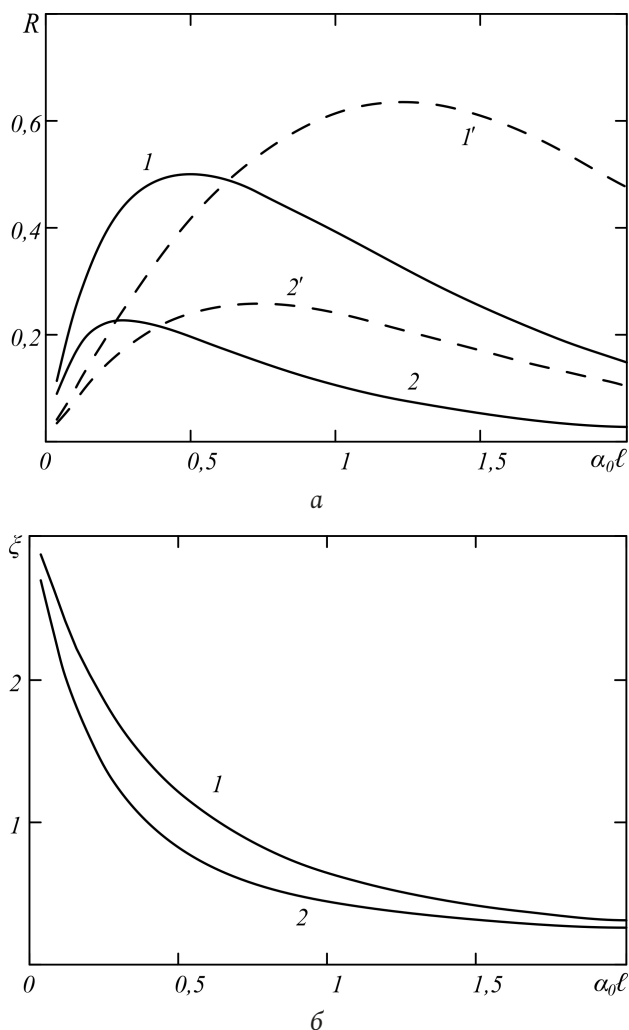


Рис. 4. Зависимость коэффициента отражения (а), отклонения в коэффициентах отражения (б) от коэффициента поглощения при $k\ell=5\cdot 10^3$, $r_1=0,8$ (1, 2), $r_2=0,7$ (1, 2), $r_1=r_2=0$ (1', 2'), $P=0,02$, $bI_{10}=0,72$ (1, 1'); 0,2 (2, 2')

Fig. 4. Dependence of the reflection coefficient (a), difference in the reflection coefficients (b) on the absorption coefficient at $k\ell=5\cdot 10^3$, $r_1=0,8$ (1, 2), $r_2=0,7$ (1, 2), $r_1=r_2=0$ (1', 2'), $P=0,02$, $bI_{10}=0,72$ (1, 1'); 0,2 (2, 2')

волнового преобразователя излучения в среде с тепловой и резонансной нелинейностями.

Заклучение

В приближении малого коэффициента отражения при условии равных интенсивностей волн накачки на гранях нелинейного слоя проанализирован коэффициент отражения четырехволнового преобразователя излучения в среде с тепловой и резонансной нелинейностями при наличии обратной связи на объектную и сигнальную волны в зависимости от интенсивности волн накачки, коэффициента поглощения, соотношения между параметрами, характеризующими тепловую и резонансную нелинейности. Показано увеличение

выигрыша в коэффициенте отражения четырехволнового преобразователя излучения при наличии обратной связи на объектную и сигнальную волны с ростом интенсивности волны накачки. Значение коэффициента отражения четырехволнового преобразователя излучения с увеличением соотношения между тепловой и резонансной

нелинейностями возрастает, при этом выигрыш в коэффициенте отражения не меняется. Существует критическое значение коэффициента поглощения, при превышении которого выигрыш в коэффициенте отражения за счет использования обратной связи на объектную и сигнальную волны отсутствует.

Список литературы

1. Inverse four-wave mixing and self-parametric amplification in optical fibre / S.K. Turitsyn [et al.] // *Nature Photonics*. 2015. Vol. 9, no. 9. P. 608–615. DOI: <https://doi.org/10.1038/nphoton.2015.150>
2. All-optical ultrafast wavelength and mode converter based on intermodal four-wave mixing in few-mode fibers / Y. Weng [et al.] // *Optics Communications*. 2015. Vol. 348, P. 7–12. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2015.03.018>
3. Nazemosadat E., Pourbeyram H., Mafi A. Phase matching for spontaneous frequency conversion via four-wave mixing in graded-index multimode optical fibers // *Journal of the Optical Society of America B*. 2016. Vol. 33, no. 2. P. 144–150. DOI: <https://doi.org/10.1364/JOSAB.33.000144>
4. Polarization-insensitive four-wave-mixing-based wavelength conversion in few-mode optical fibers / O.F. Anjum [et al.] // *Journal of Lightwave Technology*. 2018. Vol. 36, no. 17. P. 3678–3683. DOI: <https://doi.org/10.1109/JLT.2018.2834148>
5. Multiple modal and wavelength conversion process of a 10-Gbit/s signal in a 6-LP-mode fiber / H. Zhang [et al.] // *Optics Express*. 2019. Vol. 27, no. 11. P. 15413–15425. DOI: <https://doi.org/10.1364/OE.27.015413>
6. Gupta R., Kaler R.S. Nonlinear Kerr and intermodal four-wave mixing effect in mode-division multiplexed multimode fiber link // *Optical Engineering*. 2019. Vol. 58, no. 3. P. 036108. DOI: <https://doi.org/10.1117/1.OE.58.3.036108>
7. Spatially multiplexed picosecond pulse-train generation in a 6 LP mode fiber based on multiple four-wave mixings / H. Zhang [et al.] // *Applied Optics*. 2019. Vol. 58, no. 31. P. 8570–8576. DOI: <https://doi.org/10.1364/AO.58.008570>
8. Ивахник В.В., Петникова В.М., Шувалов В.В. Повышение эффективности систем обращения волнового фронта при использовании кольцевых резонаторов // *Квантовая электроника*. 1981. Т. 8, № 2. С. 445–448. URL: <http://mi.mathnet.ru/qs924>
9. Formation of holographic gratings and dynamics of four-wave mixing in nonlinear microresonators / O.G. Romanov [et al.] // *Proceedings of SPIE*. 2006. Vol. 6255. P. 625507. DOI: <https://doi.org/10.1117/12.676523>
10. Акимов А.А., Гузаиров С.А., Ивахник В.В. Четырехволновое взаимодействие на тепловой нелинейности в схеме с положительной обратной связью // *Компьютерная оптика*. 2018. Т. 42, № 4. С. 534–541. DOI: <https://doi.org/10.18287/2412-6179-2018-42-4-534-541>
11. Акимов А.А., Гузаиров С.А., Ивахник В.В. Качество преобразования излучения при четырехволновом взаимодействии на тепловой нелинейности с учетом обратной связи // *Компьютерная оптика*. 2021. Т. 45, № 5. С. 667–672. DOI: <https://doi.org/10.18287/2412-6179-CO-888>
12. Туморин В.В., Ильичев Н.Н. О роли тепловой нелинейности при вырожденных взаимодействиях в насыщенных лазерных средах // *Квантовая электроника*. 2007. Т. 37, № 9. С. 821–826. URL: <http://mi.mathnet.ru/qe13476>
13. Ивахник В.В., Никонов В.И. Дифракционная эффективность динамической голограммы в обратимой фотохромной среде с учетом диффузии фотохромных частиц // *Оптика и спектроскопия*. 2003. Т. 94, № 1. С. 134–138.
14. Ковалев В.И., Мусаев М.А., Файзулов Ф.С. Вклад теплового механизма в отражение при вырожденном четырехволновом взаимодействии в полупроводниках // *Квантовая электроника*. 1984. Т. 11, № 1. С. 85–90. URL: <http://mi.mathnet.ru/qe4634>
15. Kabanov V.V., Rubanov A.S. Dynamic gratings and four-wave phase conjugation in dye solutions // *IEEE Journal of Quantum Electronics*. 1990. Vol. 26, no. 11. P. 1990–1998. DOI: <https://doi.org/10.1109/3.62118>
16. Ивахник В.В., Савельев М.В. Пространственная селективность четырехволнового преобразователя излучения с учетом термодиффузионного и электрострикционного механизмов нелинейности // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы*. 2013. Т. 16, № 1. С. 6–11. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7377>
17. Diels J. C., McMichael I. C., Vanherzeele H. Degenerate four-wave mixing of picosecond pulses in the saturable amplification of a dye laser // *IEEE Journal of Quantum Electronics*. 1984. Vol. QE-20, no. 6. P. 630–636. DOI: <https://doi.org/10.1109/JQE.1984.1072436>
18. Caro R.G., Gower M.C. Phase conjugation by degenerate four-wave mixing in absorbing media // *IEEE Journal of Quantum Electronics*. 1982. Vol. QE-18, no. 9. P. 1376–1380. DOI: <https://doi.org/10.1109/JQE.1982.1071705>
19. Wavelength dependence of phase conjugate reflectivity in absorbing media and thermal grating studies by four wave mixing / R. Krishna Mohan [et al.] // *Pramana – Journal of Physics*. 1990. Vol. 34, no. 6. P. 461–471. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF02846425>
20. Савельев М.В., Ивахник В.В. Пространственная селективность четырехволнового преобразователя излучения с учетом силы тяжести, действующей на растворенные в прозрачной жидкости наночастицы // *Известия вузов. Радиофизика*. 2020. Т. 63, № 8. С. 694–703. URL: <https://radiophysics.unn.ru/issues/2020/8/694>
21. Жердиенко В.В., Лесник С.А., Хижняк А.И. Попутное четырехпучковое взаимодействие в резонансных средах с тепловой нелинейностью // *Украинский физический журнал*. 1985. Т. 30, № 12. С. 1788–1792.
22. Ораевский А.Н., Галушкин М.Г., Никитин В.Ю. Обращение волнового фронта при резонансном четырехволновом взаимодействии на фазовых тепловых решетках в усиливающей среде импульсных HF(DF)-химических лазеров на цепных реакциях // *Препринт ФИАН*. 1989. № 196. 8 с. URL: <http://preprints.lebedev.ru/?p=786>

23. Галушкин М.Г., Оношко Р.Н. Четырехволновое взаимодействие в поглощающих резонансных средах в условиях теплового «взрыва» // Обращение волнового фронта лазерного излучения в нелинейных средах (ОВФ-89): сб. мат. II Всесоюзной конференции. 1990. С. 53–57.
24. Акимов А.А., Ивахник В.В., Никонов В.И. Обращение волнового фронта при четырехволновом взаимодействии на резонансной и тепловой нелинейностях при больших коэффициентах отражения // Оптика и спектроскопия. 2013. Т. 115, № 3. С. 438–445.
25. Кучеренко М.Г., Русинов А.П. Запись и распад нестационарных решеток в системе насыщаемых трехуровневых центров // Оптика и спектроскопия. 2004. Т. 97, № 6. С. 1026–1033.
26. Формирование динамических волноводных структур в средах с тепловой и резонансной нелинейностью / Д.В. Горбач [и др.] // Известия РАН. Серия физическая. 2011. Т. 75, № 12. С. 1733–1736.
27. Акимов А.А., Воробьева Е.В., Ивахник В.В. Четырехволновое взаимодействие на резонансной и тепловой нелинейностях при больших коэффициентах отражения // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2012. Т. 15, № 1. С. 46–51.
28. Бельдюгин И.М., Степанов А.А., Щеглов В.А. К теории встречного ВЧВ в полях произвольной интенсивности в средах с резонансным и тепловым механизмами нелинейности // Квантовая электроника. 1989. Т. 16, № 1. С. 84–90. URL: <http://mi.mathnet.ru/qe7710>
29. Акимов А.А., Воробьева Е.В., Ивахник В.В. Временная зависимость амплитуды объектной волны при четырехволновом взаимодействии с учетом резонансной и тепловой нелинейностей // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2013. Т. 16, № 4. С. 7–13. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7334>
30. Ивахник В.В., Савельев М.В. Пространственная селективность четырехволнового преобразователя излучения в поглощающей двухкомпонентной среде при больших коэффициентах отражения // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2018. Т. 21, № 2. С. 5–13. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7029>
31. Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков О.П. Теория волн. М.: Наука, 1979. 384 с.

Информация об авторах

Акимов Александр Александрович, 1988 г. р., кандидат физико-математических наук, доцент кафедры оптики и спектроскопии Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева, г. Самара, Россия.

Область научных интересов: нелинейная оптика, динамическая голография.

E-mail: alexakimov50@mail.ru

Ивахник Валерий Владимирович, 1951 г. р., доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой оптики и спектроскопии Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева, г. Самара, Россия.

Область научных интересов: нелинейная оптика, динамическая голография.

E-mail: ivakhnik@ssau.ru

Казакова Ксения Геннадьевна, 1996 г. р., аспирант кафедры оптики и спектроскопии Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева, г. Самара, Россия.

Область научных интересов: нелинейная оптика, динамическая голография.

E-mail: kazakova.cen@yandex.ru

Physics of Wave Processes and Radio Systems

2023, vol. 26, no. 2, pp. 18–26

DOI [10.18469/1810-3189.2023.26.2.18-26](https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.2.18-26)

UDC 621.373.826

Original Research

Received 19 January 2023

Accepted 20 February 2023

Published 30 June 2023

Four-wave mixing on thermal and resonant nonlinearities with feedback for object and signal waves

Aleksandr A. Akimov, Valery V. Ivakhnik, Kseniya G. Kazakova

Samara National Research University

34, Moskovskoye shosse,

Samara, 443086, Russia

Abstract – Background. The need to create highly efficient four-wave radiation converters in order to use them in adaptive optics systems, for real-time processing of complex spatio-temporal fields, in interferometry, quantum cryptography, etc. requires along with the use of traditional methods to increase the efficiency of such converters by increasing the interaction length, radiation power density, effective value of the nonlinear susceptibility of the development of new methods. One of these methods is a method based on the imposition of feedback on one or more interacting waves. **Aim.** The influence of feedback on the amplitude reflection coefficient of the degenerate four-wave radiation converter on thermal and resonant nonlinearities has been considered. **Methods.** The amplitude reflection coefficient of a degenerate four-wave radiation converter on thermal and resonant nonlinearities in the presence of feedback for both object and signal waves has been analyzed by a numerical method based on the multiple passage of the signal and object waves of the nonlinear layer in the ring resonator. **Results.** It was

shown, that the difference in the reflection coefficients in the presence and absence of feedback for both object and signal waves increase monotonically with a growth in the pumping waves intensity and does not depend on the parameter characterizing the relationship between thermal and resonant nonlinearities at the approximation of a small reflection coefficient. **Conclusion.** The range of values of the absorption coefficient in which the imposition of feedback for both object and signal waves leads to an increase in the efficiency of the four-wave radiation converter has been established.

Keywords – four-wave converter; feedback; thermal nonlinearity; resonant nonlinearity.

✉ ivakhnik@ssau.ru (Valery V. Ivakhnik)

 © Aleksandr A. Akimov et al., 2023

References

1. S. K. Turitsyn et al., “Inverse four-wave mixing and self-parametric amplification in optical fibre,” *Nature Photonics*, vol. 9, no. 9, pp. 608–615, 2015, doi: <https://doi.org/10.1038/nphoton.2015.150>.
2. Y. Weng et al., “All-optical ultrafast wavelength and mode converter based on intermodal four-wave mixing in few-mode fibers,” *Optics Communications*, vol. 348, pp. 7–12, 2015, doi: <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2015.03.018>.
3. E. Nazemosadat, H. Pourbeyram, and A. Mafi, “Phase matching for spontaneous frequency conversion via four-wave mixing in graded-index multimode optical fibers,” *Journal of the Optical Society of America B*, vol. 33, no. 2, pp. 144–150, 2016, doi: <https://doi.org/10.1364/JOSAB.33.000144>.
4. O. F. Anjum et al., “Polarization-insensitive four-wave-mixing-based wavelength conversion in few-mode optical fibers,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 36, no. 17, pp. 3678–3683, 2018, doi: <https://doi.org/10.1109/JLT.2018.2834148>.
5. H. Zhang et al., “Multiple modal and wavelength conversion process of a 10-Gbit/s signal in a 6-LP-mode fiber,” *Optics Express*, vol. 27, no. 11, pp. 15413–15425, 2019, doi: <https://doi.org/10.1364/OE.27.015413>.
6. R. Gupta and R. S. Kaler, “Nonlinear Kerr and intermodal four-wave mixing effect in mode-division multiplexed multimode fiber link,” *Optical Engineering*, vol. 58, no. 3, p. 036108, 2019, doi: <https://doi.org/10.1117/1.OE.58.3.036108>.
7. H. Zhang et al., “Spatially multiplexed picosecond pulse-train generation in a 6 LP mode fiber based on multiple four-wave mixings,” *Applied Optics*, vol. 58, no. 31, pp. 8570–8576, 2019, doi: <https://doi.org/10.1364/AO.58.008570>.
8. V. V. Ivakhnik, V. M. Petnikova, and V. V. Shuvalov, “Increasing the efficiency of wavefront conjugation systems using ring resonators,” *Kvantovaya elektronika*, vol. 8, no. 2, pp. 445–448, 1981, url: <http://mi.mathnet.ru/qe5924>. (In Russ.)
9. O. G. Romanov et al., “Formation of holographic gratings and dynamics of four-wave mixing in nonlinear microresonators,” *Proceedings of SPIE*, vol. 6255, p. 625507, 2006, doi: <https://doi.org/10.1117/12.676523>.
10. A. A. Akimov, S. A. Guzaïrov, and V. V. Ivakhnik, “Four-wave interaction on thermal nonlinearity in a scheme with positive feedback,” *Komp’yuternaya optika*, vol. 42, no. 4, pp. 534–541, 2018, doi: <https://doi.org/10.18287/2412-6179-2018-42-4-534-541>. (In Russ.)
11. A. A. Akimov, S. A. Guzaïrov, and V. V. Ivakhnik, “The quality of radiation conversion during four-wave interaction on thermal nonlinearity, taking into account feedback,” *Komp’yuternaya optika*, vol. 45, no. 5, pp. 667–672, 2021, doi: <https://doi.org/10.18287/2412-6179-CO-888>. (In Russ.)
12. V. V. Tumorin and N. N. Il’ichev, “On the role of thermal nonlinearity in degenerate interactions in saturated laser media,” *Kvantovaya elektronika*, vol. 37, no. 9, pp. 821–826, 2007, url: <http://mi.mathnet.ru/qe13476>. (In Russ.)
13. V. V. Ivakhnik and V. I. Nikonov, “Diffraction efficiency of a dynamic hologram in a reversible photochromic medium taking into account the diffusion of photochromic particles,” *Optika i spektroskopiya*, vol. 94, no. 1, pp. 134–138, 2003. (In Russ.)
14. V. I. Kovalev, M. A. Musaev, and F. S. Fayzulov, “The contribution of the thermal mechanism to reflection in the case of degenerate four-wave interaction in semiconductors,” *Kvantovaya elektronika*, vol. 11, no. 1, pp. 85–90, 1984, url: <http://mi.mathnet.ru/qe4634>. (In Russ.)
15. V. V. Kabanov and A. S. Rubanov, “Dynamic gratings and four-wave phase conjugation in dye solutions,” *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 26, no. 11, pp. 1990–1998, 1990, doi: <https://doi.org/10.1109/JQE.1984.1072436>.
16. V. V. Ivakhnik and M. V. Savel’ev, “Spatial selectivity of a four-wave radiation converter taking into account the thermal diffusion and electrostrictive mechanisms of nonlinearity,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 16, no. 1, pp. 6–11, 2013, url: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7377>. (In Russ.)
17. J. Diels, I. McMichael, and H. Vanherzeele, “Degenerate four-wave mixing of picosecond pulses in the saturable amplification of a dye laser,” *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. QE-20, no. 6, pp. 630–636, 1984, doi: <https://doi.org/10.1109/JQE.1984.1072436>.
18. R. G. Caro and M. C. Gower, “Phase conjugation by degenerate four-wave mixing in absorbing media,” *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. QE-18, no. 9, pp. 1376–1380, 1982, doi: <https://doi.org/10.1109/JQE.1982.1071705>.
19. R. Krishna et al., “Wavelength dependence of phase conjugate reflectivity in absorbing media and thermal grating studies by four wave mixing,” *Pramana – Journal of Physics*, vol. 34, no. 6, pp. 461–471, 1990, doi: <https://doi.org/10.1007/BF02846425>.
20. M. V. Savel’ev and V. V. Ivakhnik, “Spatial selectivity of a four-wave radiation converter taking into account the force of gravity acting on nanoparticles dissolved in a transparent liquid,” *Izvestiya vuzov. Radiofizika*, vol. 63, no. 8, pp. 694–703, 2020, url: <https://radiophysics.unn.ru/issues/2020/8/694>. (In Russ.)
21. V. V. Zherdienko, S. A. Lesnik, and A. I. Khizhnyak, “Co-current four-beam interaction in resonant media with thermal nonlinearity,” *Ukrainskiy fizicheskii zhurnal*, vol. 30, no. 12, pp. 1788–1792, 1985. (In Russ.)
22. A. N. Oraevskiy, M. G. Galushkin, and V. Yu. Nikitin, “Wavefront Reversal in resonant four-wave interaction on phase thermal gratings in the amplifying medium of pulsed HF(DF)-chemical chain reaction lasers,” *Preprint FIAN*, no. 196, 8 p., 1989, url: <http://preprints.lebedev.ru/?p=786>. (In Russ.)

23. M. G. Galushkin and R. N. Onoshko, "Four-wave interaction in absorbing resonant media under conditions of a thermal «explosion»," *Obrashchenie volnogo fronta lazernogo izlucheniya v nelineynykh sredakh (OVF-89): sb. mat. II Vsesoyuznoy konferentsii*, pp. 53–57, 1990. (In Russ.)
24. A. A. Akimov, V. V. Ivakhnik, and V. I. Nikonov, "Wavefront reversal in four-wave interaction on resonant and thermal nonlinearities at high reflection coefficients," *Optika i spektroskopiya*, vol. 115, no. 3, pp. 438–445, 2013. (In Russ.)
25. M. G. Kucherenko and A. P. Rusinov, "Recording and decay of nonstationary lattices in a system of saturable three-level centers," *Optika i spektroskopiya*, vol. 97, no. 6, pp. 1026–1033, 2004. (In Russ.)
26. D. V. Gorbach et al., "Formation of dynamic waveguide structures in media with thermal and resonant nonlinearity," *Izvestiya RAN. Seriya fizicheskaya*, vol. 75, no. 12, pp. 1733–1736, 2011. (In Russ.)
27. A. A. Akimov, E. V. Vorob'eva, and V. V. Ivakhnik, "Four-wave interaction on resonant and thermal nonlinearities at high reflection coefficients," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 15, no. 1, pp. 46–51, 2012. (In Russ.)
28. I. M. Bel'dyugin, A. A. Stepanov, and V. A. Shcheglov, "On the theory of counter-current high frequency waves in fields of arbitrary intensity in media with resonant and thermal mechanisms of nonlinearity," *Kvantovaya elektronika*, vol. 16, no. 1, pp. 84–90, 1989, url: <http://mi.mathnet.ru/qe7710>. (In Russ.)
29. A. A. Akimov, E. V. Vorob'eva, and V. V. Ivakhnik, "Time dependence of the amplitude of the object wave in the four-wave interaction, taking into account the resonant and thermal nonlinearities," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 16, no. 4, pp. 7–13, 2013, url: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7334>. (In Russ.)
30. V. V. Ivakhnik and M. V. Savel'ev, "Spatial selectivity of a four-wave radiation converter in an absorbing two-component medium at high reflection coefficients," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 21, no. 2, pp. 5–13, 2018, url: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7029>. (In Russ.)
31. M. B. Vinogradova, O. V. Rudenko, and O. P. Sukhorukov, *Wave Theory*. Moscow: Nauka, 1979. (In Russ.)

Information about the Authors

Aleksandr A. Akimov was born in 1988, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, associate professor of the Department of Optics and Spectroscopy, Samara National Research University, Samara, Russia.

Research interests: nonlinear optics, dynamic holography.

E-mail: alexakimov50@mail.ru

Valery V. Ivakhnik was born in 1951, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor, Head of the Department of Optics and Spectroscopy, Samara National Research University, Samara, Russia.

Research interests: nonlinear optics, dynamic holography.

E-mail: ivakhnik@ssau.ru

Kseniya G. Kazakova was born in 1996, a post-graduated student of the Department of Optics and Spectroscopy, Samara National Research University, Samara, Russia.

Research interests: nonlinear optics, dynamic holography.

E-mail: kazakova.cen@yandex.ru

Структура поля излучения симметричной щелевой линии, перпендикулярной краю бесконечной полуплоскости с учетом кроссполаризационной составляющей

Е.И. Нефёдов¹, И.Н. Пономарев², В.П. Заярный³

¹ Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова РАН
141190, Россия, Московская обл., г. Фрязино,
пл. Введенского, 1

² Волгоградский государственный университет
400062, Россия, г. Волгоград,
Университетский пр., 100

³ Волгоградский государственный технический университет
400005, Россия, г. Волгоград,
пр. им. В.И. Ленина, 28

Аннотация – Обоснование. Симметричные щелевые линии на идеально отражающей полуплоскости являются адекватными математическими моделями для щелевых антенн на идеальной плоскости конечных размеров, которые на практике обладают высоким усилением и функционируют в широком диапазоне частот. Такие антенны используются в системах сверхбыстрой обработки информации на основе объемных интегральных схем микроволнового и оптического диапазонов. **Цель.** В работе представлено решение задачи излучения идеально отражающей полуплоскости, которая возбуждалась симметричной щелевой линией с различным законом расширения щели. **Методы.** Задача была решена методом разделения переменных Фурье, с помощью которого была получена тензорная функция Грина, которая связывает две составляющие поля излучения антенны с возбуждающим полем в щели. **Результаты.** Показано, что в дальней зоне поле излучения идеально отражающей полуплоскости имеет две компоненты: основную и кроссполаризационную. Тензорная функция Грина имеет сложный вид и состоит из двух слагаемых. Анализ тензорной функции Грина показывает участие каждого слагаемого в формировании поля в дальней зоне, демонстрирует механизм излучения и приводит к известным частным случаям для щелевых излучателей. **Заключение.** Справедливость представленной математической модели подтверждена экспериментальными исследованиями.

Ключевые слова – антенна бегущей волны; симметричная щелевая линия; идеальный клин; идеальная полуплоскость; кроссполаризационная составляющая поля; диаграмма направленности.

Введение

Щелевые линии (ЩЛ), расположенные на бесконечной идеально отражающей полуплоскости и перпендикулярные ее краю, являются хорошим приближением и достаточно строгой математической моделью для плоских щелевых антенн на идеально отражающей плоскости конечных размеров. Такие ЩЛ функционируют в режиме направленного осевого излучения и относятся к общему классу антенн бегущей волны (АБВ). В настоящий момент созданы различные виды и конфигурации этих АБВ в зависимости от ширины щели (постоянной ширины щели, линейно, экспоненциально расширяющихся щелей и др.). Они получили широкое распространение в системах сверхбыстрой обработки информации (ССОИ) с применением объемных интегральных схем (ОИС) микроволнового и оптического диапазона [1; 2]. Указанные антенны имеют достаточно высокое усиление (порядка 10 дБ), обладают низким уровнем боковых

лепестков (приблизительно от –12 дБ до –20 дБ) и сохраняют практически неизменными свои характеристики в большом диапазоне частот (около двух октав) [3; 4]. Поэтому расчет и анализ полей излучения щелевых линий различной конфигурации, расположенных на идеально отражающей полуплоскости и перпендикулярных ее краю, а также изучение их функционирующих свойств нам представляются важными и актуальными.

1. Электрическое поле, создаваемое расширяющейся щелевой линией на бесконечной идеально отражающей полуплоскости

Рассмотрим постановку задачи и способ ее решения. Поместим бесконечную идеально отражающую полуплоскость в свободном, однородном и изотропном пространстве таким образом, чтобы край или ребро полуплоскости были совмещены с осью z цилиндрической системы координат (рис.).

$$+ \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \frac{e^{-i\left(\frac{\pi}{4} + kr' \sin \theta - kz' \cos \theta\right)}}{\sqrt{\pi kr' \sin \theta}} \Bigg],$$

$$G_{\varphi} = \cos \theta \left[\pm \cos \varphi e^{i\left(\frac{\pi}{4} + kr' \sin \theta \cos \varphi + kz' \cos \theta\right)} Fr(a) + \right. \quad (6)$$

$$\left. + \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \frac{e^{-i\left(\frac{\pi}{4} + kr' \sin \theta - kz' \cos \theta\right)}}{\sqrt{\pi k r' \sin \theta}} \right],$$

где

$$Fr(a) = \int_0^a \frac{e^{-it}}{\sqrt{2\pi t}} dt$$

– интеграл Френеля в комплексной форме записи;

$$a = (1 + \cos \varphi) kr' \sin \theta$$

– действительная переменная интеграла Френеля.

В выражении (6) для $G_{\varphi}(r', z', \varphi, \theta)$ в первом слагаемом положительный знак выбирается для азимутальных углов $0 \leq \varphi \leq \pi$, а отрицательный – для углов $\pi \leq \varphi \leq 2\pi$. Интегрирование в формулах (3) и (4) осуществляется по площади расширяющейся щели S' антенны (рис.).

Полученные соотношения (3)–(6) явились основой для разработки математических моделей для плоских симметричных щелевых антенн микроволнового диапазона различной конфигурации.

2. Анализ поля излучения расширяющейся щелевой линии на бесконечной полуплоскости в зависимости от расположения точечного магнитного заряда в апертуре щели

Согласно выражениям (5) и (6), в состав функции Грина входят два слагаемых, которые отличаются друг от друга и оказывают разное влияние на точечный магнитный заряд $q(r', z')$ при установлении поля излучения антенны. Влияние этих слагаемых на поле в дальней зоне позволяет определить общие свойства излучения бесконечной полуплоскости, характерные для антенн с различным законом расширения щели.

Как следует из свойства интеграла Френеля в комплексной форме, в (5) и (6) первые слагаемые становятся равными нулю при $r' = 0$. Эти слагаемые воздействуют на точечные магнитные заряды

$q(r', z')$, расположенные в любом месте расширяющейся щели S' , кроме ее края (при $r' = 0$), и рядом с краем, где параметр $a = (1 + \cos \varphi) kr' \sin \theta \approx 0$. При этом величина интеграла Френеля в комплексной форме $Fr(a) \approx 0$. Из сказанного следует, что для расширяющихся щелей короткой длины L и для точек наблюдения поля на краю полуплоскости (при $r' = 0$) первые слагаемые в (5), (6) обнуляются и на поле излучения влияния не оказывают.

Вторые слагаемые в функциях Грина (5), (6) при $r' = 0$, наоборот, стремятся к бесконечным значениям и тем самым обеспечивают наибольшую величину поля в дальней зоне. Поскольку по мере удаления точечного источника от края полуплоскости действие вторых слагаемых на магнитный заряд $q(r', z')$ уменьшается как $(kr')^{-1/2}$, эти слагаемые обеспечивают условие на ребре или выполнение закона сохранения энергии на ребре в точках наблюдения поля $p(R, \varphi, \theta)$ при $\theta = 0$ и $\theta = \pi$ (см. рис.). Рассмотрим это условие подробно, используя [9].

Ребро полуплоскости является особой линией, обладающей сингулярностью в решении этой задачи. Поскольку его толщина стремится к нулю, то, в зависимости от поляризации стороннего поля, возбуждающего край полуплоскости, нормальные к краю составляющие электрического или магнитного поля достигают бесконечного значения на ребре [9]. Аналитические функции, которые описывают эту сингулярность (приближение компонент поля на ребре к бесконечной величине), должны быть такими, чтобы энергия, запасенная в цилиндре, ось которого совпадает с ребром полуплоскости, бесконечно малого радиуса r' и конечной продольной длины всегда оставалась бы конечной при $r' \rightarrow 0$. Это означает, что энергия, накапливаемая вокруг ребра, имеет конечное значение и полученное решение будет физически реализуемым. При этом край полуплоскости не является самостоятельным сторонним источником, а служит переизлучателем падающих на него волн – вторичным источником возбуждения электромагнитного поля.

Как видно из формулы (5), в образовании компоненты $E_0(R, \varphi, \theta)$ (основной составляющей поля излучения) в плоскости H при $\theta = \pi/2$ и $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ в составе функции Грина $G_0(r', z', \varphi, \theta)$ участвуют оба слагаемых, а в плоскости E , при $\varphi = \pi$ и $0 < \theta < \pi$, участвует только второе слагаемое. При этом, согласно (6), как в плоскости H , так и в плоскости E функция Грина $G_{\varphi}(r', z', \varphi, \theta)$ обнуляется и излучение компоненты $E_{\varphi}(R, \varphi, \theta)$ (кроссполя-

ризационной составляющей поля) в главных плоскостях полностью отсутствует. Таким образом, для идеально отражающей бесконечной полуплоскости это поведение основной и кроссполаризационной компонент поля в дальней зоне служит характерным признаком излучения, на который никак не влияет закон расширения щели.

В предельном случае площадь S' расширяющей ЩЛ можно уменьшить до величины диполя Герца и разместить возле края полуплоскости, а поле в щели записать следующим образом:

$$E_z^{ext}(r', z') = I^M \delta(z' - 0), \quad (7)$$

где I^M – амплитуда магнитного тока в диполе Герца, которая является константой; $\delta(z' - 0)$ – дельта-функция Дирака. Подставим (7) в формулы (3), (4) и осуществим интегрирование этих выражений. Поскольку для диполя Герца отношение $L/\lambda \rightarrow 0$ и первые слагаемые в (5), (6) обнуляются, компоненты поля излучения в дальней зоне из (3), (4) получим в виде

$$E_\theta(R, \varphi, \theta) = \frac{2\sqrt{i}}{\pi} I^M \sqrt{\frac{L}{\lambda}} \frac{\sin(\frac{\varphi}{2})}{\sqrt{\sin \theta}} \frac{e^{-ikR}}{R}, \quad (8)$$

$$E_\varphi(R, \varphi, \theta) = \frac{2\sqrt{i}}{\pi} I^M \sqrt{\frac{L}{\lambda}} \frac{\cos(\frac{\varphi}{2}) \cos \theta}{\sqrt{\sin \theta}} \frac{e^{-ikR}}{R}. \quad (9)$$

В результате формулы (3)–(6) позволяют установить выражения (8), (9), которые представляют частный случай излучения магнитного диполя Герца на краю полуплоскости. По сути, в этом частном случае магнитный диполь Герца возбуждает край полуплоскости, который отражает падающие на него волны и формирует общее поле излучения. Поскольку при выводе формул (8), (9) участвовали только вторые слагаемые в функциях Грина (5), (6), можно сделать вывод, что именно эти слагаемые ответственны за возбуждение ребра полуплоскости. При этом точечные магнитные заряды $q(r', z')$ могут располагаться в любом месте расширяющейся щели S' , а излучение происходит только от ребра полуплоскости. Такое поведение вторых слагаемых в (5), (6) позволило в [10] классифицировать их как дифракционные или рассеивающие. Как показано в [6], на идеально отражающей полуплоскости образуется поверхностный индуцированный электрический ток, состоящий из равномерной и неравномерной частей. Согласно этой классической теории, вторые слагаемые в (5), (6) формируют неравномерную часть этого тока, которая появляется в процессе рассеивания электромагнитных волн на краю полуплоскости.

В известной классической работе [5] решена задача возбуждения идеально отражающего клина бесконечно короткой щелью, расположенной на ребре клина перпендикулярно этому ребру. Решение получено в замкнутом виде и является строгим в зоне излучения. Бесконечный клин имеет внешний угол раствора α и в случае $\alpha = 2\pi$ преобразуется в бесконечную полуплоскость. При этом приведенные в [5] выражения для клина переходят в формулы (8), (9) и подтверждают правильность нашего общего решения (3)–(6).

В другом предельном случае бесконечно короткую узкую щель следует переместить на расстояние ξ как можно дальше от ребра полуплоскости. Тогда точечный магнитный заряд $q(r', z')$ будет располагаться на значительном расстоянии от ребра полуплоскости и при $k\xi \rightarrow +\infty$ действие на него вторых слагаемых в (5), (6) прекращается. При этом к интегралу Френеля в комплексной форме, стоящему в первых слагаемых в (5), (6), можно применить следующее равенство [10]:

$$\lim_{a \rightarrow +\infty} e^{i\frac{\pi}{4}} \int_0^a \frac{e^{-it}}{\sqrt{2\pi t}} dt = \frac{1}{\sqrt{2}}. \quad (10)$$

В этом частном случае, подставляя поле в щели S' в виде (7) и преобразованные указанным образом функции Грина в выражения (3), (4), получим следующие составляющие поля в дальней зоне:

$$E_\theta(R, \varphi, \theta) = \frac{iI^M kL}{2\pi} e^{ik\xi \sin \theta \cos \varphi} \left| \sin \varphi \right| \frac{e^{-ikR}}{R}, \quad (11)$$

$$E_\varphi(R, \varphi, \theta) = \frac{iI^M kL}{2\pi} e^{ik\xi \sin \theta \cos \varphi} (\pm \cos \varphi) \cos \theta \frac{e^{-ikR}}{R}. \quad (12)$$

Так как действительная переменная в интеграле Френеля получилась $a = (1 + \cos \varphi)kr' \sin \theta$, то при $\theta = 0$, $\theta = \pi$ и $\varphi = \pi$ она обращается в нуль, а формулы (10)–(12) не выполняются.

Из дальнейшего физического анализа формул (11) и (12) видно, что входящий в них фазовый множитель $\exp(ik\xi \sin \theta \cos \varphi)$ влияет только на фазу поля излучения. Поэтому фазовый множитель можно считать несущественным и его присутствием в (11), (12) пренебречь. Следовательно, полученное решение (11), (12) является полем излучения магнитного диполя Герца, который возбуждает электромагнитные волны на идеально отражающей плоскости бесконечных размеров. При этом в плоскости H при $\theta = \pi/2$ компонента $E_\varphi(R, \varphi, \theta)$ обнуляется и присутствует только компонента $E_\theta(R, \varphi, \theta)$. Чтобы убедиться в этом, необходимо решить задачу возбуждения свободного пространства магнитным диполем Герца, который распо-

ложен вдоль координаты x декартовой системы координат. В традиционном решении задачи магнитный диполь Герца ориентирован вдоль оси z [9].

Таким образом, в [10] первые слагаемые в (5) и (6) получили название прямой или возбуждающей части функции Грина, которая действует на магнитный точечный заряд $q(r', z')$ и устанавливает поле излучения на бесконечной плоскости. Согласно [6], первые слагаемые в (5) и (6) формируют равномерную часть поверхностного индуцированного электрического тока без учета дифракции волн на ребре полуплоскости.

Следует отметить, что соотношения (11) и (12) являются предельным частным случаем для общего решения (3)–(6). Изменения в первых слагаемых равенства (10) и удаление вторых слагаемых в выражениях (5), (6) приводят к полному исключению самого явления дифракции на ребре полуплоскости в рамках решаемой задачи. Чтобы иметь возможность учитывать дифракцию волн на ребре для магнитного диполя Герца, который переместили на расстояние ξ от ребра так, что выполняются условия $k\xi \gg 1$ и $kR \gg k\xi$, необходимо применить к интегралу Френеля в комплексной форме следующее приближенное равенство

$$e^{\frac{i\pi}{4}} \int_0^a \frac{e^{-it}}{\sqrt{2\pi t}} dt \approx i\sqrt{i} \frac{e^{-ia}}{\sqrt{2\pi a}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{при } a \gg 1. \quad (13)$$

Тогда для точечных магнитных зарядов $q(r', z')$, которые удалены от ребра полуплоскости на расстояние $kr' \gg 1$, функции Грина (5), (6) преобразуются следующим образом

$$G_\theta = \left[\frac{|\sin \varphi|}{\sqrt{2}} e^{ik(r' \sin \theta \cos \varphi + z' \cos \theta)} + \right. \quad (14)$$

$$+ \frac{|\sin \varphi|}{\sqrt{2}} i e^{\frac{i\pi}{4}} \frac{e^{-ik(r' \sin \theta - z' \cos \theta)}}{\sqrt{\pi k r' (1 + \cos \varphi) \sin \theta}} + \left. \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) e^{-\frac{i\pi}{4}} \frac{e^{-ik(r' \sin \theta - z' \cos \theta)}}{\sqrt{\pi k r' \sin \theta}} \right],$$

$$G_\varphi = \cos \theta \left[\frac{(\pm \cos \varphi)}{\sqrt{2}} e^{ik(r' \sin \theta \cos \varphi + z' \cos \theta)} + \right. \quad (15)$$

$$+ \frac{(\pm \cos \varphi)}{\sqrt{2}} i e^{\frac{i\pi}{4}} \frac{e^{-ik(r' \sin \theta - z' \cos \theta)}}{\sqrt{\pi k r' (1 + \cos \varphi) \sin \theta}} + \left. \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) e^{-\frac{i\pi}{4}} \frac{e^{-ik(r' \sin \theta - z' \cos \theta)}}{\sqrt{\pi k r' \sin \theta}} \right].$$

В выражении (15) для $G_\varphi(r', z', \varphi, \theta)$ в первом и во втором слагаемых положительный знак выбирается для азимутальных углов $0 \leq \varphi \leq \pi$, а отрицательный знак выбирается для углов $\pi \leq \varphi \leq 2\pi$. Аналогично, в выражениях (11), (12) при $\theta = 0$, $\theta = \pi$ и $\varphi = \pi$ действительная переменная в интеграле Френеля $a = (1 + \cos \varphi)kr' \sin \theta$ обнуляется, что делает невозможным практическое использование формул (13)–(15).

Из полученных выражений (14), (15) следует, что первые слагаемые в функциях Грина (5), (6) нельзя классифицировать только прямыми. В процессе преобразования для случая $kr' \gg 1$ они в (14), (15) разделяются на прямую (возбуждающую) и дифракционную (рассеивающую) части. Согласно [6], первые слагаемые в (5), (6) формируют на идеально отражающей полуплоскости равномерную и неравномерную части поверхностного индуцированного электрического тока.

Представленный анализ полученного решения (3)–(6) позволяет сделать следующие выводы. Местонахождение точечного магнитного заряда $q(r', z')$ на поверхности S' расширяющейся ЩЛ устанавливает степень отражения волн от ребра полуплоскости. При нахождении магнитного заряда у самого ребра полуплоскости при $kr' \rightarrow 0$ наибольшее влияние на составляющие поля излучения оказывают вторые дифракционные слагаемые в (5), (6). При переносе заряда $q(r', z')$ от ребра в некоторый приблизительный интервал величин $1 \leq kr' \leq 10$ вклад от двух слагаемых в (5), (6) на поле в дальней зоне будет практически одинаковым. При удалении точечного магнитного заряда на значительное расстояние от ребра полуплоскости при $kr' \gg 1$ первые слагаемые в (5), (6) разделяются на две части, получившие название прямой и дифракционной частей. Электромагнитные волны, сформированные при воздействии дифракционной части первого слагаемого и при воздействии второго дифракционного слагаемого в (5) и (6), взаимодействуют между собой и стремятся скомпенсировать друг друга в точке наблюдения $p(R, \varphi, \theta)$. В предельном случае, при $kr' \rightarrow +\infty$ и расположении точки $p(R, \varphi, \theta)$ при условии $kR \gg kr'$, в функциях Грина (5), (6) остается только прямая часть первых слагаемых, которая устанавливает процесс излучения волн для бесконечной идеально отражающей плоскости.

Таким образом, согласно полученному решению, бесконечная идеально отражающая полуплоскость имеет основную и кроссполаризационную составляющие поля в дальней зоне и реализу-

ет осевое излучение в направлении расширения щели. При этом в главных плоскостях излучения E и H кроссполяризационная компонента поля теоретически полностью отсутствует. Эти признаки излучения являются общими и характерны для АБВ с изменением ЩЛ по различным законам. Основные характеристики излучения для бесконечной идеально отражающей полуплоскости, к которым в первую очередь относят ширину главного луча, уровень боковых лепестков, полосу частот и другие, зависят от геометрических размеров и закона расширения щели. Представленный анализ объясняет механизм излучения идеальной полуплоскости и позволяет разработать теоретические основы для проектирования щелевых антенн на ее основе. Рассмотренные теоретические выводы нашли убедительное подтверждение в экспериментальных исследованиях. Экспериментально измеренные диаграммы направленности рассматриваемых щелевых линий в главных плоскостях излучения E и H хорошо согласуются с теорией (разработанными математическими моделями) [10–22].

Заключение

В работе производилось изучение поля излучения щелевой линии, перпендикулярной краю бесконечной, идеально отражающей полуплоскости. На основе фундаментальных источников, в которых было получено точное решение задачи возбуждения идеального бесконечного клина, получены соотношения для составляющих электрического поля в главных электродинамических плоскостях E и H в дальней зоне для расширяющихся щелевых линий с разным законом расширения и расположенных на идеальной бесконечной полуплоскости перпендикулярно ее краю. Показано, что поле излучения бесконечной идеально отражающей полуплоскости со щелью на ее поверхности включает в себя основную и кроссполяризационную составляющие. Эти компоненты формируются под действием первичного стороннего поля в апертуре

расширяющейся щели и вторичных поверхностных электрических токов, индуцированных на самой полуплоскости и ее ребре. Ребро полуплоскости представляет собой особую линию, от которой отражаются электромагнитные волны, и оказывает доминирующее влияние на общее поле излучения. Отражение волн от ребра полуплоскости зависит от расположения в щели S' магнитного заряда $q(r', z')$ и его значения kr' . При нахождении магнитного заряда у самого ребра полуплоскости, наибольшее влияние на компоненты поля излучения оказывают вторые дифракционные слагаемые в тензорной функции Грина. При переносе заряда от ребра на некоторый незначительный интервал вклад от двух слагаемых в функции Грина на поле в дальней зоне будет практически одинаковым. При удалении точечного магнитного заряда на значительное расстояние от ребра полуплоскости первые слагаемые в тензорной функции Грина разделяется на две части – прямую и дифракционную. Излученные электромагнитные волны, сформировавшиеся под воздействием дифракционной части первого слагаемого и второго дифракционного слагаемого в функциях Грина (5) и (6), взаимодействуют между собой и стремятся скомпенсировать друг друга в точке наблюдения в дальней зоне. В предельном случае, когда параметр $kr' \rightarrow +\infty$, в функциях Грина остается только прямая часть первых слагаемых, и устанавливается процесс излучения волн для бесконечной идеально отражающей плоскости. Рассмотренные свойства излучения являются общими и характерны для АБВ с изменением щели по различным законам.

Полученные в работе соотношения, связывающие возбуждающее поле в щели излучателя на полуплоскости с ее полем излучения в дальней зоне для главных электродинамических плоскостей E и H , являются основой для разработки математических моделей излучателей на основе плоских симметричных щелевых линий различной конфигурации, справедливость которых подтверждена экспериментальными исследованиями.

Список литературы

1. Nefyodov E.I., Smolsky S.M. Electromagnetic Fields and Waves. Microwaves and mmWave Engineering with Generalized Macroscopic Electrodynamics. New York: Springer, 2019. 360 p. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-319-90847-2>
2. Nefyodov E.I., Smolsky S.M. Understanding of Electrodynamics, Radio Wave Propagation and Antennas: Lecture Course for Students and Engineers. Wuhan: Scientific Research Publishing, 2012. 449 p.
3. Gibson P.J. The Vivaldi aerial // Proc. 9-th European Microwave Conference. 1979. P. 101–105. DOI: <https://doi.org/10.1109/euma.1979.332681>
4. Широкополосный полосковый излучающий элемент пазового типа для ФАР / Ю.А. Вайнер [и др.] // Антенны. 1980. Вып. 28. С. 95–100.

5. Марков Г.Т., Чаплин А.Ф. Возбуждение электромагнитных волн. М.: Энергия, 1967. 376 с.
6. Уфимцев П.Я. Основы физической теории дифракции. М.: Бином. Лаборатория знаний, 2014. 350 с.
7. Марков Г.Т. Возбуждение бесконечного клина // Труды МЭИ. 1956. Вып. 21. С. 4–15.
8. Нефёдов Е.И., Пономарев И.Н. Возбуждение идеально проводящей полуплоскости расширяющейся щелью, прорезанной перпендикулярно ее краю // Электродинамика и техника СВЧ-, КВЧ- и оптических частот. 2014. Т. 18, № 1. С. 58–84.
9. Марков Г.Т., Петров Б.М., Грудинская Г.П. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Сов. Радио, 1979. 374 с.
10. Janaswamy R., Shaubert D.H., Pozar D.M. Analysis of the transverse electromagnetic mode linearly tapered slot antenna // Radio Science. 1986. Vol. 21, no 5. P. 797–804. DOI: <https://doi.org/10.1029/rs021i005p00797>
11. Фролов А.А., Гирич С.В., Заярный В.П. Антенна кругового обзора сверхвысокочастотного диапазона // Известия вузов. Радиофизика. 2012. Т. 55, № 10–11. С. 698–703. URL: <https://radiophysics.unn.ru/issues/2012/10/529>
12. Заярный В.П., Парпула С.А., Гирич В.С. Излучение плоских антенн СВЧ-диапазона с линейно расширяющимся раскрытием для дисковых антенных решеток // Журнал технической физики. 2014. Т. 84, № 11. С. 106–111. URL: <https://journals.ioffe.ru/articles/41073>
13. Изучение электродинамических характеристик плоских симметричных антенн микроволнового диапазона с линейно расширяющимся раскрытием / В.П. Заярный [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2015. Т. 18, № 4. С. 18–23. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7224>
14. Изучение влияния угла раскрытия плоских коротких щелевых антенн микроволнового диапазона на их электродинамические характеристики / В.П. Заярный [и др.] // Известия вузов. Радиофизика. 2016. Т. 59, № 6. С. 529–534. URL: <https://radiophysics.unn.ru/issues/2016/6/529>
15. Об особенностях диаграммы направленности симметричных щелевых антенн в микроволновом диапазоне / В.П. Заярный [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2017. Т. 20, № 4. С. 18–23. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7069>
16. Особенности характеристик диаграмм направленности плоских щелевых антенн микроволнового диапазона с линейно расширяющимся раскрытием / В.П. Заярный [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2018. Т. 21, № 1. С. 12–16. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7060>
17. Заярный В.П., Нефёдов Е.И., Пономарев И.Н. Особенности электродинамических характеристик щелевых линий на проводящей бесконечной полуплоскости в микроволновом диапазоне // Известия вузов. Радиофизика. 2018. Т. 61, № 4. С. 315–320. URL: <https://radiophysics.unn.ru/issues/2018/4/315>
18. Антенна кругового обзора на основе линейно расширяющихся симметричных щелевых линий / В.П. Заярный [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2019. Т. 22, № 3. С. 10–14. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2019.22.3.10-14>
19. Нефёдов Е.И., Заярный В.П., Пономарев И.Н. Теоретическое и экспериментальное исследование электродинамических свойств плоских щелевых антенн микроволнового диапазона // Радиотехника и электроника. 2021. Т. 66, № 4. С. 365–372. DOI: <https://doi.org/10.31857/S0033849421030165>
20. Разработка строгих математических моделей для плоских щелевых антенн бегущей волны с использованием тензорной функции Грина и их экспериментальное обоснование / Е.И. Нефёдов [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2021. Т. 24, № 1. С. 22–31. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2021.24.1.22-31>
21. Нефёдов Е.И., Пономарев И.Н., Заярный В.П. Исследование излучательной способности идеально проводящей полуплоскости, которая возбуждается перпендикулярной ее краю щелью // Известия вузов. Радиофизика. 2021. Т. 64, № 5. С. 384–394. DOI: https://doi.org/10.52452/00213462_2021_64_05_384
22. Оптимизация конструкции дисковой антенны кругового обзора микроволнового диапазона для датчиков, содержащих приемно-передающие устройства / В.П. Заярный [и др.] // Известия вузов. Приборостроение. 2022. Т. 65, № 2. С. 125–131. DOI: <https://doi.org/10.17586/0021-3454-2022-65-2-125-131>

Информация об авторах

Нефёдов Евгений Иванович (1932–2020 гг.) был доктором физико-математических наук, профессором, главным научным сотрудником Фрязинского филиала Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, г. Фрязино, Московская обл., Россия. Он окончил радиотехнический факультет Военной краснознаменной инженерной академии связи им. С.М. Буденного (г. Ленинград) в 1956 г. С 1961 по 2020 гг. работал в Институте радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН. Был избран в качестве действительного члена Академии инженерных наук им. А.М. Прохорова, Академии медико-технических наук, Академии военных наук и Международной академии информатизации. Автор 30 книг, 50 изобретений и 250 статей. Подготовил к защите более 20 кандидатов и 10 докторов наук. Награжден знаками Почетный радист СССР и Почетный радист РФ. Создатель ряда приоритетных научных школ: асимптотическая теория дифракции, системы сверхбыстрой обработки информации на объемных интегральных схемах СВЧ-, КВЧ- и оптических частот, теория единого информационного поля ноосферы. Представленные результаты были сделаны под его научным руководством и непосредственным участием в работе.

Пonomarev Игорь Николаевич, 1963 г. р., старший преподаватель кафедры телекоммуникационных систем Волгоградского государственного университета, г. Волгоград, Россия. Окончил Таганрогский радиотехнический институт им. В.Д. Калмыкова в 1986 г. по специальности «Радиотехника». Имеет более 30 научных публикаций.

Область научных интересов: решение граничных задач электродинамики и математическое моделирование антенн и устройств согласования микроволнового диапазона.

E-mail: ponomarev.igor@volsu.ru

Заярный Вячеслав Петрович, 1954 г. р., доктор технических наук (2002 г.), профессор, заведующий кафедрой экспериментальной физики Волгоградского государственного технического университета, г. Волгоград, Россия. Окончил радиотехнический факультет Уральского политехнического института (УПИ, г. Свердловск) в 1978 г. по специальности «Радиоэлектронные устройства». До 1984 г. работал в одном из оборонных НИИ, затем поступил в очную аспирантуру (УПИ, физико-технический факультет), которую окончил с защитой кандидатской диссертации (кандидат физико-математических наук, 1988 г.). Академик метрологической академии РФ. Имеет более 200 научных публикаций. Член диссертационного совета Д 212.028.05 ВолгГТУ.

Область научных интересов: электроника (в т. ч. физическая электроника, электроника СВЧ-КВЧ), радиоэлектроника, измерительные преобразователи, датчики, измерительные системы (в т. ч. информационно-измерительные системы), физический эксперимент.

E-mail: zvp2000@mail.ru

Physics of Wave Processes and Radio Systems 2023, vol. 26, no. 2, pp. 27–35

DOI 10.18469/1810-3189.2023.26.2.27-35

UDC 537.876+621.39

Original Research

Received 7 December 2022

Accepted 9 January 2023

Published 30 June 2023

The structure of the radiation field of a symmetric slot line perpendicular to the edge of an infinite half-plane, taking into account the cross-polarization component

Eugeny I. Nefyodov¹, Igor N. Ponomarev², Viacheslav P. Zayarnyi³

¹ Fryazino Branch of Institute of Radio Engineering and Electronics
named after V.A. Kotelnikov (Russian Academy of Sciences)

1, Vvedenskogo Square,
Fryazino, Moscow Region, 141190, Russia

² Volgograd State University
100, University Avenue,
Volgograd, 400062, Russia

³ Volgograd State Technical University
28, Lenin Avenue,
Volgograd, 400005, Russia

Abstract – Background. Symmetric slot lines on a perfectly reflecting half-plane are good mathematical models for slot antennas on an ideal plane of finite dimensions, which in practice have a high gain and operate over a wide frequency band. These antennas are used in ultra-fast information processing systems based on microwave and optical volume integrated circuits. **Aim.** The work presents a solution to the problem of radiation of a perfectly reflecting half-plane, which was excited by a symmetric slot line with a different law of slot expansion. **Methods.** The problem was solved by the Fourier variable separation method, by which the Green tensor function was obtained, which connects the two components of the antenna radiation field with the excitation field in the gap. **Results.** It is shown that in the far zone, the radiation field of an ideally reflecting half-plane has two components: the main and crosspolarization. The Green tensor function has a complex form and consists of two terms. The analysis of the Green tensor function shows the participation of each term in the formation of a field in the far zone, demonstrates the mechanism of radiation and leads to known special cases for slot radiators. **Conclusion.** The validity of the presented mathematical model is confirmed by experimental research.

Keywords – traveling wave antenna; symmetric slot line; ideal wedge; ideal half-plane; cross-polarization component of the field; radiation pattern.

✉ zvp2000@mail.ru (Viacheslav P. Zayarnyi)

 © Eugeny I. Nefyodov et al., 2023

References

1. E. I. Nefyodov and S. M. Smolsky, *Electromagnetic Fields and Waves. Microwaves and mmWave Engineering with Generalized Macroscopic Electrodynamics*. New York: Springer, 2019, doi: <https://doi.org/10.1007/978-3-319-90847-2>.
2. E. I. Nefyodov and S. M. Smolsky, *Understanding of Electrodynamics, Radio Wave Propagation and Antennas: Lecture Course for Students and Engineers*. Wuhan: Scientific Research Publishing, 2012.
3. P. J. Gibson, "The Vivaldi aerial," *Proc. 9-th European Microwave Conference*, pp. 101–105, 1979, doi: <https://doi.org/10.1109/euma.1979.332681>.
4. Yu. A. Vayner et al., "Broadband strip radiating element of slot type for PAR," *Antenny*, no. 28, pp. 95–100, 1980. (In Russ.)
5. G. T. Markov and A. F. Chaplin, *Excitation of Electromagnetic Waves*. Moscow: Energiya, 1967. (In Russ.)
6. P. Ya. Ufimtsev, *Fundamentals of the Physical Theory of Diffraction*. Moscow: Binom. Laboratoriya znaniy, 2014. (In Russ.)
7. G. T. Markov, "Infinite wedge excitation," *Trudy MEI*, no. 21, pp. 4–15, 1956. (In Russ.)

8. E. I. Nefyodov and I. N. Ponomarev, "Excitation of a perfectly conducting half-plane by an expanding slot cut perpendicular to its edge," *Elektrodinamika i tekhnika SVCh-, KVCh- i opticheskikh chastot*, vol. 18, no. 1, pp. 58–84, 2014. (In Russ.)
9. G. T. Markov, B. M. Petrov, and G. P. Grudinskaya, *Electrodynamics and Propagation of Radio Waves*. Moscow: Sov. Radio, 1979. (In Russ.)
10. R. Janaswamy, D. H. Shaubert, and D. M. Pozar, "Analysis of the transverse electromagnetic mode linearly tapered slot antenna," *Radio Science*, vol. 21, no. 5, pp. 797–804, 1986, doi: <https://doi.org/10.1029/rs021i005p00797>.
11. A. A. Frolov, S. V. Girich, and V. P. Zayarnyi, "Microwave Surround Antenna," *Izvestiya vuzov. Radiofizika*, vol. 55, no. 10, pp. 698–703, 2012, url: <https://radiophysics.unn.ru/issues/2012/10/529>. (In Russ.)
12. V. P. Zayarnyi, S. A. Parpula, and V. S. Girich, "Radiation of flat microwave antennas with a linearly expanding aperture for disk antenna arrays," *Zhurnal tekhnicheskoy fiziki*, vol. 84, no. 11, pp. 106–111, 2014, url: <https://journals.ioffe.ru/articles/41073>. (In Russ.)
13. V. P. Zayarnyi et al., "Study of the Electrodynamics Characteristics of Planar Symmetric Microwave Antennas with a Linearly Expanding Aperture," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 18, no. 4, pp. 18–23, 2015, url: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7224>. (In Russ.)
14. V. P. Zayarnyi et al., "Study of the Influence of the Opening Angle of Flat Short Microwave Slot Antennas on Their Electrodynamics Characteristics," *Izvestiya vuzov. Radiofizika*, vol. 59, no. 6, pp. 529–534, 2016, url: <https://radiophysics.unn.ru/issues/2016/6/529>. (In Russ.)
15. V. P. Zayarnyi et al., "On the features of the radiation pattern of symmetrical slot antennas in the microwave range," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 20, no. 4, pp. 18–23, 2017, url: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7069>. (In Russ.)
16. V. P. Zayarnyi et al., "Features of the characteristics of radiation patterns of flat microwave slot antennas with a linearly expanding aperture," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 21, no. 1, pp. 12–16, 2018, url: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7060>. (In Russ.)
17. V. P. Zayarnyi, E. I. Nefyodov, and I. N. Ponomarev, "Features of the electrodynamic characteristics of slot lines on an infinite conducting half-plane in the microwave range," *Izvestiya vuzov. Radiofizika*, vol. 61, no. 4, pp. 315–320, 2018, url: <https://radiophysics.unn.ru/issues/2018/4/315>. (In Russ.)
18. V. P. Zayarnyi et al., "All-round antenna based on linearly expanding symmetrical slot lines," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 22, no. 3, pp. 10–14, 2019, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2019.22.3.10-14>. (In Russ.)
19. E. I. Nefyodov, V. P. Zayarnyi, and I. N. Ponomarev, "Theoretical and experimental study of the electrodynamic properties of flat microwave slot antennas," *Radiotekhnika i elektronika*, vol. 66, no. 4, pp. 365–372, 2021, doi: <https://doi.org/10.31857/S0033849421030165>. (In Russ.)
20. E. I. Nefyodov et al., "Development of rigorous mathematical models for planar slotted traveling wave antennas using the tensor Green's function and their experimental justification," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 24, no. 1, pp. 22–31, 2021, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2021.24.1.22-31>. (In Russ.)
21. E. I. Nefyodov, I. N. Ponomarev, and V. P. Zayarnyi, "Investigation of the emissivity of an ideally conducting half-plane, which is excited by a slit perpendicular to its edge," *Izvestiya vuzov. Radiofizika*, vol. 64, no. 5, pp. 384–394, 2021, doi: https://doi.org/10.52452/00213462_2021_64_05_384. (In Russ.)
22. V. P. Zayarnyi et al., "Optimization of the design of a disk antenna of a circular view of the microwave range for sensors containing transceivers," *Izvestiya vuzov. Priboorostroyeniye*, vol. 65, no. 2, pp. 125–131, 2022, doi: <https://doi.org/10.17586/0021-3454-2022-65-2-125-131>. (In Russ.)

Information about the Authors

Eugeniy I. Nefyodov lived from 1932 to 2020. He was a Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor, chief researcher of the Fryazino Branch of Institute of Radio Engineering and Electronics named after V.A. Kotelnikov (Russian Academy of Sciences), Fryazino, Moscow region, Russia. He graduated from Radio Engineering Faculty of Military Engineering Communication Academy named S.M. Budyonny (Leningrad city) in 1956 as radio engineer. From 1961 to 2020 he had been working at the Fryazino Branch of Institute of Radio Engineering and Electronics named V.N. Kotelnikov (Russian Academy of Science). He was elected as a full member of the Academy of Engineering Sciences named A.M. Prokhorov, of the Academy of Military Sciences, of the Academy of Medical Technical Sciences and of the International Academy of Informatization. He was the author of 30 books, 50 patents and 250 scientific papers. Under his scientific supervision, more than 20 graduate students received a Ph.D. degree and more than 10 people received a doctorate degree. He was awarded the Honorary Radio Operator of the USSR and the Honorary Radio Operator of Russia. He was a creator of a number of priority scientific schools: asymptotic diffraction theory, ultra-fast information processing systems on three dimensional integrated circuits of microwave and optical frequencies, the theory of a single information field of the noosphere. The presented results were made under his scientific supervision and his direct participation in the work.

Igor N. Ponomarev was born in 1963, senior lecturer of the Department of Telecommunication Systems, Volgograd State University, Volgograd, Russia. He graduated from Taganrog Radio Engineering Institute named V.D. Kalmykov in 1986 as radio engineer. He has more than 30 scientific papers.

Research interests: the solution of boundary problems of electrodynamics and mathematical modeling of microwave antennas and matching devices.

E-mail: ponomarev.igor@volsu.ru

Viacheslav P. Zayarnyi was born in 1954, Doctor of Technical Sciences (2002), professor, head of the Department of Experimental Physics, Volgograd State Technical University, Volgograd, Russia. He graduated from the Ural Technical Institute (Sverdlovsk city) in 1978 as an engineer specializing in radio electronic systems. Until 1984, he worked in one of the military defense research institutes and then he entered full-time post graduate school on the Faculty of Physics and Technology of the Ural Technical Institute. He received his candidate of physic and mathematic science degree in 1988 and his doctor of technical science degree in 2002. He is an academician of the Academy of Metrology of the Russian Federation. He has more than 200 scientific papers. He is a full member of the dissertation council D 212.028.05 (Volgograd State Technical University).

Research interests: electronics (including physical electronics and microwave electronics), radio electronics, measuring systems (including information and measurement systems), physical experiment.

E-mail: zvp2000@mail.ru

Разработка математической модели кирального метаматериала на основе цилиндрических спиральных элементов с учетом дисперсии и концентрации

И.Ю. Бучнев, Д.С. Ключев , Ю.С. Мамошина, О.В. Осипов, Д.Н. Панин

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики
443010, Россия, г. Самара,
ул. Л. Толстого, 23

Аннотация – Обоснование. Интерес к исследованию метаматериалов СВЧ-диапазона связан с возможностью их использования для достижения заранее требуемых частотно и поляризационно селективных свойств взаимодействия с электромагнитным излучением, которые невозможно получить для структур на основе гомогенных сред. **Цель.** В работе рассмотрено построение математической модели кирального метаматериала на основе периодической матрицы произвольно ориентированных проводящих тонкопроволочных цилиндрических спиральных элементов, расположенных в однородной изотропной среде-контейнере. В отличие от известных моделей, она учитывает явный вид зависимости эффективной диэлектрической проницаемости и относительного параметра киральности от концентрации спиральных микровключений. **Методы.** При построении математической модели учитывается гетерогенность кирального метаматериала посредством формулы Максвелла Гарнетта, позволяющей определять эффективную диэлектрическую проницаемость по значениям проницаемостей среды-контейнера и области, занятой проводящими зеркально асимметричными включениями. В модели учтена дисперсия диэлектрической проницаемости с использованием квадратичной формулы Лоренца, а также дисперсия параметра киральности на основании модели Кондона. **Результаты.** Для исследуемого кирального метаматериала получены аналитические частотно-зависимые выражения для эффективной диэлектрической проницаемости и параметра киральности, учитывающие концентрацию спиральных включений и их геометрические параметры. Получена формула связи безразмерной объемной концентрации включений от расстояния между соседними элементами. Для расчета резонансной частоты проводящих тонкопроволочных цилиндрических спиральных элементов был применен квазистатический подход. **Заключение.** Предложенная методика построения математической модели может быть применена для киральных метаматериалов на основе периодических матриц проводящих элементов произвольной зеркально асимметричной пространственной конфигурации.

Ключевые слова – киральная среда; киральный метаматериал; метаматериал; спираль; пространственная дисперсия; модель Максвелла Гарнетта; модель Кондона; модель Лоренца; концентрация элементов; параметр киральности; эффективная диэлектрическая проницаемость.

Введение

В настоящее время существует громадное количество разнообразных материалов, таких как полимеры, композиты, керамика, сплавы, ферромагнетики и т. п. Многие материалы обладают естественными, присущими им свойствами взаимодействия с электромагнитным полем. Однако существует возможность изменить естественные свойства путем изменения пространственной структуры материалов. В большинстве случаев изменение электромагнитных свойств материалов связано с добавлением в них композитов различного рода. Одним из типов композиционных материалов являются так называемые метаматериалы [1–8]. Они активно исследуются различными учеными с начала XXI века. Наиболее сильный интерес к изучению метаматериалов возник после ряда публикаций [9–11] о возможности получения для них отрицательных значений показателя преломления, диэлектрической и магнитной прони-

цаемостей, хотя о таких возможностях было известно давно [12]. Такие метаматериалы получили названия сред с отрицательным преломлением (LHM – Left Handed Media).

Любой метаматериал в СВЧ-диапазоне представляет собой совокупность некоторой среды, называемой контейнером, и некоторой совокупности композитов из материала с другими электрофизическими и геометрическими параметрами. Благодаря своим нестандартным свойствам взаимодействия с электромагнитным полем, метаматериалы находят широкое применение при разработке таких устройств, как антенны [13–17], поглотители [18–19], концентраторы СВЧ-энергии [20–21] и т. п.

Одним из важных типов метаматериалов являются искусственные киральные материалы (среды). Подобные среды исследуются уже давно – с 80-х гг. XX века [22–27]. Для создания киральной среды используются проводящие композиты

с зеркально-асимметричной пространственной конфигурацией. В случае киральной (взаимной биизотропной) среды все зеркально-асимметричные композиты равномерно размещаются и хаотически ориентируются в однородной среде-контейнере. В случае одинаковой ориентации всех композитов среда называется бианизотропной. Киральные среды являются в некотором роде СВЧ-аналогами оптически активных сред и позволяют поворачивать плоскость поляризации электромагнитной волны на значительные углы в сантиметровом и миллиметровом диапазонах длин волн [28]. В качестве проводящих зеркальных композитов используется множество элементов с разной пространственной структурой, такие как элементы Теллегена [29], цилиндрические одно- и многозаходные тонкопроволочные спирали [30], S-элементы [31–33], гаммадионы [34] и т. п. Для описания свойств киральной среды вводится относительный параметр киральности χ . Основными свойствами электромагнитного излучения в киральной среде является распространение волн с право- (ПКП) и левокруговыми (ЛКП) поляризациями, а также кросс-поляризация падающей волны. Как следствие, возникают явления поворота плоскости поляризации и круговой дихроизм.

Вопросы о математической модели киральной среды возникают уже давно. В основе модели лежат материальные уравнения, которые записываются в различных формах [22–24]. В начале исследований электромагнитных свойств киральной среды ее материальные параметры считались постоянными, не зависящими от частоты. С одной стороны, в дальнейшем исследователи выбирали различные дисперсионные модели для диэлектрической проницаемости и параметра киральности [35–36]. В основном для диэлектрической проницаемости использовалась модель Лоренца, а для параметра киральности, по аналогии с оптически активной средой, модель Кондона. Также в научной литературе известно использование дисперсионных моделей и для магнитной проницаемости [36].

С другой стороны, киральная среда является двухкомпонентной, то есть проявляет свойства гетерогенности. Впервые для описания свойства гетерогенности А.Н. Sihvola использовал модель Максвелла Гарнетта [37], причем он применял эту модель для всех трех материальных параметров киральной среды. Также в [37] была предложена дисперсионная модель киральной среды на основе формулы Кондона. В [38] также для учета гете-

рогенности была применена модель Максвелла Гарнетта.

В работах [39; 40] также предложены варианты математической модели киральной среды, учитывающие одновременно дисперсию материальных параметров и гетерогенность. В частности, было показано, что при малых концентрациях зеркально-асимметричных включений для учета гетерогенности среды можно использовать двухкомпонентные модели Максвелла Гарнетта [41; 42] или Бруггемана [41; 43].

Заметим, что в большинстве случаев дисперсионные и гетерогенные модели применяются в достаточной степени независимо друг от друга. В частности, необходима унификация зависимостей материальных параметров от концентрации зеркально-асимметричных включений различного типа. Во-первых, в диэлектрической проницаемости дисперсия должна учитываться не в среде-контейнере, а только в областях, в которых расположены проводящие включения. Во-вторых, необходимо использование безразмерной объемной концентрации микроэлементов (входящей в модели Максвелла Гарнетта и Бруггемана) как в соотношениях для диэлектрической проницаемости, так и для параметра киральности метаматериала.

Данная работа посвящена разработке математической модели кирального метаматериала на основе периодической матрицы произвольно ориентированных проводящих тонкопроволочных цилиндрических спиральных элементов, расположенных в однородной изотропной среде-контейнере. Предлагаемая модель кирального метаматериала одновременно учитывает зависимости эффективной диэлектрической проницаемости и параметра киральности от частоты и концентрации спиральных микровключений. При этом показана возможность некоторой унификации указанных зависимостей для различных типов зеркально-асимметричных включений.

1. Постановка задачи

Рассмотрим киральный метаматериал (КММ), представляющий собой равномерную матрицу из тонкопроволочных проводящих однозаходных спиральных элементов, расположенных в однородном диэлектрическом контейнере с относительной диэлектрической проницаемостью ϵ_c . Будем считать, что спиральные элементы намотаны вокруг цилиндров с относительной диэлектри-

ческой проницаемостью ϵ_c и их высота равна высоте кирального метаматериала h . Метаматериал имеет геометрические размеры вдоль трех координатных осей l_x , l_y и h соответственно. Период матрицы из спиральных элементов определяется радиусом витка спирали (цилиндра) R и расстоянием между центрами цилиндров d ; $d_1 = 2R + d$. При постановке задачи считается, что периоды вдоль осей Ox и Oy равны между собой.

Безразмерная концентрация спиральных элементов определяется следующим образом:

$$\alpha = \frac{NV_1}{V}, \quad (1)$$

где N – общее количество спиральных элементов в метаматериале; V – объем метаматериала (объем параллелепипеда: $V = l_x l_y h$); V_1 – объем трехмерной фигуры, в которую вписан киральный элемент (для спиралей – объем цилиндра: $V_1 = \pi R^2 h$).

Количество спиральных элементов определяется пространственным периодом матрицы элементов $d_1 = 2R + d$ и линейными размерами l_x , l_y контейнера кирального метаматериала.

Геометрия задачи приведена на рис. 1.

2. Связь концентрации киральных элементов и расстояния между ними

На первом этапе построения математической модели необходимо связать безразмерную концентрацию спиральных элементов α с расстоянием между соседними элементами d .

Назовем элементарной ячейкой КММ область, содержащую одну спираль и промежуток до соседнего спирального элемента. Пространственный период элементарной ячейки $d_1 = 2R + d$.

Количество элементарных ячеек вдоль оси Ox будет определяться следующим образом:

$$N_x = \frac{l_x}{d_1} = \frac{l_x}{2R + d}. \quad (2)$$

Количество элементарных ячеек вдоль оси Oy будет рассчитывается как

$$N_y = \frac{l_y}{d_1} = \frac{l_y}{2R + d}. \quad (3)$$

Общее количество элементарных ячеек находится как

$$N = N_x N_y = \frac{l_x l_y}{(2R + d)^2} = \frac{S}{(2R + d)^2}, \quad (4)$$

где S – площадь поверхности метаматериала.

Из формулы (1) получаем:

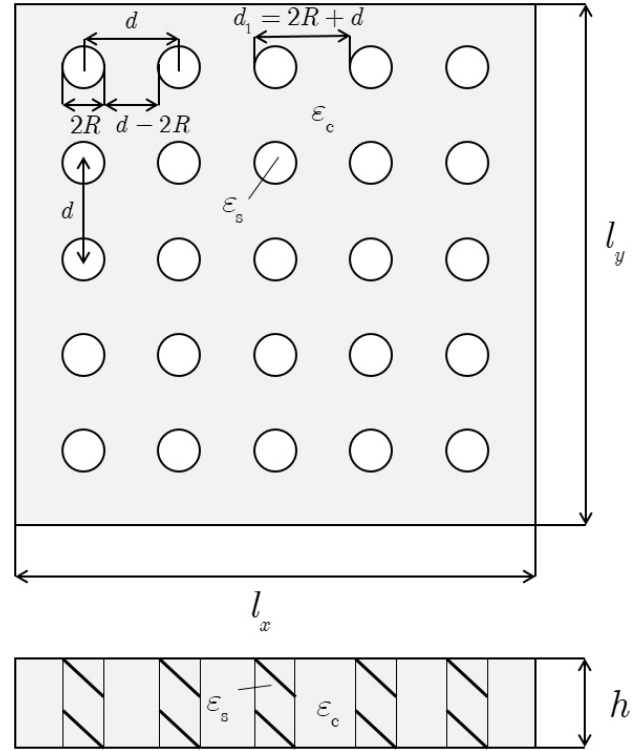


Рис. 1. Геометрия метаматериала
Fig. 1. Geometry of the metamaterial

$$\alpha = \frac{SV_1}{(2R + d)^2 Sh} = \frac{V_1}{(2R + d)^2 h}, \quad (5)$$

где $V_1 = \pi R^2 h$.

Окончательно из соотношения (5) имеем:

$$\alpha = \frac{\pi R^2}{(2R + d)^2}. \quad (6)$$

Из формулы (6) получим квадратное уравнение относительно расстояния между спиральными элементами d :

$$d^2 + 4Rd + 4R^2 \left(1 - \frac{\pi}{4\alpha}\right) = 0. \quad (7)$$

Решение уравнения (7) имеет вид

$$d = d(\alpha) = R \left[\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} - 2 \right]. \quad (8)$$

Из соотношения (8) можно получить и обратное выражение:

$$\alpha = \frac{\pi R^2}{(2R + d)^2}. \quad (9)$$

Из соотношения (9) следует обобщение зависимости на случай произвольных киральных элементов:

$$\alpha = \frac{S_{elem}}{d_1^2}, \quad (10)$$

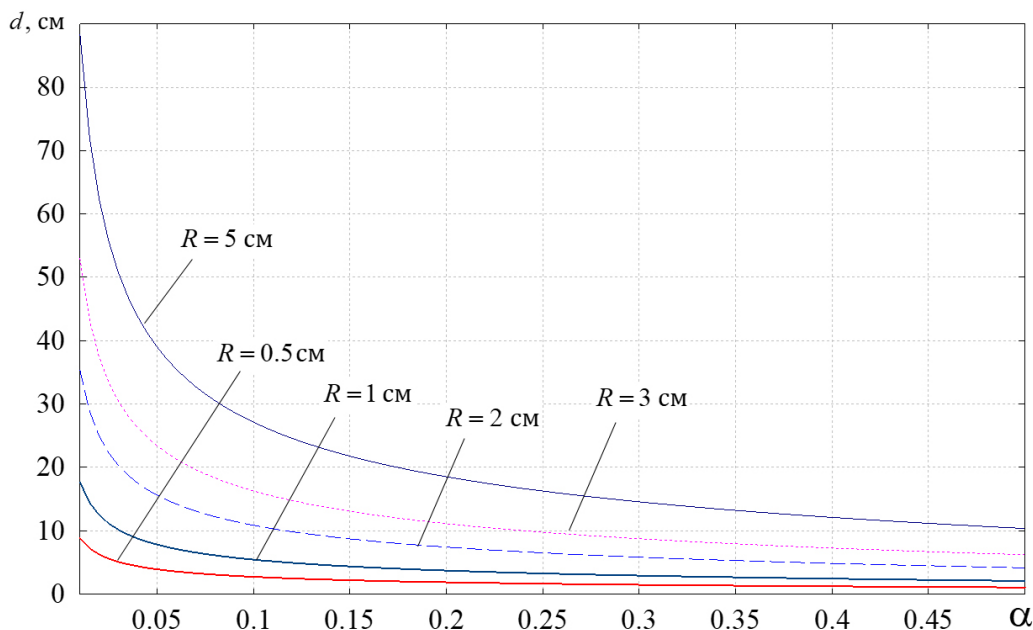


Рис. 2. Зависимость $d = d(\alpha)$ при различных значениях радиуса витка спирали
Fig. 2. Dependence $d = d(\alpha)$ at different values of the radius of the spiral turn

то есть безразмерная концентрация киральных элементов в КММ равна отношению площади, занятой киральным элементом S_{elem} , к квадрату периода пространственной ячейки.

На рис. 2 представлена зависимость $d = d(\alpha)$ при различных значениях радиуса витка спирали.

3. Дисперсионная модель параметра киральности

Для описания частотной зависимости параметра киральности будем использовать обобщенную модель Кондона [1]:

$$\chi(\omega) = \frac{\Omega_\chi \omega_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}, \quad (11)$$

где ω_0 – резонансная частота кирального элемента (определяется из квазистатической модели для конкретного типа элемента); γ – частота демпфирования; Ω_χ – «сила» резонанса параметра киральности.

4. Расчет резонансной частоты спирального элемента

Зеркально-асимметричный элемент представляет собой тонкопроволочную проводящую однозаходную спираль, состоящую из N витков радиуса R , расположенных друг от друга на расстоянии s (шаг спирали). Обозначим через l длину спирали в развернутом состоянии, а через r – радиус тонкой проволоки. На рис. 3 показано поперечное сечение спирального элемента. На рис. 3 введены

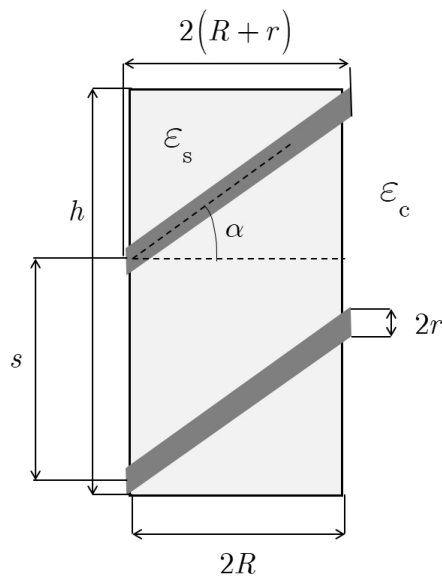


Рис. 3. Поперечное сечение спирального элемента
Fig. 3. Cross section of the spiral element

следующие обозначения: h – высота контейнера; s – расстояние между витками спирали; R – внутренний радиус спирали; r – радиус проволоки; α – угол накрутки спирали; N – число витков спирали.

Для расчета резонансной частоты спирали использовалось квазистатическое приближение, расчет производился по формуле Томсона:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad (12)$$

где L – индуктивность спирали; C – емкость спирали, учитывающая межвитковую и межэлемент-

ную емкости, а также емкость самого проводника (провоолоки).

Методика расчета резонансной частоты спирального элемента приведена в [15].

Резонансная частота спирали, показанной на рис. 3, вычисляется по следующей формуле:

$$\omega_0 = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_c \mu_c} \sqrt{K}}; \quad (13)$$

$$K = \frac{\pi N^2 R^2}{18 \ln \left(\frac{2l}{r} \right) - 1} + \frac{\pi^2 N^2 R^2 \left[(R+2r)^2 - R^2 \right] (N^2 - 1)}{hl} + \frac{\pi R^2 r (R+r) N^3}{l d \cos \left[\frac{\pi}{2(N+1)} \right]},$$

где $c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ – скорость электромагнитной волны в вакууме.

Подставляя в формулу (13) выражение для расстояния между элементами через концентрацию (8), получаем выражение для резонансной частоты спирального элемента в следующем виде:

$$\omega_0 = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_c \mu_c} \sqrt{K}}; \quad K = K_{\text{self}} + K_{\text{int}}; \quad (14)$$

$$K_{\text{self}} = \frac{\pi N^2 R^2}{18 \ln \left(\frac{2l}{r} \right) - 1} + \frac{\pi^2 N^2 R^2 \left[(R+2r)^2 - R^2 \right] (N^2 - 1)}{hl};$$

$$K_{\text{int}} = \frac{\pi R r (R+r) N^3}{l \left[\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} - 2 \right] \cos \left[\frac{\pi}{2(N+1)} \right]}.$$

Используя соотношения (11) и (14), получаем дисперсионную модель параметра киральности:

$$\chi(\omega) = \frac{\Omega_\epsilon \omega_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}; \quad \omega_0 = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_c \mu_c} \sqrt{K}}; \quad (15)$$

$$K = K_{\text{self}} + K_{\text{int}};$$

$$K_{\text{self}} = \frac{\pi N^2 R^2}{18 \ln \left(\frac{2l}{r} \right) - 1} + \frac{\pi^2 N^2 R^2 \left[(R+2r)^2 - R^2 \right] (N^2 - 1)}{hl};$$

$$K_{\text{int}} = \frac{\pi R r (R+r) N^3}{l \left[\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} - 2 \right] \cos \left[\frac{\pi}{2(N+1)} \right]}.$$

5. Учет гетерогенности метаматериала

Гетерогенность учитываем по закону Максвелла Гарнетта [2]:

$$\epsilon = \epsilon_c \frac{1 + 2\alpha\epsilon_x}{1 - \alpha\epsilon_x}; \quad \epsilon_x = \frac{\epsilon_s - \epsilon_c}{\epsilon_s + 2\epsilon_c}, \quad (16)$$

где ϵ – относительная эффективная диэлектрическая проницаемость метаматериала (как пространственной структуры, состоящей из контейнера и компонентов); ϵ_c – относительная диэлектрическая проницаемость контейнера; ϵ_s – относительная диэлектрическая проницаемость области, занятой компонентом; α – объемная безразмерная концентрация компонентов.

6. Дисперсионная модель диэлектрической проницаемости

Для описания частотной зависимости диэлектрической проницаемости области, занятой киральным элементом, будем использовать модель Лоренца [1]:

$$\epsilon_s(\omega) = \frac{\Omega_\epsilon \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}, \quad (17)$$

где ω_0 – резонансная частота кирального элемента (определяется из квазистатической модели для конкретного типа элемента); γ – частота демпфирования; Ω_ϵ – «сила» резонанса диэлектрической проницаемости.

Подставляя выражение (17) в (16), получаем дисперсионную модель диэлектрической проницаемости КММ с учетом гетерогенности:

$$\epsilon = \epsilon_c \frac{1 + 2\alpha\epsilon_x}{1 - \alpha\epsilon_x}; \quad \epsilon_x = \frac{\Omega_\epsilon \omega_0^2 - \epsilon_c (\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega)}{\Omega_\epsilon \omega_0^2 + 2\epsilon_c (\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega)}. \quad (18)$$

7. Материальные параметры кирального метаматериала на основе тонкопроволочных однозаходных спиральных элементов с учетом дисперсии и гетерогенности

Для описания КММ будем использовать следующий набор материальных параметров, определяемый из (15), (16) и (18):

$$\begin{aligned}\varepsilon(\omega; \alpha) &= \varepsilon_c \frac{1 + 2\alpha\varepsilon_x(\omega; \alpha)}{1 - \alpha\varepsilon_x(\omega; \alpha)}; \\ \chi(\omega; \alpha) &= \frac{\Omega_\chi \omega_0(\alpha) \omega}{\omega_0^2(\alpha) - \omega^2 - i\gamma\omega}; \\ \varepsilon_x(\omega; \alpha) &= \frac{\Omega_\varepsilon \omega_0^2(\alpha) - \varepsilon_c [\omega_0^2(\alpha) - \omega^2 - i\gamma\omega]}{\Omega_\varepsilon \omega_0^2(\alpha) + 2\varepsilon_c [\omega_0^2(\alpha) - \omega^2 - i\gamma\omega]}; \\ \omega_0(\alpha) &= \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_c \mu_c} \sqrt{K(\alpha)}}; \quad K(\alpha) = K_{\text{self}} + K_{\text{int}}(\alpha); \\ K_{\text{self}} &= \frac{\pi N^2 R^2}{18 \ln\left(\frac{2l}{r}\right) - 1} + \\ &+ \frac{\pi^2 N^2 R^2 [(R + 2r)^2 - R^2] (N^2 - 1)}{hl}; \\ K_{\text{int}}(\alpha) &= \frac{\pi Rr(R + r)N^3}{l \left[\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} - 2 \right] \cos \left[\frac{\pi}{2(N + 1)} \right]}.\end{aligned}$$

8. Материальные уравнения для кирального метаматериала на основе тонкопроволочных однозаходных спиральных элементов с учетом дисперсии и гетерогенности

Материальные уравнения для киральной среды имеют вид [3]:

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \mp i\chi \vec{H}; \quad \vec{B} = \mu \vec{H} \pm i\chi \vec{E}, \quad (20)$$

где ε – относительная эффективная диэлектрическая проницаемость; μ – относительная магнитная проницаемость; χ – относительный параметр киральности метаматериала.

Материальные уравнения (20) являются частотно-зависимыми, а также материальные параметры КММ в них зависят от объемной безразмерной концентрации киральных микроэлементов α :

$$\vec{D} = \varepsilon(\omega; \alpha) \vec{E} \mp i\chi(\omega; \alpha) \vec{H}; \quad \vec{B} = \mu \vec{H} \pm i\chi(\omega; \alpha) \vec{E}, \quad (21)$$

где

$$\begin{aligned}\varepsilon(\omega; \alpha) &= \varepsilon_c \frac{1 + 2\alpha\varepsilon_x(\omega; \alpha)}{1 - \alpha\varepsilon_x(\omega; \alpha)}; \\ \chi(\omega; \alpha) &= \frac{\Omega_\chi \omega_0(\alpha) \omega}{\omega_0^2(\alpha) - \omega^2 - i\gamma\omega}; \\ \varepsilon_x(\omega; \alpha) &= \frac{\Omega_\varepsilon \omega_0^2(\alpha) - \varepsilon_c [\omega_0^2(\alpha) - \omega^2 - i\gamma\omega]}{\Omega_\varepsilon \omega_0^2(\alpha) + 2\varepsilon_c [\omega_0^2(\alpha) - \omega^2 - i\gamma\omega]};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(19) \quad \omega_0(\alpha) &= \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_c \mu_c} \sqrt{K(\alpha)}}; \quad K(\alpha) = K_{\text{self}} + K_{\text{int}}(\alpha); \\ K_{\text{self}} &= \frac{\pi N^2 R^2}{18 \ln\left(\frac{2l}{r}\right) - 1} + \\ &+ \frac{\pi^2 N^2 R^2 [(R + 2r)^2 - R^2] (N^2 - 1)}{hl}; \\ K_{\text{int}}(\alpha) &= \frac{\pi Rr(R + r)N^3}{l \left[\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} - 2 \right] \cos \left[\frac{\pi}{2(N + 1)} \right]}.\end{aligned}$$

Математическая модель, определяемая соотношениями (21) и (22), описывает киральный метаматериал, созданный на основе равномерно размещенных тонкопроволочных проводящих однозаходных спиральных элементов (рис. 1).

9. Дисперсионные уравнения для нормальных волн кирального метаматериала на основе тонкопроволочных однозаходных спиральных элементов с учетом дисперсии и гетерогенности

Расчет дисперсионных характеристик (постоянных распространения) нормальных волн кирального метаматериала с право- и левокруговыми поляризациями осуществляется по следующим формулам:

$$k_{R,L}(\omega; \alpha) = \frac{\omega}{c} \left[\sqrt{\varepsilon(\omega; \alpha) \mu \pm \chi(\omega; \alpha)} \right], \quad (23)$$

где

$$\begin{aligned}\varepsilon(\omega; \alpha) &= \varepsilon_c \frac{1 + 2\alpha\varepsilon_x(\omega; \alpha)}{1 - \alpha\varepsilon_x(\omega; \alpha)}; \\ \chi(\omega; \alpha) &= \frac{\Omega_\chi \omega_0(\alpha) \omega}{\omega_0^2(\alpha) - \omega^2 - i\gamma\omega}; \\ \varepsilon_x(\omega; \alpha) &= \frac{\Omega_\varepsilon \omega_0^2(\alpha) - \varepsilon_c [\omega_0^2(\alpha) - \omega^2 - i\gamma\omega]}{\Omega_\varepsilon \omega_0^2(\alpha) + 2\varepsilon_c [\omega_0^2(\alpha) - \omega^2 - i\gamma\omega]}; \\ \omega_0(\alpha) &= \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_c \mu_c} \sqrt{K(\alpha)}}; \quad K(\alpha) = K_{\text{self}} + K_{\text{int}}(\alpha); \\ K_{\text{self}} &= \frac{\pi N^2 R^2}{18 \ln\left(\frac{2l}{r}\right) - 1} + \\ &+ \frac{\pi^2 N^2 R^2 [(R + 2r)^2 - R^2] (N^2 - 1)}{hl};\end{aligned}$$

$$K_{\text{int}}(\alpha) = \frac{\pi R r (R + r) N^3}{l \left[\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} - 2 \right] \cos \left[\frac{\pi}{2(N+1)} \right]}.$$

10. Обобщение модели КММ при одновременном учете дисперсии и гетерогенности

Представим емкостной коэффициент $K(\alpha) = K_{\text{self}} + K_{\text{int}}(\alpha)$ в виде

$$K(\alpha) = K_{\text{self}} + K_{\text{int}}(\alpha); \quad (24)$$

$$K_{\text{self}} = k_1 = \frac{\pi N^2 R^2}{18 \ln \left(\frac{2l}{r} \right) - 1} + \frac{\pi^2 N^2 R^2 \left[(R + 2r)^2 - R^2 \right] (N^2 - 1)}{hl};$$

$$K_{\text{int}}(\alpha) = \frac{k_2 \sqrt{\alpha}}{1 - \zeta \sqrt{\alpha}};$$

$$k_2 = \frac{\pi R r (R + r) N^3}{2l \sqrt{\frac{\pi}{4\alpha}} \cos \left[\frac{\pi}{2(N+1)} \right]}; \quad \zeta = \frac{2}{\sqrt{\pi}}.$$

Формулу для резонансной частоты в зависимости от безразмерной объемной концентрации можно обобщить следующим образом:

$$\omega_0(\alpha) = \frac{v}{\sqrt{k_1 + \frac{k_2 \sqrt{\alpha}}{1 - \zeta \sqrt{\alpha}}}}, \quad (25)$$

где $v = c / (\sqrt{\epsilon_c \mu_c})$ – фазовая скорость электромагнитной волны в среде-контейнере; коэффициенты k_j ($j = 1, 2$) имеют размерность квадрата длины и определяются геометрическими размерами киральных элементов и их типом; ζ – безразмерная константа.

С использованием формулы (25) можно получить обобщенную зависимость относительного параметра киральности от безразмерной объемной концентрации:

$$\chi(\omega; \alpha) = \frac{\Omega_\chi \omega_0(\alpha) \omega}{\omega_0^2(\alpha) - \omega^2 - i \gamma \omega}; \quad (26)$$

$$\omega_0(\alpha) = \frac{v}{\sqrt{k_1 + \frac{k_2 \sqrt{\alpha}}{1 - \zeta \sqrt{\alpha}}}}.$$

Аналогично с использованием формулы (26) можно получить обобщенную зависимость эффективной диэлектрической проницаемости от безразмерной объемной концентрации:

$$\epsilon(\omega; \alpha) = \epsilon_c \frac{1 + 2\alpha \epsilon_x(\omega; \alpha)}{1 - \alpha \epsilon_x(\omega; \alpha)}; \quad (27)$$

$$\epsilon_x(\omega; \alpha) = \frac{\Omega_\epsilon \omega_0^2(\alpha) - \epsilon_c [\omega_0^2(\alpha) - \omega^2 - i \gamma \omega]}{\Omega_\epsilon \omega_0^2(\alpha) + 2\epsilon_c [\omega_0^2(\alpha) - \omega^2 - i \gamma \omega]};$$

$$\omega_0(\alpha) = \frac{v}{\sqrt{k_1 + \frac{k_2 \sqrt{\alpha}}{1 - \zeta \sqrt{\alpha}}}}.$$

Формулы (26) и (27) описывают обобщенные зависимости материальных параметров кирального метаматериала от частоты ω и безразмерной объемной концентрации киральных элементов α .

Заключение

В работе рассмотрены принципы построения математической модели кирального метаматериала на основе периодической матрицы произвольно ориентированных проводящих тонкопроволочных цилиндрических спиральных элементов, расположенных в однородной изотропной среде-контейнере.

Построенная математическая модель кирального метаматериала на основе периодической матрицы произвольно ориентированных проводящих тонкопроволочных цилиндрических спиральных элементов учитывает гетерогенность кирального метаматериала, дисперсию диэлектрической проницаемости, дисперсию параметра киральности, а также зависимость материальных параметров от концентрации спиральных включений.

Предложенная методика построения математической модели может быть применена для киральных метаматериалов на основе периодических матриц проводящих элементов произвольной зеркально-асимметричной пространственной конфигурации.

Список литературы

1. Capolino F. Theory and Phenomena of Metamaterials. Boca Raton: Taylor & Francis – CRC Press, 2009. 992 p.
2. Engheta N., Ziolkowski R.W. Metamaterials: Physics and Engineering Explorations. Hoboken: Wiley, 2006. 414 p.
3. Iyer A.K., Alù A., Epstein A. Metamaterials and Metasurfaces – Historical Context, Recent Advances, and Future Directions // IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2020. Vol. 68, no. 3. P. 1223–1231. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAP.2020.2969732>

4. A review on metamaterials for device applications / S.N. Kumar [et al.] // Crystals. 2021. Vol. 11, no. 5. P. 518. DOI: <https://doi.org/10.3390/cryst11050518>
5. Zheludev N.I. A Roadmap for metamaterials // Opt. Photonics News. 2011. Vol. 22, no. 3. P. 30–35. DOI: <https://doi.org/10.1364/OPN.22.3.000030>
6. Metamaterial analog of electromagnetically induced transparency / N. Papasimakis [et al.] // Phys. Rev. Lett. 2008. Vol. 101. P. 253903.
7. Zheludev N.I. The road ahead for metamaterials // Science. 2010. Vol. 328, no. 5978. P. 582–583. DOI: <https://doi.org/10.1126/science.1186756>
8. Вендик И.Б., Вендик О.Г. Метаматериалы и их применение в технике сверхвысоких частот (Обзор) // Журнал технической физики. 2013. Т. 83, № 1. С. 3–28. URL: <https://journals.ioffe.ru/articles/viewPDF/41403>
9. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity / D.R. Smith [et al.] // Phys. Rev. Lett. 2000. Vol. 84, no. 18. P. 4184–4187. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.84.4184>
10. Shelby R.A., Smith D.R., Schultz S. Experimental verification of a negative index of refraction // Science. 2001. Vol. 292, no. 5514. P. 77–79. DOI: <https://doi.org/10.1126/science.1058847>
11. Pendry J. A chiral route to negative refraction // Science. 2004. Vol. 306, no. 5700. P. 1353–1355. DOI: <https://doi.org/10.1126/science.1104467>
12. Veselago V.G. The Electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ // Soviet Physics Uspekhi. 1968. Vol. 10, no. 4. P. 509–512. DOI: <https://doi.org/10.1070/PU1968v010n04ABEH003699>
13. Слюсар В.И. Метаматериалы в антенной технике: история и основные принципы // Электроника: НТБ. 2009. № 7. С. 10–19. URL: https://www.electronics.ru/files/article_pdf/0/article_287_909.pdf
14. Pozar D.M. Microstrip antennas and arrays on chiral substrates // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 1992. Vol. 40, no. 10. P. 1260–1263. DOI: <https://doi.org/10.1109/8.182462>
15. Импедансные характеристики двухэлементной антенной решетки с киральной подложкой / А.Л. Бузов [и др.] // Письма в ЖТФ. 2018. Т. 44, № 23. С. 37–45. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7078>
16. Перспективы использования метаматериалов в антеннах нового поколения / А.Л. Бузов [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2017. Т. 20, № 3. С. 15–20. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7078>
17. Investigation of circularly polarized patch antenna with chiral metamaterial / Y. Liu [et al.] // IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters. 2013. Vol. 12. P. 1359–1362. DOI: <https://doi.org/10.1109/LAWP.2013.2286191>
18. Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies / D. Schurig [et al.] // Science. 2006. Vol. 314, no. 5801. P. 977–980. DOI: <https://doi.org/10.1126/science.1133628>
19. Tunable electromagnetically induced transparency from a superconducting terahertz metamaterial / C. Zhang [et al.] // Appl. Phys. Lett. 2017. Vol. 110, no. 24. P. 241105. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.4985618>
20. Wide band fractal-based perfect energy absorber and power harvester / M. Bağmancı [et al.] // International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering. 2019. Vol. 29, no. 7. P. e21597. DOI: <https://doi.org/10.1002/mmc.21597>
21. Осипов О.В., Юрасов В.И., Почепцов А.О. Киральный метаматериал для частотно-селективной концентрации энергии сверхвысокочастотного излучения // Инфокоммуникационные технологии. 2014. Т. 12, № 4. С. 76–82.
22. Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-Isotropic Media / I.V. Lindell [et al.]. London: Artech House, 1994. 291 p.
23. Lakhtakia A., Varadan V.K., Varadan V.V. Time-Harmonic Electromagnetic Fields in Chiral Media. Lecture Notes in Physics. Berlin: Springer-Verlag, 1989. 121 p.
24. Caloz C., Sihvola A. Electromagnetic chirality, Part 1: The microscopic perspective [electromagnetic perspectives] // IEEE Antennas and Propagation Magazine. 2020. Vol. 62, no. 1. P. 58–71. DOI: <https://doi.org/10.1109/MAP.2019.2955698>
25. Третьяков С.А. Электродинамика сложных сред: киральные, би-изотропные и некоторые бианизотропные материалы // Радиотехника и электроника. 1994. Т. 39, № 10. С. 1457–1470.
26. Киральные электродинамические объекты / В.З. Каценеленбаум [и др.] // Успехи физических наук. 1997. Т. 167, № 11. С. 1201–1212. DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.0167.199711c.1201>
27. Sochava A.A., Simovski C.R., Tretyakov S.A. Chiral effects and eigenwaves in bi-anisotropic omega structures // Advances in Complex Electromagnetic Materials. Dordrecht: Springer, 1997. P. 85–102.
28. Resonant features of planar Faraday metamaterial with high structural symmetry / S.Y. Polevoy [et al.] // Eur. Phys. J. Appl. Phys. 2013. Vol. 61, no. 3. P. 030501. DOI: <https://doi.org/10.1051/epjap/2013120320>
29. Tretyakov S.A., Mariotte F. Maxwell Garnett modeling of uniaxial chiral composites with bianisotropic inclusions // Journal of electromagnetic waves and applications. 1995. Vol. 9, no. 7-8. P. 1011–1025. DOI: <https://doi.org/10.1163/156939395X00695>
30. Осипов О.В., Плотников А.М., Салимова Н.Р. Использование эффекта азимутального рассеяния электромагнитных волн метаструктурой на основе элементов Телледа в прикладных задачах электродинамики // Инфокоммуникационные технологии. 2012. Т. 10, № 1. С. 8–15.
31. Просвирнин С.Л. Преобразование поляризации при отражении волн микрополосковой решеткой из элементов сложной формы // Радиотехника и электроника. 1999. Т. 44, № 6. С. 681–686.
32. Васильева Т.Ц., Просвирнин С.Л. Дифракция электромагнитных волн на плоской решетке из киральных полосковых элементов сложной формы // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 1998. Т. 1, № 4. С. 5–9.
33. Prosvirnin S.L. Analysis of electromagnetic wave scattering by plane periodical array of chiral strip elements // Proceedings of 7th International Conference on Complex Media «Bianisotropic '98». 1998. P. 185–188.
34. Zhao R.L., Zhang J., Soukoulis C.M. Conjugated gammadion chiral metamaterial with uniaxial optical activity and negative refractive index // Phys. Rev. B. 2011. Vol. 83, no. 3. P. 035105. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.83.035105>

35. Semchenko I.V., Tretyakov S.A., Serdyukov A.N. Research on chiral and bianisotropic media in Byelorussia and Russia in the last ten years // Progress in Electromagnetics Research. 1996. Vol. 12. P. 335–370.
36. Prudêncio F.R., Silveirinha M.G. Optical isolation of circularly polarized light with a spontaneous magnetoelectric effect // Phys. Rev. A. 2016. Vol. 93, no. 4. P. 043846. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.93.043846>
37. Sihvola A.H. Temporal dispersion in chiral composite materials: A theoretical study // Journal of electromagnetic waves and applications. 1992. Vol. 6, no. 7. P. 1177–1196. DOI: <https://doi.org/10.1163/156939392X01705>
38. Lakhtakia A., Varadan V.K., Varadan V.V. On the Maxwell Garnett model of chiral composites // Journal of Materials Research. 1992. Vol. 8, no. 4. P. 917–922. DOI: <https://doi.org/10.1557/JMR.1993.0917>
39. Аралкин М.В., Дементьев А.Н., Осипов О.В. Математические модели киральных метаматериалов на основе многозаходных проводящих элементов // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2020. Т. 23, № 1. С. 8–19. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.1.8-19>
40. Аралкин М.В., Дементьев А.Н., Осипов О.В. Исследование электромагнитных характеристик планарных киральных метаструктур на основе составных спиральных компонентов с учетом гетерогенной модели Бруггемана // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2020. Т. 23, № 3. С. 44–55. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.3.44-55>
41. Сушко М.Я., Крискив С.К. Метод компактных групп в теории диэлектрической проницаемости гетерогенных систем // Журнал технической физики. 2009. Т. 79, № 3. С. 97–101. URL: <https://journals.ioffe.ru/articles/9645>
42. Garnett J.C. Maxwell. Colours in metal glasses and in metallic films // Philos. Trans. R. Soc. London. Ser. A. 1904. Vol. 203. P. 385–420.
43. Bruggeman D.A.G. Berechnung verschiedener physikalischer Konstanten von heterogenen Substanzen, I. Dielektrizitätskonstanten und Leitfähigkeiten der Mischkörper aus isotropen Substanzen // Ann. Phys. 1935. Vol. 416, no. 7. P. 636–664. DOI: <https://doi.org/10.1002/andp.19354160705>

Информация об авторах

Бучнев Иван Юрьевич, 1995 г. р., аспирант кафедры высшей математики Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия.

Область научных интересов: электродинамика метаматериалов.

E-mail: v.buchnev@psuti.ru

Клюев Дмитрий Сергеевич, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой радиоэлектронных систем Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия. Автор более 250 научных работ.

Область научных интересов: электродинамика, устройства СВЧ, антенны, метаматериалы.

E-mail: klyuevd@yandex.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9125-7076>

Мамошина Юлия Сергеевна, 1998 г. р., аспирант кафедры теоретических основ радиотехники и связи Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия.

Область научных интересов: инфокоммуникационные сети, электродинамика метаматериалов, теория электрических цепей.

E-mail: u.mamoshina@psuti.ru

Осипов Олег Владимирович, 1975 г. р., доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой высшей математики Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия.

Область научных интересов: электродинамика метаматериалов, устройства СВЧ и антенны, нелинейная оптика.

E-mail: o.osipov@psuti.ru

Панин Дмитрий Николаевич, 1977 г. р., кандидат физико-математических наук, заведующий кафедрой теоретических основ радиотехники и связи Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия.

Область научных интересов: электродинамика метаматериалов, электродинамика плазмы, теория электрических цепей.

E-mail: d.panin@psuti.ru

Physics of Wave Processes and Radio Systems

2023, vol. 26, no. 2, pp. 36–47

DOI [10.18469/1810-3189.2023.26.2.36-47](https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.2.36-47)

UDC 537.876.46

Original Research

Received 11 January 2023

Accepted 13 February 2023

Published 30 June 2023

Development of a mathematical model of a chiral metamaterial based on a cylindrical helical elements accounting for the dispersion and concentration of elements

Ivan Yu. Buchnev, Dmitriy S. Klyuev ,
Yuliya S. Mamoshina, Oleg V. Osipov, Dmitry N. Panin

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics
23, L. Tolstoy Street,
Samara, 443010, Russia

Abstract – Background. Interest in the study of microwave metamaterials is associated with the possibility of using them to achieve the required frequency and polarization selective properties of interaction with electromagnetic radiation, which can't be obtained for structures based on homogeneous media. **Aim.** The mathematical model of a chiral metamaterial based on a periodic matrix of arbitrarily oriented conducting thin-wire cylindrical helices located in a homogeneous isotropic container creation is considered. Unlike known models, it takes into account the explicit form of the dependence of the effective permittivity and the relative chirality parameter on the helices concentration. **Methods.** The heterogeneity of a chiral metamaterial based on the Maxwell Garnett formula, which makes it possible to determine the effective dielectric permittivity from the permeabilities of the container and the region occupied by conducting mirror asymmetric inclusions is taken into account when creating a mathematical model. The dispersion of permittivity using the quadratic Lorentz formula and the dispersion of the chirality parameter based on the Condon model are taken into account. **Results.** Analytical frequency-dependent expressions for the effective permittivity and the chirality parameter taking into account the concentration of helices and their geometric parameters, were obtained in the work. The expression for the relationship between the dimensionless volume concentration of inclusions and the distance between adjacent elements is obtained. The quasi-static approach is used to calculate the resonant frequency of conducting thin-wire cylindrical helices. **Conclusion.** The proposed method for constructing a mathematical model can be applied to chiral metamaterials based on periodic matrices of conductive elements of an arbitrary mirror asymmetric spatial configuration.

Keywords – chiral media; chiral metamaterial; metamaterial; helix; spatial dispersion; Maxwell Garnett model; Condon model; Lorentz model; elements concentration; chirality parameter; effective dielectric permittivity.

✉ klyuevd@yandex.ru (Dmitriy S. Klyuev)

 © Ivan Yu. Buchnev et al., 2023

References

1. F. Capolino, *Theory and Phenomena of Metamaterials*. Boca Raton: Taylor & Francis – CRC Press, 2009.
2. N. Engheta and R. W. Ziolkowski, *Metamaterials: Physics and Engineering Explorations*. Hoboken: Wiley, 2006.
3. A. K. Iyer, A. Alù, and A. Epstein, “Metamaterials and Metasurfaces – Historical Context, Recent Advances, and Future Directions,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 68, no. 3, pp. 1223–1231, 2020, doi: <https://doi.org/10.1109/TAP.2020.2969732>.
4. S. N. Kumar et al., “A review on metamaterials for device applications,” *Crystals*, vol. 11, no. 5, p. 518, 2021, doi: <https://doi.org/10.3390/cryst11050518>.
5. N. I. Zheludev, “A Roadmap for metamaterials,” *Opt. Photonics News*, vol. 22, no. 3, pp. 30–35, 2011, doi: <https://doi.org/10.1364/OPN.22.3.000030>.
6. N. Papasimakis et al., “Metamaterial analog of electromagnetically induced transparency,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 101, p. 253903, 2008.
7. N. I. Zheludev, “The road ahead for metamaterials,” *Science*, vol. 328, no. 5978, pp. 582–583, 2010, doi: <https://doi.org/10.1126/science.1186756>.
8. I. B. Vendik and O. G. Vendik, “Metamaterials and their application in microwave technology (Review),” *Zhurnal tekhnicheskoy fiziki*, vol. 83, no. 1, pp. 3–28, 2013, url: <https://journals.ioffe.ru/articles/viewPDF/41403>. (In Russ.)
9. D. R. Smith et al., “Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 84, no. 18, pp. 4184–4187, 2000, doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.84.4184>.
10. R. A. Shelby, D. R. Smith, and S. Schultz, “Experimental verification of a negative index of refraction,” *Science*, vol. 292, no. 5514, pp. 77–79, 2001, doi: <https://doi.org/10.1126/science.1058847>.
11. J. Pendry, “A chiral route to negative refraction,” *Science*, vol. 306, no. 5700, pp. 1353–1355, 2004, doi: <https://doi.org/10.1126/science.1104467>.
12. V. G. Veselago, “The Electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ ,” *Soviet Physics Uspekhi*, vol. 10, no. 4, pp. 509–512, 1968, doi: <https://doi.org/10.1070/PU1968v010n04ABEH003699>.
13. V. I. Slyusar, “Metamaterials in antenna technology: history and basic principles,” *Elektronika: NTB*, no. 7, pp. 10–19, 2009, url: https://www.electronics.ru/files/article_pdf/0/article_287_909.pdf. (In Russ.)
14. D. M. Pozar, “Microstrip antennas and arrays on chiral substrates,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 40, no. 10, pp. 1260–1263, 1992, doi: <https://doi.org/10.1109/8.182462>.
15. A. L. Buzov et al., “Impedance characteristics of a two-element antenna array with a chiral substrate,” *Pis'ma v ZhTF*, vol. 44, no. 23, pp. 37–45, 2018, url: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7078>. (In Russ.)
16. A. L. Buzov et al., “Prospects for the use of metamaterials in new generation antennas,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 20, no. 3, pp. 15–20, 2017, url: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7078>. (In Russ.)
17. Y. Liu et al., “Investigation of circularly polarized patch antenna with chiral metamaterial,” *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 12, pp. 1359–1362, 2013, doi: <https://doi.org/10.1109/LAWP.2013.2286191>.
18. D. Schurig et al., “Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies,” *Science*, vol. 314, no. 5801, pp. 977–980, 2006, doi: <https://doi.org/10.1126/science.1133628>.
19. C. Zhang et al., “Tunable electromagnetically induced transparency from a superconducting terahertz metamaterial,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 110, no. 24, p. 241105, 2017, doi: <https://doi.org/10.1063/1.4985618>.

20. M. Bağmancı et al., "Wide band fractal-based perfect energy absorber and power harvester," *International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering*, vol. 29, no. 7, p. e21597, 2019, doi: <https://doi.org/10.1002/mmce.21597>.
21. O. V. Osipov, V. I. Yurasov, and A. O. Pocheptsov, "Chiral Metamaterial for Frequency Selective Energy Concentration of Microwave Radiation," *Infokommunikacionnye tehnologii*, vol. 12, no. 4, pp. 76–82, 2014. (In Russ.)
22. I. V. Lindell et al., *Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-Isotropic Media*. London: Artech House, 1994.
23. A. Lakhtakia, V. K. Varadan, and V. V. Varadan, *Time-Harmonic Electromagnetic Fields in Chiral Media. Lecture Notes in Physics*. Berlin: Springer-Verlag, 1989.
24. C. Caloz and A. Sihvola, "Electromagnetic chirality, Part 1: The microscopic perspective [electromagnetic perspectives]," *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, vol. 62, no. 1, pp. 58–71, 2020, doi: <https://doi.org/10.1109/MAP.2019.2955698>.
25. S. A. Tretyakov, "Electrodynamics of complex media: chiral, bi-isotropic and some bianisotropic materials," *Radiotekhnika i elektronika*, vol. 39, no. 10, pp. 1457–1470, 1994. (In Russ.)
26. B. Z. Katsenelenbaum et al., "Chiral electrodynamic objects," *Uspekhi fizicheskikh nauk*, vol. 167, no. 11, pp. 1201–1212, 1997, doi: <https://doi.org/10.3367/UFNr.0167.199711c.1201>. (In Russ.)
27. A. A. Sochava, C. R. Simovski, and S. A. Tretyakov, "Chiral effects and eigenwaves in bi-anisotropic omega structures," *Advances in Complex Electromagnetic Materials*. Dordrecht: Springer, pp. 85–102, 1997.
28. S. Y. Polevoy et al., "Resonant features of planar Faraday metamaterial with high structural symmetry," *Eur. Phys. J. Appl. Phys.*, vol. 61, no. 3, p. 030501, 2013, doi: <https://doi.org/10.1051/epjap/2013120320>.
29. S. A. Tretyakov and F. Mariotte, "Maxwell Garnett modeling of uniaxial chiral composites with bianisotropic inclusions," *Journal of electromagnetic waves and applications*, vol. 9, no. 7–8, pp. 1011–1025, 1995, doi: <https://doi.org/10.1163/156939395X00695>.
30. O. V. Osipov, A. M. Plotnikov, and N. R. Salimova, "Using the effect of azimuthal scattering of electromagnetic waves by a metastructure based on Tellegen elements in applied problems of electrodynamics," *Infokommunikacionnye tehnologii*, vol. 10, no. 1, pp. 8–15, 2012. (In Russ.)
31. S. L. Prosvirnin, "Polarization transformation upon reflection of waves by a microstrip grating of complex shape elements," *Radiotekhnika i elektronika*, vol. 44, no. 6, pp. 681–686, 1999. (In Russ.)
32. T. Ts. Vasil'eva and S. L. Prosvirnin, "Diffraction of electromagnetic waves on a flat grating of complex-shaped chiral strip elements," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 1, no. 4, pp. 5–9, 1998. (In Russ.)
33. S. L. Prosvirnin, "Analysis of electromagnetic wave scattering by plane periodical array of chiral strip elements," *Proceedings of 7th International Conference on Complex Media «Bianisotropic '98»*, pp. 185–188, 1998.
34. R. L. Zhao, J. Zhang, and C. M. Soukoulis, "Conjugated gammadion chiral metamaterial with uniaxial optical activity and negative refractive index," *Phys. Rev. B*, vol. 83, no. 3, p. 035105, 2011, doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.83.035105>.
35. I. V. Semchenko, S. A. Tretyakov, and A. N. Serdyukov, "Research on chiral and bianisotropic media in Byelorussia and Russia in the last ten years," *Progress in Electromagnetics Research*, vol. 12, pp. 335–370, 1996.
36. F. R. Prudêncio and M. G. Silveirinha, "Optical isolation of circularly polarized light with a spontaneous magnetoelectric effect," *Phys. Rev. A*, vol. 93, no. 4, p. 043846, 2016, doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.93.043846>.
37. A. H. Sihvola, "Temporal dispersion in chiral composite materials: A theoretical study," *Journal of electromagnetic waves and applications*, vol. 6, no. 7, pp. 1177–1196, 1992, doi: <https://doi.org/10.1163/156939392X01705>.
38. A. Lakhtakia, V. K. Varadan, and V. V. Varadan, "On the Maxwell Garnett model of chiral composites," *Journal of Materials Research*, vol. 8, no. 4, pp. 917–922, 1992, doi: <https://doi.org/10.1557/JMR.1993.0917>.
39. M. V. Aralkin, A. N. Dement'ev, and O. V. Osipov, "Mathematical models of chiral metamaterials based on multi-pass conducting elements," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 23, no. 1, pp. 8–19, 2020, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.1.8-19>. (In Russ.)
40. M. V. Aralkin, A. N. Dement'ev, and O. V. Osipov, "Investigation of the electromagnetic characteristics of planar chiral metastructures based on compound helical components, taking into account the heterogeneous Bruggeman model," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 23, no. 3, pp. 44–55, 2020, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.3.44-55>. (In Russ.)
41. M. Ya. Sushko and S. K. Kris'kiv, "Compact group method in the theory of permittivity of heterogeneous systems," *Zhurnal tekhnicheskoy fiziki*, vol. 79, no. 3, pp. 97–101, 2009, url: <https://journals.ioffe.ru/articles/9645>. (In Russ.)
42. J. C. Garnett, "Maxwell. Colours in metal glasses and in metallic films," *Philos. Trans. R. Soc. London. Ser. A*, vol. 203, pp. 385–420, 1904.
43. D. A. G. Bruggeman, "Berechnung verschiedener physikalischer Konstanten von eterogenen Substanzen, I. Dielektrizitätskonstanten und Leitfähigkeiten der Mischkörper aus isotropen Substanzen," *Ann. Phys.*, vol. 416, no. 7, pp. 636–664, 1935, doi: <https://doi.org/10.1002/andp.19354160705>.

Information about the Authors

Ivan Yu. Buchnev, born in 1995, postgraduate student of the Department of Higher Mathematics, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia.

Research interests: electrodynamics of metamaterials.

E-mail: v.buchnev@psuti.ru

Dmitriy S. Klyuev, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, head of the Department of Radioelectronic Systems, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia. Author of over 250 scientific papers.

Research interests: electrodynamics, microwave devices, antennas, metamaterials.

E-mail: klyuevd@yandex.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9125-7076>

Yuliya S. Mamoshina, born in 1998, postgraduate student of the Department of Theoretical Foundations of Radio Engineering and Communications, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia.

Research interests: infocommunication networks, electrodynamics of metamaterials, theory of electrical circuits.

E-mail: u.mamoshina@psuti.ru

Oleg V. Osipov, born in 1975, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, head of the Department of Higher Mathematics, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia.

Research interests: electrodynamics of metamaterials, microwave devices and antennas, nonlinear optics.

E-mail: o.osipov@psuti.ru

Dmitry N. Panin, born in 1977, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, head of the Department of Theoretical Foundations of Radio Engineering and Communications, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia.

Research interests: electrodynamics of metamaterials, plasma electrodynamics, theory of electrical circuits.

E-mail: d.panin@psuti.ru

Влияние дефектов стыковки на металлодиэлектрический экранированный волновод в КВЧ-диапазоне частот

В.В. Крутских, А.Н. Ушков, А.И. Черников, Д.О. Завитаев, А.Э. Мирзоян

Национальный исследовательский университет «МЭИ»
111250, Россия, г. Москва,
ул. Красноказарменная, 14

Аннотация – Обоснование. Для улучшения точности навигационных и радиолокационных систем используются функциональные узлы КВЧ-диапазона длин волн. При этом увеличение рабочей частоты повышает требования к точности изготовления и стыковки устройств. Анализ распространения электромагнитных волн при условии наличия дефектов в волноведущих трактах позволит определить достаточную точность изготовления и оценить физические процессы на нерегулярном участке. **Цель.** Целью настоящей работы стало изучение влияния резких нерегулярностей на характеристики широкополосного экранированного диэлектрического волновода, работающего в диапазоне частот от 90 до 100 ГГц. **Методы.** При помощи численного эксперимента проведено исследование двух вариантов нерегулярности. Они представлены в виде смещения участков экранированных диэлектрических волноводов в вертикальной и в горизонтальной плоскостях. **Результаты.** По значениям передаточной характеристики волноводного тракта выявлены закономерности ослабления энергии электромагнитной волны от величины нерегулярности. Разработанная эмпирическая модель позволяет оценить допустимую точность изготовления волноводного тракта. **Заключение.** Для решения задач канализации слабых сигналов авторы рекомендуют использовать безстыковую технологию изготовления.

Ключевые слова – нерегулярность; экранированный диэлектрический волновод; малые потери; инженерный расчет; регулярные линии; сдвиг.

Введение

Одними из главных направлений развития современных радиотехнических систем являются увеличение скорости взаимодействия устройств между собой [1]. Именно поэтому повышается частотный диапазон устройств как в технике связи, так и в технике дистанционных измерений. С переходом на частоты выше 75 ГГц традиционные волноводы проигрывают диэлектрическим волноводам. Особого внимания заслуживают экранированные диэлектрические направляющие структуры, нашедшие широкое применение в виде линии передачи и частей более сложных блоков устройств. Задачи разработки экранированных диэлектрических волноводов реализуются с 70-х годов прошлого столетия [2]. В диапазоне 90–100 ГГц не худшим вариантом является конструкция, приведенная на рис. 1 и представляющая собой экранированный диэлектрический волновод (ЭДВ) [3], обладающий малыми потерями. Практический интерес представляет рассмотрение данного волноведущего тракта с учетом нерегулярностей, которые неизбежно встречаются при производстве и сборке. Данная статья посвящена изучению влияния резкой нерегулярности типа «сдвиг», то есть взаимного смещения осей диэлектрических стержней при одинаковой ориентации их сечений.

Целью исследований стало выявление закономерностей поведения характеристик узла с вышеуказанной нерегулярностью при протекании через него электромагнитной волны [4]. Важно отметить, что изучаемые вопросы имеют отношение к задаче передачи широкополосного сигнала от объекта измерения к интерферометру [5] и радиометру одновременно [6].

В рассматриваемом случае возникает трудность аналитического описания процессов вблизи нерегулярности [7], что объясняется сильными изменениями параметров волноводной структуры на относительно малом по протяженности участке. Вследствие этого описание зависимостей формируется на основании результатов приближенных методов расчета, которые опираются на уравнения Максвелла и метод конечных элементов [8]. Моделирование и наглядное отображение структуры полей в экранированном диэлектрическом волноводе производятся в пакетах симуляции СВЧ-структур [9].

1. Методика оценки потерь, вызванных нерегулярностью тракта

Для решения поставленной задачи проводится анализ проходных характеристик участка линии передачи с нерегулярностью [10]. При помощи

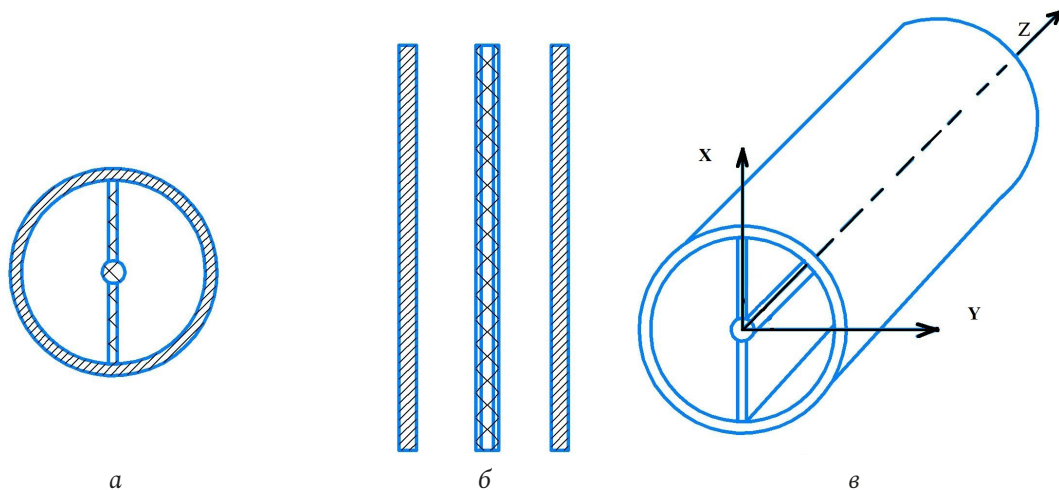


Рис. 1. Базовая конструкция волноведущего тракта: а – поперечное сечение волновода; б – продольное сечение волновода; в – волновод в декартовой системе координат

Fig. 1. The basic design of the waveguide path: а – the cross section of the waveguide; б – the longitudinal section of the waveguide; в – the waveguide in the Cartesian coordinate system

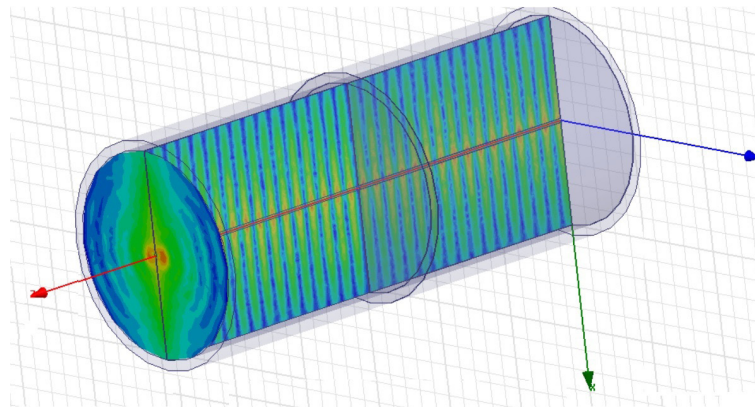


Рис. 2. Распределение поля в металлodieлектрическом волноводе на частоте 93 ГГц

Fig. 2. Field distribution in a metal-dielectric waveguide at a frequency of 93 GHz

пакетов моделирования строятся зависимости S параметров и картины полей в исследуемом узле. В настоящей работе отображены характеристики S_{12} , которые наглядно описывают отношение мощности прошедшей волны к мощности падающей на вход волноводной линии и имеют следующую связь с энергетическими потерями:

$$\Delta = 1 - |S_{21}|. \quad (1)$$

Указанный алгоритм рассматривается в работе [11] и служит для анализа величины и природы происхождения потерь.

В связи с геометрической сложностью структуры природу возникновения потерь в ней можно разделить на потери в металлической части и потери диэлектрической конструкции внутри металлической трубы:

$$\Delta_{\Sigma} = \Delta_{\text{мет}} + \Delta_{\text{диэл}}. \quad (2)$$

Под потерями в металле подразумеваются омические потери в экране металлodieлектрической

конструкции, которые могут быть описаны при помощи широко известного выражения (4), отраженного в работе [12]:

$$\Delta_{\text{пог}} \approx 8,686h'', \quad (3)$$

где h'' – коэффициент затухания для конкретных типов волн в металлической трубе круглой формы сечения.

Отдельного внимания заслуживает пространство внутри экрана, а также его взаимодействие с диэлектрическим стержнем, который задает направление поляризации протекающей по тракту волны. В общем виде потери в диэлектрике можно записать в виде суммы двух компонент:

$$\Delta_{\text{диэл}} = \Delta_{\text{ст}} + \Delta_{\text{пр}}, \quad (4)$$

где $\Delta_{\text{ст}}$ – потери в стержне; $\Delta_{\text{пр}}$ – потери в пространстве между диэлектрическим стержнем и экраном.

В нашем случае диэлектрический стержень представляет собой соединение прямоугольных

пластин и цилиндра, расположенного по центру поперечного сечения волновода. В рассматриваемом диапазоне влияние выступа цилиндра мало, так как его радиус меньше $0,1\lambda$ и такой нерегулярностью можно пренебречь. Поэтому для затухания волны в стержне можно воспользоваться выражением

$$\alpha_z = \sum_{i=\varepsilon, \mu} \sum_{k=1,2} \alpha_{k,i} K_{k,i}, \quad (5)$$

где $K_{k,i}$ – структурный коэффициент затухания; $k = \varepsilon, \mu$ – природа затуханий связанная с диэлектрическими и магнитными потерями; $i = 1, 2$ – внутренняя и внешняя среда распространения волны; коэффициент затухания однородной плоской волны в среде с параметрами принимает вид

$$\alpha_{k,i} = \frac{\pi \sqrt{\varepsilon_i \mu_i} \operatorname{tg} \delta_{k,i}}{\lambda}, \quad (6)$$

где $\operatorname{tg} \delta$ – тангенс диэлектрических потерь.

Структурные коэффициенты определяются для диэлектрической

$$K_{\varepsilon,i} = \begin{cases} \frac{\sqrt{\varepsilon \mu}}{U} \frac{M}{1+M}, \\ 1 \\ U(1+M) \end{cases}, \quad (7)$$

и магнитной природы происхождения

$$K_{\mu,i} = \begin{cases} \frac{U}{\sqrt{\varepsilon \mu}} \frac{M}{1+M} \left[1 + V^2 \frac{f_{-1}(\beta)}{f_1(\beta)} \right], \\ \frac{U}{1+M} \left[1 + \frac{V^2}{\mu^2} \frac{f_{-2}(\beta)}{f_2(\beta)} \right]. \end{cases} \quad (8)$$

В выражениях (7) и (8) верхние соотношения соответствуют затуханию в стержне, а нижние затуханию в пространстве. Групповая и фазовая скорости волн определяются через переменные V и U соответственно, а коэффициент M характеризует соотношение мощностей между внутренней и внешней средами. Функция f_i описывается выражением, зависящим от внутреннего волнового числа

$$f_{\pm i}(\beta) = \begin{cases} 1 \pm \frac{\sin(2\beta)}{2\beta}, \\ 1 \pm \cos(2\beta). \end{cases} \quad (9)$$

Таким образом, можно оценить потери только в регулярном участке. На стыке двух участков дополнительно появятся еще потери на отражение и модовое преобразование, зависящие от параметра сдвига и отличающиеся по характеру от направления сдвига.

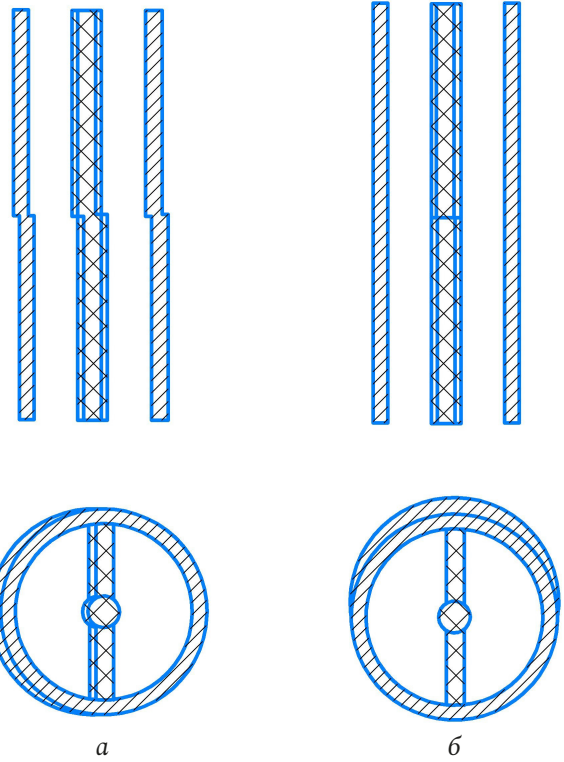


Рис. 3. Исследуемые в работе нерегулярности: а – сдвиг волноводящего тракта по оси X ; б – сдвиг волноводящего тракта по оси Y

Fig. 3. The irregularities studied in the work are: a – the shift of the waveguide path along the X axis; b – the shift of the waveguide path along the Y axis

Модель для исследования нерегулярностей типа сдвиг в двух плоскостях, разработанная для программы 3D-симуляции высокочастотных структур, приведена на рис. 3. Мы ограничили исследования только двумя осями, поскольку другие смещения можно проанализировать на базе указанных.

Стоит оговориться, что указанные типы нерегулярностей в реальных условиях могут встречаться одновременно с другими видами, такими как зазор или поворот плоскости поляризации. При этом в работе указанные нерегулярности специально рассмотрены независимо друг от друга, что позволяет выявить природу и характер каждой из них.

С практической точки зрения исследование физической стороны процессов, возникающих на нерегулярности, позволяет расширить диапазон применений волноводной линии. Например, результаты работы о диэлектрическом волноводе, работающем в режиме неизлучения [13], показали эффективное применение волноводных линий с нерегулярностью для возбуждения определенных мод в многослойных структурах.

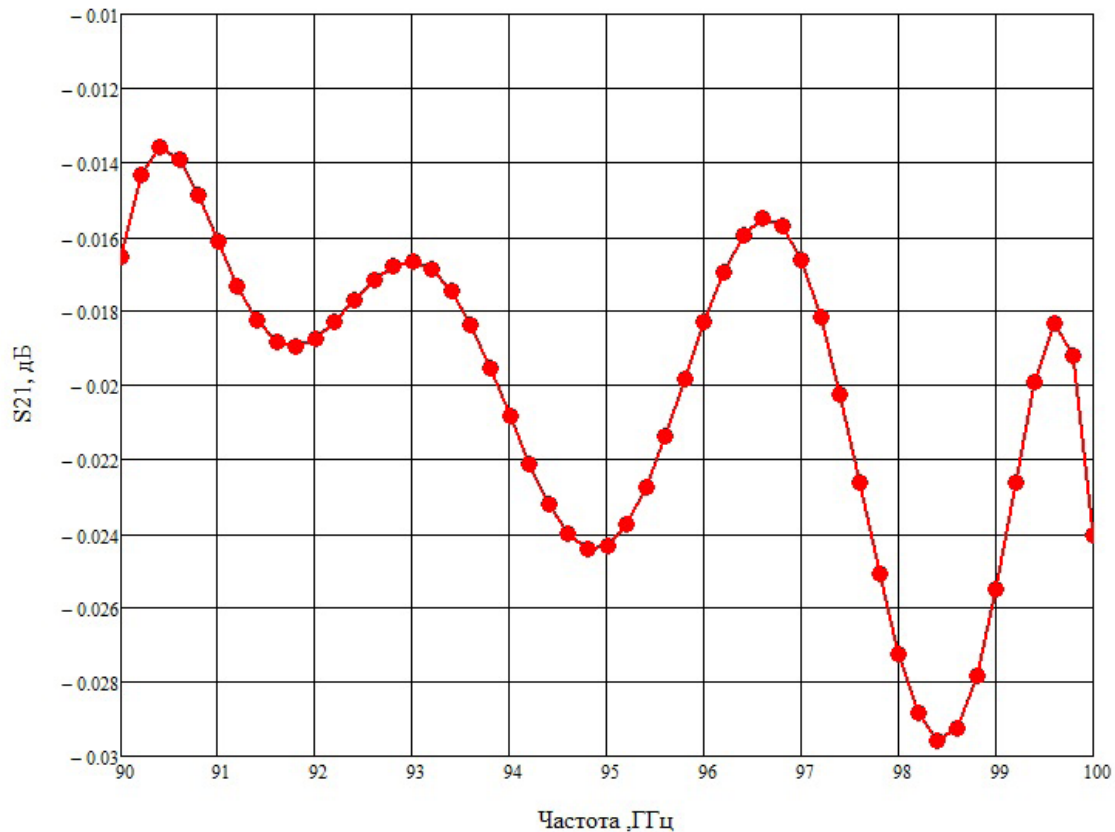


Рис. 4. Передаточная характеристика исследуемой волноводной линии без нерегулярностей
 Fig. 4. Transfer characteristic of the waveguide line under study without irregularities

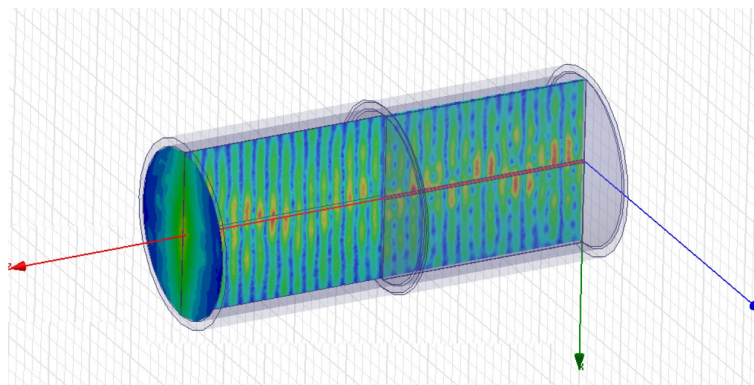


Рис. 5. Распределение поля в металлодиэлектрическом волноводном тракте с нерегулярностью типа сдвиг по оси X на частоте 93 ГГц
 Fig. 5. Field distribution in a metal-dielectric waveguide path with an irregularity of the X -axis shift type at a frequency of 93 GHz

При помощи численного эксперимента производится количественный и качественный анализ потерь в функциональном узле. Выявления закономерностей воздействия величин нерегулярностей на характеристики экранированного диэлектрического волновода происходит на основании сравнения S_{12} нерегулярной участка линии с участком без дефекта, рис. 4. Адекватность работы численного эксперимента для диэлектрических, экранированных ДВ и полужакрытых ДВ была подтверждена физическим экспериментом в работе [14], где результаты численного и физиче-

ского эксперимента в большей части не отклонялись друг от друга более 5 %.

2. Нерегулярность типа сдвиг по оси X волноведущего тракта

Нерегулярность типа сдвига волноведущего тракта по оси X представлена на рис. 5, а также распределение поля на частоте 93 ГГц. При прохождении волны через нерегулярный участок энергия поля ослабевает, но также сосредоточена в цилиндрическом стержне и прилегающих пластинах. Переотражения от сдвига образуют обратную

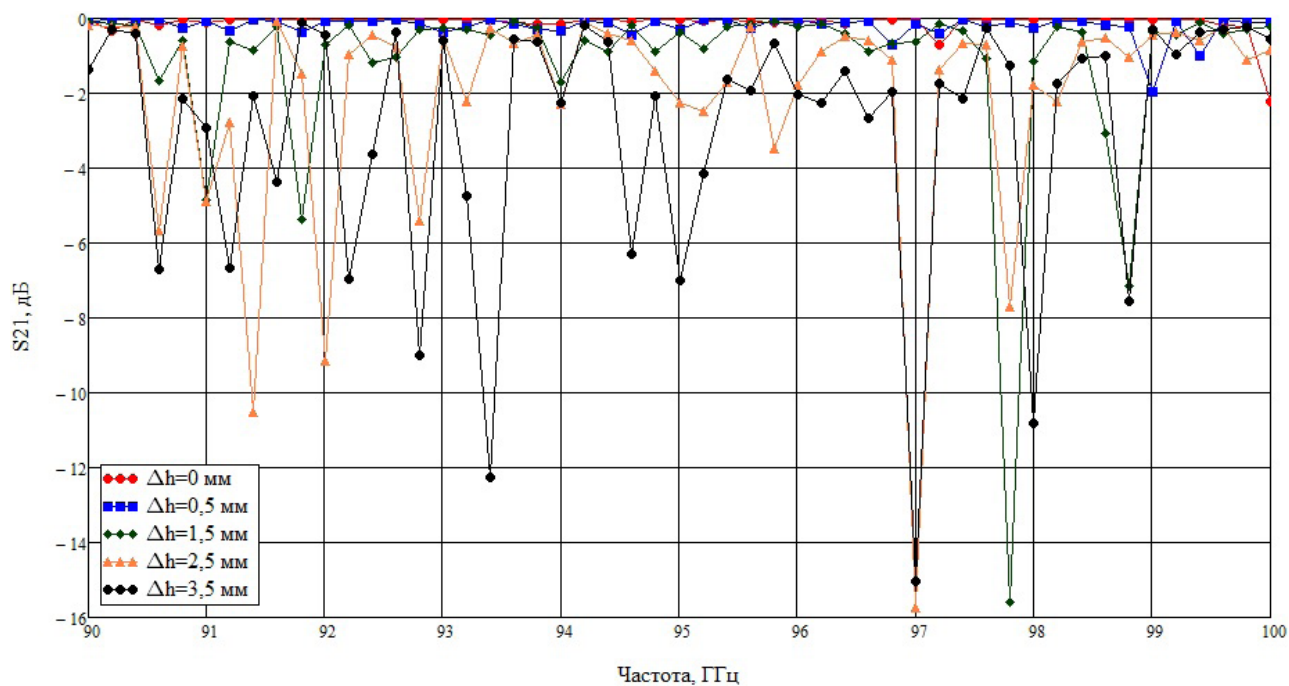


Рис. 6. Передаточная характеристика металлодиэлектрического волноводного тракта с нерегулярностью типа сдвиг
Fig. 6. Transfer characteristic of a metal-dielectric waveguide path with a shift-type irregularity

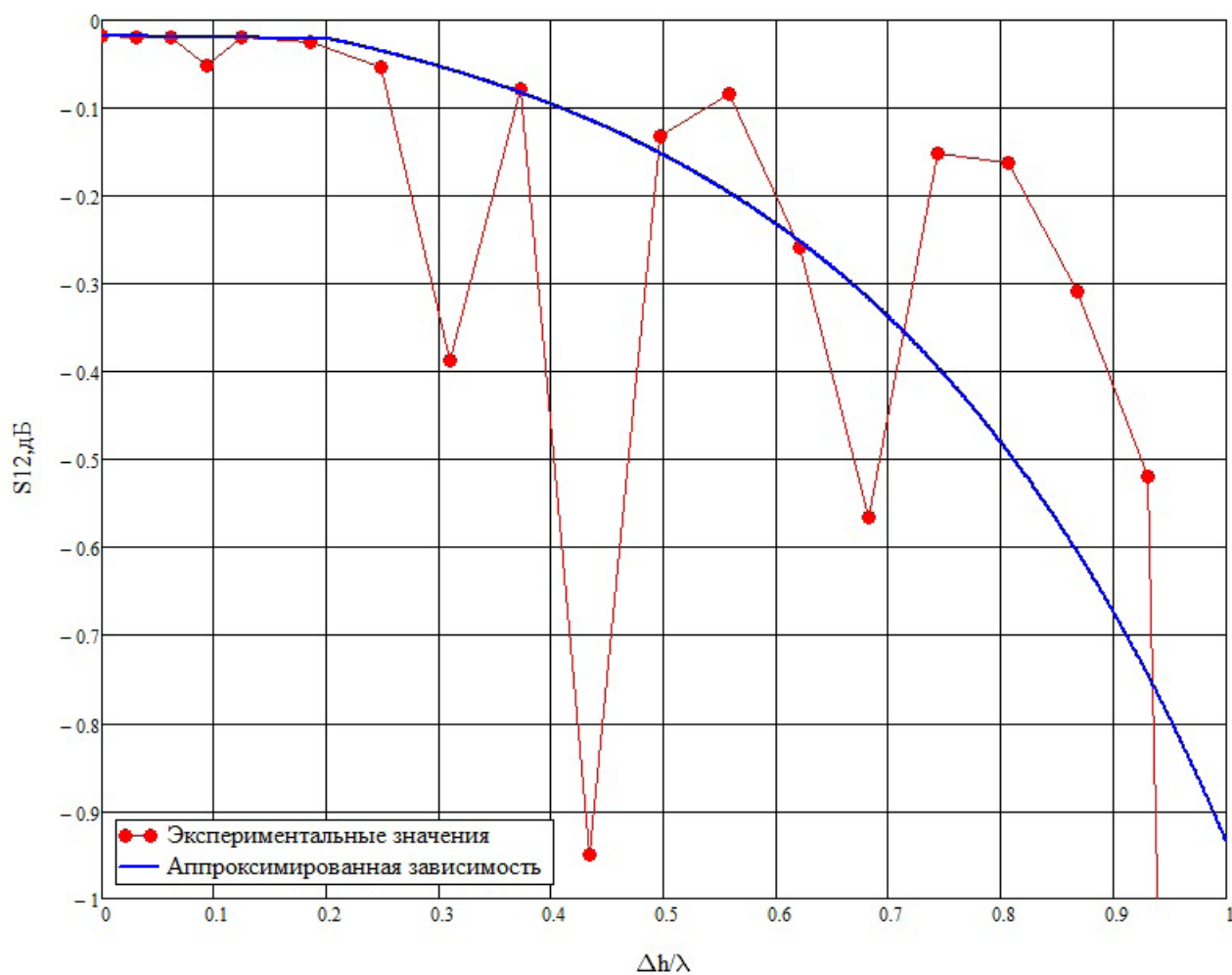


Рис. 7. Зависимость передаточной характеристики от относительной величины сдвига
Fig. 7. Dependence of the transfer characteristic on the relative magnitude of the shift

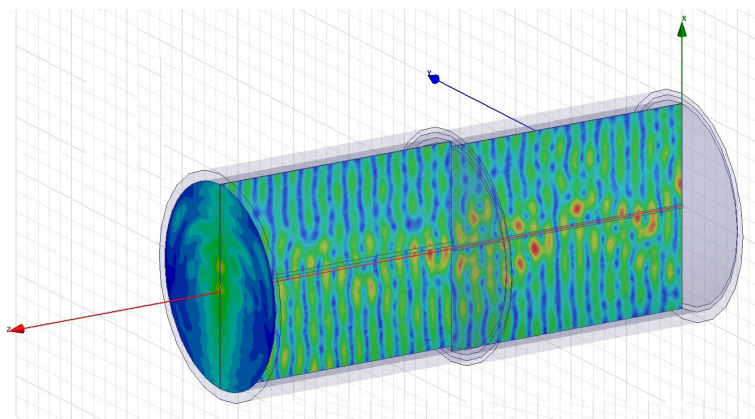


Рис. 8. Распределение поля в металлodieлектрическом волноводном тракте с нерегулярностью типа сдвиг по оси Y на частоте 93 ГГц
 Fig. 8. Field distribution in a metal-dielectric waveguide path with an irregularity of the Y -axis shift type at a frequency of 93 GHz

волну, которая изменяет форму падающей волны. Также дефект приводит к формированию высших мод. Согласно работе [15], увеличение потерь при сдвиге связано с процессами, в большей степени порожденными диэлектрической природой.

Характер зависимостей S_{12} от частоты приведен на рис. 6. Из графиков видно, что передаточная характеристика при малых сдвигах $\Delta h = 0,5$ мм монотонна и близка к значениям передаточной характеристики тракта без нерегулярности.

Ослабление передаточной функции в таком случае не превышает значений в 0,5 дБ и возрастает до 2 дБ в конце частотного диапазона. При большем увеличении сдвига появляются провалы S_{12} и ее зависимость приобретает колебательный характер. Пиковые значения провалов достигают -16 дБ и смещаются в область меньших частот.

Зависимость S_{12} от величины относительного сдвига $\Delta h/\lambda$ отображена на рис. 7. Из графика следует, что на отрезке от 0 до $0,2\lambda$ характеристика имеет линейный характер и может быть описана формулой

$$S_{21}(h) = ah + b, \quad (10)$$

где коэффициенты $a = -0,018$ и $b = -0,018$.

Вне этого участка характеристика приобретает пульсирующий, колебательный характер и аппроксимация усложняется.

Вследствие этого рассмотрен участок до λ , что накладывает дополнительные требования к точности производства. Указанное допущение позволяет аппроксимировать зависимость экспонентой в диапазоне от $0,2\lambda$ до λ :

$$S_{21}(h) = ae^{bh} + c, \quad (11)$$

где коэффициенты $a = -0,05$, $b = 3$ и $c = 0,07$.

3. Нерегулярность типа сдвиг по оси Y волноведущего тракта

Нерегулярность типа сдвиг волноведущего тракта по оси Y представлена на рис. 8, а также распределение поля на частоте 93 ГГц. Протекание волны через нерегулярный участок сильно деформирует структуру поля, возникают колебания высших мод. При этом основная часть энергии поля сосредоточена в области диэлектрического цилиндрического стержня и значительно ослабевает к его краям.

Опираясь на работу [16], можно сказать, что основной вклад в ослабление S_{12} вносят потери, вызванные диэлектрической природой.

Характер зависимостей S_{12} от частоты приведен на рис. 9. Из графиков видно, что передаточная характеристика монотонна и имеет меньше провалов, чем в случае со сдвигом по оси X , которые наблюдаются в начале и середине рассматриваемого диапазона частот. Последнее говорит о большей фазовой стабильности волновода. Пиковые значения провалов достигают меньших величин, -13,5 дБ.

На рис. 10 отмечена характеристика S_{21} волноведущего тракта от относительной величины сдвига. Из графика следует, что при величине зазора до $0,16\lambda$ характеристика может быть описана выражением

$$S_{21}(h) = ah + b, \quad (12)$$

где коэффициент $a = -0,08$, а коэффициент $b = -0,018$. При увеличении сдвига характеристика становится нестабильной и изрезанной, что затрудняет ее точное и приближенное описание. При грубой оценке экспериментальных значений S_{21} следует линейное поведение. Выборка значе-

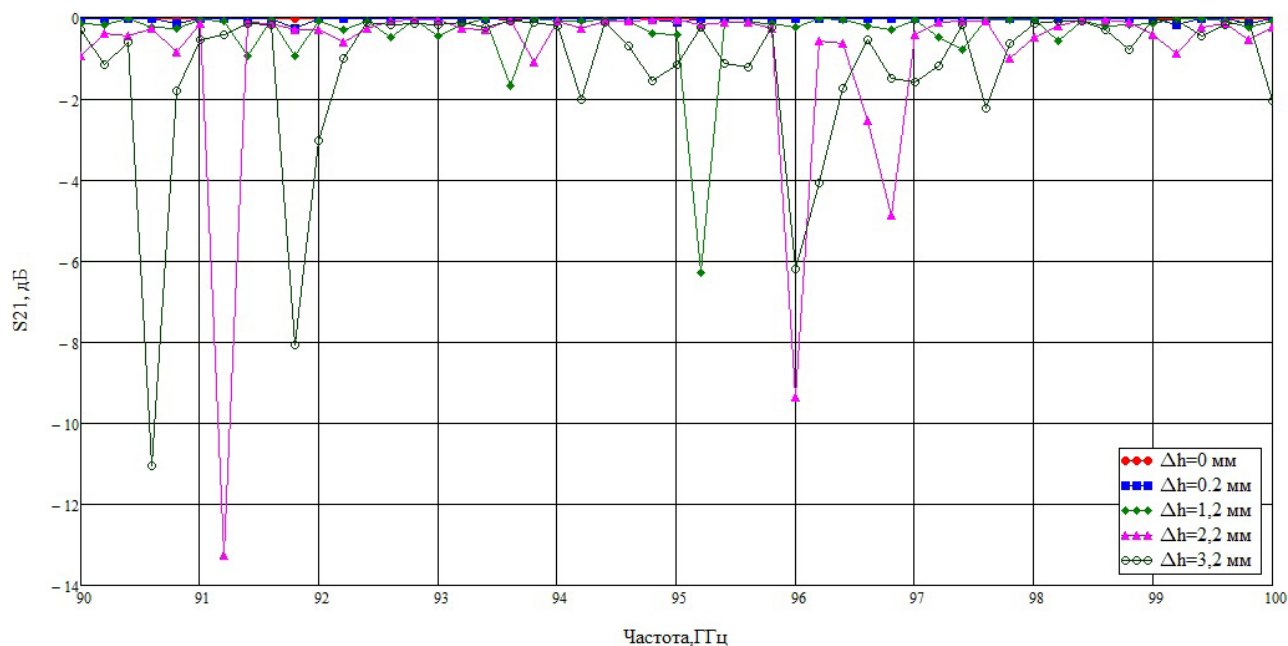


Рис. 9. Передаточная характеристика металлодиэлектрического волноводного тракта с нерегулярностью типа сдвиг
Fig. 9. Transfer characteristic of a metal-dielectric waveguide path with a shift-type irregularity

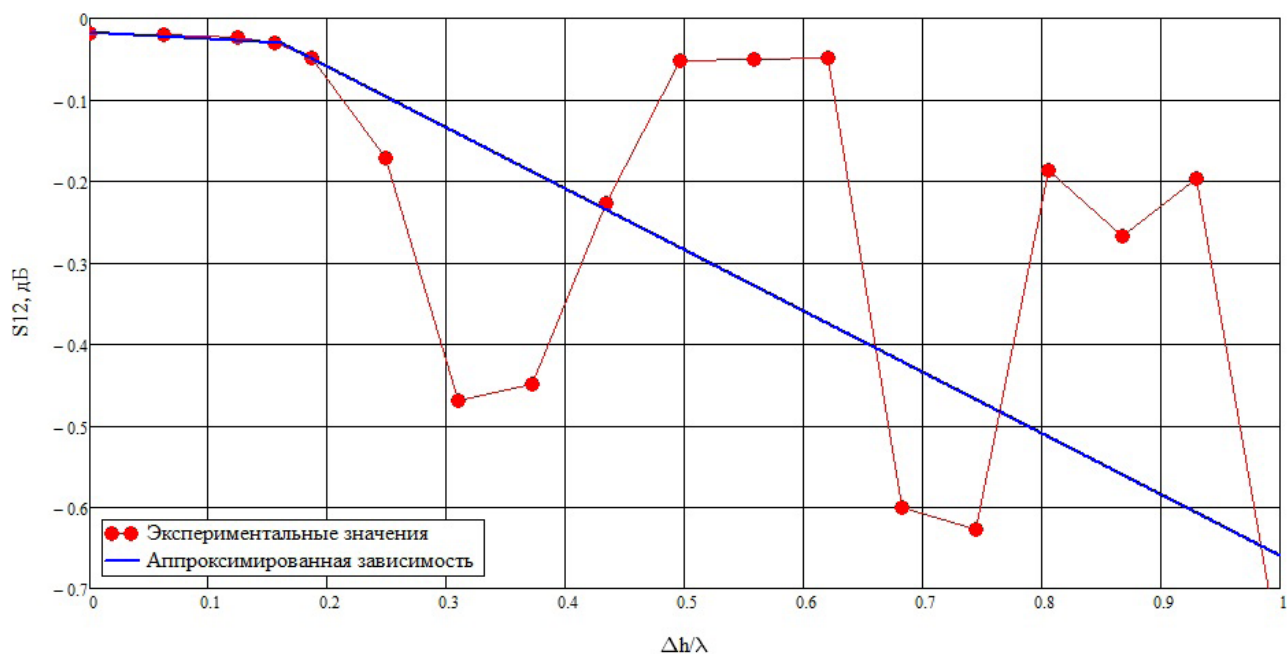


Рис. 10. Зависимость передаточной характеристики от относительной величины сдвига
Fig. 10. Dependence of the transfer characteristic on the relative magnitude of the shift

ний осуществлялась тем же способом, что и в предыдущем разделе.

4. Результаты

1. Были выявлены основные физические принципы возникновения потерь в регулярной металлодиэлектрической волноводной линии передачи, большинство из которых связано с формированием фазового распределения волн вблизи

нерегулярности, что при интерференции искажает структуру поля и повышает потери в линии.

2. В результате исследования было выявлено, что характер зависимостей S_{12} от ширины зазора носит строго линейный характер в пределах от 0 до $0,2\lambda$ для случая со сдвигом по оси X и до $0,18\lambda$ для случая со сдвигом по оси Y , близкий к линейному вне этого участка.

3. При увеличении ширины сдвига больше $0,2\lambda$ появляется изрезанность передаточной характе-

ристики S_{12} , вызванная фазовым набегом отраженной волны относительно падающей. Линейная зависимость носит приближенный характер, и с ростом зазора погрешность увеличивается.

4. Наибольшие потери наблюдаются при сдвиге по оси X и составляют 16 дБ. Для случая сдвига по оси Y они незначительно ниже и равны 13,5 дБ.

5. Для нерегулярностей всех рассматриваемых типов характерны потери на преобразование моды и возникновение неустойчивости передаточной характеристики, вызванное фазовым распределением волн в области нерегулярности и последующей их интерференцией.

Заключение

Полученные в ходе работы зависимости передаточных характеристик металлодиэлектриче-

ского волновода от величины нерегулярности показали, что с увеличением сдвига наблюдается рост потерь, вызванных модовым преобразованием волны и ее переотражением от нерегулярного участка. Указанные явления вносят дополнительные ограничения при сборке и стыковке волноводных функциональных узлов на экранированном диэлектрическом волноводе. Так, при сдвиге более чем на $0,2\lambda$ передаточная характеристика уменьшается больше чем на 0,1 дБ. Наиболее «опасный» сдвиг наблюдается в поперечной плоскости и приобретает экспоненциальную зависимость.

Опираясь на результаты работы, авторы рекомендуют использовать бесстыковую технологию изготовления для решения задач канализации слабых сигналов.

Список литературы

1. Автоматизированное проектирование ферритовых циркуляторов на сосредоточенных элементах / В.Н. Бородин [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2020. Т. 23, № 4. С. 74–84. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.4.74-84>
2. Лебедев И.В. Техника и приборы СВЧ. М.: Высшая школа, 1970. 440 с.
3. Металлодиэлектрический экранированный волновод с малыми потерями для диапазона частот 90–100 ГГц / В.В. Крутских [и др.] // Вестник Концерна ВКО «Алмаз – Антей». 2021. Т. 8, № 9. С. 7–14. DOI: <https://doi.org/10.38013/2542-0542-2021-2-7-14>
4. Расчет спектров волн экранированных волноводов с произвольным диэлектрическим заполнением с помощью модифицированного метода Галеркина и метода частичных областей / С.А. Капустин [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2020. Т. 23, № 1. С. 20–31. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.1.20-31>
5. Ichinose K., Kuroki F. A consideration on velocity detection using NRD guide pulse radar at 60 GHz // 2011 China-Japan Joint Microwave Conference. 2011. P. 1–4.
6. Reduction of range finding error in NRD guide pulse radar system at 60GHz / F. Kuroki [et al.] // 2009 European Radar Conference (EuRAD). 2009. P. 266–269.
7. Волобуев А.Н., Антипова Т.А., Адыширин-Заде К.А. Особенности расчета киральной среды в зависимости от концентрации киральных элементов // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2021. Т. 24, № 2. С. 22–31. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2021.24.2.22-31>
8. Раевский С.Б., Капустин С.А., Раевский А.С. Интегральные представления в краевых задачах о расчете устройств СВЧ- и КВЧ-диапазонов // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2020. Т. 23, № 4. С. 8–18. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.4.8-18>
9. Банков С.Е., Курушин А.А. HFSS Ansoft. Электродинамическое моделирование сложных СВЧ-структур. М.: Солон-Пресс, 2006. 256 с.
10. Отражение волн от подвижного упругого слоя в многомодовом волноводе / Е.С. Устинова [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2021. Т. 24, № 2. С. 73–78. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2021.24.2.73-78>
11. Агаян Ю.М. Теоретическое и экспериментальное исследование резких нерегулярностей в диэлектрических волноводах: дис. ... канд. техн. наук. М., 1974. 163 с.
12. Широкополосный металлодиэлектрический волноводный тракт с малыми потерями КВЧ-диапазона / В.В. Крутских [и др.] // Ракетно-космическое приборостроение и информационные системы. 2021. Т. 8, № 3. С. 89–98. DOI: <https://doi.org/10.30894/issn2409-0239.2021.8.3.89.98>
13. Al Attari J.A. Innovative millimeter-wave components based on mixed substrate integrated dielectric-metallic waveguides: Thèse de doctorat. Montréal, 2013. 119 p. URL: <https://publications.polymtl.ca/1165/>
14. Шевченко В.В. Прохождение волн через неоднородный участок неэкранированной направляющей системы: дис. ... канд. физ.-мат. наук. М., 1964. 236 с.
15. Минкара М.С. Многомодовые прямоугольные диэлектрические волноводы и резонаторы КВЧ-диапазона: автореф. дис. ... канд. техн. наук. М., 2015. 20 с.
16. Analysis of inhomogeneously dielectric filled cavities coupled to dielectric-loaded waveguides: Application to the study of NRD-guide components / J.A. Monsoriu [et al.] // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. 2004. Vol. 52, no. 7. P. 1693–1701. DOI: <https://doi.org/10.1109/TMTT.2004.830484>

Информация об авторах

Крутских Владислав Викторович, 1979 г. р. (г. Тамбов), кандидат технических наук, доцент кафедры основ радиотехники Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова Национального исследовательского университета «МЭИ», г. Москва, Россия. Окончил МЭИ(ТУ) в 2002 г. Защитил диссертацию кандидата технических наук в 2005 г. Имеет более 80 научных работ.

Область научных интересов: диэлектрические и металлодиэлектрические волноводы и узлы на их базе, датчики и системы измерений, измерительные комплексы систем интернета вещей.

E-mail: KrutskichVV@mpei.ru

Ушков Андрей Николаевич, 1999 г. р. (г. Москва), студент Национального исследовательского университета «МЭИ», г. Москва, Россия. Имеет научные труды в области полужанрированных диэлектрических волноводов.

Область научных интересов: диэлектрические и металлодиэлектрические волноводы и узлы на их базе, датчики и системы измерений.

E-mail: UshkovAN@mpei.ru

Черников Антон Иванович, 1992 г. р. (г. Ставрополь), ассистент кафедры основ радиотехники Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова Национального исследовательского университета «МЭИ», г. Москва, Россия.

Область научных интересов: диэлектрические и металлодиэлектрические волноводы и узлы на их базе, датчики и системы измерений.

E-mail: ChernikovAI@mpei.ru

Завитаев Денис Олегович, 2000 г. р. (г. Москва), студент Национального исследовательского университета «МЭИ», г. Москва, Россия.

Область научных интересов: диэлектрические и металлодиэлектрические волноводы и узлы на их базе, датчики и системы измерений.

E-mail: ZavitaevDO@mpei.ru

Мирзоян Артавазд Эдуардович, 1990 г. р. (г. Москва), аспирант Национального исследовательского университета «МЭИ», г. Москва, Россия. Окончил НИУ МЭИ, защитив магистерскую диссертацию в 2013 г. Имеет научные труды в области полужанрированных диэлектрических волноводов.

Область научных интересов: диэлектрические и металлодиэлектрические волноводы и узлы на их базе, датчики и системы измерений, измерительные комплексы систем интернета вещей.

E-mail: MirzoyanAE@mpei.ru

Physics of Wave Processes and Radio Systems 2023, vol. 26, no. 2, pp. 48–57

DOI 10.18469/1810-3189.2023.26.2.48-57
UDC 621.372.825
Original Research

Received 2 December 2022
Accepted 9 January 2023
Published 30 June 2023

The effect of docking defects on a metal-dielectric shielded waveguide in the EHF frequency range

Vladislav V. Krutskikh, Andrey N. Ushkov, Anton I. Chernikov,
Denis O. Zavitaev, Artavazd E. Mirzoyan

National Research University «Moscow Power Engineering Institute»
14, Krasnokazarmennaya Street,
Moscow, 111250, Russia

Abstract – Background. To improve the accuracy of navigation and radar systems, functional nodes of the EHF wavelength range are used. At the same time, an increase in the operating frequency increases the requirements for the accuracy of manufacturing and docking devices. Analysis of the propagation of electromagnetic waves, subject to the presence of defects in the waveguide paths, will allow determining sufficient manufacturing accuracy and evaluating physical processes in an irregular area. **Aim.** The aim of this work was to study the effect of sharp irregularities on the characteristics of the digital twin of a broadband shielded dielectric waveguide operating in the frequency range from 90 to 100 GHz. **Methods.** Using a numerical experiment, two variants of irregularity were investigated. They are presented in the form of displacement of sections of shielded dielectric waveguides in the vertical and horizontal planes. **Results.** According to the values of the transfer characteristic of the waveguide path, the regularities of the attenuation of the electromagnetic wave energy from the magnitude of the irregularity are revealed and the permissible manufacturing accuracy is proposed. **Conclusion.** To solve the problems of sewerage of weak signals, the authors recommend using a non-jointed manufacturing technology.

Keywords – irregularity; shielded dielectric waveguide; small losses; engineering calculation; regular lines; shift.

References

1. V. N. Borodin et al., “Automated design of ferrite circulators on lumped elements,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 23, no. 4, pp. 74–84, 2020, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.4.74-84>. (In Russ.)
2. I. V. Lebedev, *Technique and Microwave Devices*. Moscow: Vysshaya shkola, 1970. (In Russ.)
3. V. V. Krutskikh et al., “Low-loss shielded metal-dielectric waveguide for 90–100 GHz frequency range,” *Vestnik Kontserna VKO «Almaz – Antey»*, vol. 8, no. 9, pp. 7–14, 2021, doi: <https://doi.org/10.38013/2542-0542-2021-2-7-14>. (In Russ.)
4. S. A. Kapustin et al., “Calculation of wave spectra of screened waveguides with arbitrary dielectric filling using the modified Galerkin method and the partial domain method,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 23, no. 1, pp. 20–31, 2020, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.1.20-31>. (In Russ.)
5. K. Ichinose and F. Kuroki, “A consideration on velocity detection using NRD guide pulse radar at 60 GHz,” *2011 China-Japan Joint Microwave Conference*, pp. 1–4, 2011.
6. F. Kuroki et al., “Reduction of range finding error in NRD guide pulse radar system at 60GHz,” *2009 European Radar Conference (EuRAD)*, pp. 266–269, 2009.
7. A. N. Volobuev, T. A. Antipova, and K. A. Adyshirin-Zade, “Peculiarities of the calculation of a chiral environment depending on the concentration of chiral elements,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 24, no. 2, pp. 22–31, 2021, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2021.24.2.22-31>. (In Russ.)
8. S. B. Raevskiy, S. A. Kapustin, and A. S. Raevskiy, “Integral representations in boundary value problems on the calculation of microwave and EHF devices,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 23, no. 4, pp. 8–18, 2020, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.4.8-18>. (In Russ.)
9. S. E. Bankov and A. A. Kurushin, *HFSS Ansoft. Electrodinamic Modeling of Complex Microwave Structures*. Moscow: Solon-Press, 2006. (In Russ.)
10. E. S. Ustinova et al., “Reflection of waves from a moving elastic layer in a multimode waveguide,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 24, no. 2, pp. 73–78, 2021, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2021.24.2.73-78>. (In Russ.)
11. Yu. M. Agayan, *Theoretical and Experimental Study of Sharp Irregularities in Dielectric Waveguides*: dis. ... cand. tech. sciences. Moscow, 1974, 163 p. (In Russ.)
12. V. V. Krutskikh et al., “Broadband metal-dielectric waveguide path with low losses in the EHF range,” *Raketno-kosmicheskoe priborostroyeniye i informatsionnye sistemy*, vol. 8, no. 3, pp. 89–98, 2021, doi: <https://doi.org/10.30894/issn2409-0239.2021.8.3.89.98>. (In Russ.)
13. J. A. Al Attari, *Innovative Millimeter-Wave Components Based on Mixed Substrate Integrated Dielectric-Metallic Waveguides*: Thèse de doctorat. Montréal, 2013, 119 p. URL: <https://publications.polymtl.ca/1165/>
14. V. V. Shevchenko, *The Passage of Waves Through an Inhomogeneous Section of an Unshielded Guide System*: dis. ... cand. phys.-math. sciences. Moscow, 1964, 236 p.
15. M. S. Minkara, *Multimode Rectangular Dielectric Waveguides and EHF Resonators*: avtoref. dis. ... cand. tecn. sciences. Moscow, 2015, 20 p. (In Russ.)
16. J. A. Monsoriu et al., “Analysis of inhomogeneously dielectric filled cavities coupled to dielectric-loaded waveguides: Application to the study of NRD-guide components,” *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 52, no. 7, pp. 1693–1701, 2004, doi: <https://doi.org/10.1109/TMTT.2004.830484>.

Information about the Authors

Vladislav V. Krutskikh was born in 1979 (Tambov), Candidate of Technical Sciences, associate professor of the Department of Fundamentals of Radio Engineering of the V.A. Kotelnikov Institute of Radio Engineering and Electronics, National Research University «Moscow Power Engineering Institute», Moscow, Russia. Graduated from MPEI (TU) in 2002. Defended his thesis of Candidate of Technical Sciences in 2005. He has more than 80 scientific papers.

Research interests: dielectric and metal-dielectric waveguides and nodes based on them, sensors and measurement systems, measuring complexes of Internet of things systems.

E-mail: KrutskikhVV@mpei.ru

Andrey N. Ushkov was born in 1999 (Moscow), student of the National Research University «Moscow Power Engineering Institute», Moscow, Russia. He has scientific works in the field of semi-shielded dielectric waveguides.

Research interests: dielectric and metal-dielectric waveguides and assemblies based on them, sensors and measurement systems.

E-mail: UshkovAN@mpei.ru

Anton I. Chernikov was born in 1992 (Stavropol), assistant of the Department of Fundamentals of Radio Engineering of the V.A. Kotelnikov Institute of Radio Engineering and Electronics, National Research University «Moscow Power Engineering Institute», Moscow, Russia.

Research interests: dielectric and metal-dielectric waveguides and nodes based on them, sensors and measurement systems, measuring complexes of Internet of things systems.

E-mail: ChernikovAI@mpei.ru

Denis O. Zavitaev was born in 2000 (Moscow), student of the National Research University «Moscow Power Engineering Institute», Moscow, Russia.

Research interests: dielectric and metal-dielectric waveguides and assemblies based on them, sensors and measurement systems.

E-mail: ZavitaevDO@mpei.ru

Artavazd E. Mirzoyan was born in 1990 (Moscow), postgraduate student of the National Research University «Moscow Power Engineering Institute», Moscow, Russia. He graduated from the NRU MPEI, having defended his master's thesis in 2013. He has scientific works in the field of semi-shielded dielectric waveguides.

Research interests: dielectric and metal-dielectric waveguides and nodes based on them, sensors and measurement systems, measuring complexes of Internet of things systems.

E-mail: MirzoyanAE@mpei.ru

Влияние случайных погрешностей формирования полей на точность измерения коэффициентов прохождения и отражения материалов и покрытий

Е.С. Емельянов , О.Е. Кирьянов, В.А. Понькин

Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия»
394064, Россия, г. Воронеж,
ул. Старых Большевиков, 54а

Аннотация – Обоснование. Одной из характерных особенностей современного этапа развития военной техники является широкое применение специальных конструкционных материалов и покрытий, обладающих заданными свойствами взаимодействия с электромагнитными полями, которые подлежат измерению в процессе производства и эксплуатации. Чаще всего измерения проводятся в квазиплоских полях облучения и приема. При этом закономерности влияния случайных погрешностей формирования плоских полей на точность измерения характеристик специальных конструкционных материалов и покрытий изучены недостаточно. **Цель.** Целью настоящей работы является установление количественных закономерностей влияния случайных фазовых погрешностей формирования плоских полей на ошибки измерения коэффициентов прохождения и отражения материалов и покрытий. **Методы.** Исследования влияния случайных фазовых погрешностей формирования плоских полей облучения и приема сигналов на точность измерения коэффициентов прохождения и отражения объектов проведены с использованием методов математического моделирования и статистической радиотехники. **Результаты.** Получены расчетные соотношения для оценки величины ошибок измерения коэффициентов прохождения и отражения. **Заключение.** При небольших погрешностях и малом интервале пространственной корреляции ошибки измеряемых средних значений коэффициентов прохождения и отражения пропорциональны погрешностям формирования полей облучения и приема и относительной величине интервала пространственной корреляции. Для обеспечения измерений коэффициентов прохождения и отражения с точностью 15 % при малом интервале пространственной корреляции фазовая погрешность формирования полей не должна превышать 22 град.

Ключевые слова – случайные погрешности формирования плоского поля; точность измерения; коэффициент прохождения; коэффициент отражения.

Введение

Одной из характерных особенностей современного этапа развития военной техники является широкое применение специальных конструкционных материалов и покрытий, обладающих заданными свойствами взаимодействия с электромагнитными полями (ЭМП), которые подлежат измерению в процессе производства и эксплуатации.

При этом наиболее актуальными являются вопросы создания средств измерения и экспериментального исследования коэффициентов прохождения (КП) и отражения (КО) материалов и покрытий, рассмотрению которых посвящена обширная литература [1–6].

Вопросы точности измерения КП и КО применительно к наиболее перспективному методу радиоволнового контроля в свободном пространстве наиболее полно рассмотрены в [6].

Для оценки информационных возможностей средств измерения КП и КО в [6] разработана система математических моделей, позволяющих оценивать влияние на точность измерения техни-

ческих характеристик составных элементов и измерительных устройств.

Вместе с тем общие закономерности влияния случайных погрешностей формирования плоских полей на точность измерения КП и КО изучены недостаточно.

Целью настоящей статьи является установление количественных закономерностей влияния случайных фазовых погрешностей формирования плоских полей на ошибки измерения КП и КО.

1. Постановка задачи

Расчет КП и КО осуществляется на основе результатов прямых измерений амплитуды и фазы, рассеянных ЭМП по формулам [6]:

$$|K_{np}| = \frac{A_{np}}{A_{nad}}, \quad \varphi_{K_{np}} = \varphi_{np} - \varphi_{nad}, \quad (1)$$

$$|K_{omp}| = \frac{A_{omp}}{A_{nad}}, \quad \varphi_{K_{omp}} = \varphi_{omp} - \varphi_{nad}, \quad (2)$$

где $|K_{np}|$, $|K_{omp}|$ и $\varphi_{K_{np}}$, $\varphi_{K_{omp}}$ – модули и фазы амплитудных коэффициентов прохождения и от-

ражения материала; A_{np} , A_{omp} , A_{nad} и φ_{np} , φ_{omp} , φ_{nad} – амплитуды и фазы прошедшего отраженно-го и падающего ЭМП.

В действительности, в соответствии с принципами построения измерительных устройств, формирование и регистрация полей ЭМП предполагает использование в системах радиоволнового контроля (РВК) протяженных (реальных или синтезированных) антенн, размеры которых значительно превосходят длину волны. Поэтому наиболее реалистические модели для определения КП и КО можно представить в виде интегралов, описывающих интегрирование соответствующих ЭМП по области измерения $S_{изм}$ (т. е. по области облучения или по области приема ЭМП). Ввиду однообразия формул, описывающих прошедшее, отраженное и падающее поля, ограничимся записью формул для одного из них. Например, комплексная амплитуда падающего поля может быть записана в виде

$$\dot{E}_{nad0} = \int_{S_{изм}} A_{nad}(\mathbf{p}) e^{j\psi(\mathbf{p})} d\mathbf{p}, \quad \mathbf{p} = \{x, y\}. \quad (3)$$

Подобным образом могут быть представлены прошедшее и отраженное ЭМП.

Далее, если ограничиться рассмотрением влияния случайных фазовых погрешностей, выражение (3) можно записать как

$$\dot{E} = \int_{S_{изм}} A(\mathbf{p}) e^{j\psi(\mathbf{p})} e^{jk\varphi(\mathbf{p})} d\mathbf{p}, \quad (4)$$

где $A(\mathbf{p})$ и $\varphi(\mathbf{p})$ – амплитудное и фазовое распределение поля в отсутствие ошибок формирования ЭМП; $\varphi(\mathbf{p})$ – случайная функция распределения фазы; $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число; λ – длина волны.

При наличии случайных погрешностей формирования КП и КО являются случайными функциями и для их анализа необходимо применение их статистических характеристик. Поэтому далее рассмотрим их подробно.

2. Вычисление среднего значения

Оценим среднее значение КП по мощности

$$\langle K_{np\ m} \rangle = \frac{\langle |\dot{E}_{np}|^2 \rangle}{\langle |\dot{E}_{nad}|^2 \rangle}, \quad (5)$$

где $\langle |\dot{E}_{np}|^2 \rangle$ и $\langle |\dot{E}_{nad}|^2 \rangle$ можно представить в однообразном виде. Например,

$$\langle |\dot{E}_{np}|^2 \rangle = \iint_{S_{изм}} A_{np}(\mathbf{p}_1) A_{np}(\mathbf{p}_2) e^{j[\varphi(\mathbf{p}_1) - \varphi(\mathbf{p}_2)]} \times \times \left\langle e^{jk[\varphi_{np}(\mathbf{p}_1) - \varphi_{np}(\mathbf{p}_2)]} \right\rangle d\mathbf{p}_1 d\mathbf{p}_2. \quad (6)$$

Выражение в $\langle \rangle$ скобках является характеристической функцией [7]:

$$\left\langle e^{jk[\varphi_{np}(\mathbf{p}_1) - \varphi_{np}(\mathbf{p}_2)]} \right\rangle = e^{-k^2 \sigma_{np}^2 [1 - r_{np}(\Delta\mathbf{p})]}, \quad (7)$$

где $r_{np}(\mathbf{p})$ – коэффициент корреляции случайных флюктуаций фазы принимаемого прошедшего поля, σ_{np}^2 – дисперсия флюктуаций, $\Delta\mathbf{p} = \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2$.

Количественные оценки средних значений КП и КО можно получить лишь в крайних случаях.

Так, в случае коррелированных флюктуаций, когда интервал корреляции значительно превышает размеры области измерений

$$\Delta_{np}^2 \gg S_{изм}, \quad (8)$$

$r(\Delta\mathbf{p})$ в (7) можно положить равным единице:

$$r(\Delta\mathbf{p}) = 1. \quad (9)$$

В этом случае из (5), (7), (9) следует, что при наличии коррелированных случайных фазовых погрешностей формирования прошедшего, отраженного и падающего ЭМП средние значения КП и КО по мощности совпадают со своими значениями КП и КО, измеренными при отсутствии случайных погрешностей:

$$\langle K_{np\ m} \rangle = K_{np\ m}, \quad \langle K_{ко\ m} \rangle = K_{ко\ m}. \quad (10)$$

В случае когда интервал корреляции мал:

$$\Delta_{np}^2 \ll S_{изм}, \quad (11)$$

оценки средних значений КП и КО можно получить при небольших фазовых погрешностях:

$$k^2 \sigma_{np}^2 \ll 1. \quad (12)$$

Это позволяет характеристическую функцию (7) разложить в ряд, ограничиться двумя первыми членами ряда.

При принятых ограничениях интеграл (6) можно приближенно представить в виде

$$\langle |\dot{E}_{np}|^2 \rangle \approx (1 - k^2 \sigma_{np}^2) |\dot{E}_{np\ o}|^2 + + k^2 \sigma_{np}^2 \iint_{S_{изм}} A_{np}(\mathbf{p}_1) A_{np}(\mathbf{p}_2) \times \times e^{j[\varphi(\mathbf{p}_1) - \varphi(\mathbf{p}_2)]} r_{np}(\Delta\mathbf{p}) d\mathbf{p}_1 d\mathbf{p}_2. \quad (13)$$

Далее, если предположить, что в интеграле (13) $r(\Delta\mathbf{p})$ является «быстрой» функцией с миниму-

мом в точке $\Delta \mathbf{p} = 0$, то (13) с учетом (7) можно приближенно преобразовать как

$$\begin{aligned} \left\langle \left| \dot{E}_{np} \right|^2 \right\rangle &\approx (1 - k^2 \sigma_{np}^2) \left| \dot{E}_{npo} \right|^2 + \\ &+ k^2 \sigma_{np}^2 \int_{S_{изм}} A_{np}^2(\mathbf{p}) d\mathbf{p} \int_{-\infty}^{\infty} r_{np}(\mathbf{p}) d\mathbf{p}. \end{aligned} \quad (14)$$

Например, при гауссовом коэффициенте корреляции

$$r_{np}(\Delta \mathbf{p}) = e^{-\frac{(\Delta \mathbf{p})^2}{2\Delta_{np}^2}} \quad (15)$$

интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{|\mathbf{p}|^2}{2\Delta_{np}^2}} d\mathbf{p} = 2\pi \Delta_{np}^2. \quad (16)$$

Таким образом, при принятых допущениях (11), (12) квадрат модуля полей облучения и приема измеряемого объекта приближенно можно представить в виде

$$\left\langle \left| \dot{E}_i \right|^2 \right\rangle \approx \left| \dot{E}_{io} \right|^2 \left\{ 1 - k^2 \sigma_{i\phi}^2 + 2\pi k^2 \sigma_{i\phi}^2 \frac{\Delta_i^2}{S_{изм}} \right\}, \quad (17)$$

$i = 1, 2, 3$,

где индексы $i = 1, 2, 3$ относятся к характеристикам прошедшего, отраженного и падающего ЭМП.

Из полученных соотношений следует, что при симметричных характеристиках измерительной установки $\sigma_i^2 = \sigma_j^2$ и $\Delta_i^2 = \Delta_j^2$, $i, j = 1, 2, 3$ средние значения КП и КО по мощности при наличии небольших случайных фазовых погрешностей формирования измерительных полей (11), (12) совпадают со своими значениями КП и КО, измеренными при отсутствии случайных погрешностей.

3. Оценка ошибок измерения КП и КО

Измеряемые коэффициенты прохождения и отражения $\bar{y}$ при влиянии случайных погрешностей формирования полей по существу являются отношением двух случайных величин x_1 и x_2 :

$$\bar{y} = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_2}.$$

Полагая, что случайные величины x_1 и x_2 являются независимыми, погрешность оценки их отношения, в соответствии с теорией переноса ошибок [8], равна

$$D[\bar{y}] = \frac{\bar{x}_1^2}{\bar{x}_2^2} \left[\frac{D[x_1]}{\bar{x}_1^2} + \frac{D[x_2]}{\bar{x}_2^2} \right]. \quad (18)$$

С учетом вышеприведенных вычислений, наиболее просто можно оценить дисперсии ошибок измерения КП и КО по амплитуде (1), (2).

Заметим, что первый сомножитель в (18) является вычисленным выше при вычислении соответствующих коэффициентов прохождения и отражения по мощности. Дисперсии $D[x_1]$ и $D[x_2]$ в (18) могут быть определены в результате вычислений, подобных вышеприведенным при выводе формул (14)–(17).

Так, выражения для оценки дисперсии измеренных прошедшего и отраженного полей

$$D[\dot{E}_{np}] \approx \left| \dot{E}_{npo} \right|^2 2\pi k^2 \sigma_{np\phi}^2 \frac{\Delta_{np}^2}{S_{изм}}, \quad (19)$$

$$D[\dot{E}_{omp}] \approx \left| \dot{E}_{ompo} \right|^2 2\pi k^2 \sigma_{omp\phi}^2 \frac{\Delta_{omp}^2}{S_{изм}}. \quad (20)$$

Таким образом, объединяя результаты вышеприведенных вычислений, получим:

$$D[K_{np}] \approx \quad (21)$$

$$\begin{aligned} &\frac{\left| \dot{E}_{npo} \right|^2 \left[1 - k^2 \sigma_{np\phi}^2 + 2\pi k^2 \sigma_{np\phi}^2 \frac{\Delta_{np}^2}{S_{изм}} \right]}{\left| \dot{E}_{nado} \right|^2 \left[1 - k^2 \sigma_{nado\phi}^2 + 2\pi k^2 \sigma_{nado\phi}^2 \frac{\Delta_{nado}^2}{S_{изм}} \right]} \times \\ &\times \left\{ \frac{2\pi k^2 \sigma_{np\phi}^2 \frac{\Delta_{np}^2}{S_{изм}}}{\left[1 - k^2 \sigma_{np\phi}^2 + 2\pi k^2 \sigma_{np\phi}^2 \frac{\Delta_{np}^2}{S_{изм}} \right]} + \right. \\ &\left. + \frac{2\pi k^2 \sigma_{nado\phi}^2 \frac{\Delta_{nado}^2}{S_{изм}}}{\left[1 - k^2 \sigma_{nado\phi}^2 + 2\pi k^2 \sigma_{nado\phi}^2 \frac{\Delta_{nado}^2}{S_{изм}} \right]} \right\}, \end{aligned}$$

$$D[K_{omp}] \approx \quad (22)$$

$$\begin{aligned} &\frac{\left| \dot{E}_{ompo} \right|^2 \left[1 - k^2 \sigma_{omp\phi}^2 + 2\pi k^2 \sigma_{omp\phi}^2 \frac{\Delta_{omp}^2}{S_{изм}} \right]}{\left| \dot{E}_{nad} \right|^2 \left[1 - k^2 \sigma_{nad\phi}^2 + 2\pi k^2 \sigma_{nad\phi}^2 \frac{\Delta_{nad}^2}{S_{изм}} \right]} \times \\ &\times \left\{ \frac{2\pi k^2 \sigma_{omp\phi}^2 \frac{\Delta_{omp}^2}{S_{изм}}}{\left[1 - k^2 \sigma_{omp\phi}^2 + 2\pi k^2 \sigma_{omp\phi}^2 \frac{\Delta_{omp}^2}{S_{изм}} \right]} + \right. \\ &\left. + \frac{2\pi k^2 \sigma_{nad\phi}^2 \frac{\Delta_{nad}^2}{S_{изм}}}{\left[1 - k^2 \sigma_{nad\phi}^2 + 2\pi k^2 \sigma_{nad\phi}^2 \frac{\Delta_{nad}^2}{S_{изм}} \right]} \right\} \end{aligned}$$

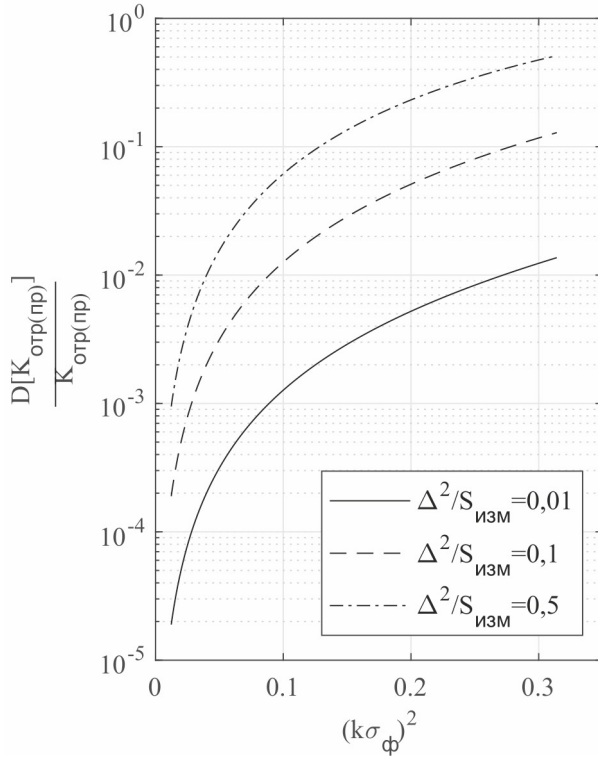


Рис. Зависимости относительных ошибок измерения коэффициентов пропускания $K_{пр}$ и отражения $K_{отр}$
Fig. Dependences of relative measurement errors of transmission $K_{пр}$ and reflection coefficients $K_{отр}$

$$+ \left\{ \frac{2\pi k^2 \sigma_{над\phi}^2 \frac{\Delta_{над}^2}{S_{изм}}}{1 - k^2 \sigma_{над\phi}^2 + 2\pi k^2 \sigma_{над\phi}^2 \frac{\Delta_{над}^2}{S_{изм}}} \right\}.$$

Упрощение громоздких выражений (21), (22) возможно при равных статистических характеристиках случайных флуктуаций прошедшего, отраженного и падающего ЭМП:

$$\sigma_{пр}^2 = \sigma_{отр}^2 = \sigma_{над}^2, \quad \Delta_{пр}^2 = \Delta_{отр}^2 = \Delta_{над}^2. \quad (23)$$

После простых преобразований (21), (22) с учетом (23) получим:

$$D[K_{пр}] \approx 4\pi K_{пр} M \frac{k^2 \sigma_{\phi}^2 \frac{\Delta_{\phi}^2}{S_{изм}}}{1 - k^2 \sigma_{\phi}^2 + 2\pi k^2 \sigma_{\phi}^2 \frac{\Delta_{\phi}^2}{S_{изм}}}, \quad (24)$$

$$D[K_{отр}] \approx 4\pi K_{отр} M \frac{k^2 \sigma_{\phi}^2 \frac{\Delta_{\phi}^2}{S_{изм}}}{1 - k^2 \sigma_{\phi}^2 + 2\pi k^2 \sigma_{\phi}^2 \frac{\Delta_{\phi}^2}{S_{изм}}}. \quad (25)$$

Графики зависимости относительных ошибок измерения коэффициентов пропускания $K_{пр}$ и отражения $K_{отр}$ приведены на рисунке. Из приведенных графиков следует, что для обеспечения измерений КП и КО с точностью 15÷20 % и при малом интервале пространственной корреляции случайных флуктуаций измеренных полей ($\Delta_{\phi}^2 / S_{изм} \leq 0,1$) фазовая погрешность формирования полей не должна превышать $\left(\frac{\pi}{8} \div \frac{\pi}{10}\right)$ рад.

Заключение

1. При наличии случайных погрешностей формирования полей облучения и приема электромагнитных полей возникают ошибки измерения средних значений коэффициентов прохождения (КП) и отражения (КО) объектов. Однако если случайные фазовые флуктуации полей описываются гауссовским законом распределения, являются центрированными и имеют равные дисперсии ($\sigma_{пр}^2 = \sigma_{отр}^2 = \sigma_{над}^2$) и интервалы пространственной корреляции ($\Delta_{пр\phi} = \Delta_{отр\phi} = \Delta_{над\phi}$), то измеряемые средние значения коэффициентов КП и КО при наличии случайных погрешностей совпадают со значениями КП и КО, измеренными при их отсутствии.

2. Вычисленные (при небольших погрешностях $k^2 \sigma^2 \ll 1$ и малом интервале пространственной корреляции $\Delta_{\phi}^2 < S_{изм}$) ошибки измеряемых средних значений КП и КО пропорциональны погрешностям формирования полей облучения и приема и относительной величине интервала пространственной корреляции (24), (25).

Для обеспечения измерений КП и КО с точностью 15÷20 % при малом интервале пространственной корреляции фазовая погрешность формирования полей не должна превышать $\left(\frac{\pi}{8} \div \frac{\pi}{10}\right)$ рад.

Список литературы

- ГОСТ 18353-79 Контроль неразрушающий. Классификация видов и методов. М.: Издательство стандартов, 1979. 12 с.
- Кириянов О.Е., Понькин В.А. Вопросы повышения информационных возможностей систем радиоволнового контроля радиотехнических характеристик слоистых объектов // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2009. Т. 12, № 4. С. 62–69.
- Матвеев В.И. Радиоволновой контроль. 2-е изд., испр. М.: Машиностроение, 2006. 832 с.
- Микроволновая термовлагодетерминация / П.А. Федюнин [и др.]; под общ. ред. П.А. Федюнина. М.: Машиностроение 1, 2004. 208 с.

5. Многопараметровые измерения структур сверхвысокочастотными волноводными методами / Д.А. Усанов [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2018. Т. 21, № 3. С. 12–17. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7012>
6. Беляев В.В., Кирьянов О.Е., Понькин В.А. Радиолокационные антенные и радиофизические измерения: монография. Воронеж: Научная книга, 2013. 319 с.
7. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Книга первая. М.: Сов. радио, 1969. 752 с.
8. Худсон Д. Статистика для физиков. М.: Мир, 1970. 296 с.

Информация об авторах

Емельянов Евгений Сергеевич, 1982 г. р., кандидат технических наук, заместитель начальника отдела НИИИ (РЭБ) Военного учебно-научного центра Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия», г. Воронеж, Россия.

Область научных интересов: разработка методов измерения радиолокационных характеристик объектов.

E-mail: cap_emela@mail.ru.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2836-1153>

Кирьянов Олег Евгеньевич, 1972 г. р., доктор технических наук, старший научный сотрудник, начальник управления НИИИ (РЭБ) Военного учебно-научного центра Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия», г. Воронеж, Россия.

Область научных интересов: математическое моделирование рассеяния электромагнитных волн на объектах сложной формы, измерения радиолокационных характеристик, обратные задачи дифракции.

E-mail: olegkir@inbox.ru

Понькин Виктор Архипович, 1942 г. р., доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник НИИИ (РЭБ) Военного учебно-научного центра Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия», г. Воронеж, Россия.

Область научных интересов: разработка методов пространственно-временной обработки радиолокационных и оптических сигналов.

E-mail: vaiu@mail.ru

Physics of Wave Processes and Radio Systems 2023, vol. 26, no. 2, pp. 58–63

DOI [10.18469/1810-3189.2023.26.2.58-63](https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.2.58-63)

UDC 621.396.67

Original Research

Received 22 November 2022

Accepted 22 December 2022

Published 30 June 2023

The accuracy of measuring the coefficients of transmission and reflection of materials in the presence of random errors in the formation of fields

Evgeny S. Emelyanov , *Oleg E. Kiryanov*, *Victor A. Ponkin*

Military Educational and Scientific Center of the Air Force «Air Force Academy»
54a, Staryh Bolshevikov Street,
Voronezh, 394064, Russia

Abstract – Background. One of the characteristic features of the current stage in the development of military equipment is the widespread use of special structural materials and coatings with specified properties of interaction with electromagnetic fields, which are subject to measurement during production and operation. Most often, measurements are carried out in quasi-flat radiation and reception fields. At the same time, the regularities of the influence of random errors in the formation of flat fields on the accuracy of measuring the characteristics of special structural materials and coatings have not been studied enough. **Aim.** The purpose of this work is to establish quantitative patterns of the influence of random phase errors in the formation of flat fields on the errors in measuring the transmission and reflection coefficients of materials and coatings. **Methods.** Studies of the influence of random phase errors in the formation of flat fields of irradiation and signal reception on the accuracy of measuring the transmission and reflection coefficients of objects were carried out using the methods of mathematical modeling and statistical radio engineering. **Results.** Calculation relations are obtained for estimating the magnitude of errors in measuring the transmission and reflection coefficients. **Conclusion.** With small errors and a small interval of spatial correlation, the errors of the measured average values of the transmission and reflection coefficients are proportional to the errors in the formation of the irradiation and reception fields and the relative value of the spatial correlation interval must exceed 22 degrees.

Keywords – random errors in the formation of a flat field; measurement accuracy; passing coefficient; reflection coefficient.

✉ cap_emela@mail.ru (Evgeny S. Emelyanov)

 © Evgeny S. Emelyanov et al., 2023

References

1. GOST 18353-79 Non-destructive testing. Classification of types and methods. Moscow: Izdatel'stvo standartov, 1979. (In Russ.)
2. O. E. Kir'yanov and V. A. Pon'kin, "Issues of Improving the Information Capabilities of Radio Wave Monitoring Systems for the Radio Technical Characteristics of Layered Objects," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 12, no. 4, pp. 62–69, 2009. (In Russ.)

3. V. I. Matveev, *Radio Wave Control*, 2nd ed. rev. Moscow: Mashinostroenie, 2006. (In Russ.)
4. P. A. Fedyunin et al., *Microwave Thermomoiature*, P. A. Fedyunin, Ed. Moscow: Mashinostroenie 1, 2004. (In Russ.)
5. D. A. Usanov et al., “Multiparameter measurements of structures by microwave waveguide methods,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 21, no. 3, pp. 12–17, 2018, url: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7012>. (In Russ.)
6. V. V. Belyaev, O. E. Kir'yanov, and V. A. Pon'kin, *Radar Antenna and Radiophysical Measurements: Monograph*. Voronezh: Nauchnaya kniga, 2013. (In Russ.)
7. B. R. Levin, *Theoretical Foundations of Statistical Radio Engineering. Book One*. Moscow: Sov. radio, 1969. (In Russ.)
8. D. Khudson, *Statistics for Physicists*. Moscow: Mir, 1970. (In Russ.)

Information about the Authors

Evgeny S. Emelyanov (b. 1982), Candidate of Technical Sciences, deputy head of the Research Institute, Military Educational and Scientific Center of the Air Force «Air Force Academy», Voronezh, Russia.

Research interests: development of methods for measuring the radar characteristics of objects.

E-mail: cap_emela@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2836-1153>

Oleg E. Kiryanov (b. 1972), Doctor of Technical Sciences, senior researcher, head of the Directorate of the Research Institute of Electronic Equipment, Military Educational and Scientific Center of the Air Force «Air Force Academy», Voronezh, Russia.

Research interests: mathematical modeling of the scattering of electromagnetic waves by complex objects, measurement of radar characteristics, inverse diffraction problems.

E-mail: olegkir@inbox.ru

Victor A. Ponkin (b. 1942), Doctor of Technical Sciences, professor, chief researcher of the Research Institute of Radio Engineering, Military Educational and Scientific Center of the Air Force «Air Force Academy», Voronezh, Russia.

Research interests: development of methods for spatio-temporal processing of radar and optical signals.

E-mail: vaiu@mil.ru

Практическая реализация пространственно-временной фильтрации спутниковых навигационных сигналов в реальном времени

Е.И. Глушанков¹ , В.И. Царик² 

¹ Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций
имени профессора М.А. Бонч-Бруевича
193232, Россия, г. Санкт-Петербург,
пр. Большевиков, 22, к. 1
² ООО «Эйртэго»
197375, Россия, г. Санкт-Петербург,
ул. Вербная, 27, литера А

Аннотация – Обоснование. Задача построения помехозащищенных приемников спутниковых навигационных сигналов является весьма актуальной в связи с повышенной уязвимостью таких сигналов к воздействию помех, количество источников которых постоянно растет. **Цель.** Построить пространственно-временной адаптивный фильтр и реализовать его работу в реальном времени в составе помехозащищенной спутниковой навигационной системы. **Методы.** На основе алгоритма пространственной обработки спутниковых сигналов получен пространственно-временной фильтр, приспособленный под реализацию в реальном времени. Описана аппаратура, выбранная для приема спутниковых навигационных сигналов, практической реализации алгоритма фильтрации и демодуляции обработанного сигнала. Проведено компьютерное моделирование фильтрации и демодуляции записей сигналов с использованием полученного алгоритма, а также эксперименты по обработке спутниковых сигналов с разным количеством внешних помех в реальном времени с использованием построенного помехозащищенного приемника. **Результаты.** В результате моделирования и испытаний построенной установки получены значения характеристик работы системы помехозащищенной навигации, соответствующие качественному решению задачи подавления помех в спутниковом навигационном сигнале. **Заключение.** Модель цифровой обработки, основанная на полученном пространственно-временном фильтре, адекватно описывает процесс подавления помех в реальном спутниковом сигнале. Полученный помехозащищенный приемник спутниковых навигационных сигналов работоспособен и может использоваться на практике.

Ключевые слова – спутниковая навигация; подавление помех; пространственно-временная фильтрация; ПЛИС; работа в реальном времени.

Введение

Сигналы глобальных спутниковых навигационных систем обладают повышенной уязвимостью к помехам различной природы ввиду своей слабой мощности вблизи поверхности Земли. Также в последние годы целенаправленное излучение помех начинает представлять все большую угрозу для нормального функционирования технических средств, работа которых полагается на спутниковые навигационные системы. Этим обуславливается высокая актуальность задачи построения помехозащищенных приемников спутниковых навигационных сигналов [1; 2].

Одним из часто используемых методов подавления помех является пространственно-временная фильтрация. Этот метод представляет собой обобщение техники пространственной обработки, увеличивающее количество степеней свободы цифрового фильтра путем добавления в процесс его построения расширенной временной состав-

ляющей сигнала. Данная методика позволяет более эффективно бороться с присутствующими в сигнале помехами, но при этом кратно увеличивает вычислительную сложность алгоритма фильтрации [3]. Вследствие этого практическая реализация пространственно-временных алгоритмов в реальном времени обычно осуществляется с использованием программируемых логических интегральных схем (ПЛИС) [2].

Целью данной работы являются построение пространственно-временного фильтра, его практическая реализация в реальном времени в ПЛИС в составе помехозащищенного навигационного приемника (ПНП) и проверка качества работы полученной спутниковой навигационной системы.

1. Постановка задачи фильтрации. Построение алгоритма обработки

Задача адаптивной пространственно-временной фильтрации спутниковых навигационных

сигналов имеет следующую постановку [4–6]. В горизонтальной плоскости расположена антенная решетка (АР) с N антенными элементами. Над решеткой находятся различные источники полезного сигнала (спутники) и помех. Приходящий на АР входной сигнал представляет собой аддитивную смесь полезного сигнала, помех и шума, причем уровень помехи выше уровня полезного сигнала, который, в свою очередь, выше уровня шума. Требуется построить адаптивный пространственно-временной фильтр, выходной сигнал которого будет представлять собой полезный сигнал, выделенный из смеси с помехой и шумом.

За основу пространственно-временного фильтра была взята следующая процедура пространственной обработки [7]. Пусть $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{C}^N$ – входной сигнал фильтра, определенный в дискретные моменты времени $t = 1, 2, \dots$, $x_1(t) \in \mathbb{C}$ – первый входной канал, $\tilde{\mathbf{x}}(t) \in \mathbb{C}^{N-1}$ – входной сигнал без первого канала. Тогда выходной сигнал $y(t) \in \mathbb{C}$ пространственного фильтра можно построить для всех t как

$$y(t) = x_1(t) + (\mathbf{w}(t), \tilde{\mathbf{x}}(t)), \quad (1)$$

где $(\cdot, \cdot)$ – скалярное произведение, $\mathbf{w}(t) = -\hat{R}^{-1}(t)\mathbf{r}(t)$ – веса фильтра, где $\hat{R}(t) = \tilde{\mathbf{x}}(t)\tilde{\mathbf{x}}^*(t)$ – выборочная оценка корреляционной матрицы входного сигнала; верхний индекс $*$ – эрмитово сопряжение; $\mathbf{r}(t) = \bar{x}_1(t)\tilde{\mathbf{x}}(t)$; $\bar{x}$ – число, комплексно сопряженное с x .

Фильтр (1) можно сделать пространственно-временным, если вместо $\tilde{\mathbf{x}}(t)$ использовать вектор, полученный конкатенацией векторов $\tilde{\mathbf{x}}(t)$, $\tilde{\mathbf{x}}(t+1)$, $\dots$, $\tilde{\mathbf{x}}(t+T-1)$ для некоторого натурального количества T временных отводов фильтра. Для того чтобы сделать построенную процедуру обработки более подходящей для реализации в ПЛИС, можно вычислять веса фильтра один раз в $K \in \mathbb{N}$ отсчетов с помощью накопленных суммированием матриц $\hat{R}_K$ и $\mathbf{r}_K$:

$$\mathbf{w}_K = -\hat{R}_K^{-1}\mathbf{r}_K, \quad (2)$$

$$\hat{R}_K = \sum_{t=1}^K \tilde{\mathbf{x}}(t)\tilde{\mathbf{x}}^*(t),$$

$$\mathbf{r}_K = \sum_{t=1}^K \bar{x}_1(t)\tilde{\mathbf{x}}^*(t).$$

Веса $\mathbf{w}_K$ применяются для вычисления выхода $y(t)$ для всех $t \in [1, K]$, а затем пересчитываются заново для каждого отрезка времени из K последовательных отсчетов. Такая модификация

позволяет уменьшить вычислительную нагрузку на систему и увеличить численную устойчивость операции обращения корреляционной матрицы и точность ее выборочного приближения [2].

2. Использованная аппаратура

Построенный пространственно-временной фильтр был реализован в ПНП, устроенном следующим образом. Входными сигналами ПНП служили спутниковые сигналы, принятые на активную АР, представляющую собой объединение в одном корпусе двух восьмиэлементных кольцевых эквидистантных АР с разными радиусами, соответствующими диапазонам L1 и L2. После прихода на АР спутниковые сигналы каждого из диапазонов проходили через каскад «полосовой фильтр (ПФ) – усилитель (У) – ПФ» и сумматор, после чего по кабелю передавались в ПНП. Сигнал, поступивший на вход ПНП, проходил через делитель мощности, после чего результирующие сигналы проходили через каскады «ПФ – У» и смесители, в которых смешивались с гетеродинами, соответствующими каждому из сигнальных диапазонов. Затем сигналы снова проходили через каскады «ПФ – У – ПФ» промежуточной частоты и аналого-цифровые преобразователи (АЦП), после чего подавались на вход ПЛИС AMD Xilinx Kintex UltraScale XCKU035, где выполнялась пространственно-временная обработка. После этого каждый из сигналов попадал в передающий тракт одного из двух трансиверов Analog Devices AD9463, где выполнялась демодуляция сигнала, который затем передавался на вход приемника u-blox ZED-F9P, где происходило решение навигационной задачи. Схема АР и ПНП представлена на рис. 1.

Для данной реализации время накопления K для выборочного приближения корреляционной матрицы было принято равным 1250 отсчетам при обработке сигнала GPS и 5000 отсчетам для сигналов ГЛОНАСС. Количество T временных отводов фильтра было принято равным 5.

В табл. 1 приведены данные об использовании алгоритма фильтрации, реализованного на ПЛИС, различных ее ресурсов. Рассматривались соответствующие значения для таких частей ПЛИС, как таблицы поиска (англ. lookup table, LUT), связанная с ними оперативная память (англ. LUTRAM), триггеры (англ. flip-flop, FF), блочная оперативная память (англ. BRAM) и блоки цифровой обработки сигналов (англ. digital signal processing, DSP).

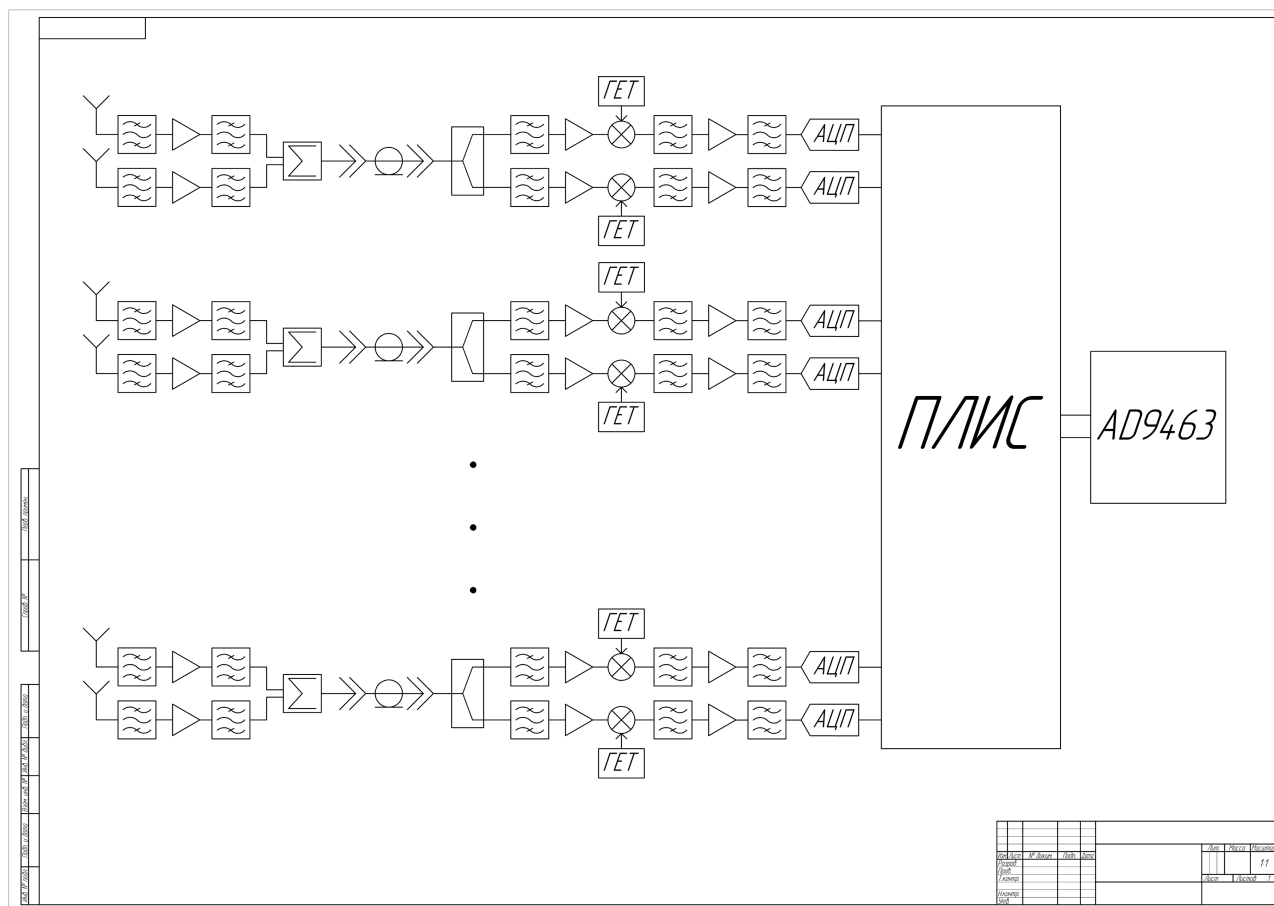


Рис. 1. Схема ПНП и АР

Fig. 1. Antenna array and jamming-protected navigational receiver scheme

Таблица 1. Использование алгоритма фильтрации ресурсов ПЛИС
Table 1. FPGA resources used by the filtering algorithm

Ресурс	Доступно	Использовано	Использовано, %
LUT	203128	185216	91,18
LUTRAM	112800	47142	41,79
FF	406256	368358	90,67
BRAM	540	405	75
DSP	1700	1435	84,41

Испытания системы приема и обработки спутниковых сигналов проводились применительно к сигналам GPS L1 и ГЛОНАСС L1 и L2. В качестве устройства генерации и излучения некоррелированных широкополосных помех использовалась плата трансивера (ПТ) с системой на кристалле AMD Xilinx Zynq UltraScale+ RFSoc, восемь АЦП и восемь цифро-аналоговыми преобразователями (ЦАП). При работе с сигналами GPS использовались помехи полосой 5 МГц с сигналами ГЛОНАСС – 20 МГц.

3. Эксперименты

Перед проведением испытаний алгоритм фильтрации был протестирован путем компьютерного моделирования с использованием записей сигналов GPS L1 с добавлением различного количества некоррелированных помех. При этом измерялись такие характеристики работы алгоритма фильтрации, как коэффициент подавления (КП) помехи, равный отношению мощностей входного и выходного сигналов [7], выраженному в децибелах, а также отношение сигнал/шум (ОСШ) в выходном

Таблица 2. Результаты моделирования и испытаний ПНП
 Table 2. Modeling and jamming-protected navigational receiver tests results

Количество помех	КП, дБ				ОСШ, дБ			
	GPS (модель)	GPS	ГЛОНАСС L1	ГЛОНАСС L2	GPS (модель)	GPS	ГЛОНАСС L1	ГЛОНАСС L2
1	70	54	44	52	37	39	41	42
2	70	51	38	50	36	40	38	41
3	69	50	34	46	39	41	33	42
4	69	48	29	40	43	38	32	40
5	67	40	26	36	38	36	32	37
6	67	38	22	30	41	35	30	35
7	64	35	20	27	38	33	29	34

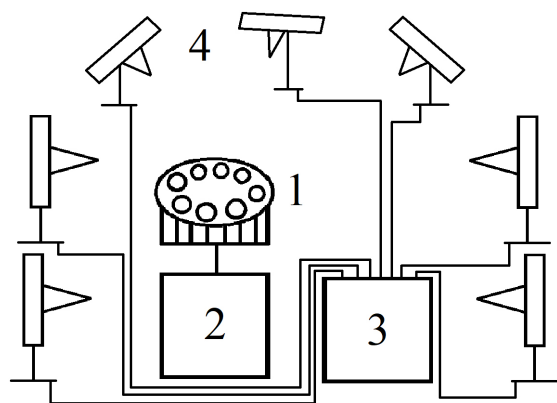


Рис. 2. Схема установки для испытаний. Обозначения: 1 – АР, 2 – ПНП, 3 – ПТ, 4 – излучающие антенны

Fig. 2. Tests setting scheme. Designations: 1 – antenna array, 2 – jamming-protected navigational receiver, 3 – transceiver circuit board, 4 – radiating antennae

сигнале. Цифровая фильтрация с измерением КП была реализована в виде обработки программой на языке C++. Значения ОСШ были получены в результате работы цифрового приемника спутниковых сигналов SoftGNSS [8], реализованного в среде MATLAB. Полученные значения характеристик работы модели приведены в табл. 2 в соответствующем столбце.

После моделирования были проведены испытания ПНП для сигналов всех типов и диапазонов с измерением тех же характеристик работы. Эксперименты по приему и обработке спутниковых сигналов проводились на крыше здания, под открытым небом. На расстоянии 3 м по кругу от ПНП с АР было размещено 7 излучающих антенн, равноудаленных друг от друга и подключенных к выходам ЦАП ПТ. Схема установки для испытаний изображена на рис. 2. Рассматривалось несколько сигнально-помеховых ситуаций, отличавшихся количеством излучаемых помех (от 1 до 7).

Во всех случаях после фильтрации через достаточно короткое время приемник входил в режим Fixed, то есть получал навигационное решение. Результаты испытаний приведены в табл. 2 в соответствующих столбцах.

Для каждой сигнально-помеховой ситуации проводилось по три эксперимента, в которых обрабатывались выборки длиной 10^5 , 10^6 и 10^7 отсчетов. Если задать желаемую точность как $\varepsilon = 10^{-5}$, то нетрудно убедиться, что выполняется неравенство

$$\frac{\varepsilon \sqrt{N_e}}{\sigma} \leq \tau(\alpha, v),$$

где $N_e = 3$ – количество экспериментов; $\sigma = 5,4745 \cdot 10^6$ – стандартное отклонение набора длин выборок; $\tau = 4,303$ – значение распределения Стьюдента при $\alpha = 0,95$, $v = N_e - 1$. Это означает, что данный набор длин выборок удовлетворяет критерию Стьюдента и является достаточным для получения достоверных результатов экспериментов [9].

Из результатов моделирования и экспериментов с ПНП можно сделать следующие выводы. В модельном случае построенный алгоритм пространственно-временной обработки позволяет получить достаточно большие значения КП и ОСШ, что говорит о хорошем качестве работы алгоритма в упрощенных модельных условиях. Значения КП, полученные при испытаниях ПНП, заметно ниже модельных данных, однако значения ОСШ при этом получились лишь незначительно ниже. В совокупности с фактом получения навигационного решения во всех экспериментах это означает, что построенный ПНП справляется с поставленной задачей. Также можно отметить, что динамика изменения значений КП в зависимости от ко-

личества помех в реальном и модельном случаях гораздо более схожая, чем аналогичная динамика изменения значений ОСШ.

Заключение

В данной работе было проведено построение адаптивного алгоритма пространственно-временной обработки спутниковых навигационных сигналов и описание его практической реализации в ПЛИС в составе ПНП, а также приведены

результаты моделирования работы полученного алгоритма и испытаний ПНП в различных сигнально-помеховых ситуациях. На основе результатов экспериментов были сделаны выводы о работоспособности и эффективности построенного алгоритма фильтрации как в модельном варианте, так и в составе реального ПНП, что позволяет рекомендовать использование данного алгоритма при создании систем помехозащищенной спутниковой навигации в будущем.

Список литературы

1. A survey on coping with intentional interference in satellite navigation for manned and unmanned aircraft / R. Morales-Ferre [et al.] // IEEE Communications Surveys & Tutorials. 2020. Vol. 22, no. 1. P. 249–291. DOI: <https://doi.org/10.1109/COMST.2019.2949178>
2. Xu H., Cui X., Lu M. An SDR-based real-time testbed for GNSS adaptive array anti-jamming algorithms accelerated by GPU // Sensors. 2016. Vol. 16, no. 3. P. 356. DOI: <https://doi.org/10.3390/s16030356>
3. Ястребов А., Мякинков А. Влияние способа размещения компенсационных каналов на качество подавления активных шумовых помех автокомпенсатором в радиолокаторе с антенной решеткой // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2014. Т. 17, № 1. С. 67–72.
4. Нечаев Ю., Пешков И. Исследование цифрового диаграммообразования для оптимального помехо- и шумоподавления в антенных решетках различной формы с направленными излучателями // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2022. Т. 25, № 2. С. 73–82. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.2.73-82>
5. Глушанков Е.И., Царик В.И. Анализ качества алгоритмов адаптивной пространственной и пространственно-частотной фильтрации сигналов в системах спутниковой навигации // Труды учебных заведений связи. 2022. Т. 8, № 3. С. 37–43. DOI: <https://doi.org/10.31854/1813-324X-2022-8-3-37-43>
6. Глушанков Е.И., Царик В.И. Прямые методы адаптации линейных и кольцевых антенных решеток в навигационных спутниковых системах // Известия высших учебных заведений России. Радиоэлектроника. 2023. Т. 26, № 1. С. 6–16. DOI: <https://doi.org/10.32603/1993-8985-2023-26-1-6-16>
7. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / под ред. А.И. Перова, В.Н. Харисова. 4-е изд. М.: Радиотехника, 2010. 800 с.
8. A Software-Defined GPS and Galileo Receiver: A Single-Frequency Approach / K. Borre [et al.]. Boston: Birkhäuser, 2007. 188 p.
9. Современный эксперимент: подготовка, проведение, анализ результатов / В.Г. Блохин [и др.]; под ред. О.П. Глудкина. М.: Радио и связь, 1997. 232 с.

Информация об авторах

Глушанков Евгений Иванович, доктор технических наук, профессор кафедры радиосистем и обработки сигналов Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций имени профессора М.А. Бонч-Бруевича, г. Санкт-Петербург, Россия.

Область научных интересов: методы обработки сигналов, помехоустойчивое кодирование, сигнально-кодовые конструкции.

E-mail: glushankov57@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4148-3208>

Царик Владимир Игоревич, магистр по направлению «Прикладная математика и информатика» (Санкт-Петербургский государственный университет, 2020 г.), соискатель ученой степени кандидата технических наук, ведущий инженер ООО «Эйртэго», г. Санкт-Петербург, Россия.

Область научных интересов: помехозащищенная спутниковая навигация.

E-mail: wladimirzarik@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3428-9976>

Physics of Wave Processes and Radio Systems 2023, vol. 26, no. 2, pp. 64–69

DOI [10.18469/1810-3189.2023.26.2.64-69](https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.2.64-69)

UDC 621.396.67

Original Research

Received 15 April 2023

Accepted 15 May 2023

Published 30 June 2023

Practical realization of space-time filtering of satellite navigation signals in real time

Yevgeniy I. Glushankov¹ , Vladimir I. Tsarik² 

¹ The Bonch-Bruевич Saint Petersburg State University of Telecommunications

22, bld. 1, Avenue Bolshevikov,
Saint Petersburg, 193232, Russia

² Airtago

27, Verbnaya Street,
Saint Petersburg, 197375, Russia

Abstract – Background. The problem of satellite navigation signals' jamming-protected receivers design is quite relevant due to the high vulnerability of such signals to the influence of interferences whose sources number is constantly increasing. **Aim.** To design a space-time adaptive filter and to implement its work in real-time as a part of jamming-protected satellite navigation system. **Methods.** The space-time filtering method fitted for the real-time realization is obtained based on the satellite signal space processing algorithm. The apparatus chosen for the satellite navigation signals reception, the filtering algorithm practical realization and the processed signal demodulation is described. The computer modeling of the signals records filtering and demodulation using the obtained algorithm as well as the real-time experiments in satellite signals processing with different numbers of outer jammers using the constructed jamming-protected receiver are carried out. **Results.** As a result of modeling and experiments with the designed set the values of performance characteristics of the jamming-protected navigation system are yielded which correspond to a good quality solution of the interference mitigation problem in a satellite navigation signal. **Conclusion.** The digital processing model based on the obtained space-time filter adequately describes the interference mitigation process in a real satellite signal. The obtained jamming-protected satellite navigation signal receiver is functional and can be used in practice.

Keywords – satellite navigation; interference mitigation; space-time filtering; FPGA; real-time performance.

✉ wladimirzarik@mail.ru (Vladimir I. Tsarik)

 © Yevgeniy I. Glushankov, Vladimir I. Tsarik, 2023

References

1. R. Morales-Ferre et al., "A survey on coping with intentional interference in satellite navigation for manned and unmanned aircraft," *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, vol. 22, no. 1, pp. 249–291, 2020, doi: <https://doi.org/10.1109/COMST.2019.2949178>.
2. H. Xu, X. Cui, and M. Lu, "An SDR-based real-time testbed for GNSS adaptive array anti-jamming algorithms acceler," *Sensors*, vol. 16, no. 3, pp. 356, 2016, doi: <https://doi.org/10.3390/s16030356>.
3. A. Yastrebov and A. Myakin'kov, "Influence of the method of placement of compensation channels on the quality of suppression of active noise interference by an auto-compensator in a radar with an antenna array," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 17, no. 1, pp. 67–72, 2014. (In Russ.)
4. Yu. Nechaev and I. Peshkov, "Study of digital beamforming for optimal interference and noise suppression in antenna arrays of various shapes with directional radiators," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 25, no. 2, pp. 73–82, 2022, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.2.73-82>. (In Russ.)
5. E. I. Glushankov and V. I. Tsarik, "Analysis of the quality of algorithms for adaptive spatial and spatial-frequency signal filtering in satellite navigation systems," *Trudy uchebnykh zavedeniy svyazi*, vol. 8, no. 3, pp. 37–43, 2022, doi: <https://doi.org/10.31854/1813-324X-2022-8-3-37-43>. (In Russ.)
6. E. I. Glushankov and V. I. Tsarik, "Direct methods for adapting linear and ring antenna arrays in navigation satellite systems," *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy Rossii. Radioelektronika*, vol. 26, no. 1, pp. 6–16, 2023, doi: <https://doi.org/10.32603/1993-8985-2023-26-1-6-16>. (In Russ.)
7. A. I. Perova and V. N. Kharisova, Eds., *GLONASS. Principles of Construction and Operation*. Moscow: Radiotekhnika, 2010. (In Russ.)
8. K. Borre et al., *A Software-Defined GPS and Galileo Receiver: A Single-Frequency Approach*. Boston: Birkhäuser, 2007.
9. V. G. Blokhin et al., *Modern Experiment: Preparation, Conduct, Analysis of Results*, O. P. Gludkin, Ed. Moscow: Radio i svyaz', 1997. (In Russ.)

Information about the Authors

Yevgeniy I. Glushankov, Doctor of Technical Sciences, professor of the Department of Radiosystems and Signal Processing, the Bonch-Bruевич Saint Petersburg State University of Telecommunications, Saint Petersburg, Russia.

Research interests: signal processing methods, error correction codes, signal-coding constructions.

E-mail: glushankov57@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4148-3208>

Vladimir I. Tsarik, Master Degree in Applied Mathematics and Computer Science (Saint Petersburg State University, 2020), leading engineer of Airtago LLC, Saint Petersburg, Russia.

Research interests: jamming-protected satellite navigation.

E-mail: wladimirzarik@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3428-9976>

К сведению авторов

В журнале «Физика волновых процессов и радиотехнические системы» могут быть опубликованы материалы, касающиеся оригинальных исследований и разработок, не публиковавшиеся ранее и не предназначенные для публикации в других изданиях. В зависимости от характера представляемых работ они классифицируются по следующим разделам: общая теория волновых процессов, математические методы в теории волновых процессов, вопросы анализа и синтеза радиотехнических устройств и систем, передача и обработка информации в радиотехнических системах, электродинамика и техника СВЧ и КВЧ, антенно-фидерные системы и распространение радиоволн, теория средств функциональной электроники, нелинейная электродинамика и хаос в радиотехнических системах, экологические и медико-биологические аспекты теории волновых процессов.

Все статьи проходят рецензирование и проверку в программе «Антиплагиат».

Материалы, сопровождаемые актом экспертизы о возможности опубликования, представляются в редакцию по почте и e-mail: klyuevd@yandex.ru). Текст статьи должен быть сохранен в формате **Microsoft Word**. Текст статьи печатается шрифтом **Times New Roman Cyr** (размер 14 пт) через 1,5 интервала на одной стороне стандартного листа формата А4. При использовании других TrueType шрифтов их необходимо прилагать в виде файлов.

Рисунки следует представлять только в виде файлов графических форматов **CDR, VSD, WMF** или **EPS** (векторная графика). Формат CDR предпочтительней. Текст на рисунках печатается шрифтом **Times New Roman Cyr** (размер 10 пт). В случае большой сложности рисунков допускается представление в виде графических форматов TIFF Bitmap и Windows Bitmap (растровая графика) и в виде распечатки на отдельных листах. Все рисунки должны быть приложены в виде отдельных графических файлов (для растровой графики – разрешением 600 dpi).

Все формулы, переменные, константы, а также размерности величин, содержащие надстрочные и(или) подстрочные символы, **в том числе и в рисунках**, должны быть набраны в редакторе формул **MathType 5**. Не допускается набор формул в текстовом виде без использования указанного редактора.

Один из двух экземпляров распечатки должен быть размечен по общепринятым правилам:

- во всех случаях, когда строчные и прописные буквы одинаковы по начертанию и отличаются только своими размерами (например, С и с, W и w и др.), необходимо подчеркивать прописные буквы двумя чертами снизу, а строчные – двумя чертами сверху;
- для различия между О (буквой) и 0 (нулем) букву О следует подчеркивать двумя чертами снизу;
- надстрочные знаки отчеркиваются дугой $\cup$, подстрочные – дугой $\cap$ (например, a_k ; a^k);
- индексы, являющиеся сокращениями от русских слов, поясняются отдельно (предпочтительно использование индексов с латинскими символами);
- греческие буквы подчеркиваются красным карандашом (например, β);
- матрицы подчеркиваются синим карандашом (например, $\underline{a}$);
- векторы обозначаются стрелками над буквами, усредненные величины – чертой сверху.

Внимание! Список литературы должен быть набран с соблюдением ГОСТ Р 7.0.5-2008 Библиографическая ссылка. Общие требования и правила составления.

– Статьи должны присылаться с указанием авторов, названия (обязательно), полного названия журнала, года, тома, номера или выпуска, страниц. Инициалы следуют после фамилии авторов, в качестве разделителя между страницами используется среднее тире без пробелов, например, 67–78:

Житнюк В.С., Мелков Г.А., Соловьев Д.А. Исследование включения полупроводникового диода в диэлектрический резонатор // Известия вузов. Радиоэлектроника. 1998. Т. 31. № 7. С. 76–79.

– Книги должны присылаться с указанием авторов, названия, места издания, названия издателя, года, количества страниц. Если авторов трое, то они указываются в начале библиографического описания (Иванов В.П., Архатов З.И., Пономарев С.С. Исследования...); если авторов больше трех, то сначала идет название книги или статьи, а затем через косую фамилия первого автора и слова «и др.» в квадратных скобках, т. е. Исследования... / С.С. Иванов [и др.]:

Кинг Р., Тай-Цзунь У. Рассеяние и дифракция электромагнитных волн / пер. с англ. Г.В. Воскресенского; под ред. Э.Л. Бурштейна. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1962. 195 с.

Полупроводники / С.С. Игнашевич [и др.]; под ред. К.Т. Андреева. СПб., 1978. 34 с.

Жилищное право: электрон. журн. 2007. № 1. URL: <http://www.gilpravo.ru> (дата обращения: 20.08.07).

– Патенты должны присылаться с указанием авторов, названия, номера патента, даты приоритета:

Патент 2003109213/09 (009761 Российская Федерация. Селективное экранирующее покрытие для защиты от электромагнитного излучения / А.А. Долбичкин, В.А. Неганов, О.В. Осипов; приоритет от 01.04.2003. 3 с.

Статья представляется в редакцию в двух экземплярах. Неразмеченный экземпляр распечатки должен быть подписан всеми авторами. Отдельно должен быть приложен реферат для ВИНИТИ в двух экземплярах.

Представленные материалы **обязательно** должны включать следующую информацию:

- индекс универсальной десятичной классификации (УДК);
- инициалы и фамилии авторов, ORCID (orcid.org) на русском и английском языках;
- название статьи на русском и английском языках;
- краткую аннотацию (100–200 слов) и ключевые слова на русском и английском языках;
- реферат для ВИНИТИ (в двух экземплярах);
- краткую (10–15 строк) творческо-биографическую справку, включающую фамилию, имя, отчество (полностью), ученую степень (звание, должность), область научных интересов;
- служебные и домашние адреса с обязательным указанием почтового индекса и номеров средств связи (телефон, e-mail).

При оформлении работ редакция просит руководствоваться приведенными ниже правилами:

- объем материала должен составлять не более 35 машинописных страниц формата А4, отпечатанных через полтора интервала;
- иллюстрации, таблицы выполняются в виде отдельного файла, нумерация проставляется только на распечатке. Обязательны названия на русском и английском языках;
- термины и определения, единицы физических величин, используемые в статье, должны соответствовать действующим ГОСТам;
- нумерация формул проставляется в круглых скобках, ссылки на использованные источники – в квадратных, сноски отмечаются звездочками.

Рукописи, в которых не соблюдены данные правила, возвращаются авторам без рассмотрения.

Редакция не ставит в известность авторов об изменениях и сокращениях рукописи, имеющих редакционный характер и не затрагивающих принципиальных вопросов.