

ISSN 1810-3189 (print)
ISSN 2782-294X (online)
Подписной индекс 72674

ФИЗИКА ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ И РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

**PHYSICS OF WAVE PROCESSES
AND RADIO SYSTEMS**

2025

**Том 28 | Vol. 28
Nº 2 | No. 2**

ФИЗИКА ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ И РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

PHYSICS OF WAVE PROCESSES AND RADIO SYSTEMS

Периодическое печатное издание, журнал
2025. Том 28, № 2 (110)

Журнал включен в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук.

Журнал включен в библиографические базы данных ВИНТИ (<http://www.viniti.ru>), ULRICH'S Periodical Directory (<http://www.ulrichsweb.com>), ПИНЦ (<https://www.elibrary.ru>) и DOAJ (<https://doaj.org>).

Учредители и издатели журнала:

федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева»
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики»

Главный редактор:

д.ф.-м.н., проф. *Клюев Д.С.*

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики (г. Самара, Россия)

Зам. главного редактора:

д.ф.-м.н., проф. *Ивахник В.В.*

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева (г. Самара, Россия)

Редакционная коллегия:

д.ф.-м.н., проф. *Бобрешов А.М.*

Воронежский государственный университет (г. Воронеж, Россия)

д.т.н., проф. *Бузов А.Л.*

АО «Самарское инновационное предприятие радиосистем» (г. Самара, Россия)

проф. *Ван Лил Э.*

Лёвенский католический университет (г. Лёвен, Бельгия)

доктор наук по физике, проф. *Грефе М.*

Технический университет Дармштадта (г. Дармштадт, Германия)

акад. РАН, д.ф.-м.н., проф. *Гуляев Ю.В.*

Институт радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова РАН (г. Москва, Россия)

д.т.н., проф. *Дмитриков В.Ф.*

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций
имени проф. М.А. Бонч-Бруевича (г. Санкт-Петербург, Россия)

член-корр. РАН, д.ф.-м.н., проф. *Иванов Д.В.*

Поволжский государственный технологический университет (г. Йошкар-Ола, Россия)

д.т.н., проф. *Кузаев Г.А.*

Норвежский университет естественных и технических наук (г. Тронхейм, Норвегия)

д.т.н., проф. *Мещанов В.П.*

ООО НПП «Ника-СВЧ» (г. Саратов, Россия)

д.т.н., проф. *Морозов Г.А.*

Казанский национальный исследовательский технический университет имени А.Н. Туполева (г. Казань, Россия)

д.т.н., проф. *Морозов О.Г.*

Казанский национальный исследовательский технический университет имени А.Н. Туполева (г. Казань, Россия)

д.ф.-м.н. *Нещерет А.М.*

АО «Самарское инновационное предприятие радиосистем» (г. Самара, Россия)

акад. РАН, д.ф.-м.н., проф. *Никитов С.А.*

Институт радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова РАН (г. Москва, Россия)

д.ф.-м.н., доц. *Осипов О.В.*

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики (г. Самара, Россия)

д.т.н., проф. *Пономарев Л.И.*

Московский авиационный институт (государственный технический университет) (г. Москва, Россия)

д.ф.-м.н., проф. *Потапов А.А.*

Институт радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова РАН (г. Москва, Россия)

лект. *Сидоров К.А.*

Кардиффский университет (г. Кардифф, Великобритания)

д.ф.-м.н., проф. *Чернокожин Е.В.*

Тель-Авивский университет (г. Тель-Авив, Израиль)

д.ф.-м.н., проф. *Черняков М.С.*

Бирмингемский университет (г. Бирмингем, Великобритания)

Ответственный секретарь:

д.ф.-м.н., доц. *Табаков Д.П.*

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики (г. Самара, Россия)

Выпускающий редактор: *Мурзинова Т.А.*

Лит. редактирование и корректура: *Мурзиновой Т.А.*

Информация на английском языке: *Стрельникова М.С.*

Компьютерный набор и верстка: *Градинарь И.М.*

Адрес редакции:

443010, Россия, Самарская обл., г. Самара, ул. Льва Толстого, д. 23

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, к. 342

Тел. (846) 339-11-21, e-mail: klyuevd@yandex.ru

URL: <https://journals.ssau.ru/pwp>

Адрес издателя:

443086, Россия, Самарская обл., г. Самара, Московское шоссе, д. 34, корп. 22а, 312б,

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева,

Центр периодических изданий Самарского университета.

Тел. (846) 334-54-06, e-mail: murzinova.tatjana@yandex.ru

Издается с 1998 г. Выходит 1 раз в квартал.

Издание зарегистрировано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий

и массовых коммуникаций, регистрационный номер серии ПИ № ФС 77-68199 от 27.12.2016

Подписной индекс 72674 в объединенном интернет-каталоге «Пресса России»



Все статьи распространяются по лицензии Creative Commons «Attribution» («Атрибуция»)

4.0 Всемирная. Для подробной информации посетите <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0>

© Самарский национальный исследовательский университет

имени академика С.П. Королева, 2025

© Поволжский государственный университет

телекоммуникаций и информатики, 2025

Подписано в печать 26.06.2025. Дата выхода в свет 30.06.2025

Формат 60 × 84/8. Бумага офсетная. Печать офсетная. Печ. л. 12

Цена свободная. 0+. Тираж 100 экз. Заказ №

Отпечатано с готового оригинала-макета в типографии Самарского университета

443086, Российская Федерация, г. Самара, Московское шоссе, 34.

URL: <https://ssau.ru/info/struct/otd/common/edit>

**FIZIKA VOLNOVYH PROCESSOV
I RADIOTEHNIČESKIE SISTEMY
PHYSICS OF WAVE PROCESSES
AND RADIO SYSTEMS**

Periodical Printed Publication, Journal

2025, vol. 28, no. 2 (110)

The journal is included by the Higher Attestation Commission into the List of leading scientific journals and publications in the Russian Federation, where basic scientific results of doctoral theses should be published (Bulletin of the Higher Attestation Commission of the Ministry of Education and Science).

The journal is included in bibliographic databases VINITI (<http://www.viniti.ru>), ULRICH'S Periodical Directory (<http://www.ulrichsweb.com>), RSCI (<https://www.elibrary.ru>), and DOAJ (<https://doaj.org>).

Journal Founders and Publishers

Samara National Research University

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics

Editor in Chief:

prof. *D.S. Klyuev*

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics (Samara, Russia)

Deputy Chief Editor:

prof. *V.V. Ivakhnik*

Samara National Research University (Samara, Russia)

Editorial Board:

prof. *A.M. Bobreshov*

Voronezh State University (Voronezh, Russia)

prof. A.L. Buzov

Samara Innovative Business Radio Systems (Samara, Russia)

prof. *M.S. Cherniakov*

University of Birmingham (Birmingham, UK)

prof. *E.V. Chernokozhin*

Tel Aviv University (Tel Aviv, Israel)

prof. *V.F. Dmitrikov*

The Bonch-Bruевич Saint Petersburg State University of Telecommunications (Saint Petersburg, Russia)

prof. *M. Gräfe*

Technical University of Darmstadt (Darmstadt, Germany)

academician of RAS, prof. *Yu.V. Gulyaev*

Institute of Radio Engineering and Electronics of the RAS (Moscow, Russia)

corresp. member of RAS, prof. *D.V. Ivanov*

Volga State University of Technology (Yoshkar-Ola, Russia)

prof. *G.A. Kouzaev*

Norwegian University of Science and Technology (Trondheim, Norway)

prof. *V.P. Meshchanov*

JSC NPP «Nika-SVCh» (Saratov, Russia)

prof. *G.A. Morozov*

Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI (Kazan, Russia)

prof. *O.G. Morozov*

Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI (Kazan, Russia)

A.M. Neshcheret

Samara Innovative Business Radio Systems (Samara, Russia)

academician of RAS, prof. *S.A. Nikitov*

Institute of Radio Engineering and Electronics of the RAS (Moscow, Russia)

asst. prof. *O.V. Osipov*

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics (Samara, Russia)

prof. *L.I. Ponomarev*

Moscow Aviation Institute (State Technical University) (Moscow, Russia)

prof. *A.A. Potapov*

Institute of Radio Engineering and Electronics of the RAS (Moscow, Russia)

PhD, lecturer *K.A. Sidorov*

Cardiff University (Cardiff, UK)

prof. *E. Van Lil*

KU Leuven (Leuven, Belgium)

Executive Editor:

asst. prof. *D.P. Tabakov*

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics (Samara, Russia)

Commissioning Editor: *T.A. Murzinova*

Proofreading: *T.A. Murzinova*

Language Editor: *M.S. Strelnikov*

Typesetting: *I.M. Gradinar*

Editorial Office: 23, L. Tolstoy St., Rm. 342, Samara, 443010, Samara Region, Russia

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatic.

Tel. (846) 339-11-21, e-mail: klyuevd@yandex.ru

URL: <https://journals.ssau.ru/index.php/pwp>

Publisher Office: 34, bldg. 22a, Moskovskoye shosse, rm. 312b,

Samara, 443086, Samara Region, Russia, Samara National Research University,

Center of Periodical Publications of Samara University.

Tel. (846) 334-54-06, e-mail: murzinova.tatjana@yandex.ru

Published since 1998. Frequency 1 time a quarter.

Edition is registered by The Federal Service for Supervision of Communications,
Information Technology, and Mass Media – PI № FS 77-68199 of 27.12.2016

Subscription index in the united internet-catalog «Press of Russia» 72674



All articles are licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 International License.

For more information, see <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0>

© Samara National Research University, 2025

© Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, 2025

Содержание

Андрей Николаевич Волобуев (3 июля 1947 г. – 13 ноября 2024 г.).....	7
Александр Львович Бузов (2 апреля 1960 г. – 15 мая 2025 г.).....	8
<i>Д.Н. Панин, О.В. Осипов, Ю.С. Мамошина</i> Метод приближенного аналитического расчета коэффициентов отражения электромагнитной волны от слоя неоднородного невзаимного кирального метаматериала с учетом дисперсии материальных параметров	9
<i>В.В. Яцышен, Г.А. Алмохаммад</i> Эллипсометрия одномерного фотонного кристалла с диэлектрическим и проводящим дефектами	16
<i>А.А. Айоринде, С.А. Адекола, И. Мовете</i> Сравнительный анализ криволинейных конфигураций антенны V-диполя	24
<i>Е.В. Аверина, К.В. Смусева, П.А. Токарев, Г.К. Усков</i> Влияние кросс-поляризации двухполяризационных антенных элементов на эргодическую пропускную способность многоканальной системы	40
<i>А.Д. Абрамов, Д.С. Ключев</i> Корреляционный метод обработки изображения микрорельефа поверхности для определения ее шероховатости	49
<i>Ю.Р. Буткевич, С.С. Логинов, Р.Р. Яруллин</i> Стенд полунатурного моделирования асинхронных радиосистем передачи информации.....	58
<i>В.П. Цветов, А.В. Графкин, А.С. Луканов</i> Вычислительная модель оценки эффективности систем многочастотной цифровой радиосвязи	65
<i>В.Р. Скрынский</i> Миллиметровые волны в системах связи как перспектива развития и применения робототехнических средств и комплексов.....	78
<i>В.Н. Тарасов, Н.Ф. Бахарева</i> Спектральные решения для СМО с законами распределений в виде вероятностных смесей.....	87
К сведению авторов	95

Contents

Andrey Nikolaevich Volobuev (3 July 1947 – 13 November 2024)	7
Alexander Lvovich Buzov (2 April 1960 – 15 May 2025).....	8
<i>Dmitry N. Panin, Oleg V. Osipov, Yuliya S. Mamoshina</i> Method for approximate analytical calculation of electromagnetic wave reflection coefficients from a layer of inhomogeneous non-reciprocal chiral metamaterial taking into account dispersion of material parameters.....	9
<i>Valeriy V. Yatsyshen, Gofran A. Almohammad</i> Ellipsometry of a one-dimensional photonic crystal with dielectric and conductive defects	16
<i>Ayotunde A. Ayorinde, Sulaiman A. Adekola, Ike Mowete</i> A comparative analysis of curvilinear configurations of the V-dipole antenna	24
<i>Ekaterina V. Averina, Ksenia V. Smuseva, Pavel A. Tokarev, Grigory K. Uskov</i> Influence of crosspolarization of dual-polarized antenna elements on the ergodic capacity of a multichannel system	40
<i>Alexey D. Abramov, Dmitry S. Klyuev</i> Correlation method of processing the image of the surface microrelief to determine its roughness.....	49
<i>Yuri R. Butkevich, Sergey S. Loginov, Raushan R. Yarullin</i> Stand for semi-natural modeling of asynchronous radio information transmission systems	58
<i>Victor P. Tsvetov, Alexei V. Grafkin, Alexandr S. Lukanov</i> A computational model for evaluating the efficiency of multi-frequency digital radio systems	65
<i>Vladislav R. Skrynskiy</i> Millimeter waves in communication systems as a prospect for the development and application of robotic means and complexes	78
<i>Veniamin N. Tarasov, Nadezhda F. Bakhareva</i> Spectral solutions for QS with distribution laws in the form of probabilistic mixtures	87
Information for authors	95



**Ушел из жизни член редколлегии
Андрей Николаевич Волобуев
(3 июля 1947 г. – 13 ноября 2024 г.)**

**Andrey Nikolaevich Volobuev
(3 July 1947 – 13 November 2024)
passed away**

13 ноября 2024 г. ушел из жизни член Редколлегии журнала «Физика волновых процессов и радиотехнические системы» Андрей Николаевич Волобуев.

Волобуев Андрей Николаевич родился в 1947 г. в Москве. Поступил в 1965 г. и окончил в 1971 г. Московское Высшее техническое училище им. Н.Э. Баумана (МВТУ им. Н.Э. Баумана). В 1973 г. поступил и в 1976 г. окончил аспирантуру при МВТУ им. Н.Э. Баумана по специальности «Теплофизика». Кандидат технических наук с 1978 г., доктор технических наук по специальности «Биомеханика» с января 1992 г.

Начиная с 26 октября 1981 г. А.Н. Волобуев работал на кафедре физики Куйбышевского государственного медицинского института в должности старшего преподавателя, затем с 1992 г. доцентом кафедры физики Самарского государственного медицинского университета, с 1994 г. в должности профессора кафедры физики, с 1996 по 2021 г. – заведующий кафедрой медицинской физики, математики и информатики, с 2021 г. по настоящее время – профессор этой кафедры. Всего с вузом связано 43 года жизни.

Он проводил научно-исследовательскую работу по проблемам: квантование электромагнитных и гравитационных полей, кардиология, функционирование мозга в старших возрастных группах, искусственный интеллект; был автором 11 учебных изданий, 22 монографий, 16 патентов на изобретения и более 500 научных трудов.

Профессор входил в состав редакционной коллегии журналов из перечня ВАК «Физика волновых процессов и радиотехнические системы» и «Природные ресурсы Земли и охрана окружающей среды». Был членом диссертационных советов 55.2.003.01 по специальности «Радиофизика» и 21.2.061.03 по специальности «Кардиология».

Андрей Николаевич Волобуев являлся Заслуженным работником высшего профессионального образования Самарской области. Был награжден многими почетными грамотами, в том числе Почетной грамотой Министерства здравоохранения РФ.

Редколлегия выражает глубокие соболезнования родным и близким.



**Ушел из жизни член редколлегии
Александр Львович Бузов
(2 апреля 1960 г. – 15 мая 2025 г.)**

**Alexander Lvovich Buzov
(2 April 1960 – 15 May 2025)
passed away**

15 мая 2025 г. на 66-м году жизни скончался член редколлегии нашего журнала, генеральный директор АО «Самарское инновационное предприятие радиосистем» (АО «СИП РС»), заведующий кафедрой «Системы специальной радиосвязи» Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики (ПГУТИ), доктор технических наук, профессор Бузов Александр Львович.

А.Л. Бузов – известный ученый, признанный лидер Самарской антенной школы, создатель теории изотропной схемно-пространственной мультиплексии, главный конструктор многочисленных изделий военного, гражданского и двойного назначения, автор более 440 научных трудов, включая монографии, патенты на изобретения, учебные пособия, статьи и доклады.

Он – выдающийся организатор науки и производства, неоднократно за свою карьеру создававший в трудных условиях и возглавлявший успешно функционирующие научно-производственные подразделения, создавший и возглавлявший АО «СИП РС».

А.Л. Бузов – педагог-наставник, создавший и воспитавший эффективно работающий творческий коллектив. Под его руководством были выполнены и успешно защищены более 25 кандидатских и докторских диссертаций.

Александр Львович многие годы совмещал основную трудовую и научно-педагогическую деятельность с общественной, включая работу в попечительском совете ПГУТИ, экспертном совете ВАК России, диссертационном совете ПГУТИ, редколлегиях нескольких научных журналов, организационных и программных комитетах научных конференций.

Профессиональные и деловые качества А.Л. Бузова хорошо известны и по достоинству оценены научным сообществом России, а также руководством и специалистами государственных органов, структур и предприятий оборонно-промышленного комплекса страны. Его достижения заслужили общественное признание и отмечены Государственной премией Российской Федерации имени Маршала Советского Союза Г.К. Жукова, званием «Мастер связи», знаком «Почетный радист», медалями Министерства обороны, премией Губернатора Самарской области, многочисленными благодарностями.

Александр Львович навсегда запомнится нам как пример беззаветного служения науке, образованию и обороноспособности России.

Редколлегия выражает глубокие соболезнования родным и близким.

Метод приближенного аналитического расчета коэффициентов отражения электромагнитной волны от слоя неоднородного невзаимного кирального метаматериала с учетом дисперсии материальных параметров

Д.Н. Панин , О.В. Осипов , Ю.С. Мамошина

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики
443010, Россия, г. Самара,
ул. Л. Толстого, 23

Аннотация – Обоснование. Современные исследования в области метаматериалов открывают новые горизонты в разработке материалов с уникальными электромагнитными свойствами, которые могут быть использованы в различных приложениях, от телекоммуникаций до медицинской диагностики. Неоднородные невзаимные киральные метаматериалы представляют особый интерес благодаря своей способности управлять поляризацией электромагнитных волн и изменять их свойства. Однако подобные электродинамические задачи часто решаются с помощью численных методов, которые требуют значительных вычислительных ресурсов и времени, что ограничивает их практическое применение. Поэтому возникает необходимость в разработке приближенных аналитических методов для оценки коэффициентов отражения и понимания физических механизмов, лежащих в основе этих процессов. **Цель.** Разработка метода приближенного расчета коэффициентов отражения плоской однородной электромагнитной волны от планарного слоя неоднородного невзаимного кирального метаматериала с учетом дисперсии материальных параметров. Предложен аналитический подход, который позволит получать решения различного порядка приближения и обеспечит более глубокое понимание физики процессов отражения. **Методы.** Используется аналитический подход к расчету коэффициентов отражения, основанный на методах теории поля. Учитывается неоднородность и невзаимность кирального метаматериала. Разработан ряд приближенных решений, позволяющих анализировать поведение электромагнитных волн при различных условиях падения и поляризации. **Результаты.** Предложенный аналитический метод позволяет эффективно рассчитывать коэффициенты отражения для плоских волн при различных условиях взаимодействия с неоднородными невзаимными киральными метаматериалами. **Заключение.** Представлен новый подход к расчету коэффициентов отражения плоской электромагнитной волны от планарного слоя неоднородного невзаимного кирального метаматериала с учетом дисперсии материальных параметров. Разработанный аналитический метод обеспечивает более быстрое и эффективное получение решений по сравнению с численными методами и способствует лучшему пониманию физики процессов отражения в сложных материалах. Полученные результаты могут быть полезны для дальнейших исследований в области метаматериалов и их применения в современных технологиях.

Ключевые слова – киральный метаматериал; электромагнитная волна; коэффициент отражения; поляризация; неоднородный слой; материальные параметры; дисперсия.

Введение

Современные достижения в области метаматериалов открывают новые горизонты для исследований и применения в различных областях науки и техники, включая оптику, радиофизику и инфокоммуникации [1]. Метаматериалы, обладающие уникальными электромагнитными свойствами, могут быть созданы с целью реализации возможности управления распространением электромагнитных волн на уровне, не реализуемом для традиционных материалов [2]. Одной из ключевых задач в этой области является изучение отражающих свойств указанных композиционных материалов, особенно при распространении неоднородных слоистых структур [3]. Отражение электромагнитных волн от границы раздела двух сред – это сложный процесс, зависящий от множества факторов,

таких как влияние на коэффициенты отражения угла падения волны, поляризации и электрофизических свойств самих материалов. Одним из типов метаматериалов, известных и активно развивающихся с конца XX века, являются киральные метаматериалы. Они обладают асимметрией в распределении своих элементарных структур, что приводит к разнообразным эффектам их взаимодействия с электромагнитными волнами. Эти эффекты могут включать изменение поляризации, а также аномальное поведение коэффициентов отражения [4]. На сегодняшний день большинство исследований в этой области основывается на численных методах анализа [5]. Несмотря на то что численные методы позволяют получить высокоточные результаты для сложных геометрий и параметров структур, они часто требуют значи-

тельных вычислительных ресурсов и времени [6–8]. Это создает необходимость в разработке более эффективных методов анализа, которые смогли бы обеспечить быстрое получение результатов без потери точности. В данной работе предложен приближенный метод расчета коэффициентов отражения электромагнитной волны от слоя неоднородного невзаимного кирального метаматериала с учетом дисперсии материальных параметров. Цель исследования состоит в разработке аналитического подхода к решению данной задачи. Считается, что аналитические решения не только ускоряют процесс получения результатов, но также способствуют лучшему пониманию физики процессов взаимодействия волн с неоднородными структурами. Аналитические методы имеют ряд преимуществ: они позволяют быстро оценить влияние различных параметров на коэффициенты отражения и преломления; их можно использовать для предварительного анализа перед проведением более сложных численных расчетов; кроме того, они могут служить основой для дальнейших теоретических исследований и экспериментов.

1. Математическая модель неоднородной и невзаимной киральной среды

Для электрофизических параметров невзаимной неоднородной киральной среды можно записать материальные уравнения в виде [9; 10]:

$$\begin{aligned}\vec{D} &= \varepsilon_0 \left(\varepsilon(x, \omega) \vec{E} + \eta^*(x, \omega) Z_0 \vec{H} \right), \\ \vec{B} &= \mu_0 \left(\mu(x, \omega) \vec{H} + \eta(x, \omega) Z_0^{-1} \vec{E} \right).\end{aligned}\quad (1)$$

где $Z_0 = \sqrt{\mu_0 / \varepsilon_0}$ – характеристическое сопротивление вакуума;

$$\begin{aligned}\eta(x, \omega) &= \chi + i\beta(x, \omega) = \eta; \\ \eta^*(x, \omega) &= \chi - i\beta(x, \omega) = \eta^*;\end{aligned}$$

χ и $\beta(x, \omega)$ – параметры невзаимности и киральности соответственно; $\varepsilon(x, \omega) = \varepsilon$ и $\mu(x, \omega) = \mu$ – относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости; ω – круговая частота; $i = \sqrt{-1}$.

При записи соотношений (1) предполагается, что неоднородность материальных параметров кирального метаматериала реализуется только вдоль одной пространственной координаты x .

Материальные параметры неоднородной киральной среды зависят от частоты ω , координаты x и имеют следующий вид:

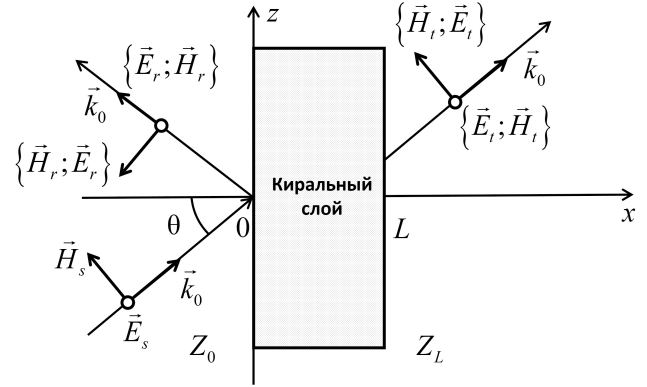


Рис. Геометрия задачи
Fig. Geometry of the problem

$$\varepsilon(x, \omega) = \varepsilon_c + \frac{\Omega_\varepsilon \omega_{\text{рез}}^2(x)}{\omega_{\text{рез}}^2(x) - \omega^2 + i\gamma\omega}; \quad (2)$$

$$\mu(x, \omega) = \mu_c + \frac{\Omega_\mu \omega^2}{\omega_{\text{рез}}^2(x) - \omega^2 + i\gamma\omega};$$

$$\chi(x, \omega) = \frac{\Omega_\chi \omega_{\text{рез}}(x) \omega}{\omega_{\text{рез}}^2(x) - \omega^2 + i\gamma\omega},$$

где $\omega_{\text{рез}}(x)$ – резонансная частота, которая имеет разные значения в произвольной точке пространственной координаты x ; γ – частота демпфирования; Ω_ε , Ω_μ , Ω_χ – коэффициенты, определяющие отклонение значений электрофизических параметров в области резонанса; ε_c , μ_c – относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды-контейнера соответственно.

При записи соотношений (2) учтено, что дисперсия диэлектрической и магнитной проницаемости подчиняются модели Лоренца, а параметр киральности – модели Кондона.

С помощью материальных уравнений в форме (1) и уравнений Максвелла в дифференциальной форме будем решать задачу об отражении плоской однородной электромагнитной волны от неоднородного невзаимного кирального слоя с учетом дисперсии. Волна падает на границы раздела под углом θ (рис.). На рис. введены следующие обозначения: $\{\vec{E}_s; \vec{H}_s\}$ – векторы напряженностей электрического и магнитного полей падающей волны; $\{\vec{E}_r; \vec{H}_r\}$ – векторы отраженной волны и $\{\vec{E}_t; \vec{H}_t\}$ – векторы прошедшей волны.

Для слоя из неоднородной невзаимной киральной среды толщиной L , используя материальные уравнения (1) для пространственных зависимостей y - и z -составляющих векторов напряженностей электрического и магнитного полей при гармонической зависимости от времени, получим

систему обыкновенных дифференциальных уравнений вида

$$\begin{aligned} \frac{dE_y}{dx} &= -i\omega\mu_0\mu H_z(x) - i\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\eta E_z(x), \\ \frac{dH_z}{dx} &= -i\omega\varepsilon_0\varepsilon \left\{ 1 - \frac{\sin^2\theta}{\mu\varepsilon - \eta\eta^*} \right\} E_y(x) + \\ &+ i\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0} \left\{ \eta - \frac{\eta^* \sin^2\theta}{\mu\varepsilon - \eta\eta^*} \right\} H_y(x), \\ \frac{dE_z}{dx} &= i\omega\mu_0\mu \left\{ 1 - \frac{\sin^2\theta}{\mu\varepsilon - \eta\eta^*} \right\} H_y(x) - \\ &- i\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0} \left\{ \eta^* - \frac{\eta \sin^2\theta}{\mu\varepsilon - \eta\eta^*} \right\} E_y(x), \\ \frac{dH_y}{dx} &= i\omega\varepsilon\varepsilon_0 E_z(x) + i\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\eta^* H_z(x). \end{aligned} \quad (3)$$

Если ввести в рассмотрение нормированные напряженности электрического $U_1(x) = E_y(x)/E_0$, $U_2(x) = E_z(x)/E_0$ и магнитного $V_1(x) = Z_0 H_z(x)/E_0$, $V_2(x) = Z_0 H_y(x)/E_0$ полей, нормированную координату $\xi = x/L$ и нормированное волновое число $K = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}L$, то уравнения (3) можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{dU_1}{d\xi} &= -iK\mu V_1(\xi) - iK\eta U_2(\xi), \\ \frac{dV_1}{d\xi} &= -iK\varepsilon \left\{ 1 - \frac{\sin^2\theta}{\mu\varepsilon - \eta\eta^*} \right\} U_1(\xi) + \\ &+ iK \left\{ \eta - \frac{\eta^* \sin^2\theta}{\mu\varepsilon - \eta\eta^*} \right\} V_2(\xi), \\ \frac{dU_2}{d\xi} &= iK\mu \left\{ 1 - \frac{\sin^2\theta}{\mu\varepsilon - \eta\eta^*} \right\} V_2(\xi) - \\ &- iK \left\{ \eta^* - \frac{\eta \sin^2\theta}{\mu\varepsilon - \eta\eta^*} \right\} U_1(\xi), \\ \frac{dV_2}{d\xi} &= iK\varepsilon U_2(\xi) + iK\eta^* V_1(\xi). \end{aligned} \quad (4)$$

Запишем систему уравнений (4) в более компактной форме:

$$\begin{aligned} \frac{dU_1}{d\xi} &= A_1(\xi, K) V_1(\xi) + A_2(\xi, K) U_2(\xi), \\ \frac{dV_1}{d\xi} &= A_3(\xi, K) U_1(\xi) + A_4(\xi, K) V_2(\xi), \\ \frac{dU_2}{d\xi} &= A_5(\xi, K) V_2(\xi) + A_6(\xi, K) U_1(\xi), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{dV_2}{d\xi} &= A_7(\xi, K) U_2(\xi) + A_8(\xi, K) V_1(\xi), \\ \text{где} \\ A_1(\xi, K) &= -iK\mu(\xi, K); \quad A_2(\xi, K) = -iK\eta(\xi, K); \\ A_3(\xi, K) &= \\ &= -iK\varepsilon(\xi, K) \left\{ 1 - \frac{\sin^2\theta}{\mu(\xi, K)\varepsilon(\xi, K) - \eta(\xi, K)\eta^*(\xi, K)} \right\}; \\ A_4(\xi, K) &= \\ &= iK \left\{ \eta(\xi, K) - \frac{\eta^*(\xi, K)\sin^2\theta}{\mu(\xi, K)\varepsilon(\xi, K) - \eta(\xi, K)\eta^*(\xi, K)} \right\}; \\ A_5(\xi, K) &= \\ &= iK\mu(\xi, K) \left\{ 1 - \frac{\sin^2\theta}{\mu(\xi, K)\varepsilon(\xi, K) - \eta(\xi, K)\eta^*(\xi, K)} \right\}; \\ A_6(\xi, K) &= \\ &= -iK \left\{ \eta^*(\xi, K) - \frac{\eta(\xi, K)\sin^2\theta}{\mu(\xi, K)\varepsilon(\xi, K) - \eta(\xi, K)\eta^*(\xi, K)} \right\}; \\ A_7(\xi, K) &= iK\varepsilon(\xi, K); \quad A_8(\xi, K) = iK\eta^*(\xi, K). \end{aligned}$$

Для системы уравнений (5), исходя из условий непрерывности тангенциальных составляющих напряженностей электрического и магнитного полей на границах раздела сред, запишем следующие граничные условия для случая волны горизонтальной поляризации:

$$\begin{aligned} U_1(0) &= 1 + R_{ee}, \quad U_2(0) = -R_{eh} \cos\theta, \\ V_1(0) &= (1 - R_{ee}) \cos\theta, \quad V_2(0) = -R_{eh}, \\ U_1(1) &= T_{ee}, \quad U_2(1) = T_{eh} \cos\theta, \\ V_1(1) &= \frac{Z_0}{Z_L} T_{ee} \cos\theta, \quad V_2(1) = -\frac{Z_0}{Z_L} T_{eh}. \end{aligned} \quad (6)$$

Граничные условия для случая вертикальной поляризации представляются в следующем виде:

$$\begin{aligned} U_2(0) &= (1 - R_{hh}) \cos\theta, \quad U_1(0) = R_{he}, \\ V_2(0) &= -(1 + R_{hh}), \quad V_1(0) = -R_{he} \cos\theta, \\ U_2(1) &= T_{hh} \cos\theta, \quad U_1(1) = T_{he}, \\ V_2(1) &= -\frac{Z_0}{Z_L} T_{hh}, \quad V_1(1) = -\frac{Z_0}{Z_L} T_{he} \cos\theta. \end{aligned} \quad (7)$$

В соотношениях (6) и (7) R_{ee} , R_{eh} – коэффициенты отражения основной и кросс-поляризованной волн в случае горизонтальной поляризации; T_{ee} , T_{eh} – коэффициенты прохождения основной и

кросс-поляризованной волн в случае горизонтальной поляризации; Z_L – характеристическое сопротивление во второй области; R_{hh} , R_{he} – комплексные коэффициенты отражения основной и кросс-поляризованной волн в случае вертикальной поляризации; T_{hh} , T_{he} – комплексные коэффициенты прохождения основной и кросс-поляризованной волн в случае вертикальной поляризации. Отметим, что соответствующий выбор величины импеданса Z_L позволяет проводить расчеты для слоя на поверхности металла.

Как видно из соотношений (6) и (7), при решении учтена кросс-поляризация поля, возникающая при падении электромагнитной волны на киральный слой.

Входящие в выражения (4) материальные параметры кирального метаматериала являются нормированными и имеют вид

$$\varepsilon(\xi, K) = \varepsilon_c + \frac{\Omega_\varepsilon K_{\text{рез}}^2(\xi)}{K_{\text{рез}}^2(\xi) - K^2 + iK_\gamma K};$$

$$\mu(\xi, K) = \mu_c + \frac{\Omega_\mu K^2}{K_{\text{рез}}^2(\xi) - K^2 + iK_\gamma K};$$

$$\chi(\xi, K) = \frac{\Omega_\chi K_{\text{рез}}(\xi) K}{K_{\text{рез}}^2(\xi) - K^2 + iK_\gamma K}.$$

Здесь $K = \omega L/c$, $K_\gamma = \gamma L/c$, $K_{\text{рез}}(\xi) = \omega_{\text{рез}}(\xi)L/c$ – нормированные волновые числа.

2. Методика вывода аналитических выражений для коэффициентов отражения

Рассмотрим методику получения аналитических выражений для коэффициентов отражения для случая слоя из неоднородного невзаимного кирального метаматериала. Пусть известны электрофизические параметры кирального слоя с координатными зависимостями относительных диэлектрической и магнитной проницаемостей, а также параметра киральности. Кроме того, из системы граничных условий (6)–(7) можно определить значения нормированных полей в точке $\xi = 0$, выраженные через искомые коэффициенты отражения. В этом случае, применяя непосредственную их подстановку в систему обыкновенных дифференциальных уравнений (5), можно получить значения первых производных нормированных полей в точке $\xi = 0$, также выраженные через коэффициенты отражения:

$$\left. \frac{dU_1}{d\xi} \right|_{\xi=0} = A_1(0, K)V_1(0) + A_2(0, K)U_2(0), \quad (7)$$

$$\left. \frac{dV_1}{d\xi} \right|_{\xi=0} = A_3(0, K)U_1(0) + A_4(0, K)V_2(0),$$

$$\left. \frac{dU_2}{d\xi} \right|_{\xi=0} = A_5(0, K)V_2(0) + A_6(0, K)U_1(0),$$

$$\left. \frac{dV_2}{d\xi} \right|_{\xi=0} = A_7(0, K)U_2(0) + A_8(0, K)V_1(0).$$

Повторно дифференцируя исходную систему (5) и подставляя в нее уже найденные значения полей и их производных (7), можно определить значения производных сколь угодно высокого порядка в точке $\xi = 0$, выраженные через коэффициенты отражения. Предполагается, что нормированные поля их производные вплоть до n -порядка являются непрерывными функциями координаты ξ . Зная значения функций нормированных напряженностей полей и всех их производных в точке $\xi = 0$, представим каждую из них рядом Маклорена:

$$U_1(\xi) = U_1(0) + \frac{U_1'(0)}{1!}\xi + \frac{U_1''(0)}{2!}\xi^2 + \dots + \quad (8)$$

$$+ \frac{U_1^{(k)}(0)}{k!}\xi^k + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{U_1^{(k)}(0)}{k!}\xi^k;$$

$$U_2(\xi) = U_2(0) + \frac{U_2'(0)}{1!}\xi + \frac{U_2''(0)}{2!}\xi^2 + \dots +$$

$$+ \frac{U_2^{(k)}(0)}{k!}\xi^k + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{U_2^{(k)}(0)}{k!}\xi^k;$$

$$V_1(\xi) = V_1(0) + \frac{V_1'(0)}{1!}\xi + \frac{V_1''(0)}{2!}\xi^2 + \dots +$$

$$+ \frac{V_1^{(k)}(0)}{k!}\xi^k + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{V_1^{(k)}(0)}{k!}\xi^k;$$

$$V_2(\xi) = V_2(0) + \frac{V_2'(0)}{1!}\xi + \frac{V_2''(0)}{2!}\xi^2 + \dots +$$

$$+ \frac{V_2^{(k)}(0)}{k!}\xi^k + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{V_2^{(k)}(0)}{k!}\xi^k.$$

При $\xi = 1$ из соотношения (8) следует:

$$U_1(1) = U_1(0) + \frac{U_1'(0)}{1!} + \frac{U_1''(0)}{2!} + \dots + \quad (9)$$

$$+ \frac{U_1^{(k)}(0)}{k!} + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{U_1^{(k)}(0)}{k!};$$

$$\begin{aligned}
 U_2(1) &= U_2(0) + \frac{U_2'(0)}{1!} + \frac{U_2''(0)}{2!} + \dots + \\
 &+ \frac{U_2^{(k)}(0)}{k!} + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{U_2^{(k)}(0)}{k!}; \\
 V_1(1) &= V_1(0) + \frac{V_1'(0)}{1!} + \frac{V_1''(0)}{2!} + \dots + \\
 &+ \frac{V_1^{(k)}(0)}{k!} + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{V_1^{(k)}(0)}{k!}; \\
 V_2(1) &= V_2(0) + \frac{V_2'(0)}{1!} + \frac{V_2''(0)}{2!} + \dots + \\
 &+ \frac{V_2^{(k)}(0)}{k!} + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{V_2^{(k)}(0)}{k!}.
 \end{aligned}$$

Правые части уравнений системы (9) представляют собой линейные функции искомых коэффициентов отражения R_{ee} , R_{eh} и R_{hh} , R_{he} , а значения левых частей каждого из уравнений определены из системы граничных условий (6)–(7) соответственно.

Для случая падающей на планарный слой волны горизонтальной поляризации из соотношений (6) и (9) получаем два линейных алгебраических уравнения относительно неизвестных коэффициентов отражения R_{ee} , R_{eh} :

$$\begin{aligned}
 \frac{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{U_1^{(k)}(0)}{k!}}{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{V_1^{(k)}(0)}{k!}} &= \frac{Z_L}{Z_0 \cos \theta}, \\
 \frac{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{U_2^{(k)}(0)}{k!}}{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{V_2^{(k)}(0)}{k!}} &= -\frac{Z_L \cos \theta}{Z_0}.
 \end{aligned} \tag{10}$$

Для случая падающей на планарный слой волны вертикальной поляризации из (7) и (9) получаем два линейных алгебраических уравнения относительно искомых коэффициентов отражения R_{hh} , R_{he} :

$$\begin{aligned}
 \frac{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{U_1^{(k)}(0)}{k!}}{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{V_1^{(k)}(0)}{k!}} &= -\frac{Z_L}{Z_0 \cos \theta}, \\
 \frac{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{U_2^{(k)}(0)}{k!}}{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{V_2^{(k)}(0)}{k!}} &= -\frac{Z_L \cos \theta}{Z_0}.
 \end{aligned} \tag{11}$$

Для вывода приближенных аналитических выражений коэффициентов отражения достаточно взять некоторое конечное число членов слагаемых в суммах слева в соотношениях (10)–(11) и выразить из полученных уравнений искомые коэффициенты отражения.

Заключение

В данной статье был представлен метод приближенного расчета коэффициентов отражения электромагнитной волны от слоя неоднородного невязимного кирального метаматериала с учетом дисперсии материальных параметров. Показано, что использование предлагаемого аналитического подхода может существенно упростить процесс анализа взаимодействия электромагнитных волн с метаматериалами, обеспечивая при этом требуемую точность результатов. Применение предложенного метода позволяет быстро и эффективно оценивать характеристики отражения волн, что особенно важно в условиях ограниченного времени.

Список литературы

1. Iyer A.K., Alu A., Epstein A. Metamaterials and metasurfaces – Historical context, recent advances, and future directions // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 2020. Vol. 68, no. 3. P. 1223–1231. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAP.2020.2969732>
2. Metamaterials and their applications: An overview / A. Valipour [et al.] // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part L: Journal of Materials: Design and Applications. 2022. Vol. 236, no. 11. P. 2171–2210. DOI: <https://doi.org/10.1177/1464420721995858>
3. Hasar U.C., Bute M. Method for retrieval of electromagnetic properties of inhomogeneous reciprocal chiral metamaterials // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 2020. Vol. 68, no. 7. P. 5714–5717. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAP.2020.2979292>
4. Investigation of the plane optical waves reflection from an inhomogeneous nonreciprocal chiral media / I. Matveev [et al.] // 2020 International Conference on Information Technology and Nanotechnology (ITNT). 2020. P. 1–5. DOI: <https://doi.org/10.1109/ITNT49337.2020.9253198>
5. Propagation of optical waves in planar periodically inhomogeneous chiral structures / V.E. Abramov [et al.] // Journal of Physics: Conference Series. 2018. Vol. 1096, no. 1. P. 012108. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1096/1/012108>

6. Разработка математической модели кирального метаматериала на основе цилиндрических спиральных элементов с учетом дисперсии и концентрации / И.Ю. Бучнев [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2023. Т. 26, № 2. С. 36–47. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.2.36-47>
7. Исследование антенных комплексов с использованием киральных метаматериалов и фрактальной геометрии излучателей для систем MIMO / А.Н. Беспалов [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2020. Т. 23, № 4. С. 97–110. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.4.97-110>
8. Прохождение оптической волны через многослойную структуру с киральными слоями с дисперсией / О.В. Осипов [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2024. Т. 27, № 3. С. 99–109. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2024.27.3.99-109>
9. Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-Isotropic Media / I.V. Lindell [et al.]. London: Artech House, 1994. 291 p.
10. Lakhtakia A., Varadan V.K., Varadan V.V. Time-Harmonic Electromagnetic Fields in Chiral Media. Berlin: Springer, 1989. 335 p. DOI: <https://doi.org/10.1007/BFb0034453>

Информация об авторах

Панин Дмитрий Николаевич, кандидат физико-математических наук, заведующий кафедрой теоретических основ радиотехники и связи Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия

Область научных интересов: теория волновых процессов и компьютерное моделирование в радиофизике.

E-mail: d.panin@psuti.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0598-8591>

SPIN-код (eLibrary): 9999-0844

AuthorID (eLibrary): 649577

ResearcherID (WoS): AAT-1882-2020

Осипов Олег Владимирович, доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой высшей математики Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия.

Область научных интересов: электродинамика метаматериалов, антенны и устройства СВЧ, нелинейная оптика.

E-mail: o.osipov@psuti.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2125-9228>

SPIN-код (eLibrary): 2741-3794

AuthorID (eLibrary): 34872

ResearcherID (WoS): B-7134-2018

Мамошина Юлия Сергеевна, аспирант кафедры теоретических основ радиотехники и связи Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия.

Область научных интересов: инфокоммуникационные сети, электродинамика метаматериалов, теория электрических цепей.

E-mail: u.mamoshina@psuti.ru

AuthorID (eLibrary): 1115491

Physics of Wave Processes and Radio Systems

2025, vol. 28, no. 2, pp. 9–15

DOI [10.18469/1810-3189.2025.28.2.9-15](https://doi.org/10.18469/1810-3189.2025.28.2.9-15)

UDC 537.86

Original Research

Received 28 December 2024

Accepted 29 January 2025

Published 30 June 2025

Method for approximate analytical calculation of electromagnetic wave reflection coefficients from a layer of inhomogeneous non-reciprocal chiral metamaterial taking into account dispersion of material parameters

Dmitry N. Panin , Oleg V. Osipov , Yuliya S. Mamoshina

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics
23, L. Tolstoy Street,
Samara, 443010, Russia

Abstract – Background. Modern research in the field of metamaterials opens up new horizons in the development of materials with unique electromagnetic properties that can be used in various applications, from telecommunications to medical diagnostics. Inhomogeneous non-reciprocal chiral metamaterials are of particular interest due to their ability to control the polarization of electromagnetic waves and alter their properties. However, such electrodynamic problems are often solved using numerical methods that require significant computational resources and time, which limits their practical application. Therefore, there is a need to develop approximate analytical methods for estimating reflection coefficients and understanding the physical mechanisms underlying these processes. **Aim.** Development of a method for approximate calculation of reflection coefficients of a

flat homogeneous electromagnetic wave from a planar layer of an inhomogeneous non-reciprocal chiral metamaterial, taking into account the dispersion of material parameters. An analytical approach has been proposed that will allow obtaining solutions of different approximation orders and provide a deeper understanding of the physics of reflection processes. **Methods.** An analytical approach to calculating reflection coefficients based on field theory methods is used. Inhomogeneity and non-reciprocity of chiral metamaterial are taken into account. A number of approximate solutions have been developed to analyze the behavior of electromagnetic waves under various conditions of incidence and polarization. **Results.** The proposed analytical method makes it possible to efficiently calculate reflection coefficients for plane waves under various conditions of interaction with inhomogeneous non-reciprocal chiral metamaterials. **Conclusion.** New approach to calculation of reflection coefficients of plane electromagnetic wave from planar layer of inhomogeneous non-reciprocal chiral metamaterial is presented taking into account dispersion of material parameters. The developed analytical method provides faster and more efficient solutions compared to numerical methods and contributes to a better understanding of the physics of reflection processes in complex materials. The results obtained can be useful for further research in the field of metamaterials and their application in modern technologies.

Keywords – chiral metamaterial; electromagnetic wave; reflection coefficient; polarization; inhomogeneous layer; material parameters; dispersion.

✉ d.panin@psuti.ru (Dmitry N. Panin)

 © Dmitry N. Panin et al., 2025

References

1. A. K. Iyer, A. Alu, and A. Epstein, “Metamaterials and metasurfaces – Historical context, recent advances, and future directions,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 68, no. 3, pp. 1223–1231, 2020, doi: <https://doi.org/10.1109/TAP.2020.2969732>.
2. A. Valipour et al., “Metamaterials and their applications: An overview,” *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part L: Journal of Materials: Design and Applications*, vol. 236, no. 11, pp. 2171–2210, 2022, doi: <https://doi.org/10.1177/1464420721995858>.
3. U. C. Hasar and M. Bute, “Method for retrieval of electromagnetic properties of inhomogeneous reciprocal chiral metamaterials,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 68, no. 7, pp. 5714–5717, 2020, doi: <https://doi.org/10.1109/TAP.2020.2979292>.
4. I. Matveev et al., “Investigation of the plane optical waves reflection from an inhomogeneous nonreciprocal chiral media,” *2020 International Conference on Information Technology and Nanotechnology (ITNT)*, pp. 1–5, 2020, doi: <https://doi.org/10.1109/ITNT49337.2020.9253198>.
5. V. E. Abramov et al., “Propagation of optical waves in planar periodically inhomogeneous chiral structures,” *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 1096, no. 1, p. 012108, 2018, doi: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1096/1/012108>.
6. I. Yu. Buchnev et al., “Development of a mathematical model of a chiral metamaterial based on a cylindrical helical elements accounting for the dispersion and concentration of elements,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 26, no. 2, pp. 36–47, 2023, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.2.36-47>. (In Russ.)
7. A. N. Besspalov et al., “Research of antenna complexes using chiral metamaterials and fractal geometry of radiators for MIMO systems,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 23, no. 4, pp. 97–110, 2020, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.4.97-110>. (In Russ.)
8. O. V. Osipov et al., “Transmission of an optical wave through a multilayer structure with dispersive chiral layers,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 27, no. 3, pp. 99–109, 2024, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2024.27.3.99-109>. (In Russ.)
9. I. V. Lindell et al., *Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-Isotropic Media*. London: Artech House, 1994.
10. A. Lakhtakia, V. K. Varadan, and V. V. Varadan, *Time-Harmonic Electromagnetic Fields in Chiral Media*. Berlin: Springer, 1989, doi: <https://doi.org/10.1007/BFb0034453>.

Information about the Authors

Dmitry N. Panin, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, head of the Department of Theoretical Foundations of Radio Engineering and Communication, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia.

Research interests: theory of wave processes and computer modeling in radiophysics.

E-mail: d.panin@psuti.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0598-8591>

SPIN-code (eLibrary): 9999-0844

AuthorID (eLibrary): 649577

ResearcherID (WoS): AAT-1882-2020

Oleg V. Osipov, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, head of the Department of Higher Mathematics, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia.

Research interests: electrodynamics of metamaterials, antennas and microwave devices, nonlinear optics.

E-mail: o.osipov@psuti.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2125-9228>

SPIN-code (eLibrary): 2741-3794

AuthorID (eLibrary): 34872

ResearcherID (WoS): B-7134-2018

Yuliya S. Mamoshina, postgraduate student of the Department of Theoretical Foundations of Radio Engineering and Communications, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia.

Research interests: infocommunication networks, electrodynamics of metamaterials, theory of electrical circuits.

E-mail: u.mamoshina@psuti.ru

AuthorID (eLibrary): 1115491

Эллипсометрия одномерного фотонного кристалла с диэлектрическим и проводящим дефектами

В.В. Яцышен , Г.А. Алмохаммад 

Волгоградский государственный университет
400062, Россия, г. Волгоград,
Университетский пр., 100

Аннотация – Обоснование. Периодические слоистые системы привлекают в последнее время исследователей и инженеров по причине возможных широких применений в наноэлектронике. В таких системах, помимо их прямого использования как периодической структуры, можно исследовать различные дефекты. На фоне идеальной периодической структуры отражение от структуры с дефектом позволяет получить важную информацию о самом дефекте. Особенный интерес представляет использование в этих целях циркулярно поляризованного света. **Цель.** В работе приводятся результаты расчетов угловых спектров эллипсометрических параметров от периодической структуры с дефектом. В качестве последнего используется диэлектрический слой и слой с конечной проводимостью. **Методы.** В работе используется эллипсометрический метод анализа оптических свойств материальных сред. С помощью метода характеристических матриц проводится расчет эллипсометрических параметров отраженного от слоистой системы циркулярно поляризованного света. **Результаты.** В работе отмечается неэквивалентность результатов расчета при различных расположениях дефекта – эллипсометрические параметры отраженного света существенно зависят от того, в каком месте внутри структуры находится дефект. Такой эффект можно использовать для определения этого места на фоне отражения от идеальной периодической структуры. Кроме этого, показано, что диэлектрический и проводящий дефекты приводят к существенно различным угловым спектрам эллипсометрических параметров, что также может служить определенным маркером самого дефекта. **Заключение.** Использование циркулярно поляризованного излучения для диагностики периодических сред с дефектами позволяет получить важную информацию о дефектах на фоне идеальной периодической структуры.

Ключевые слова – периодическая структура; диэлектрический дефект; дефект с конечной проводимостью; эллипсометрический метод; круговая и эллиптическая поляризация света.

Введение

Слоистые системы представляют особый интерес для многочисленных применений как для диагностических целей [5; 10; 12], так и для построения базиса новых технологических устройств в силу большого разнообразия возможных структур, обладающих различными свойствами [1; 4; 9]. Широко исследуются слоистые структуры типа D-M-D (диэлектрик – металл – диэлектрик) [2], а также M-D-M (металл – диэлектрик – металл) [3]. Одномерный фотонный кристалл представляет собой конечную систему периодически повторяющихся слоев. Важной особенностью таких сред является наличие запрещенной зоны, как и в обычных кристаллах. Наличие дефекта в таком кристалле может существенно изменить его оптические свойства [7], что может быть использовано для изучения таких дефектов [6; 8; 11]. При этом идеальная периодическая структура служит реперным фоном, на котором ярко проявляются свойства самого дефекта. В настоящей работе будет рассмотрено влияние местоположения дефекта внутри периодической структуры на угловые спектры

эллипсометрических параметров при падении на такую структуру света круговой поляризации.

1. Постановка задачи

На периодическую слоистую систему, состоящую из 10 пар слоев, под углом g падает циркулярно поляризованный свет. Рассмотрено 3 варианта расположения дефекта, внедренного вместо

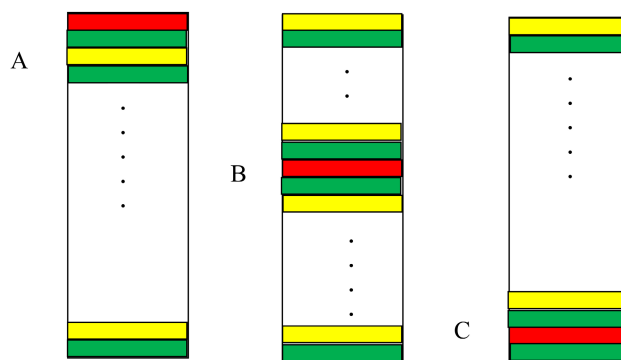


Рис. 1. Три варианта расположения дефекта в периодической структуре: А – дефект в 1-м слое; В – дефект в 9-м слое; С – дефект в 19-м слое

Fig. 1. Three variants of defect location in the periodic structure: А – defect in layer 1; В – defect in layer 9; С – defect in layer 19

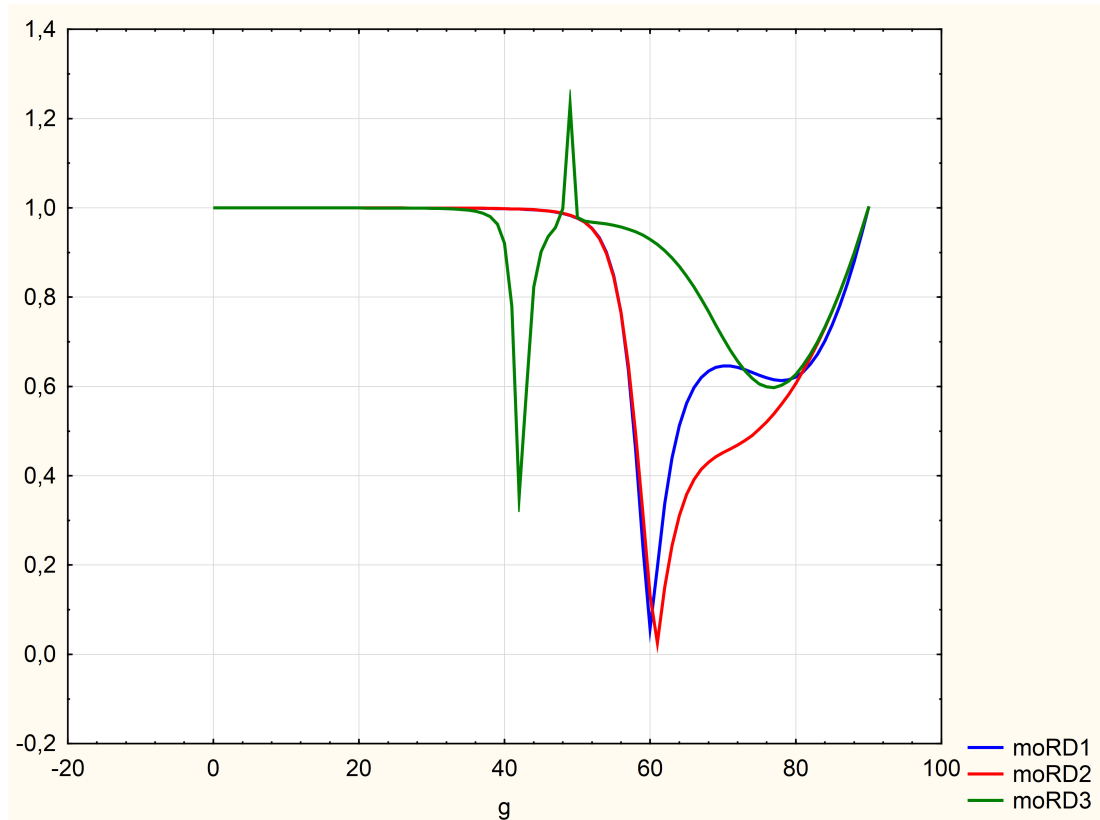


Рис. 2. Диэлектрический дефект. Угловые спектры эллипсометрических параметров ρ для 3 вариантов расположения дефекта: А – moRD1, В – moRD3, С – moRD2

Fig. 2. Dielectric defect. Angular spectra of ellipsometric parameters ρ for 3 defect location options: А – moRD1, В – moRD3, С – moRD2

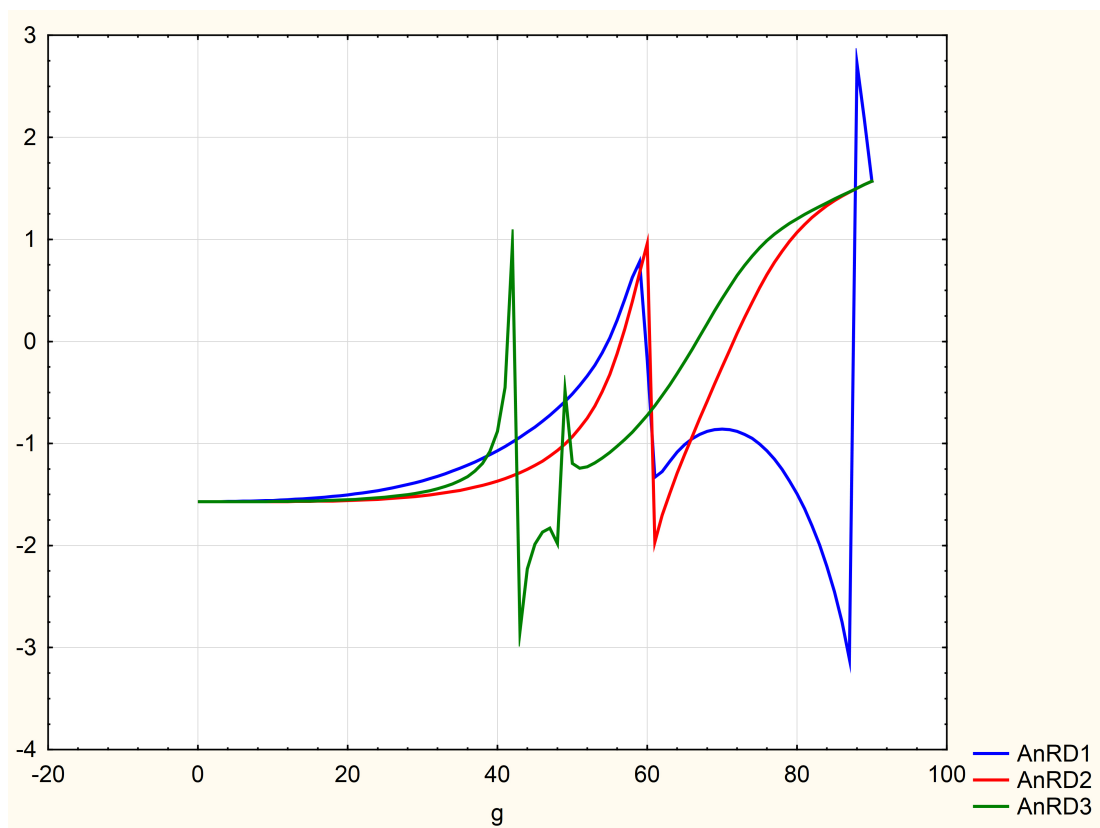


Рис. 3. Диэлектрический дефект. Угловые спектры эллипсометрических параметров Δ для 3 вариантов расположения дефекта: А – AnRD1, В – AnRD3, С – AnRD2

Fig. 3. Dielectric defect. Angular spectra of ellipsometric parameters Δ for 3 defect location options: А – AnRD1, В – AnRD3, С – AnRD2

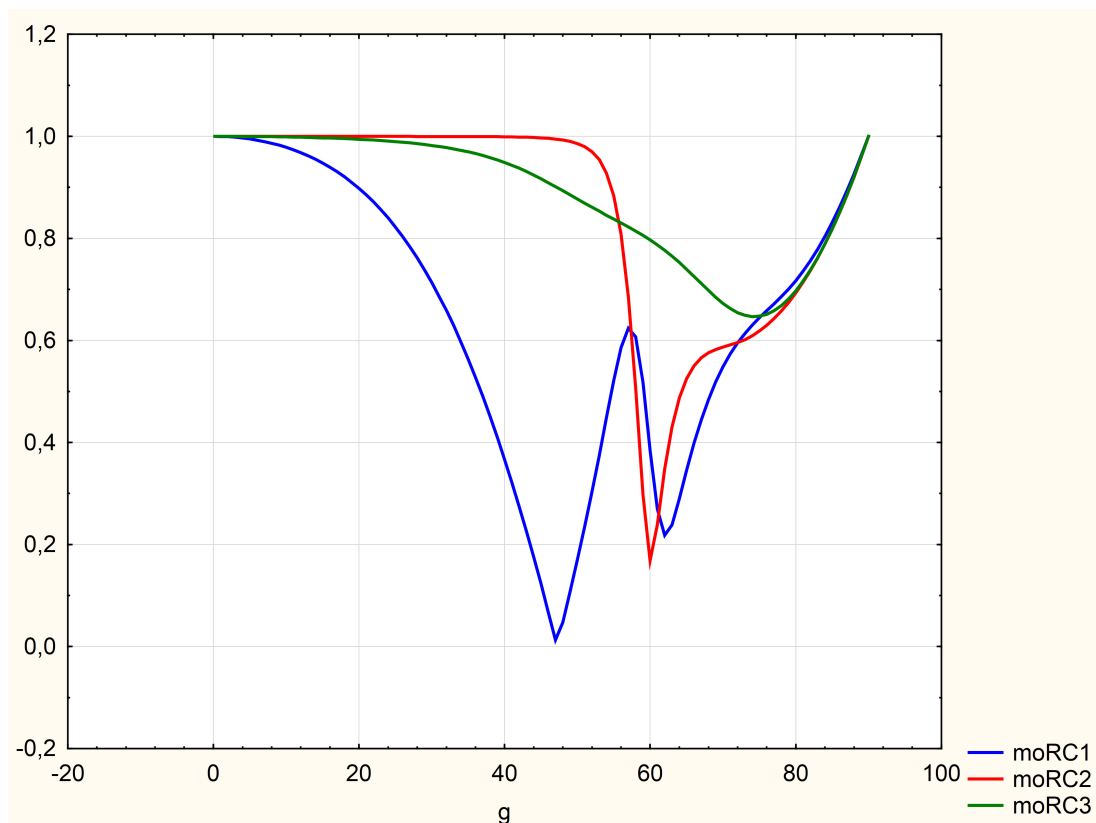


Рис. 4. Дефект с проводимостью. Угловые спектры эллипсометрических параметров ρ для 3 вариантов расположения дефекта: А – moRC1, В – moRC3, С – moRC2

Fig. 4. Conductive defect. Angular spectra of ellipsometric parameters ρ for 3 defect location options: A – moRC1, B – moRC3, C – moRC2

исходного слоя: А, В и С (рис. 1). Требуется провести расчет угловых спектров эллипсометрических параметров для вариантов А, В, С в случаях, когда дефект представляет собой диэлектрик и когда дефект обладает проводящими свойствами – комплексная диэлектрическая проницаемость имеет мнимую часть, сравнимую с действительной.

Расчет проводился для следующих значений параметров: 1-й слой в периодической паре – диэлектрическая проницаемость $\varepsilon_1 = 5,29$, толщина слоя $d_1 = 0,069\mu$, 2-й слой в периодической паре – $\varepsilon_2 = 1,823$, $d_2 = 0,1186\mu$, Параметры диэлектрического дефекта: $\varepsilon_{def} = 2,0$, толщина слоя дефекта $d_{def} = 0,069\mu$. Для проводящего дефекта: $\varepsilon_{def} = 2,0 + 2,5i$, $d_{def} = 0,069\mu$. Длина волны падающего света $\lambda = 0,64\mu$.

2. Метод расчета

В качестве основного диагностического метода используется метод эллипсометрии. Эллипсометрические параметры ρ и Δ определяются в данной работе как модуль и аргумент комплексного параметра $\hat{\rho}$, являющегося отношением ам-

плитудных коэффициентов отражения для р- и s-поляризации:

$$\hat{\rho} = \rho e^{i\Delta} = \frac{R_p}{R_s}.$$

В основе расчета лежит метод характеристических матриц [6; 8]. Характеристическая матрица слоистой системы представляет собой произведение характеристических матриц слоев, а амплитудные коэффициенты отражения и прохождения света выражаются через характеристическую матрицу всей системы. Получив эти амплитуды, по ним рассчитываются эллипсометрические параметры отраженного от системы циркулярно поляризованного света.

3. Результаты расчетов

Результаты расчета представлены на рис. 1–9

4. Обсуждение результатов

Из приведенных рисунков мы видим, что местоположение дефекта оказывает существенное влияние на угловой спектр эллипсометрического параметра ρ . Параметр Δ демонстрирует еще

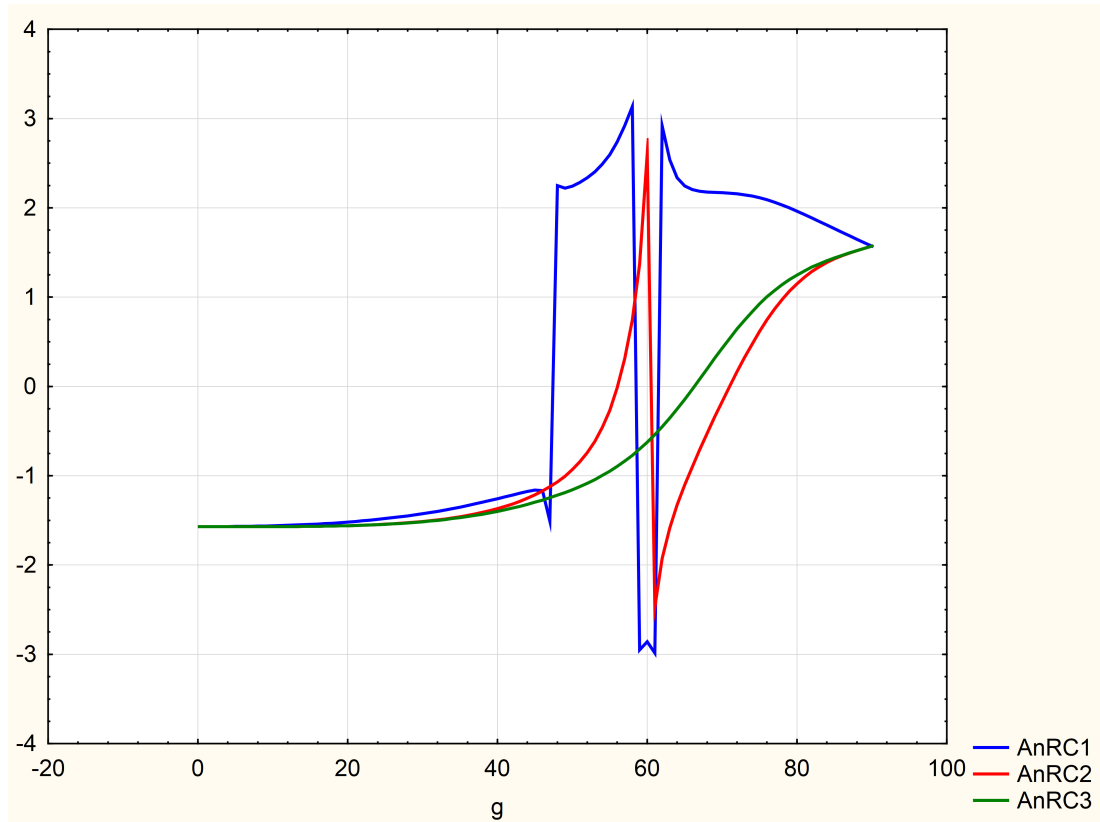


Рис. 5. Дефект с проводимостью. Угловые спектры эллипсометрических параметров Δ для 3 вариантов расположения дефекта: А – AnRC1, В – AnRC3, С – AnRC2

Fig. 5. Conductive defect. Angular spectra of ellipsometric parameters Δ for 3 defect location options: A – AnRC1, B – AnRC3, C – AnRC2

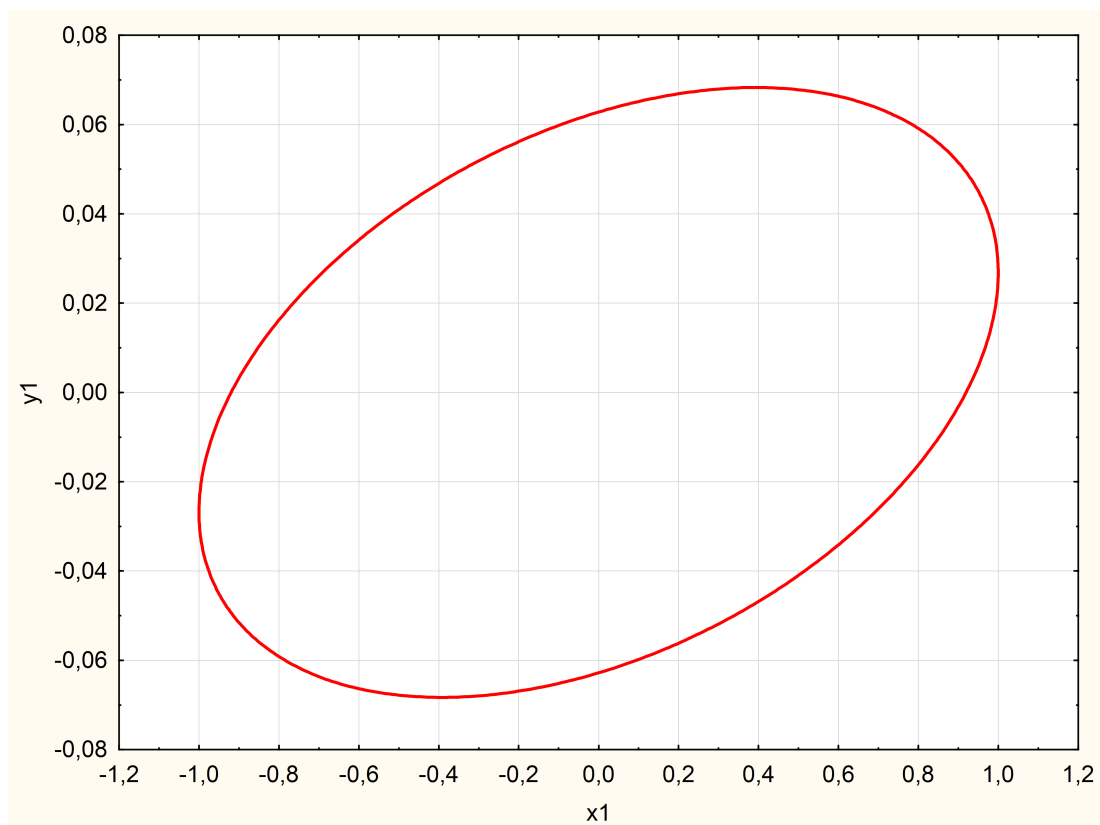


Рис. 6. Дефект с проводимостью. Правая поляризация. Эллипс поляризации $g = 46^\circ$, $\rho = 0,0683$, $\Delta = -1,167$

Fig. 6. Conductivity defect. Right polarization. Polarization ellipse $g = 46^\circ$, $\rho = 0,0683$, $\Delta = -1,167$

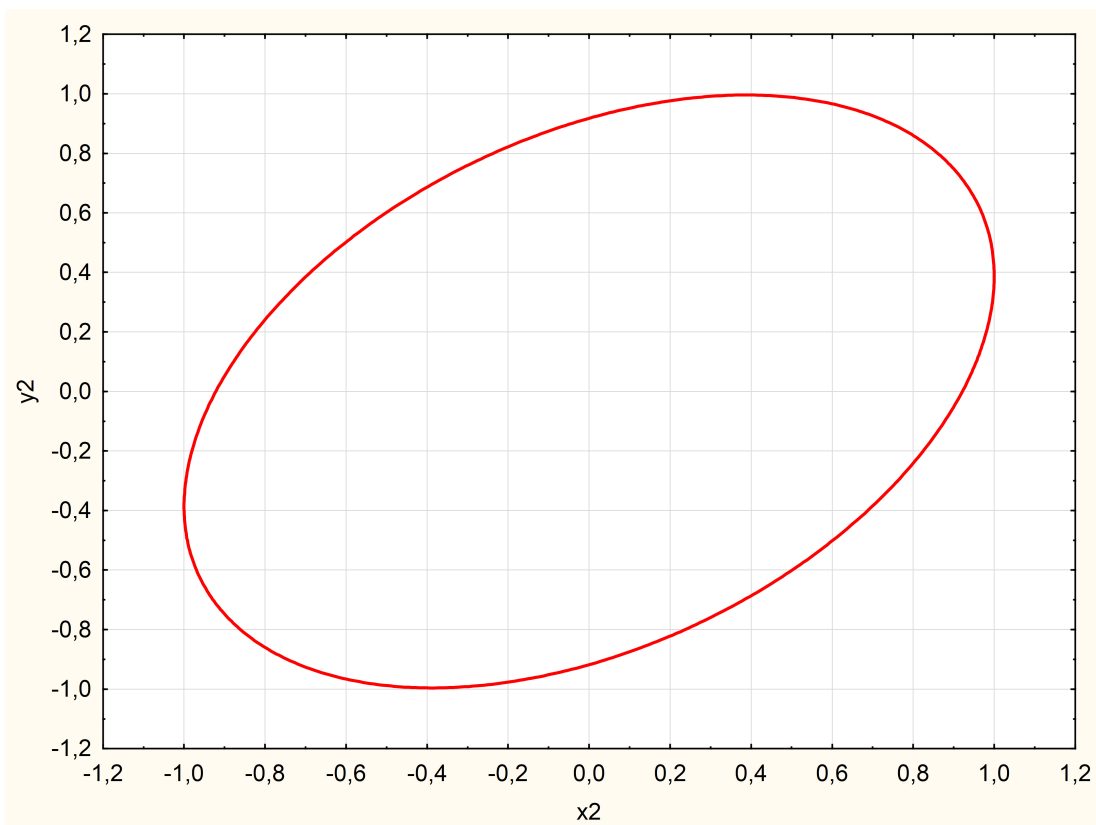


Рис. 7. Дефект с проводимостью. Правая поляризация. Эллипс поляризации $g = 46^\circ$, $\rho = 0,996$, $\Delta = -1,172$
 Fig. 7. Conductivity defect. Right polarization. Polarization ellipse $g = 46^\circ$, $\rho = 0,996$, $\Delta = -1,172$

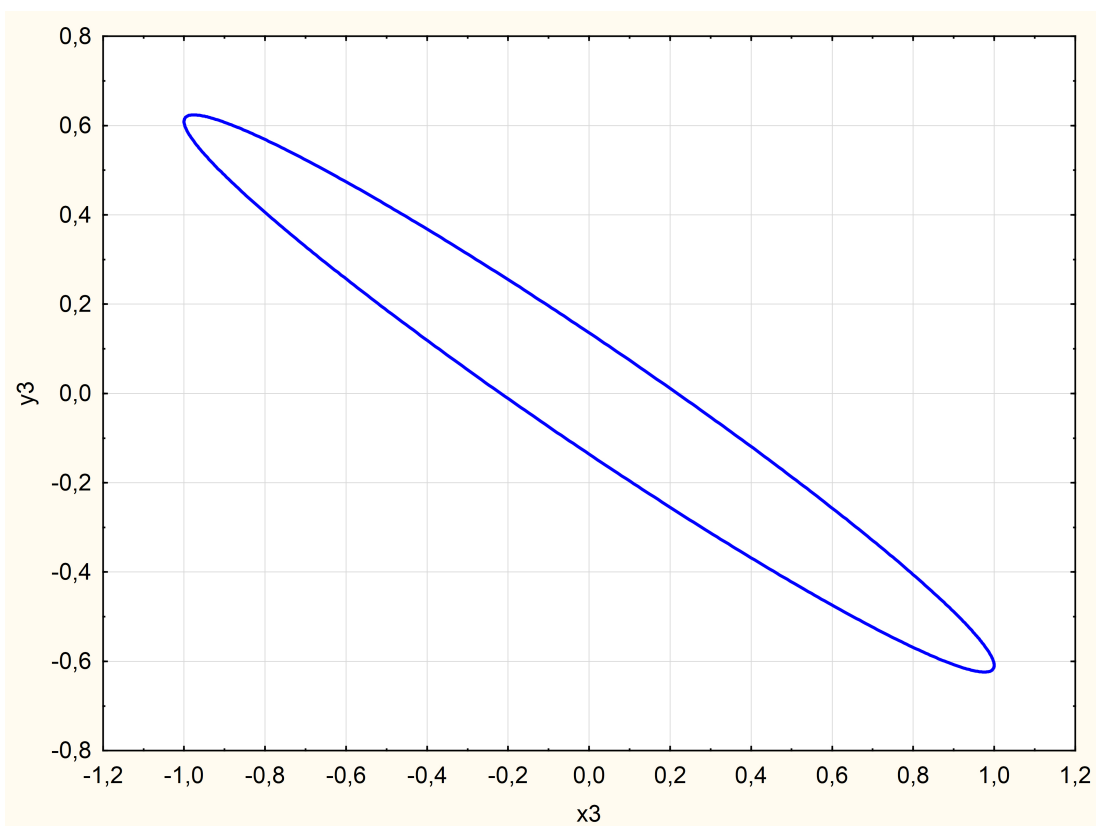


Рис. 8. Дефект с проводимостью. Левая поляризация. Эллипс поляризации $g = 57^\circ$, $\rho = 0,624$, $\Delta = 2,922$
 Fig. 8. Conductivity defect. Left polarization. Polarization ellipse $g = 57^\circ$, $\rho = 0,624$, $\Delta = 2,922$

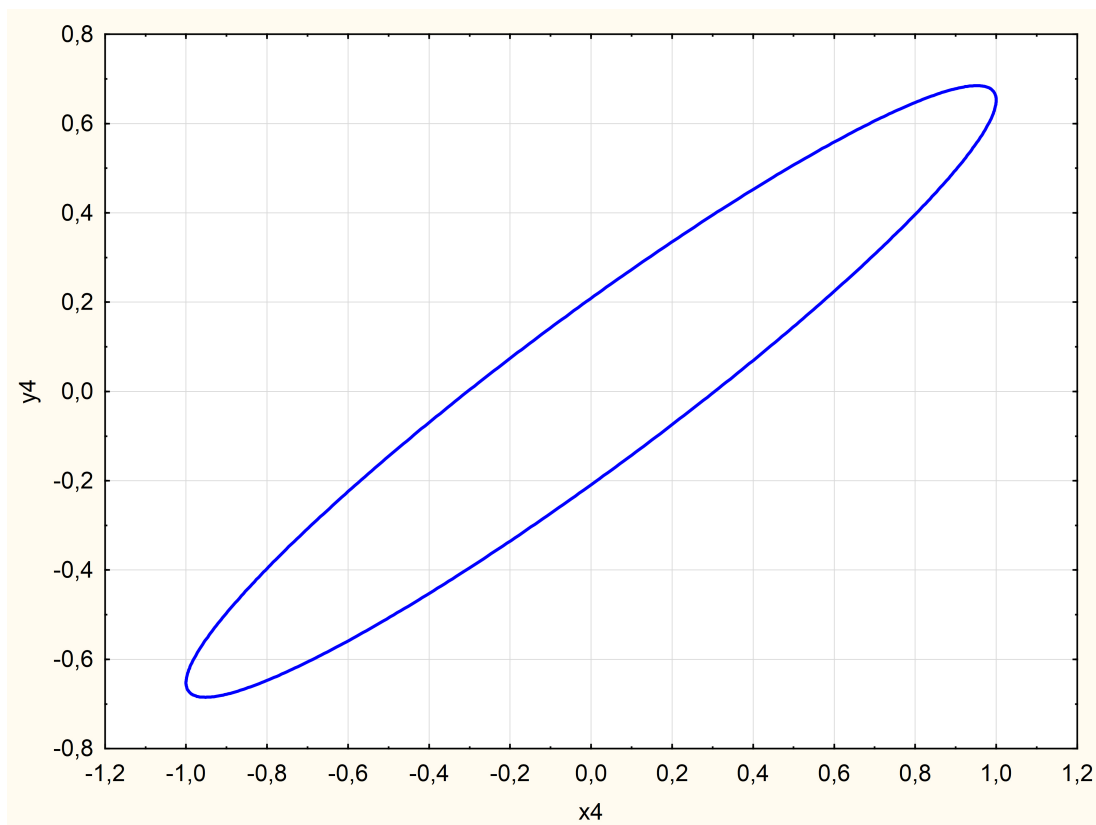


Рис. 9. Дефект с проводимостью. Левая поляризация. Эллипс поляризации $g = 57^\circ$, $\rho = 0,685$, $\Delta = 0,31$
Fig. 9. Conductivity defect. Left polarization. Polarization ellipse $g = 57^\circ$, $\rho = 0,685$, $\Delta = 0,31$

более сильную зависимость от местоположения дефекта, при этом каждое прохождение спектральных кривых через 0 в данном случае свидетельствует о смене характера поляризации с левой на правую и наоборот. На рис. 6–9 мы приводим виды поляризационных эллипсов при отражении циркулярно поляризованного света от слоистой системы с дефектом. Следовательно, анализ спектров эллипсометрических параметров с помощью циркулярно поляризованного падающего света позволяет получить детальную информацию о характере дефекта. Кроме этого, такие периодические структуры с дефектом – диэлектрическим и

проводящим – могут служить основой для преобразователей поляризации света.

Заключение

В работе показана высокая чувствительность эллипсометрических параметров отраженного света от характера и местоположения дефекта в периодической структуре при падении на нее циркулярно поляризованного света. Продемонстрирована возможность управления характером поляризации отраженного света с помощью периодической структуры с дефектом.

Список литературы

1. Transfer-matrix formalism for the calculation of optical response in multilayer systems: From coherent to incoherent interference / M.C. Tropicovsky [et al.] // Optics Express. 2010. Vol. 18, no. 24. P. 24715–24721. DOI: <https://doi.org/10.1364/OE.18.024715>
2. P-191: Dielectric-metal-dielectric structure and its application as top cathode in highly efficient top-emitting WOLEDs / Q. Huang [et al.] // SID Symposium Digest of Technical Papers. 2019. Vol. 50, no. 1. P. 1946–1949. DOI: <https://doi.org/10.1002/sdtp.13347>
3. Электропроводность структур металл-диэлектрик-полупроводник на основе сегнетоэлектрических пленок / М.С. Афанасьев [и др.] // Физика твердого тела. 2020. Т. 62, № 1. С. 121–124. DOI: <https://doi.org/10.21883/FTT.2020.01.48748.570>
4. Efficient scattering model of multi-layer systems with anisotropic films / J.R. Gill [et al.] // Journal of the Optical Society of America A. 2021. Vol. 38, no. 5. P. 595–605. DOI: <https://doi.org/10.1364/JOSAA.416265>
5. Яцышен В.В. Эллипсометрия тонких пленок биологических объектов в условиях полного внутреннего отражения // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2021. Т. 24, № 4. С. 7–12. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2021.24.4.7-12>

6. Яцышен В.В. Математическое моделирование взаимодействия эллиптически поляризованного света с периодической наноструктурой, содержащей дефектный слой // Современная наука: актуальные проблемы теории и практики. Серия: Естественные и технические науки. 2022. № 12. С. 107–113. URL: <http://www.nauteh-journal.ru/files/59f7ab1f-e327-41ce-a3f8-c3ad31f508f3>
7. Вережкина К.Ю., Вережкин И.Ю., Яцышен В.В. Оптическая диагностика дефектов в слоистых периодических наноструктурах // НБИ технологии. 2022. Т. 16, № 1. С. 19–26. DOI: <https://doi.org/10.15688/NBIT.jvolsu.2022.1.4>
8. Yatsyshen V.V. Diagnosis of a periodic nanostructure with a defect using circularly polarized light // Journal of Physics: Conference Series. 2022. Vol. 2373, no. 4. P. 042006. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2373/4/042006>
9. Large sliding regulation in van der waals layered nonlinear optical ternary chalcogenides / Q. Wu [et al.] // npj Computational Materials. 2023. Vol. 9, no. 1. P. 171. DOI: <https://doi.org/10.1038/s41524-023-01127-z>
10. Яцышен В.В., Бородина И.И. Особенности спектра отраженного и прошедшего света круговой поляризации для тонкого слоя анизотропного кристалла типа вюрцита вблизи фононного резонанса // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2023. Т. 26, № 4. С. 10–16. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.4.10-16>
11. Яцышен В.В., Алмохаммад Г.А. Влияние дефекта периодической наноструктуры на ее оптические свойства // Взаимодействие сверхвысокочастотного, терагерцового и оптического излучения с полупроводниковыми микро- и наноструктурами, метаматериалами и биообъектами: сб. ст. XI Всероссийской научной школы-семинара. Саратов, 2024. С. 155–157. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=67356718>
12. Яцышен В.В. Диагностика тонких полупроводниковых слоев с помощью спектроскопии поверхностного плазмонного резонанса с использованием света круговой поляризации // НБИ технологии. 2024. Т. 18, № 1. С. 15–19. URL: <https://ti.jvolsu.com/index.php/ru/archive-ru/318-nbi-technologies-2024-vol-18-no-1-nbi-tehnologii-2024-t-18-1/nanotekhnologii-i-nanomaterialy/1205-yatsyshen-v-v-diagnostics-tonkikh-poluprovodnikovyx-sloev-s-pomoshchyu-spektroskopii-poverkhnostnogo-plazmonnogo-rezonansa-s-ispolzovaniem-sveta-krugovoj-polyarizatsii>

Информация об авторах

Яцышен Валерий Васильевич, доктор технических наук, профессор кафедры судебной экспертизы и физического материаловедения Волгоградского государственного университета, г. Волгоград, Россия.

Область научных интересов: радиофизика и квантовая радиофизика, оптические свойства конденсированных сред, фотонные кристаллы, метаматериалы.

E-mail: yatsyshen.valeriy@volsu.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4185-2333>

SPIN-код (eLibrary): 9693-4494

AuthorID (eLibrary): 148248

ResearcherID (WoS): AAZ-6993-2021

Гофран А. Алмохаммад, аспирантка кафедры судебной экспертизы и физического материаловедения Волгоградского государственного университета, г. Волгоград, Россия.

Область научных интересов: оптические свойства периодических слоистых материалов, включая фотонные кристаллы и метаматериалы.

E-mail: ghofranhussain1993@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5548-0011>

Physics of Wave Processes and Radio Systems 2025, vol. 28, no. 2, pp. 16–23

DOI [10.18469/1810-3189.2025.28.2.16-23](https://doi.org/10.18469/1810-3189.2025.28.2.16-23)

UDC 535.33:535.015

Original Research

Received 21 July 2024

Accepted 22 August 2024

Published 30 June 2025

Ellipsometry of a one-dimensional photonic crystal with dielectric and conductive defects

Valeriy V. Yatsyshen , Gofran A. Almohammad 

Volgograd State University
100, University Avenue,
Volgograd, 400062, Russia

Abstract – Background. Periodic layered systems have recently attracted researchers and engineers due to their possible wide applications in nanoelectronics. In such systems, in addition to their direct use as a periodic structure, various defects can be studied. Against the background of an ideal periodic structure, reflection from a structure with a defect allows one to obtain important information about the defect itself. Of particular interest is the use of circularly polarized light for these purposes. **Aim.** The paper presents the results of calculations of the angular spectra of ellipsometric parameters from a periodic structure with a defect. The latter uses a dielectric layer and a layer with finite conductivity. **Methods.** Spatial. The work uses the ellipsometric method for analyzing the optical properties of material media. Using the method of characteristic matrices,

the ellipsometric parameters of circularly polarized light reflected from the layered system are calculated. **Results.** The work notes the non-equivalence of the calculation results for different locations of the defect - the ellipsometric parameters of the reflected light significantly depend on where the defect is located inside the structure. This effect can be used to determine this location against the background of reflection from an ideal periodic structure. In addition, it has been shown that dielectric and conductive defects lead to significantly different angular spectra of ellipsometric parameters, which can also serve as a certain marker of the defect itself. **Conclusion.** The use of circularly polarized radiation to diagnose periodic media with defects makes it possible to obtain important information about defects against the background of an ideal periodic structure.

Keywords – periodic structure; dielectric defect; defect with finite conductivity; ellipsometric method; circular and elliptical polarization of light.

✉ yatsyshen.valeriy@volsu.ru (Valeriy V. Yatsyshen)

 © Valeriy V. Yatsyshen, Gofran A. Almohammad, 2025

References

1. M. C. Tropicovsky et al., “Transfer-matrix formalism for the calculation of optical response in multilayer systems: From coherent to incoherent interference,” *Optics Express*, vol. 18, no. 24, pp. 24715–24721, 2010, doi: <https://doi.org/10.1364/OE.18.024715>.
2. Q. Huang et al., “P-191: Dielectric-metal-dielectric structure and its application as top cathode in highly efficient top-emitting WOLEDs,” *SID Symposium Digest of Technical Papers*, vol. 50, no. 1, pp. 1946–1949, 2019, doi: <https://doi.org/10.1002/sdtp.13347>.
3. M. S. Afanas'ev et al., “The electrical conductivity of the structures of the metal-dielectric-substrate based on semiconductor films,” *Fizika tverdogo tela*, vol. 62, no. 1, pp. 121–124, 2020, doi: <https://doi.org/10.21883/FTT.2020.01.48748.570>. (In Russ.)
4. J. R. Gill et al., “Efficient scattering model of multi-layer systems with anisotropic films,” *Journal of the Optical Society of America A*, vol. 38, no. 5, pp. 595–605, 2021, doi: <https://doi.org/10.1364/JOSAA.416265>.
5. V. V. Yatsyshen, “Ellipsometry of thin films of biological objects under conditions of total internal reflection,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 24, no. 4, pp. 7–12, 2021, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2021.24.4.7-12>. (In Russ.)
6. V. V. Yatsyshen, “Mathematical simulation of the interaction of elliptically polarized light with a periodic nanostructure containing a defective layer,” *Sovremennaya nauka: aktual'nye problemy teorii i praktiki. Seriya: Estestvennye i tekhnicheskie nauki*, no. 12, pp. 107–113, 2022, url: <http://www.nauteh-journal.ru/files/59f7ab1f-e327-41ce-a3f8-c3ad31f508f3>. (In Russ.)
7. K. Yu. Verevkin, I. Yu. Verevkin, and V. V. Yatsyshen, “Optical diagnostics of defects in layered periodic nanostructures,” *NBI tekhnologii*, vol. 16, no. 1, pp. 19–26, 2022, doi: <https://doi.org/10.15688/NBIT.jvolsu.2022.1.4>. (In Russ.)
8. V. V. Yatsyshen, “Diagnosis of a periodic nanostructure with a defect using circularly polarized light,” *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 2373, no. 4, p. 042006, 2022, doi: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2373/4/042006>.
9. Q. Wu et al., “Large sliding regulation in van der waals layered nonlinear optical ternary chalcogenides,” *npj Computational Materials*, vol. 9, no. 1, p. 171, 2023, doi: <https://doi.org/10.1038/s41524-023-01127-z>.
10. V. V. Yatsyshen and I. I. Borodina, “Peculiarities of the spectrum of reflected and transmitted light of circular polarization for a thin layer of an anisotropic wurtzite-type crystal near phonon resonance,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 26, no. 4, pp. 10–16, 2023, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.4.10-16>. (In Russ.)
11. V. V. Yatsyshen and G. A. Almohammad, “The effect of a defect in the periodic nanostructure on its optical properties,” *Vzaimodeystvie sverkhvysokochastotnogo, teragertsovogo i opticheskogo izlucheniya s poluprovodnikovymi mikro- i nanostrukturami, metamaterialami i bioob'ektami: sb. st. XI Vserossiyskoy nauchnoy shkoly-seminara*, Saratov, pp. 155–157, 2024, url: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=67356718>. (In Russ.)
12. V. V. Yatsyshen, “Diagnosis of thin semiconductor layers with spectroscopy of surface plasmon resonance using circularly polarized light,” *NBI tekhnologii*, vol. 18, no. 1, pp. 15–19, 2024, url: <https://ti.jvolsu.com/index.php/ru/archive-ru/318-nbi-technologies-2024-vol-18-no-1-nbi-tekhnologii-2024-t-18-1/nanotekhnologii-i-nanomaterialy/1205-yatsyshen-v-v-diyagnostika-tonkikh-poluprovodnikovysloev-s-pomoshchyu-spektroskopii-poverkhnostnogo-plazmonnogo-rezonansa-s-ispolzovaniem-sveta-krugovoy-polyarizatsii>. (In Russ.)

Information about the Authors

Valeriy V. Yatsyshen, Doctor of Technical Sciences, professor of the Department of Forensic Science and Physical Materials Science, Volgograd State University, Volgograd, Russia.

Research interests: radiophysics and quantum radiophysics, optical properties of condensed matter, photonic crystals, metamaterials.

E-mail: yatsyshen.valeriy@volsu.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4185-2333>

SPIN-code (eLibrary): 9693-4494

AuthorID (eLibrary): 148248

ResearcherID (WoS): AAZ-6993-2021

Gofran A. Almohammad, postgraduate student of the Department of Forensic Science and Physical Materials Science, Volgograd State University, Volgograd, Russia.

Research interests: optical properties of periodic layered materials, including photonic crystals and metamaterials.

E-mail: ghofranhussain1993@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5548-0011>

A comparative analysis of curvilinear configurations of the V-dipole antenna

Ayotunde A. Ayorinde , Sulaiman A. Adekola , Ike Mowete 

University of Lagos
University Road,
Lagos, Nigeria

Abstract – Background. Curvilinear dipole antenna structures have been established as solution to the directivity problem associated with conventional dipole antennas, with length greater than half a wavelength. However, with the exception of the ‘concave Nu’ dipole, other curvilinear configurations of V-dipole antenna have yet to receive analytical attention in the open literature. This paper presents a comparative analysis of four of such configurations. **Aim.** Develop a detailed electric field integral equation formulation for internal electrodynamic problem of four curvilinear configurations of the V-dipole antenna structure, such that a method of moments solution becomes applicable. **Methods.** Unknown current distributions in the formulation are determined using the method of moments, with piece-wise linear basis and testing functions. Analytical results are then implemented in a FORTRAN computer program, for numerical results. **Results.** Analytical models for four curvilinear configurations of the V-dipole antenna as well as computational results for their input and radiation-zone characteristics. **Conclusion.** Computational results obtained reveal that in terms of maximum achievable directivity and return loss, the configuration with both arms curved, is the best performing; followed by the conventional-V, convex-Nu (one arm bent inwards), and concave-Nu (one arm bent outwards), in that order.

Keywords – curvilinear dipole antenna; maximum directivity; moment-method; Nu dipole antenna configurations; return loss.

Introduction

One notable limitation of the linear dipole antenna as identified in the literature, is that when its physical length exceeds half a wavelength at the operating frequency, its directivity profile deteriorates significantly. According to [1; 2], this limitation owes mainly to the fact that as its length increases, current distribution along the axis of the antenna will include components in direct phase opposition; with the consequence that directivity decreases significantly. Indeed, as remarked by [3], when the physical length is greater than one wavelength, the linear dipole’s main lobe resolves into a number of lobes of about equal strengths, which is why in practical applications, electrically shorter linear dipoles are preferred, despite their low gain features.

As a means of moderating the influence of undesirable phase characteristics of the current distributions of longer linear dipole antennas (LDA), [1; 2], in what appear to be pioneering contributions, introduced the idea of ‘shaping’ the LDA to form what is now commonly referred to as the ‘shaped dipole’. In particular, and starting with a geometry defined by piece-wise linear wires, in which each segment is inclined at some angle to the vertical, a shape that provided the largest value of maximum antenna effective height (and hence, directivity), was derived in [2].

The COMSOL-supported investigations reported in [3] highlighted the possibility of simultaneously optimizing both impedance and directivity of the wire antenna, and reported results that support the conclusion in [1; 2] concerning the ‘shaped dipole’. This ‘shaped dipole’, which, due to its similarity to the Gaussian (normal) probability distribution curve, has been named the ‘Gauss Dipole’, [4; 5], informed quite a few investigations into the characterizing features of curvilinear wire antennas [3–8]. Majority of these investigations focused on antenna directivity maximization, typically, through the use of arrays of the Gauss dipole. For example, after establishing through a moment-method / simplex optimization scheme that the $3\lambda/2$ Gauss-shaped dipole represented the optimum (in terms of maximum directivity), [6], the same authors, in [7], analytically demonstrated that the 11,8 dB maximum directivity of a 3-element Yagi-Uda of dipole is almost identical to the experimentally determined value reported in [2]. A contribution by [8] addressed the problem of optimizing sidelobe level (SLL), using the example of a 6-element Yagi-Uda array of Gauss dipoles. The paper’s results suggested that maximum directivity achievable with SLL optimization is about 1,35 dB less than that achievable, when only directivity is optimized. It is noteworthy that in the case of [4], where the Gauss-dipole’s front-to-back ratio (FBR)

optimization problem was investigated, a gain of 12,87 dB was reported for a Gauss-dipole, backed by a square-shaped, finite-sized reflector. Results published in [9] also demonstrated that further improvements in the Gauss Dipole's performance (effective height in this case) can be achieved through the introduction of a geometrical asymmetry into the antenna's structure.

Outcomes of investigations concerning the 'arc-shaped' antenna described in [10; 11], appear to support the remark in [12] that curvilinear wire antennas are generally better performing than linear wire antenna structures. And according to [12], the V-dipole antenna (VDA) represents 'a first approximation' to the general class of curvilinear wire antennas. Results of a comparison of the performances of V- and Gauss-dipole antennas in [5] indicated that whereas, the maximum achievable directivities for both antennas are comparable, the Gauss-dipole is the better of the two. It is instructive to observe that despite being regarded as the 'optimum shaped curvilinear antenna' in the literature [1–7], no practical application of the Gauss-dipole antenna has, as far as can be ascertained, been reported. On the other hand, a number of important practical applications for the VDA have been highlighted in the literature. The more notable of these include the design of ultra-thin plasmonic meta-surfaces, [13], ground penetrating radar (GPR) applications, [14], and Ultra-Wideband applications [15]. As may be expected therefore, a number of schemes for the performance improvement of the VDA have been developed [5; 14; 16; 17]. An example is available from [14], which described the use of resistive loading along the antenna's arms to obtain pencil-beam patterns, utilized by GPR applications. Other examples include the performance optimization schemes involving choice of arm configuration and apex angle, explored in [16; 17].

This paper's main interest is in the investigations described in [5; 16; 17], which demonstrated that certain configurations of the VDA offer better performance possibilities than the conventional VDA. A configuration of particular interest is the curvilinear 'Nu-dipole' geometry treated by [18], in which the lower arm of the antenna takes the shape of an arc of a circle. Although [18] made no explicit performance comparisons between the VDA and Nu-dipole antenna, results presented in [16] for the 'arc-curved' dipole (with both lower and upper arms shaped as arcs of circles) clearly suggested that the arc-curved dipole provided a better 'maximum peak

radiated pulse' than the VDA, when both are shape-optimized. In this paper, three different curvilinear configurations of the VDA (the 'Nu' with lower arm curved inwards, the 'Nu', with lower arm curved outwards, and the 'Nu' with both arms curved in the same direction) are considered for performance comparisons, in terms of directivity, input impedance, return loss, and radiation-zone fields. Computational results reveal that in terms of these performance metrics, the 'Nu' with both arms curved in the same direction performs best with a maximum directivity greater than 8 dB, for example, when total dipole length is $5\lambda/2$. Computational results also suggest that a particularly notable consequence of shaping the arms of the dipole in a vee-configuration is the significant redistribution of the phase of current flow, along the antenna's axis. The paper in section 1, presents the theoretical background for the investigations, while computational results are presented and discussed in section 2. Suggestions for the extension of the work as well as the main conclusions due to the investigations are presented in section 3, the paper's concluding section.

1. Analysis

A useful approach to antenna analysis derives for example, from the observation by Tabakov and Al-Nozaili, [19], that the associated electrodynamics problem consists of two distinct, but very closely related component parts. First is the 'internal problem', whose solution prescribes the antenna's current distribution; and second is the 'external problem', through which the properties of the electromagnetic field due to the current distribution, are determined. One method of formulating this generic problem is to develop an electric field integral equation (EFIE), typically, with the use of three steps. In the first step, boundary conditions on the electric field at the surface of the antenna are imposed, followed in the second step, by the specification of the fields in terms of the Lorentz potentials. These potentials, in the last step, are described by the current and charge distributions associated with the antenna, as their sources. When this formulation is in the frequency domain (with an assumed $e^{j\omega t}$ harmonic time variation), the most widely used integral equation is the 'two potential' equation, [20], essentially because compared with Pocklington's and Schelkunoff's equations (both of which also derive from the boundary conditions) its kernel is easier to handle.

In the case of the assumedly perfectly conducting, thin-wire antennas of particular interest here, these formulation steps are summarized by the following expressions:

$$\hat{\mathbf{a}}_N \times (\mathbf{E}_{imp} + \mathbf{E}_w) = 0, \text{ on } S \quad (1)$$

so that

$$-\mathbf{E}_{imp}^{\tan} = -j\omega\mathbf{A} - \frac{\partial\Phi}{\partial l} \hat{\mathbf{a}}_l, \text{ on } S \quad (2)$$

provided that

$$\mathbf{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int_{axis} \mathbf{I}(l') \frac{e^{-jkR}}{R} dl', \quad (2a)$$

with

$$\Phi = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_{axis} \sigma(l') \frac{e^{-jkR}}{R} dl'. \quad (2b)$$

In the foregoing expressions, $(\hat{\mathbf{a}}_N, \hat{\mathbf{a}}_l)$ represent unit vectors normal to the wire surface (in the outward direction) and in a direction tangential to the surface, respectively; while all other symbols retain their usual meanings. By relating filamentary charge and current distributions through the equation of continuity according to

$$\sigma(l') = -\frac{1}{j\omega} \frac{dI(l')}{dl'}, \quad (3)$$

the desired EFIE emerges through the use of (3) in (2b) and subsequent use of (2a) and (2b) in (1), in terms of the current distribution (and its first derivative), and constitutes the internal electrodynamic problem, [19], for the generic thin-wire antenna problem.

Towards a moment-method solution of the problem, a linear integro-differential operator, 'L' is introduced, [20], such that the EFIE modifies to

$$\mathbf{E}_{imp}^{\tan} = L[\mathbf{I}(l')] = (j\omega\mathbf{A} + \nabla\Phi)^{\tan} \text{ on } S. \quad (4)$$

It may be remarked that the domain of L is the space of those functions $\mathbf{I}$, for which $\mathbf{I}$ is 0 at the ends of the wire antenna; and its range is the space of all possible functions $\mathbf{E}_{imp}^{\tan}$ on the wire surface. An inner product $(\langle \cdot \rangle)$ appropriate to the problem is also introduced for two vector quantities $(\mathbf{W}, \mathbf{F})$ tangential to the wire surface as

$$\langle \mathbf{W}, \mathbf{F} \rangle = \int_C \mathbf{W} \cdot \mathbf{F} dl, \quad (5)$$

where 'C' is a path defined on the surface of the wire, parallel to its axis. Next, a set $\{\mathbf{F}_n\}_{n=1}^N$ of expansion functions as well as a set $\{\mathbf{W}_m\}_{m=1}^N$ of weighting functions are selected. Details of the requisite prop-

erties of these functions are available in [21; 23]. The unknown current distribution is then expressed as a series in terms of the expansion functions; that is:

$$\mathbf{I} = \sum_n \varsigma_n \mathbf{F}_n$$

in which the ς_n are unknown coefficients to be determined. Equation (4) then modifies to

$$\sum_n L[\varsigma_n \mathbf{F}_n] = (j\omega\mathbf{A} + \nabla\Phi)^{\tan} = \mathbf{E}_{imp}^{\tan}, \quad (6)$$

so that by taking the inner product of each $\mathbf{W}_m$ with both sides of (6), the system of equations defined by

$$\sum_n \langle \mathbf{W}_m, \varsigma_n L[\mathbf{F}_n] \rangle = \langle \mathbf{W}_m, \mathbf{E}_{imp}^{\tan} \rangle, \quad (7)$$

emerges. The matrix format of (7) is obtained through the definition of generalized network parameters according to, [21],

$$[Z] = \begin{bmatrix} \langle \mathbf{W}_1, L(\mathbf{F}_1) \rangle & \dots & \langle \mathbf{W}_1, L(\mathbf{F}_N) \rangle \\ \dots & \dots & \dots \\ \langle \mathbf{W}_N, L(\mathbf{F}_1) \rangle & \dots & \langle \mathbf{W}_N, L(\mathbf{F}_N) \rangle \end{bmatrix},$$

$$(V) = \begin{pmatrix} \langle \mathbf{W}_1, \mathbf{E}_{imp}^{\tan} \rangle \\ \vdots \\ \langle \mathbf{W}_N, \mathbf{E}_{imp}^{\tan} \rangle \end{pmatrix}, \text{ and } (I) = \begin{pmatrix} \varsigma_1 \\ \vdots \\ \varsigma_N \end{pmatrix},$$

such that (7) becomes

$$[Z](I) = (V).$$

It is of interest to observe, as shown in [22], that a typical entry to the generalized impedance matrix $[Z]$ is of the form

$$Z_{mn} = \quad (8)$$

$$= \int_{axis} dl \int_C dl' \left(j\omega\mu \mathbf{W}_m \cdot \mathbf{F}_n + \frac{1}{j\omega\epsilon} \frac{dW_m}{dl'} \frac{dF_n}{dl} \right) \frac{e^{-jkR}}{4\pi R}.$$

Thus, the solution to the internal electrodynamic problem is obtained as

$$(I) = [Z]^{-1}(V). \quad (9)$$

1.1. Specialization to the curvilinear dipole cases

The illustrations of Fig. 1 describe the four configurations of the V-dipole antenna (VDA) considered in this paper. Fig. 1, *a*, depicts a curvilinear configuration with its lower arm curved inwards and here referred to as the 'concave-Nu'; Fig. 1, *b*, is for the 'convex-Nu', with lower arm curved outwards; Fig. 1, *c*, the 'conventional Nu', with both arms curved in the same direction; and Fig. 1, *d*, describes the VDA.

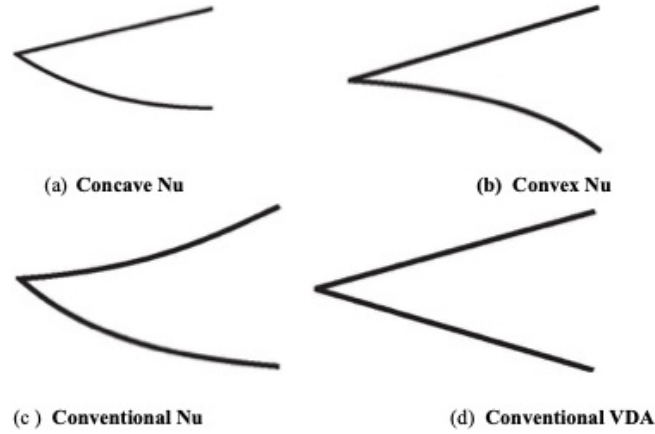


Fig. 1. Curvilinear configurations of the V-dipole antenna

Рис. 1. Криволинейные конфигурации V-дипольной антенны

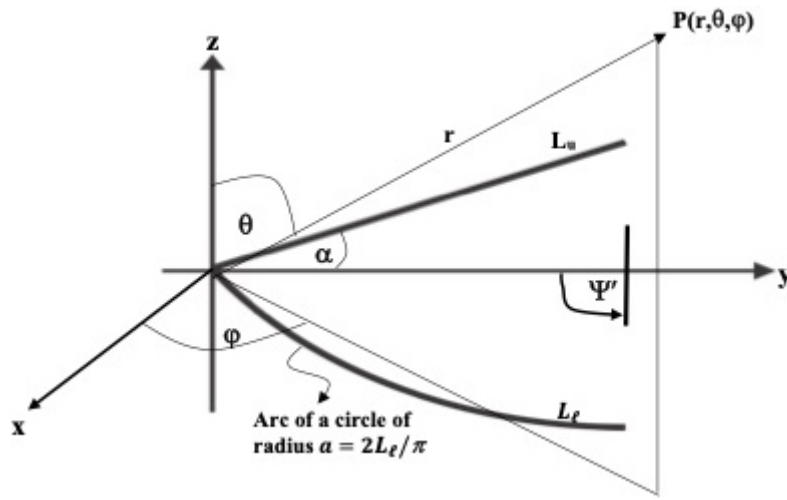


Fig. 2. Representative problem geometry

Рис. 2. Типичная геометрия задачи

Towards specializing the results of the foregoing discussions to the internal electrodynamic problem of these curvilinear configurations, the representative problem geometry of Fig. 2, for the ‘concave nu-dipole’ is considered. As a matter of analytical convenience, the dipole is regarded as consisting of two wires (an ‘upper arm’ and a ‘lower arm’) sharing a common feed.

For this ‘two-wire structure’, two sets of expansion and weighting functions are defined for the upper and lower arms according to

$$\left[\{ \mathbf{F}_{u,n} \}; \{ \mathbf{W}_{u,m} \} \right] \text{ and } \left[\{ \mathbf{F}_{l,n} \}; \{ \mathbf{W}_{l,m} \} \right],$$

respectively. Current distribution along the axes of the antenna structure is then given by

$$\mathbf{I} = \sum_{n=1}^{N/2} \varsigma_{u,n} \mathbf{F}_{u,n} + \sum_{n=N/2+1}^N \varsigma_{l,n} \mathbf{F}_{l,n},$$

so that the boundary condition of (4) becomes

$$\left(\sum_{n=1}^{N/2} \varsigma_{u,n} L\mathbf{F}_{u,n} + \sum_{n=N/2+1}^N \varsigma_{l,n} L\mathbf{F}_{l,n} \right) = \mathbf{E}_{imp}^{\tan}$$

it is readily verified that generalized impedance matrix is then given by

$$[Z] = \begin{bmatrix} \langle \mathbf{W}_{u,1}, L\mathbf{F}_{u,1} \rangle & \dots & \langle \mathbf{W}_{u,1}, L\mathbf{F}_{u,N/2} \rangle \\ \langle \mathbf{W}_{u,2}, L\mathbf{F}_{u,1} \rangle & \dots & \langle \mathbf{W}_{u,2}, L\mathbf{F}_{u,N/2} \rangle \\ \dots & \dots & \dots \\ \langle \mathbf{W}_{u,N/2}, L\mathbf{F}_{u,1} \rangle & \dots & \langle \mathbf{W}_{u,N/2}, L\mathbf{F}_{u,N/2} \rangle \\ \dots & \dots & \dots \\ \langle \mathbf{W}_{l,N}, L\mathbf{F}_{u,1} \rangle & \dots & \langle \mathbf{W}_{l,N}, L\mathbf{F}_{u,N/2} \rangle \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} \langle \mathbf{W}_{u,1}, \mathbf{LF}_{l, N/2+1} \rangle & \dots & \langle \mathbf{W}_{u,1}, \mathbf{LF}_{l, N} \rangle \\ \langle \mathbf{W}_{u,2}, \mathbf{LF}_{l, N/2+1} \rangle & \dots & \langle \mathbf{W}_{u,2}, \mathbf{LF}_{l, N} \rangle \\ \dots & \dots & \dots \\ \langle \mathbf{W}_{u, N/2}, \mathbf{LF}_{l, N/2+1} \rangle & \dots & \langle \mathbf{W}_{u, N/2}, \mathbf{LF}_{l, N} \rangle \\ \dots & \dots & \dots \\ \langle \mathbf{W}_{l, N}, \mathbf{LF}_{l, N/2+1} \rangle & \dots & \langle \mathbf{W}_{l, N}, \mathbf{LF}_{l, N} \rangle \end{bmatrix}.$$

A typical entry into the matrix of (10) is easily identified as

$$z_{s,m,t,n} = \int_{axis} dl \int_C dl' \left(j\omega\mu \mathbf{W}_{s,m} \cdot \mathbf{F}_{t,n} + \frac{1}{j\omega\epsilon} \frac{dW_{s,m}}{dl'} \frac{dF_{t,n}}{dl} \right) \frac{e^{-jkR_v}}{4\pi R_v}. \quad (11)$$

In (11), 's', 't', and 'v' can be either of 'u' (for the upper arm) or 'l' (for the lower arm), as may apply, to complete the formulation, (and hence the antenna's internal electrodynamic problem), the variable 'R' featuring in the Green's function in (11) requires specification. The respective position vectors for points on the upper arm on the wire surface and along the wire axis are given by

$$(\mathbf{r}; \mathbf{r}') = (l \cos \alpha \hat{\mathbf{a}}_y + l \sin \alpha \hat{\mathbf{a}}_z; l' \cos \alpha \hat{\mathbf{a}}_y + l' \sin \alpha \hat{\mathbf{a}}_z),$$

'R_v' appearing in the equation is readily determined [21], as either

$$R_u = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| = \sqrt{b^2 + (l - l')^2},$$

in which 'b' represents the wire radius and which applies when the expansion function is specified on the upper arm; or for the lower arm, for which

$$(\mathbf{r}; \mathbf{r}') = (a(1 - \cos \psi) \hat{\mathbf{a}}_y - a \sin \psi \hat{\mathbf{a}}_z;$$

$$a(1 - \cos \psi') \hat{\mathbf{a}}_y - a \sin \psi' \hat{\mathbf{a}}_z), \text{ as}$$

$$R_l = \sqrt{b^2 + a^2 \left(4 \sin^2 \left(\frac{\psi - \psi'}{2} \right) \right)},$$

in this case. Corresponding expressions for the other antenna structures in Fig. 1 share similarities with these results, as evident from the following considerations. In the case of the convex-Nu's lower arm,

$$(\mathbf{r}; \mathbf{r}') = (a \sin \psi \hat{\mathbf{a}}_y - a(1 - \cos \psi) \hat{\mathbf{a}}_z;$$

$$a \sin \psi' \hat{\mathbf{a}}_y - a(1 - \cos \psi') \hat{\mathbf{a}}_z)$$

and it is easy to see that R_l for this structure reduces to the same as that for the concave-Nu. Both structures share identical expressions for R_u , since up-

per arm geometry is the same in both cases. Position vectors of interest to the conventional Nu's upper and lower arms are given, respectively, by

$$(\mathbf{r}; \mathbf{r}') = (a \sin \psi \hat{\mathbf{a}}_y + a(1 - \cos \psi) \hat{\mathbf{a}}_z;$$

$$a \sin \psi' \hat{\mathbf{a}}_y + a(1 - \cos \psi') \hat{\mathbf{a}}_z) \text{ and}$$

$$(\mathbf{r}; \mathbf{r}') = (a(1 - \cos \psi) \hat{\mathbf{a}}_y - a \sin \psi \hat{\mathbf{a}}_z;$$

$$a(1 - \cos \psi') \hat{\mathbf{a}}_y - a \sin \psi' \hat{\mathbf{a}}_z).$$

From which it follows that for this curvilinear structure,

$$R_l = R_u = \sqrt{b^2 + a^2 \left(4 \sin^2 \left(\frac{\psi - \psi'}{2} \right) \right)}.$$

Finally, it is not difficult, for the V-dipole, to verify that

$$R_u = R_l = \sqrt{b^2 - (l - l')^2}.$$

The next step in the analysis is the formulation of the external electrodynamic problem, which is that of determining the radiation zone fields. In the far-zone, the electric field intensity is related to the vector magnetic potential according to $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -j\omega \mathbf{A}(\mathbf{r})$, $r \gg r'$. $\mathbf{A}$ is still prescribed by (2a) but unlike the $\mathbf{A}$ for the internal problem, it is given, for example, in the case of the concave dipole's upper arm, by

$$\mathbf{A}_u = \frac{\mu e^{-jkr}}{4\pi r} \int_0^{L_u} (\cos \alpha \hat{\mathbf{a}}_y + \sin \alpha \hat{\mathbf{a}}_z) \times \\ \times I(\ell') e^{jk\ell' [\sin \theta \sin \phi \cos \alpha + \cos \theta \sin \alpha]} d\ell',$$

in which, for the Green's function, use has been made of

$$R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \approx \begin{cases} r - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}', & \text{phase approximation;} \\ r, & \text{magnitude approximation} \end{cases}$$

with

$$\mathbf{r}' = l' \cos \alpha \hat{\mathbf{a}}_y + l' \sin \alpha \hat{\mathbf{a}}_z.$$

Accordingly, and using the well-known Cartesian to spherical coordinates transformation identity, the spherical coordinates components of the contributions of this arm to the structure's radiation zone field emerge as

$$E_{\theta u} = \frac{-j\omega\mu e^{-jkr}}{4\pi r} \int_0^{L_u} [\cos \theta \sin \phi \cos \alpha - \sin \theta \sin \alpha] \times \quad (12)$$

$$\times I(\ell') e^{jk\ell' [\sin \theta \sin \phi \cos \alpha + \cos \theta \sin \alpha]} d\ell',$$

$$E_{\phi u} = \frac{-j\omega\mu e^{-jkr}}{4\pi r} \int_0^{L_u} \cos \phi \cos \alpha I(\ell') \times$$

$$\times e^{jk\ell' [\sin \theta \sin \phi \cos \alpha + \cos \theta \sin \alpha]} d\ell'.$$

Following similar steps, it is fairly straightforward to establish that corresponding expressions for the structure's lower arm is

$$\begin{aligned} E_{\theta l} &= \\ &= \frac{-j\omega\mu e^{-jkr}}{4\pi r} \int_0^{\pi/2} [\cos\theta \sin\varphi \sin\psi' + \sin\theta \cos\psi'] \times \\ &\times I(\psi') e^{jka[\sin\theta \sin\varphi(1-\cos\psi') - \cos\theta \sin\psi']} d\psi', \\ E_{\phi l} &= \frac{-j\omega\mu e^{-jkr}}{4\pi r} \int_0^{\pi/2} [\cos\varphi \sin\psi'] \times \\ &\times I(\psi') e^{jka[\sin\theta \sin\varphi(1-\cos\psi') - \cos\theta \sin\psi']} d\psi'. \end{aligned} \quad (13)$$

According to (12) and (13), the theta-component of this field vanishes in the antenna's YZ plane, where $\varphi = 90^\circ$. Therefore, the concave-Nu dipole's radiation field as given in that plane, by the superposition of (12) and (13), is obtained as

$$\begin{aligned} E_{\theta cnv} &= \frac{-j\omega\mu e^{-jkr}}{4\pi r} \left(\int_0^{L_u} [\cos(\theta + \alpha)] \times \right. \\ &\times I(\ell') e^{jk\ell' \sin(\theta + \alpha)} d\ell' + \\ &+ \int_0^{\pi/2} a \sin(\theta + \psi') I(\psi') \times \\ &\times e^{jka[\sin\theta \sin\varphi(1-\cos\psi') - \cos\theta \sin\psi']} d\psi' \Big). \end{aligned} \quad (14)$$

Using the same reasoning, radiation-zone fields in the YZ plane for the other three curvilinear structures are readily determined as

$$\begin{aligned} E_{\theta cvx} &= \frac{-j\omega\mu e^{-jkr}}{4\pi r} \left(\int_0^{L_u} [\cos(\theta + \alpha)] \times \right. \\ &\times I(\ell') e^{jk\ell' \sin(\theta + \alpha)} d\ell' + \\ &+ \int_0^{\pi/2} a \sin(\theta + \psi') I(\psi') \times \\ &\times e^{jka[\sin\theta \sin\varphi(1-\cos\psi') - \cos\theta \sin\psi']} d\psi' \Big) \end{aligned} \quad (15)$$

for the convex-Nu dipole;

$$\begin{aligned} E_{\theta cvnu} &= \frac{-j\omega\mu a e^{-jkr}}{4\pi r} \times \\ &= \left[\int_0^{\pi/2} \left(\cos(\theta + \psi') I(\psi') e^{jka[\cos(\theta + \psi') + \cos\theta]} + \right. \right. \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} &+ a \sin(\theta + \psi') I(\psi') \times \\ &\times e^{jka[\sin\theta \sin\varphi(1-\cos\psi') - \cos\theta \sin\psi']} \Big) d\psi' \Big] \end{aligned}$$

for the convex-Nu; and finally,

$$\begin{aligned} E_{\theta vda} &= \frac{-j\omega\mu e^{-jkr}}{4\pi r} \times \\ &\times \left(\int_0^{L_u} [\cos(\theta + \alpha)] I(\ell') e^{jk\ell' \sin(\theta + \alpha)} d\ell' + \right. \\ &+ \left. \left(\int_0^{L_l} [\cos(\theta - \alpha)] I(\ell') e^{jk\ell' \sin(\theta - \alpha)} d\ell' \right) \right). \end{aligned} \quad (17)$$

for the Vee-dipole antenna.

Once the desired current distributions become available through the method of moments, therefore, it becomes a fairly straightforward matter to determine antenna performance parameters of interest. For this paper, these parameters, in addition to far-zone patterns, include feed point input admittance given by

$$Y_{in} = \frac{I_{in}}{V_{in}} = G_{in} + jB_{in},$$

where G_{in} stands for input conductance and B_{in} input susceptance. Others are return loss, which, as pointed out by [23], is defined as

$$Return\ Loss(dB) = 20 \log_{10} \left| \frac{Z_{in} + Z_o}{Z_{in} - Z_o} \right|,$$

where, in this paper, $Z_o = 50\Omega$ and $Z_{in} = 1/Y_{in}$ represents the feed point input impedance of the curvilinear configuration of interest. Finally, maximum directivity, a common performance assessment metric for curvilinear antenna structures, [1–5], is determined using the well-known expression, [24];

$$D_{max} = 10 \log_{10} \left(\frac{4\pi U_{max}}{P_{rad}} \right) (dB),$$

in which U_{max} represents maximum radiation intensity and P_{rad} , the total radiated power; both evaluated using the following respective equations:

$$U_{max} = \left(\frac{1}{2\eta} \left[|E_{\theta}(\theta, \varphi)|^2 + |E_{\phi}(\theta, \varphi)|^2 \right] \right)_{max},$$

and

$$P_{rad} = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} U \sin\theta d\theta d\varphi.$$

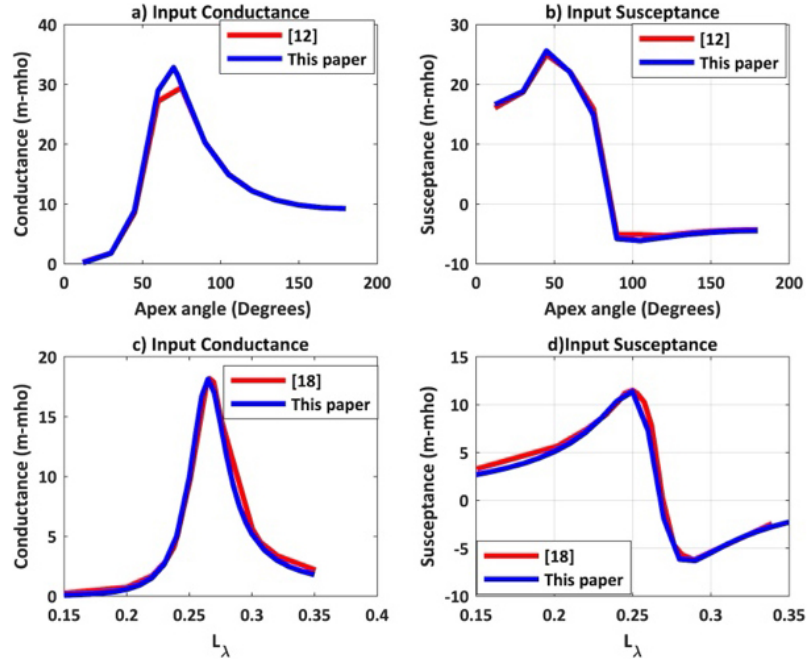


Fig. 3. Comparison of input admittance profiles published in [12] and [18] with corresponding results of this paper

Рис. 3. Сравнение профилей входной проводимости, опубликованных в [12] и [18], с соответствующими результатами настоящей статьи

2. Computational results and discussion

For all the computational results presented and discussed in this section, a delta-gap feed model with an excitation voltage of 1 V was utilized. In addition, for the center frequency of 1,5 GHz, the thin-wire property of all the structures are maintained through meeting the requirement that $0,002\lambda \leq \text{wire radius} \leq 0,008\lambda$. Piece-wise linear functions are utilized as both expansion and weighting functions, in a Galerkin's approach, whose details (including approximations, convergence properties, and error bounds) are comprehensively described in [20–22].

As a check on the validity of the paper's analytical formulation of section 1 concerning the internal problem, input admittance results published in [12] and [18] are compared with corresponding results obtained with the use of this paper's formulation. Outcomes of the comparisons are displayed in Fig. 3.

The profiles of Fig. 3, *a, b* compare the input admittance data of the VDA with dimensions given in Table 2 of [12], with computational results for the same VDA, obtained with this paper's formulation. Also, the input admittance comparisons of Fig. 3, *c, d*, are for the concave Nu dipole treated in [18, Fig. 2] and corresponding computational data due to this paper. The very close agreements between these profiles lend credence to the validity of the formulation in this paper.

Current distribution characteristics are compared for the four configurations, by the profiles of Fig. 4 (magnitude) and Fig. 5 (phase).

From the curves displayed in first row of Fig. 4, it can be seen that when the half-arm length is limited to $0,25\lambda$ for all the curvilinear structures, magnitude of current varies significantly with apex angle α . When α changes from 30° to $50,4^\circ$, for example, magnitude of current for the V-dipole became generally halved in size. Furthermore magnitude of current for the convex-Nu dipole increased significantly, generally becoming larger than corresponding values for the V-dipole. At $\alpha = 60^\circ$, values of magnitude of current recorded for the convex-Nu drastically reduced from those recorded at $\alpha = 50,4^\circ$. Profiles of magnitude of current displayed in Fig. 5, *d, e, f*, for the $L = 0,75\lambda$ cases are generally comparable for all the curvilinear configurations, for $\alpha = 50,4^\circ$. For the other two values of apex angle, values recorded for the concave-Nu and convex-Nu structures are noticeably smaller.

The phase distribution curves of Fig. 5, *a, b, c*, (for $L = 0,25\lambda$ cases) underscore a property implicitly stated in [3] that shaping the dipole represents a method of prescribing a phase distribution for the wire antenna. It can be seen from Fig. 5, *a*, for example, values recorded for V-dipole are positive, whereas, corresponding values recorded the convex-Nu and concave -Nu structures (with one arm shaped and the other linear), are negative. On the other hand, as can be seen from Fig. 5, *b*, values recorded

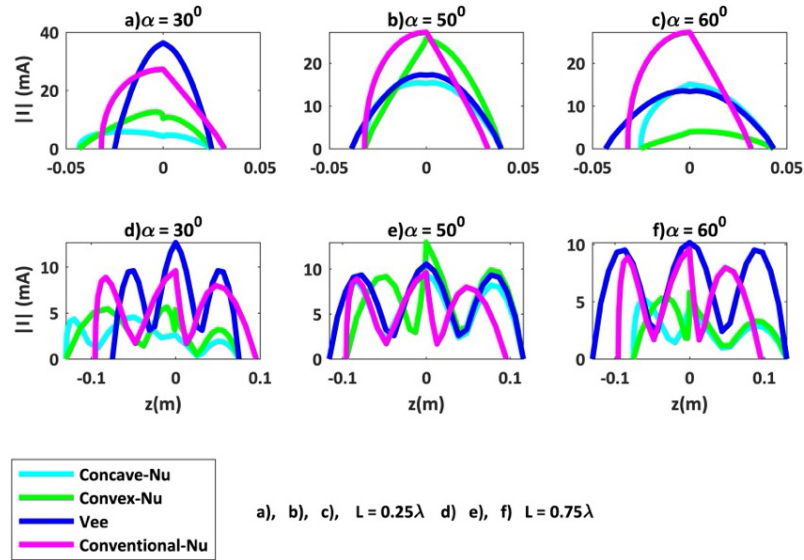


Fig. 4. Profiles of distribution of magnitude of current for the curvilinear antennas for various apex angles

Рис. 4. Профили распределения величины тока для криволинейных антенн при различных углах при вершине

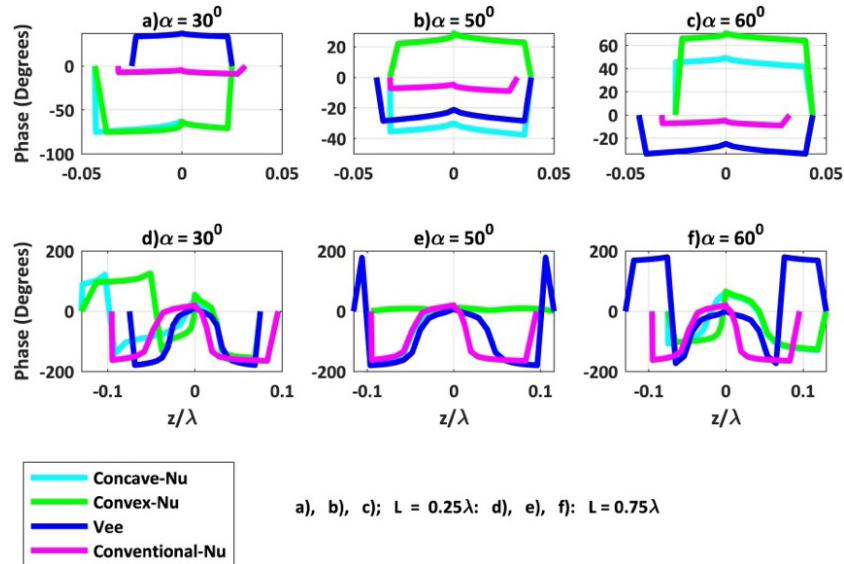


Fig. 5. Phase distribution profiles corresponding to the magnitude profiles of Fig. 4

Рис. 5. Профили распределения фаз, соответствующие профилям магнитуд рис. 4

for the V- and Convex-Nu – dipoles reversed in sign from corresponding values displayed in Fig. 5, a, indicating that for $L = 0,25\lambda$ curvilinear dipole, apex angle represents another parameter choice for prescribing phase distribution of axially directed current flow. It should be pointed out that all the curves in both Fig. 4 and 5 for the conventional-Nu configuration, are independent of apex angle, as the geometry is only related to the others, through choice of half arm length, L . Finally, the curves of Fig. 5, d, e, f, describe corresponding phase distributions for all four configurations, when half arm length is fixed at $0,75\lambda$. The phase reversals occurring here are cases are not as pronounced as those earlier described for the $L = 0,25\lambda$ cases. With the exception of the curves

for the convex-Nu structure, such phase reversals as are recorded, are essentially limited to segments close the ends of the arms of the antenna.

2.1. Influence of slant angle on the performance of the Nu dipole

As observed in [9; 25], the introduction of geometrical asymmetry in the curvilinear dipole antenna's structure has significant effects on the antenna's performance. This influence is not well-captured in the treatment of the concave Nu dipole presented in [18], mainly because only one value of slant angle ($\alpha = 60^\circ$) was considered in that publication. A relationship between relative arms' lengths and slant angle may be conveniently established by

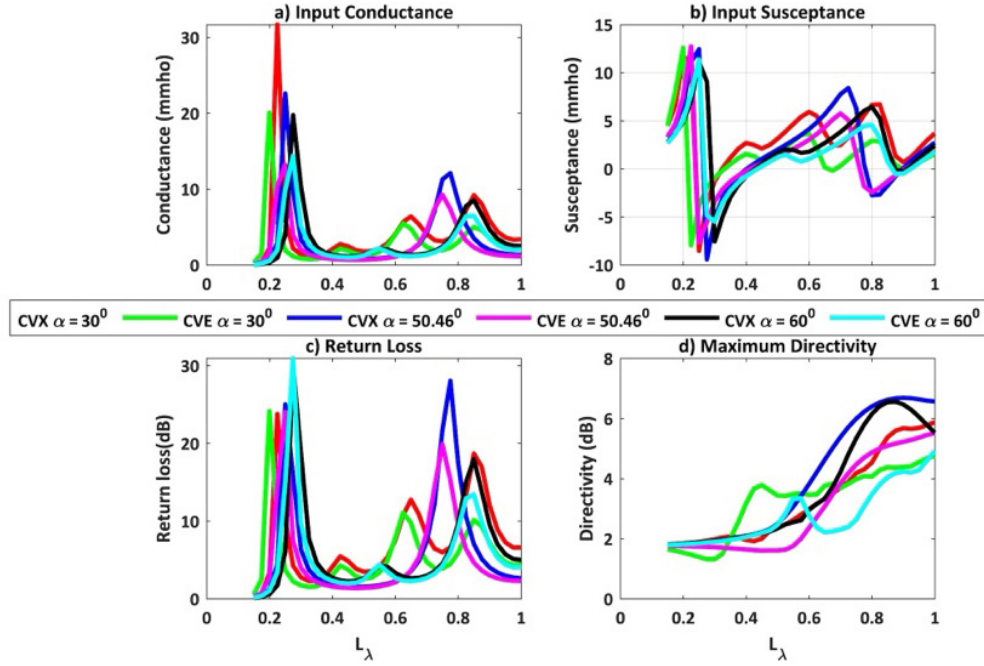


Fig. 6. Profiles of input admittance, return loss and maximum directivity for different values of slant angle

Рис. 6. Профили входной проводимости, обратных потерь и максимальной направленности для различных значений угла наклона

projecting both arms on the y-axis. The projection of the upper arm (of length L_u) of the concave Nu dipole on the y-axis is $L_u \cos \alpha$. When it is noted that the lower arm is a quarter of a circle (of radius a) in extent, and letting L_l represent the physical length of this arm, it becomes easy to see that $a = 2L_l / \pi$. Hence, both arms will have equal projections on the y-axis, when

$$L_u \cos \alpha = \frac{2L_l}{\pi}, \quad (18)$$

so that the desired relationship between the arms' lengths emerges as

$$L_u = \frac{2}{\pi \cos \alpha} L_l. \quad (19)$$

For a given radius of the arc representing the lower arm, therefore, the relative lengths of both arms are determined by slant angle according to (12)–(13) as

$$\alpha = \cos^{-1} \left(\frac{2 L_l}{\pi L_u} \right). \quad (20)$$

Three possible scenarios, namely, the cases of $L_u < L_l$, $L_u = L_l$, and $L_u > L_l$, are of particular interest; and it is readily verified that the choices of $\alpha = 30^\circ$ ($L_u = 0.75L_l$), $\alpha = 50.46^\circ$ ($L_u = L_l$), and $\alpha = 60^\circ$ ($L_u = 1.25L_l$), respectively, define the geometries of the three scenarios.

With reference to these three values of slant angle, an illustration of the effects of differences in arms' lengths extent for both the convex- and concave -Nu dipole antennas is provided by the profiles of Fig. 6.

Here, (and elsewhere in this paper), $L_\lambda = L_u / \lambda$, and the associated L_l , for any given α , is specified by (13)–(14)

The profiles of Fig. 6, a, for input conductance (G_{in}), display two sets of maxima for G_{in} ; the first set, located in the region $0.2 < L_\lambda < 0.4$, and the second, $0.6 < L_\lambda < 0.9$. For the first set of maxima, the largest values were recorded by the convex-Nu dipole with slant angles of 30° , 50.46° , and 60° , in that order.

The order of occurrence of G_{in} maxima differs slightly for the concave-Nu dipole in that the 60° maximum occurs before that of 50.46° . Maxima recorded by the convex-Nu dipole in the second set are also generally higher than those recorded by the concave-Nu configuration; though in the latter case, the largest value was recorded by the 50.46° convex-Nu configuration. A notable feature of the B_{in} profiles of Fig. 6, b, is that for $L_u < L_l$ ($\alpha = 30^\circ$), the convex-Nu dipole resonates only at two values of L_λ (0.22 and 0.25), whilst the other four, each resonate for four different values of L_λ . It is also noteworthy that for this latter case, two sets of resonant lengths are in close proximity; one in the neighborhood of $L_\lambda = 0.45$, and the other, in the vicinity of $L_\lambda = 0.90$.

Variations of return loss with arms' lengths for different values of apex angle, are displayed in Fig. 6, c. The profiles clearly fall into the two categories earlier described for G_{in} . Return loss for the first set reveal that maxima, of the $\alpha = 60^\circ$ configurations had the largest values (with that for the concave-Nu slightly

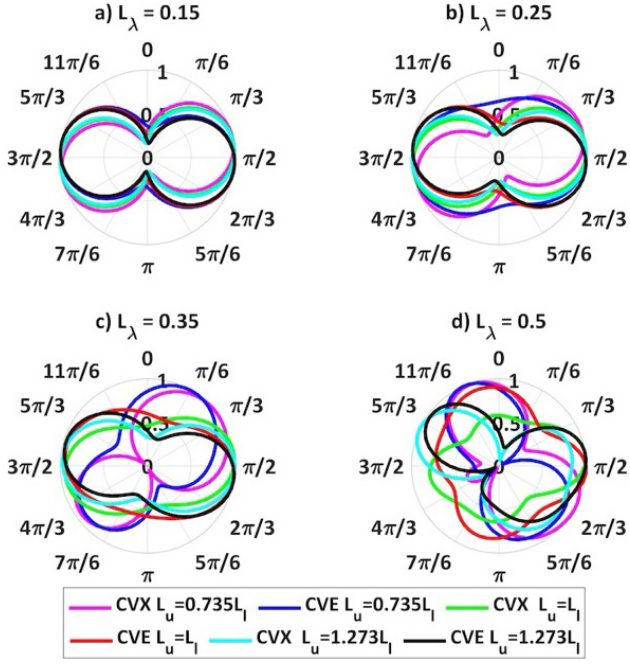


Fig. 7. Comparison of radiation-zone field patterns for the three convex-Nu and concave-Nu configurations with $0,15 \leq L_\lambda \leq 0,50$
Рис. 7. Сравнение диаграмм направленности для трех конфигураций выпуклого Nu и вогнутого Nu при $0,15 \leq L_\lambda \leq 0,50$

greater), whereas, values recorded by the other four configurations featured marginal differences. For the second set, the $\alpha = 50,46^\circ$ convex-Nu and $\alpha = 30^\circ$ concave-Nu configurations recorded the distinctly largest and least values of return loss, respectively. Finally, it can be seen from the maximum directivity profiles of Fig. 6, d, that values for the convex-Nu configurations are significantly larger than those of the concave-Nu configurations.

The largest maximum directivity values (close to 7 dB) are those for the $50,46^\circ$ and 60° convex-Nu configurations, in that order.

A number of interesting features are revealed by the far-field patterns in the antenna plane, displayed in Fig. 7. For normalized upper length arm (L_λ) of 0,15, the field pattern profiles of Fig. 7, a, share similar shapes (referred to in [24] as ‘azimuth’, and similar to Fig. 2 of [18]) for all values of slant angle. From Fig. 7, b, for $L_\lambda = 0,25$, it can be seen that the symmetry displayed in Fig. 7, a, no longer features in all cases. As a matter of fact, in this case, the pattern due to the concave-Nu with $\alpha = 30^\circ$ assumes a form that may be described as ‘quasi-omnidirectional’. In addition to the ‘rotation of orientation’ described in [18], the patterns of Fig. 7, c, include another ‘quasi-omnidirectional’ pattern, this time, due to the convex-Nu with $\alpha = 30^\circ$ configuration.

The pattern shape deformation, which may be said to have initiated in Fig. 7, d, manifests as minor lobes

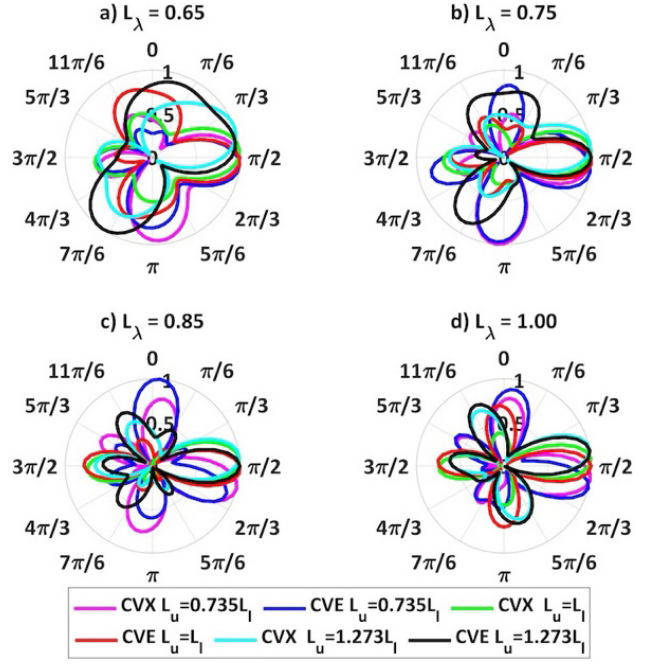


Fig. 8. Comparison of radiation-zone field patterns for the three convex-Nu and concave-Nu configurations with $0,65 \leq L_\lambda \leq 1,00$
Рис. 8. Сравнение картин поля зоны излучения для трех конфигураций выпуклого Nu и вогнутого Nu при $0,65 \leq L_\lambda \leq 1,00$

in the field patterns of Fig. 8, a–d. From the profiles of Fig. 8, a, it is easy to see that in terms of sharpness of main lobe and corresponding minor lobe sizes, the best performing configuration is the $50,46^\circ$ convex-Nu, followed by the 30° convex-Nu, with the 60° concave performing worst here, and indeed, in all other cases. Profiles of Fig. 8, b, follow the same general trend, but there are two notable exceptions: first, the second best performing configuration in this case, is the 60° convex-Nu; and second, the $50,46^\circ$ concave-Nu now performs better than the 30° concave-Nu. For $L_\lambda = 1,00$, the convex-Nu configurations ($50,46^\circ$, 60° and 30° , in that order) are collectively and individually better performing than the corresponding concave-Nu configurations.

2.2. Comparison of concave-Nu, Convex-Nu, Conventional-Nu and conventional V configurations

Discussions in the preceding section (2.1) established that the convex-Nu curvilinear configuration of the VDA represents a better performing configuration than its concave-Nu counterpart.

In this section, the performances of both configurations are compared with those of the conventional-Nu and conventional V dipole antennas. Candidates for the comparisons include the representative $50,46^\circ$ convex- and concave-Nu configurations, the symmetrical VDA with an apex angle of $50,46^\circ$, and arms lengths equal to L_u of the Nu dipoles; as well as

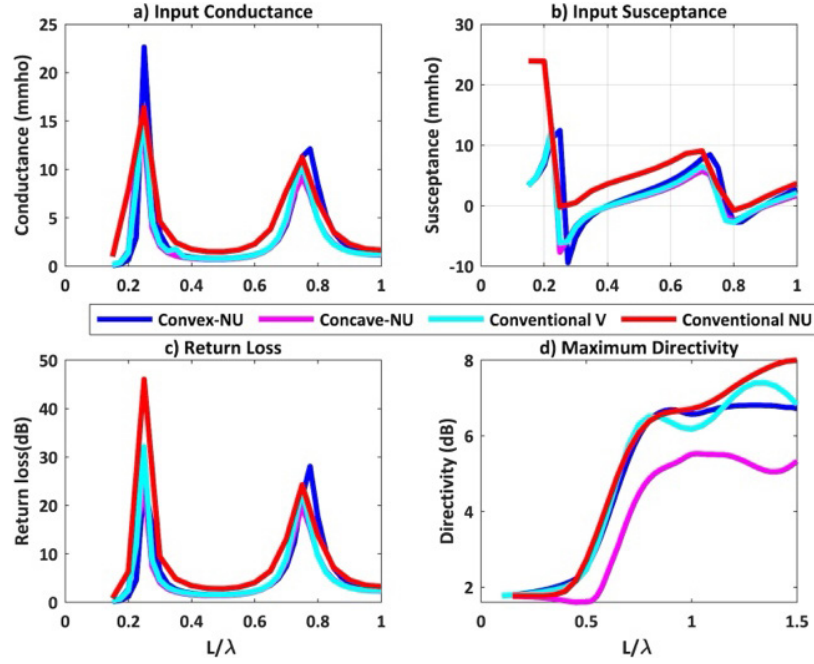


Fig. 9. Comparison of input admittance, return loss and maximum directivity profiles

Рис. 9. Сравнение профилей входной проводимости, обратных потерь и максимальной направленности

the conventional-Nu. From the first set of G_{in} maxima of the profiles of Fig. 9, a, it can be seen that the values recorded by the conventional-Nu and VDA, in that order, are larger than those for the convex- and concave-Nu configurations.

The second set differs only in that the convex-Nu now recorded the largest value of G_{in} . According to the B_{in} profiles of Fig. 7, b, the VDA and convex- / concave-Nu configurations all share two resonance lengths; one close to $L = 0,4\lambda$, and the other, in the vicinity of $L = 0,9\lambda$. The conventional- and convex-Nu configurations also share the two resonance lengths of about $0,25\lambda$ and $L = 0,76\lambda$.

A particularly noteworthy feature of the return loss profiles of Fig. 9, c, is the remarkably large value (close to 50 dB) for the conventional-Nu configuration. It may also be noted that maximum return loss for the VDA is larger than that for the convex-Nu, which in turn, and as noted in section 3.1, is larger than that for the concave-Nu. With the exception of the concave-Nu configuration, (whose maximum directivity is distinctly the least over virtually the entire spectrum of L_λ considered in this paper) maximum directivity values are comparable for values of L_λ up to about 0,75. Beyond this point, maximum directivity for the convex-Nu ‘saturates’ to a value of about 6,25 dB, that for the VDA rises to a value of about 7 dB (at $L_\lambda = 1,25$ dB) before falling to the ‘saturation’ value for the convex-Nu; whilst that for the conventional-Nu rises steadily to 8,01 dB at $L = 1,5\lambda$. Two

important conclusions are indicated by these results; the first is that the conventional-Nu dipole is capable of achieving a maximum directivity greater than the 7 dB reported [6] for the $3\lambda/2$ optimum shape (Gauss) wire dipole: and second, that as suggested by [24], a $5\lambda/2$ shaped (curvilinear) configuration is also capable of achieving improved directivity metrics.

Radiation-zone field patterns for the four configurations are compared in Fig. 10 for ‘upper arm’ length in the range $0,75 \leq L_\lambda \leq 1,50$, over which maximum directivity is distinct. In Fig. 10, a, the pattern for the conventional-Nu has its main lobe directed along the $130-310^\circ$ axis, whereas those for the other three are more or less, all directed along the $90-270^\circ$ axis. The patterns of Fig. 10, b, are also multi-lobed like those of the others, but in this case, the minor lobes are more uniformly shaped, on account of the nulls that now feature in all the patterns. Although the orientations of the main lobes remain as earlier described for the patterns of Fig. 10, a, the main beams are generally sharper, suggesting that the associated maximum directivity profiles are mainly due to minor lobe sizes. Beyond $L_\lambda = 1,0$, the nulls that featured in the patterns of Fig. 8, b, vanish, as evident from Fig. 10, c–d; the main beams are sharper though, with those for the conventional-Nu approaching the ‘pencil-beam’ variety.

An alternative view of the field patterns of Fig. 10 is presented in Fig. 11, where, for each configuration, profiles of the radiation-zone patterns are compared,

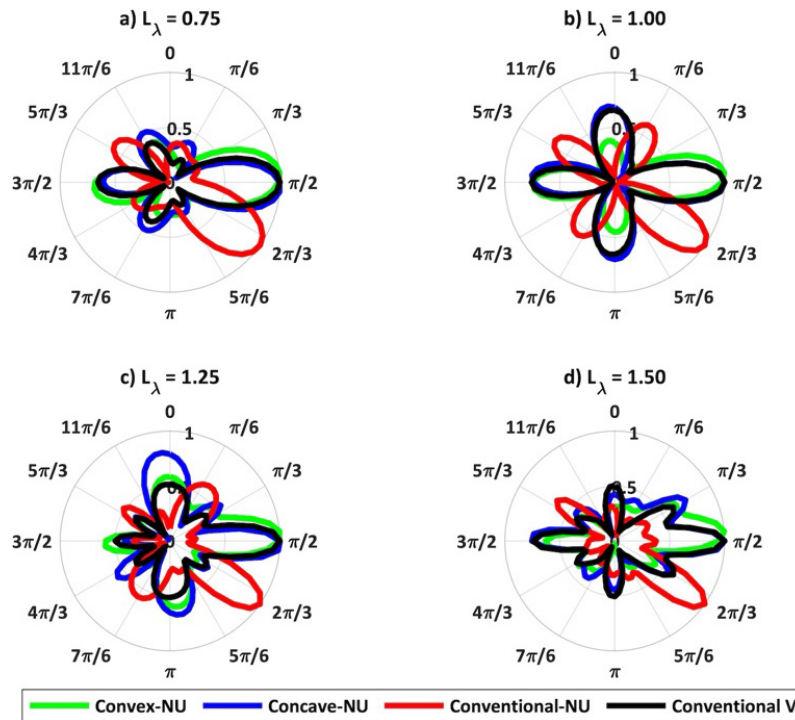


Fig. 10. Comparison of profiles of far-zone field patterns
Рис. 10. Сравнение профилей поля дальней зоны

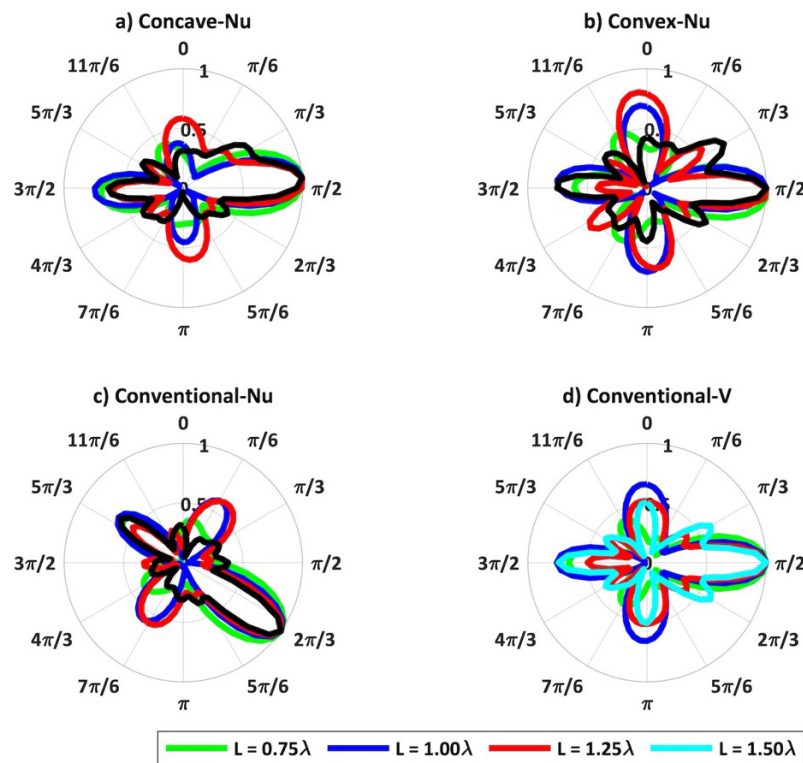


Fig. 11. An alternative view of the far-zone patterns of Fig. 10
Рис. 11. Альтернативный вид полей дальней зоны рис. 10

for varying values of L_λ . Because the responses of the convex-NU and concave-NU configurations in this connection have earlier been discussed, only those for the conventional-NU and conventional-V need be described. Thus, and with reference to Fig. 11, c, the

pattern for the $L_\lambda = 1,50$ conventional-NU case has the sharpest main lobe, followed by $L_\lambda = 1,25$, $1,00$ and $0,75$, in that order. Minor lobes contributions to corresponding patterns' average intensities, however, are generally in the reverse order. The same trend is

followed by the profiles displayed in Fig. 11, *d*, for the conventional V dipole, whose far-zone patterns exhibit slightly poorer directivity properties than those of corresponding conventional-Nu dipole antennas.

Conclusion

A comprehensive comparative performance analysis of three curvilinear configurations (here referred to as the concave-Nu, convex-Nu, and conventional-Nu) of the V-dipole antenna has been presented in this paper. Integral field expressions rigorously formulated for each of the configurations had the distribution of current along the axis of the antenna as the only unknown. The unknown current distributions were determined through the use of the method of moments, following which computational results for input conductance, return loss, maximum directivity, and far-zone radiation fields in the antenna plane, became available.

First, the computational results established that for the convex-Nu/concave-Nu configurations, choice of length of linear arm and its slant angle, α , (which also prescribes degree of curvature of curved arm) significantly influenced antenna response. And following a comparison of the aforementioned performance metrics, it was established for the first

time, that the convex-nu configuration represents a much better performing configuration than the concave-Nu introduced by [18]. When the performances of these two configurations were compared with those of the conventional-Nu and conventional-V configurations, the metrics revealed that the best performing of the lot is the conventional-Nu configuration, particularly with reference to return loss and maximum achievable directivity. Indeed, the 8 dB maximum directivity recorded for the conventional-Nu configuration is significantly better than the 7,13 dB reported for the optimum-shaped wire (Gauss) dipole in [6]. It is also noteworthy that the return loss of close to 50 dB recorded by the conventional-Nu dipole antenna is by far better than those recorded by the other three configurations.

A number of possibilities for future investigations are offered by the analysis presented in this paper. One of such possibilities concerns the influence of asymmetry of the type described in [9], on the performance of the conventional-Nu configurations. Others are the possibility of the configuration's directivity performance enhancement through the introduction of a small ground plane into its structure: and that of resistively loading the configuration towards deployment in ground penetrating radar (GRR) applications, as common with conventional-V dipoles.

References

1. F. Landstorfer, "A new type of directional antenna," 1976 *Antennas and Propagation Society International Symposium*, pp. 169–172, 1976, doi: <https://doi.org/10.1109/APS.1976.1147636>.
2. F. M. Landstorfer, "New developments in VHF/UHF antennas," *International Conference on Antennas and Propagation. Proceedings*, part 1, pp. 132–141, 1978.
3. J. Kataja and K. Nikoskinen, "The parametric optimization of wire dipole antennas," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 59, no. 2, pp. 350–356, 2011, doi: <https://doi.org/10.1109/TAP.2010.2096181>.
4. W. Junhong and R. Lang, "Directivity optimization of curved surface dipole antennas," *Journal of Electronics (China)*, vol. 11, no. 4, pp. 322–331, 1994, doi: <https://doi.org/10.1007/BF02778386>.
5. W. Jun-Hong and J. Lang, "Analysis of curvilinear dipoles and their arrays with finite reflectors," *Proceedings of IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium and URSI National Radio Science Meeting*, vol. 2, pp. 1002–1006, 1994, doi: <https://doi.org/10.1109/APS.1994.407919>.
6. D. K. Cheng and C. H. Liang, "Shaped wire antennas with maximum directivity," *Electronics Letters*, vol. 18, no. 19, pp. 816–818, 1982, doi: <https://doi.org/10.1049/el:19820555>.
7. C. H. Liang and D. K. Cheng, "Directivity optimization for Yagi-Uda arrays of shaped dipoles," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 31, no. 3, pp. 522–525, 1983, doi: <https://doi.org/10.1109/TAP.1983.1143085>.
8. W. Chen, L. Jen, and S. M. Zhang, "Radiation pattern optimisation for Yagi-Uda arrays of shaped dipole antennas," *Electronics Letters*, vol. 30, no. 16, pp. 1264–1265, 1994, doi: <https://doi.org/10.1049/el:19940877>.
9. Z. Cai et al., "Optimization of shaped wire antennas for asymmetric excitation," *International Conference on Microwaves and Communications (ICMC)*, pp. 316–319, 1992, url: <https://www.ece.uvic.ca/~jbornema/Conferences/023-92icmc-cjbl.pdf>.
10. C. Tang, "Input impedance of arc antennas and short helical radiators," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 12, no. 1, pp. 2–9, 1964, doi: <https://doi.org/10.1109/TAP.1964.1138164>.
11. U. U. R. Qureshi et al., "Miniaturized arc shaped near isotropic self-complementary antenna for spectrum sensing applications," *Sensors*, vol. 23, no. 2, pp. 927, 2023. DOI: <https://doi.org/10.3390/s23020927>
12. D. M. Petković and D. D. Krstić, "A new approach to V-dipole antenna," *Facta Universitatis. Series: Working and Living Environmental Protection*, vol. 2, no. 2, pp. 143–149, 2002, url: <http://facta.junis.ni.ac.rs/walep/walep2002/walep2002-06.pdf>.

13. R. Blanchard et al., "Modeling nanoscale V-shaped antennas for the design of optical phased arrays," *Phys. Rev. B*, vol. 85, no. 15, pp. 155457-1-11, 2012, doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.85.155457>.
14. K. Kim and W. R. Scott, "Design of a resistively loaded vee dipole for ultrawide-band ground-penetrating radar applications," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 53, no. 8, pp. 2525-2532, 2005, doi: <https://doi.org/10.1109/TAP.2005.852292>.
15. A. Mohamed and L. Shafai, "Investigation on vee dipole antennas for ultra-wideband applications," *2009 13th International Symposium on Antenna Technology and Applied Electromagnetics and the Canadian Radio Science Meeting*, pp. 1-4, 2009, doi: <https://doi.org/10.1109/ANTEMURSI.2009.4805093>.
16. J. H. Wang, L. Jen, and S. S. Jian, "Optimization of the dipole shapes for maximum peak values of the radiating pulse," *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, vol. 1, pp. 526-529, 1997, doi: <https://doi.org/10.1109/APS.1997.630214>.
17. I. Misra, R. Chakrabarty, and B. Mangaraj, "Design, analysis and optimization of V-dipole and its three-element Yagi-Uda array," *Progress in Electromagnetics Research*, vol. 66, pp. 137-156, 2006, doi: <https://doi.org/10.2528/PIER06102604>.
18. O. U. Okereke, "Analysis of Nu-dipole antenna using the method of moments," *International Journal of Electronics*, vol. 86, no. 12, pp. 1481-1492, 1999, doi: <https://doi.org/10.1080/002072199132563>.
19. D. P. Tabakov and B. M. Al-Nozaili, "Solving an internal problem for finite regular two-dimensional lattice spiral elements, excitable plate electromagnetic wave," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 27, no. 3, pp. 17-33, 2024, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2024.27.3.17-33>. (In Russ.)
20. T. K. Sarkar, A. R. Djordjevic, and B. M. Kolundzija, "Method of moments applied to antennas," url: <https://mtt.etf.bg.ac.rs/Mikrotalasna.Tehnika/Clanci/ANTMOM.pdf>.
21. R. F. Harrington, "Matrix methods for field problems," *Proceedings of the IEEE*, vol. 55, no. 2, pp. 136-149, 1967, doi: <https://doi.org/10.1109/PROC.1967.5433>.
22. D. C. Kuo and B. J. Strait, "Improved programs for analysis of radiation and scattering by configuration of arbitrarily bent wires," *Syracuse University Scientific Report No. 15*, 1972, url: <http://ece-research.unm.edu/summa/notes/In/0275.pdf>.
23. T. S. Bird, "Definition and misuse of return loss [Report of the transactions editor-in-chief]," *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, vol. 51, no. 2, pp. 166-167, 2009, doi: <https://doi.org/10.1109/MAP.2009.5162049>.
24. C. A. Balanis, *Antenna Theory: Analysis and Design*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 1997.
25. R. A. Burberry, *VHF and UHF Antennas*. London: Peter Peregrinus Ltd., 1992.

Information about the Authors

Ayotunde A. Ayorinde, Ph.D. Electrical Engineering, senior lecturer, Department of Electrical and Electronics Engineering, University of Lagos, Akoka, Lagos, Nigeria.

Research interests: electromagnetics, antennas, radiowave propagation, computational methods.

E-mail: aayorinde@unilag.edu.ng

ORCID: <https://orcid.org/0009-0005-9731-8924>

Sulaiman A. Adekola, Ph.D. Electrical Engineering, emeritus professor, Department of Electrical and Electronics Engineering, University of Lagos, Akoka, Lagos, Nigeria.

Research interests: electromagnetics, antennas, radiowave propagation, acoustic (echosonde) antennas, RF energy harvesting.

E-mail: adekolaadeniyi43@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3926-5378>

Ike Mowete, Ph.D. Electrical Engineering, professor, Department of Electrical and Electronics Engineering, University of Lagos, Akoka, Lagos, Nigeria.

Research interests: electromagnetics, antennas, radiowave propagation, computational methods

E-mail: amowete@unilag.edu.ng

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8335-6170>

Физика волновых процессов и радиотехнические системы 2025, vol. 28, no. 2, pp. 24–39

DOI [10.18469/1810-3189.2025.28.2.24-39](https://doi.org/10.18469/1810-3189.2025.28.2.24-39)

УДК 621.396.674.3

Оригинальное исследование

Дата поступления 20 октября 2024

Дата принятия 21 ноября 2024

Дата публикации 30 июня 2025

Сравнительный анализ криволинейных конфигураций антенны V-диполя

А.А. Айоринде , С.А. Адекола , И. Мовете 

Университет Лагоса
Нигерия, Лагос,
Юниверсити-роуд

Аннотация – Обоснование. Криволинейные дипольные антенные структуры были созданы как решение проблемы направленности, связанной с обычными дипольными антеннами, с длиной более половины длины волны. Однако, за исключением «вогнутого Nu» диполя, другие криволинейные конфигурации антенны V-диполя еще не получили аналитического внимания в открытой литературе. В этой статье представлен сравнительный анализ четырех таких конфигураций. **Цель.** Разработать подробную формулировку интегрального уравнения электрического поля для внутренней электродинамической задачи четырех криволинейных конфигураций структуры антенны V-диполя, чтобы метод решения моментов стал применимым. **Методы.** Неизвестные распределения тока в формуле определяются с помощью метода моментов с кусочно-линейным базисом и проверочными функциями. Аналитические результаты затем реализуются в компьютерной программе FORTRAN для численных результатов. **Результаты.** Аналитические модели для четырех криволинейных конфигураций V-дипольной антенны, а также результаты вычислений для их входных и радиационных характеристик. **Заключение.** Полученные результаты вычислений показывают, что с точки зрения максимально достижимой направленности и возвратных потерь наилучшими являются конфигурации с обоими изогнутыми плечами; за ними следуют обычные V, выпуклые Nu (одно плечо загнуто внутрь) и вогнутые Nu (одно плечо загнуто наружу).

Ключевые слова – криволинейная дипольная антенна; максимальная направленность; метод моментов; конфигурации антенн Nu-диполь; возвратные потери.

✉ amowete@unilag.edu.ng (Мовете Ике)

 © Айоринде А.А., Адекола С.А., Мовете И., 2025

Список литературы

1. Landstorfer F. A new type of directional antenna // 1976 Antennas and Propagation Society International Symposium. 1976. P. 169–172. DOI: <https://doi.org/10.1109/APS.1976.1147636>
2. Landstorfer F.M. New developments in VHF/UHF antennas // International Conference on Antennas and Propagation. Proceedings. Part 1. 1978. P. 132–141.
3. Kataja J., Nikoskinen K. The parametric optimization of wire dipole antennas // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 2011. Vol. 59, no. 2. P. 350–356. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAP.2010.2096181>
4. Junhong W., Lang R. Directivity optimization of curved surface dipole antennas // Journal of Electronics (China). 1994. Vol. 11, no. 4. P. 322–331. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF02778386>
5. Jun-Hong W., Lang J. Analysis of curvilinear dipoles and their arrays with finite reflectors // Proceedings of IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium and URSI National Radio Science Meeting. 1994. Vol. 2. P. 1002–1006. DOI: <https://doi.org/10.1109/APS.1994.407919>
6. Cheng D.K., Liang C.H. Shaped wire antennas with maximum directivity // Electronics Letters. 1982. Vol. 18, no. 19. P. 816–818. DOI: <https://doi.org/10.1049/el:19820555>
7. Liang C.H., Cheng D.K. Directivity optimization for Yagi-Uda arrays of shaped dipoles // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 1983. Vol. 31, no. 3. P. 522–525. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAP.1983.1143085>
8. Chen W., Jen L., Zhang S.M. Radiation pattern optimisation for Yagi-Uda arrays of shaped dipole antennas // Electronics Letters. 1994. Vol. 30, no. 16. P. 1264–1265. DOI: <https://doi.org/10.1049/el:19940877>
9. Optimization of shaped wire antennas for asymmetric excitation / Z. Cai [et al.] // International Conference on Microwaves and Communications (ICMC). 1992. P. 316–319. URL: <https://www.ece.uvic.ca/~jbornema/Conferences/023-92icmc-cjbl.pdf>
10. Tang C. Input impedance of arc antennas and short helical radiators // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 1964. Vol. 12, no. 1. P. 2–9. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAP.1964.1138164>
11. Miniaturized arc shaped near isotropic self-complementary antenna for spectrum sensing applications / U.U.R. Qureshi [et al.] // Sensors. 2023. Vol. 23, no. 2. P. 927. DOI: <https://doi.org/10.3390/s23020927>
12. Petković D.M., Krstić D.D. A new approach to V-dipole antenna // Facta Universitatis. Series: Working and Living Environmental Protection. 2002. Vol. 2, no. 2. P. 143–149. URL: <http://facta.junis.ni.ac.rs/walep/walep2002/walep2002-06.pdf>
13. Modeling nanoscale V-shaped antennas for the design of optical phased arrays / R. Blanchard [et al.] // Phys. Rev. B. 2012. Vol. 85, no. 15. P. 155457–1–11. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.85.155457>
14. Kim K., Scott W.R. Design of a resistively loaded vee dipole for ultrawide-band ground-penetrating radar applications // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 2005. Vol. 53, no. 8. P. 2525–2532. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAP.2005.852292>
15. Mohamed A., Shafai L. Investigation on vee dipole antennas for ultra-wideband applications // 2009 13th International Symposium on Antenna Technology and Applied Electromagnetics and the Canadian Radio Science Meeting. 2009. P. 1–4. DOI: <https://doi.org/10.1109/ANTEMURSI.2009.4805093>
16. Wang J.H., Jen L., Jian S.S. Optimization of the dipole shapes for maximum peak values of the radiating pulse // IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium. 1997. Vol. 1. P. 526–529. DOI: <https://doi.org/10.1109/APS.1997.630214>
17. Misra I., Chakrabarty R., Mangaraj B. Design, analysis and optimization of V-dipole and its three-element Yagi-Uda array // Progress in Electromagnetics Research. 2006. Vol. 66. P. 137–156. DOI: <https://doi.org/10.2528/PIER06102604>
18. Okereke O.U. Analysis of Nu-dipole antenna using the method of moments // International Journal of Electronics. 1999. Vol. 86, no. 12. P. 1481–1492. DOI: <https://doi.org/10.1080/002072199132563>
19. Табаков Д.П., Аль-Нозайли Б.М. Решение внутренней задачи для конечной регулярной двумерной решетки спиральных элементов, возбуждаемой плоской электромагнитной волной // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2024. Т. 27, № 3. С. 17–33. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2024.27.3.17-33>

20. Sarkar T.K., Djordjevic A.R., Kolundzija B.M. Method of Moments Applied to Antennas. URL: <https://mtt.etf.bg.ac.rs/Mikrotalasna.Tehnika/Clanci/ANTMOM.pdf>
21. Harrington R.F. Matrix methods for field problems // Proceedings of the IEEE. 1967. Vol. 55, no. 2. P. 136–149. DOI: <https://doi.org/10.1109/PROC.1967.5433>
22. Kuo D.C., Strait B.J. Improved programs for analysis of radiation and scattering by configuration of arbitrarily bent wires // Syracuse University Scientific Report No. 15. 1972. 44 p. URL: <http://ece-research.unm.edu/summa/notes/In/0275.pdf>
23. Bird T.S. Definition and misuse of return loss [Report of the transactions editor-in-chief] // IEEE Antennas and Propagation Magazine. 2009. Vol. 51, no. 2. P. 166–167. DOI: <https://doi.org/10.1109/MAP.2009.5162049>
24. Balanis C.A. Antenna Theory: Analysis and Design. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 1997. P. 543–546.
25. Burberry R.A. VHF and UHF Antennas. London: Peter Peregrinus Ltd., 1992. 312 p.

Информация об авторах

Айоринде Айотунде А., Ph.D. электротехника, старший преподаватель кафедры электротехники и электроники Университета Лагоса, Акока, Лагос, Нигерия.

Область научных интересов: электромагнетизм, антенны, распространение радиоволн, вычислительные методы.

E-mail: aayorinde@unilag.edu.ng

ORCID: <https://orcid.org/0009-0005-9731-8924>

Адекола Сулейман А., Ph.D. электротехника, почетный профессор кафедры электротехники и электроники Университета Лагоса, Акока, Лагос, Нигерия.

Область научных интересов: электромагнетизм, антенны, распространение радиоволн, акустические (эхозондовые) антенны, сбор радиочастотной энергии.

E-mail: adekolaadeniyi43@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3926-5378>

Мовете Ике, Ph.D. электротехника, профессор кафедры электротехники и электроники Университета Лагоса, Акока, Лагос, Нигерия.

Область научных интересов: электромагнетизм, антенны, распространение радиоволн, вычислительные методы

E-mail: amowete@unilag.edu.ng

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8335-6170>

Влияние кросс-поляризации двухполяризационных антенных элементов на эргодическую пропускную способность многоканальной системы

Е.В. Аверина¹, К.В. Смусева² , П.А. Токарев², Г.К. Усков² 

¹ АО «Концерн «Созвездие»
394018, Россия, г. Воронеж,
ул. Плехановская, 14

² Воронежский государственный университет
394018, Россия, г. Воронеж,
Университетская пл., 1

Аннотация – Обоснование. В качестве излучающих устройств для современных и перспективных систем радиосвязи используются антенные решетки на основе двухполяризационных элементов. Основным фактором, снижающим эффективность такого подхода, является наличие пространственной корреляции и кросс-поляризации между элементами в составе решетки. Данные эффекты могут приводить к значительному снижению пропускной способности системы связи. **Цель.** Вывести соотношения на основе модели Кронекера, позволяющие учитывать поляризационные свойства антенных элементов при расчете эргодической пропускной способности многоканальной системы связи. Исследовать влияние величины кросс-поляризационного параметра антенного элемента на пропускную способность. Оценить поляризационные характеристики синтезированных реальных антенных элементов различного типа и их влияние на величину пропускной способности. **Методы.** При выводе основных соотношений использованы методы статистической радиофизики и электромагнитного анализа канала распространения. При синтезе двухполяризационных антенных элементов использованы методы электродинамического анализа на основе уравнений Максвелла. **Результаты.** На основе анализа с помощью выведенных соотношений установлено, что влияние кросс-поляризационных свойств антенных элементов решетки на пропускную способность многоканальной системы связи становится значительным при снижении величины кросс-поляризационного параметра ниже 10 дБ. Показано, что синтезированные реальные антенные элементы различного типа обладают высокой развязкой по поляризации, что приведет к незначительному снижению пропускной способности системы. **Заключение.** Выведенные соотношения и разработанная методика позволяют оценить изменение пропускной способности системы связи при учете кросс-поляризационных свойств двухполяризационных элементов антенной решетки. Это позволит оптимальным образом подобрать излучающие элементы для заданной системы. При этом разработанные антенные элементы различного типа удовлетворяют наложенным ограничениям по кросс-поляризации.

Ключевые слова – кросс-поляризация; антенные решетки; кросс-диполи; патч-антенны; эргодическая пропускная способность.

Введение

Современные многоканальные радиосредства сверхвысокочастотного (СВЧ) диапазона в качестве приемо-передающих устройств все чаще используют антенные решетки. Для систем беспроводной связи с целью повышения пропускной способности без увеличения апертуры решетки в последнее время применяют двухполяризационные излучающие элементы (кросс-диполи, патчи и т. д.).

При этом зачастую уменьшают расстояние между антенными элементами, что приводит к проявлению эффекта взаимного влияния. В работе [1] выведены соотношения, показывающие, насколько диаграмма направленности (ДН) изолированного антенного элемента будет отличаться от ДН того же элемента в составе антенной ре-

шетки (парциальной диаграммы направленности). В [2] показано, что взаимное влияние может занижать уровень пропускной способности системы.

Однако, кроме искажения диаграммы направленности из-за взаимного расположения элементов, основным фактором, снижающим эффективность системы связи, является наличие пространственной корреляции и кросс-поляризации между элементами в составе решетки [3]. Уровень пространственной корреляции зависит в основном от канала распространения, в то время как кросс-поляризация является характеристикой антенной системы и зависит от ее конструкции.

Таким образом, целью работы являлись разработка методики учета поляризационных свойств антенных элементов при расчете эргодической пропускной способности многоканальной систе-

мы и исследование влияния поляризационных параметров реальных элементов на пропускную способность различных каналов связи.

1. Эргодическая пропускная способность системы massive MIMO

Эргодическая пропускная способность системы massive MIMO определяется соотношением [4]:

$$C = \frac{1}{K} E \left[\log_2 \det \left(\mathbf{I} + \frac{P}{N\sigma^2} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \right) \right],$$

где $E[\dots]$ – знак усреднения; P – суммарная передаваемая мощность; K – количество пользователей с одной антенной; N – количество элементов антенной решетки; σ^2 – дисперсия шума; $\mathbf{H}$ – канальная матрица.

Для расчета канальной матрицы при проведении аналитических исследований часто используют модель Кронекера. Канальная матрица, исходя из модели Кронекера, может быть представлена следующим образом:

$$\mathbf{H} = \mathbf{R}_{rx}^{1/2} \mathbf{H}_0 \mathbf{R}_{tx}^{1/2},$$

где $\mathbf{R}_{rx}$ и $\mathbf{R}_{tx}$ – матрицы взаимных корреляций антенных элементов на приемной и передающей сторонах соответственно, а элементы матрицы $\mathbf{H}_0$ – независимые нормально распределенные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией. В основе модели Кронекера лежит предположение о независимости коэффициентов корреляции для двух антенных элементов на передаче или на приеме соответственно. Корреляция между пользователями, снабженными одной антенной, пренебрежимо мала, поэтому далее предполагается, что $\mathbf{R}_{rx} \equiv \mathbf{I}$, $\mathbf{R}_{tx} \equiv \mathbf{R}$.

Воспользовавшись известными допущениями о свойствах канала и некоторых параметрах системы, в частности предположением, что на решетку воздействуют плоские волны, выражения для элементов введенной матрицы можно записать как функцию геометрических параметров решетки, комплексных диаграмм направленности излучающих элементов и вероятностного распределения углов прихода сигнала. Так для плоской решетки будем иметь:

$$R_{mn} = \int_{-\pi/2-\pi}^{\pi/2} \int_{-\pi}^{\pi} E_m(\theta, \varphi) E_n^*(\theta, \varphi) \times \rho(\theta, \varphi) \cos(\theta) d\varphi d\theta.$$

Здесь R_{mn} – элемент матрицы $\mathbf{R}$; $E_m(\theta, \varphi)$, $E_n^*(\theta, \varphi)$ – комплексные диаграммы направленности m -го и n -го излучателей с учетом их расположения относительно фазового центра; $\rho(\theta, \varphi)$ – совместная плотность вероятности углов прихода сигнала по азимуту и углу места. Если считать решетку эквидистантной с расстоянием между элементами d_y , d_z по горизонтали и вертикали соответственно, плотности вероятности углов прихода по азимуту и углу места независимыми ($\rho(\theta, \varphi) = p_\theta(\theta) p_\varphi(\varphi)$), а диаграммы направленности каждого независимого излучателя равными $|E_m(\theta, \varphi)| = |E_n(\theta, \varphi)| = |E(\theta, \varphi)|$, то выражение для коэффициента корреляции между элементами с координатами (m, n) и (k, l) будет определяться соотношением

$$R(m, n, k, l) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_{-\pi}^{\pi} \exp(j2\pi((m-k)d_y \cos(\theta) \sin(\varphi) + (n-l)d_z \sin(\theta))) p_\theta(\theta) p_\varphi(\varphi) \times \cos(\theta) |E(\theta, \varphi)|^2 d\varphi d\theta. \quad (1)$$

2. Пространственная корреляция двухполяризационных элементов при наличии кросс-поляризации

Если антенные элементы решетки двухполяризационные, то в таком случае корреляционная матрица будет иметь блочную структуру:

$$\mathbf{R}' = \begin{bmatrix} \mathbf{R}'_{vv} & \mathbf{R}'_{vh} \\ \mathbf{R}'_{hv} & \mathbf{R}'_{hh} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где через нижние индексы обозначена поляризация соответствующих элементов. В отсутствие кросс-поляризации между элементами матрица будет иметь вид

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{vv} & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_{hh} \end{bmatrix},$$

где значения элементов матриц-блоков $\mathbf{R}_{vv}$, $\mathbf{R}_{hh}$ определяются выражением (1). Найдем значения элементов матриц-блоков из (2) через поляризационные свойства излучающих элементов с учетом наличия кросс-поляризации.

Кросс-поляризация между двумя различными портами двухполяризационного излучающего элемента обычно описывается параметром XPI , который определяется соотношением

$$XPI_v = \frac{E_{vv}(\theta, \varphi)}{E_{vh}(\theta, \varphi)}, \quad XPI_h = \frac{E_{hh}(\theta, \varphi)}{E_{hv}(\theta, \varphi)},$$

где E_{vv} , E_{vh} , E_{hh} , E_{hv} – со-поляризационная и кросс-поляризационная диаграммы направленности каждого порта соответственно. Из определения видно, что в общем случае параметры XPI_v , XPI_h являются функциями азимута и угла места, но при дальнейшем выводе мы опустим эту зависимость. Тогда для расчета кросс-поляризационной компоненты диаграммы направленности элемента можно воспользоваться соотношениями:

$$E_{vh} = \frac{E_{vv}}{XPI_v}, \quad E_{hv} = \frac{E_{hh}}{XPI_h}.$$

Сначала найдем нормировочные множители для каждого порта, удовлетворяющие условию сохранения излучаемой мощности:

$$E_v^2 = E_{vh}^2 (1 + XPI_v^2) \rightarrow E_{vh} = \frac{E_v}{\sqrt{1 + XPI_v^2}},$$

$$E_{vv} = \frac{|XPI_v| E_v}{\sqrt{1 + XPI_v^2}}$$

$$E_h^2 = E_{hv}^2 (1 + XPI_h^2) \rightarrow E_{hv} = \frac{E_h}{\sqrt{1 + XPI_h^2}},$$

$$E_{hh} = \frac{|XPI_h| E_h}{\sqrt{1 + XPI_h^2}}.$$

Здесь E_v , E_h – диаграмма направленности одно-поляризационного элемента.

Напряженность поля каждой компоненты с учетом эффекта кросс-поляризации:

$$E'_v = E_{vv} + E_{hv} = \frac{E_v |XPI_v|}{\sqrt{1 + XPI_v^2}} + \frac{E_h}{\sqrt{1 + XPI_h^2}},$$

$$E'_h = E_{hh} + E_{vh} = \frac{E_h |XPI_h|}{\sqrt{1 + XPI_h^2}} + \frac{E_v}{\sqrt{1 + XPI_v^2}},$$

$$E'_v E'^*_{h} = \left(\frac{E_v |XPI_v|}{\sqrt{1 + XPI_v^2}} + \frac{E_h}{\sqrt{1 + XPI_h^2}} \right) \times$$

$$\times \left(\frac{E_h^* |XPI_h|}{\sqrt{1 + XPI_h^2}} + \frac{E_v^*}{\sqrt{1 + XPI_v^2}} \right) =$$

$$= \frac{E_v^2 |XPI_v|}{1 + XPI_v^2} + \frac{E_h^2 |XPI_h|}{1 + XPI_h^2},$$

$$E'_v E'^*_{h} = \left(\frac{E_v |XPI_v|}{\sqrt{1 + XPI_v^2}} + \frac{E_h}{\sqrt{1 + XPI_h^2}} \right)^2 = \quad (4)$$

$$= \frac{E_v^2 XPI_v^2}{1 + XPI_v^2} + \frac{E_h^2}{1 + XPI_h^2},$$

$$E'_h E'^*_{h} = \left(\frac{E_h |XPI_h|}{\sqrt{1 + XPI_h^2}} + \frac{E_v}{\sqrt{1 + XPI_v^2}} \right)^2 = \quad (5)$$

$$= \frac{E_h^2 XPI_h^2}{1 + XPI_h^2} + \frac{E_v^2}{1 + XPI_v^2}.$$

При выводе мы воспользовались условием

$$E_v E_h^* = E_h E_v^* = 0.$$

Тогда коэффициенты корреляционных матриц-подблоков (2) будут иметь вид

$$R'_{vv}(m, n, k, l) = \quad (6)$$

$$= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_{-\pi}^{\pi} \exp(j2\pi((m-k)d_y \cos(\theta) \sin(\varphi) + (n-l)d_z \sin(\theta))) p_{\theta}(\theta) p_{\varphi}(\varphi) \cos(\theta) \times$$

$$\times |E'_v(\theta, \varphi)|^2 d\varphi d\theta =$$

$$= \frac{XPI_v^2}{1 + XPI_v^2} R_{vv} + \frac{1}{1 + XPI_h^2} R_{hh},$$

$$R'_{hh}(m, n, k, l) = \quad (7)$$

$$= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_{-\pi}^{\pi} \exp(j2\pi((m-k)d_y \cos(\theta) \sin(\varphi) + (n-l)d_z \sin(\theta))) p_{\theta}(\theta) p_{\varphi}(\varphi) \cos(\theta) \times$$

$$\times |E'_h(\theta, \varphi)|^2 d\varphi d\theta =$$

$$= \frac{XPI_h^2}{1 + XPI_h^2} R_{hh} + \frac{1}{1 + XPI_v^2} R_{vv},$$

$$R'_{vh}(m, n, k, l) = R'_{hv}(m, n, k, l) = \quad (8)$$

$$= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_{-\pi}^{\pi} \exp(j2\pi((m-k)d_y \cos(\theta) \sin(\varphi) + (n-l)d_z \sin(\theta))) p_{\theta}(\theta) p_{\varphi}(\varphi) \cos(\theta) \times$$

$$\times (n-l)d_z \sin(\theta)) p_{\theta}(\theta) p_{\varphi}(\varphi) \cos(\theta) \times$$

$$\times E'_v(\theta, \varphi) E'^*_{h}(\theta, \varphi) d\varphi d\theta =$$

$$= \frac{|XPI_v|}{1 + XPI_v^2} R_{vv} + \frac{|XPI_h|}{1 + XPI_h^2} R_{hh}.$$

Если допустить, что $XPI_v = XPI_h = XPI = \text{const}$, $R_{vv} = R_{hh}$, то для выражения (2) получим

$$\mathbf{R}' = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{vv} & \frac{2XPI}{1 + XPI^2} \mathbf{R}_{vv} \\ \frac{2XPI}{1 + XPI^2} \mathbf{R}_{vv} & \mathbf{R}_{vv} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Итак, для расчета матрицы пространственной корреляции двухполяризационной антенной решетки с учетом кросс-поляризации необходимо иметь со-поляризационные диаграммы направленности и значения XPI_v , XPI_h . Если эти значения являются функциями углов, то при расчетах необходимо использовать соотношения (3)–(5). Если эти значения являются постоянными величинами, то можно воспользоваться соотношениями (6)–(8). И наконец, при равенстве со- и кросс-поляризационных свойств портов различной поляризации для расчетов применяется соотношение (9).

Из соотношения (9) видно, что если кросс-поляризация у двухполяризационного элемента незначительная ($XPI \rightarrow \infty$), то пространственная корреляция между элементами разной поляризации стремится к нулю. При наличии кросс-поляризации из-за увеличения пространственной корреляции уменьшается число степеней свободы системы, что приведет к уменьшению ее разрешающей способности.

Воспользовавшись выведенными соотношениями и моделью Кронекера методом Монте-Карло, рассчитаем зависимость пропускной способности для плоской антенной решетки размером 4×8 с расстояниями между элементами $d_y = 0,5\lambda$, $d_z = 2\lambda$ от величины кросс-поляризации XPI . В качестве антенного элемента использовался идеальный двухполяризационный патч с поворотом плоскости поляризации $\pm 45^\circ$. Вероятностное распределение углов прихода по углу места описывалось законом Лапласа, по азимуту – законом фон-Мизеса. При расчете использовались допущения для выражения (9). На рис. 1 представлена полученная зависимость. Видно, что уменьшение XPI ниже 10 дБ приводит к уменьшению пропускной способности системы.

3. Моделирование с реальными излучающими элементами

Для оценки величины кросс-поляризационного параметра XPI реальных антенных элементов и его влияния на пропускную способность в среде CST Studio Suite были синтезированы модели двухполяризационного двухпортового stacked патч-элемента [2] и кросс-дипольного элемента с поляризациями $\pm 45^\circ$.

Полученные с помощью электродинамического моделирования путем решения системы урав-

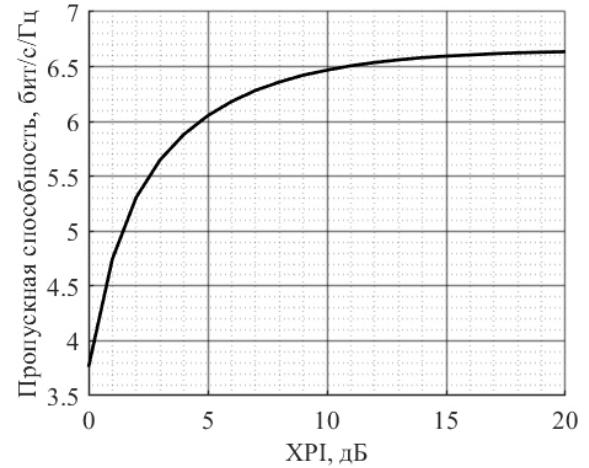


Рис. 1. Зависимость эргодической пропускной способности от уровня кросс-поляризации
Fig. 1. Dependence of ergodic capacity on the level of cross-polarization

нений Максвелла (метод моментов) диаграммы направленности: со-поляризационная и кросс-поляризационная для каждого порта представлены на рис. 2.

Видно, что со-поляризационные диаграммы каждого элемента совпадают между собой в направлении основного излучения. Поэтому можно считать, $E_{vv} = E_{hh} = E(\theta, \varphi)$.

На основе полученных диаграмм направленности порта каждой поляризации были рассчитаны угловые зависимости XPI_v , XPI_h для кросс-дипольной и патч-антенны (рис. 3).

Из рисунка видно, что зависимости для XPI_v и XPI_h для с графической точностью совпадают как для патч-элемента, так и для кросс-дипольного элемента. Незначительное отличие в видах XPI_v и XPI_h для кросс-дипольного элемента можно объяснить несимметричностью его системы запитки.

Таким образом, можно считать, $XPI_v = XPI_h = XPI(\theta, \varphi)$. И наконец, XPI сложным образом зависят от θ , φ . Исходя из этого, соотношения для расчета элементов матрицы пространственной корреляции будут иметь вид

$$\begin{aligned} \mathbf{R}'_{vv} &= \mathbf{R}'_{hh} = \mathbf{R}_{vv}, \\ R'_{vh}(m, n, k, l) &= R'_{hv}(m, n, k, l) = \\ &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^\pi \exp(j2\pi((m-k)d_y \cos(\theta) \sin(\varphi) + \\ &+ (n-l)d_z \sin(\theta))) p_\theta(\theta) p_\varphi(\varphi) \cos(\theta) \times \\ &\times E^2(\theta, \varphi) \frac{2 \times |XPI(\theta, \varphi)|}{1 + XPI^2(\theta, \varphi)} d\varphi d\theta. \end{aligned}$$

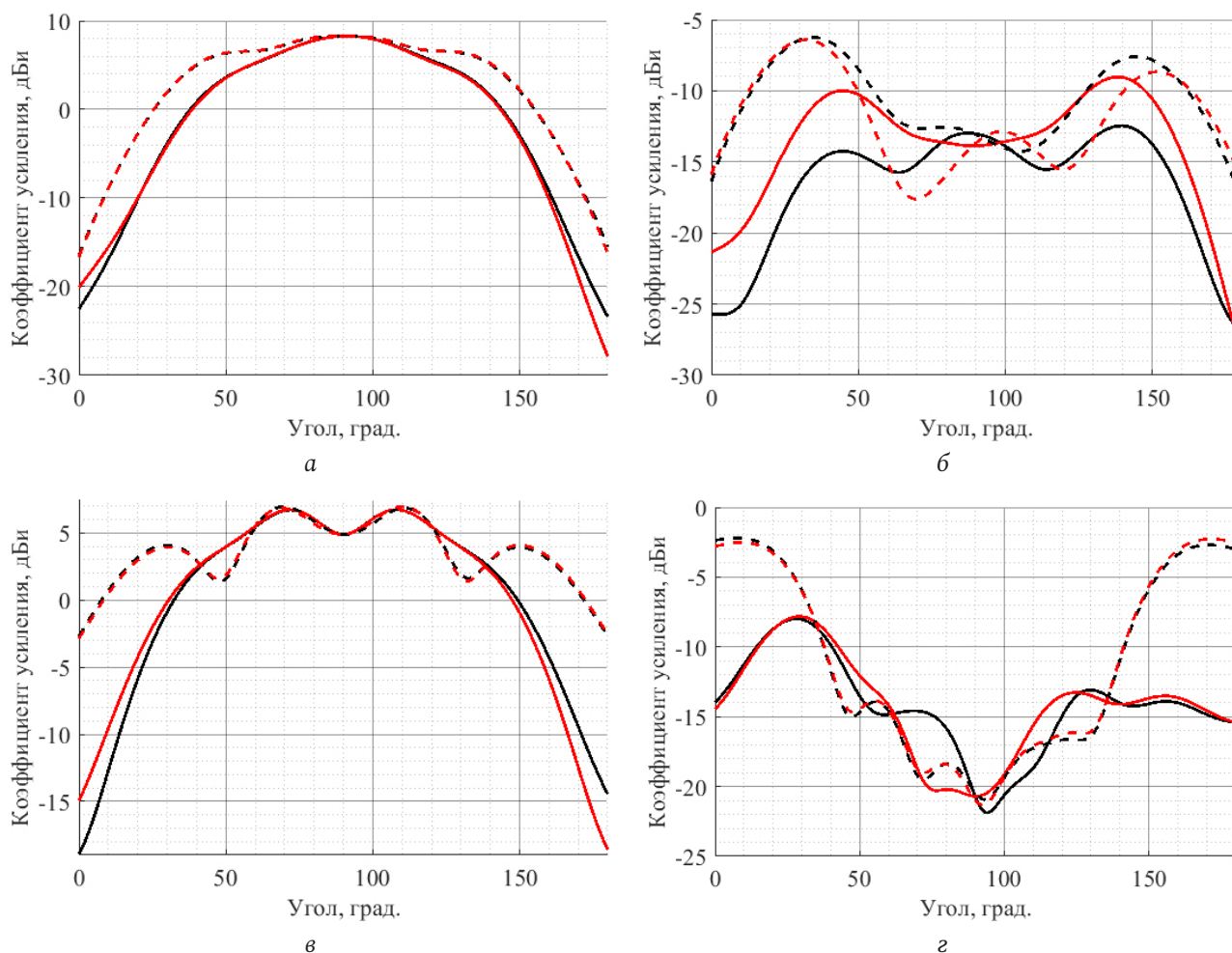


Рис. 2. Диаграммы направленности кросс-дипольного (а – со-поляризованная, б – кросс-поляризованная компоненты) и stacked – патч-элементов (в – со-поляризованная, г – кросс-поляризованная компоненты) для первого (черная линия) и второго (красная линия) порта. Пунктирной линией обозначены срезы вдоль направления поляризации порта, сплошной – перпендикулярно

Fig. 2. Antenna patterns of cross-dipole (a – co-polarization, б – cross-polarization components) and stacked-patch elements (c – co-polarization, d – cross-polarization components) for the first (black line) and the second (red line) port. Dotted line indicates slices along the direction of port polarization, solid line – perpendicular

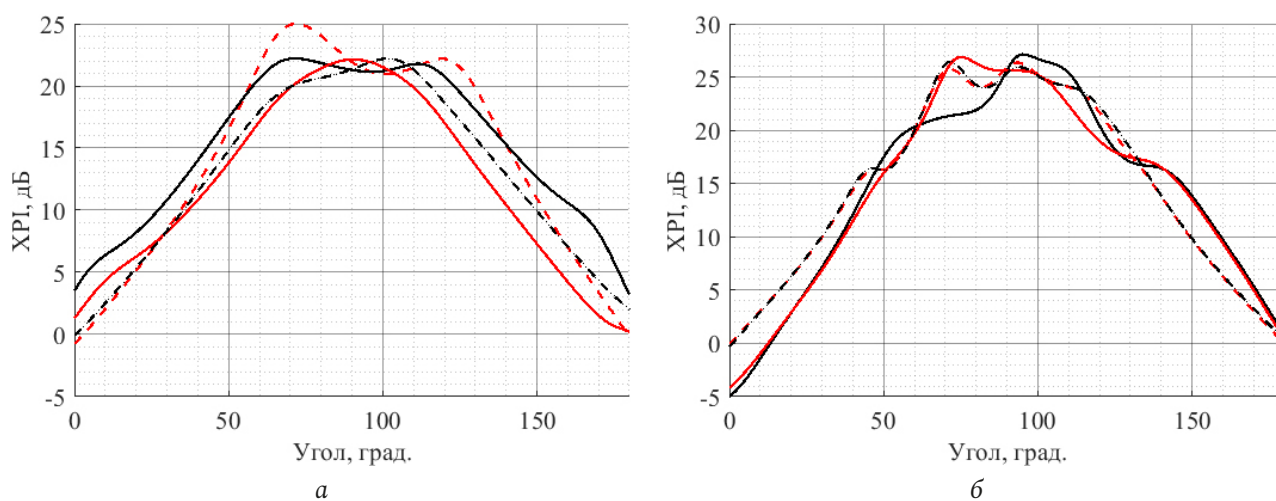


Рис. 3. Диаграммы XPI кросс-дипольного (а) и stacked – патч-элементов (б) для первого (черная линия (XPI_h)) и второго (красная линия (XPI_v)) порта. Пунктирной линией обозначены срезы вдоль направления поляризации порта, сплошной – перпендикулярно

Fig. 3. XPI patterns of cross-dipole (a) and stacked-patch elements (б) for the first (black line (XPI_h)) and the second (red line (XPI_v)) port. Dotted line indicates slices along the direction of port polarization, solid line – perpendicular

Таблица. Эргодическая пропускная способность антенной решетки с реальными антенными элементами
Table. Ergodic capacity of an antenna array with real antenna elements

	С без учета кросс-поляризации, Бит/с/Гц	С с учетом кросс-поляризации, Бит/с/Гц	ΔC , %
Кросс-диполь	6,884	6,869	1
Патч	6,641	6,616	1

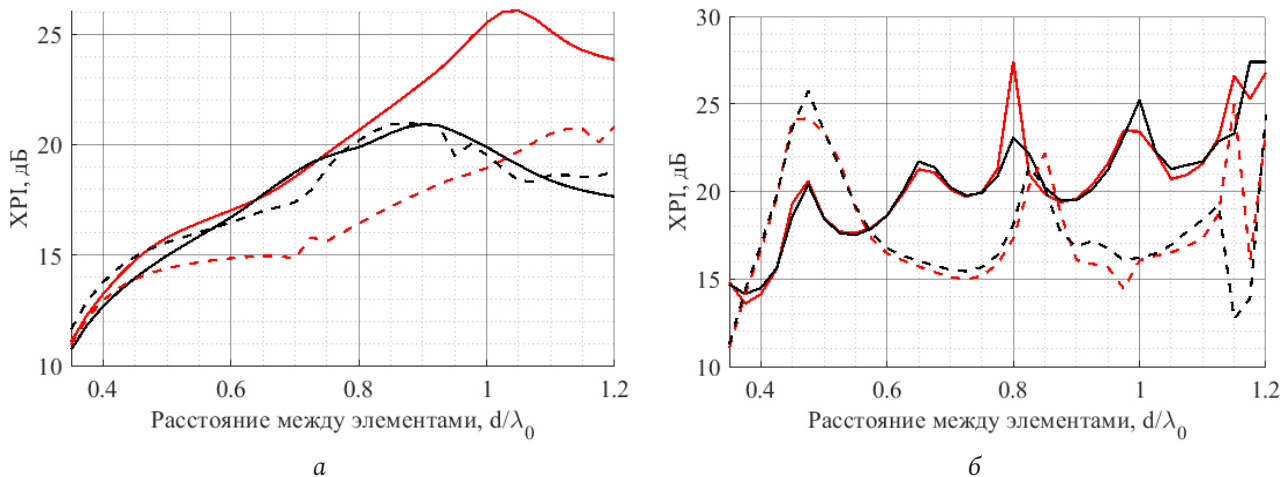


Рис. 4. Среднее значение XPI сдвоенного кросс-дипольного (а) и stacked – патч-элементов (б) для первого (черная линия (XPI_h)) и второго (красная линия (XPI_v)) порта. Пунктирной линией обозначены срезы вдоль направления поляризации порта, сплошной – перпендикулярно
Fig. 4. Average XPI value of dual cross-dipole (a) and stacked-patch elements (b) for the first (black line (XPI_h)) and the second (red line (XPI_v)) port. The dotted line indicates slices along the polarization direction of the port, the solid line – perpendicularly

С использованием данных соотношений и имеющих требуемых зависимостей для реальных антенных элементов – кросс-диполя и патча – было рассчитано изменение пропускной способности рассмотренной выше антенной решетки при учете наличия кросс-поляризации. Результаты для обоих типов элементов представлены в таблице.

Полученные результаты показывают, что синтезированные излучающие элементы имеют хорошую развязку по поляризации, которая приведет лишь к незначительному уменьшению пропускной способности системы massive MIMO.

Как показано в работе [2], оптимальные параметры диаграммы направленности антенного элемента в составе решетки, обеспечивающие максимальную пропускную способность, невозможно достичь одиночным антенным элементом. Для уменьшения ширины диаграммы направленности по углу места часто сдвигают (или страивают) антенные элементы. В работе [2] приведены зависимости эргодической пропускной способности от расстояния между сдвоенными элементами.

Для оценки вклада в данные зависимости эффекта кросс-поляризации были синтезированы аналогичные сдвоенные патч- и кросс-

дипольные элементы и рассчитан их коэффициент кросс-поляризации.

На рисунках приведены усредненные (в диапазоне $\pm 40^\circ$ от направления главного излучения) значения XPI_v и XPI_h в зависимости от расстояния между элементами.

Из рисунков видно, во-первых, что при сдвигании патч-элементов зависимости остаются одинаковыми до расстояния между элементами около $0,75\lambda_0$, далее проявляются незначительные отклонения, связанные с появлением боковых лепестков. При этом для кросс-дипольных элементов при расстоянии больше $0,75\lambda_0$ зависимости хоть и имеют схожий характер, но значительно отличаются по величине.

Несмотря на несимметричность XPI_v и XPI_h , их значения как для сдвоенных кросс-диполей, так и для патч-антенн превышают 12 дБ, что, как было показано ранее, не вносит потерь в величину пропускной способности канала.

Закключение

Выведенные соотношения и разработанная методика позволяют оценить изменение пропускной способности системы связи при учете кросс-поляризационных свойств двухполяризационных

элементов антенной решетки. Это позволит оптимальным образом подобрать излучающие элементы для заданной системы. На основе анализа с помощью выведенных соотношений установлено, что влияние кросс-поляризационных свойств антенных элементов решетки на пропускную способность многоканальной системы связи становится значительным при снижении величины кросс-поляризационного параметра ниже 10 дБ. Показано, что синтезированные реальные антенные элементы различного типа обладают высокой развязкой по поляризации, что приведет к незначительному снижению пропускной способности системы. Это позволяет их использовать в качестве излучателей для многоканальных систем связи на основе антенных решеток.

Финансирование

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-19-00891, <https://rscf.ru/project/24-19-00891>

Благодарности

Для выполнения численных расчетов в работе использовалось оборудование учебно-научного дизайн-центра проектирования радиоэлектронных систем СВЧ, терагерцового и оптического диапазонов на отечественной электронной компонентной базе ФГБОУ ВО «ВГУ» в рамках реализации федерального проекта «Подготовка кадров и научного фундамента для электронной промышленности».

Список литературы

1. Исследование коэффициентов взаимного влияния в двухполяризационных антенных решетках / О.В. Бажанова [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2023. Т. 26, № 4. С. 78–87. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.4.78-87>
2. Аверина Л.И., Смуева К.В., Усков Г.К. Проектирование антенных решеток для систем massive MIMO СВЧ-диапазона // Инфокоммуникационные и радиоэлектронные технологии. 2024. Т. 7, № 3. С. 485–500. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=68637757>
3. Cheng X., He Y., Guizani M. 3-D geometrical model for multi-polarized MIMO systems // IEEE Access. 2017. Vol. 5. P. 11974–11984. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2017.2715280>
4. Oliveri G., Gottardi G., Massa A. A new meta-paradigm for the synthesis of antenna arrays for future wireless communications // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 2019. Vol. 67, no. 6. P. 3774–3788. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAP.2019.2906433>

Информация об авторах

Аверина Екатерина Викторовна, старший конструктор АО «Концерн “Созвездие”», г. Воронеж, Россия.

Область научных интересов: цифровые антенные решетки, адаптивное диаграммообразование, отказоустойчивость многоканальной системы.

E-mail: fairy_asol@mail.ru

SPIN-код (eLibrary): 3324-9686

AuthorID (eLibrary): 1251086

Смуева Ксения Владимировна, аспирант, преподаватель кафедры электроники физического факультета Воронежского государственного университета, г. Воронеж, Россия.

Область научных интересов: сверхширокополосные системы радиолокации и связи, антенны и антенные решетки, излучение и рассеяние электромагнитных волн.

E-mail: smusevaz@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8515-2841>

SPIN-код (eLibrary): 6428-9273

AuthorID (eLibrary): 1038558

ResearcherID (WoS): ABF-1963-2020

Токарев Павел Андреевич, аспирант кафедры электроники физического факультета Воронежского государственного университета, г. Воронеж, Россия.

Область научных интересов: гибридное диаграммообразование, технология Massive MIMO, миллиметровые волны, многопользовательские системы связи, цифровые антенные решетки, алгоритмы прекодирования.

E-mail: tokarevpavel1996@mail.ru

SPIN-код (eLibrary): 2598-7927

AuthorID (eLibrary): 1240826

Усков Григорий Константинович, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой электроники физического факультета Воронежского государственного университета, г. Воронеж, Россия.

Область научных интересов: нелинейные явления в усилительных каскадах, генерация сверхкоротких импульсов, сверхширокополосные системы связи и радиолокации, антенны и антенные решетки для систем связи.

E-mail: uskov@phys.vsu.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8250-2511>

SPIN-код (eLibrary): 8126-6222

AuthorID (eLibrary): 528904

ResearcherID (WoS): H-1344-2013

Physics of Wave Processes and Radio Systems 2025, vol. 28, no. 2, pp. 40–48

DOI 10.18469/1810-3189.2025.28.2.40-48
UDC 621.396.677
Original Research

Received 28 June 2024
Accepted 29 July 2024
Published 30 June 2025

Influence of crosspolarization of dual-polarized antenna elements on the ergodic capacity of a multichannel system

Ekaterina V. Averina¹, Ksenia V. Smuseva² ,
Pavel A. Tokarev², Grigory K. Uskov² 

¹ JSC «Concern “Sozvezdie”»
14, Plekhanovskaya Street,
Voronezh, 394018, Russia
² Voronezh State University
1, Universitetskaya Square,
Voronezh, 394018, Russia

Abstract – Background. Antenna arrays based on dual-polarization elements are used as radiating devices for modern and perspective radio communication systems. The main factor reducing the effectiveness of this approach is the presence of spatial correlation and cross-polarization between elements in the array. These effects can lead to a significant reduction in communication system capacity. **Aim.** Derive relationships based on the Kronecker model that allow to take into account the polarization properties of antenna elements when calculating the ergodic capacity of a multi-channel communication system. Investigate the influence of the cross-polarization parameter of the antenna element on the capacity. Assess the polarization characteristics of synthesized real antenna elements of various types and their impact on the capacity value. **Methods.** When deriving the basic relationships, methods of statistical radiophysics and electromagnetic analysis of the propagation channel were used. When synthesizing dual-polarization antenna elements, electrodynamic analysis methods based on Maxwell's equations were used. **Results.** Based on the analysis using the derived relationships, it was established that the influence of the cross-polarization properties of the array antenna elements on the capacity of a multi-channel communication system becomes significant when the value of the cross-polarization parameters decreases below 10 dB. It is shown that synthesized real antenna elements of various types have high polarization isolation, which will lead to a slight decrease in the system capacity. **Conclusion.** The derived relationships and the developed methodology make it possible to estimate the change in the capacity of the communication system when taking into account the cross-polarization properties of the dual-polarization elements of the antenna array. This will allow to optimally select radiating elements for a given system. At the same time, the developed antenna elements of various types satisfy the imposed cross-polarization restrictions.

Keywords – cross-polarization; antenna arrays; cross-dipoles; patch antennas; ergodic capacity.

✉ smusevaz@gmail.com (Ksenia V. Smuseva)

 © Ekaterina V. Averina et al., 2025

References

1. O. V. Bazhanova et al., “Investigation of mutual coupling coefficients in dual-polarized antenna arrays,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 26, no. 4, pp. 78–87, 2023, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.4.78-87>. (In Russ.)
2. L. I. Averina, K. V. Smuseva, and G. K. Uskov, “Design of antenna arrays for massive MIMO microwave systems,” *Infokommunikatsionnye i radioelektronnye tekhnologii*, vol. 7, no. 3, pp. 485–500, 2024, url: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=68637757>. (In Russ.)
3. X. Cheng, Y. He, and M. Guizani, “3-D geometrical model for multi-polarized MIMO systems,” *IEEE Access*, vol. 5, pp. 11974–11984, 2017, doi: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2017.2715280>.
4. G. Oliveri, G. Gottardi, and A. Massa, “A new meta-paradigm for the synthesis of antenna arrays for future wireless communications,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 67, no. 6, pp. 3774–3788, 2019, doi: <https://doi.org/10.1109/TAP.2019.2906433>.

Information about the Authors

Ekaterina V. Averina, senior designer of JSC «Concern “Sozvezdie”», Voronezh, Russia.

Research interests: digital antenna arrays, adaptive beamforming, fault tolerance of a multi-channel system.

E-mail: fairy_asol@mail.ru

SPIN-code (eLibrary): 3324-9686

AuthorID (eLibrary): 1251086

Ksenia V. Smuseva, postgraduate student, teacher of the Department of Electronics, Faculty of Physics, Voronezh State University, Voronezh, Russia.

Research interests: ultra-wideband radar and communication systems, antennas and antenna arrays, radiation and scattering of electromagnetic waves.

E-mail: smusevaz@gmail.com
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8515-2841>
SPIN-code (eLibrary): 6428-9273
AuthorID (eLibrary): 1038558
ResearcherID (WoS): ABF-1963-2020

Pavel A. Tokarev, postgraduate student of the Department of Electronics, Faculty of Physics, Voronezh State University, Voronezh, Russia.

Research interests: hybrid beamforming, Massive MIMO technology, millimeter waves, multi-user communication systems, digital antenna arrays, precoding algorithms.

E-mail: tokarevpavel1996@mail.ru
SPIN-code (eLibrary): 2598-7927
AuthorID (eLibrary): 1240826

Grigory K. Uskov, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor, head of the Department of Electronics, Faculty of Physics, Voronezh State University, Voronezh, Russia.

Research interests: nonlinear phenomena in amplification stages, generation of ultrashort pulses, ultra-wideband communication and radar systems, antennas and antenna arrays for communication systems.

E-mail: uskov@phys.vsu.ru
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8250-2511>
SPIN-code (eLibrary): 8126-6222
AuthorID (eLibrary): 528904
ResearcherID (WoS): H-1344-2013

Корреляционный метод обработки изображения микрорельефа поверхности для определения ее шероховатости

А.Д. Абрамов¹ , Д.С. Ключев² 

¹ Самарский государственный технический университет
443100, Россия, г. Самара,
ул. Молодогвардейская, 244

² Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики
443010, Россия, г. Самара,
ул. Л. Толстого, 23

Аннотация – Обоснование. Анализ результатов использования различных машин и механизмов в народном хозяйстве показал, что шероховатость микрорельефа их рабочих поверхностей во многом определяет надежность и долговечность при их эксплуатации. В связи с этим исследование и разработка современных новых методов измерения шероховатости микрорельефа являются актуальной задачей в настоящее время. **Цель.** Целью работы стали исследование и разработка оптико-электронного метода, алгоритмов и программного обеспечения для цифровой обработки изображений исследуемых поверхностей для измерения шероховатости их микрорельефов непосредственно в ходе выполнения технологического процесса. **Методы.** Метод основан на компьютерной обработке изображений исследуемых микрорельефов, в результате которой определяются параметры шероховатости этих микрорельефов. С этой целью для полутоновых изображений микрорельефов эталонных образцов с измеренными гостовскими методами параметрами шероховатости вычисляются двумерные корреляционные функции. Для этих функций рассчитываются средние амплитуды U_{cp} переменных составляющих корреляции и строится аналитическая зависимость гостовского параметра шероховатости Ra от U_{cp} . Для изображения исследуемого микрорельефа с неизвестными параметрами шероховатости также определяется переменная составляющая двумерной корреляционной функции U_{cp} и по полученной зависимости $Ra = f(U_{cp})$ находится среднее арифметическое отклонение профиля от средней линии Ra для исследуемого микрорельефа. **Результаты.** Установлен мультипликативный характер функции влияния, искажающей результаты измерения шероховатости микрорельефов непосредственно по амплитуде видеосигнала. Предложен новый оптико-электронный метод измерения параметров шероховатости микрорельефов механически обработанных поверхностей, который базируется на цифровой обработке их полутоновых изображений. В результате такой обработки вычисляется двумерная корреляционная функция, параметры которой и служат для идентификации исследуемого микрорельефа и тем самым для измерения его шероховатости. Приведены результаты применения этого метода для измерения параметров шероховатости поверхности лопатки компрессора газотурбинного двигателя. **Заключение.** Показана перспективность применения оптико-электронного метода и цифровой обработки изображений микрорельефов механически обработанных поверхностей с целью оперативного измерения их параметров шероховатости. Разработан алгоритм вычисления двумерной корреляционной функции, которая характеризует исследуемый микрорельеф и по характеристикам которой возможно его идентифицировать, то есть измерить его шероховатость. При этом также устраняется негативное влияние побочных неинформативных факторов на результаты измерения параметров микрорельефа, в частности колебаний мощности светового потока и угла его падения на исследуемую поверхность. Приведены результаты применения разработанного оптико-электронного метода для измерения параметров шероховатости участков поверхности лопатки компрессора газотурбинного двигателя, которые идентичны результатам измерения их шероховатости гостовскими профильными методами.

Ключевые слова – измерение; поверхность; микрорельеф; изображение; эталон; корреляция; алгоритм.

Введение

Необходимость дальнейшего повышения технического уровня машиностроительной продукции, надежности и долговечности выпускаемых изделий, улучшения эффективности систем контроля качества этих изделий предусмотрена в основных направлениях социально-экономического развития Российской Федерации [1; 2]. При этом многочисленными исследованиями установлено существенное, а в некоторых случаях и определяющее воздействие микрорельефа (микрогеометрии, шероховатости) рабочих поверхностей различных деталей машин и механизмов на надежность и дол-

говечность при эксплуатации [3; 4], то есть на их качество. В частности, от микрогеометрических характеристик микрорельефа зависят усталостная прочность деталей, контактная жесткость, сопротивление износу трущихся поверхностей, коррозионная стойкость и ряд других характеристик. В связи с этим получение достоверной информации современными измерительными средствами о состоянии микрогеометрии поверхностного слоя промышленных изделий в реальном масштабе времени является необходимым условием для определения мер по повышению качества выпускаемой машиностроительной продукции.

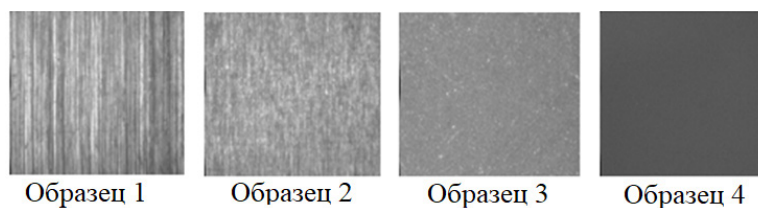


Рис. 1. Изображения эталонных образцов с заданным микрорельефом
Fig. 1. Images of reference samples with a given microrelief

В настоящее время для измерения параметров шероховатости микрорельефов рабочих поверхностей промышленных изделий широкое применение в машиностроении находят контактные и бесконтактные методы. Контактные профильные методы предполагают использование профилографов-профилометров, в которых щуп с алмазной иглой перемещается по исследуемой поверхности. Колебания этого щупа в виде профилограммы в результате его перемещения по исследуемой поверхности служат первичной информацией, на основе которой подсчитываются параметры шероховатости микрорельефа согласно ГОСТ Р ИСО 4287-2014 [5]. Однако такими методами можно измерить параметры только профиля микрорельефа для отдельных его участков и только в легко доступных местах изделий, имеющих простые плоские поверхности. Кроме того, процесс снятия профилограммы занимает значительное время (несколько минут) и не позволяет оперативно измерять параметры шероховатости в ходе выполнения технологического процесса.

В дополнение к профильным методам в машиностроении широкое применение находят и оптические средства для оценки параметров шероховатости микрорельефа [5–7]. Однако давно известные оптико-электронные методы, такие как методы светового сечения, теневой проекции, растровый, интерференционный и рефлектометрические, требуют применения специализированных микроскопов и повышенных требований к стабильности светового потока, падающего на исследуемую поверхность. Отмеченная особенность относится и к методам конфокальной микроскопии, используемой для получения 3D-изображений исследуемых микрорельефов. По этой причине эти методы и соответствующая аппаратура используются, как правило, только в лабораториях и для выборочного контроля промышленных изделий. Таким образом, возникает важная научная проблема, заключающаяся в разработке нового подхода к созданию средств оперативного бесконтактного контроля микрорельефа поверх-

ностей промышленных изделий портативными мобильными видеокамерами. При этом важным требованием к таким средствам контроля должна быть обязательная их применимость непосредственно в производственных условиях в ходе технологического процесса.

1. Инструментальные и программные средства

Для устранения отмеченных выше недостатков существующих средств измерения параметров шероховатости микрорельефов был разработан оптико-электронный измерительный комплекс (ОЭИК), который включал в себя инструментальный микроскоп Crystallite ST-60 (80X) (Россия), оборудованный цифровой видеокамерой Computar ZC-F11CH3 (Computar, Япония), и персональную ЭВМ. Для изучения влияния геометрических характеристик микрорельефа на параметры его изображения были изготовлены эталонные стальные образцы с различной шероховатостью поверхности. Ввод изображений исследуемых микрорельефов эталонных образцов с видеокамеры в компьютер, их дальнейший анализ были осуществлены с помощью специально разработанного программного обеспечения средствами языка Python. Измерение шероховатости микрорельефов выполнялось с помощью профилометра SJ-201P (Mitutoyo, Япония). Измерение освещенности исследуемой поверхности производилось люксметром марки 1016M. Мощность светового потока Φ (в люменах) определялась с помощью известного соотношения $\Phi = E \times S$, где E – освещенность, измеряемая в люксах. Оптико-электронная система комплекса была настроена таким образом, что анализируемая поверхность эталонных образцов имела размер $3 \times 2,5$ мм. Световой поток мощностью $600 \cdot 10^{-3}$ лм падал на исследуемую поверхность под углом 45° . Оптико-электронная система измерительного комплекса была настроена таким образом, что анализируемая поверхность эталонных образцов имела размер $3 \times 2,5$ мм, а формат

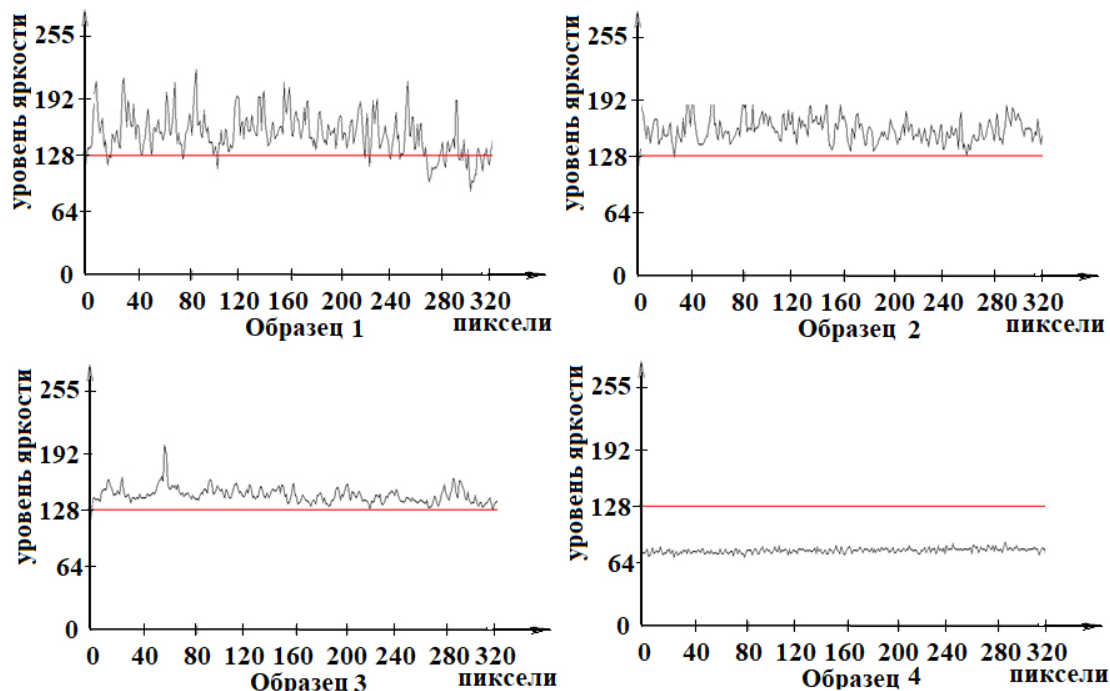


Рис. 2. Видеосигналы, отображающие микрорельефы эталонных образцов
Fig. 2. Video signals displaying microreliefs of reference samples

видеокадра $K_1 \times K_2$, записываемого в память компьютера, составлял 320×240 пикселей.

2. Результаты исследований

Полученные изображения исследуемых микрорельефов поверхностей эталонных образцов с помощью ОЭИК приведены на рис. 1. При этом микрорельеф образцов 1 и 2 был сформирован шлифованием, а микрорельеф образцов 3 и 4 – полированием.

Определенные с помощью профилометра SJ-201P параметры шероховатости Ra микрорельефов поверхностей образцов 1–4 составили 0,13; 0,084; 0,048; 0,025 мкм соответственно [5]. Как видно из приведенного рис. 1, изображения текстур микрорельефов существенно отличаются друг от друга, при этом ориентация текстуры в вертикальном направлении полностью исчезает для более гладких поверхностей, полученных полированием. Отмеченная особенность в изменении характера изображений может свидетельствовать об усилении влияния случайной компоненты по отношению регулярной компоненте при изготовлении микрорельефов с более меньшими высотными параметрами.

Характерные видеосигналы по строке видеокадра изображений исследуемых микрорельефов приведены на рис. 2. Как видно из рис. 2, суще-

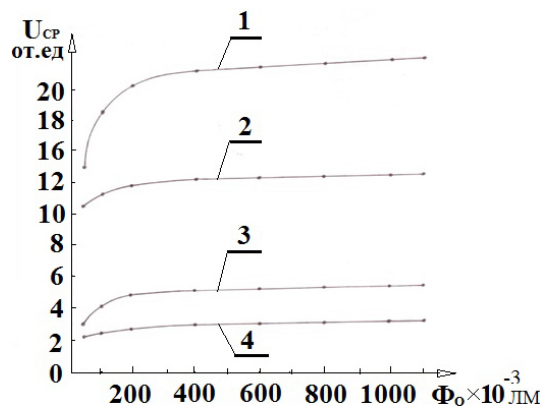


Рис. 3. Зависимость средней амплитуды переменной составляющей видеосигнала от мощности опорного светового потока Φ_0 для поверхностей с различной шероховатостью: 1 – $Ra = 0,13$ мкм; 2 – $Ra = 0,084$ мкм; 3 – $Ra = 0,048$ мкм; 4 – $Ra = 0,025$ мкм
Fig. 3. Dependence of the average amplitude of the variable component of the video signal on the power of the reference luminous flux Φ_0 for surfaces with different roughness: 1 – $Ra = 0,13$ μm ; 2 – $Ra = 0,084$ μm ; 3 – $Ra = 0,048$ μm ; 4 – $Ra = 0,025$ μm

ственное влияние микрорельеф поверхностей оказывает на переменную составляющую видеосигнала U_{cp} , которая уменьшается с уменьшением шероховатости поверхности, то есть наблюдается функциональная зависимость $Ra = f(U_{cp})$. Следовательно, для этой зависимости по экспериментальным данным можно построить аналитическую зависимость и по значению U_{cp} с заданной вероятностью можно идентифицировать (распо-

знавать) различные микрорельефы и тем самым измерять значение Ra .

Для подтверждения этого вывода в работе были выполнены исследования влияния мощности опорного светового потока на $U_{\text{ср}}$. Результаты выполненных исследований представлены на рис. 3.

Примем за номинальное значение светового потока величину $\Phi_{0\text{н}} = 600 \cdot 10^{-3}$ лм, а для величин $\Phi_{0\text{мин}}$, $\Phi_{0\text{мах}}$ – значения $200 \cdot 10^{-3}$ лм и $1000 \cdot 10^{-3}$ лм соответственно. Выбранный диапазон значений вполне соответствует рабочим значениям светового потока, встречающимся в производственных условиях. Отмеченные изменения этого потока могут происходить по разным причинам, например вследствие колебаний напряжения питания источников света, изменения прозрачности атмосферы на рабочем месте при выполнении технологического процесса изготовления изделия, неконтролируемых бликов на исследуемой поверхности от посторонних источников света и т. п. Эти непредусмотренные воздействия на освещенность исследуемой поверхности можно охарактеризовать с помощью функции влияния $f_{\text{вл}}$. Согласно ГОСТ 8.009 – 72 «Нормируемые метрологические характеристики. Средства измерения», функция влияния – это зависимость изменений метрологической характеристики средств измерений от изменений влияющих величин или неинформативных параметров входного сигнала в пределах рабочих условий эксплуатации.

Для определения доминирующего характера функции влияния были вычислены отношения величин $U_{\text{ср}}$ для разных значений Ra при значениях светового потока $\Phi_{0\text{мин}}$, $\Phi_{0\text{н}}$, $\Phi_{0\text{мах}}$. Обозначив эти отношения как

$$K_{1,2} = U_{\text{ср}(Ra=0,13\text{мкм})} / U_{\text{ср}(Ra=0,084\text{мкм})},$$

$$K_{1,3} = U_{\text{ср}(Ra=0,13\text{мкм})} / U_{\text{ср}(Ra=0,048\text{мкм})},$$

$$K_{1,4} = U_{\text{ср}(Ra=0,13\text{мкм})} / U_{\text{ср}(Ra=0,025\text{мкм})},$$

$$K_{2,3} = U_{\text{ср}(Ra=0,084\text{мкм})} / U_{\text{ср}(Ra=0,048\text{мкм})},$$

$$K_{2,4} = U_{\text{ср}(Ra=0,048\text{мкм})} / U_{\text{ср}(Ra=0,025\text{мкм})},$$

$$K_{3,4} = U_{\text{ср}(Ra=0,48\text{мкм})} / U_{\text{ср}(Ra=0,025\text{мкм})},$$

получим их соответствующие значения: при световом потоке $\Phi_{0\text{мин}}$ $K_{1,2} = 1,54$, $K_{1,3} = 3,81$, $K_{1,4} = 6,65$, $K_{2,3} = 2,44$, $K_{2,4} = 4,32$, $K_{3,4} = 1,72$; при световом потоке $\Phi_{0\text{н}}$ $K_{1,2} = 1,59$, $K_{1,3} = 3,82$, $K_{1,4} = 6,59$, $K_{2,3} = 2,41$, $K_{2,4} = 4,1$ и $K_{3,4} = 1,7$; при световом потоке $\Phi_{0\text{мах}}$ $K_{1,2} = 1,61$, $K_{1,3} = 3,85$, $K_{1,4} = 6,24$, $K_{2,3} = 2,38$, $K_{2,4} = 3,95$, и $K_{3,4} = 1,68$. Полученные значения указанных отношений позволяют обоснованно утверждать, что функция влияния нестабильности опорного

светового потока и, соответственно, дополнительная погрешность, вызываемая действием данного оптического фактора, имеют мультипликативный характер. При этом ошибки в определении высотных параметров исследуемого микрорельефа могут достигать ~10 % при изменении мощности светового потока в рабочих пределах. Далее были выполнены исследования влияния изменений угла падения светового потока в пределах от 10° до 80° на результат измерения $U_{\text{ср}}$, которые также показали мультипликативный характер функции влияния. Ошибки от изменения угла падения светового потока в указанном диапазоне приводят к ошибкам в определении высотных параметров микрорельефа до 30 %. Таким образом, проведенными исследованиями было установлено, что мультипликативная функция влияния носит двумерный характер $f_{\text{вл}}(\Delta\Phi, \Delta\alpha)$.

Для устранения негативного влияния $f_{\text{вл}}(\Delta\Phi, \Delta\alpha)$ на результаты измерения высотных параметров микрорельефов был выполнен анализ структурных методов, используемых для компенсации погрешностей измерения [8]. Анализ показал перспективность использования логометрического метода. Однако логометрирование предусматривает введение в состав измерительной системы (ИС) дополнительного осветительного канала, второй ПЗС-матрицы и эталонного микрорельефа, что существенно усложняет ИС. В работе предложен математический метод коррекции дополнительной погрешности на основе использования отношения двух функционалов

$$G_1(U_{\text{э}i}(X_{\mu i})) / G_2(U_{\text{э}i}(X_{\mu i})), \quad i = 1, \dots, r, \quad (1)$$

в котором одинаковые мультипликативные компоненты числителя и знаменателя $f_{\text{вл}} = f(\Delta\Phi, \Delta\alpha)$ сокращаются. В этом соотношении $U_{\text{э}i}$ означает i -й выход ПЗС-матрицы, а $X_{\mu i}$ – i -й элемент поверхности микрорельефа. Реализация отношения (1) не ведет к увеличению габаритов ИС, так как в функционалах будет использован один и тот же набор величин $U_{\text{э}i}$. Сущность же метода определения параметров исследуемого микрорельефа заключается в сравнении изображения микрорельефа исследуемой поверхности с изображениями микрорельефов эталонных поверхностей, для которых заранее определены параметры шероховатости по стандартным методикам, например, с помощью профилометра. В результате сравнения с заданной вероятностью определяется соответствие изображения микрорельефа эталонной поверхности изображению микрорельефа исследуемой

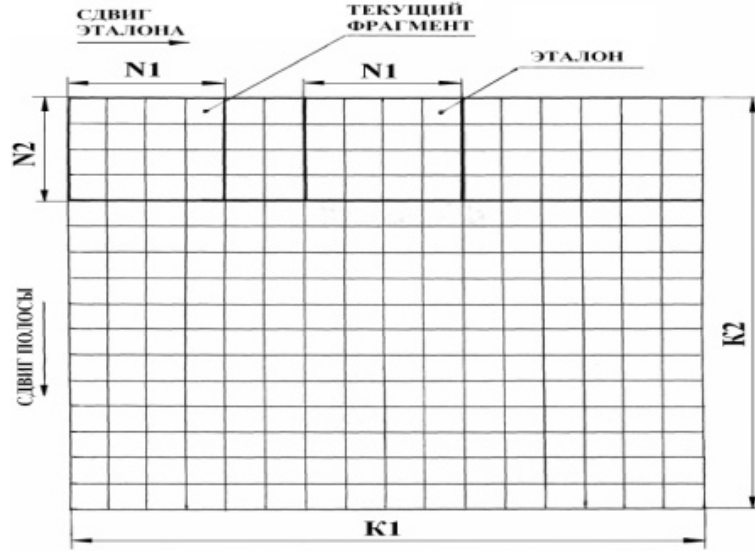


Рис. 4. Схема формирования и перемещения эталона
Fig. 4. Scheme of formation and movement of the standard

дуемой поверхности. Для определения критерия сравнения был выполнен анализ известных цифровых методов обработки изображений [9; 10]. Установлено, что для такого критерия может быть использован отклик согласованного с сигналом двумерного пространственного фильтра

$$y(n_1, n_2) = \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} u(k_1, k_2) \times x[k_1 - (n_1 - n_{01}), k_2 - (n_2 - n_{02})], \quad (2)$$

который представляет собой двумерную свертку сигнала $u(k_1, k_2)$ и импульсной характеристики фильтра $x[k_1 - (n_1 - n_{01}), k_2 - (n_2 - n_{02})]$. При этом выходной сигнал фильтра $y(n_1, n_2)$ будет пропорционален автокорреляционной функции двумерного входного сигнала и будет достигнуто максимальное отношение сигнала к помехе на выходе фильтра. Для вычисления автокорреляционной функции был разработан метод обработки изображения анализируемой поверхности, представленный на рис. 4.

В исходном полутоновом кадре формата $K_1 \times K_2$ пикселей, начиная с первой строки, выделяется полоса шириной в N_2 пикселей. По центру этой полосы задается эталон размером $N_1 \times N_2$ пикселей. Затем эталон, начиная с крайней левой позиции, перемещается по выделенной полосе с шагом в 1 пиксель. При каждом совмещении эталона $u(n_1, n_2)$ и текущего фрагмента полутонового изображения $x(n_1, n_2)$ подсчитывается коэффициент корреляции по известной формуле [9; 10]

$$r_{xy}(k_1, k_2) = \quad (3)$$

$$= \frac{\sum_{n_1=0}^{N_1-1} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} (u(n_1, n_2) - m_u)(x(n_1 - k_1, n_2 - k_2) - m_x)}{\sigma_1 \sigma_2},$$

где (n_1, n_2) – индексы элементов в окне эталона; (k_1, k_2) – координаты эталона внутри зоны поиска $K_1 \times K_2$, а σ_1 и σ_2 – средние квадратические отклонения величин $u(n_1, n_2)$ и $x(n_1, n_2)$ от их математических ожиданий m_u и m_x соответственно. После вычисления коэффициентов корреляции в первой полосе задается следующая полоса того же формата, что и предыдущая, но смещенная вниз на один пиксель. В этой полосе по центру задается новый эталон с теми же размерами, что и предыдущий, и выполняются те же самые действия и т. д. После обработки всего изображения в запоминающем устройстве будет сформирована матрица $M_1 \times M_2$ коэффициентов корреляции или двумерная автокорреляционная функция. Анализируя выражение (3), можно отметить, что его числитель и знаменатель будут подвержены мультипликативному воздействию функции влияния $f_{\text{вл}} = f(\Delta\Phi, \Delta\alpha)$:

$$r_{x,y}(k_1, k_2) = \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} (u(n_1, n_2) - m_u) f_{\text{вл}}(\Delta\Phi, \Delta\alpha) \times (x(n_1 - k_1, n_2 - k_2) - m_x) f_{\text{вл}}(\Delta\Phi, \Delta\alpha) / [\sigma_1 f_{\text{вл}}(\Delta\Phi, \Delta\alpha) \sigma_2 f_{\text{вл}}(\Delta\Phi, \Delta\alpha)]. \quad (4)$$

Как видно из приведенного выражения (4), его структура соответствует структуре выражения (1) и функции влияния сокращаются. Следовательно, функция (3) обладает искомым компенсационным

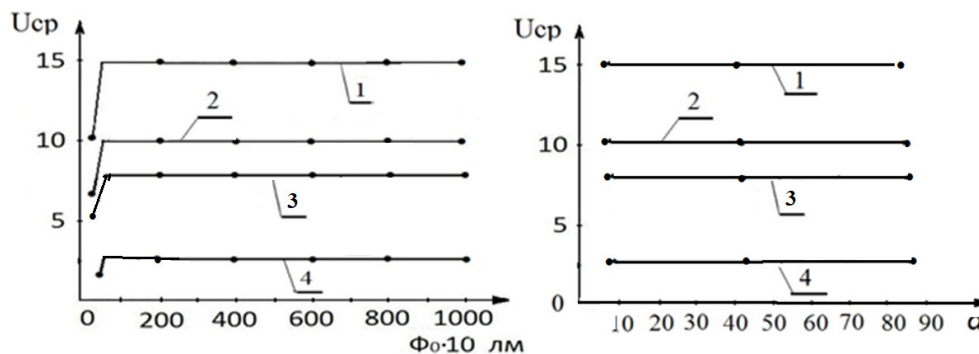


Рис. 5. Зависимость средней амплитуды переменной составляющей автокорреляционной функции от мощности опорного светового потока Φ_0 и угла его падения на исследуемую поверхность: 1 – $Ra = 0,13 \text{ мкм}$; 2 – $Ra = 0,084 \text{ мкм}$; 3 – $Ra = 0,048 \text{ мкм}$; 4 – $Ra = 0,025 \text{ мкм}$

Fig. 5. Dependence of the average amplitude of the variable component of the autocorrelation function on the power of the reference light flux Φ_0 and the angle of its incidence on the surface under study: 1 – $Ra = 0,13 \text{ }\mu\text{m}$; 2 – $Ra = 0,084 \text{ }\mu\text{m}$; 3 – $Ra = 0,048 \text{ }\mu\text{m}$; 4 – $Ra = 0,025 \text{ }\mu\text{m}$

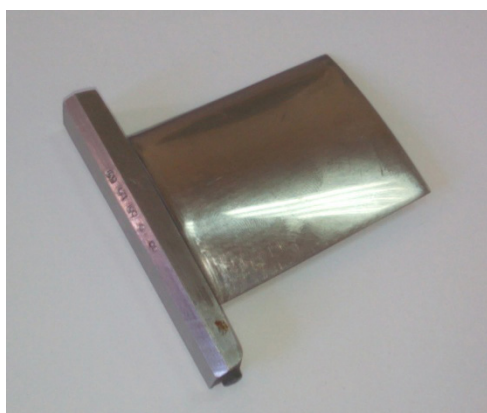


Рис. 6. Лопатка 12-й ступени компрессора: ГТД
Fig. 6. Compressor Stage 12 Blade: GTE

свойством для устранения дополнительной погрешности, возникающей при оценке параметров микрорельефа по видеосигналу. Для подтверждения полученного теоретического положения о компенсации функции влияния математическими методами были выполнены исследования влияния изменений мощности светового потока и угла его падения на переменную составляющую корреляционной функции. Результаты исследований для эталона с форматом 64×64 пикселя приведены на рис. 5.

Как видно из приведенных данных, значение амплитуды переменной составляющей автокорреляционной функции остается постоянным при изменении мощности светового потока и угла его падения на исследуемую поверхность в исследуемых диапазонах их изменений. Для зависимости $Ra = f(U_{cp})$ методом наименьших квадратов было определено аналитическое выражение в виде

$$Ra = 0,0069U_{cp} + 0,0014 \text{ мкм.} \quad (5)$$

Таким образом, приведенные результаты исследований подтверждают выдвинутые теоре-

тические выводы о компенсации негативного воздействия функции влияния на определение параметров микрорельефа исследуемой поверхности при использовании рассмотренной выше корреляционной обработки его изображения.

3. Применение корреляционного метода к промышленным изделиям

Рассмотренный корреляционный метод оценки структур микрорельефов был применен для измерения шероховатости по параметру Ra полированных поверхностей пера лопаток 12-й ступени компрессора газотурбинного двигателя (ГТД). Внешний вид лопатки приведен на рис. 6.

Обработка результатов эксперимента показала, что значения U_{cp} автокорреляционной функции, вычисленное по 30 изображениям, снятым с разных участков поверхности спинки лопатки, изменялось в пределах $U_{cp} = 10,1 \dots 14,7$ отн. единиц. Подстановка найденных значений U_{cp} в формулу (5) определила, что в этом случае значение параметра Ra исследуемой поверхности лопатки изменяется в пределах $Ra = 0,07 \dots 0,1 \text{ мкм}$, что отвечает техническим требованиям, предъявляемым к качеству данной поверхности.

Заключение

В статье рассмотрен оптико-электронный метод определения параметров шероховатости микрорельефов механически обработанных поверхностей, формируемых операциями шлифования и полирования. Метод основан на цифровой обработке полутоновых изображений исследуемых микрорельефов, полученных обычными портативными видеокамерами. Сама обработка заклю-

чалась в вычислении двумерной корреляционной функции, которая характеризует индивидуальные особенности исследуемого микрорельефа и определяет функциональную зависимость параметра Ra от средней амплитуды переменной составля-

ющей этой функции $U_{\text{ср}}$. Для этой зависимости методом наименьших квадратов получено аналитическое выражение, которое было использовано при определении параметра Ra для различных участков поверхности лопатки компрессора ГТД.

Список литературы

1. Государственная программа Российской Федерации «Научно-технологическое развитие Российской Федерации». 29 марта 2019 г. Москва, 2019.
2. Основные направления экономического и социального развития Российской Федерации на период до 2020 гг. Утверждена распоряжением Правительства Российской Федерации от 17 ноября 2008 г. № 1662-р. Москва, 2008. URL: <http://government.ru/docs/all/66158/>
3. Федоров В.П., Суслов А.Г., Нагоркин М.Н. Инженерные методы технологического обеспечения регламентированных параметров шероховатости функциональных поверхностей деталей машин в процессе механической обработки // Научные технологии в машиностроении. 2019. № 4 (94). С. 40–48. DOI: https://doi.org/10.30987/article_5c90a59824edf6.80759568
4. Комплексный подход к экспериментальным исследованиям технологических систем металлообработки по обеспечению параметров качества и эксплуатационных свойств поверхностей деталей машин / А.Г. Суслов [и др.] // Научные технологии в машиностроении. 2018. № 10 (88). С. 3–13. DOI: https://doi.org/10.30987/article_5bb4b1f9abbc54.46761484
5. ГОСТ Р ИСО4287-2014 [5]. Геометрические характеристики изделий (GPS). Структура поверхности. Профильный метод. Термины, определения и параметры структуры поверхности. Введ. 01.01.2014. М.: Стандартинформ, 2015. 18 с.
6. Петрешин Д.И. Применение лазерного оптического датчика для измерения высотных параметров шероховатости поверхности деталей машин в самообучающейся адаптивной технологической системе // Контроль. Диагностика. 2009. № 11. С. 53–57. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=13602400>
7. Макеев А.В. Об оптических методах контроля шероховатости поверхности // Интерэкспо Гео-Сибирь. 2016. Т. 5, № 1. С. 147–151. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=26211489>
8. Измерение электрических и неэлектрических величин / Н.Н. Евтихеев [и др.]. М.: Энергоатомиздат, 1990. 552 с.
9. Даджион Д., Мерсеро Р. Цифровая обработка многомерных сигналов. М.: Мир, 1988. 488 с.
10. Pratt W.K. Correlation techniques of image registration // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 1974. Vol. AES-10, no. 3. P. 353–358. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAES.1974.307828>
11. Коломиец Л.В., Поникарова Н.Ю. Метод наименьших квадратов. Самара: Самарский университет, 2017. 32 с. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=48223242>

Информация об авторах

Абрамов Алексей Дмитриевич, кандидат технических наук, доцент кафедры электронных систем и информационной безопасности Самарского государственного технического университета, г. Самара, Россия.

Область научных интересов: численные методы обработки изображений, программирование, оптико-электронные методы измерения характеристик микрорельефов поверхностей промышленных изделий.

E-mail: abraleks@bk.ru

ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-2272-1370>

SPIN-код (eLibrary): 2940-9363

AuthorID (eLibrary): 779821

ResearcherID (WoS): LXV-3051-2024

Клюев Дмитрий Сергеевич, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой радиоэлектронных систем Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия.

Область научных интересов: электродинамика, устройства СВЧ, антенны, метаматериалы.

E-mail: klyuevd@yandex.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9125-7076>

Physics of Wave Processes and Radio Systems

2025, vol. 28, no. 2, pp. 49–57

DOI [10.18469/1810-3189.2025.28.2.49-57](https://doi.org/10.18469/1810-3189.2025.28.2.49-57)

UDC 621.397

Original Research

Received 5 April 2025

Accepted 5 May 2025

Published 30 June 2025

Correlation method of processing the image of the surface microrelief to determine its roughness

Alexey D. Abramov¹ , Dmitry S. Klyuev² 

¹ Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya Street,
443100, Samara, Russia

² Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics
23, L. Tolstoy Street,
Samara, 443010, Russia

Abstract – Background. The analysis of the results of the use of various machines and mechanisms in the national economy has shown that the roughness of the microrelief of their working surfaces largely determines the reliability and durability of their operation. In this regard, the study and development of modern new methods for measuring the roughness of a microrelief is an urgent task at present. **Aim.** The purpose of the work is to study and develop an optoelectronic method, algorithms and software for digital processing of images of microreliefs of the surfaces under study to measure their roughness directly during the technological process of their manufacture. **Methods.** The method is based on computer processing of images of the studied microreliefs, as a result of which the roughness parameters of these microreliefs are determined. For this purpose, two-dimensional correlation functions are calculated for halftone images of microreliefs of reference samples, with certain GOST methods and roughness parameters. For these functions, the average amplitudes U_{cp} of the variable components of the correlation coefficients are calculated and the analytical dependence of the GOST roughness parameter Ra on U_{cp} is constructed. To depict the studied microrelief with unknown roughness parameters, the variable component of the two-dimensional correlation function is also determined, and the arithmetic mean deviation of the profile from the middle line Ra is found based on the obtained dependence $Ra = f(U_{cp})$. **Results.** A new optoelectronic method for measuring the roughness parameters of microreliefs of machined surfaces is proposed, which is based on digital processing of their halftone images. As a result of such processing, a two-dimensional correlation function is calculated, the parameters of which serve to identify the studied microrelief and, thereby, to measure its roughness. The results of using this method to measure the surface roughness parameters of the compressor blade of a gas turbine engine are presented. **Conclusion.** The prospects of using the optoelectronic method and digital processing of images of microreliefs of mechanically processed surfaces in order to quickly measure their roughness parameters are shown. An algorithm for calculating a two-dimensional correlation function has been developed, which characterizes the microrelief under study and by the characteristics of which it is possible to identify it, that is, to measure its roughness. At the same time, the negative influence of side uninformative factors on the results of measuring the parameters of the microrelief, in particular, fluctuations in the power of the light flux and the angle of its incidence on the surface under study, is also eliminated. The results of the application of the developed optoelectronic method for measuring the roughness parameters of the surface areas of the compressor blade of a gas turbine engine, which are identical to the results of measuring their roughness by GOST profile methods, are presented.

Keywords – measurement; surface; microrelief; image; standard; correlation; algorithm.

✉ abraleks@bk.ru (Alexey D. Abramov)

 © Alexey D. Abramov, Dmitry S. Klyuev, 2025

References

1. State Program of the Russian Federation «Scientific and Technological Development of the Russian Federation». March 29, 2019. Moscow, 2019. (In Russ.)
2. The main directions of the economic and social development of the Russian Federation for the period until 2020. Approved by order of the Government of the Russian Federation of November 17, 2008 No. 1662-r. Moscow, 2008, url: <http://government.ru/docs/all/66158/>. (In Russ.)
3. V. P. Fedorov, A. G. Suslov, and M. N. Nagorkin, “Engineering methods for technological support of regulated roughness parameters of machinery operation surfaces during machining,” *Naukoemkie tekhnologii v mashinostroenii*, no. 4 (94), pp. 40–48, 2019, doi: https://doi.org/10.30987/article_5c90a59824edf6.80759568. (In Russ.)
4. A. G. Suslov et al., “Complex approach to experimental investigations of metal-working technological systems to ensure parameters of quality and operation properties of machinery surfaces,” *Naukoemkie tekhnologii v mashinostroenii*, no. 10 (88), pp. 3–13, 2018, doi: https://doi.org/10.30987/article_5bb4b1f9abb54.46761484. (In Russ.)
5. GOST R ISO4287-2014 [5]. Geometrical Product Specifications (GPS). Surface structure. Profile method. Terms, definitions and surface texture parameters. Introduction 01.01.2014. Moscow: Standartinform, 2015. (In Russ.)
6. D. I. Petreshin, “Application of a laser optical sensor control for measurement of high-altitude parameters of machines details surface roughness in self-learning adaptive technological system,” *Kontrol'. Diagnostika*, no. 11, pp. 53–57, 2009, url: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=13602400>. (In Russ.)
7. A. V. Makeev, “Optical methods for control of surface microgeometry,” *Interekspo Geo-Sibir*, vol. 5, no. 1, pp. 147–151, 2016, url: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=26211489>. (In Russ.)
8. N. N. Evtikheev et al., *Measurement of Electrical and Non-Electrical Values*. Moscow: Energoatomizdat, 1990. (In Russ.)
9. D. Dudgeon and R. Mersereau, *Multidimensional Digital Signal Processing*, English translation. Moscow: Mir, 1988. (In Russ.)
10. W. K. Pratt, “Correlation techniques of image registration,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, no. 3, pp. 353–358, 1974, doi: <https://doi.org/10.1109/TAES.1974.307828>.
11. L. V. Kolomiets and N. Yu. Ponikarova, *The Method of the Smallest Squares*. Samara: Samarskiy universitet, 2017. (In Russ.)

Information about the Authors

Alexey D. Abramov, Candidate of Technical Sciences, associate professor of the Department of Electronic Systems and Information Security, Samara State Technical University, Samara, Russia.

Research interests: numerical methods of image processing, programming, optoelectronic methods for measuring the characteristics of microreliefs of surfaces of industrial products.

E-mail: abraleks@bk.ru

ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-2272-1370>

SPIN-code (eLibrary): 2940-9363

AuthorID (eLibrary): 779821

ResearcherID (WoS): LXV-3051-2024

Dmitry S. Klyuev, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor, head of the Department of Radioelectronic Systems, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia.

Research interests: electrodynamics, microwave devices, antennas, metamaterials.

E-mail: klyuevd@yandex.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9125-7076>

Стенд полунатурного моделирования асинхронных радиосистем передачи информации

Ю.Р. Буткевич¹, С.С. Логинов¹, Р.Р. Яруллин²

¹ Казанский национальный исследовательский технический университет имени А.Н. Туполева – КАИ
420111, Россия, г. Казань,
ул. К. Маркса, 10

² АО «НПО «Радиоэлектроника» имени В.И. Шимко»
420029, Россия, г. Казань,
ул. Журналистов, 50/3

Аннотация – Обоснование. Статья посвящена математическому описанию стенда полунатурного моделирования асинхронных радиосистем передачи информации. В настоящее время разработка новых асинхронных радиосистем передачи информации подразумевает множество проблем перед внедрением в эксплуатацию. Необходимость разработки стенда полунатурного моделирования асинхронных радиосистем передачи информации является актуальной задачей, так как позволит обеспечить снижение затрат на разработку за счет своевременного выявления и устранения недостатков радиосистем на этапе испытаний. Цель работы заключается в разработке математического описания запросного канала стенда полунатурного моделирования, формирующего сигнально-помеховую обстановку, которая учитывает свойства распространения радиоволн, а также воздействия различных видов помех. Методы. В данной работе были использованы аналитические методы для получения результирующих выражений общего вида. Результаты. Показано математическое описание таких процессов, как внутрисистемный поток запросных сигналов и преднамеренная помеха, а также по полученным результатам предложены структурные схемы для формирования указанных типов помех. Заключение. Полученные результаты могут быть использованы для построения стенда полунатурного моделирования асинхронных радиосистем передачи информации.

Ключевые слова – стенд полунатурного моделирования; внутрисистемный поток; преднамеренная помеха.

Введение

При разработке асинхронных радиосистем передачи информации одним из необходимых этапов является проведение натурных испытаний изделий, в ходе которых в зависимости от сложности испытываемых средств, условий и объемов испытаний могут потребовать значимые временные и материальные затраты. Одним из методов, позволяющих сократить указанные затраты, является создание стенда полунатурного моделирования. Такой стенд позволяет учитывать свойства радиоволн и особенности их распространения, а также параметры помех, воздействующих на радиоприемный тракт средств радиосистем. Создание стенда полунатурного моделирования требует формирования перечня моделей, учитывающих сложные условия распространения радиоволн, возникающие для средств радиосистем, находящихся в различных средах. Среди таких моделей следует особенно отметить:

- модели распространения радиоволн над морской поверхностью [14–16; 18];
- модели отражения радиоволн от вращающихся винтов вертолета [7–11];

- модели распространения радиоволн в городской местности [19–23];
- модели отражения радиоволн от турбин самолета [12; 13];
- модели распространения радиоволн над земной поверхностью, включая лесную [17; 24–28].

Разработка стенда полунатурного моделирования асинхронных радиотехнических систем передачи информации с возможностью формирования различных видов помех и моделированием условий распространения (отражение, интерференция, дифракция, рефракция) радиоволн является актуальной задачей, так как обеспечит снижение затрат на этапе «разработки». Такой стенд позволяет своевременно и оперативно выявить и устранить недостатки на этапе «разработки». Асинхронные радиотехнические системы передачи информации взаимодействуют через запросные и ответные каналы, отличающиеся типами передаваемой информации, методами разделения абонентов, видами модуляции и др. В данной работе, ввиду ограничений на объем материалов, будет рассмотрен только вопрос разработки математического описания запросного канала стенда полунатурного моделирования.

Цель работы заключается в разработке математического описания запросного канала стенда полунатурного моделирования, формирующего сигнально-помеховую обстановку, которая учитывает свойства распространения радиоволн, а также воздействия различных видов помех.

Задачами разрабатываемого стенда полунатурного моделирования являются:

- формирование внутрисистемного потока сигналов для запросного и ответного каналов связи с заданными вероятностями распределения амплитудных и временных параметров;
- моделирование условий распространения радиоволн запросного и ответного каналов;
- формирование преднамеренных помех с заданными распределениями амплитуд и фаз для обоих каналов.

Учитывая поставленные перед стендом задачи, на первом этапе его создания необходимо разработать математическую модель условий, воспроизводимых стендом.

Математическая модель запросного канала стенда полунатурного моделирования асинхронных радиосистем передачи информации

Сигнально-помеховая обстановка запросного канала характеризуется внутрисистемным потоком и преднамеренными помехами.

Внутрисистемный поток (ВСП) представляет собой имитацию работы комплекса разрабатываемых асинхронных радиосистем передачи информации. Это выявит возможность работы одной радиосистемы при функционировании их множества в одном радиоканале.

Преднамеренные помехи представляют собой разнообразие возможных помех, воздействующих на разрабатываемую систему в радиоканале, таких как ХИП – хаотическая импульсная помеха, шумовая помеха и др.

1. Для решения задачи формирования внутрисистемного потока запросных сигналов распишем комплексную огибающую запросного сигнала для непрерывного времени (1):

$$\dot{U}(t) = A(t)S(t)e^{j\varphi(t)}, \quad (1)$$

где $A(t)$ – информационная часть запросного сигнала с фиксированной амплитудой; $S(t)$ – изменяющаяся амплитуда запросного сигнала; $\varphi(t)$ – фаза запросного сигнала.

Представим информационную часть запросного сигнала в дискретном времени:

$$a[nT] = \sum_{n=0}^{N_{zc}} A[nT], \quad (2)$$

где T – период дискретизации; N_{zc} – количество отсчетов в одном запросном сигнале; n – номер отсчета. Тогда комплексная огибающая запросного сигнала в дискретном времени записывается в виде

$$\begin{aligned} \dot{U}_i[nT] &= S_{Ai}[nT]e^{j\varphi_i[nT]}A_i[nT] = \\ &= (S_i[nT]\cos(\varphi_i[nT]) + jS_i\sin(\varphi_i[nT]))A_i[nT], \end{aligned} \quad (3)$$

где i – номер запросного сигнала в потоке; $S_{Ai}[nT]$ – случайная амплитуда запросного сигнала; $\varphi_i[nT]$ – случайная фаза запросного сигнала.

Распишем комплексную амплитуду суммы запросных сигналов для каждого временного отсчета n (4):

$$\begin{aligned} \dot{U}[nT] &= \sum_{i=1}^M \dot{U}_i[(n+k_i)T] = \\ &= \sum_{i=0}^M S_i[(n+k_i)T]\cos(\varphi_i[(n+k_i)T])A_i[(n+k_i)T] + \\ &+ j \sum_{i=0}^M S_i[(n+k_i)T]\sin(\varphi_i[(n+k_i)T])A_i[(n+k_i)T], \end{aligned} \quad (4)$$

где M – количество складываемых потоков запросных сигналов; k_i – временная задержка i -го запросного сигнала.

В результате внутрисистемный поток запросных сигналов описывается следующим выражением (5):

$$\dot{U}_y[nT] = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{i=1}^M \dot{U}_i[(n+k_i)T], \quad (5)$$

Для формирования внутрисистемного потока запросных сигналов согласно выражению (5) разработана схема, представленная на рис. 1. Данная схема позволяет синтезировать внутрисистемный поток с требуемыми характеристиками распределений амплитуд и времен формирования запросных сигналов.

Наименование и назначение представленных на схеме (рис. 1) устройств и блоков:

1) ГПСЧ – генераторы псевдослучайных чисел. В основе предлагаемого стенда полунатурного моделирования и математических моделей используются генераторы псевдослучайных чисел

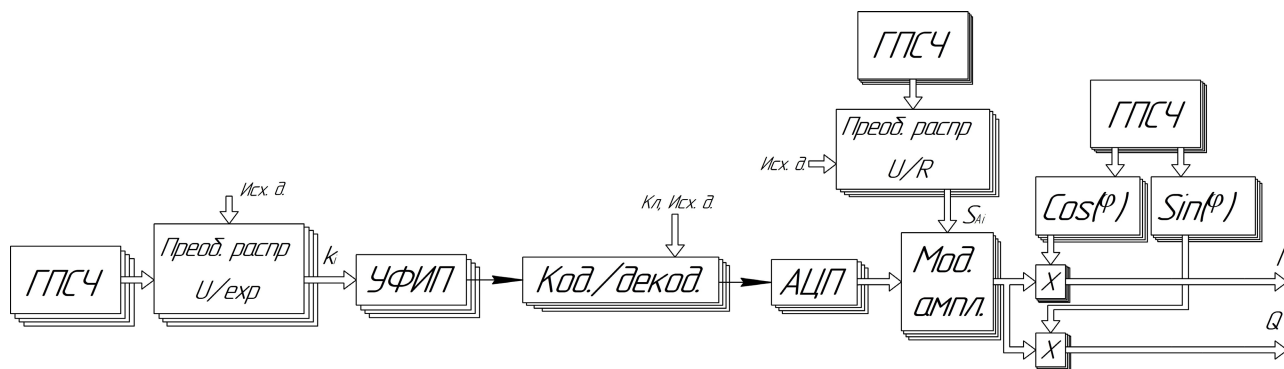


Рис. 1. Схема формирования внутрисистемного потока запросных сигналов
 Fig. 1. The scheme of formation of the in-system flow of request signals

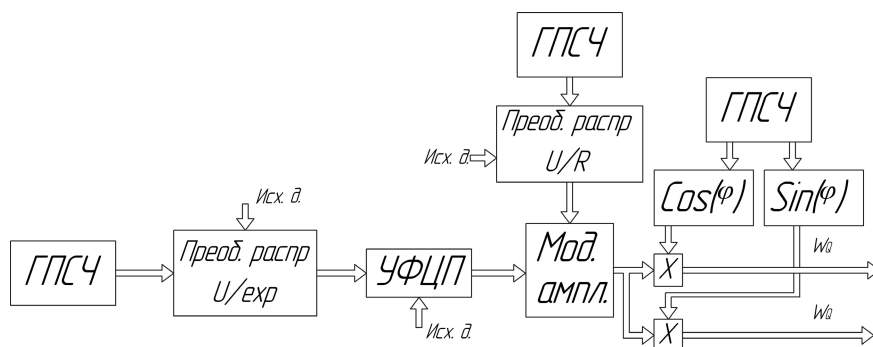


Рис. 2. Формирователь преднамеренных помех, где УФЦП – устройство формирования цифровых последовательностей
 Fig. 2. Intentional interference generator where УФЦП is a digital sequence generation device

(ГПСЧ) на основе дискретно-нелинейных систем с хаотической динамикой, а также традиционные генераторы на основе ГОСТ Р ИСО 28640 – 2012. Подробный анализ и формирование указанных псевдослучайных последовательностей представлены в работах [1–6];

2) Блоки преобразования распределения U/exp формируют распределение из ГПСЧ в экспоненциальное временное распределение интервалов между сигналами, вместо данного преобразования при проектировании реальных стендов возможно использование и других типов преобразований;

3) УФИП – устройство формирования импульсных последовательностей. Предназначено для определения режима работы «кодера/декодера информации» с триггером запуска от предыдущего блока;

4) Кодер/декодер информации – шифрующее/дешифрующее устройство, формирующее запросный сигнал;

5) АЦП – аналого-цифровой преобразователь;

6) Преобразователь распределения U/R формирует распределение из ГПСЧ в заданное амплитудное распределение сигналов, например в распределение Рэлея и Райса [1];

7) Блок модуляции амплитуды предназначен для формирования амплитудного распределения и формирования I/Q-составляющей [29; 30];

8) Блоки $\sin(\varphi)$, $\cos(\varphi)$ и умножители совместно блоками ГПСЧ формируют случайную фазу внутрисистемного потока.

Моделирование условий распространения радиоволн осуществляется в цифровом виде после аналого-цифрового преобразователя запросного сигнала от базового средства радиосистемы. Это позволяет использовать готовые модели распространения радиоволн, описанных во введении.

2. Для решения задачи формирования импульсных помех, представим комплексную огибающую суммарной помехи для каждого временного отсчета (6):

$$\begin{aligned} \dot{W}[nT] &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{l=1}^{M_n} \dot{W}_l[(n+k_l)T] = \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{l=1}^{M_n} B_l[(n+k_l)T] V_l[nT] e^{j\varphi_l[(n+k_l)T]}, \end{aligned} \quad (6)$$

где $V_l[nT]$ – множитель, учитывающий амплитуды помехи; $B_l[nT]$ – закон изменения информационной составляющей помехи; T – период дискретности;

зации; n – номер отсчета; M_n – количество помех; k_l – временная задержка l -й помехи.

Согласно выражению (6) разработана схема формирователя преднамеренных помех, представленная на рис. 2.

На рис. 2 отличие блока УФЦП от УФИП, реализованного в формирователе внутрисистемного потока (см. рис. 1), в том, что данный блок формирует заданную структуру помехи в цифровом виде.

Общее выражение для математической модели запросного канала стелса полунатурного моделирования асинхронных радиосистем передачи информации представляется в виде

$$y(t) = \int_0^{\tau} h(t) x(t - \tau) d\tau + U_{\Sigma}(t) + W(t), \quad (7)$$

где $h(t)$ – импульсная характеристика радиоканала; $x(t)$ – основной запросный сигнал системы от базового моделируемого средства; $U_{\Sigma}(t)$ – суммарный внутрисистемный поток в запросном канале; $W(t)$ – преднамеренные помехи.

Представим выражение 7 в дискретном виде:

$$\begin{aligned} \dot{y}[nT] = & \sum_{n=0}^{\infty} \left[\sum_{k=0}^{N_c} h[nT] x[(n-k)T] + \right. \\ & \left. + \sum_{i=1}^M \dot{U}_i[(n+k_i)T] + \sum_{l=1}^{M_n} \dot{W}_l[(n+k_l)T] \right], \end{aligned} \quad (8)$$

где T – период дискретизации; $h[kT]$ – дискретизированная импульсная характеристика радиоканала; $x[nT]$ – дискретизированный запросный сигнал; $U[nT]$ – дискретизированная последовательность ВСП ЗС; $B[nT]$, $V[nT]$ – дискретизированная последовательность преднамеренной помехи.

Заключение

Таким образом, в результате анализа задач, стоящих перед стендом полунатурного моделирования условий функционирования запросного канала асинхронных радиотехнических систем передачи информации разработана математическая модель составной части стелса. Представленная модель позволяет воспроизводить условия функционирования асинхронных радиотехнических систем, включая внутрисистемные, преднамеренные помехи и условия распространения радиоволн в запросном канале. На основе приведенных выражений может быть сформировано описание ответного канала стелса полунатурного моделирования, что позволяет приступить к синтезу его структуры на основе современных программно-определяемых средств вычислительной техники и измерений.

Список литературы

1. ГОСТ Р ИСО 28640–2012. Статистические методы. Генерация случайных чисел: введен с 29.11.2012. М.: Стандартинформ, 2014. 40 с.
2. Анализ псевдослучайных последовательностей Лоренца на основе статистических тестов NIST / Ю.Р. Буткевич [и др.] // Прикладная электродинамика, фотоника и живые системы: мат. X Межд. молодежн. науч.-техн. конф. молодых уч. аспирантов и студ. Казань: ИП Сагеев А.Р., 2023. С. 78–79.
3. A statistical test suite for random and pseudorandom number generators for cryptographic applications / A. Rukhin [et al.] // NIST Special Publication 800-22 Revision 1a. 2010. 131 p. URL: <https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/Legacy/SP/nistspecialpublication800-22r1a.pdf>
4. Генераторы псевдослучайных последовательностей не максимальной длины на регистрах сдвига / В.А. Песочин [и др.] // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. 2019. № 1 (49). С. 3–17. URL: <https://www.mathnet.ru/rus/at/y2016/i9/p136>
5. Гавришев А.А. К вопросу об использовании гиперхаотических сигналов для передачи данных в системах радиосвязи // Научное приборостроение. 2023. Т. 33, № 2. С. 62–74. URL: <https://iairas.ru/mag/2023/full2/Art6.pdf>
6. Перов А.А. Применение статистических тестов NIST для анализа выходных последовательностей блочных шифров // Научный вестник НГТУ. 2019. № 3 (76). С. 87–96. DOI: <https://doi.org/10.17212/1814-1196-2019-3-87-96>
7. Плотницкая Е.С., Веремьев В.И., Воробьев Е.Н. Теоретическая модель сигнала, отраженного от вращающихся винтов вертолета // 22-я Межд. конф. «Цифровая обработка сигналов и ее применение»: сб. тр. 2020. С. 327–331.
8. Гейстер С.Р., Нгуен Т.Т. Математические модели радиолокационного сигнала, отраженного от несущего винта вертолета, в приложении к обращенному синтезу апертуры // Известия вузов России. Радиоэлектроника. 2019. Т. 22, № 3. С. 74–87. DOI: <https://doi.org/10.32603/1993-8985-2019-22-3-74-87>
9. Нгуен Тьен Тхай, Нгуен Чунт Тхань, Нгуен Тьен Тай. Устранение влияния сигнала, отраженного от корпуса летательного аппарата, на каналы построения изображений его винтов // Евразийский союз ученых (ЕСУ). 2020. Т. 4, № 71. С. 32–37.
10. Signal separation of helicopter radar returns using wavelet-based sparse signal optimisation / Si Tran Nguyen Nguyen [et al.] // National Security and ISR Division Defence Science and Technology Group. Edinburgh, 2016. 70 p. URL: <https://www.dst.defence.gov.au/sites/default/files/publications/documents/DST-Group-RR-0436.pdf>

11. Micro-Doppler signatures of helicopters in multistatic passive radars / M.K. Bączyk [et al.] // IET Radar, Sonar & Navigation. 2015. Vol. 9, no. 9. P. 1276–1283. DOI: <https://doi.org/10.1049/iet-rsn.2015.0125>
12. Надточий В.Н. Математическая модель отраженного сигнала от воздушной цели с турбореактивным двигателем // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. 2017. Т. 5, № 4 (19). URL: <https://moitvvt.ru/ru/journal/article?id=393>
13. Слюсарь Н.М. Частотные спектры сигналов, отраженных от самолетов с турбореактивными двигателями // Информационные радиосистемы и радиотехнологии 2020: мат. респ. науч.-практ. конф. Минск: БГУИР, 2020. С. 257–261.
14. Малиновский В.В., Кориненко А.Е., Кудрявцев В.Н. Эмпирическая модель радиолокационного рассеяния в диапазоне длин волн 3 см на морской поверхности при больших углах падения // Известия вузов. Радиофизика. 2018. Т. 61, № 2. С. 110–121. URL: <https://radiophysics.unn.ru/issues/2018/2/110>
15. Особенности распространения радиоволн над морской поверхностью / В.Д. Еремка [и др.]. Севастополь: Вебер, 2013. 217 с.
16. Милащенко Е.А., Валеев В.Г. Прогнозирование характеристик обнаружения мелких морских целей с учетом негауссовых морских отражений применительно к когерентно-импульсной РЛС // Журнал радиоэлектроники. 2014. № 3. URL: <http://jre.cplire.ru/jre/mar14/1/text.html>
17. Пирогов А.А., Жураковский В.Н. Моделирование сигналов, отраженных от взволнованной морской поверхности // Инженерный вестник. 2017. № 5. С. 26–41.
18. Шебалкова Л.В. Моделирование сигнала, отраженного от морской поверхности // Интерэкспо Гео-Сибирь. 2017. С. 81–84.
19. Прогнозирование параметров распространения радиоволн в условиях городской застройки при использовании низко расположенных антенн / А.В. Тихомиров [и др.] // Труды МАИ. 2017. № 97. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=87308>
20. Моделирование процессов распространения радиоволн в условиях городской застройки / Д.В. Асотов [и др.] // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2013. Т. 9, № 4. С. 4–7. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=20200944>
21. Затучный Д.А., Сладь Ж.В. О влиянии на распространение радиоволн в городе профиля его застройки // Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации. 2015. № 222 (12). С. 37–43. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=25417195>
22. Коврегин В.Н., Коврегина Г.М. Метод активного радиолокационного наблюдения дронов при мешающих отражениях в условиях городской застройки // Системный анализ и логистика. 2023. № 2 (36). С. 11–19. URL: http://www.salogistics.ru/magazine/36/2_Kovregina_Kovregina_11-19.pdf
23. Corre Y., Lostanlen Y. Three-dimensional urban EM wave propagation model for radio network planning and optimization over large areas // IEEE Transactions on Vehicular Technology. 2009. Vol. 58, no. 7. P. 3112–3123. DOI: <https://doi.org/10.1109/TVT.2009.2016973>
24. Дятко А.А., Костромицкий С.М., Шумский П.Н. Математическая модель сигнала, отраженного от земной поверхности, при сопровождении РЛС низколетящей цели // Доклады БГУИР. 2015. № 8. С. 17–23. URL: <https://doklady.bsuir.by/jour/article/view/588>
25. Смирнов Н.В. Исследование работы радиовысотомера с линейной частотной модуляцией над лесной поверхностью. Пояснительная записка магистр. Екатеринбург: УрФУ, 2015. 143 с.
26. Якута К.И. Математическая модель радиовысотомера. Минск: Белорусская государственная академия авиации, 2021. 18 с.
27. Теоретические и физические основы радиолокации и специального мониторинга / А.Н. Фомин [и др.]; под общ. ред. И.Н. Ишука. Красноярск: Сибирский федеральный университет, 2016. 292 с.
28. Universal mathematical model of SAR signals for natural surfaces / A. Bokov [et al.] // ITM Web Conf. 2019. Vol. 30. P. 1–7. DOI: <https://doi.org/10.1051/itmconf/20193015026>
29. Тяжев А.И. Цифровые модемы сигналов минимальной частотной манипуляции и их характеристики // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2023. Т. 26, № 3. С. 106–115. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.3.106-115>
30. Аверина Л.И., Лафицкий А.Ю. Повышение помехоустойчивости OFDM-систем в каналах с замираниями // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2022. Т. 25, № 4. С. 39–45. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.4.39-45>

Информация об авторах

Буткевич Юрий Рудольфович, аспирант кафедры электронных и квантовых средств передачи информации Казанского национального исследовательского технического университета имени А.Н. Туполева – КАИ, г. Казань, Россия.

Область научных интересов: полунатурное моделирование, динамических хаос.

E-mail: bytkevich@mail.ru

Логинов Сергей Сергеевич, доктор технических наук, профессор кафедры электронных и квантовых средств передачи информации Казанского национального исследовательского технического университета имени А.Н. Туполева – КАИ, г. Казань, Россия.

Область научных интересов: динамический хаос.

E-mail: sslogin@mail.ru

Яруллин Раушан Разапович, главный конструктор по системным вопросам АО «НПО «Радиоэлектроника» имени В.И. Шимко», г. Казань, Россия.

Область научных интересов: полунатурное моделирование, система вторичной радиолокации.

E-mail: shimko@rosprom.org

Physics of Wave Processes and Radio Systems 2025, vol. 28, no. 2, pp. 58–64

DOI 10.18469/1810-3189.2025.28.2.58-64
UDC 519.6
Original Research

Received 12 September 2024
Accepted 14 October 2024
Published 30 June 2025

Stand for semi-natural modeling of asynchronous radio information transmission systems

Yuri R. Butkevich¹, Sergey S. Loginov¹, Raushan R. Yarullin²

¹ Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI
10, Karl Marx Street,
Kazan, 420111, Russia

² JSC «NPO “Radioelectronics” named after V.I. Shimko»
50/3, Zhurnalistsov Street,
Kazan, 420029, Russia

Abstract – Background. The article is devoted to the mathematical description of the stand for semi-natural modeling of asynchronous radio information transmission systems. Currently, the development of new asynchronous radio information transmission systems involves many problems before commissioning. The need to develop a stand for semi-natural modeling of asynchronous radio information transmission systems is an urgent task, as it will ensure a reduction in development costs due to the timely identification and elimination of shortcomings of radio systems at the test stage. **Aim.** The purpose of the work is to develop a mathematical description of the query channel of the semi-natural modeling stand, which forms a signal-interference environment that takes into account the properties of radio wave propagation, as well as the effects of various types of interference. **Methods.** In this work, analytical methods were used to obtain the resulting general expressions. **Results.** A mathematical description of such processes as the in-system flow of request signals and intentional interference is shown, as well as structural schemes for the formation of these types of interference are proposed based on the results obtained. **Conclusions.** The obtained results can be used to build a stand for semi-natural modeling of asynchronous radio information transmission systems.

Keywords – semi-natural simulation stand; in-system flow; intentional interference.

✉ bytkevic@mai.ru (Yuri R. Butkevich)

 © Yuri R. Butkevich, Sergey S. Loginov, Raushan R. Yarullin, 2025

References

1. GOST R ISO 28640–2012. Statistical methods. Random-generation: introduced from 29 November, 2012. Moscow: Standartinform, 2014. (In Russ.)
2. Yu. R. Butkevich et al., “Analysis of the pseudoic sequences of Lorentz based on statistical tests NIST,” *Prikladnaya elektrodinamika, fotonika i zhivye sistemy: mat. X Mezhd. molodezhn. nauch.-tekhn. konf. molodykh uch. aspir. i stud.* Kazan’: IP Sagiev A.R., pp. 78–79, 2023. (In Russ.)
3. A. Rukhin et al., “A statistical test suite for random and pseudorandom number generators for cryptographic applications,” NIST Special Publication 800-22 Revision 1a, 2010, url: <https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/Legacy/SP/nistspecialpublication800-22r1a.pdf>.
4. V. A. Pesoshin et al., “Generators of pseudo -random sequences of non-dimensional length on the shear registers,” *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Tekhnicheskie nauki*, no. 1 (49), pp. 3–17, 2019, url: <https://www.mathnet.ru/rus/at/y2016/i9/p136>. (In Russ.)
5. A. A. Gavrishchev, “On the use of hyperchaotic signals for data transmission in radio communications systems,” *Nauchnoe priborostroenie*, vol. 33, no. 2, pp. 62–74, 2023, url: <https://iairas.ru/mag/2023/full2/Art6.pdf>. (In Russ.)
6. A. A. Perov, “The use of NIST statistical tests to analyze the output sequences of block ciphers,” *Nauchnyy vestnik NGTU*, no. 3 (76), pp. 87–96, 2019, doi: <https://doi.org/10.17212/1814-1196-2019-3-87-96>. (In Russ.)
7. E. S. Plotnitskaya, V. I. Verem’ev, and E. N. Vorob’ev, “Theoretical model of the signal reflected from the rotating screws of the helicopter,” *22-ya Mezhd. konf. «Tsifrovaya obrabotka signalov i ee primeneniye»*: sb. trud, pp. 327–331, 2020. (In Russ.)
8. S. R. Geyster and T. T. Nguen, “Mathematical models of the radar signal, reflected from the helicopter loading screw, in the application to the faceted synthesis of the aperture,” *Izvestiya vuzov Rossii. Radioelektronika*, vol. 22, no. 3, pp. 74–87, 2019, doi: <https://doi.org/10.32603/1993-8985-2019-22-3-74-87>. (In Russ.)
9. Nguyen Ten Thai, Nguyen Chunt Than, and Nguyen Tyong Tai, “Eliminating the influence of the signal reflected from the body of the aircraft on the channels for constructing images of its screws,” *Evrasiyskiy soyuz uchenykh (ESU)*, vol. 4, no. 71, pp. 32–37, 2020. (In Russ.)
10. Si Tran Nguyen Nguyen et al., “Signal separation of helicopter radar returns using wavelet-based sparse signal optimisation,” National Security and ISR Division Defence Science and Technology Group. Edinburgh, 2016, url: <https://www.dst.defence.gov.au/sites/default/files/publications/documents/DST-Group-RR-0436.pdf>.
11. M. K. Bączyk et al., “Micro-Doppler signatures of helicopters in multistatic passive radars,” *IET Radar, Sonar & Navigation*, vol. 9, no. 9, pp. 1276–1283, 2015, doi: <https://doi.org/10.1049/iet-rsn.2015.0125>.

12. V. N. Nadochiy, "The mathematical model of the reflected signal from the air target with a turbojet engine," *Modelirovanie, optimizatsiya i informatsionnye tekhnologii*, vol. 5, no. 4 (19), 2017, url: <https://moitvvt.ru/ru/journal/article?id=393>. (In Russ.)
13. N. M. Slyusar', "Frequency spectra of signals reflected from aircraft with turbojet engines," *Informatsionnye radiosistemy i radiotekhnologii 2020: mat. resp. nauch.-prakt. konf. Minsk: BGUIR*, pp. 257–261, 2020. (In Russ.)
14. V. V. Malinovskiy, A. E. Korinenko, and V. N. Kudryavtsev, "The empirical model of radar scattering in the range of 3 cm long waves on the sea surface with large angles of the fall," *Izvestiya vuzov. Radiofizika*, vol. 61, no. 2, pp. 110–121, 2018, url: <https://radiophysics.unn.ru/issues/2018/2/110>. (In Russ.)
15. V. D. Eremka et al., *Features of the Spread of Radio Waves above the Sea Surface*. Sevastopol': Veber, 2013. (In Russ.)
16. E. A. Milashchenko and V. G. Valeev, "Prediction of the characteristics of the detection of small marine targets taking into account the nonsense of naval reflections in relation to coherent-emi-pulse radar," *Zhurnal radioelektroniki*, no. 3, 2014, url: <http://jre.cplire.ru/jre/mar14/1/text.html>. (In Russ.)
17. A. A. Pirogov and V. N. Zhurakovskiy, "Modeling signals reflected from an excited sea surface," *Inzhenernyy vestnik*, no. 5, pp. 26–41, 2017. (In Russ.)
18. L. V. Shebalkova, "Modeling the signal reflected from the sea surface," *Interekspo Geo-Sibir'*, pp. 81–84, 2017. (In Russ.)
19. A. V. Tikhomirov et al., "Forecasting the distribution parameters of radio waves in urban development conditions when using low antennas," *Trudy MAI*, no. 97, 2017, url: <https://trudymai.ru/published.php?ID=87308>. (In Russ.)
20. D. V. Asotov et al., "Modeling the processes of the spread of radio waves in the conditions of urban development," *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, vol. 9, no. 4, pp. 4–7, 2013, url: <https://elibrary.ru/item.asp?id=20200944>. (In Russ.)
21. D. A. Zatchynnyy and Zh. V. Slad', "On the impact on the spread of radio waves in the city of its development profile," *Nauchnyy vestnik moskovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta grazhdanskoy aviatsii*, no. 222 (12), pp. 37–43, 2015, url: <https://elibrary.ru/item.asp?id=25417195>. (In Russ.)
22. V. N. Kovregin and G. M. Kovregina, "The method of active radar observation of drones with interfering reflections in urban development conditions," *Sistemnyy analiz i logistika*, no. 2 (36), pp. 11–19, 2023, url: http://www.salogistics.ru/magazine/36/2_Kovregina_Kovregina_11-19.pdf. (In Russ.)
23. Y. Corre and Y. Lostanlen, "Three-dimensional urban EM wave propagation model for radio network planning and optimization over large areas," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 58, no. 7, pp. 3112–3123, 2009, doi: <https://doi.org/10.1109/TVT.2009.2016973>.
24. A. A. Dyatko, S. M. Kostromitskiy, and P. N. Shumskiy, "The mathematical model of a signal reflected from the earth's surface, when accompanied by a radar of a low-flying target," *Doklady BGUIR*, no. 8, pp. 17–23, 2015, url: <https://doklady.bsuir.by/jour/article/view/588>. (In Russ.)
25. N. V. Smirnov, The study of the operation of a radio-highlighter with linear frequency modulation above the forest surface. Explanatory note of the master. Ekaterinburg: UrFU, 2015. (In Russ.)
26. K. I. Yakuta, *Mathematical Model of Radio-Highlighter*. Minsk: Belorusskaya gosudarstvennaya akademiya aviatsii, 2021. (In Russ.)
27. A. N. Fomin et al., *Theoretical and Physical Foundations of Radar and Special Monitoring*, ed. by I. N. Ishchuk. Krasnoyarsk: Sibirskiy federal'nyy universitet, 2016. (In Russ.)
28. A. Bokov et al., "Universal mathematical model of SAR signals for natural surfaces," *ITM Web Conf.*, vol. 30, pp. 1–7, 2019, doi: <https://doi.org/10.1051/itmconf/20193015026>.
29. A. I. Tyazhev, "Digital modems of minimum frequency shift keying signals and their characteristics," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 26, no. 3, pp. 106–115, 2023, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.3.106-115>. (In Russ.)
30. L. I. Averina and A. Yu. Lafitskiy, "Increasing of bit error rate performance for OFDM systems over fading channels," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 25, no. 4, pp. 39–45, 2022, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.4.39-45>. (In Russ.)

Information about the Authors

Yuri R. Butkevich, postgraduate student of the Department of Electronic and Quantum Information Transmission, Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI, Kazan, Russia.

Research interests: semi-natural modeling, dynamic chaos.

E-mail: bytkevic@mail.ru

Sergey S. Loginov, Doctor of Technical Sciences, professor of the Department of Electronic and Quantum Information Transmission, Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI, Kazan, Russia.

Research interests: dynamic chaos.

E-mail: sslogin@mail.ru

Raushan R. Yarullin, chief designer for system issues, JSC «NPO "Radioelectronics" named after V.I. Shimko», Kazan, Russia.

Research interests: semi-natural modeling, secondary radar system.

E-mail: shimko@rosprom.org

Вычислительная модель оценки эффективности систем многочастотной цифровой радиосвязи

В.П. Цветов , А.В. Графкин, А.С. Луканов

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева
443086, Россия, г. Самара,
Московское шоссе, 34

Аннотация – Обоснование. Развитие современных беспроводных систем связи во многом обусловлено использованием многочастотных сигналов в качестве функций-носителей информации, которыми описывается физический колебательный процесс, выступающий носителем информации при ее передаче получателю. Именно такие системы радиосвязи позволили существенно увеличить скорость беспроводной передачи данных, в том числе в сложных условиях многолучевого распространения радиосигнала. Одной из задач, направленной на проектирование и разработку связной радиоаппаратуры, является предварительная оценка ее эффективности с точки зрения использования выделенных ей ресурсов. **Цель.** В статье описываются математическая модель систем многочастотной цифровой радиосвязи и архитектура программно-аппаратной платформы, специально разработанной для исследования таких важных характеристик беспроводных систем, как информационная и энергетическая эффективности. **Методы.** В основе математической модели лежат методы теории Гильбертовых пространств и теории информации, ее численная реализация позволяет учитывать энтропию источников сообщений, спектральные характеристики полезного сигнала и помех, отношение сигнал/шум и т. п. **Результаты.** В статье приводятся результаты численных экспериментов по сравнению эффективности систем радиосвязи, построенных на базе многочастотных сигналов и многопозиционной дискретной амплитудной модуляции, демонстрирующие возможности разработанной программно-аппаратной платформы. **Заключение.** Построенная модель оценки эффективности систем многочастотной цифровой радиосвязи и ее реализация позволяют автоматизировать процесс анализа характеристик беспроводных систем связи.

Ключевые слова – системы многочастотной цифровой радиосвязи; квадратурная амплитудная модуляция; информационная эффективность; энергетическая эффективность; математическое моделирование; численные методы; информационные системы; базы данных.

Введение

В основе архитектуры современных проводных и беспроводных систем связи лежат информационные технологии кодирования и обработки данных, что предполагает широкое использование математических методов и эффективных алгоритмов их реализации средствами вычислительной техники. Одновременно с этим разработке подобных систем предшествует этап математического моделирования и численных экспериментов, который позволяет исследовать их значимые характеристики в зависимости от изменения параметров среды распространения сигналов без проведения дорогостоящих натурных экспериментов.

В настоящее время широкое распространение получили системы радиосвязи, построенные на базе многочастотных сигналов (далее – МЧС) и многопозиционной дискретной амплитудной модуляции (далее – МДАМ) [1–3]. Именно такие системы позволили существенно увеличить скорость беспроводной передачи данных, в том числе, в сложных условиях многолучевого распространения сигнала.

Математические модели МЧС-МДАМ систем радиосвязи опираются на теорию Гильбертовых функциональных пространств, а также Евклидовых пространств при построении кодеров и декодеров канала [4–8].

1. Общая математическая модель МЧС-МДАМ систем радиосвязи

1.1. Определим источник дискретных сообщений с алфавитом $A = \{\alpha_1, \dots, \alpha_m\}$. Обозначим

$$A^N = \left\{ w = \alpha_{i_0} \alpha_{i_1} \dots \alpha_{i_{N-1}} \mid \alpha_{i_k} \in A, k = 0..N-1 \right\}$$

– множество слов длины N над алфавитом A . Под дискретным сообщением понимается произвольное слово $w = \alpha_{i_0} \alpha_{i_1} \dots \alpha_{i_{N-1}} \in A^N$.

Общее количество слов длины N над алфавитом A , т. е. мощность множества $|A^N| = |A|^N = m^N$. Обозначим p_w – вероятность появления сообщения $w = \alpha_{i_0} \alpha_{i_1} \dots \alpha_{i_{N-1}}$. Заметим, что если все символы алфавита $\alpha_i \in A$ источника имеют равную вероятность появления в сообщениях $p_{\alpha_i} =$

$= p_\alpha = 1/m$, то и все сообщения $w_j \in A^N$ равновероятны с вероятностью $p_{w_j} = p_w = 1/m^N$.

1.2. Определим параметрическое семейство сигналов $S_\alpha = \{s_k(\alpha, t)\}_{k=0}^{N-1}$, где $s_k(\alpha, t) \in L^2[0, T]$, при любых $t \in [0, T]$, $\alpha \in A = \{\alpha_1, \dots, \alpha_m\}$. Сигналы $s_k(\alpha, t)$ считаются линейно независимыми и их принято называть *поднесущими*.

В тех случаях, когда при любых $\alpha \in A = \{\alpha_1, \dots, \alpha_m\}$ поднесущие сигналы семейства попарно ортогональны в смысле скалярного произведения в $L^2[0, T]$, семейство называется *ортогональным*. Последнее означает, что

$$\int_0^T s_{k_1}(\alpha, t) s_{k_2}(\alpha, t) dt = \begin{cases} c > 0, & k_1 = k_2, \\ 0, & k_1 \neq k_2. \end{cases}$$

Ортогональные сигналы не оказывают взаимного влияния при их приеме.

1.3. Определим кодер канала как отображение

$$w = \alpha_{i_0} \alpha_{i_1} \dots \alpha_{i_{N-1}} \mapsto s_w(t) = \sum_{k=0}^{N-1} s_k(\alpha_{i_k}, t) \in L^2[0, T].$$

Интервал $[0, T]$ называется *интервалом длительности сигнала*

$$s_w(t) = \sum_{k=0}^{N-1} s_k(\alpha_{i_k}, t).$$

Обозначим $S_w = \{s_w \mid w \in A^N\}$ – множество канальных сигналов. Вероятность появления в канале сигнала $s_w(t)$, в рассматриваемом случае, будет совпадать с вероятностью p_w . Множество

$$S_p = \{[s_w, p_w] \mid w \in A^N\}$$

будем называть *ансамблем сигналов*.

Сигнал $s_w(t)$ используют для модуляции высокочастотного, обычно гармонического, сигнала с частотой f_0 , который передается в радиоканал на передающей стороне и демодулируется на приемной. При этом частота $f_0 \geq 10^2 f_\theta$, где f_θ – верхняя граница спектра сигнала $s_w(t)$.

1.4. Определим канал с аддитивным шумом $v(t)$ как отображение

$$\begin{aligned} s_w(t) &= \sum_{k=0}^{N-1} s_k(\alpha_{i_k}, t) \mapsto \tilde{s}_w(t) = \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} s_k(\alpha_{i_k}, t) + v(t) \in L^2[0, T]. \end{aligned}$$

1.5. Определим декодер канала с аддитивным шумом как отображение

$$\tilde{s}_w(t) = \sum_{k=0}^{N-1} s_k(\alpha_{i_k}, t) + v(t) \mapsto w' = \alpha'_{i_0} \alpha'_{i_1} \dots \alpha'_{i_{N-1}} \in A^N.$$

С точки зрения надежности и простоты технической реализации наибольший интерес для разработчиков связной и радиотелеметрической аппаратуры представляет технология ортогональных МЧС (далее – ОМЧС) с применением квадратурной амплитудной модуляции (далее – КАМ) и дискретного преобразования Фурье (далее – ДПФ).

2. Математическая модель ОМЧС-КАМ-ДПФ систем радиосвязи

Модель ОМЧС-КАМ-ДПФ системы связи является частным случаем МЧС-МДАМ модели с алфавитом $A = \{z_1, \dots, z_{2m}\} \subset \mathbb{C}$ и параметрическим семейством ортогональных в $L^2[0, T]$ поднесущих гармонических сигналов

$$S_z = \left\{ z e^{j \frac{2\pi k t}{T}} \right\}_{k=0}^{N-1}.$$

Комплексные значения $z_i = x_i + jy_i \in A$, где $j^2 = -1$, $x_i, y_i \in \{di \mid i = 1, \dots, m, m \in \mathbb{N}, d \in \mathbb{R}\}$ называются КАМ-символами, а их вещественные и мнимые части x_i и y_i задают так называемые синфазную и квадратурную составляющие символов. Мощность алфавита A называется *позиционностью КАМ*.

Рассмотрим эту модель более подробно.

Сообщение, состоящее из КАМ-символов, кодируется набором комплексных значений $Z = \langle z_{i_0}, z_{i_1}, \dots, z_{i_{N-1}} \rangle$, который преобразуется в представление комплексного сигнала

$$s(t) = \sum_{k=0}^{N-1} z_{i_k} e^{j \frac{2\pi k t}{T}} = S_I(t) + jS_Q(t)$$

на интервале $[0, T]$, где

$$S_I(t) = \sum_{k=0}^{N-1} \left(x_{i_k} \cos \frac{2\pi k t}{T} - y_{i_k} \sin \frac{2\pi k t}{T} \right),$$

$$S_Q(t) = \sum_{k=0}^{N-1} \left(y_{i_k} \cos \frac{2\pi k t}{T} + x_{i_k} \sin \frac{2\pi k t}{T} \right).$$

Сигналы $S_I(t)$ и $S_Q(t)$ используются для амплитудной модуляции двух высокочастотных несущих сигналов $\cos f_0 t$ и $\sin f_0 t$, сумма которых затем подается в радиоканал.

На приемной стороне происходит демодуляция несущих сигналов, результат которой с учетом помех может быть представлен в комплексной форме

$$\tilde{s}(t) = s(t) + v(t) = \sum_{k=0}^{N-1} z_{i_k} e^{\frac{j2\pi kt}{T}} + v(t).$$

Для восстановления Z на приемной стороне применяется дискретизация сигнала по временным отсчетам

$$t_n = \frac{T}{N} n \text{ при } n \in \{0, 1, \dots, N-1\};$$

$$\tilde{s}_n = \tilde{s}(t_n) = s(t_n) + v(t_n) = s_n + v_n = \sum_{k=0}^{N-1} z_{i_k} e^{\frac{j2\pi kn}{N}} + v_n.$$

Набор значений $S = \langle s_0, s_1, \dots, s_{N-1} \rangle$ трактуется как обратное дискретное преобразование Фурье

$$\sum_{n=0}^{N-1} z_{i_k} e^{\frac{j2\pi kn}{N}}$$

исходного набора $Z = \langle z_{i_0}, z_{i_1}, \dots, z_{i_{N-1}} \rangle$. В свою очередь $\tilde{S} = \langle \tilde{s}_0, \tilde{s}_1, \dots, \tilde{s}_{N-1} \rangle$ может трактоваться как

обратное дискретное преобразование Фурье

$$\sum_{n=0}^{N-1} \tilde{z}_{i_k} e^{\frac{j2\pi kn}{N}}$$

некоторого набора $\tilde{Z} = \langle \tilde{z}_{i_0}, \tilde{z}_{i_1}, \dots, \tilde{z}_{i_{N-1}} \rangle$, который мы принимаем за приближение к исходному значению $Z = \langle z_{i_0}, z_{i_1}, \dots, z_{i_{N-1}} \rangle$. Для нахождения $\tilde{Z}$ достаточно применить прямое масштабированное преобразование Фурье к $\tilde{S}$, воспользовавшись равенствами

$$\tilde{z}_{i_k} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{s}_n e^{\frac{-j2\pi kn}{N}} \text{ при } k \in \{0, 1, \dots, N-1\}.$$

Понятно, что из-за воздействия помех в общем случае $\tilde{z}_{i_k} \notin A$, поэтому результатом декодирования считается набор $Z' = \langle z'_{i_0}, z'_{i_1}, \dots, z'_{i_{N-1}} \rangle$, близкий в том или ином смысле к набору $\tilde{Z} = \langle \tilde{z}_{i_0}, \tilde{z}_{i_1}, \dots, \tilde{z}_{i_{N-1}} \rangle$, в котором все $z'_{i_k} \in A$. Для нахождения Z' часто применяют метрический критерий «ближайшего соседа».

Тем самым в основе алгоритма декодирования переданных КАМ-символов лежат измерение принятого сигнала на конечном числе временных отсчетов

$$t_n = \frac{T}{N} n \text{ при } n \in \{0, 1, \dots, N-1\}$$

и нахождение решения системы линейных алгебраических уравнений (далее – СЛАУ)

$$A_{NN} \tilde{Z} = \tilde{S}, \quad (1)$$

которое имеет вид

$$\tilde{Z} = \frac{1}{N} A_{NN}^* \tilde{S}, \quad (2)$$

где

$$A_{NN} = (\epsilon_N^{kn}) = \left(e^{\frac{j2\pi kn}{N}} \right)$$

– квадратная матрица порядка N , а

$$A_{NN}^* = (\epsilon_N^{-nk}) = \left(e^{\frac{-j2\pi nk}{N}} \right)$$

– эрмитово сопряженная матрица к матрице A_{NN} .

Здесь и далее для простоты матричные записи СЛАУ вида (1) будут обозначать записи вида

$$A_{NN} Z_N^T = S_N^T,$$

где верхний индекс обозначает операцию транспонирования.

На практике, для вычисления $\tilde{Z}$ обычно применяют алгоритм быстрого преобразования Фурье (далее – БПФ), который при заданном уровне помех и подходящем выборе шага квантования d в синфазной и квадратурной составляющей кода позволяет восстанавливать исходное значение Z с приемлемым значением средней вероятности ошибочного приема одного КАМ-символа.

Замечание. Обозначение

$$\epsilon_N^{kn} = e^{\frac{j2\pi kn}{N}}$$

связано с тем, что

$$\epsilon_N = e^{\frac{j2\pi}{N}}$$

– первообразный комплексный корень N -й степени из 1, то есть $\epsilon_N^N = (\epsilon_N)^N = 1$. Поэтому при вычислениях удобно пользоваться степенными представлениями $\epsilon_N^{nk} = (\epsilon_N)^{nk} = (\epsilon_N^n)^k$ и всеми известными правилами действий со степенями.

Теперь рассмотрим, в некотором смысле альтернативную, только что рассмотренной, технологию построения МЧС-МДАМ системы радиосвязи, формируемой гармоническими сигналами и занимающей практически ту же полосу частот, что и ОМЧС-КАМ-ДПФ-сигналы на интервале длительности $[0, T]$, но позволяющей определить передаваемое сообщение по измерениям сигнала на половинном интервале $[0, T/2]$ при помощи устойчивых алгоритмов. При этом модель кодера и декодера канала будет базироваться не на ДПФ,

а на дискретном косинус-преобразовании (далее – ДКП) и синус-преобразовании (далее – ДСП).

3. Математическая модель ОМЧС-КАМ-ДКП-ДСП систем радиосвязи

Сначала представим КАМ-сообщение $Z = \langle z_{i_0}, z_{i_1}, \dots, z_{i_{N-1}} \rangle$ в виде самостоятельных наборов синфазных и квадратурных составляющих $X = \langle x_{i_0}, x_{i_1}, \dots, x_{i_{N-1}} \rangle$, $Y = \langle y_{i_0}, y_{i_1}, \dots, y_{i_{N-1}} \rangle$, в которых, как и ранее, $x_i, y_i \in \{di \mid i \in 1, \dots, 2m, m \in \mathbb{N}, d \in \mathbb{R}\} = A' \subset \mathbb{R}$. Определим параметрические семейства ортогональных в $L^2[0, T]$ поднесущих сигналов

$$S_x = \left\{ x \cos \frac{2\pi(k+1/2)t}{T} \right\}_{k=0}^{N-1}$$

и $S_y = \left\{ y \sin \frac{2\pi(k+1/2)t}{T} \right\}_{k=0}^{N-1}$.

Преобразуем наборы сообщений $X = \langle x_{i_0}, x_{i_1}, \dots, x_{i_{N-1}} \rangle$, $Y = \langle y_{i_0}, y_{i_1}, \dots, y_{i_{N-1}} \rangle$ в сигналы

$$s_x(t) = \sum_{k=0}^{N-1} x_{i_k} \cos \frac{2\pi(k+1/2)t}{T}$$

и $s_y(t) = \sum_{k=0}^{N-1} y_{i_k} \sin \frac{2\pi(k+1/2)t}{T}$

на интервале $[0, T/2]$. Заметим, что ортогональность сигналов внутри каждого из семейств S_x и S_y сохранится в $L^2[0, T/2]$, но сигналы из различных семейств уже не будут ортогональными.

Сигналы $s_x(t)$ и $s_y(t)$, как и прежде будем использовать для модуляции двух высокочастотных несущих сигналов $\cos f_0 t$ и $\sin f_0 t$, сумма которых затем подается в радиоканал.

На приемной стороне происходит демодуляция несущих сигналов, результат которой с учетом помех может быть представлен в форме

$$\tilde{s}_x(t) = s_x(t) + v_x(t) = \sum_{k=0}^{N-1} x_{i_k} \cos \frac{2\pi kt}{T} + v_x(t),$$

$$\tilde{s}_y(t) = s_y(t) + v_y(t) = \sum_{k=0}^{N-1} y_{i_k} \sin \frac{2\pi kt}{T} + v_y(t).$$

Для восстановления X и Y на приемной стороне применим дискретизацию сигнала по временным отсчетам

$$t_n = \frac{T}{2N} \left(n + \frac{1}{2} \right) \text{ при } n \in \{0, 1, \dots, N-1\}:$$

$$\begin{aligned} \tilde{s}_n^x &= \tilde{s}_x(t_n) = s_x(t_n) + v_x(t_n) = s_n^x + v_n^x = \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} x_{i_k} \cos \frac{\pi(k+1/2)(n+1/2)}{N} + v_n^x, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{s}_n^y &= \tilde{s}_y(t_n) = s_y(t_n) + v_y(t_n) = s_n^y + v_n^y = \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} y_{i_k} \sin \frac{\pi(k+1/2)(n+1/2)}{N} + v_n^y. \end{aligned}$$

Набор значений $S_x = \langle s_0^x, s_1^x, \dots, s_{N-1}^x \rangle$ можно трактовать как ДКП исходного набора X , а $S_y = \langle s_0^y, s_1^y, \dots, s_{N-1}^y \rangle$ как ДСП исходного набора Y . То же относится и к их приближенным значениям $\tilde{X}$, $\tilde{Y}$, $\tilde{S}_x$, $\tilde{S}_y$.

Приближения $\tilde{X}$ и $\tilde{Y}$ являются решениями СЛАУ

$$A_{NN}^x \tilde{X} = \tilde{S}_x, \quad (3)$$

$$A_{NN}^y \tilde{Y} = \tilde{S}_y, \quad (4)$$

где

$$A_{NN}^x = \left(\cos \frac{\pi(k+1/2)(n+1/2)}{N} \right),$$

$$A_{NN}^y = \left(\sin \frac{\pi(k+1/2)(n+1/2)}{N} \right)$$

– квадратные симметрические матрицы порядка N .

Заметим, что матрицы

$$\sqrt{\frac{2}{N}} A_{NN}^x = \left(\sqrt{\frac{2}{N}} \cos \frac{\pi(k+1/2)(n+1/2)}{N} \right),$$

$$\sqrt{\frac{2}{N}} A_{NN}^y = \left(\sqrt{\frac{2}{N}} \sin \frac{\pi(k+1/2)(n+1/2)}{N} \right)$$

– квадратные симметрические унитарные матрицы порядка N , то есть

$$\frac{2}{N} A_{NN}^x A_{NN}^x = \frac{2}{N} A_{NN}^y A_{NN}^y = E_{NN},$$

где E_{NN} – квадратная единичная матрица порядка N , причем

$$\det \left(\sqrt{\frac{2}{N}} A_{NN}^x \right) = \det \left(\sqrt{\frac{2}{N}} A_{NN}^y \right) = 1.$$

Таким образом, приближенные к искомым значениям X и Y решения $\tilde{X}$ и $\tilde{Y}$ СЛАУ (3), (4) с высокой степенью точности могут быть получены путем применения известных устойчивых алгоритмов.

Рассмотренная модель требует измерения сигналов $s_x(t)$, $s_y(t)$ на временных отсчетах

$$t_n \in \left[\frac{T}{4N}, \frac{T}{2} - \frac{T}{4N} \right],$$

где T – длительность аналогичного по информационным и спектральным характеристикам ОМЧС-КАМ-ДПФ-сигнала, то есть практически вдвое (со значения $t_{N-1} = T - 1/N$ до значения $t_{N-1} = T/2 - T/4N$) сокращает интервал приема/передачи.

Напомним, что сигналы каждого из семейств S_x и S_y обладают свойством ортогональности, что устраняет межканальную интерференцию в передаваемых сообщениях.

4. Математическая модель оценки эффективности МЧС-МДАМ систем радиосвязи

Для качественного сравнения систем радиосвязи служат такие их характеристики, как информационная и энергетическая эффективности [9–12]. Информационная эффективность показывает какую долю пропускной способности канала передачи данных использует система радиосвязи. Энергетическая эффективность показывает, насколько успешно с точки зрения обеспечения скорости передачи данных используются ее энергетические ресурсы.

Напомним основные определения, которые потребуются нам в дальнейшем.

Информационная эффективность МЧС системы радиосвязи определяется как

$$\eta = \frac{R}{C},$$

где R – скорость передачи сообщений в канале связи; C – пропускная способность канала.

Энергетическая эффективность МЧС системы радиосвязи определяется как

$$\beta = \frac{R}{P_c/N_0},$$

где P_c – средняя мощность по ансамблю сигналов; N_0 – спектральная плотность мощности шума.

С точки зрения пропускной способности канала с аддитивным шумом наилучший вариант представляет белый гауссовский шум (далее – АБГШ), т. е. равномерный по всем частотам спектра семейства сигналов S_α случайный процесс $v(t)$. Плотность распределения амплитуды АБГШ подчиняется закону нормального гауссовского распределения с нулевым средним

$$\frac{1}{\sigma(t)\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma(t)^2}}.$$

Именно этой моделью помеховой обстановки будем пользоваться в дальнейших построениях. Также для простоты записи будем применять обозначения для стационарного АБГШ с $\sigma(t) = \sigma$. Напомним, что для АБГШ спектральная плотность мощности $N_0 = 2\sigma^2$.

Пропускная способность канала связи с шумом определяется как

$$C = F \log \left(1 + \frac{P_c}{P_{ш}} \right) = F \log \left(1 + \frac{P_c}{FN_0} \right),$$

где F – ширина спектра сигнала; P_c – средняя мощность по ансамблю сигналов

$$S_p = \left\{ [s_w, p_w] \mid w \in A^N \right\}$$

$P_{ш} = FN_0$ – средняя мощность шума.

Энергия сигнала $s(t) \in L^2[0, T]$ определяется как

$$E_c = \int_0^T |s(t)|^2 dt = \int_0^\infty |\hat{s}(f)|^2 df,$$

где

$$\hat{s}(f) = \int_0^T e^{-j2\pi ft} s(t) dt, \quad j^2 = -1.$$

Средняя мощность сигнала $s(t) \in L^2[0, T]$ рассчитывается как

$$P_s = \frac{E_s}{T} = \frac{1}{T} \int_0^T |s(t)|^2 dt.$$

Отношение сигнал/шум (далее – ОСШ) обозначается

$$SNR = \frac{P_c}{P_{ш}}.$$

Средняя мощность по ансамблю сигналов $S_p = \left\{ [s_w, p_w] \mid w \in A^N \right\}$ вычисляется как

$$P_c = \sum_{w \in A^N} p_w P_{s_w}.$$

Границы спектра сигнала $s(t) \in L^2[0, T]$ определяются как f_{sh} (нижняя граница) и f_{sg} (верхняя граница), для которых

$$\int_{f_{sh}}^{f_{sg}} |\hat{s}(f)|^2 df \approx 0,9 E_c.$$

Определение f_{sh} и f_{sg} в некотором смысле произвольно и зависит от постановки задачи.

Ширина спектра сигнала $s(t) \in L^2[0, T]$ определяется как

$$F_s = f_{sb} - f_{sh}.$$

$$\text{Ширина спектра семейства сигналов } S_0 = \{s_k(\alpha, t)\}_{k=0}^{N-1} -$$

$$F = f_b - f_h,$$

$$\text{где } f_h = \min_{s \in S_0}(f_{sh}) \text{ и } f_b = \max_{s \in S_0}(f_{sb}).$$

Скорость передачи сообщений в канале –

$$R = \frac{1}{\tau} (H(A) - H(\alpha_i / \alpha_j)),$$

где $H(A)$ – энтропия источника сообщений;
 $H(\alpha_i / \alpha_j)$ – ненадежность принятых символов;
 τ – время, затрачиваемое на передачу одного символа.

Энтропия источника дискретных сообщений над алфавитом $A = \{\alpha_1, \dots, \alpha_m\}$ с вероятностями появления символов $\{p_1, \dots, p_m\}$ определяется как

$$H(A) = - \sum_{i=1}^m p_i \log(p_i).$$

В случае источника с максимальной энтропией $p_1 = \dots = p_m = p_\alpha = 1/m$

$$H(A) = \log(m).$$

Ненадежность принятых символов находится как

$$H(\alpha_i / \alpha_j) = - \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^m p_{ij} \log \left(\frac{p_{ij}}{q_j} \right),$$

где p_{ij} – вероятность события «отправлен символ α_i принят символ α_j »,

$$q_j = \sum_{i=1}^m p_{ij}$$

вероятность события «принят символ α_j ».

5. Вычислительная модель оценки эффективности МЧС-МДАМ систем радиосвязи

Рассмотренная выше модель оценки эффективности МЧС-МДАМ систем радиосвязи была реализована в виде распределенной программно-аппаратной платформы на базе стека технологий: Nginx 1.1 - 4.2, Unicorn, СУБД PostgreSQL 11.0, Python 3.9, Django 4.0.5, Vue JS, Celery, PySDR, REST API [13]. Архитектура системы представлена на рис. 1.

Архитектура программно-аппаратной платформы позволяет выполнять серии экспериментов и проводить статистические оценки информационной и энергетической эффективности в авто-

матическом режиме с различными значениями параметров моделей помеховой обстановки и систем радиосвязи.

Отдельный вычислительный эксперимент состоит в моделировании процесса передачи/приема последовательности символов, генерируемых источником сообщений для исследуемой МЧС-МДАМ системы связи, и реализует представленную ниже последовательность действий:

1. Моделирование источника сообщений: формирование элементарного сообщения $Z_{\text{И}}$ в соответствии с программной моделью источника сообщений и моделью исследуемой системы радиосвязи. Состав символов в сообщении определяется числом возможных значений амплитуд КАМ исследуемой системы, а их количество – числом поднесущих МЧС;

2. Моделирование передающего устройства: преобразование каждого элементарного сообщения $Z_{\text{И}}$ в программную модель непрерывного сигнала исследуемой системы радиосвязи;

3. Моделирование передающего устройства: вычисление значений программной модели непрерывного сигнала на наборе временных отсчетов – сигнальной последовательности $S_{\text{И}}$;

4. Моделирование канала связи: формирование шумовых наборов v на временных отсчетах сигнальной последовательности в соответствии с программной моделью канального шума;

5. Моделирование канала связи: формирование зашумленной сигнальной последовательности $Sv_{\text{И}}$ в соответствии с программной моделью канального шума;

6. Моделирование приемного устройства: восстановление принятого сообщения $Z_{\text{П}}$ в соответствии с программной моделью исследуемой СКК по набору полученных на предыдущем этапе значений;

7. Для вычисления показателей информационной и энергетической эффективности систем радиосвязи вычислительные эксперименты объединяются в серии по K экспериментов. Обработка результатов серии экспериментов реализует следующую последовательность действий:

7.1. Вычисление значений параметров, необходимых для оценки информационной и энергетической эффективности СКК по последовательностям $Z_{\text{И}}$, $Z_{\text{П}}$;

7.2. Вычисление показателей информационной и энергетической эффективности СКК по результатам обработки последовательностей $Z_{\text{И}}$, $Z_{\text{П}}$;

7.3. Протоколирование результатов.

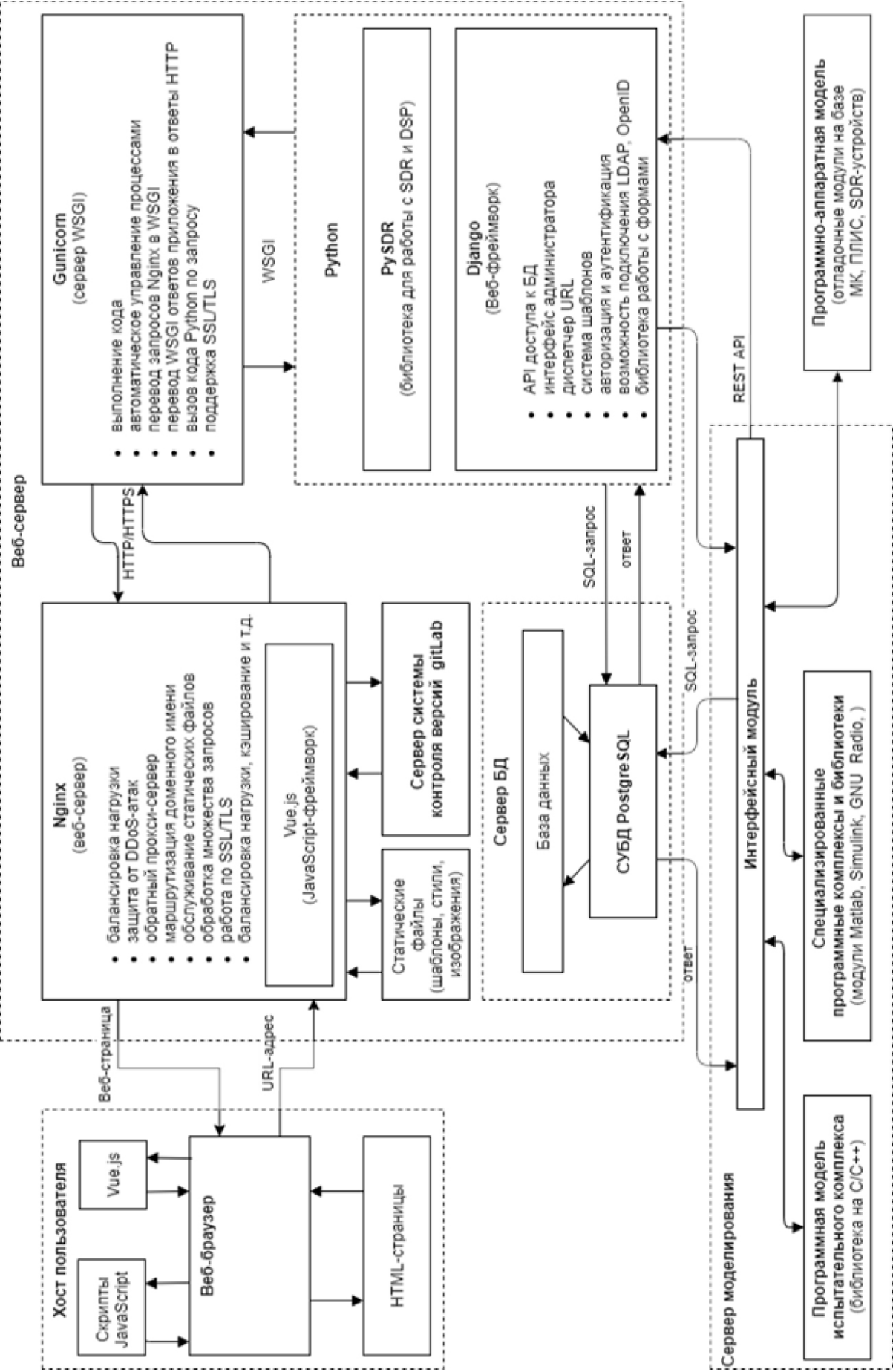


Рис. 1. Распределенная клиент-серверная архитектура платформы
Fig. 1. Distributed client/server platform architecture

6 Результаты оценки эффективности ОМЧС-КАМ-ДПФ и ОМЧС-КАМ- ДКП-ДСП систем радиосвязи

По результатам проведенных экспериментов анализу подвергались показатели информационной эффективности $\eta = R/C$ и энергетической эффективности

$$\beta = \frac{R}{P_c/N_0} = \frac{R}{F \cdot SNR}.$$

Как уже отмечалось ранее, информационная эффективность выражает степень использования доступной пропускной способности канала связи. Энергетическая эффективность характеризует мощность, необходимую для передачи информации с заданным качеством.

Согласно теореме Шеннона, теоретически возможная скорость передачи информации равна пропускной способности канала связи, поэтому предельная информационная эффективность ограничена сверху единицей.

При достижении теоретически возможной скорости передачи информации в канале связи, то есть при выполнении равенства

$$R_{\max} = C = F \log(1 + SNR)$$

энергетическая эффективность будет определяться только ОСШ

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{R_{\max}}{P_c/N_0} = \frac{R_{\max}}{F \cdot SNR} = \\ &= \frac{F \log(1 + SNR)}{F \cdot SNR} = \frac{\log(1 + SNR)}{SNR}. \end{aligned}$$

Для МЧС-КАМ систем связи, которые используют N поднесущих с длительностью передачи сигнала T , максимальное значение R составляет

$$R_{\max} = \frac{2mN}{T},$$

где m – количество бит, с помощью которых представляются символы сообщения, то есть 2^{2m} – определяет позиционность КАМ ($m = 1$ – для КАМ-4, $m = 2$ – для КАМ-16).

Откуда следует, что при максимальном значении $R_{\max}$ должны выполняться равенства

$$m = \frac{\kappa}{2} \log(1 + SNR) \text{ или } SNR \approx 2^{\frac{2m}{\kappa}} - 1,$$

где $\kappa = \frac{F}{N/T}$, а F – используемая полоса частот МЧС-сигнала.

Таким образом, при заданном значении m и κ для МЧС-КАМ систем связи с N поднесущими и

длительностью передачи сигнала T можно легко определить значение SNR , при котором данная система может обладать наибольшей информационной эффективностью с $R_{\max} \approx C$, а именно

$$SNR \approx 2^{\frac{2m}{\kappa}} - 1.$$

Тем самым справедлив следующий критерий. Максимальное значение информационной эффективности $\eta \approx 1$ МЧС-КАМ системы связи с N поднесущими и длительностью передачи сигнала T может достигаться только при

$$SNR \approx 2^{\frac{2m}{\kappa}} - 1.$$

Используем это равенство для грубой оценки SNR , при котором может достигаться наибольшая информационная эффективность исследуемых систем радиосвязи:

– для ОМЧС-КАМ-ДПФ

$$SNR_1 \approx 2^{\kappa_1} - 1, \text{ где } \kappa_1 = \frac{F_1}{N/T};$$

– для ОМЧС-КАМ-ДКП-ДСП

$$SNR_2 \approx 2^{\kappa_2} - 1, \text{ где } \kappa_2 = \frac{F_2}{N/T}.$$

Обозначим $\tilde{R}_{\max}^i$ – скорости передачи информации для определенных выше SNR_i , $1 \leq i \leq 2$. Понятно, что отношения $R_{\max}^1/C_1$, $R_{\max}^2/C_2$, определяющие информационную эффективность, могут существенно отличаться от 1, если система радиосвязи не в полной мере использует пропускную способность канала связи.

Как показали численные эксперименты на исследуемых моделях ОМЧС-КАМ-ДПФ систем связи, для источников сообщений с максимальной энтропией можно считать, что

$$\frac{N}{T} \approx F_1.$$

Откуда следует, что при грубой оценке максимального значения $\tilde{R}_{\max}^1$ должно выполняться приближенное равенство

$$SNR_1 \approx 2^{2m} - 1.$$

Таким образом, независимо от числа поднесущих N максимальная скорость передачи информации исследуемой СКК, по грубой оценке, должна достигаться:

– для КАМ-4 при $SNR \approx 3$ ($\approx 4,77$ дБ),

– для КАМ-16 при $SNR \approx 15$ ($\approx 11,76$ дБ),

при этом энергетическая эффективность в таких случаях должна составлять:

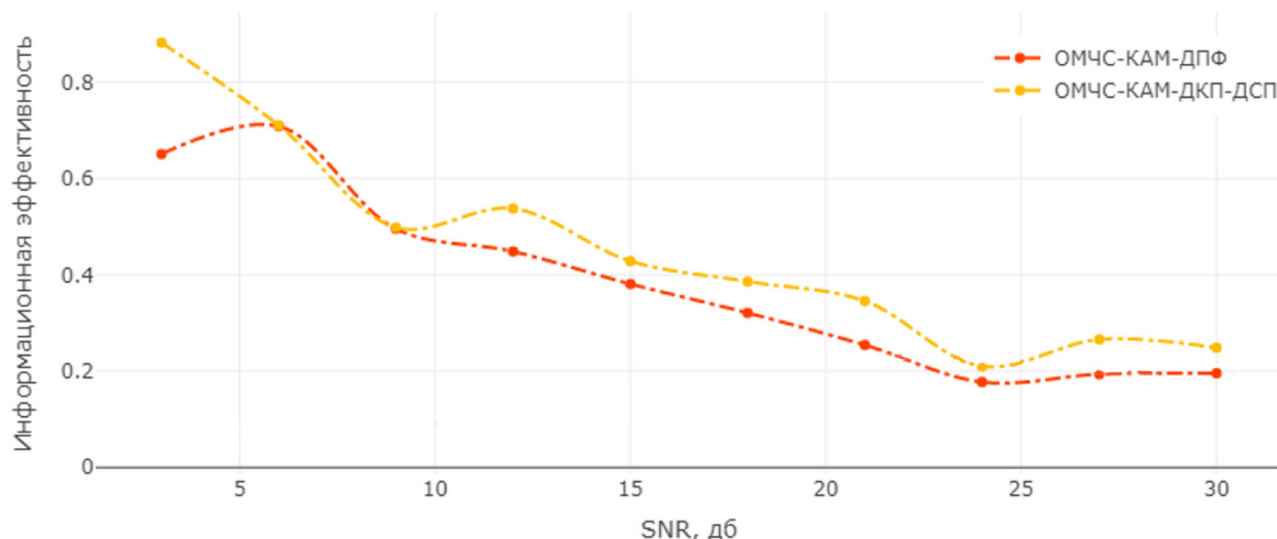


Рис. 2. График зависимости информационной эффективности систем радиосвязи от ОСШ (КАМ-4, $N = 16$)

Fig. 2. Graph of dependence of information efficiency of radio communication systems on SNR (QAM-4, $N = 16$)

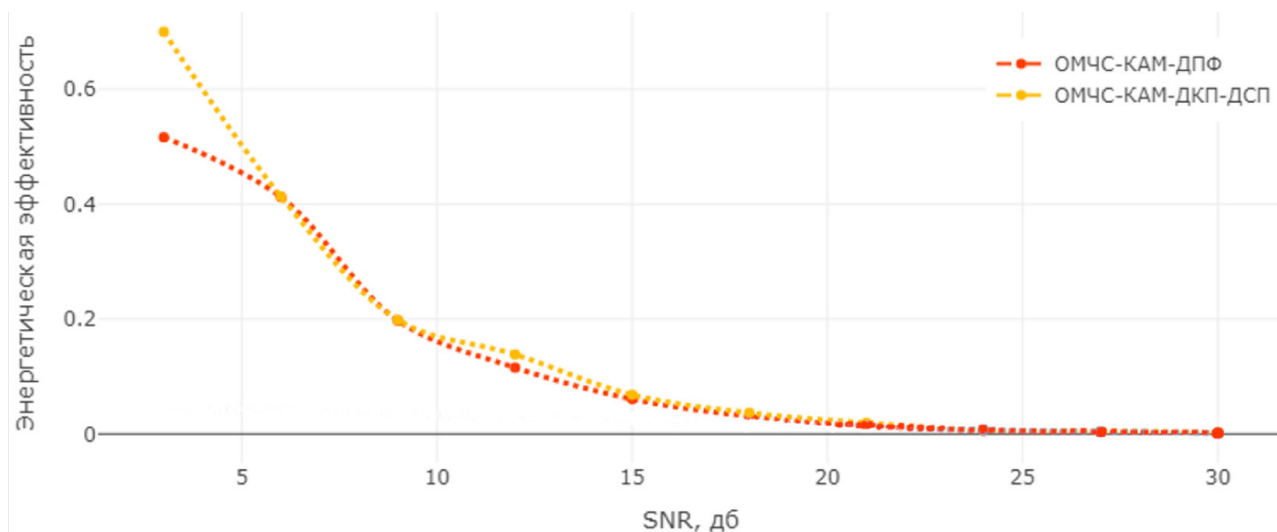


Рис. 3. График зависимости энергетической эффективности систем радиосвязи от ОСШ (КАМ-4, $N = 16$)

Fig. 3. Graph of dependence of energy efficiency of radio communication systems on SNR (QAM-4, $N = 16$)

- для КАМ-4 при $SNR \approx 3$, $\beta \approx 0,67$,
- для КАМ-16 при $SNR \approx 15$, $\beta \approx 0,27$.

Как показали численные эксперименты на исследуемых моделях ОМЧС-КАМ-ДКП-ДСП систем связи, для источников сообщений с максимальной энтропией с погрешностью $10 \div 15\%$ можно считать, что

$$F_2 \approx \frac{3N}{2T}.$$

Откуда следует, что при грубой оценке максимального значения $\tilde{R}_{\max}^1$ должно выполняться приближенное равенство

$$SNR_3 \approx 2^{\frac{8m}{3}} - 1.$$

Таким образом, независимо от числа поднесущих N максимальная скорость передачи информа-

ции исследуемой СКК, по грубой оценке, должна достигаться:

- для КАМ-4 при $SNR \approx 6,35$ ($\approx 8,03$ дБ),
 - для КАМ-16 при $SNR \approx 40,32$ ($\approx 16,05$ дБ),
- при этом энергетическая эффективность в таких случаях должна составлять:

- для КАМ-4 при $SNR \approx 6,35$, $\beta \approx 0,45$,
- для КАМ-16 при $SNR \approx 40,32$, $\beta \approx 0,13$.

Исследования по оценке информационной и энергетической эффективности ОМЧС-КАМ-ДПФ и ОМЧС-КАМ-ДКП-ДСП систем радиосвязи проводились для моделей, обладающих следующими характеристиками:

- позиционность КАМ: 4, 16;
- количество поднесущих N : 8, 16, 32.

ОСШ для модели канала с АБГШ изменялось в диапазоне от 3 дБ до 30 дБ с шагом 3 дБ.

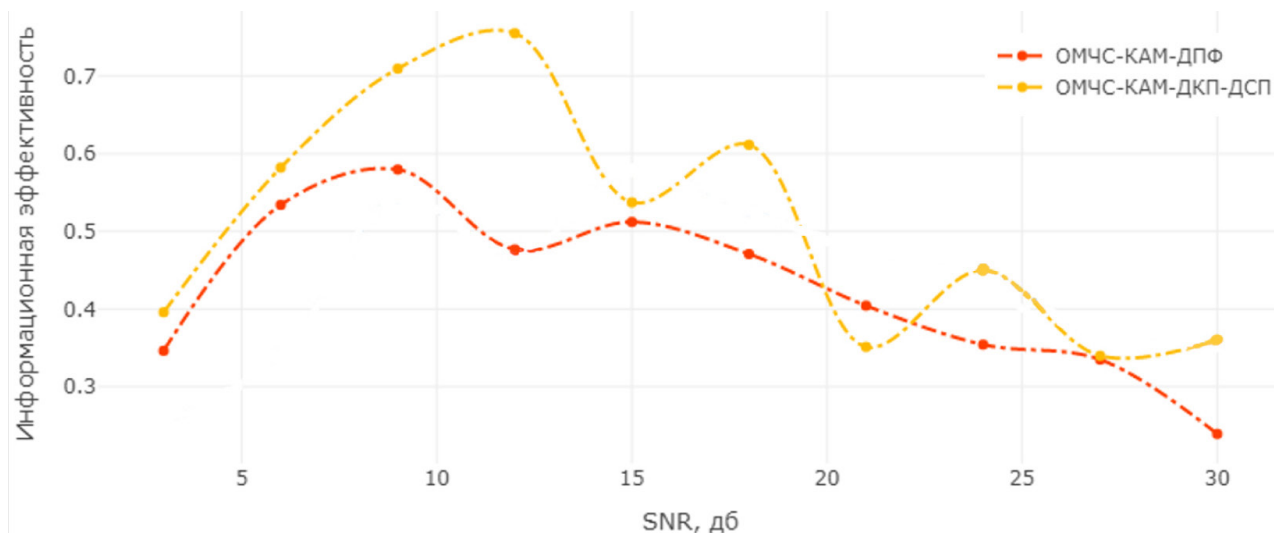


Рис. 4. График зависимости информационной эффективности систем радиосвязи от ОСШ (КАМ-16, $N = 32$)
Fig. 4. Graph of dependence of information efficiency of radio communication systems on SNR (QAM-16, $N = 32$)

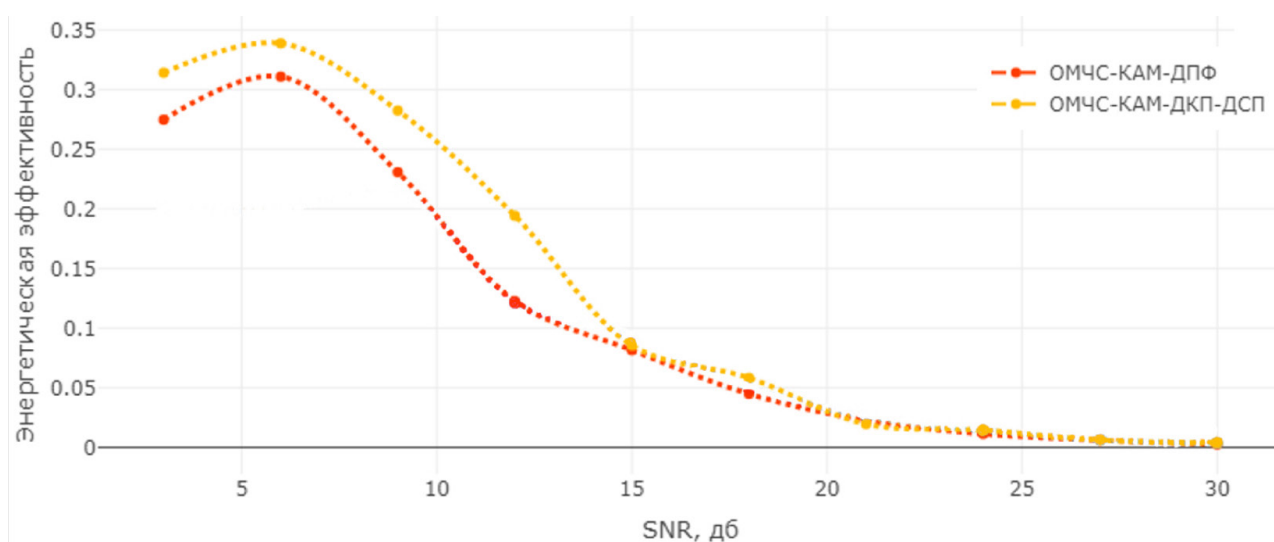


Рис. 5. График зависимости энергетической эффективности систем радиосвязи от ОСШ (КАМ-16, $N = 32$)
Fig. 5. Graph of dependence of energy efficiency of radio communication systems on SNR (QAM-16, $N = 32$)

Применялась модель источника сообщений с максимальной энтропией, в которой все символы имеют равные вероятности появления.

Выборочные результаты экспериментов представлены на рис. 2–5.

В результате проведенных исследований моделей систем радиосвязи было установлено, что в исследованном диапазоне ОСШ 3–30 дБ лучшую информационную и энергетическую эффективность показали модели ОМЧС-КАМ-ДКП-ДСП, а именно:

- системы радиосвязи ОМЧС-КАМ-ДКП-ДСП достигают высокого уровня информационной эффективности до 0,96, в то время как системы радиосвязи с ОМЧС-КАМ-ДПФ достигают уровня информационной эффективности 0,74996;

- системы связи с ОМЧС-КАМ-ДКП-ДСП достигают высокого уровня энергетической эффективности до 0,75, в то время как системы радиосвязи с ОМЧС-КАМ-ДПФ достигают уровня энергетической эффективности 0,59488;

- информационная и энергетическая эффективность систем радиосвязи ОМЧС-КАМ-ДКП-ДСП и ОМЧС-КАМ-ДПФ убывают при увеличении ОСШ, при этом скорость убывания увеличивается в зависимости от увеличения числа поднесущих.

Заключение

В статье рассмотрены общая математическая модель систем многочастотной цифровой радиосвязи и ее частные случаи моделей ОМЧС-КАМ-ДПФ и ОМЧС-КАМ-ДКП-ДСП систем. Описана

архитектура программно-аппаратной платформы, специально разработанной для исследования поведения беспроводных систем и их характеристик в зависимости от изменения параметров среды распространения сигналов. Приведены результаты численных экспериментов по сравнению информационной и энергетической эффективности ОМЧС-КАМ-ДПФ и ОМЧС-КАМ-ДКП-ДСП си-

стем радиосвязи, демонстрирующие возможности разработанной программно-аппаратной платформы. Заметим, что модульный принцип построения платформы позволяет расширять ее функционал в зависимости от круга рассматриваемых задач, также в ее составе предусмотрены интерфейсные модули, позволяющие подключать к ней связную аппаратуру или отдельные ее модули.

Список литературы

1. Bahai A., Saltzberg B., Ergen M. Multi-Carrier Digital Communications: Theory and Applications of OFDM. New York: Springer, 2004. 411 p. DOI: <https://doi.org/10.1007/b99321>
2. Goldsmith A. Wireless Communications. Cambridge: Cambridge University Press, 2005. 644 p. DOI: <https://doi.org/10.1017/CBO9780511841224>
3. Hanzo L., Webb W., Keller T. Single- and Multi-Carrier Quadrature Amplitude Modulation. New York: Wiley, 2000. 739 p.
4. Цветов В.П. Об одной задаче декодирования символов по неполным данным в радиоканале // III Международная конференция и молодежная школа ИТНТ-2017: сб. науч. тр. Самара: Новая техника, 2017. С. 954–957.
5. Цветов В.П. Некорректные задачи и защита данных // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. Серия: Физико-математические и технические науки. 2019. № 4. С. 86–93.
6. Цветов В.П. Использование помех для защиты данных в радиоканале // VI Международная конференция ИТНТ-2020: сб. тр. Самара: Самарский университет, 2020. С. 255–260.
7. Аверина Л.И., Лафицкий А.Ю. Повышение помехоустойчивости OFDM-систем в каналах с замираниями // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2022. Т. 25, № 4. С. 39–45. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.4.39-45>
8. Tsvetov V.P. Wireless Channel Noises and Data Protection // ITNT-DS 2020, CEUR Workshop Proceedings. 2020. Vol. 2667. P. 234–237.
9. Помехоустойчивость и эффективность систем передачи информации / А.Г. Зюко [и др.]. М.: Радио и связь, 1985. 272 с.
10. Варгаузин В.А., Цикин И.А. Методы повышения энергетической и спектральной эффективности цифровой радиосвязи. СПб.: БХВ-Петербург, 2013. 352 с.
11. Султанов А.Х., Мешков И.К., Ишмияров А.А. Метод повышения энергетической эффективности систем OFDM, основанный на уменьшении пик-фактора // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2018. Т. 21, № 3. С. 25–31. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7014>
12. Зуев М.Ю. Комплексное повышение эффективности радиоэлектронных устройств и систем передачи информации с OFDM на основе нелинейных систем с динамическим хаосом // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2022. Т. 25, № 1. С. 55–64. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.1.55-64>
13. Графкин А.В., Цветов В.П., Луканов А.С. Реализация распределенной вычислительной системы для моделирования процессов радиосвязи // Инфокоммуникационные технологии. 2023. Т. 21, № 2. С. 71–84.

Информация об авторах

Цветов Виктор Петрович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры безопасности информационных систем Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева, г. Самара, Россия.

Область научных интересов: математическая физика, некорректные задачи, цифровая радиосвязь.

E-mail: tsf-su@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6744-224X>

Графкин Алексей Викторович, кандидат технических наук, доцент кафедры безопасности информационных систем Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева, г. Самара, Россия.

Область научных интересов: исследование и разработка высокопроизводительных проблемно-ориентированных распределенных вычислительных систем, встроенных аппаратно-программных микроконтроллерных средств обработки информации, машинное обучение, цифровая радиосвязь, теория и системы принятия решений.

E-mail: lvg_alex@mail.ru

Луканов Александр Сергеевич, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры информатики и вычислительной математики Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева, г. Самара, Россия.

Область научных интересов: численные методы анализа, программирование, проектирование и реализация информационных систем, цифровая радиосвязь.

E-mail: las15@mail.ru

Physics of Wave Processes and Radio Systems

2025, vol. 28, no. 2, pp. 65–77

DOI 10.18469/1810-3189.2025.28.2.65-77
UDC 621.396.2
Original Research

Received 9 July 2024
Accepted 11 August 2024
Published 30 June 2025

A computational model for evaluating the efficiency of multi-frequency digital radio systems

Victor P. Tsvetov , Alexei V. Grafkin, Alexandr S. Lukanov

Samara National Research University
34, Moskovskoye shosse,
Samara, 443086, Russia

Abstract – Background. Frequency division multiplexing scheme is a promising technology for wideband digital communication. Systems like this have significantly increased the speed of wireless data transmission, including in complicated conditions of multipath propagation of a radio signal. The first step in designing radio equipment is to evaluate its effectiveness in terms of the use of allocated resources. **Aim.** The paper describes a mathematical model of multi-frequency digital radio systems and the architecture of a software and hardware platform designed to study the information and energy efficiency of these systems. **Methods.** The mathematical model is based on the Hilbert spaces and information theory. Its numerical implementation makes it possible to take into account the entropy of message sources, the spectral characteristics of the signal and interference, the signal-to-noise ratio, etc. **Results.** The paper presents the results of numerical experiments comparing the efficiency of radio communication systems based on frequency division multiplexing and quadrature amplitude modulation schemas, and shows the capabilities of the designed software and hardware platform. **Conclusion.** The constructed model for evaluating the effectiveness of multi-frequency digital radio communication systems and its implementation make it possible to automate the process of analyzing the characteristics of wireless communication systems.

Keywords – multi-frequency digital radio communication systems; quadrature amplitude modulation; information efficiency; energy efficiency; mathematical modeling; numerical methods; information systems; databases.

✉ las15@mail.ru (Victor P. Tsvetov)

 © Victor P. Tsvetov, Alexei V. Grafkin, Alexandr S. Lukanov, 2025

References

1. A. Bahai, B. Saltzberg, and M. Ergen, *Multi-Carrier Digital Communications: Theory and Applications of OFDM*. New York: Springer, 2004, doi: <https://doi.org/10.1007/b99321>.
2. A. Goldsmith, *Wireless Communications*. Cambridge: Cambridge University Press, 2005, doi: <https://doi.org/10.1017/CBO9780511841224>.
3. L. Hanzo, W. Webb, and T. Keller, *Single- and Multi-Carrier Quadrature Amplitude Modulation*. New York: Wiley, 2000.
4. V. P. Tsvetov, "About one task of decoding characters according to incomplete data in the radio channel," *III Mezhdunarodnaya konferentsiya i molodezhnaya shkola ITNT-2017: sb. nauch. trud.* Samara: Novaya tekhnika, pp. 954–957, 2017. (In Russ.)
5. V. P. Tsvetov, "Incorrect tasks and data protection," *Vestnik Baltiyskogo federal'nogo universiteta im. I. Kanta. Seriya: Fiziko-matematicheskie i tekhnicheskie nauki*, no. 4, pp. 86–93, 2019. (In Russ.)
6. V. P. Tsvetov, "Using interference to protect data in the radio channel," *VI Mezhdunarodnaya konferentsiya ITNT-2020: sb. trud.* Samara: Samarskiy universitet, pp. 255–260, 2020. (In Russ.)
7. L. I. Averina and A. Yu. Lafitskiy, "Increasing of bit error rate performance for OFDM systems over fading channels," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 25, no. 4, pp. 39–45, 2022, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.4.39-45>. (In Russ.)
8. V. P. Tsvetov, "Wireless Channel Noises and Data Protection," *ITNT-DS 2020, CEUR Workshop Proceedings*, vol. 2667, pp. 234–237, 2020.
9. A. G. Zyuko et al., *Noise Resistance and Effectiveness of Information Transmission Systems*. Moscow: Radio i svyaz', 1985. (In Russ.)
10. V. A. Vargauzin and I. A. Tsikin, *Methods for Increasing the Energy and Spectral Efficiency of Digital Radio Communications*. Saint Petersburg: BKhV-Peterburg, 2013. (In Russ.)
11. A. Kh. Sultanov, I. K. Meshkov, and A. A. Ishmiyarov, "OFDM system energy efficiency increasing method based on peak-factor decrease," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 21, no. 3, pp. 25–31, 2018, url: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7014>. (In Russ.)
12. M. Yu. Zuev, "Complex improvement of the efficiency of radio electronic devices and information transmission systems with OFDM based on nonlinear systems with dynamic chaos," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 25, no. 1, pp. 55–64, 2022, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.1.55-64>. (In Russ.)
13. A. V. Grafkin, V. P. Tsvetov, and A. S. Lukanov, "Implementation of a distributed computing system for modeling radio communications processes," *Infokommunikatsionnye tekhnologii*, vol. 21, no. 2, pp. 71–84, 2023. (In Russ.)

Information about the Authors

Victor P. Tsvetov, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, associate professor of the Department of Security of Information Systems, Samara National Research University, Samara, Russia.

Research interests: mathematical physics, incorrect tasks, digital radio communication.

E-mail: tsf-su@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6744-224X>

Alexei V. Graffkin, Candidate of Technical Sciences, associate professor of the Department of Information Systems Security, Samara National Research University, Samara, Russia.

Research interests: research and development of high-performance problem-oriented distributed computing systems, embedded hardware and software microcontroller information processing tools, machine learning, digital radio communications, theory and decision-making systems.

E-mail: lvg_alex@mail.ru

Alexandr S. Lukanov, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, associate professor of the Department of Informatics and Computational Mathematics, Samara National Research University, Samara, Russia.

Research interests: numerical methods of analysis, programming, design and implementation of information systems, digital radio communication.

E-mail: las15@mail.ru

Миллиметровые волны в системах связи как перспектива развития и применения робототехнических средств и комплексов

В.Р. Скрынский

МИРЭА – Российский технологический университет
119454, Россия, г. Москва,
пр. Вернадского, 78

Аннотация – Обоснование. Системы связи миллиметрового диапазона становятся все более актуальными в условиях насыщения низкочастотного спектра и растущих требований к скорости передачи данных. Высокая степень поглощения радиоволн в атмосфере создает уникальные возможности для формирования помехозащищенных беспроводных локальных и персональных сетей. Эти факторы подчеркивают необходимость глубокого изучения особенностей и преимуществ применения миллиметрового диапазона в радиосвязи. **Цель.** Цель данного исследования заключается в анализе особенностей использования миллиметровых волн в различных типах радиосвязи, а также в оценке их преимуществ и недостатков для создания высокопроизводительных систем связи, включая робототехнические комплексы и сети 5G. **Методы.** В рамках исследования были использованы методы анализа и моделирования, направленные на изучение процессов затухания, рассеяния и искажения сигналов при распространении радиоволн в атмосфере. Также была проведена оценка адаптивной настройки частоты, позволяющей оптимизировать качество связи в зависимости от условий окружающей среды. Исследование охватывало различные типы радиосвязи, включая наземную, спутниковую и связь для летательных аппаратов. **Результаты.** Результаты исследования показали, что на больших высотах, где функционируют авиационные беспроводные локальные сети и рои беспилотных летательных аппаратов, атмосферное поглощение значительно уменьшается. Адаптивная настройка частоты продемонстрировала свою эффективность в обеспечении надежной связи в различных сценариях, что критически важно для поддержания качества передачи данных. Для создания высокопроизводительных сетей связи, включая робототехнические комплексы, необходимо применение монолитных интегральных схем, работающих в диапазоне 50–90 ГГц, с интегрированными антеннами на основе современных технологий. **Заключение.** Таким образом, миллиметровые волны представляют собой перспективное направление для развития беспроводных сетей, особенно в контексте новых коммерческих сетей 5G. Более высокие частоты миллиметрового диапазона обеспечивают улучшенные условия для сетевых соединений в промышленности и робототехнике, что открывает новые горизонты для применения современных технологий в области связи. Необходимость усложнения электроники на каждом сетевом узле подчеркивает важность дальнейших исследований в этой области для достижения высоких требований к отслеживанию и наведению направленных линий связи.

Ключевые слова – миллиметровый диапазон волн; диапазон 50–90 ГГц; робототехнические средства и комплексы; сверхвысокочастотный диапазон; системы связи; антенная решетка; радиосвязь; рой беспилотных летательных аппаратов; передача данных.

Введение

Системы связи миллиметрового диапазона привлекают внимание исследователей в вопросах беспроводной передачи данных в связи с насыщением низкочастотного спектра частот и постоянно растущей потребностью в более высокой скорости передачи данных. Высокая степень поглощения в атмосфере позволяет выстраивать на основе этого диапазона помехозащищенные беспроводные локальные и персональные сети.

Связь на частотах миллиметровых волн обеспечивает высокую пропускную способность, что позволяет достичь высокой скорости передачи данных, необходимой для промышленной отрасли и роевых комплексов. В частности, антенные решетки компенсируют более высокие потери связи на частотах миллиметровых волн из-за меньшей

эффективной апертуры одного антенного элемента по сравнению с размером антенного элемента на более низких частотах от 1 до 3 ГГц (например, частоты сотовых телефонов). Более узкая ширина луча от антенных решеток и доступное управление лучом обеспечивают меньшую вероятность перехвата, меньшую восприимчивость к помехам и большую устойчивость к глушению и взлому (за пределами ширины луча). В ряде работ [1; 2] сообщалось об экспериментах с использованием частотной области около 50 ГГц, где поглощение атмосферы достигает пика, обеспечивая резкое падение покрытия канала связи, что идеально подходит для закрытой работы сети. Настраивая рабочую частоту вокруг пиков поглощения, можно создать скрытую зону защищенной связи, которая может быть адаптивно изменена в соответствии

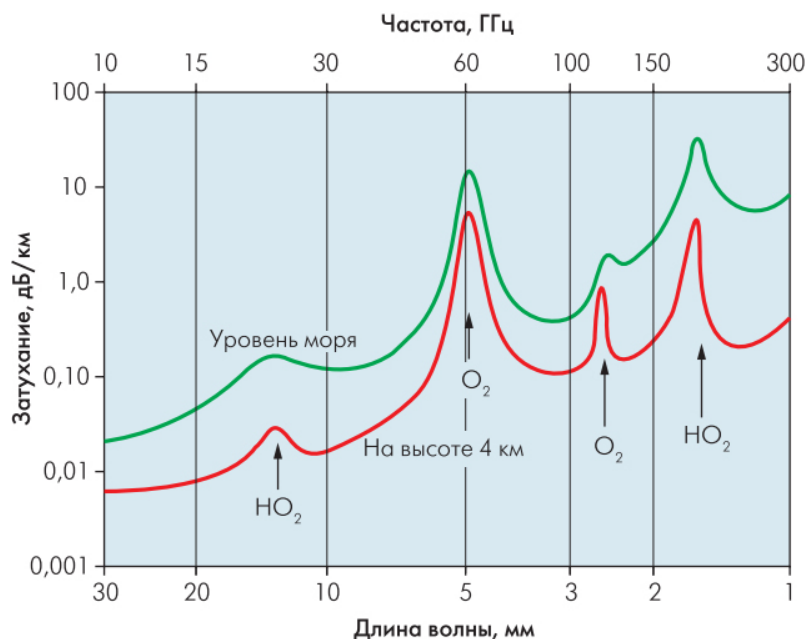


Рис. 1. Ослабление сигнала в воздухе за счет атмосферного кислорода и воды
Fig. 1. Signal attenuation in air due to atmospheric oxygen and water

с изменениями конфигурации или погодных условий в реальном времени.

К числу неоспоримых преимуществ применения миллиметровых длин волн (ММВ) в системах связи следует отнести прежде всего такие факторы, как увеличение объема и скорости передачи информации, высокое усиление антенн при малой их апертуре и повышенную помехозащищенность канала связи [3].

1. Особенности использования ММВ в радиосвязи

Особенность использования ММВ для радиосвязи (наземной, спутниковой, а также для связи летательных аппаратов) состоит в том, что при их распространении радиоизлучение затухает в атмосферных газах и гидрометеорах [4]. При взаимодействии излучения со средой возникают процессы рассеяния, ослабления и деполяризации излучения, а также амплитудные и фазовые искажения сигналов. Ослабление радиоизлучения в атмосфере имеет общую тенденцию возрастать с ростом частоты и зависеть от погодных условий. (см. рис. 1)

В целом ММВ относятся к волнам с переменной дальностью действия из-за сравнительно большого молекулярного поглощения в парах воды и кислороде воздуха, а также из-за ослабления в различных гидрометеорах атмосферы.

Уменьшение принимаемой мощности при увеличении расстояния передачи может представ-

лять проблемы для безопасности сети: сигнал, достаточно сильный для обеспечения высокой скорости передачи данных, может быть обнаружен, заглушен и взломан. Чтобы уменьшить эту уязвимость, можно использовать частотные области с высоким поглощением в атмосфере. Диапазон 50–90 ГГц – типичное окно непрозрачности, является привлекательным для разработчиков телекоммуникационных систем во многом благодаря тому, что позволяет реализовывать закрытые сети, открывает возможность повторного использования частот, взаимного влияния приемопередающих устройств и т. п. [5]. Относительно крутая линия поглощения приводит к экспоненциальному увеличению потерь связи с увеличением расстояния и дает возможность настроить «зону безопасности» вокруг каналов сети с хорошей связью внутри зоны и практически не обнаруживаемой и бесперебойной связью в нескольких километрах за пределами поля.

На рис. 2 демонстрируется процесс регулировки потерь в радиочастотном канале путем изменения частоты передачи данных. Это делается с целью достижения разных размеров «Зоны безопасности» вокруг канала связи и адаптации к различным условиям окружающей среды.

«Зона безопасности» в данном контексте означает область вокруг радиочастотного канала, где сигнал связи остается надежным и не подвержен внешним воздействиям или уязвимостям, таким как вмешательства или прослушивание. Регули-

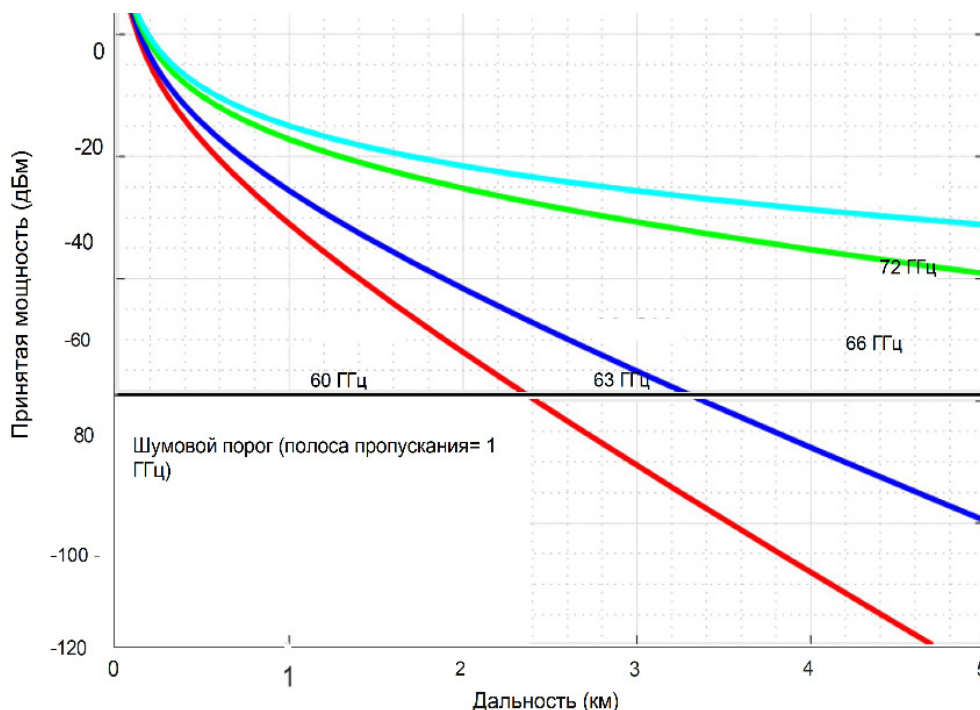


Рис. 2. Принятая мощность канала связи для 1 Вт
Fig. 2. Adopted power of the communication channel for 1 W



Рис. 3. Пример скоординированного роя БПЛА
Fig. 3. Example of a coordinated swarm of UAVs

ровка потерь в канале связи означает изменение мощности сигнала или других параметров передачи данных так, чтобы сделать эту зону безопасности более или менее обширной в зависимости от требований.

2. Преимущества и недостатки использования ММВ в радиосвязи

Для больших высот, на которых расположены авиационные беспроводные локальные сети или рои БПЛА (см. рис. 3), атмосферное поглощение уменьшается и становится гораздо более сложным, как показано на рис. 4.

Около частоты 60 ГГц при давлении на уровне моря множество линий поглощения кислорода сливаются, образуя одну широкую полосу поглощения, что в деталях показано на рис. 4. На этом же рисунке представлено затухание за счет кислорода в более высоких слоях атмосферы, где с увеличением высоты давление уменьшается и становятся различимы отдельные линии поглощения. Ряд дополнительных видов молекул (например, виды изотопов кислорода, колебательно возбужденные молекулы кислорода, озон, виды изотопов озона, колебательно возбужденные молекулы озона и прочие незначительные виды молекул) не учитываются при использовании метода прогнозирования путем суммирования спектральных линий. Эти дополнительные спектральные линии несущественны для обычной атмосферы, однако могут быть важны при сухой атмосфере. Существует компромисс между потерями (или мощностью сигнала) и использованием «зоны безопасности». При максимальной скрытности (на частоте 60 ГГц) потери составляют около 15 дБ/км. Это частично компенсируется преимуществом направленности в 20 дБ по сравнению с работой на частоте 6 ГГц при том же физическом размере апертуры. Для практической работы оператору потребуется возможность настраивать размер зоны безопасности (и, следовательно, потери связи) путем перестрой-

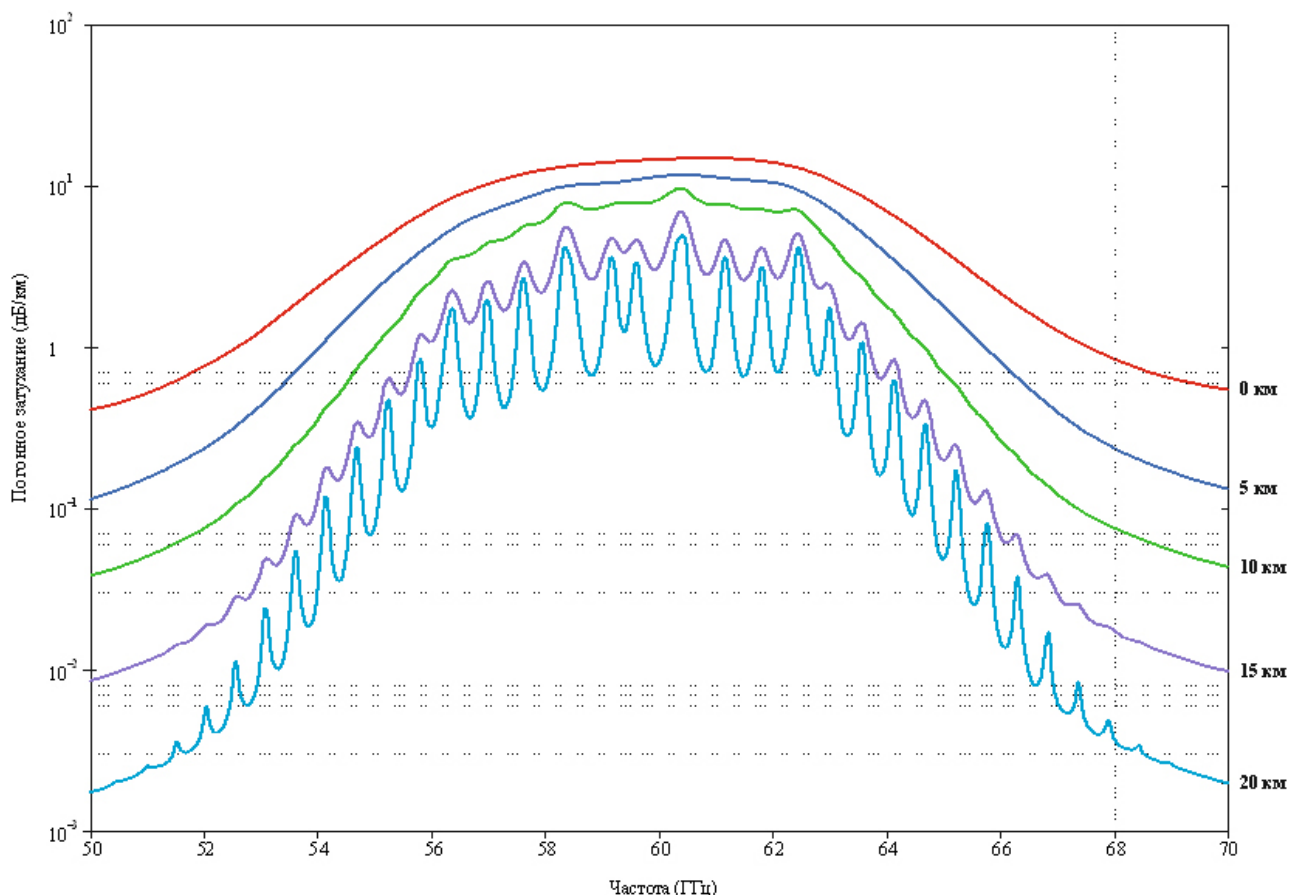


Рис. 4. Затухание в диапазоне 50–70 ГГц на указанных высотах, рассчитанное с шагом 50 МГц, включая центры линий поглощения (0, 5, 10, 15 и 20 км)

Fig. 4. Attenuation in the range of 50–70 GHz at the indicated altitudes, calculated with a step of 50 MHz, including the centers of absorption lines (0, 5, 10, 15 and 20 km)

ки частоты, чтобы сбалансировать необходимую скрытность и потери мощности.

Адаптивная настройка частоты означает, что частота, на которой передается информация, может быть изменена в реальном времени, чтобы управлять качеством и безопасностью связи. Это позволяет подстраивать передачу данных под текущие условия окружающей среды, такие как расстояние между устройствами, погодные условия или наличие помех. Таким образом, адаптивная настройка частоты обеспечивает более эффективное использование радиочастотного канала и поддерживает надежную связь в разных сценариях.

Дождь влияет на покрытие сигнала связи. Например, потери рассеяния из-за сильного дождя (50 мм/час) составляют 1 дБ/км на 10 ГГц, 10 дБ/км на 30 ГГц и увеличиваются до 20 дБ/км на 90 ГГц, где они начинают выравниваться на более высоких частотах [6]. Таким образом, на расстоянии 5 км дополнительное затухание составляет всего 5 дБ на частоте 10 ГГц, но 100 дБ на частоте 90 ГГц. Потери в 5 дБ на частоте 10 ГГц можно легко ком-

пенсировать увеличением передаваемой мощности на 5 дБ или использованием большей физической апертуры антенны на одном конце линии связи. Однако неразумно ожидать, что мощность передачи на частоте 90 ГГц можно увеличить на 100 дБ для поддержания радиочастотной связи на расстоянии 5 км. С точки зрения проектирования системы это означает, что канал связи должен быть способен переключаться между несколькими диапазонами, а также иметь возможность адаптироваться в более узком спектре частот вокруг этих диапазонов.

Отношение мощности излучаемого сигнала к мощности принятого сигнала дает величину его ослабления в канале связи:

$$\frac{P_r}{P_t} = \frac{1}{G_t G_r} \left(\frac{4\pi R}{\lambda} \right)^2. \quad (1)$$

Тогда мощность принятого сигнала в свободном пространстве будет равна

$$P_r = P_t G_t G_r \left(\frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2, \quad (2)$$

где P_t – мощность передатчика; G_t и G_r – усиление передающей и приемной антенн; λ – длина волны излучения и R – расстояние между приемником и передатчиком. Соответственно, для длины волны 5 мм и дальности 100 м отношение P_r / P_t без учета усиления антенн составит примерно –108 дБ. При этом поглощение на атмосферном кислороде (примерно 1,5 дБ на 100 м) не окажет решающего влияния.

Таким образом, на относительно малых дистанциях в диапазоне 60 ГГц при прямой видимости основной фактор – естественное ослабление сигнала. Прежде всего из-за сильного ослабления, связанного с поглощением на атмосферном кислороде, устраняется проблема интерференции между различными источниками сигнала, принадлежащими разным сетям. Это позволяет автоматически решить проблему повторного использования частот – упрощается задача частотного распределения [7].

Одновременно достигаются такие показатели, как скрытность связи, целостность (стойкость к прицельным помехам) и стойкость к несанкционированному подключению (невозможность фальсифицировать мобильную станцию или точку доступа).

Для создания сетей связи, в которых может осуществляться использование робототехнических средств и комплексов, необходимо применять монолитные интегральные схемы (МИС), работающие в диапазоне 50–90 ГГц, с интегрированной антенной на основе GaAs- и GaN-технологий и КМОП-технологий. Такие технологии обеспечивают минимальные массогабаритные характеристики при максимальной мощности выходных усилителей мощностей (УМ) и генераторов, управляемых напряжением (ГУН) для гетеродинных радиоприемников.

Ширина доступной полосы и отсутствие интерференции между различными источниками сигнала в данном диапазоне делают его привлекательным для применения в высокоскоростной сверхширокополосной передаче данных, в системах межспутниковой и ближней связи. В миллиметровом диапазоне длина волны около 5 мм, и, соответственно, размеры излучателя становятся столь малыми, что целесообразно интегрировать его непосредственно на кристалл. Интеграция антенн на один кристалл с активными элементами позволяет обеспечить низкий уровень потерь между элементами системы, низкий уровень шумов и большую передаваемую мощность, снижает

производственные и материальные издержки по сравнению с реализацией в виде микросборки.

Один из примеров таких МИС выпускает компания Silicon Radar в разных вариантах исполнения: одноканальный радарный модуль TRX_060_011; двухканальный TR2_060_010 и многоканальный МИМО T4R4_060_029.

Микросхема TRX_060_011 выпускается в виде кристалла размером 1,42 × 0,72 мм. Она содержит ГУН на 30 ГГц; делитель частоты на 32; умножитель на 2, обеспечивающий перекрытие по частоте 58,31–63,91 ГГц; УМ; маломощный усилитель (МШУ); квадратурный смеситель; направленный ответвитель для развязки приемного и передающего каналов. Плата содержит чип, патч-антенны и разъем для подключения к основной плате.

Микросхема TR2_060_010 – это аналогичный радарный модуль, только с двумя каналами приема и отдельными антеннами. Он выпускается в виде кристалла размером 1,65 × 1,05 мм. Радарный модуль содержит ГУН на 30 ГГц; делитель частоты на 32; умножитель на 2, обеспечивающий перекрытие по частоте 58,31–63,91 ГГц; УМ; два МШУ; два квадратурных смесителя. Плата содержит чип, патч-антенны и разъем для подключения к основной плате.

Микросхема T4R4_060_029 производится в виде кристалла размером 2,26 × 2,49 мм. Она содержит ГУН на 20 ГГц; делитель частоты на 4; умножитель на 3, обеспечивающий перекрытие по частоте 55,5–64,6 ГГц; переключатель источника частоты для умножителя; четыре независимых передатчика и четыре приемника. Данную микросхему можно легко каскадировать, так как сигнал на умножитель может подаваться как с внутреннего ГУН, так и с внешнего входа. Выход гетеродина тоже имеется. Это особенно важно для построения многоканальной радарной системы с высоким разрешением по азимуту.

3. Перспективные направления использования ММВ

В настоящее время увеличение объема обрабатываемой информации в развитых странах пропорционально квадрату роста промышленного потенциала этих стран. Необходимость в передаче на большие расстояния постоянно возрастающих потоков информации способствует прогрессу в развитии систем спутниковой связи. В последние годы тенденция использования диапазона миллиметровых радиоволн приобрела, в отличие от

прошлых лет, устойчивый характер. Это объясняется не только успехами в разработке элементной базы (приемники, передатчики, антенны, волноводы), но и созданием технически совершенных устройств и систем.

Узкие диаграммы направленности антенн на ММВ способствуют повышению скрытности связи, а большой коэффициент усиления позволяет уменьшать мощность передатчика и улучшать массогабаритные характеристики аппаратуры спутника. Применение узконаправленных многолучевых бортовых антенн дает возможность осуществлять коммутацию линий спутниковой связи, а также увеличивает надежность связи при плохих погодных условиях за счет разнесенного приема.

Использование узконаправленных антенн в миллиметровом диапазоне длин волн (ММВ) способствует улучшению связи и оптимизации характеристик связанных устройств, таких как спутники и приемо-передающие аппараты. Антенны на ММВ способны передавать и принимать сигналы только в узком направлении. Это уменьшает вероятность, что сигнал будет случайно распространяться во всех направлениях, делает его более сложным для обнаружения сторонними наблюдателями и вмешательства в связь. Это способствует повышению скрытности связи. Они обладают высоким коэффициентом усиления, это означает, что они могут сфокусировать сигналы в узких лучах. Это позволяет уменьшить необходимую мощность передатчика, чтобы достичь желаемого качества связи. Более низкая мощность, в свою очередь, уменьшает потребление энергии и улучшает массогабаритные характеристики аппаратуры, так как не требуется крупных и мощных антенн. Использование узконаправленных антенн с разнесенным приемом позволяет более эффективно справляться с плохими погодными условиями. Если одно направление становится непригодным из-за атмосферных помех, другие направления могут продолжать обеспечивать связь, что повышает надежность связи в сложных климатических условиях [8].

Спутник *MILSTART* (США) – на борту искусственного спутника Земли (ИСЗ) предусмотрены использование шумоподобных сигналов и псевдослучайная перестройка частот в полосе 2 ГГц, а также коммутация сигналов. Межспутниковая связь в системе *MILSTART* осуществляется в диапазоне частот 60 ГГц, в котором большое затухание в центре линии поглощения кислорода делает практически невозможным создание активных

преднамеренных радиопомех с Земли для работы бортовой аппаратуры. Последний (шестой) спутник этой модели был запущен в 2003 г. с расчетным сроком службы 10 лет.

Advanced Extremely High Frequency (AEHF) – группировка спутников защищенной связи стала естественным продолжением спутников *MILSTART*. AEHF работают в частотном диапазоне ММВ, а именно в диапазоне частот свыше 44 ГГц. Этот диапазон частот ММВ обеспечивает высокую производительность и обеспечивает защищенную связь для военных и государственных организаций, предоставляя надежные каналы передачи данных и голосовой связи. AEHF-спутники разработаны для обеспечения высокой степени защиты и надежности военной связи в различных условиях и при угрозах электронной войны. Спутники AEHF используют большое количество узконаправленных лучей, направленных на Землю, для передачи сообщений пользователям и от них. Перекрестные связи между спутниками позволяют им передавать сообщения напрямую, а не через наземную станцию. Спутники предназначены для обеспечения помехоустойчивой связи с низкой вероятностью перехвата. Они включают в себя радиотехнологию со скачкообразной перестройкой частоты, а также антенны с фазированной решеткой, которые могут адаптировать свои диаграммы направленности для того, чтобы заблокировать потенциальные источники помех. Их развертывание началось в 2010 г. Полный охват всей земной поверхности состоялся в 2020 г. с выходом на геостационарную орбиту последнего (шестого) спутника со сроком службы 15 лет.

Постепенно на смену этой серии будут приходить спутники Evolved Strategic Satellite (ESS), представляющие собой созвездие из американских военных спутников связи, разрабатываемые для удовлетворения потребностей космических сил Соединенных Штатов. Они будут использоваться для ретрансляции защищенной связи с вооруженными силами США с целью удовлетворения как тактических, так и стратегических потребностей во время конфликта, включая ядерную войну. Первый прототип должен быть выведен на орбиту примерно в 2025 г. [9].

Другим перспективным направлением использования миллиметрового диапазона длин волн является применение беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) в земледелии. Специфика российского рынка БПЛА заключается в преобладании производителей военных «дронов» и

практически полном отсутствии производителей потребительских и коммерческих «дронов». При этом преобладающая часть производителей военных БПЛА имеет в своем портфеле либо уже устаревшие технические модели, либо только современные опытные образцы, которые демонстрируются на выставках, но не поступают в массовое производство, и, несмотря на значительные бюджетные вливания со стороны государства, продукция российских компаний сейчас не выдерживает конкуренции с западными образцами. Использование БПЛА в сельском хозяйстве может совершить настоящий прорыв, значительно снизив производственные затраты. Использование беспилотных летающих аппаратов в производстве продукции растениеводства широко практикуется в США, Китае, Японии, Бразилии и многих европейских странах. Применение БПЛА в сельском хозяйстве имеет огромный потенциал, и с каждым годом интерес к их использованию растет. Применение беспилотных летательных аппаратов в сельском хозяйстве является инновацией для России, в первую очередь, при реализации задач точного земледелия. «Беспилотники» оснащаются разнообразными датчиками, в том числе мультиспектральными камерами, высокая четкость изображения которых позволяет точно определять проблемные участки поля; системами спутниковой навигации; малогабаритными бортовыми компьютерами; оборудованием для внесения химикатов и т. д. [10].

При внедрении современных методов работы в сельскохозяйственном секторе БПЛА должны будут собирать и передавать огромные массивы

данных для их обработки. Использование связи на частотах миллиметровых волн позволит собирать весь массив данных и передавать с высоким разрешением на большой скорости.

Заключение

До сих пор анализ был сосредоточен на возможностях распространения, предоставляемых более высокими частотами миллиметровых волн для архитектур беспроводной локальной сети. Для эффективного использования преимуществ миллиметровых волн электроника на каждом сетевом узле станет значительно сложнее, чтобы обеспечить требования к отслеживанию и наведению направленных линий связи и адаптивную настройку в линиях поглощения. Недавние и текущие разработки схем для ММВ были значительно активизированы требованием поддержки новых коммерческих сетей 5G. Эти разработки будут использованы для различных приложений.

Более высокие частоты ММВ обеспечивают значительно лучшие условия потери траектории для сетевых соединений в промышленности или робототехнических средств, где апертуры антенн ограничены фиксированной площадью, что позволяет использовать антенные решетки.

Область миллиметровых волн между 50 и 90 ГГц дает возможность адаптивно настраивать скрытность и уязвимость сети (или потенциал помех для соседних сетей), что также будет полезно для ряда других военных беспроводных приложений.

Эти соображения должны быть учтены при разработке концепции и проектировании новых военных сетей связи.

Список литературы

1. Ермолаев В.Т., Флакман А.Г. Теоретические основы обработки сигналов в беспроводных системах связи. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2011. 368 с.
2. Жижин В. Будущее широкополосной радиосвязи: миллиметровый диапазон // Беспроводные технологии. 2017. № 1 (46). С. 51–55.
3. Перспективы использования и развития оборудования пакетной радиосвязи миллиметрового диапазона операторами связи / Д.С. Ключев [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2018. Т. 20, № 2. С. 58–67. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7037>
4. Маклашов В.А., Шашков Д.И., Пиганов М.Н. Разработка и исследование коммутатора приходящих сигналов для приемопередающих устройств систем связи // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2020. Т. 23, № 1. С. 106–114. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.1.106-114>
5. Омелянчук Е.В., Тихомиров А.В., Кривошеев А.В. Особенности проектирования систем связи миллиметрового диапазона радиоволн // Инженерный вестник Дона. 2013. № 2 (25). С. 79.
6. Xing Y., Rappaport T.S. Propagation measurement system and approach at 140 GHz—moving to 6G and above 100 GHz // 2018 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM). 2018. P. 1–6. DOI: <https://doi.org/10.1109/GLOCOM.2018.8647921>
7. Rappaport T.S., Murdock J.N., Gutierrez F. State of the art in 60-GHz integrated circuits and systems for wireless communications // Proceedings of the IEEE. 2011. Vol. 99, no. 8. P. 1390–1436. DOI: <https://doi.org/10.1109/JPROC.2011.2143650>

8. Парфенов В.И., Ле В.Д. Анализ влияния окружающей среды на эффективность алгоритма обработки информации в беспроводных сенсорных сетях // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2020. Т. 23, № 2. С. 49–54. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.2.49-54>
9. Harvey J.F., Steer M.B., Rappaport T.S. Exploiting high millimeter wave bands for military communications, applications, and design // IEEE Access. 2019. Vol. 7. P. 52350–52359. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2911675>
10. Гончаренко К.А. Применение беспилотных летательных аппаратов (дронов) в точном земледелии // Фермер. Поволжье. 2016. № 7 (49). С. 34–37.

Информация об авторе

Скрынский Владислав Романович, ведущий инженер инновационно-инжинирингового центра микросенсорики МИРЭА – Российского технологического университета, г. Москва, Россия.

Область научных интересов: распространение радиоволн, радиопередающие и радиоприемные устройства, радиотехнические системы зондирования, локации и навигации.

E-mail: skrynskiy@mirea.ru

SPIN-код (eLibrary): 4630-7130

Physics of Wave Processes and Radio Systems

2025, vol. 28, no. 2, pp. 78–86

DOI [10.18469/1810-3189.2025.28.2.78-86](https://doi.org/10.18469/1810-3189.2025.28.2.78-86)

UDC 621.396

Original Research

Received 7 April 2025

Accepted 12 May 2025

Published 30 June 2025

Millimeter waves in communication systems as a prospect for the development and application of robotic means and complexes

Vladislav R. Skrynskiy

MIREA – Russian Technological University
78, Vernadsky Avenue,
Moscow, 119454, Russia

Abstract – Background. Millimeter-wave communication systems are becoming more and more relevant in conditions of saturation of the low-frequency spectrum and growing requirements for data transmission speed. The high degree of radio wave absorption in the atmosphere creates unique opportunities for the formation of interference-proof wireless local and personal networks. These factors emphasize the need for in-depth study of the features and advantages of millimeter-wave band application in radio communications. **Aim.** The purpose of this study is to analyze the peculiarities of using millimeter waves in different types of radio communications, as well as to evaluate their advantages and disadvantages for the creation of high-performance communication systems, including robotics and 5G networks. **Methods.** The research used analysis and modeling methods aimed at studying the processes of attenuation, scattering and distortion of signals when radio waves propagate in the atmosphere. Adaptive frequency tuning was also evaluated to optimize the quality of communication depending on environmental conditions. The study covered various types of radio communications, including terrestrial, satellite and aircraft communications. **Results.** The results of the study showed that atmospheric absorption is significantly reduced at high altitudes where aviation wireless LANs and drone swarms operate. Adaptive frequency tuning has been demonstrated to be effective in providing reliable communication in various scenarios, which is critical for maintaining data transmission quality. For high-performance communication networks, including robotic systems, monolithic integrated circuits operating in the 50–90 GHz range with integrated antennas based on state-of-the-art technologies are required. **Conclusion.** Thus, millimeter waves represent a promising direction for the development of wireless networks, especially in the context of new commercial 5G networks. Higher millimeter-wave frequencies provide improved conditions for network connectivity in industry and robotics, which opens new horizons for the application of modern communication technologies. The need to increase the complexity of the electronics at each network node emphasizes the importance of further research in this area to achieve the high tracking and pointing requirements of directional links.

Keywords – millimeter wave band; 50–90 GHz band; robotic vehicles and complexes; ultra-high frequency band; communication systems; antenna array; radio communication; drone swarm; data transmission.

References

1. V. T. Ermolaev and A. G. Flaksman, *Theoretical Foundations of Signal Processing in Wireless Communication Systems*. Nizhniy Novgorod: Nizhegorodskiy gosuniversitet, 2011. (In Russ.)
2. V. Zhizhin, “Future of broadband radio communications: Millimeter range,” *Besprovodnye tekhnologii*, no. 1 (46), pp. 51–55, 2017. (In Russ.)

3. D. S. Klyuev et al., "Perspectives of the use and development of the equipment of the millimeter radio communication equipment by communication operators," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 20, no. 2, pp. 58–67, 2018, url: <https://journals.ssau.ru/pwpl/article/view/7037>. (In Russ.)
4. V. A. Maklashov, D. I. Shashkov, and M. N. Piganov, "Development and research of incoming signal switch for transceiver communication systems," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 23, no. 1, pp. 106–114, 2020, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.1.106-114>. (In Russ.)
5. E. V. Omel'yanchuk, A. V. Tikhomirov, and A. V. Krivosheev, "Features of the design of the bonds of the millimeter range of radio waves," *Inzhenernyy vestnik Dona*, no. 2 (25), p. 79, 2013. (In Russ.)
6. Y. Xing and T. S. Rappaport, "Propagation measurement system and approach at 140 GHz—moving to 6G and above 100 GHz," *2018 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM)*, pp. 1–6, 2018, doi: <https://doi.org/10.1109/GLOCOM.2018.8647921>.
7. T. S. Rappaport, J. N. Murdock, and F. Gutierrez, "State of the art in 60-GHz integrated circuits and systems for wireless communications," *Proceedings of the IEEE*, vol. 99, no. 8, pp. 1390–1436, 2011, doi: <https://doi.org/10.1109/JPROC.2011.2143650>.
8. V. I. Parfenov and V. D. Le, "Analysis of the environment influence on the efficiency of the information processing algorithm in wireless sensor networks," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 23, no. 2, pp. 49–54, 2020, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.2.49-54>. (In Russ.)
9. J. F. Harvey, M. B. Steer, and T. S. Rappaport, "Exploiting high millimeter wave bands for military communications, applications, and design," *IEEE Access*, vol. 7, pp. 52350–52359, 2019, doi: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2911675>.
10. K. A. Goncharenko, "The use of unmanned aerial vehicles (drones) in precise agriculture," *Fermer. Povolzh'e*, no. 7 (49), pp. 34–37, 2016. (In Russ.)

Information about the Author

Vladislav R. Skrynskiy, leading engineer of the Innovation and Engineering Center of Microsensorics, MIREA – Russian Technological University, Moscow, Russia.

Research interests: radio wave propagation, radio transmitting and radio receiving devices, radio-technical systems of sensing, location and navigation.

E-mail: skrynskiy@mirea.ru

SPIN-code (eLibrary): 4630-7130

Спектральные решения для СМО с законами распределений в виде вероятностных смесей

В.Н. Тарасов , Н.Ф. Бахарева 

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики
443010, Россия, г. Самара,
ул. Л. Толстого, 23

Аннотация – Обоснование. СМО являются основным математическим инструментарием моделирования систем передачи данных, которые недаром называют сетями массового обслуживания. Необходимость регулирования таких характеристик систем массового обслуживания, как время ожидания в очереди или длины очереди, обусловлена повышением качества функционирования систем передачи данных. Возможность регулирования этих характеристик позволяет минимизировать время ожидания в очереди в буферах передающих устройств, а также сами объемы буферной памяти. Для демонстрации такой возможности в работе рассмотрены системы массового обслуживания, сформированные как обычными законами распределений в виде вероятностных смесей, так и сдвинутыми во времени законами распределений. **Цель.** В качестве составляющих СМО в работе выбраны гиперэкспоненциальное и гиперэрланговское распределения второго порядка. На основе этих законов распределений построены численно-аналитические модели для двух систем массового обслуживания с обычными и сдвинутыми законами распределений с выводом решения для основной характеристики СМО – среднего времени ожидания в очереди. Как известно, остальные характеристики СМО являются производными от среднего времени ожидания. **Методы.** В работе использован сдвиг законов распределений вправо от нулевой точки. Для вывода решения для среднего времени ожидания в очереди использован классический метод спектрального решения интегрального уравнения Линдли на основе преобразования Лапласа законов распределений, формирующих рассмотренные СМО. Полученные расчетные формулы для среднего времени ожидания в очереди позволяют рассчитать характеристики таких систем для широкого диапазона изменения параметров телетрафика. **Результаты.** Полученные результаты могут быть использованы в современной теории телетрафика при проектировании и моделировании различных перспективных систем передачи данных, включая объемы буферной памяти передающих устройств. **Заключение.** Сдвиг законов распределений во времени приводит к уменьшению их коэффициентов вариаций. Из-за квадратичной зависимости среднего времени ожидания от коэффициентов вариаций временных интервалов поступления и обслуживания следует заметное уменьшение среднего времени ожидания в системах с временными сдвигами.

Ключевые слова – обычные и сдвинутые гиперэкспоненциальный и гиперэрланговский законы распределения; интегральное уравнение Линдли; метод спектрального разложения; преобразование Лапласа.

Введение

В исследовании систем $G/G/1$ важную роль играет метод спектрального решения интегрального уравнения Линдли. Наиболее доступно этот метод на конкретных примерах изложен в классике теории массового обслуживания [1].

Настоящая статья посвящена анализу СМО $H_2/HE_2/1$, образованные двумя потоками, описываемыми обычными и сдвинутыми вправо от нулевой точки функциями плотностей гиперэкспоненциального и гиперэрланговского законов распределений второго порядка.

В ранних работах авторов доступно показано, что в системах, образованных сдвинутыми законами распределений, при одинаковом коэффициенте загрузки по сравнению с обычными системами среднее время ожидания становится меньше. Это достигается за счет того, что коэффициенты вариации времен поступления c_λ и обслуживания c_μ

для сдвинутых законов распределений становятся меньше при вводе параметра сдвига $t_0 > 0$. Таким образом, операция сдвига закона распределения трансформирует обычные марковские системы массового обслуживания в немарковскую систему $G/G/1$.

Результаты работ [2–4] в области СМО со сдвинутыми распределениями совместно с [1] позволили развить метод спектрального разложения решения интегрального уравнения Линдли и на рассматриваемые системы $H_2/HE_2/1$.

В теории массового обслуживания исследование систем $G/G/1$ актуальны в связи с тем, что они активно используются в современной теории телетрафика, к тому же нельзя получить решения для таких систем в конечном виде для общего случая. Метод спектрального разложения решения интегрального уравнения Линдли в исследовании систем $G/G/1$ играет важную роль, и большинство результатов в теории массового обслуживания по-

лучены именно с помощью данного метода. Одна из форм интегрального уравнения Линдли выглядит так [1]:

$$W(y) = \begin{cases} \int_{-\infty}^y W(y-u) dC(u), & y \geq 0; \\ 0, & y < 0, \end{cases}$$

где $W(y)$ – функция распределения вероятностей (ФРВ) времени ожидания требования в очереди; $C(u) = P(\tilde{u} < u)$ – ФРВ случайной величины $\tilde{u} = \tilde{x} - \tilde{t}$, где, в свою очередь, $\tilde{x}$ – случайное время обслуживания требования; $\tilde{t}$ – случайная величина – интервал времени между поступлениями требований.

При кратком изложении метода решения уравнения Линдли будем придерживаться подхода и символики автора [1]. Для этого через $A^*(s)$ и $B^*(s)$ обозначим преобразования Лапласа функций плотности распределения интервалов между поступлениями и времени обслуживания соответственно. Суть решения интегрального уравнения Линдли методом спектрального разложения состоит в нахождении для выражения $A^*(-s) \cdot B^*(s) - 1$ представления в виде произведения двух множителей, которое давало бы рациональную функцию от s . Следовательно, для нахождения закона распределения времени ожидания необходимо следующее спектральное разложение:

$$A^*(-s) \cdot B^*(s) - 1 = \psi_+(s) / \psi_-(s),$$

где $\psi_+(s)$ и $\psi_-(s)$ – некоторые рациональные функции от s , которые можно разложить на множители. Функции $\psi_+(s)$ и $\psi_-(s)$ должны удовлетворять специальным условиям согласно [1].

1. Постановка задачи

В работе ставится задача нахождения решения для среднего времени ожидания требований в очереди в СМО $H_2/HE_2/1$ и $H_2^-/HE_2^-/1$ со сдвинутыми гиперэкспоненциальным (H_2^-) и гиперэрланговским (HE_2^-) входными распределениями с использованием классического метода спектрального разложения. Для других систем применение этого метода рассмотрено в работах [2–4]. Вопросы аппроксимации законов распределений подробно освещены в [5; 6; 8–10].

2. Решение поставленной задачи

Рассмотрим систему $H_2/HE_2/1$, образованную гиперэкспоненциальным и гиперэрланговским законами распределения с функциями плотности

$$a(t) = p\lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + (1-p)\lambda_2 e^{-\lambda_2 t}, \quad (1)$$

$$b(t) = 4q\mu_1^2 t e^{-2\mu_1 t} + 4(1-q)\mu_2^2 t e^{-2\mu_2 t}. \quad (2)$$

Законы распределения (1) и (2) являются наиболее общими распределениями неотрицательных непрерывных случайных величин, поскольку обеспечивают широкий диапазон изменения коэффициента вариации.

Преобразования Лапласа функций (1) и (2) имеет вид

$$A^*(s) = p \frac{\lambda_1}{s + \lambda_1} + (1-p) \frac{\lambda_2}{s + \lambda_2},$$

$$B^*(s) = q \left(\frac{2\mu_1}{s + 2\mu_1} \right)^2 + (1-q) \left(\frac{2\mu_2}{s + 2\mu_2} \right)^2.$$

Тогда спектральное разложение для системы $H_2/HE_2/1$ преобразуется как

$$\frac{\psi_+(s)}{\psi_-(s)} = \left[p \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - s} + (1-p) \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - s} \right] \times \\ \times \left[q \left(\frac{2\mu_1}{2\mu_1 + s} \right)^2 + (1-q) \left(\frac{2\mu_2}{2\mu_2 + s} \right)^2 \right] - 1.$$

Первый сомножитель в правой части в квадратных скобках равен

$$\left[p \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - s} + (1-p) \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - s} \right] = \\ = \frac{\lambda_1 \lambda_2 - [p\lambda_1 + (1-p)\lambda_2]s}{(\lambda_1 - s)(\lambda_2 - s)} = \frac{a_0 - a_1 s}{(\lambda_1 - s)(\lambda_2 - s)},$$

где промежуточные параметры $a_0 = \lambda_1 \lambda_2$, $a_1 = p\lambda_1 + (1-p)\lambda_2$. Аналогично представим второй сомножитель

$$\left[q \left(\frac{2\mu_1}{2\mu_1 + s} \right)^2 + (1-q) \left(\frac{2\mu_2}{2\mu_2 + s} \right)^2 \right] = \\ = \frac{q(16\mu_1^2 \mu_2^2 + 16\mu_1^2 \mu_2 s + 4\mu_1^2 s^2)}{(2\mu_1 + s)^2 (2\mu_2 + s)^2} + \\ + \frac{(1-q)(16\mu_1^2 \mu_2^2 + 16\mu_1 \mu_2^2 s + 4\mu_2^2 s^2)}{(2\mu_1 + s)^2 (2\mu_2 + s)^2} = \\ = \frac{b_0 + b_1 s + b_2 s^2}{(2\mu_1 + s)^2 (2\mu_2 + s)^2},$$

где промежуточные параметры $b_0 = 16\mu_1^2 \mu_2^2$, $b_1 = 16\mu_1 \mu_2 [q\mu_1 + (1-q)\mu_2]$, $b_2 = 4[q\mu_1^2 + (1-q)\mu_2^2]$. Тогда искомое выражение для спектрального разложения запишется как

$$\frac{\psi_+(s)}{\psi_-(s)} = \frac{(a_0 - a_1 s)(b_0 + b_1 s + b_2 s^2)}{(\lambda_1 - s)(\lambda_2 - s)(2\mu_1 + s)^2(2\mu_2 + s)^2} - \frac{(\lambda_1 - s)(\lambda_2 - s)(2\mu_1 + s)^2(2\mu_2 + s)^2}{(\lambda_1 - s)(\lambda_2 - s)(2\mu_1 + s)^2(2\mu_2 + s)^2}. \quad (3)$$

Многочлен в числителе в правой части разложения (3), как правило, всегда имеет один нуль $s = 0$ [1]. В данном случае свободный член разложения также равен 0: $a_0 b_0 - 16\lambda_1 \lambda_2 \mu_1^2 \mu_2^2 \equiv 0$.

В числителе дроби в правой части разложения получили многочлен шестой степени $-s(s^5 - c_4 s^4 - c_3 s^3 - c_2 s^2 - c_1 s - c_0)$, коэффициенты которого равны:

$$\begin{aligned} c_0 &= a_0 b_1 - a_1 b_0 + b_0(\lambda_1 + \lambda_2) - 16a_0 \mu_1 \mu_2 (\mu_1 + \mu_2), \\ c_1 &= a_0 b_2 - a_1 b_1 - b_0 - 4a_0(\mu_1^2 + \mu_2^2) + 16(\lambda_1 + \lambda_2)(\mu_1 + \mu_2)\mu_1 \mu_2 - 16a_0 \mu_1 \mu_2, \\ c_2 &= 4(\lambda_1 + \lambda_2)[(\mu_1 + \mu_2)^2 + 2\mu_1 \mu_2] - 4(\mu_1 + \mu_2)(a_0 + 4\mu_1 \mu_2) - a_1 b_2, \\ c_3 &= 4(\lambda_1 + \lambda_2)(\mu_1 + \mu_2) - 4[(\mu_1 + \mu_2)^2 + 2\mu_1 \mu_2] - a_0, \\ c_4 &= \lambda_1 + \lambda_2 - 4(\mu_1 + \mu_2). \end{aligned} \quad (4)$$

Коэффициенты (4) получены с помощью символьных операций Mathcad, поскольку числитель разложения (3) даже после введения промежуточных параметров содержит 42 слагаемых. Видимо и отсутствие результатов по рассматриваемой системе объясняется большой трудоемкостью выкладок.

Выделим многочлен в числителе разложения (3):

$$s^5 - c_4 s^4 - c_3 s^3 - c_2 s^2 - c_1 s - c_0, \quad (5)$$

т. к. определение его корней составляет основную часть метода спектрального разложения.

Исследование многочлена (5) с коэффициентами (4) с использованием формул Виета подтверждает наличие четырех отрицательных действительных корней и одного положительного корня, либо вместо первых – двух отрицательных действительных корней и двух комплексно сопряженных корней с отрицательными вещественными частями. Исследование знака младшего коэффициента многочлена (5) показывает, что $c_0 > 0$ всегда в случае стабильной системы, когда $0 < \rho < 1$. С учетом знака минус в многочлене перед коэффициентом c_0 , формулы Виета не противоречат факту наличия четырех отрицательных корней у многочлена (5).

Обозначив отрицательные корни многочлена (5) либо их отрицательные вещественные части для удобства через $-s_1, -s_2, -s_3, -s_4$, а положительный корень через s_5 , отношение $\psi_+(s)/\psi_-(s)$ окончательно можно разложить на следующие множители:

$$\frac{\psi_+(s)}{\psi_-(s)} = \frac{-s(s + s_1)(s + s_2)(s + s_3)(s + s_4)(s - s_5)}{(\lambda_1 - s)(\lambda_2 - s)(2\mu_1 + s)^2(2\mu_2 + s)^2}. \quad (6)$$

С учетом специальных условий [1] за функцию $\psi_+(s)$ примем

$$\psi_+(s) = \frac{s(s + s_1)(s + s_2)(s + s_3)(s + s_4)}{(2\mu_1 + s)^2(2\mu_2 + s)^2},$$

т. к. нули многочлена (5): $s = 0, -s_1, -s_2, -s_3, -s_4$, и двукратные полюсы $s = -2\mu_1, s = -2\mu_2$ лежат в области $\text{Re}(s) \leq 0$, а за функцию $\psi_-(s)$ –

$$\psi_-(s) = -\frac{(\lambda_1 - s)(\lambda_2 - s)}{(s - s_5)},$$

т. к. ее нули и полюс лежат в области $\text{Re}(s) < D$.

Далее по методике спектрального разложения определим постоянную

$$K = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\psi_+(s)}{s} = \frac{s_1 s_2 s_3 s_4}{16\mu_1^2 \mu_2^2}.$$

Постоянная K определяет вероятность того, что поступающее в систему требование заставит ее свободной. Через функцию $\psi_+(s)$ и постоянную K определим преобразование Лапласа ФРВ времени ожидания $W(y)$:

$$\begin{aligned} \Phi_+(s) &= \frac{K}{\psi_+(s)} = \\ &= \frac{s_1 s_2 s_3 s_4 (s + 2\mu_1)^2 (s + 2\mu_2)^2}{16\mu_1^2 \mu_2^2 (s + s_1)(s + s_2)(s + s_3)(s + s_4)}. \end{aligned}$$

Тогда преобразованием Лапласа для функции плотности времени ожидания будет функция $s \cdot \Phi_+(s)$, т. е.

$$W^*(s) = \frac{s_1 s_2 s_3 s_4 (s + 2\mu_1)^2 (s + 2\mu_2)^2}{16\mu_1^2 \mu_2^2 (s + s_1)(s + s_2)(s + s_3)(s + s_4)}. \quad (7)$$

Искомое среднее время ожидания в очереди равно значению производной от преобразования Лапласа (9) функции плотности со знаком минус в точке $s = 0$:

$$-\frac{dW^*(s)}{ds} \Big|_{s=0} = \frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} + \frac{1}{s_3} + \frac{1}{s_4} - \frac{1}{\mu_1} - \frac{1}{\mu_2}.$$

Окончательно, среднее время ожидания в очереди для СМО $H_2/HE_2/1$

$$\bar{W} = \frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} + \frac{1}{s_3} + \frac{1}{s_4} - \frac{1}{\mu_1} - \frac{1}{\mu_2}. \quad (8)$$

Из выражения (7) при необходимости также можно определить моменты высших порядков для времени ожидания. Вторая производная от преобразования (7) в точке $s = 0$ дает второй начальный момент времени ожидания, что позволяет определить дисперсию времени ожидания. Учитывая определение джиттера в телекоммуникациях как разброс времени ожидания вокруг его среднего значения [7], тем самым получим возможность определения джиттера через дисперсию. Это является важным результатом для анализа трафика, чувствительного к задержкам.

Теперь перейдем к исследованию системы $H_2/NE_2/1$ со сдвинутыми входными распределениями, т. е. к системе с запаздыванием во времени. Такую систему, в отличие от обычной системы, обозначим $H_2^-/NE_2^-/1$. Для этого введем в рассмотрение функции плотности распределения интервалов входного потока и времени обслуживания:

$$a(t) = p\lambda_1 e^{-\lambda_1(t-t_0)} + (1-p)\lambda_2 e^{-\lambda_2(t-t_0)}, \quad (9)$$

$$b(t) = 4q\mu_1^2(t-t_0)e^{-2\mu_1(t-t_0)} + 4(1-q)\mu_2^2(t-t_0)e^{-2\mu_2(t-t_0)}. \quad (10)$$

Функции плотности (9) и (10) являются сдвинутыми вправо от нулевой точки на величину $t_0 > 0$ гиперэкспоненциальным и гиперэрланговским распределениями второго порядка. Для нахождения среднего времени ожидания в очереди для этой системы докажем следующее утверждение.

Утверждение. Спектральные разложения $A^*(-s) \cdot B^*(s) - 1 = \psi_+(s)/\psi_-(s)$ для систем $H_2^-/NE_2^-/1$ и $H_2/NE_2/1$ полностью совпадают и имеют вид (6).

Доказательство. Для системы $H_2^-/NE_2^-/1$ спектральное разложение будет иметь вид

$$\begin{aligned} \frac{\psi_+(s)}{\psi_-(s)} &= [p\frac{\lambda_1}{\lambda_1-s} + (1-p)\frac{\lambda_2}{\lambda_2-s}]e^{t_0s} \times \\ &\times [q\left(\frac{2\mu_1}{2\mu_1+s}\right)^2 + (1-q)\left(\frac{2\mu_2}{2\mu_2+s}\right)^2]e^{-t_0s} - 1 = \\ &= [p\frac{\lambda_1}{\lambda_1-s} + (1-p)\frac{\lambda_2}{\lambda_2-s}] \times \\ &\times [q\left(\frac{2\mu_1}{2\mu_1+s}\right)^2 + (1-q)\left(\frac{2\mu_2}{2\mu_2+s}\right)^2] - 1. \end{aligned}$$

У экспонент показатели степени с противоположными знаками обнуляются, и операция сдвига тем самым нивелируется. Таким образом, спек-

тральные разложения решения интегрального уравнения Линдли для двух рассматриваемых систем совпадают. Утверждение доказано.

Следствие. Расчетное выражение для среднего времени ожидания для системы со сдвинутыми распределениями будет иметь точно такой же вид, как у системы с обычными распределениями, но с измененными параметрами вследствие проведения операции сдвига во времени [2–4].

Теперь определим числовые характеристики, а через них – неизвестные параметры распределений (9) и (10) методом моментов. Для этого запишем их преобразования Лапласа:

$$A^*(s) = [p\frac{\lambda_1}{\lambda_1+s} + (1-p)\frac{\lambda_2}{\lambda_2+s}]e^{-t_0s},$$

$$B^*(s) = [q\left(\frac{2\mu_1}{2\mu_1+s}\right)^2 + (1-q)\left(\frac{2\mu_2}{2\mu_2+s}\right)^2]e^{-t_0s}.$$

Первая производная функции $A^*(s)$ со знаком минус в точке $s = 0$ дает значения среднего интервала поступления требований

$$\bar{\tau}_\lambda = p\lambda_1^{-1} + (1-p)\lambda_2^{-1} + t_0, \quad (11)$$

а вторая производная дает второй начальный момент этого интервала

$$\bar{\tau}_\lambda^2 = t_0^2 + 2t_0[\frac{p}{\lambda_1} + \frac{(1-p)}{\lambda_2}] + 2[\frac{p}{\lambda_1^2} + \frac{(1-p)}{\lambda_2^2}]. \quad (12)$$

Тогда квадрат коэффициента вариации интервала поступлений будет равен

$$c_\lambda^2 = \frac{[(1-p^2)\lambda_1^2 - 2\lambda_1\lambda_2p(1-q) + p(2-p)\lambda_2^2]}{[t_0\lambda_1\lambda_2 + (1-p)\lambda_1 + p\lambda_2]^2}. \quad (13)$$

Поступив аналогично с распределением (10), определим соответствующие характеристики для времени обслуживания.

$$\bar{\tau}_\mu = q\mu_1^{-1} + (1-q)\mu_2^{-1} + t_0, \quad (14)$$

$$\bar{\tau}_\mu^2 = t_0^2 + 2t_0[\frac{q}{\mu_1} + \frac{(1-q)}{\mu_2}] + \frac{3}{2}[\frac{q}{\mu_1^2} + \frac{(1-q)}{\mu_2^2}], \quad (15)$$

$$c_\mu^2 = \frac{\mu_1^2 - 2q\mu_2(\mu_1 - \mu_2) + q(1-2q)(\mu_1 - \mu_2)^2}{2[t_0\mu_1\mu_2 + (1-q)\mu_1 + q\mu_2]^2}. \quad (16)$$

Механизм определения параметров распределений (1), (2), (9) и (10) как с использованием двух первых начальных моментов, так и с использованием трех начальных моментов подробно изложен в [3] и [4] соответственно. Здесь же приведем готовые выражения для этих параметров. Для распределения (9) неизвестные параметры находим по выражениям:

Таблица 1. Результаты экспериментов для системы $H_2/HE_2/1$
Table 1. Experimental results for the $H_2/HE_2/1$ system

Входные параметры Input parameters		Среднее время ожидания Average waiting time	
ρ	(c_λ, c_μ)	СМО QS $H_2/HE_2/1$	СМО QS $H_2/H_2/1$
0,1	(1; 0,71)	0,086	–
	(1;1)	0,111	0,111
	(2;2)	0,446	0,445
	(4;4)	1,791	1,779
	(8;8)	7,173	7,112
0,5	(1; 0,71)	0,755	–
	(1;1)	1,000	1,000
	(2;2)	4,043	4,044
	(4;4)	16,235	16,129
	(8;8)	64,844	64,178
0,9	(1; 0,71)	6,771	–
	(1;1)	9,075	9,000
	(2;2)	36,169	36,200
	(4;4)	144,773	144,833
	(8;8)	577,875	577,861

$$p = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{(\bar{c}_\lambda - t_0)^2}{2[(\bar{c}_\lambda - t_0)^2 + c_\lambda^2 \bar{c}_\lambda^2]}}$$

$$\lambda_1 = 2p / (\bar{c}_\lambda - t_0), \quad \lambda_2 = 2(1-p) / (\bar{c}_\lambda - t_0),$$

а для распределения (10) –

$$q = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{3(\bar{c}_\mu - t_0)^2}{8[(\bar{c}_\mu - t_0)^2 + c_\mu^2 \bar{c}_\mu^2]}}$$

$$\mu_1 = 2q / (\bar{c}_\mu - t_0), \quad \mu_2 = 2(1-q) / (\bar{c}_\mu - t_0).$$

Из этих выражений следует, что параметр сдвига ограничен условием $t_0 < \bar{c}_\mu < \bar{c}_\lambda$. Кроме того, область применимости системы $H_2^- / HE_2^- / 1$ определяется не отрицательностью двух подкоренных выражений для p и q .

Алгоритм расчета среднего времени ожидания при заданных входных параметрах $\bar{c}_\lambda$, $\bar{c}_\mu$, c_λ , c_μ , t_0 сводится к последовательному определению неизвестных параметров распределений (9) и (10). Далее определяем коэффициенты многочлена (5) по приведенным выше выражениям (4) и находим нужные корни с отрицательными вещественными частями $-s_1$, $-s_2$, $-s_3$, $-s_4$. Подставив абсолютные значения этих корней в выражение (8), определяем среднее время ожидания. Наличие таких корней обусловлено существованием и единственностью спектрального разложения. Проведенные

многочисленные эксперименты только подтверждают данный факт.

3. Результаты вычислительных экспериментов

В табл. 1 и 2 приведены данные расчетов в пакете Mathcad для обычной системы $H_2/HE_2/1$ и системы с запаздыванием $H_2^- / HE_2^- / 1$ для случаев малой, средней и высокой нагрузки $\rho = 0,1; 0,5; 0,9$ для широкого диапазона изменения коэффициентов вариаций c_λ , c_μ и параметра сдвига t_0 . Результаты для обычной системы сравниваются с данными для близкой системы $H_2/H_2/1$. Прочерки в табл. 1 означают, что при таких значениях параметров система $H_2/HE_2/1$ неприменима. Результаты для системы с запаздыванием $H_2^- / HE_2^- / 1$ сравниваются с результатами для обычной системы. Коэффициент загрузки ρ в обеих таблицах определяется отношением средних интервалов $\rho = \bar{c}_\mu / \bar{c}_\lambda$. В расчетах использовано нормированное время обслуживания $\bar{c}_\mu = 1$.

Результаты для систем $H_2/HE_2/1$ и $H_2/H_2/1$ совпадают до целых частей, но при этом диапазон параметров обслуживания для первой системы шире, чем для второй.

Система $H_2^- / HE_2^- / 1$ применима и для малых значений коэффициентов вариаций, в частности, при $\rho = 0,9$, $c_\lambda = c_\mu = 0,2$ и $t_0 = 0,99$ среднее вре-

Таблица 2. Результаты экспериментов для системы $H_2^- / HE_2^- / 1$ Table 2. Experimental results for the $H_2^- / HE_2^- / 1$ system

Входные параметры Input parameters		Среднее время ожидания Average waiting time			
(c_λ, c_μ)	$(c_\lambda; c_\mu)$	СМО QS $H_2^- / HE_2^- / 1$			СМО QS $H_2 / HE_2 / 1$
		$t_0 = 0,99$	$t_0 = 0,5$	$t_0 = 0,01$	
0,1	(1;0,71)	0,03	0,04	0,09	0,09
	(1;1)	0,06	0,07	0,11	0,11
	(2;2)	0,23	0,36	0,44	0,45
	(4;4)	0,93	1,56	1,79	1,79
	(8;8)	3,74	6,38	7,16	7,17
0,5	(1;0,71)	0,26	0,48	0,75	0,76
	(1;1)	0,51	0,75	0,99	1,00
	(2;2)	2,04	3,15	4,03	4,04
	(4;4)	8,15	12,73	16,17	16,24
	(8;8)	32,62	51,07	64,58	64,84
0,9	(1;0,71)	2,49	6,00	6,77	6,77
	(1;1)	4,73	8,29	9,06	9,08
	(2;2)	18,92	33,20	36,14	36,17
	(4;4)	75,69	123,39	144,63	144,77
	(8;8)	302,78	528,43	577,29	577,88

мя ожидания составляет всего $\bar{W} = 0,187$ единицы времени. Таким образом, диапазон изменения параметров для системы $H_2^- / HE_2^- / 1$ гораздо шире, чем у обычной системы $H_2 / HE_2 / 1$.

Заключение

По результатам работы можно сделать следующие выводы.

Как и следовало ожидать, уменьшение коэффициентов вариации c_λ и c_μ за счет введения параметра сдвига $t_0 > 0$ в законы распределений входного потока и времени обслуживания, влечет за собой заметное уменьшение среднего времени ожидания в системах с запаздыванием. Тем самым, мы расширяем область применимости системы $H_2 / HE_2 / 1$ в теории телетрафика.

Научная новизна полученных результатов заключается в том, что получено спектральное раз-

ложение решения интегрального уравнения Линдли для рассматриваемых систем и с его помощью выведена расчетная формула для среднего времени ожидания в очереди для этой системы в замкнутой форме. Данные численных экспериментов подтверждают полную адекватность полученных теоретических результатов.

Практическое значение работы заключается в том, что полученные результаты с успехом могут быть применены в современной теории телетрафика, где задержки пакетов входящего трафика играют первостепенную роль. Для этого необходимо знать числовые характеристики интервалов входящего трафика и времени обслуживания на уровне двух первых моментов, что не вызывает трудностей при использовании современных анализаторов трафика.

Список литературы

1. Kleinrock L. Queueing Systems – Volume I: Theory. New York: Wiley, 1975. 417 p.
2. Тарасов В.Н. Расширение класса систем массового обслуживания с запаздыванием // Автоматика и телемеханика. 2018. № 12. С. 57–70. DOI: <https://doi.org/10.31857/S000523100002857-6>
3. Тарасов В.Н. Спектральное разложение для модели задержки на основе СМО с эрланговским и гиперэкспоненциальным распределениями // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2022. Т. 25, № 3. С. 24–28. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.3.24-28>

4. Тарасов В.Н., Бахарева Н.Ф. Спектральное решение для системы с запаздыванием с гиперэрланговскими распределениями // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2022. Т. 25, № 4. С. 33–38. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.4.33-38>
5. Brännström N. A Queueing theory analysis of wireless radio systems: master's thesis applied to HS-DSCH. Luleå University of Technology, 2004. 79 p. URL: <http://tu.diva-portal.org/smash/get/diva2:1016709/FULLTEXT01>
6. Whitt W. Approximating a point process by a renewal process, I: Two basic methods // Operation Research. 1982. Vol. 30, no. 1. P. 125–147. DOI: <https://doi.org/10.1287/opre.30.1.125>
7. RFC 3393 IP Packet Delay Variation Metric for IP Performance Metrics (IPPM). URL: <https://tools.ietf.org/html/rfc3393>
8. Myskja A. An improved heuristic approximation for the GI/GI/1 queue with bursty arrivals // Teletraffic and Datatraffic in a Period of Change, ITC-13: proc. of congress. 1991. P. 683–688. URL: <https://gitlab2.informatik.uni-wuerzburg.de/itc-conference/itc-conference-public/-/raw/master/itc13/myskja911.pdf?inline=true>
9. Алиев Т.И. Основы моделирования дискретных систем. СПб.: СПбГУ ИТМО, 2009. 363 с.
10. Алиев Т.И. Аппроксимация вероятностных распределений в моделях массового обслуживания // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2013. № 2 (84). С. 88–93. URL: https://ntv.ifmo.ru/article/4127/approksimaciya_veroyatnostnyh_raspredeleniy_v_modelyah_massovogo_obslyuzhivaniya.htm

Информация об авторах

Тарасов Вениамин Николаевич, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой управления в технических системах Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия.

Область научных интересов: методы оценки производительности вычислительных систем и компьютерных сетей.

E-mail: v.tarasov@psuti.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9318-0797>

SPIN-код (eLibrary): 5520-9394

AuthorID (eLibrary): 448364

ResearcherID (WoS): O-5949-2015

Бахарева Надежда Федоровна, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой информатики и вычислительной техники Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия.

Область научных интересов: теория вычислительных систем и компьютерные сети.

E-mail: n.bakhareva@psuti.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9850-7752>

Physics of Wave Processes and Radio Systems

2025, vol. 28, no. 2, pp. 87–94

DOI [10.18469/1810-3189.2025.28.2.87-94](https://doi.org/10.18469/1810-3189.2025.28.2.87-94)

UDC 621.391.1:621.395

Original Research

Received 12 December 2024

Accepted 13 January 2025

Published 30 June 2025

Spectral solutions for QS with distribution laws in the form of probabilistic mixtures

Veniamin N. Tarasov , Nadezhda F. Bakhareva 

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics
23, L. Tolstoy Street,
Samara, 443010, Russia

Abstract – Background. QS are the main mathematical tool for modeling data transmission systems, which are not without reason called queueing networks. The need to regulate such characteristics of mass service systems as waiting time in a queue or queue length is due to the improvement of the quality of operation of data transmission systems. The ability to regulate these characteristics allows minimizing the waiting time in the queue in the buffers of transmitting devices, as well as the volumes of buffer memory itself. To demonstrate this possibility, the paper examines queueing systems formed by both conventional distribution laws in the form of probability mixtures and time-shifted distribution laws. **Aim.** In this work, the hyperexponential and hyper-Erlangian distributions of the second order were chosen as components of the QS. Based on these distribution laws, numerical-analytical models were constructed for two queueing systems with normal and shifted distribution laws, with the derivation of a solution for the main characteristic of the queueing system – the average waiting time in the queue. As is known, the remaining characteristics of the QS are derivatives of the average waiting time. **Methods.** The paper uses a shift of the distribution laws to the right from the zero point. To derive a solution for the average waiting time in a queue, the classical method of spectral solution of the Lindley integral equation is used based on the Laplace transform of the distribution laws that form the considered QS. The obtained calculation formulas for the average waiting time in a queue allow us to calculate the characteristics of such systems for a wide range of changes in teletraffic parameters. **Results.** The obtained results can be used in modern teletraffic theory in the design and modeling of various promising data transmission systems, including the volumes of

buffer memory of transmitting devices. **Conclusion.** The shift of the distribution laws in time leads to a decrease in their variation coefficients. Due to the quadratic dependence of the average waiting time on the variation coefficients of the arrival and service time intervals, a noticeable decrease in the average waiting time follows in systems with time shifts.

Keywords – ordinary and shifted hyper exponential and hyper-Erlang distribution laws; Lindley integral equation; spectral decomposition method; Laplace transform.

✉ v.tarasov@psuti.ru (Veniamin N. Tarasov)



© Veniamin N. Tarasov, Nadezhda F. Bakhareva, 2025

References

1. L. Kleinrock, *Queueing Systems – Volume I: Theory*. New York: Wiley, 1975.
2. V. N. Tarasov, “Expanding the class of mass service systems with delay,” *Avtomatika i telemekhanika*, no. 12, pp. 57–70, 2018, doi: <https://doi.org/10.31857/S000523100002857-6>. (In Russ.)
3. V. N. Tarasov, “Spectral decomposition for a QS based delay model with Erlang and hyperexponential distributions,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 25, no. 3, pp. 24–28, 2022, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.3.24-28>. (In Russ.)
4. V. N. Tarasov and N. F. Bakhareva, “Spectral solution for a delay system with hyper-Erlang distributions,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 25, no. 4, pp. 33–38, 2022, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.4.33-38>. (In Russ.)
5. N. Brännström, “A queueing theory analysis of wireless radio systems,” master’s thesis applied to HS-DSCH, Luleå University of Technology, 2004, url: <http://ltu.diva-portal.org/smash/get/diva2:1016709/FULLTEXT01>.
6. W. Whitt, “Approximating a point process by a renewal process, I: Two basic methods,” *Operation Research*, vol. 30, no. 1, pp. 125–147, 1982, doi: <https://doi.org/10.1287/opre.30.1.125>.
7. RFC 3393 IP Packet Delay Variation Metric for IP Performance Metrics (IPPM), url: <https://tools.ietf.org/html/rfc3393>.
8. A. Myskja, “An improved heuristic approximation for the GI/GI/1 queue with bursty arrivals,” *Teletraffic and Datatraffic in a Period of Change, ITC-13*: proc. of congress, pp. 683–688, 1991, url: <https://gitlab2.informatik.uni-wuerzburg.de/itc-conference/itc-conference-public/-/raw/master/itc13/myskja911.pdf?inline=true>.
9. T. I. Aliev, *Fundamentals of Modeling Discrete Systems*. Saint Petersburg: SPbGU ITMO, 2009. (In Russ.)
10. T. I. Aliev, “Approximation of probabilistic distributions in mass service models,” *Nauchno-tekhnicheskii vestnik informatsionnykh tekhnologii, mekhaniki i optiki*, no. 2 (84), pp. 88–93, 2013, url: https://ntv.ifmo.ru/ru/article/4127/approksimaciya_veroyatnostnyh_raspredeleniy_v_modelyah_massovogo_obslyuzhivaniya.htm. (In Russ.)

Information about the Authors

Veniamin N. Tarasov, Doctor of Technical Sciences, professor, head of the Department of Management in Technical Systems, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia.

Research interests: methods for assessing the performance of computing systems and computer networks.

E-mail: v.tarasov@psuti.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9318-0797>

SPIN-code (eLibrary): 5520-9394

AuthorID (eLibrary): 448364

ResearcherID (WoS): O-5949-2015

Nadezhda F. Bakhareva, Doctor of Technical Sciences, professor, head of the Department of Computer Science and Computer Engineering, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia.

Research interests: theory of computer systems and computer networks.

E-mail: n.bakhareva@psuti.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9850-7752>

К сведению авторов

В журнале «Физика волновых процессов и радиотехнические системы – Physics of Wave Processes and Radio Systems» могут быть опубликованы материалы, касающиеся оригинальных исследований и разработок, не публиковавшиеся ранее и не предназначенные для публикации в других изданиях. В зависимости от характера представляемых работ они классифицируются по следующим разделам: общая теория волновых процессов, математические методы в теории волновых процессов, вопросы анализа и синтеза радиотехнических устройств и систем, передача и обработка информации в радиотехнических системах, электродинамика и техника СВЧ и КВЧ, антенно-фидерные системы и распространение радиоволн, теория средств функциональной электроники, нелинейная электродинамика и хаос в радиотехнических системах, экологические и медико-биологические аспекты теории волновых процессов.

Все статьи проходят рецензирование и проверку в программе «Антиплагиат».

Статья оформляется в соответствии с правилами, размещенными на сайте <https://journals.ssau.ru/pwp/about/submissions>. Рекомендуем создавать рукопись в предоставленном шаблоне.

Рукопись направляется в редакцию в формате Microsoft Word (иметь расширение *.doc, *.docx, *.rtf). Объем полного текста, в том числе таблицы и список литературы, не должен превышать 6000 слов и включать не более 10-ти рисунков.

Текст статьи должен содержать УДК; тип статьи (оригинальное исследование или научный обзор); дату поступления (указывается дата отправки статьи в редакцию); автора, ответственного за переписку; название статьи; авторов; учреждения; аннотацию по структуре IMRAD, т. е. содержать обоснование (background), цель (aim), методы (methods), результаты (results), заключение (conclusion); ключевые слова; список литературы; краткие творческо-биографические справки (указываются ФИО полностью для русской версии и ФИО в формате Ivan I. Ivanov для английской, ученая степень, ученое звание, должность, место работы (включая город и страну), биографическая справка при желании, область научных интересов, e-mail, ORCID при наличии). Перечисленные элементы статьи должны быть обязательно приведены на английском языке.

Содержимое статьи должно быть структурированным по разделам, т. е. содержать «Введение», «1. Первый раздел», «2. Второй раздел» и т. д., «Заключение».

Все формулы, переменные, константы, а также размерности величин, содержащие надстрочные и(или) подстрочные символы, **в том числе и в рисунках**, должны быть набраны в редакторе формул **MathType**. Длина не должна превышать 75 мм при шрифте в 10 пт. Не допускается набор формул в текстовом виде без использования указанного редактора. Следующие за формулами знаки препинания предпочтительнее вносить непосредственно в формулы. Рукопись должна содержать лишь самые необходимые (оригинальные) конечные формулы, без промежуточных математических преобразований и выводов. Номера необходимо присваивать только тем формулам, на которые есть ссылки в тексте статьи.

Нумерация формул проставляется в круглых скобках (1), диапазон формул с использованием среднего тире без пробелов (1)–(3). Формула и номер выносятся на отдельную строку и разделяются горизонтальной табуляцией.

Ссылки на использованные источники обозначаются квадратными скобками [1], диапазон – через точку с запятой для двух источников [2; 3] и средним тире без пробелов внутри скобок для большего количества [1–3], перечисление – через точку с запятой [1; 3; 5], указание на конкретную страницу – через запятую после числового обозначения [1, с. 25].

Ссылки на рисунки в тексте обязательны и должны иметь сокращение «рис. 1». Буквенные обозначения выполняются курсивом, перед буквой необходимо поставить запятую (рис. 1, *a*). Можно указывать диапазоны с помощью среднего тире (рис. 1–3, рис. 2, *a–в*, рис. 2, *г–е*);

Рисунки следует представлять только в виде файлов графических форматов CDR, VSD, WMF или EPS (векторная графика). Формат CDR предпочтительней. Текст на рисунках печатается шрифтом Times New Roman (размер 8 или 10 пт). В случае большой сложности рисунков допускается представление в виде графических форматов JPEG (с минимальным сжатием) и Windows Bitmap (растровая графика). Все рисунки должны быть приложены в виде отдельных графических файлов (для растровой графики разрешение 600 dpi). Рисунки должны иметь подрисуночные подписи. Они обозначаются словом «Рис.» и номером рисунка, после которого ставится точка

(Рис. 1. График ..., Рис. 2. Зависимость ... и т. д.). Для англоязычных подписей используется сокращение «Fig.». При наличии в статье только одного рисунка число 1 ставить не нужно.

Список литературы должен быть набран с соблюдением «ГОСТ Р 7.0.5-2008 Библиографическая ссылка. Общие требования и правила составления» для русскоязычного списка (<https://protect.gost.ru/document.aspx?control=7&id=173511>) и по стандарту «IEEE» для англоязычного списка (pdf-документ IEEE Reference Guide на странице <https://journals.ieeeauthorcenter.ieee.org/create-your-ieee-journal-article/create-the-text-of-your-article/ieee-editorial-style-manual/>).

При наличии DOI или URL у источника их упоминание является обязательным. Необходимо предоставлять полный формат DOI, включающий доменное имя (например, <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.2.9-17>).

– Статьи должны присылаться с указанием авторов, заголовка статьи (перевод для References), полного названия журнала (транслитерация для русскоязычных названий в References), года, тома, номера или выпуска, страниц. Все выходные данные разделяются точками за исключением тома и номера, между которыми ставится запятая (например, Т. 31, № 7). В качестве разделителя между страницами используется среднее тире без пробелов, например, 67–78:

RU: Житнюк В.С., Мелков Г.А., Соловьев Д.А. Исследование включения полупроводникового диода в диэлектрический резонатор // Известия вузов. Радиоэлектроника. 1998. Т. 31, № 7. С. 76–79.

EN: V. S. Zhitnyuk, G. A. Melkov, and D. A. Solov'ev, "Study of the inclusion of a semiconductor diode in a dielectric resonator," *Izvestiya vuzov. Radioelektronika*, vol. 31, no. 7, pp. 76–79, 1998. (In Russ.)

– Книги должны быть с указанием авторов, названия, места издания, названия издателя, года, количества страниц. Если авторов трое, то они указываются в начале библиографического описания (Иванов В.П., Архатов З.И., Пономарев С.С. Исследования...); если авторов больше трех, то сначала идет название книги или статьи, а затем через косую фамилия первого автора и слова «и др.» в квадратных скобках, т. е. Исследования... / С.С. Иванов [и др.]. Место издания содержит полное название за исключением Москвы, Нижнего Новгорода и Санкт-Петербурга, которые записываются как М., Н.Новгород и СПб. соответственно. В References место издания указывается полностью:

RU: Марков Г.Т., Петров Б.М., Грудинская Г.П. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Сов. радио, 1979. 374 с.

EN: G. T. Markov, B. M. Petrov, and G. P. Grudinskaya, *Electrodynamics and Propagation of Radio Waves*. Moscow: Sov. Radio, 1979. (In Russ.)

RU: Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-Isotropic Media / I.V. Lindell [et al.]. London: Artech House, 1994. 291 p.

EN: I. V. Lindell et al., *Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-Isotropic Media*. London: Artech House, 1994.

– Патенты должны присылаться с указанием авторов, названия, номера патента, даты опубликования:

RU: Патент RU 2402812 C1. Мультичастотная радиометка резонансного типа / В.А. Неганов, А.М. Плотников, К. Сеоно; 27.10.2010.

EN: V. A. Neganov, A. M. Plotnikov, and K. Seono "Multi-frequency rfid-tag of resonant type," RU Patent RU 2 402 812 C1, Dec. 27, 2010. (In Russ.)

Материалы, сопровождаемые актом экспертизы о возможности опубликования, сопроводительным письмом (составленное в свободной форме и подписанное всеми авторами) и согласием на обработку и публикацию персональных данных каждого соавтора, представляются в редакцию через форму на сайте журнала или на e-mail: klyuevd@yandex.ru.

Рукописи, в которых не соблюдены данные правила, возвращаются авторам без рассмотрения.

Редакция не ставит в известность авторов об изменениях и сокращениях рукописи, имеющих редакционный характер и не затрагивающих принципиальных вопросов.

Полные требования к оформлению статьи и шаблон
можно найти на сайте <https://journals.ssau.ru/pwp/about/submissions>