ISSN 1810-3189 (print)
ISSN 2782-294X (online)
Подписной индекс 72674

**ФИЗИКА ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ
И РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ**

**PHYSICS OF WAVE PROCESSES
AND RADIO SYSTEMS**

2024

**Том 27 | Vol. 27
№ 1 | No. 1**

**ФИЗИКА ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ
И РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ**
**PHYSICS OF WAVE PROCESSES
AND RADIO SYSTEMS**

Периодическое печатное издание, журнал
2024. Том 27, № 1 (105)

Журнал включен в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук.

Журнал включен в библиографические базы данных ВИНТИ (<http://www.viniti.ru>), ULRICHS Periodical Directory (<http://www.ulrichsweb.com>), РИНЦ (<https://www.elibrary.ru>) и DOAJ (<https://doaj.org>).

Учредители и издатели журнала:

федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева»
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики»

Главный редактор:

д.ф.-м.н., проф. *Клюев Д.С.*
Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики (г. Самара, Россия)

Зам. главного редактора:

д.ф.-м.н., проф. *Ивахник В.В.*
Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева (г. Самара, Россия)

Редакционная коллегия:

д.ф.-м.н., проф. *Бобрешов А.М.*
Воронежский государственный университет (г. Воронеж, Россия)

д.т.н., проф. *Бузов А.Л.*
АО «Самарское инновационное предприятие радиосистем» (г. Самара, Россия)

проф. *Ван Лил Э.*
Лёвенский католический университет (г. Лёвен, Бельгия)

д.т.н., проф. *Волобуев А.Н.*
Самарский государственный медицинский университет (г. Самара, Россия)

д.т.н., проф. *Воскресенский Д.И.*
Московский авиационный институт (государственный технический университет) (г. Москва, Россия)

акад. РАН, д.ф.-м.н., проф. *Гуляев Ю.В.*
Институт радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова РАН (г. Москва, Россия)

д.т.н., проф. *Дмитриков В.Ф.*
Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций
имени проф. М.А. Бонч-Бруевича (г. Санкт-Петербург, Россия)

член-корр. РАН, д.ф.-м.н., проф. *Иванов Д.В.*
Поволжский государственный технологический университет (г. Йошкар-Ола, Россия)

д.ф.-м.н., проф. *Ильинский А.С.*
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова (г. Москва, Россия)

д.т.н., проф. *Кузаев Г.А.*
Норвежский университет естественных и технических наук (г. Тронхейм, Норвегия)

д.т.н., проф. *Мещанов В.П.*
Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского (г. Саратов, Россия)

д.т.н., проф. *Морозов Г.А.*
Казанский национальный исследовательский технический университет имени А.Н. Туполева (г. Казань, Россия)

д.т.н., проф. *Морозов О.Г.*
Казанский национальный исследовательский технический университет имени А.Н. Туполева (г. Казань, Россия)

д.ф.-м.н. *Нещерет А.М.*

АО «Самарское инновационное предприятие радиосистем» (г. Самара, Россия)

акад. РАН, д.ф.-м.н., проф. *Никитов С.А.*

Институт радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова РАН (г. Москва, Россия)

д.ф.-м.н., доц. *Осипов О.В.*

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики (г. Самара, Россия)

д.т.н., проф. *Пономарев Л.И.*

Московский авиационный институт (государственный технический университет) (г. Москва, Россия)

д.ф.-м.н., проф. *Потапов А.А.*

Институт радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова РАН (г. Москва, Россия)

лект. *Сидоров К.А.*

Кардиффский университет (г. Кардифф, Великобритания)

д.ф.-м.н., проф. *Чернокожин Е.В.*

Тель-Авивский университет (г. Тель-Авив, Израиль)

д.ф.-м.н., проф. *Черняков М.С.*

Бирмингемский университет (г. Бирмингем, Великобритания)

Ответственный секретарь:

д.ф.-м.н., доц. *Табаков Д.П.*

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики (г. Самара, Россия)

Выпускающий редактор: *Мурзинова Т.А.*

Лит. редактирование и корректура: *Мурзиновой Т.А.*

Информация на английском языке: *Стрельникова М.С.*

Компьютерный набор и верстка: *Градинарь И.М.*

Адрес редакции:

443010, Россия, Самарская обл., г. Самара, ул. Льва Толстого, д. 23

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, к. 342

Тел. (846) 339-11-21, e-mail: klyuevd@yandex.ru

URL: <https://journals.ssau.ru/pwp>

Адрес издателя:

443086, Россия, Самарская обл., г. Самара, Московское шоссе, д. 34, корп. 22а, 312б,

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева,

Центр периодических изданий Самарского университета.

Тел. (846) 334-54-06, e-mail: murzinova.tatjana@yandex.ru

Издается с 1998 г. Выходит 1 раз в квартал.

Издание зарегистрировано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций, регистрационный номер серии – ПИ № ФС 77-68199 от 27.12.2016

Подписной индекс 72674 в объединенном интернет-каталоге «Пресса России»

Все статьи распространяются по лицензии Creative Commons «Attribution» («Атрибуция»)

4.0 Всемирная. Для подробной информации посетите <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0>

© Самарский национальный исследовательский университет

имени академика С.П. Королева, 2024

© Поволжский государственный университет

телекоммуникаций и информатики, 2024

Подписано в печать 27.03.2024. Дата выхода в свет 29.03.2024

Формат 60 × 84/8. Бумага офсетная. Печать офсетная. Печ. л. 14,25

Цена свободная. 0+. Тираж 100 экз. Заказ №

Отпечатано с готового оригинала-макета в типографии Самарского университета

443086, Российская Федерация, г. Самара, Московское шоссе, 34.

URL: <https://ssau.ru/info/struct/otd/common/edit>

**FIZIKA VOLNOVYH PROCESSOV
I RADIOTEHNIČESKIE SISTEMY
PHYSICS OF WAVE PROCESSES
AND RADIO SYSTEMS**

Periodical Printed Publication, Journal

2024, vol. 27, no. 1 (105)

The journal is included by the Higher Attestation Commission into the List of leading scientific journals and publications in the Russian Federation, where basic scientific results of doctoral theses should be published (Bulletin of the Higher Attestation Commission of the Ministry of Education and Science).

The journal is included in bibliographic databases VINITI (<http://www.viniti.ru>), ULRICHS Periodical Directory (<http://www.ulrichsweb.com>), RSCI (<https://www.elibrary.ru>), and DOAJ (<https://doaj.org>).

Journal Founders and Publishers

Samara National Research University

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics

Editor in Chief:

prof. *D.S. Klyuev*

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics (Samara, Russia)

Deputy Chief Editor:

prof. *V.V. Ivakhnik*

Samara National Research University (Samara, Russia)

Editorial Board:

prof. *A.M. Bobreshov*

Voronezh State University (Voronezh, Russia)

prof. *A.L. Buzov*

Samara Innovative Business Radio Systems (Samara, Russia)

prof. *M.S. Cherniakov*

University of Birmingham (Birmingham, UK)

prof. *E.V. Chernokozhin*

Tel Aviv University (Tel Aviv, Israel)

prof. *V.F. Dmitrikov*

The Bonch-Bruевич Saint Petersburg State University of Telecommunications (Saint Petersburg, Russia)

academician of RAS, prof. *Yu.V. Gulyaev*

Institute of Radio Engineering and Electronics of the RAS (Moscow, Russia)

prof. *A.S. Ilyinsky*

Lomonosov Moscow State University (Moscow, Russia)

corresp. member of RAS, prof. *D.V. Ivanov*

Volga State University of Technology (Yoshkar-Ola, Russia)

prof. *G.A. Kouzaev*

Norwegian University of Science and Technology (Trondheim, Norway)

prof. *V.P. Meshchanov*

Saratov State University (Saratov, Russia)

prof. *G.A. Morozov*

Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI (Kazan, Russia)

prof. *O.G. Morozov*

Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI (Kazan, Russia)

A.M. Neshcheret

Samara Innovative Business Radio Systems (Samara, Russia)

academician of RAS, prof. *S.A. Nikitov*

Institute of Radio Engineering and Electronics of the RAS (Moscow, Russia)

asst. prof. *O.V. Osipov*

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics (Samara, Russia)

prof. *L.I. Ponomarev*

Moscow Aviation Institute (State Technical University) (Moscow, Russia)

prof. *A.A. Potapov*

Institute of Radio Engineering and Electronics of the RAS (Moscow, Russia)

PhD, lecturer *K.A. Sidorov*

Cardiff University (Cardiff, UK)

prof. *E. Van Lil*

KU Leuven (Leuven, Belgium)

prof. *A.N. Volobuev*

Samara State Medical University (Samara, Russia)

prof. *D.I. Voskresensky*

Moscow Aviation Institute (State Technical University) (Moscow, Russia)

Executive Editor:

asst. prof. *D.P. Tabakov*

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics (Samara, Russia)

Commissioning Editor: *T.A. Murzinova*

Proofreading: *T.A. Murzinova*

Language Editor: *M.S. Strelnikov*

Typesetting: *I.M. Gradinar*

Editorial Office: 23, L. Tolstoy St., Rm. 342, Samara, 443010, Samara Region, Russia

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatic.

Tel. (846) 339-11-21, e-mail: klyuevd@yandex.ru

URL: <https://journals.ssau.ru/index.php/pwp>

Publisher Office: 34, bldg. 22a, Moskovskoye shosse, rm. 312b,

Samara, 443086, Samara Region, Russia, Samara National Research University,

Center of Periodical Publications of Samara University.

Tel. (846) 334-54-06, e-mail: murzinova.tatjana@yandex.ru

Published since 1998. Frequency 1 time a quarter.

Edition is registered by The Federal Service for Supervision of Communications,

Information Technology, and Mass Media – PI N° FS 77-68199 of 27.12.2016

Subscription index in the united internet-catalog «Press of Russia» 72674

All articles are licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 International License.

For more information, see <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0>

© Samara National Research University, 2024

© Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, 2024

Содержание

Анатолий Серафимович Ильинский (13 августа 1939 г. – 23 января 2024 г.).....	7
<i>К.М. Зейде</i> Взаимное действие эффектов естественной бианизотропии и искусственной киральности среды на распространение электромагнитных волн	9
<i>И.И. Бородина, В.В. Яцышен</i> Частотная зависимость групповой скорости поверхностных поляритонов в одноосном кристалле типа вюрцита.....	19
<i>Е.К. Башкиров</i> Перепутывание сверхпроводящих зарядовых кубитов при наличии среды Керра	26
<i>А.А. Головков</i> Параметрический синтез различных радиоустройств с заданным количеством каскадов типа «резистивный четырехполюсник – нелинейная часть».....	35
<i>А.А. Головков</i> Параметрический синтез различных радиоустройств с заданным количеством каскадов типа «смешанный четырехполюсник – нелинейная часть»	48
<i>С.И. Бойчук</i> Математическая модель антенно-волноводного тракта с разделением сигналов по поляризации – частоте	61
<i>А.С. Койгеров, П.А. Туральчук, М.М. Деркач, С.С. Андрейчев</i> Пассивные полосовые фильтры для современных систем связи СВЧ-диапазона	71
<i>Ю.Г. Пастернак, В.А. Пендюрин, Д.К. Проскурин, К.С. Сафонов</i> Антенная решетка из волноводных элементов с диэлектрическими фазирующими секциями.....	89
<i>Д.В. Мишин, А.А. Гладких, В.И. Кутузов, А.Л.Х. Аттаби</i> Исследование процессов когнитивной обработки данных в системах радиосвязи с перестановочным декодированием	103
К сведению авторов	113

Contents

Anatoly Serafimovich Ilyinsky (13 August 1939 – 23 January 2024).....	7
<i>Kirill M. Zeyde</i> Reciprocal action of natural bianisotropy and artificial chirality on electromagnetic propagation in medium.....	9
<i>Irina I. Borodina, Valeriy V. Yatsishen</i> Frequency dependence of the group velocity of surface polaritons in a single-axle crystal of the Würците type	19
<i>Eugene K. Bashkirov</i> Entanglement between two charge qubits taking account the Kerr media.....	26
<i>Alexander A. Golovkov</i> Parametrical synthesis of various radio devices with the set quantity of cascades of type «the resistive two-port network – the nonlinear part»	35
<i>Alexander A. Golovkov</i> Parametrical synthesis of various radio devices with the set quantity of cascades of type «the mixed two-port network – nonlinear part».....	48
<i>Sergey I. Boychuk</i> Mathematical model of an antenna-waveguide path with signal separation by polarization – frequency	61
<i>Aleksey S. Koigerov, Pavel A. Turalchuk, Mikhail M. Derkach, Sergey S. Andreychev</i> Passive bandpass filters for modern microwave communication systems	71
<i>Yuri G. Pasternak, Vladimir A. Pendiurin, Dmitry K. Proskurin, Kirill S. Safonov</i> Antenna array of waveguide elements with dielectric phasing sections	89
<i>Dmitry V. Mishin, Anatoly A. Gladkikh, Vladislav I. Kutuzov, Aqeel Latif Khudair Attaby</i> Research of cognitive data processing in radio communication systems with permutation decoding.....	103
Information for authors	113

Ушел из жизни
Анатолий Серафимович Ильинский
(13 августа 1939 г. – 23 января 2024 г.)

Anatoly Serafimovich Ilyinsky
(13 August 1939 – 23 January 2024)
passed away

23 января 2024 г. ушел из жизни член редколлегии журнала «Физика волновых процессов и радиотехнические системы» Анатолий Серафимович Ильинский.

А.С. Ильинский родился в 1939 г. в г. Москве. В 1962 г. окончил физический факультет МГУ. После окончания университета он поступил в аспирантуру физического факультета на кафедру математики и одновременно начал работать в Вычислительном центре МГУ. С 1962 г. вся дальнейшая научная, педагогическая и общественная жизнь А.С. Ильинского связана с Московским университетом.

В 1966 г. защитил кандидатскую диссертацию по теме: «Распространение электромагнитных волн в нерегулярных волноводах переменного сечения», а в 1974 г. – докторскую диссертацию «Численные методы исследования задач дифракции на периодических структурах и в неоднородных средах».

С 1965 г. преподавал в Московском университете. С 1977 г. – профессор кафедры вычислительной математики, с 1982 г. – профессор кафедры математической физики, в 1969 г. стал заведующим лабораторией вычислительной электродинамики факультета ВМК МГУ. Основные научные интересы А.С. Ильинского были связаны с математическим моделированием процессов распространения, излучения, рассеяния и дифракции электромагнитных волн. Им опубликовано более 450 научных работ, в том числе 10 монографий, вышедших как в нашей стране, так и за рубежом. Имеет 10 авторских свидетельств и патентов на изобретения.

А.С. Ильинский за цикл работ по математической теории проектирования антенных систем различного назначения был отмечен Государственной премией СССР в 1976 г. Его работы по созданию и внедрению методов математического моделирования в электродинамике были отмечены в 1986 г. премией Минвуза СССР I степени. Под его руководством была разработана Библиотека прикладных программ по электродинамике, за которую А.С. Ильинский был удостоен премии Совета министров СССР 1986 г.

Анатолий Серафимович много сил отдавал воспитанию и подготовке научных кадров. С 1965 г. он преподавал в МГУ. За время преподавания им были прочитаны курсы лекций по дифференциальным уравнениям, численным методам, истории и методологии прикладной математики. В последнее время он читал специальные курсы лекций по математическим моделям в естествознании, вариационным методам в математической физике, численным методам решения интегральных и функциональных уравнений. А.С. Ильинский являлся научным руководителем 32 кандидатских диссертаций, из его учеников шестеро стали докторами наук. В 1997 г. ему было присвоено почетное звание «Заслуженный профессор Московского университета», был награжден юбилейным нагрудным знаком «250 лет МГУ им. М.В. Ломоносова» (2004 г.).

Научная и педагогическая работа А.С. Ильинского получила высокое признание в стране. Ему в 1991 г. было присвоено звание «Заслуженный деятель науки и техники РСФСР». Анатолий Серафимович награжден Почетной грамотой Минвуза СССР (1981 г.), орденом «Знак Почета» (1981 г.), тремя серебряными медалями ВДНХ СССР (1980 г., 1985 г., 1986 г.), медалями «Ветеран труда» (1988 г.), «В память 850-летия Москвы» (1997 г.), медалью ордена «За заслуги перед Отечеством» II степени (2003 г.).

А.С. Ильинский вел большую научно-организаторскую работу, являясь членом редколлегии журнала «Радиотехника и электроника». Долгое время был членом редколлегии «Вестника Московского университета. Серия 15. Вычислительная математика и кибернетика», американского журнала «Electromagnetics». Входил в состав Редколлегии журнала «Физика волновых процессов и радиотехнические системы».

**Выражаем глубокие соболезнования родным, близким,
ученикам и коллегам Анатолия Серафимовича Ильинского**

Взаимное действие эффектов естественной бианизотропии и искусственной киральности среды на распространение электромагнитных волн

К.М. Зейде

Университет Генуи
16145, Италия, г. Генуя,
Via Opera Pia, 11a

Аннотация – Обоснование. В настоящей статье рассматриваются взаимные действия специфических эффектов среды на распространяющиеся в ней электромагнитные волны. Объектом исследования стал движущийся диэлектрик, который в состоянии покоя проявляет бианизотропные свойства, т. е. является синтетическим материалом, в частности киральным с Ω -частицами. Бианизотропные материальные уравнения являются наиболее общими для описания эффектов взаимодействия сложной среды с электромагнитным излучением. Их изучение и анализ оказываются заметной научной проблемой. Естественная бианизотропия является свойством природных сред, находящихся в особых условиях (состояние движения, внутренние токи и диффузионные процессы), тогда как искусственная бианизотропия суть неотъемлемое свойство самого синтетического материала (композитного материала, материала с различными метачастицами). **Цель.** Обобщение уже имеющихся данных и на их основе получение аналитических выражений, которые могут быть затем эффективно использованы для планирования натурального эксперимента, а также создания новых вычислительных техник для решения прямых и обратных задач дифракции электромагнитных волн. **Методы.** В данной работе применяются аналитические методы для получения результирующих выражений общего вида. **Результаты.** Было выделено три класса эффектов, которые обладают заметным взаимным действием друг на друга: гиротропия, пространственная и временная дисперсии. В статье было показано, что гиротропность среды обладает не только простым аддитивным эффектом, но и при некоторых, специфических условиях может быть связана с эмерджентностью системы. **Заключение.** Взаимное действие пространственной дисперсии движущейся киральной среды в целом имеет разные масштабы по дальности. Была исследована временная дисперсия, которая не обладает простым аддитивным свойством, потому что даже изотропная среда при ее движении приобретает принципиально новые материальные свойства бианизотропии.

Ключевые слова – бианизотропия; киральность; гиротропия; пространственная и временная дисперсия; движущаяся среда; распространение электромагнитных волн; эмерджентность.

Введение

Однородный и изотропный в состоянии покоя диэлектрик при взаимодействии с внешним электромагнитным полем, пребывая в состоянии движения, начинает демонстрировать бианизотропные материальные свойства [1; 2]. Этот хорошо известный, описанный во многих трудах факт обладает как теоретической, так и практической значимостью [3–5]. Детектирование слабой бианизотропии суть ряда новых методов бесконтактной дефекто- и структуроскопии, о чем также указывается в приведенных выше материалах.

В подавляющем количестве работ по изучению электромагнитных свойств движущейся диэлектрической изотропной среды, применяется тот или иной эквивалентный переход к статическому случаю, т. е. задача равносильно (или с аппроксимациями) формулируется для частотной области анализа. Так, метод RFT (rest frame theory), применяющийся при решении задач дифракции [6], является неравносильным переходом; дополненная

интерпретационная модель равносильного перехода описана в [7] – в ней необходимо учитывать время установления бианизотропных материальных свойств. Была также отмечена возможность использования метода обобщенного эйконала при решении задач дифракции и распространения электромагнитных волн в движущихся изотропных средах [8–10]. В диссертации [11] доказывается справедливость применения т. н. метода раскручивания, что фактически является обратным переходом от статической задачи к динамической – противоположный переход также возможен.

В контексте данной работы естественная бианизотропия является свойством природных сред, находящихся в особых условиях, тогда как искусственная бианизотропия суть неотъемлемое (и зачастую определяющее) свойство самого синтетического материала [12]. Как указывалось выше, наиболее распространенным методом получения естественной бианизотропии выступает просто инициация движения любой диэлектрической среды. Классическим примером является движе-

ние сплошной среды, например жидкости (чаще всего воды) или газа [5]. Другим распространенным примером природной бианизотропии является дрейфующая плазма [4; 6; 11]. Искусственная бианизотропия объединяет собой множество новых функциональных синтетических материалов: композитные материалы, метаматериалы, материалы с Ω -частицами и т. д. [12]. В дополнение укажем, что природная бианизотропия во всех случаях будет проявлением движения заряженных частиц в среде. Кроме непосредственного движения самой среды бианизотропия может быть результатом протекания микротоков в неидеальных диэлектриках, диффузии заряженных частиц в нем или механической деформации.

В данной работе рассматривается взаимное действие эффектов естественной и искусственной бианизотропии в контексте их аддитивного влияния и возможной эмерджентности в выбранной системе отсчета (СО). Объектом для настоящего исследования служит движущаяся среда, которая в состоянии покоя уже проявляет бианизотропные свойства. Целью работы стало обобщение уже имеющихся данных и на их основе получение аналитических выражений, которые могут быть затем эффективно использованы для планирования натурального эксперимента, создания новых вычислительных техник для решения прямых и обратных задач дифракции электромагнитных волн.

1. Формулировка проблемы

В [3] приводится классический вывод материальных уравнений для движущейся однородной изотропной среды в лабораторной СО. Алгоритм сводится к записи материальных условий для диэлектрика в движущейся СО, а затем с использованием преобразования Лоренца для полей и источников осуществляется переход к материальным уравнениям Максвелла – Минковского. В простейшем случае в движущейся СО диэлектрик является однородным и изотропным, т. е.

$$\begin{aligned} \mathbf{D}' &= \varepsilon \mathbf{E}', \\ \mathbf{B}' &= \mu \mathbf{H}', \\ \mathbf{j}' &= \sigma \mathbf{E}'. \end{aligned} \quad (1)$$

Если к (1) применить преобразования Лоренца для полей (линейная скорость движения среды обозначена $\mathbf{v}$), то:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}' &= \mathbf{E}_{\parallel} + \alpha (\mathbf{E}_{\perp} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}), \\ \mathbf{B}' &= \mathbf{B}_{\parallel} + \alpha \left(\mathbf{B}_{\perp} - \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{E}}{c^2} \right), \end{aligned} \quad (2)$$

$$\mathbf{D}' = \mathbf{D}_{\parallel} + \alpha \left(\mathbf{D}_{\perp} + \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{H}}{c^2} \right),$$

$$\mathbf{H}' = \mathbf{H}_{\parallel} + \alpha (\mathbf{H}_{\perp} - \mathbf{v} \times \mathbf{D}).$$

И для источников:

$$\rho' = \alpha \rho - \frac{\alpha \mathbf{v} \mathbf{j}}{c^2}, \quad (3)$$

$$j'_{\perp} = j_{\perp},$$

$$j'_{\parallel} = \alpha j_{\parallel} - \alpha v \rho.$$

С учетом того, что в (2) и (3):

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (4)$$

$$\beta = \frac{v}{c},$$

получим известную запись:

$$\mathbf{D} + \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{H}}{c^2} = \varepsilon (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (5)$$

$$\mathbf{B} - \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{E}}{c^2} = \mu (\mathbf{H} - \mathbf{v} \times \mathbf{D}),$$

$$\mathbf{j} = v \rho + \frac{\sigma}{\alpha} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}).$$

В (5) мы учли, что $\mathbf{Z}_{\parallel} + \alpha \mathbf{Z}_{\perp} = \mathbf{Z}$, где $\mathbf{Z}$ – произвольный вектор, участвующий в трансформации.

Если в штрихованной системе отсчета покоится анизотропная среда, электродинамические параметры которой определяются через матрицы $\bar{\varepsilon}$ и $\bar{\mu}$, то (5) сохраняет свой вид *mutatis mutandis*. Более интересный случай рассматривается в работе [13]. Материальные уравнения в штрихованной системе отсчета выглядят следующим образом:

$$\mathbf{D}' = (\varepsilon + \mu \xi^2) \mathbf{E}' + j \mu \xi \mathbf{H}', \quad (6)$$

$$\mathbf{B}' = \mu \mathbf{H}' - j \mu \xi \mathbf{E}'.$$

Система уравнений (6) есть материальные выражения для киральной биизотропной среды с коэффициентом киральности ξ . Применим (2) к (6):

$$\mathbf{D} + \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{H}}{c^2} = \varepsilon (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \quad (7)$$

$$+ \mu \xi \left[\xi (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) + j (\mathbf{H} - \mathbf{v} \times \mathbf{D}) \right],$$

$$\mathbf{B} - \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{E}}{c^2} = \mu (\mathbf{H} - \mathbf{v} \times \mathbf{D}) - j \mu \xi (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}).$$

Аналогичным образом может быть получена запись материальных уравнений для бианизотропной среды, главным отличием которых от показанных в (6) и (7) является то, что электродинамические параметры среды определяются через матрицы $\bar{\varepsilon}$ и $\bar{\mu}$ (см. [13]). В данной статье мы ограничимся данным уровнем описания, так как вы-

вод этих уравнений не является целью настоящей работы.

Вместе с характерными граничными условиями и микроскопическими уравнениями Максвелла материальные уравнения (7) могут быть использованы для аналитического решения дифракционной задачи, как это было сделано в [14]. В этой работе нас интересуют электродинамические характеристики среды, поэтому мы нацелены в первую очередь на получение постоянной распространения электромагнитных волн в ней. Для простейшего случая (5) это было сделано, например, в [11; 15; 16]. В [9] приведено обобщение для учета действующих в системе сил инерции. Постоянная распространения может быть использована для получения уравнения эйконала [10]. Так, в работе [17] предлагается подход получения индекса рефракции движущейся бианизотропной среды (в частности, плазмы) через вектор поляризуемости среды, включенный в состав уравнений Максвелла.

Имея выражения (7), используем классический подход, описанный в [15]. Применяем уравнения Максвелла – Минковского

$$\nabla \times \mathbf{E} = j\omega \mathbf{B}, \quad (8)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = -j\omega \mathbf{D} + \mathbf{J},$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho,$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

к (7):

$$\nabla \times \mathbf{H} = -j\omega \left[\varepsilon (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \right. \quad (9)$$

$$\left. + \mu \xi \left[\xi (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) + j (\mathbf{H} - \mathbf{v} \times \mathbf{D}) \right] - \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{H}}{c^2} \right] + \mathbf{J},$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = j\omega \left[\mu (\mathbf{H} - \mathbf{v} \times \mathbf{D}) - j\mu \xi (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{H}}{c^2} \right].$$

Искомое волновое уравнение может быть получено и из системы (9), однако кажется проще применить уравнения (8) сначала к штрихованной системе отсчета (6), найти волновое уравнение в движущейся системе, а затем перейти к лабораторной через преобразования Лоренца (2) и (3). Такой порядок действий был использован, например, в [18]. Вывод уравнения Гельмгольца для рассматриваемого случая приведен в приложении.

2. Статическая бианизотропия и эффекты киральности

Бианизотропные материальные уравнения являются наиболее обобщенными для описания

эффектов взаимодействия среды с электромагнитным излучением. Детальный обзор всех возникающих в процессе распространения ЭМВ в таких средах эффектов предложен в [19]. В данном разделе мы рассматриваем эффекты в неподвижной СО, таким образом, материал [10] в незначительной степени утрачивает свою общность по части некоторых наблюдаемых нематериальных эффектов. Тем не менее мы выделим ряд явлений, которые находятся в области изучения электродинамики движущихся сред [10]. Таковыми являются: гиротропность, пространственная и временная дисперсия. Ковариантная форма материальных уравнений для бианизотропной среды приведена в [20].

На основе статической гиротропности среды в работе [21] было предложено изучать ее бианизотропные свойства. Близкое по смыслу исследование описано в [22], где приведено аналитическое решение дифракционной задачи. Рассеянное от гиротропной среды электрическое поле может быть представлено в виде

$$\mathbf{E}^{sc} = e^{j\gamma z} E_0 \left[\hat{x} \cos(\beta_g z) - \hat{y} \sin(\beta_g z) \right]. \quad (10)$$

Выражение (10) описывает рассеянное поле при распространении падающего линейно поляризованного поля с амплитудой E_0 вдоль оси z . Величина $\beta_g = \xi\omega$. Таким образом, аргументом тригонометрических функций являются угол поворота плоскости поляризации, т. е. магнитуда гиротропного эффекта $\theta = \beta_g z$. Очевидно, что угол поворота плоскости поляризации зависит от оптического пути, пройденного волной внутри гиротропной среды. Постоянная распространения здесь и далее обозначена γ .

Пространственная дисперсия проявляется в нарушении пространственной локальности поведения электромагнитного излучения в среде. Нарушение локальности обнаруживается на малых масштабах дальности [23] и описывается на уровне составных частиц кирального вещества. Пространственная дисперсия в естественных средах характерна для плазмы [24; 25], которая, как уже было отмечено выше, является классическим примером бианизотропного вещества [17].

Условие нарушения локальности в неподвижной СО может быть получено напрямую из (6), применяя (8) для циркуляции полей:

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} + \zeta \left[\varepsilon \nabla \times \mathbf{E} - j \xi \nabla \times \mathbf{H} \right], \quad (11)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} + \zeta \left[\mu \nabla \times \mathbf{H} + j \xi \nabla \times \mathbf{E} \right],$$

$$\zeta = \frac{\xi}{\omega \left[\left(\frac{\gamma}{\omega} \right)^2 - \xi^2 \right]}.$$

Из (11) видно, что материальные параметры зависят не только от падающих полей, но и от их пространственных производных, что определяет пространственную дисперсию среды [19]. Магнитуда этого эффекта определяется величиной ζ , которая зависит от коэффициента киральности среды и циклической частоты распространяющейся волны. С ростом частоты магнитуда эффекта пространственной дисперсии уменьшается, потому что чем меньше длина волны, тем все меньший масштаб элементов среды вовлекается в процессы, описывающие условия ее распространения в ней.

Временная дисперсия более характерное и распространённое явление, в том числе для изотропных сред, особенно при их анализе в широком диапазоне частот. Наиболее часто временная дисперсия описывается функцией зависимости $\gamma(\omega)$ и объясняется множеством причинностных моделей [26; 27] в рамках выражения Крамерса – Кроинга [28; 29].

3. Взаимное действие эффектов

В данном разделе мы рассматриваем движущуюся среду, которая в состоянии покоя также демонстрирует бианизотропные свойства. Наиболее ярким примером такого объекта исследования является либо жидкий киральный диэлектрик, находящийся в состоянии движения сплошной среды, либо жесткая осесимметричная диэлектрическая матрица с Ω -частицами, находящаяся в состоянии вращательного движения. В обоих случаях граница рассеяния на объекте не изменяется с течением времени.

Вначале рассмотрим эффект гиротропии среды. Запишем уравнение Коши – Гельмгольца линейной скорости малой частицы внутри движущейся сплошной среды:

$$\mathbf{v}_a = \mathbf{v} + \frac{1}{2} \text{rot } \mathbf{v} \times \mathbf{r} + \hat{D} \mathbf{r}, \quad (12)$$

где $\hat{D}$ – тензор скорости деформации. Если мы предположим, что линейная скорости движения среды всюду постоянна как по величине, так и по направлению, тогда $\mathbf{v}_a = \mathbf{v}$. В этом случае эффект естественной гиротропии отсутствует и поворот плоскости поляризации соответствует статическому случаю. Этот факт подтверждается в [8; 30].

Поворот плоскости поляризации электромагнитной волны, распространяющейся в движущемся изотропном диэлектрике, есть [8]:

$$\theta = \int \frac{\epsilon\mu - 1}{cn} \left[\text{rot } \mathbf{v} - \frac{1}{2} \mathbf{s} \text{rot } \mathbf{v} \right] ds. \quad (13)$$

С учетом того, что $\frac{1}{2} \text{rot } \mathbf{v} = \mathbf{\Omega}$, где $\mathbf{\Omega}$ есть угловая скорость движения среды, которая в указанном случае по условию равна нулю, из (13) следует, что угол поворота плоскости поляризации также равен нулю. Укажем, что в (13) интегрирование ведется по лучевому вектору $\mathbf{s}$, что может соответствовать пройденному оптическому пути в гиротропной среде. Можем отметить, что гиротропия проявляется только в том случае, когда движущаяся среда обладает ненулевым вектором ускорения. Это утверждение полностью согласуется с общей теорией относительности [31; 32].

Если же мы рассматриваем реальное движение жидкости в трубах, особенно турбулентное, то, естественно, введенное выше условие не выполняется ($\mathbf{\Omega} \neq 0$). На основании этого мы можем сделать два важных вывода.

1. Турбулентно движущаяся сплошная киральная среда проявляет свойства как естественной, так и искусственной гиротропии. С учетом (10) и (13) можем записать результат простого аддитивного взаимного действия:

$$\theta = z \left[\xi\omega + \frac{\Omega(\epsilon\mu - 1)}{2cn} \right]. \quad (14)$$

Выражение (14) хорошо иллюстрирует аддитивное действие. В скобках у нас имеется непосредственная сумма магнитуд целевого эффекта, вызванного искусственной и естественной бианизотропией.

2. Учитывая, что выражение (12) описывает скорость частицы в турбулентном потоке, логично предположить, что при определенных условиях, которые должны быть рассмотрены отдельно, Ω -частица среды может испытывать момент силы в потоке, что приведет к ее вращательному движению с угловой скоростью, пропорциональной Ω , а также к возможной деформации. Эффект вращения и деформации метачастицы на распространяющееся электромагнитное поле в среде требует отдельного изучения. Для такого изучения необходимо применение (вероятно, и разработка) новых численных методик моделирования. Одним из возможных подходов к многомасштабному моделированию динамики отдельных частиц в движущейся среде является метод

дискретных элементов. Он уже был применен для анализа электрофизических свойств движущейся жидкости с мелкодисперсионным металлическим порошком в ее потоке [33]. Возможно, такая динамика метачастиц в среде может проявить себя в эмерджентности системы. В данном контексте нас не интересуют эффекты временной области, так как они не связаны с бианизотропными свойствами среды. Тем не менее мы можем прогнозировать переход среды в принципиально новое состояние, при котором движущаяся киральная среда обладает еще и произвольно вращающимися метачастицами.

Если теперь мы будем рассматривать жесткую осесимметричную диэлектрическую матрицу, в которую помещены и зафиксированы в своих положениях метачастицы, тогда мы вновь будем иметь дело с простым аддитивным эффектом. Мы можем с определенной степенью условности и в этом случае применить формулу (12), но уже для общей цели. Так, линейная скорость цели есть произведение ее угловой скорости на радиус цели. Угол поворота плоскости поляризации также может быть получен из (14). Детальные выражения для случая вращения твердого тела приведены в [9; 11; 16].

Следующий эффект, взаимное действие которого мы рассмотрим, это пространственная дисперсия движущейся киральной среды. Аналогично тому, как было получено выражение (11), мы можем получить материальные уравнения в движущейся СО, применяя (8) к (7) для циркуляции полей. Тем не менее более показательно развернуть формулу для магнитуды этого эффекта, приведенную в (11). В нее входит постоянная распространения, которая для случая движущейся киральной среды является результатом решения волнового уравнения, показанного в приложении. Это решение аналогично описанному в [11; 14; 15; 18]. Используя нотацию теории возмущений, можем записать:

$$\zeta = \frac{\xi}{\left[\left(\frac{[\gamma^0 + \gamma^1]}{\omega} \right)^2 - \xi^2 \right]} \quad (15)$$

Для получения (15) мы приняли, что состояние движения среды является малым возмущением состояния всей системы, таким образом, величина с надстрочным индексом «0» есть величина, определяемая в неподвижной СО, тогда как величина с надстрочным индексом «1» есть величина,

определяемая в движущейся СО. Из формулы (15) видно, что пространственная дисперсия обладает аддитивным эффектом в части постоянной распространения электромагнитных волн в движущейся киральной среде.

Здесь оказывается важно разделить масштабы рассмотрения элементов среды. В масштабе рассмотрения динамики отдельной метачастицы киральной среды может быть описан эффект искусственной пространственной дисперсии, тогда как на масштабе рассмотрения динамики отдельного электрона в движущейся среде может быть описан эффект естественной пространственной дисперсии [34]. Моделирование динамики электрона во вращающейся системе отсчета описано в [35]. Аналогичным образом может быть получено решение для динамики Ω -частицы. В настоящем изучении нам важно лишь констатировать факт того, что эффекты пространственной дисперсии в движущемся киральном диэлектрике являются эффектами разных масштабов и требуют проведения многомасштабных исследований.

В работе [36] исследуется возможность описания среды движущегося диэлектрика через его индекс рефракции, что эквивалентно переходу к неподвижной СО, но с измененными параметрами диэлектрической и магнитной проницаемостей объекта (переход такой не может быть осуществлен мгновенно из-за инертности частиц среды [7]). Кроме всех прочих очевидных фактов такого перехода (изменение индекса рефракции среды, изменение оптической траектории, изменение угла между волновым вектором и вектором Пойтинга [37] и т. д.), это означает и изменение причинностной модели временной дисперсии среды. Возможной эмерджентностью системы может являться возникновение магнитных свойств движущегося диэлектрика ($\mu_r \neq 1$), который в состоянии покоя был немагнитным ($\mu_r = 1$). Здесь не ведется речь о возникновении магнитных полей, продуцируемых направленным движением заряженных частиц в среде. Для эквивалентного перехода в материальных уравнениях от изотропного к бианизотропному диэлектрику, как показано в [7], необходимо пересчитывать как диэлектрическую, так и магнитную проницаемости среды, причем они пропорционально связаны между собой через коэффициент бианизотропной связи.

Заключение

Обозначим далее наиболее значимые выводы настоящего исследования. Во-первых, в статье

было показано, что гиротропность среды обладает не только простым аддитивным эффектом, но и при некоторых специфических условиях может быть связана с эмерджентностью системы. Система может приобрести новые свойства, если метачастицы будут вовлечены в сложное движение вместе с движением самой среды. Во-вторых, взаимное действие пространственной дисперсии движущейся киральной среды в целом имеет разные масштабы по дальности: если искусственная пространственная дисперсия обнаруживается на уровне метачастиц, что может считаться мезоуровнем, то естественная пространственная дисперсия обнаруживается на уровне элементарных частиц – электронов. В этом контексте было предложено использование метода дискретных элементов для проведения многомасштабного вы-

числительного эксперимента. Это также означает, что пространственная дисперсия имеет аддитивный эффект только на постоянные распространения электромагнитных волн, а не на магнитуду целевого эффекта. Это связано с тем, что в данном случае может быть успешно применена теория возмущений, в рамках которой движение среды является малым возмущением состояния системы. В-третьих, была исследована временная дисперсия, которая не обладает простым аддитивным свойством, потому что даже изотропная среда при ее движении приобретает принципиально новые материальные свойства бианизотропии. Здесь также можно указать о возможной эмерджентности системы, в частности о появлении магнитных свойств среды, которая в состоянии покоя их не проявляла.

Приложение. Уравнение Гельмгольца для движущейся киральной биизотропной среды

Из первых двух уравнений (8) имеем:

$$\mathbf{B}' = \frac{\nabla \times \mathbf{E}'}{j\omega},$$

$$\mathbf{D}' = \frac{\mathbf{J}' - \nabla \times \mathbf{H}'}{j\omega}.$$

Теперь подставляем выраженные величины в (6):

$$\frac{\nabla \times \mathbf{E}'}{j\omega} = \mu \mathbf{H}' - j\mu\xi \mathbf{E}',$$

$$\frac{\mathbf{J}' - \nabla \times \mathbf{H}'}{j\omega} = \alpha \mathbf{E}' + j\mu\xi \mathbf{H}',$$

где $\alpha = \epsilon + \mu\xi^2$. Выражаем одну полевую величину через другую, например в первом уравнении предыдущей системы:

$$\mathbf{H}' = \frac{\nabla \times \mathbf{E}'}{j\omega\mu} + j\xi \mathbf{E}'.$$

Подставляем выраженную величину во второе уравнение системы:

$$\frac{\mathbf{J}' - \nabla \times \left[\frac{\nabla \times \mathbf{E}'}{j\omega\mu} + j\xi \mathbf{E}' \right]}{j\omega} = \alpha \mathbf{E}' + j\mu\xi \left[\frac{\nabla \times \mathbf{E}'}{j\omega\mu} + j\xi \mathbf{E}' \right].$$

Все последующие манипуляции направлены на упрощение волнового уравнения. Порядок действий для левой части может выглядеть следующим образом:

$$\frac{\mathbf{J}' - \nabla \times \left[\frac{\nabla \times \mathbf{E}'}{j\omega\mu} + j\xi \mathbf{E}' \right]}{j\omega} = \frac{\mathbf{J}' - \left[\frac{\nabla \times \nabla \times \mathbf{E}'}{j\omega\mu} + \nabla \times j\xi \mathbf{E}' \right]}{j\omega} = \frac{\mathbf{J}' - \left[\frac{\nabla \cdot (\nabla \cdot \mathbf{E}') - \nabla^2 \mathbf{E}'}{j\omega\mu} + \nabla \times j\xi \mathbf{E}' \right]}{j\omega}.$$

Для получения однородного уравнения исключим из системы внешние источники, таким образом, окончательная запись левой части есть:

$$-\frac{\nabla^2 \mathbf{E}'}{\omega^2 \mu} - \frac{\nabla \times \xi \mathbf{E}'}{\omega}.$$

Правая часть:

$$\alpha \mathbf{E}' + j\mu\xi \left[\frac{\nabla \times \mathbf{E}'}{j\omega\mu} + j\xi \mathbf{E}' \right] = \alpha \mathbf{E}' + \frac{\nabla \times \xi \mathbf{E}'}{\omega} - \mu\xi^2 \mathbf{E}' = \mathbf{E}' \left(\alpha - \mu\xi^2 \right) + \frac{\nabla \times \xi \mathbf{E}'}{\omega}.$$

Теперь приравниваем правую и левую часть, приводим к однородному виду и применяем (2) для перехода к лабораторной СО:

$$-\frac{\nabla^2 \cdot [\mathbf{E} + \alpha \cdot \mathbf{v} \times \mathbf{B}]}{\omega^2 \mu} - 2\xi \frac{\nabla \times [\mathbf{E} + \alpha \cdot \mathbf{v} \times \mathbf{B}]}{\omega} - (\alpha - \mu\xi^2) [\mathbf{E} + \alpha \cdot \mathbf{v} \times \mathbf{B}] = 0.$$

Полученное уравнение может быть далее упрощено с использованием (8), что в итоге приводит к окончательной записи однородного волнового уравнения.

Список литературы

1. Kong J.A. Image theory for bianisotropic media // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 1971. Vol. 19, no. 3. P. 451–452. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAP.1971.1139951>
2. Arnaud J.A., Saleh A.A.M. Theorems for bianisotropic media // Proceedings of the IEEE. 1972. Vol. 60, no. 5. P. 639–640. DOI: <https://doi.org/10.1109/PROC.1972.8711>
3. Van Bladel J. Relativity and Engineering. Vol. 15. Berlin: Springer-Verlag, 1984. 400 p.
4. Pastorino M., Raffetto M., Randazzo A. Electromagnetic inverse scattering of axially moving cylindrical targets // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 2015. Vol. 53, no. 3. P. 1452–1462. DOI: <https://doi.org/10.1109/TGRS.2014.2342933>
5. Zeyde K.M., Sharov V.V., Ronkin M.V. Guided microwaves electromagnetic drag over the sensitivity threshold experimental observation // WSEAS Transactions on Communications. 2019. Vol. 18. P. 191–205.
6. Van Bladel J. Electromagnetic fields in the presence of rotating bodies // Proceedings of the IEEE. 1976. Vol. 64, no. 3. P. 301–318. DOI: <https://doi.org/10.1109/PROC.1976.10111>
7. Zeyde K.M. Augmented interpretation model of a moving media for the electrodynamic effects simulation // IEEE MTT-S International Conference on Numerical Electromagnetic and Multiphysics Modeling and Optimization (NEMO). 2018. P. 1–4. DOI: <https://doi.org/10.1109/NEMO.2018.8503485>
8. Розанов Н.Н., Сочилин Г.Б. Релятивистские эффекты первого порядка в электродинамике сред с неоднородной скоростью движения // Успехи физических наук. 2006. Т. 176, № 4. С. 421–439. DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.0176.200604f.0421>
9. Zeyde K.M. The complete form of the propagation constant in a noninertial reference frame for numerical analysis // Zhurnal Radioelektroniki – Journal of Radio Electronics. 2019. № 4. С. 1–15. DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2019.4.3>
10. Zeyde K.M. An Effects set related to the radio signal propagation in a moving reference frame // IEEE 22nd International Conference of Young Professionals in Electron Devices and Materials (EDM). 2021. P. 116–119. DOI: <https://doi.org/10.1109/EDM52169.2021.9507609>
11. Зейде К.М. Дифракция электромагнитных волн на вращающихся осесимметричных телах: дис. ... канд. физ.-мат. наук. Воронеж, 2019. 153 с.
12. Разработка математической модели кирального метаматериала на основе цилиндрических спиральных элементов с учетом дисперсии и концентрации / И.Ю. Бучнев [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2023. Т. 26, № 2. С. 36–47. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.2.36-47>
13. Zarifi D., Soleimani M., Abdolali A. Electromagnetic characterization of biaxial bianisotropic media using the state space approach // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 2014. Vol. 62, no. 3. P. 1538–1542. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAP.2013.2297166>
14. Ben-Shimol Y., Censor D. First order propagation in moving chiral media // Proceedings of 19th Convention of Electrical and Electronics Engineers in Israel. 1996. P. 192–195. DOI: <https://doi.org/10.1109/EEIS.1996.566927>
15. Collier J.R., Tai C.T. Propagation of plane waves in lossy moving media // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 1964. Vol. 12, no. 3. P. 375–376. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAP.1964.1138227>
16. Zeyde K.M. The coordinate expression of the propagation constant for a moving dielectric medium // Ural Symposium on Biomedical Engineering, Radioelectronics and Information Technology (USBREIT). 2018. P. 295–298. DOI: <https://doi.org/10.1109/USBREIT.2018.8384608>
17. Shukla P.K., Singh R.P., Singh R.N. Refractive index of drifting plasma // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 1971. Vol. 19, no. 2. P. 295–296. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAP.1971.1139924>
18. Ben-Shimol Y., Censor D. Wave propagation in moving chiral media: Fizeau's experiment revisited // Radio Science. 1995. Vol. 30, no. 5. P. 1313–1324. DOI: <https://doi.org/10.1029/95RS01994>
19. Caloz C., Sihvola A. Electromagnetic chirality // arXiv. 2019. P. 1–27. URL: <https://arxiv.org/abs/1903.09087>
20. Cheng D.K., Kong J.A. Covariant descriptions of bianisotropic media // Proceedings of the IEEE. 1968. Vol. 56, no. 3. P. 248–251. DOI: <https://doi.org/10.1109/PROC.1968.6268>
21. Zeyde K.M., Hong D., Zhou Yu. Simulation of novel method for material's weak bianisotropy detection // 3rd International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA). 2021. P. 730–733. DOI: <https://doi.org/10.1109/SUMMA53307.2021.9632200>

22. Бучнев И.Ю., Осипов О.В. Исследование электромагнитных свойств поперечной вставки на основе планарного слоя кирального метаматериала в прямоугольном волноводе // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2023. Т. 26, № 1. С. 93–105. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.1.93-105>
23. Александров Ю.М., Яцышен В.В. Влияние пространственной дисперсии на оптические свойства полупроводников и наноматериалов // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2017. Т. 20, № 3. С. 60–63. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7084>
24. Tsytovich V.N. Spatial dispersion in a relativistic plasma // Journal of Experimental and Theoretical Physics. 1961. Vol. 13, no. 6. P. 1249–1256. URL: <http://www.jetp.ras.ru/cgi-bin/e/index/e/13/6/p1249?a=list>
25. Ryzhov Yu. A., Tamoikii V.V., Tatarskii V.I. Spatial dispersion of inhomogeneous media // Journal of Experimental and Theoretical Physics. 1965. Vol. 21, no. 2. P. 433–438. URL: <http://jetp.ras.ru/cgi-bin/e/index/e/21/2/p433?a=list>
26. Raicu V., Feldman Yu. Dielectric Relaxation in Biological Systems. 1st ed. Oxford: Oxford University Press, 2015. 430 p.
27. Causal models of electrically large and lossy dielectric bodies / A. Djordjevic [et al.] // Facta Universitatis. 2014. Vol. 27, no. 2. P. 221–234. DOI: <https://doi.org/10.2298/FUEE1402221D>
28. Джексон Дж. Классическая электродинамика. М.: Мир, 1965. 703 с.
29. Dielectric spectroscopy data treatment: I. Frequency domain / N. Axelrod [et al.] // Measurement Science and Technology. 2004. Vol. 15, no. 4. P. 755–764. DOI: <https://doi.org/10.1088/0957-0233/15/4/020>
30. Deck-Léger Z., Zheng X., Caloz C. Electromagnetic wave scattering from a moving medium with stationary interface across the interluminal regime // Photonics. 2021. Vol. 8, no. 202. DOI: <https://doi.org/10.3390/photonics8060202>
31. Скроцкий Г.В. О влиянии силы тяжести на распространение света // Доклады АН СССР. 1957. Т. 114, № 1. С. 73–76.
32. Volkov A.M., Izmet'ev A.A., Skrotskii G.V. The propagation of electromagnetic waves in a Riemannian space // Journal of Experimental and Theoretical Physics. 1971. Vol. 32, no. 4. P. 686–689. URL: <http://jetp.ras.ru/cgi-bin/e/index/e/32/4/p686?a=list>
33. Зейде К.М. Применение метода дискретных элементов для изучения рефракционных свойств потока жидкости с мелкодисперсными примесями // Журнал радиоэлектроники. 2018. № 9. С. 1–12. DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2018.9.4>
34. Kong J.A. Charged particles in bianisotropic media // Radio Science. 1971. Vol. 6, no. 11. P. 1015–1019.
35. Zeyde K.M. The motion of electrons under the action of inertial forces in the rarefied medium // 3rd URSI Atlantic and Asia Pacific Radio Science Meeting (AT-AP-RASC). 2022. P. 1–4. DOI: <https://doi.org/10.23919/AT-AP-RASC54737.2022.9814326>
36. Zeyde K.M. Fast segmentation of a rotating axisymmetric scatterer medium of an arbitrary form for the first order fields numerical analysis // Ural Radio Engineering Journal. 2018. Vol. 2, no. 2. P. 26–39.
37. Saca J.M. Snell's law for light rays in moving isotropic dielectrics // Proceedings of the IEEE. 1980. Vol. 68, no. 3. P. 409–410. DOI: <https://doi.org/10.1109/PROC.1980.11649>

Информация об авторе

Зейде Кирилл Михайлович, кандидат физико-математических наук, аспирант департамента инженерии, электроники и телекоммуникаций Университета Генуи, г. Генуя, Италия.

Область научных интересов: физика волновых процессов (электродинамика, акустика), радиофизика (распространение радиоволн, материальные уравнения, релятивизм), астрофизика (физика плазмы, дальняя и сверхдальняя космическая радиосвязь), математическая физика (численные методы электродинамики).

E-mail: kirill.zeide@edu.unige.it

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9561-785X>

SPIN-код (eLibrary): 8517-6237

ResearcherID (WoS): P-8932-2017

Physics of Wave Processes and Radio Systems

2024, vol. 27, no. 1, pp. 9–18

DOI [10.18469/1810-3189.2024.27.1.9-18](https://doi.org/10.18469/1810-3189.2024.27.1.9-18)

UDC 537.834

Original Research

Received 1 October 2023

Accepted 2 November 2023

Published 29 March 2024

Reciprocal action of natural bianisotropy and artificial chirality on electromagnetic propagation in medium

Kirill M. Zeyde

University of Genoa
11a, Via Opera Pia,
Genoa, 16145, Italy

Abstract – Background. The present article investigates the reciprocal action of specific medium effects on electromagnetic waves propagation. The object of study is a moving dielectric, which at rest already demonstrate bianisotropic properties,

i. e., it is a synthetic material, e. g., chiral media with Ω -particles. Bianisotropic material equations are the most general for describing the effects of electromagnetic waves interaction with complex medium. Studying and analyzing them is proving to be a notable scientific problem. Natural bianisotropy is a property of simple media under special conditions (state of motion, internal currents and diffusion processes), whereas artificial bianisotropy is an inherent property of the synthetic material itself (composite material, material with different metaparticles). **Aim.** The main goal of the work is to generalize the already available data. On it basis, then, obtain analytical expressions, which can be effectively used for the experiments designing, creating new computational techniques for solving direct and inverse electromagnetic diffraction problems. **Methods.** In this paper, analytical methods are applied to obtain the resulting close-form expressions. **Results.** Three classes of effects have been identified that have a significant reciprocal effect on each other: gyrotropy, spatial dispersion, and temporal dispersion. In this article it was shown that the gyrotropy of the medium has not only a simple additive effect, but under some, specific conditions, can be related to the system emergence. **Conclusion.** The reciprocal action of the spatial dispersion of the moving chiral medium, generally has different scales in range. Temporal dispersion was investigated, which does not have a simple additive property, because even an isotropic medium acquires fundamentally new material properties of bianisotropy when it moves.

Keywords – bianisotropy; chirality; gyrotropy; spatial and temporal dispersion; moving media; electromagnetic propagation; system emergence.

✉ kirill.zeide@edu.unige.it (Kirill M. Zeyde)

© Kirill M. Zeyde, 2024

References

1. J. A. Kong, "Image theory for bianisotropic media," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 19, no. 3, pp. 451–452, 1971, doi: <https://doi.org/10.1109/TAP.1971.1139951>.
2. J. A. Arnaud and A. A. M. Saleh, "Theorems for bianisotropic media," *Proceedings of the IEEE*, vol. 60, no. 5, pp. 639–640, 1972, doi: <https://doi.org/10.1109/PROC.1972.8711>.
3. J. Van Bladel, *Relativity and Engineering*, vol. 15. Berlin: Springer-Verlag, 1984.
4. M. Pastorino, M. Raffetto, and A. Randazzo, "Electromagnetic inverse scattering of axially moving cylindrical targets," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 53, no. 3, pp. 1452–1462, 2015, doi: <https://doi.org/10.1109/TGRS.2014.2342933>.
5. K. M. Zeyde, V. V. Sharov, and M. V. Ronkin, "Guided microwaves electromagnetic drag over the sensitivity threshold experimental observation," *WSEAS Transactions on Communications*, vol. 18, pp. 191–205, 2019.
6. J. Van Bladel, "Electromagnetic fields in the presence of rotating bodies," *Proceedings of the IEEE*, vol. 64, no. 3, pp. 301–318, 1976, doi: <https://doi.org/10.1109/PROC.1976.10111>.
7. K. M. Zeyde, "Augmented interpretation model of a moving media for the electrodynamic effects simulation," *IEEE MTT-S International Conference on Numerical Electromagnetic and Multiphysics Modeling and Optimization (NEMO)*, pp. 1–4, 2018, doi: <https://doi.org/10.1109/NEMO.2018.8503485>.
8. N. N. Rozanov and G. B. Sochilin, "First-order relativistic effects in the electrodynamics of media with a nonuniform velocity distribution," *Uspekhi fizicheskikh nauk*, vol. 176, no. 4, pp. 421–439, 2006, doi: <https://doi.org/10.3367/UFNr.0176.200604f.0421>. (In Russ.)
9. K. M. Zeyde, "The complete form of the propagation constant in a noninertial reference frame for numerical analysis," *Zhurnal Radioelektroniki – Journal of Radio Electronics*, no. 4, pp. 1–15, 2019, doi: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2019.4.3>.
10. K. M. Zeyde, "An effects set related to the radio signal propagation in a moving reference frame," *IEEE 22nd International Conference of Young Professionals in Electron Devices and Materials (EDM)*, pp. 116–119, 2021, doi: <https://doi.org/10.1109/EDM52169.2021.9507609>.
11. K. M. Zeyde, "Electromagnetic waves diffraction on rotating axisymmetric bodies," Ph.D. physics and mathematics Sci. dissertation, Voronezh, 2019. (In Russ.)
12. I. Yu. Buchnev et al., "Development of a mathematical model of a chiral metamaterial based on a cylindrical helical elements accounting for the dispersion and concentration of elements," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 26, pp. 36–47, 2023, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.2.36-47>. (In Russ.)
13. D. Zarifi, M. Soleimani, and A. Abdolali, "Electromagnetic characterization of biaxial bianisotropic media using the state space approach," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 62, no. 3, pp. 1538–1542, 2014, doi: <https://doi.org/10.1109/TAP.2013.2297166>.
14. Y. Ben-Shimol and D. Censor, "First order propagation in moving chiral media," *Proceedings of 19th Convention of Electrical and Electronics Engineers in Israel*, pp. 192–195, 1996, doi: <https://doi.org/10.1109/EEIS.1996.566927>.
15. J. R. Collier and C. T. Tai, "Propagation of plane waves in lossy moving media," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 12, no. 3, pp. 375–376, 1964, doi: <https://doi.org/10.1109/TAP.1964.1138227>.
16. K. M. Zeyde, "The coordinate expression of the propagation constant for a moving dielectric medium," *Ural Symposium on Biomedical Engineering, Radioelectronics and Information Technology (USBREIT)*, pp. 295–298, 2018, doi: <https://doi.org/10.1109/USBREIT.2018.8384608>.
17. P. K. Shukla, R. P. Singh, and R. N. Singh, "Refractive index of drifting plasma," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 19, no. 2, pp. 295–296, 1971, doi: <https://doi.org/10.1109/TAP.1971.1139924>.
18. Y. Ben-Shimol and D. Censor, "Wave propagation in moving chiral media: Fizeau's experiment revisited," *Radio Science*, vol. 30, no. 5, pp. 1313–1324, 1995, doi: <https://doi.org/10.1029/95RS01994>.
19. C. Caloz and A. Sihvola, "Electromagnetic chirality," *arXiv*, pp. 1–27, 2019, url: <https://arxiv.org/abs/1903.09087>.
20. D. K. Cheng and J. A. Kong, "Covariant descriptions of bianisotropic media," *Proceedings of the IEEE*, vol. 56, no. 3, pp. 248–251, 1968, doi: <https://doi.org/10.1109/PROC.1968.6268>.

21. K. M. Zeyde, D. Hong, and Yu. Zhou, "Simulation of novel method for material's weak bianisotropy detection," *3rd International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA)*, pp. 730–733, 2021, doi: <https://doi.org/10.1109/SUMMA53307.2021.9632200>.
22. I. Yu. Buchnev and O. V. Osipov, "Investigation of the electromagnetic properties of a transverse insert based on a planar layer of a chiral metamaterial in a rectangular waveguide," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 26, no. 1, pp. 93–105, 2023, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.1.93-105>. (In Russ.)
23. Yu. M. Aleksandrov and V. V. Yatsyshen, "The effect of spatial dispersion on the optical properties of semiconductors and nanomaterials," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 20, no. 3, pp. 60–63, 2017, url: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7084>. (In Russ.)
24. V. N. Tsyтович, "Spatial dispersion in a relativistic plasma," *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, vol. 13, no. 6, pp. 1249–1256, 1961, url: <http://www.jetp.ras.ru/cgi-bin/e/index/e/13/6/p1249?a=list>.
25. Yu. Ryzhov, V. V. Tamoikin, and V. I. Tatarskii, "Spatial dispersion of inhomogeneous media," *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, vol. 21, no. 2, pp. 433–438, 1965, url: <http://jetp.ras.ru/cgi-bin/e/index/e/21/2/p433?a=list>.
26. V. Raicu and Yu. Feldman, *Dielectric Relaxation in Biological Systems*, 1st ed. Oxford: Oxford University Press, 2015.
27. A. Djordjevic et al., "Causal models of electrically large and lossy dielectric bodies," *Facta Universitatis*, vol. 27, no. 2, pp. 221–234, 2014, doi: <https://doi.org/10.2298/FUEE1402221D>.
28. J. Jackson, *Classical Electrodynamics*. Moscow: Mir, 1965. (In Russ.)
29. N. Axelrod et al., "Dielectric spectroscopy data treatment: I. Frequency domain," *Measurement Science and Technology*, vol. 15, no. 4, pp. 755–764, 2004, doi: <https://doi.org/10.1088/0957-0233/15/4/020>.
30. Z. Deck-Léger, X. Zheng, and C. Caloz, "Electromagnetic wave scattering from a moving medium with stationary interface across the interluminal regime," *Photonics*, vol. 8, no. 202, 2021, doi: <https://doi.org/10.3390/photonics8060202>.
31. G. V. Skrotskiy, "On gravity force influence on light propagation," *Doklady AN SSSR*, vol. 114, no. 1, pp. 73–76, 1957. (In Russ.)
32. A. M. Volkov, A. A. ev, and G. V. Skrotskii, "The propagation of electromagnetic waves in a Riemannian space," *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, vol. 32, no. 4, pp. 686–689, 1971, url: <http://jetp.ras.ru/cgi-bin/e/index/e/32/4/p686?a=list>.
33. K. M. Zeyde, "The application of the discrete element method to study the refractive properties of a liquid flow with powder impurities," *Zhurnal radioelektroniki – Journal of Radio Electronics*, no. 9, pp. 1–12, 2018, doi: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2018.9.4>. (In Russ.)
34. J. A. Kong, "Charged particles in bianisotropic media," *Radio Science*, vol. 6, no. 11, pp. 1015–1019, 1971.
35. K. M. Zeyde, "The motion of electrons under the action of inertial forces in the rarefied medium," *3rd URSI Atlantic and Asia Pacific Radio Science Meeting (AT-AP-RASC)*, pp. 1–4, 2022, doi: <https://doi.org/10.23919/AT-AP-RASC54737.2022.9814326>.
36. K. M. Zeyde, "Fast segmentation of a rotating axisymmetric scatterer medium of an arbitrary form for the first order fields numerical analysis," *Ural Radio Engineering Journal*, vol. 2, no. 2, pp. 26–39, 2018.
37. J. M. Saca, "Snell's law for light rays in moving isotropic dielectrics," *Proceedings of the IEEE*, vol. 68, no. 3, pp. 409–410, 1980, doi: <https://doi.org/10.1109/PROC.1980.11649>.

Information about the Author

Kirill M. Zeyde, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Ph.D. student of the Department of Electrical, Electronic, Telecommunications Engineering and Naval Architecture, University of Genoa, Genoa, Italy.

Research interests: physics of wave processes (electrodynamics, acoustics), radio science (radio wave propagation, material equations, relativity), astrophysics (plasma physics, long-range and ultra-long-range space radio communication), mathematical physics (numerical methods of electrodynamics).

E-mail: kirill.zeide@edu.unige.it

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9561-785X>

SPIN-код (eLibrary): 8517-6237

ResearcherID (WoS): P-8932-2017

Частотная зависимость групповой скорости поверхностных поляритонов в одноосном кристалле типа вюрцита

И.И. Бородина, В.В. Яцышен

Волгоградский государственный университет
400062, Россия, г. Волгоград,
Университетский пр., 100

Аннотация – Обоснование. Поверхностные поляритоны привлекают внимание исследователей и инженеров своими уникальными свойствами и перспективными приложениями в области микро- и наноэлектроники. Среди таких применений могут быть устройства типа транзистора или даже лазера на поляритонах, о чем сообщалось в научной литературе. **Цель.** В работе проводится анализ условий возбуждения поверхностных поляритонов в одноосном кристалле типа вюрцита. Проводится анализ частотной зависимости групповой скорости поверхностных поляритонов. **Методы.** Дисперсионное уравнение для поверхностных поляритонов в анизотропном кристалле типа вюрцита находится аналитически путем решения уравнений Максвелла и требования выполнимости граничных условий для экспоненциально убывающих от границы электромагнитных волн. **Результаты.** В качестве объекта анализа выбран кристалл нитрида алюминия AlN. Найдены возможные частоты поверхностных поляритонов, и показано, что всем условиям существования поверхностных поляритонов удовлетворяет только частота $\Omega_1 = 844,84 \text{ см}^{-1}$. Показано, что в области существования поверхностного поляритона наблюдается возрастание как постоянных затухания, так и параметров распространения поверхностных поляритонов: групповая скорость поверхностного поляритона уменьшается с ростом частоты. При достижении частоты значения Ω_1 – частоты поверхностного поляритона – групповая скорость обращается в ноль. **Заключение.** Найденная убывающая частотная зависимость групповой скорости поверхностного поляритона может быть использована в замедляющих устройствах на базе поляритонов.

Ключевые слова – поверхностный поляритон; одноосный кристалл; частота поверхностного поляритона; групповая скорость; параметр затухания поверхностного поляритона; параметр распространения поверхностного поляритона.

Введение

Поверхностные поляритоны привлекают внимание исследователей и инженеров своими уникальными свойствами и перспективными приложениями в области микро- и наноэлектроники. Поверхностные поляритоны представляют собой коллективные возбуждения, представляющие собой смесь электромагнитной волны и механических возбуждений среды – фононов, распространяющихся вдоль границы среды. Замечательным свойством поверхностных поляритонов является наличие запрещенной зоны, в которой поверхностный поляритон не возбуждается.

В ряде работ [1–3] рассмотрены различные применения поверхностных поляритонов для целей микроэлектроники. В работах [4; 5] проведен анализ возбуждения поверхностных поляритонов с отрицательной групповой скоростью. В работе [7] авторы настоящей статьи представляют результаты расчета параметров распространения и затухания для нанокompозитов, состоящих из диэлектрической матрицы с распределенными в ней наночастицами. В работе [8] представлен новый тип биосенсора поверхностного плазмонного резонанса, основанный на оптическом датчике с

инвертированным градиентным индексом. Отметим работы [9] и [11], в которых авторы анализируют электромагнитные свойства киральных метаматериалов, которые, как и поляритонные среды, проявляют уникальные частотные зависимости электродинамических параметров. В работе [10] представлены результаты расчета угловых спектров отражения света при условии возбуждения поверхностных плазмонов в схеме Кречмана.

В настоящей статье рассматривается задача о возбуждении поверхностных поляритонов в одноосном кристалле типа вюрцита, проводится анализ условий их возбуждения. Особое внимание обращается на расчет групповой скорости поверхностных поляритонов

1. Теоретическое рассмотрение

Рассмотрим условия возбуждения поверхностных поляритонов в одноосном кристалле. На рис. 1 представлена геометрия одноосного кристалла. Оптическая ось кристалла образует угол φ с осью Oy .

Обозначим $\epsilon_{\parallel}$ значение тензора диэлектрической проницаемости кристалла вдоль оптической оси в главной системе координат, а $\epsilon_{\perp}$ – в перпен-

Рис. 1. OO' – оптическая ось кристалла находится под углом φ с осью Oz
Fig. 1. OO' – the optical axis of the crystal is at an angle φ with the Oz axis

дикулярном направлении. Тогда в лабораторной системе координат YOZ компоненты тензора диэлектрической проницаемости будут иметь вид:

$$\varepsilon_{yy} = \varepsilon_{\perp} \cos^2 \varphi + \varepsilon_{\parallel} \sin^2 \varphi; \quad (1)$$

$$\varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zy} = (\varepsilon_{\perp} - \varepsilon_{\parallel}) \sin \varphi \cos \varphi;$$

$$\varepsilon_{zz} = \varepsilon_{\parallel} \cos^2 \varphi + \varepsilon_{\perp} \sin^2 \varphi.$$

Область $z < 0$ занимает изотропный диэлектрик с проницаемостью ε , а область $z > 0$ – анизотропный одноосный кристалл типа вюрцита. Проведем анализ возбуждения поверхностных поляритонов для этого случая. Подробные расчеты показывают, что возбуждение распространяющихся поверхностных поляритонов возможно только в случае, когда $\varepsilon_{yz} = 0$ и для р-поляризации. Вектор магнитной напряженности электромагнитного поля для этого случая имеет только x -составляющую и экспоненциально спадающую зависимость при удалении от границ раздела. В области $z < 0$ поле имеет вид

$$H_{1x} = H_1 \exp(k_0 \varkappa_1 z) \exp i(k_0 n_{\parallel} y - \omega t). \quad (2)$$

В области $z > 0$ поле спадает с расстоянием по закону

$$H_{2x} = H_2 \exp(-k_0 \varkappa_2 z) \exp i(k_0 n_{\parallel} y - \omega t). \quad (3)$$

Процедура получения дисперсионного уравнения для поверхностных поляритонов состоит из 3 шагов. Первый, основанный на волновом уравнении, состоит в нахождении параметров затухания в обеих средах. Второй и третий заключаются в требовании выполнения 2 граничных условий – непрерывности на границе раздела тангенциальных составляющих векторов электромагнитного поля H_x и E_y . Подставляя поля (2) и (3) в волновые уравнения для каждой из сред, легко получим

следующие выражения для параметров затухания $\varkappa_1$ и $\varkappa_2$:

$$\varkappa_1 = \sqrt{n_{\parallel}^2 - \varepsilon}; \quad (4)$$

$$\varkappa_2 = \sqrt{\frac{\varepsilon_{yy}}{\varepsilon_{zz}} (n_{\parallel}^2 - \varepsilon_{zz})}. \quad (5)$$

Подчеркнем, что оба коэффициента затухания $\varkappa_1$ и $\varkappa_2$ являются положительными величинами.

Условие непрерывности тангенциальных компонент H_x приводит к равенству амплитуд H_1 и H_2 :

$$H_1 = H_2. \quad (6)$$

Второе граничное условие ведет к одному из самых важных для поверхностных поляритонов равенству:

$$\frac{\varkappa_1}{\varepsilon} + \frac{\varkappa_2}{\varepsilon_{yy}} = 0. \quad (7)$$

Поскольку три величины $\varkappa_1$, $\varkappa_2$ и ε являются положительными, то из (7) следует, что для существования поверхностного поляритона компонента тензора диэлектрической проницаемости ε_{yy} должна быть отрицательной

$$\varepsilon_{yy} < 0. \quad (8)$$

Из уравнения (7) получается дисперсионное уравнение для поверхностных поляритонов в случае одноосного кристалла:

$$n_{\parallel}^2 = \frac{\varepsilon \varepsilon_{zz} (\varepsilon_{yy} - \varepsilon)}{\varepsilon_{yy} \varepsilon_{zz} - \varepsilon^2}. \quad (9)$$

Частота поверхностного поляритона находится из условия равенства нулю знаменателя в формуле (9):

$$\varepsilon_{yy} \varepsilon_{zz} - \varepsilon^2 = 0. \quad (10)$$

Рис. 2. Частотная зависимость знаменателя в формуле (14). Пересечение кривой с осью абсцисс дает возможные значения частоты поверхностного поляритона
Fig. 2. Frequency dependence of the denominator in formula (14). The intersection of the curve with the x-axis gives possible values of the surface polariton frequency

Далее мы рассмотрим 2 частных случая.

Первый – оптическая ось совпадает с осью z.
 $\Phi = 0^\circ$.

Тогда имеем:

$$\varepsilon_{zz} = \varepsilon_{\parallel}, \quad \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{\perp}. \quad (11)$$

Дисперсионное уравнение для этого случая принимает вид

$$n_{\parallel}^2 = \frac{\varepsilon\varepsilon_{\parallel}(\varepsilon_{\perp} - \varepsilon)}{\varepsilon_{\parallel}\varepsilon_{\perp} - \varepsilon^2}. \quad (12)$$

Второй – оптическая ось совпадает с осью y.
 $\Phi = 90^\circ$.

В этом случае имеем:

$$\varepsilon_{zz} = \varepsilon_{\perp}, \quad \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{\parallel}. \quad (13)$$

Дисперсионное уравнение для этого случая принимает вид

$$n_{\parallel}^2 = \frac{\varepsilon\varepsilon_{\perp}(\varepsilon_{\parallel} - \varepsilon)}{\varepsilon_{\parallel}\varepsilon_{\perp} - \varepsilon^2}. \quad (14)$$

Заметим, что частота поверхностного поляритона для обоих случаев находится из уравнения

$$\varepsilon_{\parallel}\varepsilon_{\perp} - \varepsilon^2 = 0. \quad (15)$$

2. Решение дисперсионного уравнения для кристалла нитрида алюминия AlN. Обсуждение результатов

В модели Лоренца диэлектрические проницаемости данного кристалла описываются функциями [6]:

$$\varepsilon_{\perp}(\omega) = \varepsilon_{\perp}(\infty) \frac{\omega^2 - \omega_{LO\perp}^2}{\omega^2 - \omega_{TO\perp}^2}; \quad (16)$$

$$\varepsilon_{\parallel}(\omega) = \varepsilon_{\parallel}(\infty) \frac{\omega^2 - \omega_{LO\parallel}^2}{\omega^2 - \omega_{TO\parallel}^2}. \quad (17)$$

Параметры имеют следующие значения: $\varepsilon_{\perp}(\infty) \approx \varepsilon_{\parallel}(\infty) = 5,26$; $\omega_{LO\perp} = 916 \text{ см}^{-1}$, $\omega_{LO\parallel} = 893 \text{ см}^{-1}$, $\omega_{TO\perp} = 673 \text{ см}^{-1}$, $\omega_{TO\parallel} = 660 \text{ см}^{-1}$.

На рис. 2 показана зависимость знаменателя в формуле (14) от частоты. Из этого рисунка видно, что кривая пересекает ось абсцисс в двух точках $\Omega_1 = 844,84 \text{ см}^{-1}$ и $\Omega_2 = 1024,44 \text{ см}^{-1}$. Однако детальный анализ показывает, что вторая точка Ω_2 находится в частотной области, где поверхностный поляритон не существует. Первая же точка отвечает частоте поверхностного поляритона.

На рис. 3 и 4 индекс z отвечает случаю, когда оптическая ось совпадает с осью Oz, а индекс y – когда она совпадает с осью Oy.

На рис. 5 показаны зависимости относительных групповых скоростей поверхностного поляритона от частоты. Здесь V_{egZ} есть групповая скорость в случае, когда оптическая ось направлена по оси Oz, а V_{egY} – вдоль оси Oy.

Заключение

Проведенный анализ показывает, что с увеличением частоты возрастает значение постоянных затухания и постоянных распространения. Рост этот происходит до момента, когда частота достигает

Рис. 3. Частотная зависимость параметров распространения $n_{\parallel,z}$ и $n_{\parallel,y}$ поверхностного поляритона для двух рассмотренных случаев

Fig. 3. Frequency dependence of the propagation $n_{\parallel,z}$ and $n_{\parallel,y}$ surface polariton parameters for the two cases considered

Рис. 4. Зависимость постоянной затухания κ_1 для случаев 1 и 2

Fig. 4. Dependence of the attenuation constant κ_1 for cases 1 and 2

Рис. 5. Зависимость относительных групповых скоростей V_{egZ}/c и V_{egY}/c поверхностного поляритона от частоты, c – скорость света
 Fig. 5. Dependence of the relative group velocities V_{egZ}/c and V_{egY}/c of the surface polariton on frequency, c – speed of light

значения частоты поверхностного поляритона. Поверхностные поляритоны в этом случае одноосного анизотропного кристалла могут возбуждаться только в ограниченной частотной области, когда выполняются условия $\epsilon_{yy} < 0$ и (7).

Особый интерес вызывает зависимость групповой скорости поверхностного поляритона от ча-

стоты. Из рис. 5 видно, что с увеличением частоты происходит замедление движения поляритона. При достижении частоты значения Ω_1 – частоты поверхностного поляритона – групповая скорость обращается в ноль. Данное свойство может быть использовано для создания замедляющих систем на основании поверхностных поляритонов.

Список литературы

1. Polarization-controlled tunable directional coupling of surface plasmon polaritons / J. Lin [et al.] // Science. 2013. Vol. 340, no. 6130. P. 331–334. DOI: <https://doi.org/10.1126/science.1233746>
2. Microfluidic plasmonic biosensor for breast cancer antigen detection / J.P. Monteiro [et al.] // Plasmonics. 2016. Vol. 11. P. 45–51. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11468-015-0016-1>
3. Mishra A.K., Mishra S.K., Verma R.K. Graphene and beyond graphene MoS₂: A new window in surface-plasmon-resonance-based fiber optic sensing // J. Phys. Chem. C. 2016. Vol. 120, no. 5. P. 2893–2900. DOI: <https://doi.org/10.1021/acs.jpcc.5b08955>
4. Aleksandrov Y.M., Yatsishen V.V. Negative group velocity of surface polaritons in metal foil nanostructure // Journal of Nano- and Electronic Physics. 2017. Vol. 9, no. 3. P. 03039. DOI: [https://doi.org/10.21272/jnep.9\(3\).03039](https://doi.org/10.21272/jnep.9(3).03039)
5. Aleksandrov Y.M., Yatsishen V.V. Surface polaritons with negative group velocity in structure with transition layer // Journal of Nano- and Electronic Physics. 2016. Vol. 8, no. 1. P. 01013. DOI: [https://doi.org/10.21272/jnep.8\(1\).01013](https://doi.org/10.21272/jnep.8(1).01013)
6. Строщио М., Дутта М. Фононы в наноструктурах. М.: Физматлит, 2006. 320 с.
7. Potapova I.I., Yatsishen V.V. Propagation and damping constants of surface plasmons on the boundary of nanocomposite // AIP Conference Proceedings. 2019. Vol. 2174, no. 1. P. 020244. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.5134395>
8. Nasirifar R., Danaie M., Dideban A. Surface plasmon resonance biosensor using inverted graded index optical fiber // Photonics and Nanostructures - Fundamentals and Applications. 2021. Vol. 44. P. 100916. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.photonics.2021.100916>
9. Численный анализ отражений электромагнитной волны E-поляризации от неоднородного слоя диэлектрика / Д.Н. Панин [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2019. Т. 22, № 1. С. 10–15. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2019.22.1.10-15>

10. Яцышен В.В. Методы наноплазмоники в угловой спектроскопии наноразмерных биологических объектов // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2020. Т. 23, № 4. С. 111–115. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.4.111-115>
11. Исследование кирального метаматериала СВЧ-диапазона на основе равномерной совокупности С-образных проводящих элементов / И.Ю. Бучнев [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2023. Т. 26, № 1. С. 79–92. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.1.79-92>

Информация об авторах

Бородина Ирина Игоревна, аспирант Института прикладных технологий Волгоградского государственного университета (ВолГУ), г. Волгоград, Россия. В 2018 г. окончила бакалавриат ВолГУ по направлению «Наноинженерия», а в 2020 г. – магистратуру по тому же направлению.

Область научных интересов: исследование электромагнитных свойств плазмонных, поляритонных и нанокompозитных материалов.

E-mail: potapova.irina@volsu.ru

Яцышен Валерий Васильевич, доктор технических наук (специальность 01.04.03 Радиофизика), кандидат физико-математических наук (специальность 01.04.03 Радиофизика, включая квантовую радиофизику), профессор кафедры судебной экспертизы и физического материаловедения Института приоритетных технологий Волгоградского государственного университета, г. Волгоград, Россия. Окончил физический факультет Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова в 1976 г., а в 1979 г. – аспирантуру физфака МГУ. В 1980 г. в МГУ защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.03 «Радиофизика, включая квантовую радиофизику». В 1997 г. в Московском государственном институте радиотехники, электроники и информатики (технический университет) защитил докторскую диссертацию по специальности 01.04.03 «Радиофизика» в области технических наук.

Область научных интересов: влияние эффектов неоднородности, нелинейности и пространственной дисперсии на электромагнитные свойства сред и распространение электромагнитных волн в таких средах; электромагнитные свойства плазмонных, поляритонных и нанокompозитных материалов.

E-mail: yatsishen@yandex.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4185-2333>

Physics of Wave Processes and Radio Systems 2024, vol. 27, no. 1, pp. 19–25

DOI [10.18469/1810-3189.2024.27.1.19-25](https://doi.org/10.18469/1810-3189.2024.27.1.19-25)
UDC 535.33:535.015:538.985
Original Research

Received 9 July 2023
Accepted 11 August 2023
Published 29 March 2024

Frequency dependence of the group velocity of surface polaritons in a single-axle crystal of the Würzite type

Irina I. Borodina, Valeriy V. Yatsishen

Volgograd State University
100, University Avenue,
Volgograd, 400062, Russia

Abstract – Background. Surface polaritons attract the attention of researchers and engineers for their unique properties and promising applications in the field of micro- and nanoelectronics. Such applications may include devices such as the transistor or even the polariton laser, as reported in the scientific literature. **Aim.** The paper analyzes the conditions for excitation of surface polaritons in a uniaxial crystal of the wurtzite type. The frequency dependence of the group velocity of surface polaritons is analyzed. **Methods.** The dispersion equation for surface polaritons in an anisotropic wurtzite-type crystal is found analytically by solving Maxwell's equations and requiring that the boundary conditions for electromagnetic waves decreasing exponentially from the boundary be satisfied. **Results.** Aluminum nitride crystal AlN was chosen as the object of analysis. Possible frequencies of surface polaritons are found and it is shown that only the frequency $\Omega_1 = 844,84 \text{ cm}^{-1}$ satisfies all the conditions for the existence of surface polaritons. It is shown that in the region where a surface polariton exists, both the damping constants and the propagation parameters of surface polaritons increase. It is shown that the group velocity of a surface polariton decreases with increasing frequency. When the frequency reaches the value of the surface polariton frequency of the value Ω_1 , the group velocity vanishes. **Conclusion.** The found decreasing frequency dependence of the surface polariton group velocity can be used in moderating devices based on polaritons.

Keywords – surface polariton; uniaxial crystal; surface polariton frequency; group velocity; surface polariton damping parameter; surface polariton propagation parameter.

References

1. J. Lin et al., “Polarization-controlled tunable directional coupling of surface plasmon polaritons,” *Science*, vol. 340, no. 6130, pp. 331–334, 2013, doi: <https://doi.org/10.1126/science.1233746>.
2. J. P. Monteiro et al., “Microfluidic plasmonic biosensor for breast cancer antigen detection,” *Plasmonics*, vol. 11, pp. 45–51, 2016, doi: <https://doi.org/10.1007/s11468-015-0016-1>.
3. A. K. Mishra, S. K. Mishra, and R. K. Verma, “Graphene and beyond graphene MoS₂: A new window in surface-plasmon-resonance-based fiber optic sensing,” *J. Phys. Chem. C*, vol. 120, no. 5, pp. 2893–2900, 2016, doi: <https://doi.org/10.1021/acs.jpcc.5b08955>.
4. Y. M. Aleksandrov and V. V. Yatsishen, “Negative group velocity of surface polaritons in metal foil nanostructure,” *Journal of Nano- and Electronic Physics*, vol. 9, no. 3, p. 03039, 2017, doi: [https://doi.org/10.21272/jnep.9\(3\).03039](https://doi.org/10.21272/jnep.9(3).03039).
5. Y. M. Aleksandrov and V. V. Yatsishen, “Surface polaritons with negative group velocity in structure with transition layer,” *Journal of Nano- and Electronic Physics*, vol. 8, no. 1, p. 01013, 2016, doi: [https://doi.org/10.21272/jnep.8\(1\).01013](https://doi.org/10.21272/jnep.8(1).01013).
6. M. Strohio and M. Dutta, *Phonons in Nanostructures*. Moscow: Fizmatlit, 2006. (In Russ.)
7. I. I. Potapova and V. V. Yatsishen, “Propagation and damping constants of surface plasmons on the boundary of nanocomposite,” *AIP Conference Proceedings*, vol. 2174, no. 1, p. 020244, 2019, doi: <https://doi.org/10.1063/1.5134395>.
8. R. Nasirifar, M. Danaie, and A. Dideban, “Surface plasmon resonance biosensor using inverted graded index optical fiber,” *Photonics and Nanostructures - Fundamentals and Applications*, vol. 44, p. 100916, 2021, doi: <https://doi.org/10.1016/j.photonics.2021.100916>.
9. D. N. Panin et al., “The numerical analysis of E-polarized electromagnetic wave reflections from inhomogeneous dielectric layer,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 22, no. 1, pp. 10–15, 2019, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2019.22.1.10-15>. (In Russ.)
10. V. V. Yatsishen, “Nanoplasmonic methods in angular spectroscopy of nanoscale biological objects,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 23, no. 4, pp. 111–115, 2020, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.4.111-115>. (In Russ.)
11. I. Yu. Buchnev et al., “Investigation of the microwave chiral metamaterial based on a uniform set of C-shaped conductive inclusions,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 26, no. 1, pp. 79–92, 2023, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.1.79-92>. (In Russ.)

Information about the Authors

Irina I. Borodina, graduate student at the Institute of Applied Technologies, Volgograd State University (VolSU), Volgograd, Russia. In 2018, she graduated from VolSU with a bachelor’s degree in Nanoengineering, and in 2020, a master’s degree in the same field.
Research interests: research of electromagnetic properties of plasmonic, polariton and nanocomposite materials.
E-mail: potapova.irina@volsu.ru

Valeriy V. Yatsishen, Doctor of Technical Sciences (specialty 01.04.03 Radiophysics), Candidate of Physical and Mathematical Sciences (specialty 01.04.03 Radiophysics, including quantum radiophysics), professor of the Department of Forensic Science and Physical Materials Science of the Institute of Priority Technologies, Volgograd State University, Volgograd, Russia. Graduated from the Faculty of Physics of Moscow State University M.V. Lomonosov in 1976, and in 1979 – postgraduate studies at the Physics Department of Moscow State University. In 1980, at Moscow State University he defended his dissertation for the academic degree of Candidate of Physical and Mathematical Sciences in specialty 01.04.03 «Radiophysics, including quantum radiophysics». In 1997, at the Moscow State Institute of Radio Engineering, Electronics and Informatics (Technical University), he defended his doctoral dissertation in specialty 01.04.03 «Radiophysics» in the field of technical sciences.

Research interests: the influence of the effects of heterogeneity, nonlinearity and spatial dispersion on the electromagnetic properties of media and the propagation of electromagnetic waves in such media; electromagnetic properties of plasmonic, polariton and nanocomposite materials.

E-mail: yatsishen@yandex.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4185-2333>

Перепутывание сверхпроводящих зарядовых кубитов при наличии среды Керра

Е.К. Башкиров

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева
443086, Россия, г. Самара,
Московское шоссе, 34

Аннотация – Обоснование. Необходимость реализации контролируемой связи между кубитами, являющимися логическими элементами квантовых устройств, таких как квантовые компьютеры и квантовые сети, требует наряду с использованием традиционных методов разработки новых, более эффективных способов организации взаимодействия кубитов с микроволновыми полями резонаторов, используемых для генерации и управления перепутыванием кубитов. В качестве одного из таких методов предложен метод, основанный на воздействии частотно-регулируемых радиочастотных сигналов на сверхпроводящий джозефсоновский кубит, соединенный большим джозефсоновским переходом со свободным кубитом. **Цель.** Рассмотрено влияние керровской среды резонатора, в который помещен один из двух кубитов, на их перепутывание, индуцированное когерентным или тепловым частотно-регулируемым радиочастотным полем резонатора. **Методы.** Для анализа динамики рассматриваемой системы исследовано решение квантового уравнения Лиувилля для полной матрицы плотности. Найдено точное решение указанного уравнения в случае начальных сепарабельных и перепутанных состояний кубитов. Точное решение уравнения эволюции использовано для вычисления критерия перепутывания кубитов – согласованности. Проведено численное моделирование согласованности для различных состояний кубитов, когерентного и теплового полей резонатора, а также различных значений интенсивности поля резонатора и параметра керровской нелинейности. **Результаты.** Показано, что для сепарабельных начальных состояний кубитов включение керровской нелинейности уменьшает максимальную степень перепутывания кубитов. Для перепутанного начального состояния кубитов показана возможность создания долгоживущих перепутанных состояний при наличии керровской нелинейности. **Заключение.** Установлены тип начальных состояний кубитов и область значений интенсивностей полей резонатора и параметра керровской нелинейности, для которых возможен наиболее эффективный контроль и управление эволюцией кубитов, а также степенью их перепутывания в рассматриваемой физической системе.

Ключевые слова – сверхпроводящие зарядовые кубиты; квантовое микроволновое поле; когерентное состояние; керровская нелинейность; согласованность; долгоживущие перепутанные состояния.

Введение

В настоящее время сверхпроводящие кубиты с джозефсоновскими переходами являются наиболее востребованными элементами при создании устройств квантовой обработки информации [1–7]. Для создания таких квантовых устройств необходимо реализовать контролируемую связь между любыми парами кубитов системы. Практически для реализации переключаемых связей в цепях сверхпроводящих кубитов можно использовать различные способы, в частности частотно-регулируемые радиочастотные сигналы. Частотно-регулируемая связь для пары потоковых сверхпроводящих кубитов впервые была реализована в работе [8]. В схеме два кубита соединяются и разъединяются путем модуляции частот прикладываемых внешних магнитных полей переменной частоты так, чтобы частота переменного магнитного поля соответствовала или не соответствовала комбинации частот переходов в двух кубитах. Методика связи потоковых кубитов, развитая в работе [8], была распространена впоследствии и на зарядовые кубиты [9].

В случае зарядовых кубитов предложенный метод организации связи кубитов имеет важное преимущество. Используемые для связи зарядовые кубиты работают в своих оптимальных точках и таким образом оказываются весьма слабо невосприимчивы к зарядовому шуму, вызванному неконтролируемыми колебаниями заряда. В рассматриваемой работе [9] предложена новая реализация связи двух зарядовых кубитов посредством внешнего магнитного поля переменной частоты. Для этого изучена система, состоящая из двух связанных посредством большого джозефсоновского перехода сверхпроводящих зарядовых кубитов, подвержена воздействию не только постоянного магнитного поля, но и микроволнового электромагнитного поля. При этом микроволновое поле действует только на ту часть контура, которая содержит один кубит и большой джозефсоновский переход. При выполнении условия $\omega = \omega_1 + \omega_2$, где ω – частота микроволнового поля, а ω_1 и ω_2 – резонансные частоты переходов в кубитах (в этом случае оба кубита могут одно-

временно совершать «перевороты», т. е. одновременно переходить из основного состояния в первое возбужденное и обратно), с рассматриваемой системой можно сопоставить достаточно простую модель, допускающую аналитическое решение как в случае классического, так и квантового микроволнового поля. Исследование динамики перепутывания модели, предложенной в работе [9], в случае квантового когерентного микроволнового поля выполнено в работе [10]. При этом авторы показали, что начальное состояние пары зарядовых кубитов и среднее число фотонов в моде микроволнового поля оказывают существенное влияние на особенности перепутывания кубитов.

Теоретические исследования динамики сверхпроводящих кубитов, взаимодействующих с микроволновыми полями, основаны на модели Джейнса – Каммингса и ее обобщениях [11]. Многоатомные обобщения модели Джейнса – Каммингса часто в квантовой оптике и квантовой информатике называют моделями Тависа – Каммингса. Хорошо известно, что обобщения модели Тависа – Каммингса, которые описывают взаимодействие естественных или искусственных двухуровневых (кубитов) или многоуровневых атомов (кутриды, кудиты и т. д.) с выделенными модами электромагнитных полей различных резонаторов, позволяют описать все известные квантовые эффекты взаимодействия атомов с веществом [12–16]. В последнее время особое внимание уделялось изучению моделей с различными типами нелинейности, в частности с керровской нелинейностью [17–32]. Как известно, материал, показатель преломления которого пропорционален квадрату напряженности светового поля, называется средой Керра. Световой пучок, проходящий через такой материал, приобретает фазовый сдвиг $\varphi = X\tau I$, где X – постоянная Керра, τ – время взаимодействия светового поля с материалом, I – интенсивность луча. Эффект Керра широко используется в нелинейной квантовой оптике для генерации квадратурных и амплитудных сжатых состояний электромагнитного поля, параметрического преобразования частот, создания сверхбыстрых импульсов и т. д. Однако в оптическом диапазоне керровские нелинейности X малы по сравнению со скоростью потерь фотонов κ из резонатора, что затрудняет использование данного эффекта для управления неклассическими состояниями света и атомов, в частности перепутыванием кубитов. Однако ситуация принципиально меняется для искусственных атомов в микровол-

новых резонаторах. В частности, для сверхпроводящих джозефсоновских кубитов прямой аналог оптического эффекта Керра естественным образом создается за счет нелинейной индуктивности джозефсоновских контактов. Недавно такой эффект был использован для создания джозефсоновского параметрического усилителя [33]. В работе [34] удалось экспериментально реализовать режим однофотонного взаимодействия кубита с полем резонатора в среде Керра, соединив сверхпроводящий кубит (транзмон) в сапфировой среде с двумя трехмерными высокодобротными сверхпроводящими микроволновыми резонаторами. При этом удалось достичь значения постоянной Керра, которая по порядку величины совпадает со значением параметра кубит-фотонного взаимодействия в таких системах.

Представляет интерес рассмотреть особенности перепутывания кубитов в рамках модели, предложенной в работах [9; 10], учитывая керровскую нелинейность.

В настоящей статье исследована динамика перепутывания двух идентичных сверхпроводящих зарядовых кубитов, связанных большим джозефсоновским переходом, в предположении, что магнитный поток, пронизывающий контур, включающий первый кубит и большой джозефсоновский переход, состоит из постоянного магнитного потока и магнитного потока, индуцируемого квантовым когерентным микроволновым полем с варьируемой частотой. При этом область, содержащая первый кубит и большой джозефсоновский переход, включает керровскую среду.

1. Модель и ее точное решение

Рассмотрим два идентичных сверхпроводящих зарядовых кубита J_1 и J_2 , связанных между собой большим джозефсоновским переходом. Предположим, что магнитный поток, пронизывающий контур, включающий первый кубит и большой джозефсоновский переход, состоит из двух частей: статического постоянного магнитного потока и магнитного потока, создаваемого квантовым микроволновым полем с варьируемой частотой. Положим также, что частота одномодового микроволнового квантованного поля подобрана так, что оба кубита могут одновременно совершать переход из основного в возбужденное состояние и обратно, т. е. выполняется условие $\omega = \omega_1 + \omega_2$. Будем также полагать наличие керровской среды в контуре. В этом случае эффективный гамильтониан

взаимодействия квантового магнитного потока с зарядовыми кубитами можно представить в виде

$$H = \hbar\gamma_{12}(a^+\sigma_1^-\sigma_2^- + \sigma_1^+\sigma_2^+a) + \hbar X a^{+2} a^2, \quad (1)$$

где a^+ (a) – оператор рождения (уничтожения) фотонов моды микроволнового поля; σ_i^+ и σ_i^- – повышающий и понижающий операторы в i -м кубите ($i = 1, 2$), γ_{12} – эффективная константа взаимодействия кубитов с полем и X – керровская нелинейность.

Обозначим через $|e\rangle_i$ и $|g\rangle_i$ возбужденное и основное состояние i -го кубита. Выберем в качестве начальных состояний кубитов сепарабельные состояния

$$|\Psi(0)\rangle_{J_1 J_2} = |e, e\rangle, \quad (2)$$

$$|\Psi(0)\rangle_{J_1 J_2} = |g, g\rangle, \quad (3)$$

а также перепутанное состояние Белловского вида

$$|\Psi(0)\rangle_{J_1 J_2} = \cos\alpha |g, g\rangle + \sin\alpha |e, e\rangle, \quad (4)$$

где α – параметр, определяющий начальную степень перепутывания кубитов.

В качестве начального состояния микроволнового поля будем выбирать когерентное состояние с волновой функцией

$$|\Psi(0)\rangle_F = \sum_{n=0}^{\infty} P_n |n\rangle,$$

где $|n\rangle$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) – фокковские состояния микроволнового одномодового поля. Весовые коэффициенты P_n для когерентного состояния есть

$$P_n = e^{-\bar{n}/2} \frac{\bar{n}^{n/2}}{\sqrt{n!}}.$$

Решение временного уравнения Шредингера для волновой функции рассматриваемой модели в произвольный момент времени t в случае начального состояния кубитов (4) имеет вид

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} (A_n(t) |e, e, n\rangle + \quad (5)$$

$$+ B_n |g, g, n+1\rangle + C_0(t) |g, g, 0\rangle,$$

где

$$A_n(t) = \frac{e^{-in^2\chi t}}{\omega_n} [-iP_{n+1}\sqrt{1+n}\cos\alpha\sin(\omega_n t) +$$

$$+ P_n \sin\alpha e^{i\phi} (\omega_n \cos(\omega_n t) + in\chi \sin(\omega_n t))],$$

$$B_n(t) = \frac{e^{-in^2\chi t}}{\omega_n} [-iP_n\sqrt{1+n}\sin\alpha e^{i\phi} \sin(\omega_n t) +$$

$$+ P_{n+1}\cos\alpha(\omega_n \cos(\omega_n t) - in\chi \sin(\omega_n t))],$$

$$C_0 = P_0 \cos\alpha$$

и

$$\omega_n = \sqrt{n(n\chi^2 + 1) + 1} \gamma_{12}, \quad \chi = X / \gamma_{12}.$$

Для начального состояния кубитов (2) временная волновая функция имеет вид (5) при условии $\alpha = 0$, а для состояния (3) – при условии $\alpha = \pi/2$.

Имея явный вид временной волновой функции (5), мы можем представить временную матрицу плотности полной системы «два кубита – поле» как $\rho(t)_{J_1 J_2 F} = |\Psi(t)\rangle\langle\Psi(t)|$. (6)

Мы можем также найти редуцированную двухкубитную матрицу плотности, усредняя выражение (6) по переменным поля:

$$\rho(t)_{J_1 J_2} = \text{Sp}_F \rho(t)_{J_1 J_2 F}. \quad (7)$$

В базисе двухкубитных состояний

$$|e, e\rangle, |e, g\rangle, |g, e\rangle, |g, g\rangle$$

двухкубитная матрица плотности (7) имеет вид

$$\rho(t)_{J_1 J_2} = \begin{pmatrix} \rho_{11} & 0 & 0 & \rho_{14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \rho_{14}^* & 0 & 0 & \rho_{44} \end{pmatrix},$$

где

$$\rho_{11}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} |A_n(t)|^2, \quad \rho_{44}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} |B_n(t)|^2 + |C_0|^2,$$

$$\rho_{14}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_{n+1}(t) B_n^*(t) + A_0(t) C_0^*.$$

Для двухкубитной системы, описываемой редуцированной матрицей плотности $\rho(t)_{J_1 J_2}$, в качестве меры перепутывания кубитов может быть выбран параметр Вуутерса или согласованность [35]. Аналитический метод Вуутерса для вычисления количественной меры перепутывания кубитов основан на применении так называемого spin-flip преобразования, или матрицы «перевернутых спинов», которая определяется следующим образом:

$$\tilde{\rho}(t)_{J_1 J_2} = (\sigma_y \otimes \sigma_y) \rho(t)_{J_1 J_2}^* (\sigma_y \otimes \sigma_y),$$

где $\rho(t)_{J_1 J_2}^*$ – матрица, комплексно сопряженная исходной редуцированной двухкубитной матрице плотности $\rho(t)_{J_1 J_2}$ и $\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ – стандартная матрица Паули (y -составляющая).

После того как найдена матрица $\tilde{\rho}(t)_{J_1 J_2}$, в подходе Вуутерса необходимо найти произведение матриц $\rho(t)_{J_1 J_2} \tilde{\rho}(t)_{J_1 J_2}$. Полученная в итоге матрица является неэрмитовой, но имеет веществен-

Рис. 1. Зависимость согласованности $C(t)$ от приведенного времени $\gamma_{12}t$ для сепарабельного начального состояния кубитов $|e, e\rangle$ (или $|g, g\rangle$). Среднее число фотонов $\bar{n}=30$. Случай (а) соответствует $\chi=0$ (сплошная линия) и $\chi=0,3$ (штриховая линия). Случай (б) соответствует $\chi=1$ (сплошная линия) и $\chi=3$ (штриховая линия)

Fig. 1. Dependence of consistency $C(t)$ on reduced time $\gamma_{12}t$ for the separable initial state of qubits $|e, e\rangle$ (or $|g, g\rangle$). Average number of photons $\bar{n}=30$. Case (a) corresponds to $\chi=0$ (solid line) and $\chi=0,3$ (dashed line). Case (b) corresponds to $\chi=1$ (solid line) and $\chi=3$ (dashed line)

Рис. 2. Зависимость согласованности $C(t)$ от приведенного времени $\gamma_{12}t$ для перепутанного начального состояния кубитов $1/\sqrt{2}(|g, g\rangle+|e, e\rangle)$. Среднее число фотонов $\bar{n}=10$. Случай (а) соответствует $\chi=0$ (сплошная линия) и $\chi=0,3$ (штриховая линия). Случай (б) соответствует $\chi=1$ (сплошная линия) и $\chi=3$ (штриховая линия)

Fig. 2. Dependence of consistency $C(t)$ on reduced time $\gamma_{12}t$ for the entangled initial state of qubits $1/\sqrt{2}(|g, g\rangle+|e, e\rangle)$. Average number of photons $\bar{n}=10$. Case (a) corresponds to $\chi=0$ (solid line) and $\chi=0,3$ (dashed line). Case (b) corresponds to $\chi=1$ (solid line) and $\chi=3$ (dashed line)

ные и неотрицательные собственные значения. Тогда согласованность C может быть найдена из выражения

$$C(t) = \max \left\{ \sqrt{\lambda_1(t)} - \sqrt{\lambda_2(t)} - \sqrt{\lambda_3(t)} - \sqrt{\lambda_4(t)}, 0 \right\},$$

где $\lambda_i(t)$ – собственные значения матрицы $\rho(t)_{J_1 J_2} \tilde{\rho}(t)_{J_1 J_2}$, расположенные в убывающем порядке.

В результате несложных вычислений формула для согласованности кубитов в случае их начальных состояний вида (2)–(4) может быть записана как

$$C(t) = 2 |\rho_{14}|. \quad (8)$$

Результаты численного моделирования временной зависимости согласованности (8) для различных начальных состояний кубитов и параметров модели представлены на рис. 1 и 2.

2. Численное моделирование согласованности и обсуждение результатов

Рис. 1 представляет зависимость согласованности для начального сепарабельного состояния кубитов $|e, e\rangle$ (или $|g, g\rangle$) от приведенного времени $\gamma_{12}t$ для фиксированного среднего числа фотонов в когерентной моде $\bar{n}=30$ и различных значений керровской нелинейности. Из рис. 1 видно, что в рассматриваемой модели для всех значений керровской нелинейности имеет место сильная корреляция состояний двух кубитов в процессе их эволюции. Из рис. 1 видно также, что учет керровской нелинейности для сепарабельных начальных состояний приводит к уменьшению максимальной степени перепутывания кубитов в процессе

их эволюции. Такая зависимость параметра перепутывания от нелинейности принципиально отличается от аналогичной зависимости в случае двух кубитов, взаимодействующих с общим микроволновым полем [17–21]. В последнем случае включение керровской нелинейности существенно увеличивает максимальную степень перепутывания кубитов. Поведение согласованности, отражающее поведение перепутывания кубитов, для сепарабельных состояний носит осцилляторный характер, что соответствует процессам поглощения и испускания фотонов. Кроме того, согласованность обращается в нуль для некоторых времен. В эти моменты времени состояния двух зарядовых кубитов оказываются распутанными. При увеличении среднего числа фотонов в моде времени, на которых происходит распутывание состояний кубитов, уменьшаются. При учете керровской среды такой эффект отсутствует. На рис. 2 представлена зависимость согласованности от приведенного времени $\gamma_{12}t$ для начального перепутанного состояния кубитов $1/\sqrt{2}(|g, g\rangle + |e, e\rangle)$ и различных значений керровской нелинейности. В рассматриваемом случае зависимость максимальной степени перепутывания кубитов от параметра керровской нелинейности носит немонотонный характер. В интервале значений безразмерной керровской нелинейности $0 < \chi < 0,3$ перепутывание кубитов уменьшается с ростом керровской нелинейности. Для значений $\chi > 0,3$ имеет место противоположная зависимость. Наиболее интересным представляется результат, заключающийся в том, что для достаточно больших значений безразмерной керровской нелинейности $\chi > 3$ значение согласованности процесса эволюции остается близким к начальному значению, равному единице. Таким образом, используя керров-

скую среду с достаточно большими значениями нелинейности, мы можем получить долгоживущие, максимально перепутанные состояния кубитов. Такой результат показывает возможность использования керровской нелинейности для контроля и управления степенью перепутывания кубитов.

Заключение

Таким образом, в данной работе нами была найдена точная динамика системы, состоящей из двух идентичных зарядовых кубитов, соединенных большим джозефсоновским переходом. Рассмотрен случай, когда на контур, в котором находится один из кубитов и большой джозефсоновский переход, действует одномодовое микроволновое поле в когерентном состоянии. На основе точного решения уравнения эволюции найдена временная волновая функция системы. Полученное явное выражение для временной волновой функции использовано для вычисления критерия перепутывания кубитов для начальных сепарабельных и перепутанных состояний кубитов. В качестве количественного критерия перепутывания кубитов выбрана согласованность. Результаты численного моделирования временного поведения согласованности показали, что для сепарабельных начальных состояний кубитов включение керровской нелинейности уменьшает максимальную степень перепутывания кубитов. Для перепутанного начального состояния кубитов получена возможность создания долгоживущих перепутанных состояний кубитов при наличии керровской нелинейности. В результате показано, что при определенном выборе начальных состояний кубитов и значений параметра керровской нелинейности мы можем контролировать и управлять эволюцией кубитов, а также степенью их перепутывания.

Список литературы

1. Hybrid quantum circuits: Superconducting circuits interacting with other quantum systems / Z.-L. Xiang [et al.] // *Rev. Mod. Phys.* 2013. Vol. 85, no. 2. P. 623–653. DOI: <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.85.623>
2. Georgescu I.M., Ashhab S., Nori F. Quantum simulation // *Rev. Mod. Phys.* 2014. Vol. 88, no. 1. P. 153–185. DOI: <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.86.153>
3. Microwave photonics with superconducting quantum circuits / X. Gu [et al.] // *Phys. Repts.* 2017. Vol. 718-719. P. 1–102. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2017.10.002>
4. Wendin G. Quantum information processing with superconducting circuits: A review // *Rep. Prog. Phys.* 2017. Vol. 80. P. 106001. DOI: <https://doi.org/10.1088/1361-6633/aa7e1a>
5. Superconducting qubits: Current state of play / M. Kjaergaard [et al.] // *Annual Reviews of Condensed Matter Physics.* 2020. Vol. 11. P. 369–395. DOI: <http://doi.org/10.1146/annurev-conmatphys-031119-050605>
6. Superconducting quantum computing: A review / H.-L. Huang [et al.] // *Science China Information Sciences.* 2020. Vol. 63. P. 180501. DOI: <http://doi.org/10.1007/S11432-020-2881-9>
7. Shi J. Entanglement research for the coupled superconducting phase qubit and a two-level system // *Advances in Condensed Matter Physics.* 2020. Vol. 2020. P. 3838106. DOI: <https://doi.org/10.1155/2020/3838106>

8. Controllable coupling between flux qubits / Y.-X. Liu [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* 2006. Vol. 96. P. 067003. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.96.067003>
9. Variable-frequency-controlled coupling in charge qubit circuits: Effects of microwave field on qubit-state readout / X.-L. He [et al.] // *Phys. Rev.* 2007. Vol. A76. P. 22317. DOI: <http://doi.org/https://doi.org/10.1103/PhysRevA.76.022317>
10. Control of the entanglement between two Josephson charge qubits / Q.-H. Liao [et al.] // *Chin. Phys. Lett.* 2011. Vol. 28. P. 060307. DOI: <http://doi.org/10.1088/0256-307X/28/6/060307>
11. Shore B.W., Knight P.L. The Jaynes–Cummings model // *J. Mod. Opt.* 1992. Vol. 40, no. 7. P. 1195–1238. DOI: <https://doi.org/10.1080/09500349314551321>
12. Larson J. Dynamics of the Jaynes–Cummings and Rabi models: Old wine in new bottles // *Physica Scr.* 2007. Vol. 76, no. 2. P. 146–160. DOI: <https://doi.org/10.1088/0031-8949/76/2/007>
13. Башкиров Е.К. Тепловое перепутывание в двухатомной модели Тависа – Каммингса с учетом диполь-дипольного взаимодействия // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы.* 2023. Т. 26, № 2. С. 9–17. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.2.9-17>
14. Башкиров Е.К. Перепутывание в многофотонной модели Тависа – Каммингса, индуцированное тепловым шумом // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы.* 2018. Т. 21, № 2. С. 14–20. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7030>
15. Башкиров Е.К., Воробьев А.М. Влияние диполь-дипольного взаимодействия и расстройки на перепутывание двух кубитов, индуцированное теплом полей // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы.* 2017. Т. 20, № 4. С. 4–10. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7067>
16. Башкиров Е.К. Динамика перепутывания двух дипольно-связанных сверхпроводящих джозефсоновских кубитов, взаимодействующих с двумя резонаторами // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы.* 2016. Т. 19, № 2. С. 34–38. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7147>
17. Афанасьев В.В., Данилаев М.П., Польский Ю.Е. Обобщенная многомодовая модель процессов формирования диссипативных структур // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы.* 2008. Т. 11, № 4. С. 60–63. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=12835177>
18. Акимов А.А., Воробьева Е.В., Ивахник В.В. Четырехволновое взаимодействие на резонансной и тепловой нелинейностях при больших коэффициентах отражения // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы.* 2012. Т. 15, № 1. С. 46–51. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=17782070>
19. Ивахник В.В., Никонов В.И., Савельев М.В. Удвоенное обращение волнового фронта при шестиволновом взаимодействии на тепловой нелинейности // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы.* 2015. Т. 18, № 1. С. 13–17. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7205>
20. Puri S., Boutin S., Blais A. Engineering the quantum states of light in a Kerr-nonlinear resonator by two-photon driving // *Quan. Inform.* 2017. Vol. 3, no. 1. P. 18. DOI: <https://doi.org/10.1038/s41534-017-0019-1>
21. Бурдин В.А., Бурдин А.В., Кубанов В.П. Исследование дисперсионных характеристик фундаментальной моды ступенчатого оптического волокна с керровской нелинейностью // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы.* 2017. Т. 20, № 3-2. С. 47–51. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=32453901>
22. Параметры моды LP₁₁ ступенчатого волоконного световода с керровской нелинейностью / В.А. Андреев [и др.] // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы.* 2017. Т. 20, № 3-2. С. 4–9. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=32453892>
23. Effects of Kerr medium in coupled cavities on quantum state transfer / A.F. Al Naim [et al.] // *J. Nonlin. Opt. Phys. Mater.* 2018. Vol. 27, no. 3. P. 1850035. DOI: <https://doi.org/10.1142/S0218863518500352>
24. Бурдин В.А., Бурдин А.В. Синтез профиля показателя преломления волоконного световода с учетом керровской нелинейности // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы.* 2018. Т. 21, № 3. С. 50–58. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7018>
25. Effects of Kerr medium and Stark shift parameter on Wehrl entropy and the field purity for two-photon Jaynes–Cummings model under dispersive approximation / A.F. Al Naim [et al.] // *J. Rus. Las. Res.* 2019. Vol. 40, no. 1. P. 20–29. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10946-019-09764-w>
26. Anwar S.J., Ramzan M., Khan M.K. Effect of Stark- and Kerr-like medium on the entanglement dynamics of two three-level atomic systems // *Quant. Inform. Proc.* 2019. Vol. 18. P. 1–14. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11128-019-2277-7>
27. Бурдин В.А., Волков К.А., Дашков М.В. Исследование характеристик вынужденного рассеяния Мандельштама – Бриллюэна в одномодовых оптических волокнах // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы.* 2019. Т. 22, № 2. С. 8–12. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2019.22.2.8-12>
28. Aldaghfag S.A., Berrada K., Abdel-Khalek S. Entanglement and photon statistics of two dipole-dipole coupled superconducting qubits with Kerr-like nonlinearities // *Results in Phys.* 2020. Vol. 16. P. 102978. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.rinp.2020.102978>
29. Волобуев А.Н., Антипова Т.А., Адыширин-Заде К.А. Особенности расчета киральной среды в зависимости от концентрации киральных элементов // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы.* 2021. Т. 24, № 2. С. 22–31. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2021.24.2.22-31>
30. Ивахник В.В., Капизов Д.Р., Никонов В.И. Четырехволновое взаимодействие в многомодовом волноводе с керровской нелинейностью в схеме с попутными волнами накачки // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы.* 2019. Т. 22, № 2. С. 13–18. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2019.22.2.13-18>
31. Акимов А.А., Гузаиров С.А., Ивахник В.В. Четырехволновое взаимодействие на тепловой нелинейности при наличии обратной связи на сигнальную или объектную волны // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы.* 2022. Т. 25, № 3. С. 9–15. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.3.9-15>

32. Акимов А.А., Ивахник В.В., Казакова К.Г. Четырехволновое взаимодействие на тепловой и резонансной нелинейностях при наличии обратной связи на объектную и сигнальную волны // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы*. 2023. Т. 26, № 2. С. 18–26. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.2.18-26>
33. Phase-preserving amplification near the quantum limit with a Josephson ring modulator / N. Bergeal [et al.] // *Nature*. 2010. Vol. 465. P. 64–68. DOI: <https://doi.org/10.1038/nature09035>
34. Observation of quantum state collapse and revival due to the single-photon Kerr effect / G. Kirchmair [et al.] // *Nature*. 2013. Vol. 495. P. 205–209. DOI: <https://doi.org/10.1038/nature11902>
35. Wootters W.K. Entanglement of formation of an arbitrary state of two qubits // *Phys. Rev. Lett.* 1998. Vol. 80. P. 2245–2248. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.80.2245>

Информация об авторе

Башкиров Евгений Константинович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры общей и теоретической физики Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева, г. Самара, Россия. В 1978г. окончил физический факультет Куйбышевского государственного университета и в 1984 г. – аспирантуру при Московском государственном университете. Автор более 360 научных работ.

Область научных интересов: квантовая оптика и квантовая радиофизика, квантовая информатика, теория неравновесных явлений.

E-mail: bashkirov.ek@ssau.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2569-1322>

Physics of Wave Processes and Radio Systems

2024, vol. 27, no. 1, pp. 26–34

DOI [10.18469/1810-3189.2024.27.1.26-34](https://doi.org/10.18469/1810-3189.2024.27.1.26-34)

UDC 537.86:530.145

Original Research

Received 24 December 2023

Accepted 26 January 2024

Published 29 March 2024

Entanglement between two charge qubits taking account the Kerr media

Eugene K. Bashkirov

Samara National Research University
34, Moskovskoye shosse,
Samara, 443086, Russia

Abstract – Background. The need to implement controlled coupling between qubits, which are the logical elements of quantum devices such as quantum computers and quantum networks, requires, along with the use of traditional methods, the development of new, more effective ways to organize the interaction of qubits with the microwave fields of resonators used to generate and control the entanglement of qubits. As one of these methods, a method based on the influence of frequency-regulated radio frequency signals on a superconducting Josephson qubit connected by a large Josephson junction to a free qubit has been proposed. **Aim.** The influence of the Kerr medium of the resonator, in which one of the two qubits is placed, on their entanglement induced by the coherent or thermal frequency-regulated radio frequency field of the resonator is considered. **Methods.** To analyze the dynamics of the system under consideration, the solution of the quantum Liouville equation for the full density matrix is studied. An exact solution of this equation is found in the case of initial separable and entangled states of qubits. The exact solution of the evolution equation is used to calculate the criterion of qubit-qubit entanglement – concurrence. Numerical modeling of the concurrence was carried out for various states of qubits, coherent and thermal fields of the resonator, as well as various values of the intensity of the resonator field and the Kerr nonlinearity parameter. **Results.** It is shown that for separable initial states of qubits, the inclusion of Kerr nonlinearity reduces the maximum degree of entanglement of qubits. For an entangled initial state of qubits, the possibility of creating long-lived entangled states in the presence of Kerr nonlinearity is shown. **Conclusion.** The type of initial states of qubits and the range of values of the intensities of the resonator fields and the Kerr nonlinearity parameters have been established, for which the most effective control and operation of the evolution of qubits, as well as the degree of their entanglement, in the physical system under consideration, is possible.

Keywords – superconducting charge qubits; microwave quantum field; coherent state; Kerr nonlinearity; concurrence; long-lived entangled states.

✉ bashkirov.ek@ssau.ru (*Eugene K. Bashkirov*)

© Eugene K. Bashkirov, 2024

References

1. Z.-L. Xiang et al., “Hybrid quantum circuits: Superconducting circuits interacting with other quantum systems,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 85, no. 2, pp. 623–653, 2013, doi: <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.85.623>.
2. I. M. Georgescu, S. Ashhab, and F. Nori, “Quantum simulation,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 88, no. 1, pp. 153–185, 2014, doi: <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.86.153>.

3. X. Gu et al., “Microwave photonics with superconducting quantum circuits,” *Phys. Repts.*, vol. 718-719, pp. 1–102, 2017, doi: <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2017.10.002>.
4. G. Wendin, “Quantum information processing with super-conducting circuits: A review,” *Rep. Prog. Phys.*, vol. 80, p. 106001, 2017, doi: <https://doi.org/10.1088/1361-6633/aa7e1a>.
5. M. Kjaergaard et al., “Superconducting qubits: Current state of play,” *Annual Reviews of Condensed Matter Physics*, vol. 11, pp. 369–395, 2020, doi: <http://doi.org/10.1146/annurev-conmatphys-031119-050605>.
6. H.-L. Huang et al., “Superconducting quantum computing: A review,” *Science China Information Sciences*, vol. 63, p. 180501, 2020, doi: <http://doi.org/10.1007/S11432-020-2881-9>.
7. J. Shi, “Entanglement research for the coupled superconducting phase qubit and a two-level system,” *Advances in Condensed Matter Physics*, vol. 2020, p. 3838106, 2020, doi: <https://doi.org/10.1155/2020/3838106>.
8. Y.-X. Liu et al., “Controllable coupling between flux qubits,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 96, p. 067003, 2006, doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.96.067003>.
9. X.-L. He et al., “Variable-frequency-controlled coupling in charge qubit circuits: Effects of microwave field on qubit-state readout,” *Phys. Rev.*, vol. A76, p. 22317, 2007, doi: <http://doi.org/https://doi.org/10.1103/PhysRevA.76.022317>.
10. Q.-H. Liao et al., “Control of the entanglement between two Josephson charge qubits,” *Chin. Phys. Lett.*, vol. 28, p. 060307, 2011, doi: <http://doi.org/10.1088/0256-307X/28/6/060307>.
11. B. W. Shore and P. L. Knight, “The Jaynes–Cummings model,” *J. Mod. Opt.*, vol. 40, no. 7, pp. 1195–1238, 1992, doi: <https://doi.org/10.1080/09500349314551321>.
12. J. Larson, “Dynamics of the Jaynes–Cummings and Rabi models: Old wine in new bottles,” *Physica Scr.*, vol. 76, no. 2, pp. 146–160, 2007, doi: <https://doi.org/10.1088/0031-8949/76/2/007>.
13. E. K. Bashkirov, “Thermal entanglement in two-atom Tavis–Cummings model with taking into account the dipole-dipole interaction,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 26, no. 2, pp. 9–17, 2023, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.2.9-17>. (In Russ.)
14. E. K. Bashkirov, “Entanglement in multi-photon Tavis–Cummings model induced by a thermal noise,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 21, no. 2, pp. 14–20, 2018, url: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7030>. (In Russ.)
15. E. K. Bashkirov and A. M. Vorob’ev, “Influence of dipole-dipole interaction and detuning on the entanglement of two qubits induced by a thermal field,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 20, no. 4, pp. 4–10, 2017, url: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7067>. (In Russ.)
16. E. K. Bashkirov, “Dynamics of entanglement of two dipole-coupled Josephson qubits interacting with two lossless resonators,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 19, no. 2, pp. 34–38, 2016, url: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7147>. (In Russ.)
17. V. V. Afanas’ev, M. P. Danilaev, and Yu. E. Pol’skiy, “Generalized multimode model of dissipative structures formation processes,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 11, no. 4, pp. 60–63, 2008, url: <https://elibrary.ru/item.asp?id=12835177>. (In Russ.)
18. A. A. Akimov, E. V. Vorob’eva, and V. V. Ivakhnik, “Four-wave interaction with allowance for thermal and resonant nonlinearities at large reflectance,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 15, no. 1, pp. 46–51, 2012, url: <https://elibrary.ru/item.asp?id=17782070>. (In Russ.)
19. V. V. Ivakhnik, V. I. Nikonov, and M. V. Savel’ev, “Double wavefront reversal at six-wave interaction on the thermal nonlinearity,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 18, no. 1, pp. 13–17, 2015, url: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7205>. (In Russ.)
20. S. Puri, S. Boutin, and A. Blais, “Engineering the quantum states of light in a Kerr-nonlinear resonator by two-photon driving,” *Quan. Inform.*, vol. 3, no. 1, p. 18, 2017, doi: <https://doi.org/10.1038/s41534-017-0019-1>.
21. V. A. Burdin, A. V. Burdin, and V. P. Kubanov, “Study of the dispersion characteristics of the fundamental mode of a stepped optical fiber with Kerr nonlinearity,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 20, no. 3-2, pp. 47–51, 2017, url: <https://elibrary.ru/item.asp?id=32453901>. (In Russ.)
22. V. A. Andreev et al., “Parameters of the LP₁₁ mode of a stepped fiber light guide with Kerr nonlinearity,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 20, no. 3-2, pp. 4–9, 2017, url: <https://elibrary.ru/item.asp?id=32453892>. (In Russ.)
23. A. F. Al Naim et al., “Effects of Kerr medium in coupled cavities on quantum state transfer,” *J. Nonlin. Opt. Phys. Mater.*, vol. 27, no. 3, p. 1850035, 2018, doi: <https://doi.org/10.1142/S0218863518500352>.
24. V. A. Burdin and A. V. Burdin, “Synthesis of the refractive index profile of the optical fiber with the account of Kerr nonlinearity,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 21, no. 3, pp. 50–58, 2018, url: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7018>. (In Russ.)
25. A. F. Al Naim et al., “Effects of Kerr medium and Stark shift parameter on Wehrl entropy and the field purity for two-photon Jaynes–Cummings model under dispersive approximation,” *J. Rus. Las. Res.*, vol. 40, no. 1, pp. 20–29, 2019, doi: <https://doi.org/10.1007/s10946-019-09764-w>.
26. S. J. Anwar, M. Ramzan, and M. K. Khan, “Effect of Stark- and Kerr-like medium on the entanglement dynamics of two three-level atomic systems,” *Quant. Inform. Proc.*, vol. 18, pp. 1–14, 2019, doi: <https://doi.org/10.1007/s11128-019-2277-7>.
27. V. A. Burdin, K. A. Volkov, and M. V. Dashkov, “Study of the characteristics of stimulated Mandelstam–Brillouin scattering in single-mode optical fibers,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 22, no. 2, pp. 8–12, 2019, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2019.22.2.8-12>. (In Russ.)
28. S. A. Aldaghfag, K. Berrada, and S. Abdel-Khalek, “Entanglement and photon statistics of two dipole-dipole coupled superconducting qubits with Kerr-like nonlinearities,” *Results in Phys.*, vol. 16, p. 102978, 2020, doi: <https://doi.org/10.1016/j.rinp.2020.102978>.
29. A. N. Volobuev, T. A. Antipova, and K. A. Adyshirin-Zade, “Interaction of electromagnetic wave and metamaterial with inductive type chiral inclusions,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 24, no. 2, pp. 22–31, 2021, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2021.24.2.22-31>. (In Russ.)

30. V. V. Ivakhnik, D. R. Kapizov, and V. I. Nikonov, "Four-wave interaction in a multimode waveguide with Kerr nonlinearity in a scheme with associated pump waves," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 22, no. 2, pp. 13–18, 2019, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2019.22.2.13-18>. (In Russ.)
31. A. A. Akimov, S. A. Guzairov, and V. V. Ivakhnik, "Four-wave mixing on thermal nonlinearity with feedback for signal or object waves," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 25, no. 3, pp. 9–15, 2022, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.3.9-15>. (In Russ.)
32. A. A. Akimov, V. V. Ivakhnik, and K. G. Kazakova, "Four-wave interaction on thermal and resonant nonlinearities in the presence of feedback to the object and signal waves," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 26, no. 2, pp. 18–26, 2023, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.2.18-26>. (In Russ.)
33. N. Bergeal et al., "Phase-preserving amplification near the quantum limit with a Josephson ring modulator," *Nature*, vol. 465, pp. 64–68, 2010, doi: <https://doi.org/10.1038/nature09035>.
34. G. Kirchmair et al., "Observation of quantum state collapse and revival due to the single-photon Kerr effect," *Nature*, vol. 495, pp. 205–209, 2013, doi: <https://doi.org/10.1038/nature11902>.
35. W. K. Wootters, "Entanglement of formation of an arbitrary state of two qubits," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 80, pp. 2245–2248, 1998, doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.80.2245>.

Information about the Author

Eugene K. Bashkirov, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor of the Department of General and Theoretical Physics, Samara National Research University, Samara, Russia. In 1978, he graduated from the Faculty of Physics of the Kuibyshev State University and in 1984 – postgraduate studies at the Moscow State University. Author of more than 360 scientific papers.

Research interests: quantum optics and quantum radiophysics, quantum informatics, theory of nonequilibrium phenomena.

E-mail: bashkirov.ek@ssau.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2569-1322>

Параметрический синтез различных радиоустройств с заданным количеством каскадов типа «резистивный четырехполюсник – нелинейная часть»

А.А. Головков

Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия»
394064, Россия, г. Воронеж,
ул. Старых Большевиков, 54а

Аннотация – Обоснование. Наличие возможности аналитического определения части параметров различных радиоустройств, оптимальных по критерию обеспечения заданных значений модулей и фаз передаточных функций на необходимом количестве частот, значительно уменьшает время численной оптимизации остальной части параметров по критерию формирования требуемых АЧХ и ФЧХ в полосе частот. До настоящего времени такие задачи решались в отношении радиоустройств только с одним каскадом типа «нелинейная часть – согласующее устройство» или «согласующее устройство – нелинейная часть». В качестве согласующего устройства использовались реактивные, резистивные, комплексные или смешанные четырехполюсники. Решена также задача многокаскадных радиоустройств с реактивными четырехполюсниками. Изменение базиса для согласующих четырехполюсников и места включения нелинейной части приводит к изменению области физической реализуемости. **Цель.** Разработка алгоритмов параметрического синтеза радиоустройств с произвольным количеством одинаковых и неодинаковых каскадов типа «согласующий резистивный четырехполюсник – нелинейная часть» по критерию обеспечения заданных частотных характеристик. Нелинейные части представлены в виде нелинейного элемента и параллельной или последовательной по току или напряжению обратной связи. **Методы.** Теория четырехполюсников, матричная алгебра, метод декомпозиции, метод синтеза управляющих устройств СВЧ, численные методы оптимизации. **Результаты.** В интересах достижения указанной цели сформированы и решены системы алгебраических уравнений. Получены модели оптимальных резистивных четырехполюсников в виде математических выражений для определения взаимосвязей между элементами их классической матрицы передачи и для отыскания зависимостей сопротивлений двухполюсников от частоты. Показано, что при определенных соотношениях между количеством одинаковых каскадов и значениями сопротивлений источника сигнала и нагрузки однокаскадного радиоустройства частотные характеристики однокаскадного и многокаскадного радиоустройств оказываются идентичными или подобными. Такие схемы названы эквивалентными. Использование неодинаковых каскадов приводит к значительному увеличению рабочей полосы частот. **Заключение.** Сравнительный анализ теоретических результатов (АЧХ и ФЧХ радиоустройств, значения параметров), полученных путем математического моделирования в системе MathCad, и экспериментальных результатов, полученных путем схемотехнического моделирования в системах OrCad и MicroCap, показывает их удовлетворительное совпадение.

Ключевые слова – параметрический синтез резистивных четырехполюсников; заданные частотные характеристики многокаскадных радиоустройств.

Введение

В работе [1] предложены алгоритмы параметрического синтеза плоско-слоистых сред (ПСС), содержащих заданное количество управляемых и неуправляемых слоев, по критерию обеспечения заданной амплитудно-фазовой модуляции рассеянного сигнала. Управляемые слои – это двумерно-периодические решетки проводящих стержней или полосок, в разрывы которых включены нелинейные элементы, управляемые низкочастотным сигналом. Неуправляемые слои (НС) – это однородные диэлектрические слои без потерь или двумерно-периодические решетки стержней или полосок. В общем случае ПСС функционирует в смешанном режиме – присутствует как отраженная, так и проходящая волна. Если один из НС, расположенный последним по направле-

нию падающей волны, выполнен в виде проводящего экрана, то ПСС является отражающей. В этом случае ПСС может быть использована в качестве основы для построения перспективной курсо-глицсадной системы [2]. Суть алгоритмов состоит в формировании систем алгебраических уравнений, отвечающих требованиям к системным операторам (коэффициентам отражения и передаточным функциям) в заданном количестве состояний, удовлетворяющих заданным уровням низкочастотного сигнала. Результатом решения этих уравнений является система взаимосвязей между элементами классической матрицы передачи некоторых НС, отнесенных к неуправляемой части. Оставшаяся часть НС отнесена к управляемой части ПСС. Система взаимосвязей – это исходная система уравнений для отыскания параметров НС.

Рис. 1. Структурные схемы многокаскадных радиоустройств с параллельной по напряжению (а) и последовательной по току (б) ЦОС, включенными между РЧ и нагрузкой
Fig. 1. Block diagrams of multi-stage radio devices with voltage-parallel (a) and current-series (b) DSPs connected between the RF and the load

Разработанные алгоритмы могут быть использованы практически в любом диапазоне радиочастот. Отличие состоит лишь в реализации элементов классической матрицы передачи НС. В соответствующих диапазонах частот это могут быть элементы либо с распределенными параметрами [1; 2], либо с сосредоточенными параметрами [3–7]. Для реализации геометрических размеров неуправляемых и управляемых решеток ПСС [1; 2] необходимо привлечение результатов решения задач дифракции электромагнитных волн на различных проводящих телах [8].

Наиболее полно метод решения задач параметрического синтеза различных радиоустройств (за исключением многокаскадных) с обоими типами элементов изложен в работе [9].

В данной работе предлагается рассмотреть особенности этих алгоритмов с учетом наличия каскадов типа «резистивный четырехполюсник (РЧ) – нелинейная часть (НЧ)». Эти каскады включены между источником сигнала с сопротивлением $z_0 = r_0 + jx_0$ и нагрузкой $z_n = r_n + jx_n$ (рис. 1, 2). При этом учитывалось, что НЧ состоит из трехполюсного нелинейного элемента (НЭ) и охватывающей его цепи обратной связи (ЦОС – параллельной или последовательной по току или напряжению). Оптимизация параметров двухполюсников, не входящих в КЧ, осуществляется с помощью известных численных методов [10] по критерию обеспечения заданной рабочей полосы частот. Все обозначения неопределенных величин в данной статье соответствуют принятым в [9].

Алгоритм синтеза многокаскадных радиоустройств с учетом наличия каскадов типа «РЧ – НЧ» приведен в работе [11].

Рис. 2. Структурные схемы многокаскадных радиоустройств с последовательной по напряжению (а) и параллельной по току (б) ЦОС, включенными между РЧ и нагрузкой
Fig. 2. Block diagrams of multistage radio devices with voltage-sequential (a) and current-parallel (b) feedback circuits connected between the RF and the load

1. Результаты параметрического синтеза

Если в качестве РЧ используется соединение из двух Г-образных звеньев в виде четырех сопротивлений $R_{1,2,3,4}$ (рис. 3, а), то зависимости этих сопротивлений от частоты определяются следующим образом (аргументы опущены):

$$R_1 = \{ (c_r + R_4 d_r)(R_2 + R_3) + R_2 R_3 d_r \} / \quad (1)$$

$$\{ R_2 - [c_r + (d_r + R_2 b_r)(R_3 + R_4) + R_3(e_r + R_4 b_r - 1)] \};$$

$$R_2 = \frac{-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4A_2 C_2}}{2A_2},$$

где

$$A_2 = (d_x - b_r c_x + b_x c_r)(R_3 + R_4) + c_x -$$

$$- (b_r d_x - b_x d_r)(R_3 + R_4)^2;$$

$$B_2 = \{ B_0 - R_4 [(d_x -$$

$$- b_r c_x + b_x c_r - 2(b_r d_x - b_x d_r)(R_3 + R_4)] \} R_3;$$

$$B_0 = 2c_x + (R_3 + 2R_4)(d_r e_x - d_x e_r);$$

$$C_2 = R_3^2 [(b_x d_r - b_r d_x) R_4^2 + C_0 + c_r e_x - c_x e_r];$$

$$C_0 = (d_x - b_r c_x + b_x c_r + d_r e_x - d_x e_r) R_4 +$$

$$+ c_x + c_r d_x - c_x d_r.$$

$$R_1 = \{ (c_r + R_4 d_r)(R_2 + R_3) + R_2 R_3 d_r \} / \quad (2)$$

$$\{ R_2 - [c_r + (d_r + R_2 b_r)(R_3 + R_4) + R_3(e_r + R_4 b_r - 1)] \};$$

$$R_3 = \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3 C_3}}{2A_3},$$

где

$$\begin{aligned}
 A_3 &= A_0 - (b_r d_x - b_x d_r)(R_2 + R_4)^2 + \\
 &+ c_r d_x - c_x d_r + c_r e_x - c_x e_r; \\
 A_0 &= (R_2 + R_4)(d_x - b_r c_x + b_x c_r + \\
 &+ d_r e_x - d_x e_r) + c_x; \\
 B_3 &= \{2c_x - R_4[d_x e_r - d_r e_x + \\
 &+ 2(b_r d_x - b_x d_r)(R_2 + R_4)] + B_0\} R_2; \\
 B_0 &= (R_2 + 2R_4)(d_x - b_r c_x + b_x c_r) + c_r e_x - c_x e_r; \\
 C_3 &= R_3^2 [(b_x d_r - b_r d_x) R_4^2 + (d_x - b_r c_x + b_x c_r) R_4 + c_x]; \\
 R_1 &= \{(c_r + R_4 d_r)(R_2 + R_3) + R_2 R_3 d_r\} / \\
 &/ \{R_2 - [c_r + (d_r + R_2 b_r)(R_3 + R_4) + \\
 &+ R_3(e_r + R_4 b_r - 1)]\}; \\
 R_4 &= \frac{-B_4 \pm \sqrt{B_4^2 - 4A_4 C_4}}{2A_4}, \\
 \text{где} \\
 A_4 &= (b_x d_r - b_r d_x)(R_2 + R_3)^2; \\
 B_4 &= B_0(R_2 + R_3) + \\
 &+ (d_x - b_r c_x + b_x c_r)(R_2 + R_3)^2; \\
 B_0 &= R_3 [2R_2(b_x d_r - b_r d_x) + d_r e_x - d_x e_r]; \\
 C_4 &= C_0 + R_3^2 [(b_x d_r - b_r d_x) R_2^2 + \\
 &+ (d_r e_x - d_x e_r) R_2 + c_r d_x - c_x d_r]; \\
 C_0 &= c_x (R_2 + R_3)^2 + R_3 [c_r e_x - c_x e_r + \\
 &+ R_2(d_x - b_r c_x + b_x c_r)](R_2 + R_3); \\
 R_2 &= \{(c_r + R_4 d_r)(R_1 + R_3) + \\
 &+ R_1 R_3(d_r + e_r + R_4 b_r - 1)\} / \\
 &/ \{R_1 - c_r - (d_r + R_1 b_r)(R_3 + R_4)\}; \\
 R_3 &= \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3 C_3}}{2A_3}, \\
 \text{где} \\
 A_3 &= (b_x d_r - b_r d_x - b_x - b_r e_x + b_x e_r) R_1^2 + c_r d_x - c_x d_r + \\
 &+ (b_x c_r - b_r c_x - d_x - d_r e_x + d_x e_r) R_1; \\
 B_3 &= R_1^2 [d_x + e_x - \\
 &- R_4(2b_r d_x - 2b_x d_r + b_r e_x - b_x e_r) - b_r c_x + b_x c_r] - \\
 &- R_1 [R_4(d_r e_x - d_x e_r) + c_r e_x - c_x e_r]; \\
 C_3 &= R_1^2 [(b_x d_r - b_r d_x) R_4^2 + \\
 &+ (d_x - b_r c_x + b_x c_r) R_4 + c_x]; \\
 R_2 &= \{(c_r + R_4 d_r)(R_1 + R_3) + \\
 &+ R_1 R_3(d_r + e_r + R_4 b_r - 1)\} /
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

Рис. 3. Синтезированные РЧ
Fig. 3. Synthesized RF

$$\begin{aligned}
 &/ \{R_1 - c_r - (d_r + R_1 b_r)(R_3 + R_4)\}; \\
 R_4 &= \frac{-B_4 \pm \sqrt{B_4^2 - 4A_4 C_4}}{2A_4}, \\
 \text{где} \\
 A_4 &= (b_x d_r - b_r d_x) R_1^2; \\
 B_4 &= (d_x - b_r c_x + b_x c_r) R_1^2 - \\
 &- R_3 [(2b_r d_x - 2b_x d_r + b_r e_x - b_x e_r) R_1^2 + \\
 &+ (d_r e_x - d_x e_r) R_1]; \\
 C_4 &= [c_x e_r - c_r e_x - (b_r c_x - b_x c_r)(R_1 + R_3)] R_1 R_3 - \\
 &- R_3^2 [(b_x + b_r d_x - b_x d_r + b_r e_x - b_x e_r) R_1^2 + \\
 &+ (d_x + d_r e_x - d_x e_r) R_1 - c_r d_x + c_x d_r] + \\
 &+ R_1^2 [c_x + R_3(d_x + e_x)]; \\
 R_3 &= \frac{R_1 R_2 (1 - R_4 b_r) - (c_r + R_4 d_r)(R_1 + R_2)}{(R_2 + R_4)(d_r + R_1 b_r) + c_r + R_1(d_r + e_r - 1)}; \\
 R_4 &= \frac{-B_4 \pm \sqrt{B_4^2 - 4A_4 C_4}}{2A_4}, \\
 \text{где} \\
 B_4 &= (b_r c_x - d_x - b_x c_r - R_2(b_r e_x - b_x e_r)) R_1^2 - \\
 &- (d_r e_x - d_x e_r) R_1 (R_1 + R_2); \\
 A_4 &= (b_r d_x - b_x d_r) R_1^2; \\
 C_4 &= (R_1 + R_2) [R_2(d_x + b_r c_x - b_x c_r) - c_r e_x + c_x e_r] R_1 + \\
 &+ R_1^2 (b_x R_2^2 + e_x R_2 - c_x) - (c_r d_x - c_x d_r)(R_1 + R_2)^2. \\
 \text{Соединение из двух обратных Г-образных} \\
 \text{звеньев в виде четырех сопротивлений } R_{1,2,3,4} \\
 \text{(рис. 3, б):} \\
 R_1 &= \{[(1 - R_3 b_r - e_r) R_2 - c_r] R_4 + R_2 R_3 - \\
 &- (R_2 + R_3)(c_r + R_4 d_r)\} / \\
 &/ \{R_4 b_r (R_2 + R_3) - R_2 - R_3 - R_4\}; \\
 R_2 &= \frac{-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4A_2 C_2}}{2A_2}, \\
 \text{где} \\
 A_2 &= (b_x d_r - b_r d_x - b_x - b_r e_x + b_x e_r) R_4^2 + \\
 &+ (d_x + e_x - b_r c_x + b_x c_r) R_4 + c_x;
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

$$\tag{5}$$

$$\begin{aligned}
B_2 &= [(2c_x + e_x)(R_3 + R_4) + \\
&+ (2R_3 + R_4)(d_x - b_r c_x + b_x c_r)]R_4 + \\
&+ R_3[2c_x - R_4^2(2b_r d_x - 2b_x d_r + b_r e_x - b_x e_r)]; \\
C_2 &= c_x(R_3 + R_4)^2 + \\
&+ R_3 R_4(R_3 + R_4)(d_x - b_r c_x + b_x c_r) - \\
&- R_3^2 R_4^2(b_r d_x - b_x d_r). \\
R_1 &= \{[(1 - R_3 b_r - e_r)R_2 - c_r]R_4 + \\
&+ R_2 R_3 - (R_2 + R_3)(c_r + R_4 d_r)\} / \\
&/ \{R_4 b_r (R_2 + R_3) - R_2 - R_3 - R_4\}; \\
R_3 &= \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3 C_3}}{2A_3},
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
A_3 &= (b_x d_r - b_r d_x)R_4^2 + (d_x - b_r c_x + b_x c_r)R_4 + c_x; \\
B_3 &= 2c_x(R_2 + R_4) + \\
&+ R_4(2R_2 + R_4)(d_x - b_r c_x + b_x c_r) + R_2 R_4 e_x - \\
&- R_2 R_4^2(2b_r d_x - 2b_x d_r + b_r e_x - b_x e_r); \\
C_2 &= c_x(R_2 + R_4)^2 + \\
&+ R_2 R_4(R_2 + R_4)(d_x + e_x - b_r c_x + b_x c_r) - \\
&- R_2^2 R_4^2(b_x + b_r d_x - b_x d_r + b_r e_x - b_x e_r). \\
R_1 &= \{[(1 - R_3 b_r - e_r)R_2 - c_r]R_4 + \\
&+ R_2 R_3 - (R_2 + R_3)(c_r + R_4 d_r)\} / \\
&/ \{R_4 b_r (R_2 + R_3) - R_2 - R_3 - R_4\}; \\
R_4 &= \frac{-B_4 \pm \sqrt{B_4^2 - 4A_4 C_4}}{2A_4},
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
A_4 &= (b_x d_r - b_r d_x)(R_2 + R_3)^2 + e_x R_2 - b_x R_2^2 + c_x + \\
&+ [d_x - R_2(b_r e_x - b_x e_r) - b_r c_x + b_x c_r](R_2 + R_3); \\
B_4 &= (d_x - b_r c_x + b_x c_r)(R_2 + R_3)^2 + \\
&+ (2c_x + R_2 e_x)(R_2 + R_3); \\
C_2 &= c_x(R_2 + R_3)^2. \\
R_2 &= \{(R_1 - c_r)(R_3 + R_4) - \\
&- R_3 R_4(d_r + R_1 b_r)\} / \{c_r - R_1 + \\
&+ R_4(d_r + e_r + R_1 b_r - 1) + R_3(R_4 b_r - 1)\}; \\
R_3 &= \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3 C_3}}{2A_3},
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
A_3 &= (b_x d_r - b_r d_x)R_4^2 + (d_x - b_r c_x + b_x c_r)R_4 + c_x; \\
B_3 &= [d_x + R_1(b_r e_x - b_x e_r) - \\
&- b_r c_x + b_x c_r + d_r e_x - d_x e_r]R_4^2 + \\
&+ (2c_x - R_1 e_x + c_r e_x - c_x e_r)R_4; \\
C_3 &= -R_4^2[(d_x + e_x)(R_1 - c_r) + \\
&+ b_x R_1^2 + (b_r c_x - b_x c_r)R_1 + (d_r + e_r - 1)c_x]. \\
R_2 &= \{(R_1 - c_r)(R_3 + R_4) - \\
&- R_3 R_4(d_r + R_1 b_r)\} / \{c_r - R_1 + \\
&+ R_4(d_r + e_r + R_1 b_r - 1) + R_3(R_4 b_r - 1)\}; \\
R_4 &= \frac{-B_4 \pm \sqrt{B_4^2 - 4A_4 C_4}}{2A_4},
\end{aligned} \tag{8}$$

где

$$\begin{aligned}
A_4 &= R_3[d_x + R_1(b_r e_x - b_x e_r) + d_r e_x - d_x e_r] + \\
&+ (c_r - R_1)(d_x + e_x) - R_1^2 b_x - \\
&- c_x(d_r + e_r - 1) - R_3^2(b_r d_x - b_x d_r) - \\
&- (b_r c_x - b_x c_r)(R_1 + R_3); \\
B_4 &= (d_x - b_r c_x + b_x c_r)R_3^2 + \\
&+ (2c_x - R_1 e_x + c_r e_x - c_x e_r)R_3; \\
C_4 &= R_3^2 c_x. \\
R_3 &= \{(R_2 + R_4)(R_1 - c_r) - \\
&- R_2 R_4(d_r + e_r + R_1 b_r - 1)\} / \\
&/ \{(d_r + b_r(R_1 + R_2))R_4 + c_r - R_1 - R_2\}; \\
R_4 &= \frac{-B_4 \pm \sqrt{B_4^2 - 4A_4 C_4}}{2A_4},
\end{aligned} \tag{9}$$

где

$$\begin{aligned}
A_4 &= [d_x + R_2(b_r e_x - b_x e_r) + b_r c_x - b_x c_r](R_1 + R_2) + \\
&+ b_x(R_1 + R_2)^2 + (b_r d_x - b_x d_r)R_2^2 + \\
&+ (d_r e_x - d_x e_r)R_2 - c_r d_x + c_x d_r; \\
B_4 &= (b_r c_x - b_x c_r - d_x - e_x)R_2^2 + \\
&+ (c_r e_x - c_x e_r - R_1 e_x)R_2; \\
C_4 &= -R_2^2 c_x.
\end{aligned} \tag{10}$$

Рассмотрим теперь случай применения неодинаковых каскадов [11]. Если в качестве РЧ используется соединение, изображенное на рис. 3, а, то зависимости ее сопротивлений от частоты определяются следующим образом:

$$R_1 = \{(c_{2r} + R_4 d_{1r})(R_2 + R_3) + R_2 R_3 d_{1r}\} / \tag{13}$$

$$\begin{aligned}
 & / \{R_2 d_r - c_{2r} - C_d R_3 - R_4 d_{1r} - \\
 & - b_r [R_4 (R_2 + R_3) + R_2 R_3] \}; \\
 R_2 &= \frac{-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4A_2 C_2}}{2A_2}, \\
 \text{где} \\
 A_2 &= (R_3 + R_4)(b_r c_{2x} - b_x c_{2r} - d_r d_{1x} + d_x d_{1r}) + \\
 & + c_{2r} d_x - c_{2x} d_r + (b_r d_{1x} - b_x d_{1r})(R_3 + R_4)^2; \\
 B_2 &= \{B_0 - c_{2x}(d_r + d_{1r}) + \\
 & + c_{2r}(d_x + d_{1x}) + C_d c_{2x} - D_c c_{2r}\} R_3; \\
 B_0 &= (R_3 + R_4)[2R_4(b_r d_{1x} - b_x d_{1r}) + C_d d_{1x} - D_c d_{1r}] - \\
 & - R_4(d_r d_{1x} - d_x d_{1r}) + (R_3 + 2R_4)(b_r c_{2x} - b_x c_{2r}); \\
 C_2 &= [(b_r d_{1x} - b_x d_{1r})R_4^2 + C_d c_{2x} - D_c c_{2r} + C_0] R_3^2; \\
 C_0 &= (C_d d_{1x} - D_c d_{1r} + b_r c_{2x} - b_x c_{2r}) R_4; \\
 C_d &= c_r - c_{1r} - d_r + d_{1r}; \quad D_c = c_x - c_{1x} - d_x + d_{1x}; \\
 R_1 &= \{(c_{2r} + R_4 d_{1r})(R_2 + R_3) + R_2 R_3 d_{1r}\} / \\
 & / \{R_2 d_r - c_{2r} - C_d R_3 - R_4 d_{1r} - \\
 & - b_r [R_4 (R_2 + R_3) + R_2 R_3] \}; \\
 R_3 &= \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3 C_3}}{2A_3}, \\
 \text{где} \\
 A_3 &= (R_2 + R_4)(C_d d_{1x} - D_c d_{1r} + b_r c_{2x} - b_x c_{2r}) + \\
 & + (b_r d_{1x} - b_x d_{1r})(R_2 + R_4)^2 + C_d c_{2x} - D_c c_{2r}; \\
 B_3 &= [c_{2r}(d_x - D_c + d_{1x}) - c_{2x}(d_r - C_d + d_{1r}) + B_0] R_2; \\
 B_0 &= (R_2 + 2R_4)(b_r c_{2x} - b_x c_{2r}) + R_4(C_d d_{1x} - D_c d_{1r}) + \\
 & + (R_2 + R_4)[2R_4(b_r d_{1x} - b_x d_{1r}) - d_r d_{1x} + d_x d_{1r}]; \\
 C_3 &= R_2^2[(b_r d_{1x} - b_x d_{1r})R_4^2 + c_{2r} d_x - c_{2x} d_r + C_0]; \\
 C_0 &= (b_r c_{2x} - b_x c_{2r} - d_r d_{1x} + d_x d_{1r}) R_4; \\
 R_1 &= \{(c_{2r} + R_4 d_{1r})(R_2 + R_3) + R_2 R_3 d_{1r}\} / \\
 & / \{R_2 d_r - c_{2r} - C_d R_3 - R_4 d_{1r} - \\
 & - b_r [R_4 (R_2 + R_3) + R_2 R_3] \}; \\
 R_4 &= \frac{-B_4 \pm \sqrt{B_4^2 - 4A_4 C_4}}{2A_4}, \\
 \text{где} \\
 A_4 &= (b_r d_{1x} - b_x d_{1r})(R_2 + R_3)^2; \\
 B_4 &= R_3^2(C_d d_{1x} - D_c d_{1r}) + (b_r c_{2x} - b_x c_{2r})(R_2 + R_3)^2 + \\
 & + \{(R_2 + R_3)[2R_3(b_r d_{1x} - b_x d_{1r}) - \\
 & - d_r d_{1x} + d_x d_{1r}] + B_0\} R_2;
 \end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned}
 C_4 &= R_3^2[(b_r d_{1x} - b_x d_{1r})R_2^2 + \\
 & (C_d d_{1x} - D_c d_{1r})R_2] + R_3[R_2(c_{2r} d_{1x} - c_{2x} d_{1r}) - \\
 & - R_2^2(d_r d_{1x} - d_x d_{1r})] + [R_2(c_{2r} d_x - c_{2x} d_r) + \\
 & + R_3(C_d c_{2x} - D_c c_{2r}) + C_0](R_2 + R_3); \\
 B_0 &= R_3(C_d d_{1x} - D_c d_{1r}); \quad C_0 = R_2 R_3(b_r c_{2x} - b_x c_{2r}). \\
 R_2 &= \{(c_{2r} + C_d R_1 + R_4(d_{1r} + R_1 b_r))R_3 + \\
 & + R_1(c_{2r} + R_4 d_{1r})\} / \{R_1 d_r - c_{2r} - \\
 & - (d_{1r} + R_1 b_r)(R_3 + R_4)\}; \\
 R_3 &= \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3 C_3}}{2A_3}, \\
 \text{где} \\
 A_3 &= (D_c d_{1r} - C_d d_{1x} + b_r c_{2x} - b_x c_{2r}) R_1 - \\
 & - c_{2r} d_{1x} + c_{2x} d_{1r} + (D_c b_r - C_d b_x) R_1^2; \\
 B_3 &= B_0 - R_1^2\{b_x c_{2r} - b_r c_{2x} + \\
 & + R_4[b_x(d_r + d_{1r}) - b_r(d_x + d_{1x})\}; \\
 B_0 &= [B_{01} - R_4(d_r d_{1x} - d_x d_{1r}) - c_{2x}(d_r - d_{1r})] R_1; \\
 B_{01} &= c_{2r}(d_x - d_{1x}) + D_c[c_{2r} - R_1 d_r + R_4(d_{1r} + R_1 b_r)] - \\
 & - C_d[c_{2x} - R_1 d_x + R_4(d_{1x} + R_1 b_x)]; \\
 C_3 &= [(b_r c_{2x} - b_x c_{2r} - d_r d_{1x} + d_x d_{1r})R_4 + C_0] R_1^2; \\
 C_0 &= (b_r d_{1x} - b_x d_{1r})R_4^2 + c_{2r} d_x - c_{2x} d_r; \\
 R_2 &= \{(c_{2r} + C_d R_1 + R_4(d_{1r} + R_1 b_r))R_3 + \\
 & + R_1(c_{2r} + R_4 d_{1r})\} / \{R_1 d_r - c_{2r} - \\
 & - (d_{1r} + R_1 b_r)(R_3 + R_4)\}; \\
 R_4 &= \frac{-B_4 \pm \sqrt{B_4^2 - 4A_4 C_4}}{2A_4}, \\
 \text{где} \\
 A_4 &= R_1^2(b_r d_{1x} - b_x d_{1r}); \\
 B_4 &= \{b_r c_{2x} - b_x c_{2r} - \\
 & - R_3[b_x(C_d + d_r + d_{1r}) - b_r(D_c + d_x + d_{1x})\} R_1^2 - \\
 & - R_1[R_3(C_d d_{1x} - D_c d_{1r}) + (d_r d_{1x} - d_x d_{1r})(R_1 + R_3)]; \\
 C_4 &= [(D_c b_r - C_d b_x)R_3^2 + (C_d d_x - D_c d_r)R_3 + \\
 & + c_{2r} d_x - c_{2x} d_r] R_1^2 - R_3\{R_1[(C_d + d_r)c_{2x} - \\
 & - c_{2r}(D_c + d_x)] - C_0\} - R_1 R_3^2(C_d d_{1x} - D_c d_{1r}); \\
 C_0 &= (R_1 + R_3)[R_1(b_r c_{2x} - b_x c_{2r}) - c_{2r} d_{1x} + c_{2x} d_{1r}]. \\
 R_3 &= \frac{(d_r - R_4 b_r)R_1 R_2 - (c_{2r} + R_4 d_{1r})(R_1 + R_2)}{c_{2r} + C_d R_1 + (d_{1r} + R_1 b_r)(R_2 + R_4)}; \tag{15}
 \end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned}
 & + R_1(c_{2r} + R_4 d_{1r})\} / \{R_1 d_r - c_{2r} - \\
 & - (d_{1r} + R_1 b_r)(R_3 + R_4)\}; \\
 R_4 &= \frac{-B_4 \pm \sqrt{B_4^2 - 4A_4 C_4}}{2A_4}, \\
 \text{где} \\
 A_4 &= R_1^2(b_r d_{1x} - b_x d_{1r}); \\
 B_4 &= \{b_r c_{2x} - b_x c_{2r} - \\
 & - R_3[b_x(C_d + d_r + d_{1r}) - b_r(D_c + d_x + d_{1x})\} R_1^2 - \\
 & - R_1[R_3(C_d d_{1x} - D_c d_{1r}) + (d_r d_{1x} - d_x d_{1r})(R_1 + R_3)]; \\
 C_4 &= [(D_c b_r - C_d b_x)R_3^2 + (C_d d_x - D_c d_r)R_3 + \\
 & + c_{2r} d_x - c_{2x} d_r] R_1^2 - R_3\{R_1[(C_d + d_r)c_{2x} - \\
 & - c_{2r}(D_c + d_x)] - C_0\} - R_1 R_3^2(C_d d_{1x} - D_c d_{1r}); \\
 C_0 &= (R_1 + R_3)[R_1(b_r c_{2x} - b_x c_{2r}) - c_{2r} d_{1x} + c_{2x} d_{1r}]. \\
 R_3 &= \frac{(d_r - R_4 b_r)R_1 R_2 - (c_{2r} + R_4 d_{1r})(R_1 + R_2)}{c_{2r} + C_d R_1 + (d_{1r} + R_1 b_r)(R_2 + R_4)}; \tag{18}
 \end{aligned}$$

$$R_4 = \frac{-B_4 \pm \sqrt{B_4^2 - 4A_4C_4}}{2A_4},$$

где

$$B_4 = B_0 - R_1^2(C_d d_{1x} - D_c d_{1r} + b_r c_{2x} - b_x c_{2r});$$

$$B_0 = \{[b_r(D_c + d_x - d_{1x}) - b_x(C_d + d_r - d_{1r})]R_1^2 + B_{01}\}R_2;$$

$$B_{01} = [d_{1r}(D_c + d_x) - d_{1x}(C_d + d_r)]R_1;$$

$$C_4 = C_0 - R_2^2[R_1(d_r d_{1x} - d_x d_{1r}) - R_1^2(b_r d_x - b_x d_r)];$$

$$C_0 = R_2[(C_d d_x - D_c d_r)R_1^2 + (c_{2r} d_x - c_{2x} d_r)R_1] + [R_2(c_{2r} d_{1x} - c_{2x} d_{1r}) - R_1(C_d c_{2x} - D_c c_{2r}) - C_{01}](R_1 + R_2);$$

$$A_4 = R_1^2(b_x d_{1r} - b_r d_{1x}); \quad C_{01} = R_1 R_2(b_r c_{2x} - b_x c_{2r}).$$

Соединение, изображенное на рис. 3, б:

$$R_1 = \{[c_{2r} - R_2 d_r + R_4(d_{1r} + R_2 b_r)]R_3 + c_{2r}(R_2 + R_4) + C_d R_2 R_4\} / \{(d_r - R_4 b_r)(R_2 + R_3) + R_4 d_r\}; \quad (19)$$

$$R_2 = \frac{-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4A_2C_2}}{2A_2},$$

где

$$A_2 = (D_c b_r - C_d b_x)R_4^2 + (C_d d_x - D_c d_r + b_r c_{2x} - b_x c_{2r})R_4 + c_{2r} d_x - c_{2x} d_r;$$

$$B_2 = [(2R_3 + R_4)(b_r c_{2x} - b_x c_{2r}) - R_3(d_r d_{1x} - d_x d_{1r})]R_4 + (R_3 + R_4)[2(c_{2r} d_x - c_{2x} d_r) + R_4(C_d d_x - D_c d_r)] - R_3 R_4^2 [b_x(C_d + d_r + d_{1r}) - b_r(D_c + d_x + d_{1x})];$$

$$C_2 = R_3 R_4 (R_3 + R_4)(b_r c_{2x} - b_x c_{2r} - d_r d_{1x} + d_x d_{1r}) + (c_{2r} d_x - c_{2x} d_r)(R_3 + R_4)^2 + R_3^2 R_4^2 (b_r d_{1x} - b_x d_{1r}).$$

$$R_1 = \{[c_{2r} - R_2 d_r + R_4(d_{1r} + R_2 b_r)]R_3 + c_{2r}(R_2 + R_4) + C_d R_2 R_4\} / \{(d_r - R_4 b_r)(R_2 + R_3) + R_4 d_r\}; \quad (20)$$

$$R_3 = \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3C_3}}{2A_3},$$

где

$$A_3 = (b_r d_{1x} - b_x d_{1r})R_4^2 + (b_r c_{2x} - b_x c_{2r} - d_r d_{1x} + d_x d_{1r})R_4 + c_{2r} d_x - c_{2x} d_r;$$

$$B_3 = 2(c_{2r} d_x - c_{2x} d_r)(R_2 + R_4) +$$

$$+ [(2R_2 + R_4)(b_r c_{2x} - b_x c_{2r}) - (d_r d_{1x} - d_x d_{1r})(R_2 + R_4)]R_4 - R_2 \{R_4^2[(C_d + d_r + d_{1r})b_x - b_r(D_c + d_x + d_{1x})] - R_4(C_d d_x - D_c d_r)\};$$

$$C_3 = R_2 R_4 (R_2 + R_4)(C_d d_x - D_c d_r + b_r c_{2x} - b_x c_{2r}) + (c_{2r} d_x - c_{2x} d_r)(R_2 + R_4)^2 - R_2^2 R_4^2 (C_d b_x - D_c b_r).$$

$$R_1 = \{[c_{2r} - R_2 d_r + R_4(d_{1r} + R_2 b_r)]R_3 + c_{2r}(R_2 + R_4) + C_d R_2 R_4\} / \{(d_r - R_4 b_r)(R_2 + R_3) + R_4 d_r\}; \quad (21)$$

$$R_4 = \frac{-B_4 \pm \sqrt{B_4^2 - 4A_4C_4}}{2A_4},$$

где

$$A_4 = A_0 - R_2[D_c d_r - C_d d_x + (C_d b_x - D_c b_r)(R_2 + R_3) - b_r c_{2x} + b_x c_{2r}];$$

$$A_0 = [A_{01} + (b_r d_{1x} - b_x d_{1r})(R_2 + R_3)]R_3 - c_{2x} d_r + c_{2r} d_x;$$

$$A_{01} = R_2(b_r d_x - b_x d_r) + b_r c_{2x} - b_x c_{2r} - d_r d_{1x} + d_x d_{1r};$$

$$B_4 = (b_r c_{2x} - b_x c_{2r})(R_2 + R_3)^2 - R_3(d_r d_{1x} - d_x d_{1r})(R_2 + R_3) + [2(c_{2r} d_x - c_{2x} d_r) + R_2(C_d d_x - D_c d_r)](R_2 + R_3);$$

$$C_4 = (c_{2r} d_x - c_{2x} d_r)(R_2 + R_3)^2.$$

$$R_2 = \frac{(R_1 d_r - c_{2r})(R_3 + R_4) - R_3 R_4 (d_{1r} + R_1 b_r)}{(R_4 b_r - d_r)(R_1 + R_3) + c_{2r} + C_d R_4}; \quad (22)$$

$$R_3 = \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3C_3}}{2A_3},$$

где

$$A_3 = (b_r d_{1x} - b_x d_{1r})R_4^2 + (b_r c_{2x} - b_x c_{2r} - d_r d_{1x} + d_x d_{1r})R_4 + c_{2r} d_x - c_{2x} d_r;$$

$$B_3 = B_0 - R_4^2 [R_1(b_r d_x - b_x d_r) - C_d d_{1x} + D_c d_{1r} - b_r c_{2x} + b_x c_{2r}];$$

$$B_0 = \{(C_d - d_{1r})[c_{2x} - R_1(d_x - R_4 b_x)] + c_{2r} d_x - c_{2x} d_r - B_{01}\}R_4;$$

$$B_{01} = (D_c - d_{1x})[c_{2r} - R_1(d_r - R_4 b_r)];$$

$$C_3 = [(b_x d_r - b_r d_x)R_1^2 + C_0 + C_d c_{2x} - D_c c_{2r}]R_4^2;$$

$$C_0 = (D_c d_r - C_d d_x + b_r c_{2x} - b_x c_{2r})R_1.$$

Рис. 4. Принципиальная схема однокаскадного усилителя (а), соответствующая структурной схеме (рис. 1, а), при напряжении $U = 34,8$ В, АЧХ и ФЧХ (б), исследуемые в системе MicroCap
Fig. 4. Schematic diagram of a single-stage amplifier (a), corresponding to the block diagram (Fig. 1, a), at voltage $U = 34,8$ V, frequency response and phase response (b), studied in the MicroCap system

Рис. 5. Принципиальная схема двухкаскадного усилителя, соответствующая структурной схеме (рис. 1, а), частотные характеристики (рис. 4, б) которого идентичны соответствующим характеристикам (рис. 4, б) однокаскадного усилителя (рис. 5, а)
Fig. 5. Schematic diagram of a two-stage amplifier, corresponding to the structural diagram (Fig. 1, a), the frequency characteristics (Fig. 4, b) of which are identical to the corresponding characteristics (Fig. 4, b) of a single-stage amplifier (Fig. 5, a)

$$R_2 = \frac{(R_1 d_r - c_{2r})(R_3 + R_4) - R_3 R_4 (d_{1r} + R_1 b_r)}{(R_4 b_r - d_r)(R_1 + R_3) + c_{2r} + C_d R_4};$$

$$R_4 = \frac{-B_4 \pm \sqrt{B_4^2 - 4A_4 C_4}}{2A_4},$$

$$(23) \quad C_4 = R_3^2 (c_{2r} d_x - c_{2x} d_r).$$

$$R_3 = \frac{(c_{2r} - R_1 d_r)(R_2 + R_4) + R_2 R_4 (C_d + R_1 b_r)}{(d_r - R_4 b_r)(R_1 + R_2) - c_{2r} - R_4 d_{1r}}; \quad (24)$$

$$R_4 = \frac{-B_4 \pm \sqrt{B_4^2 - 4A_4 C_4}}{2A_4},$$

где

$$A_4 = R_3 (C_d d_{1x} - D_c d_{1r}) + (b_r c_{2x} - b_x c_{2r})(R_1 + R_3) + \{R_3 [(C_d + d_r - d_{1r}) b_x - b_r (D_c + d_x - d_{1x})] - C_d d_x + D_c d_r\} R_1 + R_3^2 (b_r d_{1x} - b_x d_{1r}) - R_1^2 (b_r d_x - b_x d_r) + C_d c_{2x} - D_c c_{2r};$$

$$B_4 = (b_r c_{2x} - b_x c_{2r}) R_3^2 - R_3 (d_r d_{1x} - d_x d_r)(R_1 + R_3) - R_3 [(d_r - C_d + d_{1r}) c_{2x} - c_{2r} (d_x - D_c + d_{1x}) + R_1 (C_d d_x - D_c d_r)];$$

где

$$A_4 = (b_r d_x - b_x d_r) R_1^2 + R_2^2 (C_d b_x - D_c b_r) - R_1 (d_r d_{1x} - d_x d_{1r}) - R_2 \{R_1 [(d_r - C_d + d_{1r}) b_x - b_r (d_x - D_c + d_{1x})] - C_d d_{1x} + D_c d_{1r}\} + [c_{2r} d_{1x} - c_{2x} d_{1r} - (b_r c_{2x} - b_x c_{2r})(R_1 + R_2)];$$

$$B_4 = R_2 [(d_{1x} - d_x - D_c) c_{2r} + B_0] - R_2^2 (C_d d_x - D_c d_r + b_r c_{2x} - b_x c_{2r});$$

Рис. 6. Эквивалентная схема однокаскадного усилителя (рис. 4, а), соответствующая структурной схеме (рис. 1, а), исследуемая в системе OrCad
 Fig. 6. Equivalent circuit of a single-stage amplifier (Fig. 4, a), corresponding to the structural diagram (Fig. 1, a), studied in the OrCad system

Рис. 7. Частотные характеристики (АЧХ и ФЧХ) эквивалентной схемы (рис. 7), полученные в системе MathCad (а) и OrCad (б)
 Fig. 7. Frequency characteristics (frequency response and phase response) of the equivalent circuit (Fig. 7), obtained in the MathCad (a) and OrCad (b) systems

$$B_0 = (C_d + d_r - d_{1r})c_{2x} + R_1[(d_{1r} - C_d)d_x + d_x(D_c - d_{1x})];$$

$$C_4 = R_2^2(c_{2x}d_r - c_{2r}d_x).$$

Оптимизация параметров двухполюсников, свободных от ограничений типа (1)–(24) (то есть находящихся в правой части этих выражений), производится с помощью известных численных методов [10].

2. Математическое и схемотехническое моделирование

На рис. 4–10 для примера показаны принципиальные и эквивалентные схемы однокаскадных и

двухкаскадных усилителей с одинаковыми и неодинаковыми каскадами типа «НЧ – РЧ», соответствующие исследуемой структурной схеме с параллельной по напряжению связью, представленной на рис. 1, а, а также их теоретические и экспериментальные характеристики. Использован транзистор типа BFQ17PH (рис. 5, а, б). Схема НЧ выполнена в виде параллельно соединенных транзистора и ЦОС (П-образного соединения трех элементов C_{78} , R_{105} , R_{110}) на однокаскадной схеме (рис. 5, а) и C_{78} , R_{105} , R_{110} , C_{82} , R_{126} , R_{127} на двухкаскадной схеме (рис. 6). Нагрузка и сопротивление источника сигнала выполнены на

Рис. 8. Принципиальная схема двухкаскадного усилителя с неодинаковыми каскадами, соответствующая структурной схеме (рис. 1, а), частотные характеристики которого показаны на рис. 10

Fig. 8. Schematic diagram of a two-stage amplifier with unequal stages, corresponding to the block diagram (Fig. 1, a), the frequency characteristics of which are shown in Fig. 10

элементах R_{114} и R_{117} соответственно. Схемы РЧ собраны в виде двух братных Г-образных четырехполюсников на элементах R_{119} , R_{120} , R_{121} , R_{122} (рис. 4), R_{119} , R_{120} , R_{121} , R_{122} , R_{130} , R_{131} , R_{132} , R_{133} (рис. 6), параметры которых определялись по формулам (1).

Эквивалентная схема нелинейного элемента выполнена в виде перекрытого Т-образного четырехполюсника на элементах R_{10} , C_9 , R_{13} , L_7 , R_{11} , L_9 , R_9 , L_5 (рис. 7). Параметры эквивалентной схемы НЭ выбраны из условия совпадения выходного сопротивления НЧ с выходным сопротивлением НЧ с использованием реального транзистора [9]. Схема НЧ реализована в виде параллельно соединенных эквивалентной схемы нелинейного элемента и цепи обратной связи из П-образного соединения трех элементов C_8 , R_{19} , R_{22} . Параметры ЦОС заданы произвольно. Схема РЧ собрана на основе двух обратных Г-образных звеньев из четырех элементов R_{24} , R_{25} , R_{26} , R_{27} .

Частотные характеристики принципиальных схем, показанные на рис. 5, б (сопротивления источника сигнала и нагрузки равны 100 Ом) и 6 (сопротивления источника сигнала и нагрузки равны 50 Ом), идентичны. Это соответствует выводам, сделанным на основе анализа полученных ранее [1] выражений для передаточных функций исследуемых многокаскадных структурных схем (рис. 1, а).

Таким образом, при использовании РЧ, включенных между источником сигнала и НЧ, также наблюдается новое явление, состоящее в том, что при определенных соотношениях между количеством каскадов и значениями сопротивлений

источника сигнала и нагрузки однокаскадного радиоустройства частотные характеристики однокаскадного и многокаскадного радиоустройств оказываются идентичными или подобными [3]. Такие схемы названы эквивалентными. Необходимо отметить, что это явление наблюдается при любой сложности каскадов типа «РЧ – НЧ», а также при отсутствии НЧ или РЧ. Указанное явление не зависит от структуры схемы, включенной между источником сигнала и нагрузкой, и значений параметров этой схемы.

Анализ также показывает, что экспериментальные (рис. 4, б) частотные характеристики принципиальной схемы усилителя (рис. 4, а, 5) удовлетворительно совпадают с характеристиками эквивалентной схемы (рис. 6) усилителя, полученными расчетным путем (рис. 7, а) и экспериментально (рис. 7, б).

Средняя частота эквивалентной схемы $f \approx 900$ МГц (рис. 7, а и б) незначительно отличается от средней частоты принципиальной схемы $f \approx 900,3$ МГц (рис. 4, б). Значения модулей передаточной функции принципиальной и эквивалентной схем усилителя равны $m = 100$. Сопротивления РЧ, ЦОС, нагрузки и источника сигнала принципиальных и эквивалентных схем усилителя полностью совпадают.

При использовании неодинаковых каскадов возникает возможность значительно увеличить рабочую полосу частот. Например, для двухкаскадной схемы (рис. 8) произведение коэффициента усиления на полосу частот составляет примерно 3000 (рис. 10). Это почти в 10 раз больше, чем

Рис. 9. Эквивалентная схема двухкаскадного усилителя (рис. 8) с неодинаковыми каскадами, соответствующая структурной схеме (рис. 1, а), исследуемая в системе OrCad

Fig. 9. Equivalent circuit of a two-stage amplifier (Fig. 8) with unequal stages, corresponding to the structural diagram (Fig. 1, a), studied in the OrCad system

Рис. 10. Частотные характеристики (АЧХ и ФЧХ) эквивалентной схемы (рис. 9), полученные в системе MicroCap (а), MathCad (б) и OrCad (в)

Fig. 10. Frequency characteristics (frequency response and phase response) of the equivalent circuit (Fig. 9), obtained in the MicroCap (a), MathCad (b) and OrCad (c) system

произведение коэффициента усиления на полосу частот однокаскадного усилителя.

В работе [12] показано, что результаты схемотехнического моделирования удовлетворительно совпадают с результатами экспериментальных исследований физических макетов радиоустройств.

Заключение

Таким образом, полученные математические модели РЧ типа (1)–(14) могут быть использованы для технического проектирования усилителей с заданными частотными характеристиками. Возможность изменения величины эквивалентного сопротивления источника сигнала и нагрузки путем включения произвольного количества каска-

дов типа «НЧ – РЧ» значительно упрощает решение многих задач радиоэлектроники [13], например задач обеспечения однонаправленности распространения сигнала и независимости процессов, происходящих в предыдущем и последующем динамических звеньях систем автоматического регулирования. Использование полученных математических моделей одного из РЧ (15)–(28) совместно с известными численными методами позволяет уменьшить время оптимизации параметров по критерию обеспечения максимально возможной рабочей полосы частот радиоустройств с неодинаковыми каскадами типа «НЧ – РЧ» в десятки и сотни раз по сравнению с применением только численных методов.

Список литературы

1. Головкин А.А., Волобуев А.Г. Алгоритмы синтеза и анализа активных плоско-слоистых сред отражательного и смешанного типов // Физика волновых процессов и радиотехнические сигналы. 2003. Т. 6, № 2. С. 39–43.
2. Головкин А.А., Головкин В.А. Принципы построения и основные характеристики перспективной курсо-гладной системы // Физика волновых процессов и радиотехнические сигналы. 2022. Т. 25, № 1. С. 27–35. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.1.27-35>
3. Головкин А.А., Фомин А.В. Параметрический синтез радиоустройств с заданным количеством одинаковых каскадов для вариантов включения реактивных четырехполюсников между источником сигнала и нелинейной частью // Физика волновых процессов и радиотехнические сигналы. 2021. Т. 24, № 3. С. 46–55. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2021.24.3.46-55>
4. Головкин А.А., Головкин В.А., Фомин А.В. Параметрический синтез радиоустройств с заданным количеством неодинаковых каскадов для вариантов включения реактивных четырехполюсников между нелинейной частью и нагрузкой // Физика волновых процессов и радиотехнические сигналы. 2021. Т. 24, № 3. С. 63–70. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2021.24.3.63-70>
5. Головкин А.А., Головкин В.А. Алгоритм параметрического синтеза каскадно-включенных согласующих смешанных четырехполюсников по критерию обеспечения стационарного режима генерации // Физика волновых процессов и радиотехнические сигналы. 2022. Т. 25, № 1. С. 45–54. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.1.45-54>
6. Головкин А.А., Головкин В.А. Параметрический синтез динамических звеньев для вариантов их включения между нелинейной частью и нагрузкой автоматических систем радиоуправления с общей обратной связью // Физика волновых процессов и радиотехнические сигналы. 2022. Т. 25, № 2. С. 40–50. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.2.40-50>
7. Головкин А.А., Головкин В.А. Параметрический синтез комплексных четырехполюсников для вариантов их включения между источником сигнала и нелинейной частью по критерию обеспечения заданных частотных характеристик усилителей с общей обратной связью // Физика волновых процессов и радиотехнические сигналы. 2022. Т. 25, № 2. С. 51–59. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.2.51-59>
8. Табаков Д.П., Морозов С.В., Ключев Д.С. Применение тонкопроволочного интегрального представления электромагнитного поля к решению задач дифракции электромагнитных волн на проводящих телах // Физика волновых процессов и радиотехнические сигналы. 2022. Т. 25, № 2. С. 7–14. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.2.7-14>
9. Головкин А.А., Головкин В.А. Параметрический синтез радиотехнических устройств и систем. Воронеж: ВУНЦ ВВС «ВВА», 2018. 588 с.
10. Полак Э. Численные методы оптимизации. М.: Мир, 1974. 376 с.
11. Головкин А.А. Параметрический синтез различных радиоустройств с заданным количеством каскадов типа «комплексный четырехполюсник – нелинейная часть» // Физика волновых процессов и радиотехнические сигналы. 2023. Т. 26, № 3. С. 20–31. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.3.20-31>
12. Разевиг В.Д. Схемотехническое моделирование с помощью MicroCap-7. М.: Горячая линия – Телеком, 2003. 268 с.
13. Справочник по радиоэлектронике: в 3-х томах / под ред. А.А. Куликовского. М.: Энергия, 1970. Т. 3. 413 с.

Информация об авторе

Головкин Александр Афанасьевич, доктор технических наук, профессор, заслуженный изобретатель РФ, профессор кафедры авиационных систем и комплексов радионавигации и радиосвязи Военного учебно-научного центра Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия», г. Воронеж, Россия. Автор 660 научных работ.

Область научных интересов: способы и средства формирования и обработки сигналов, приема, передачи, защиты и разрушения информации.

E-mail: valgol2595@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8468-0055>

Physics of Wave Processes and Radio Systems

2024, vol. 27, no. 1, pp. 35–47

DOI 10.18469/1810-3189.2024.27.1.35-47
UDC 621.396.66
Original Research

Received 20 June 2023
Accepted 21 July 2023
Published 29 March 2024

Parametrical synthesis of various radio devices with the set quantity of cascades of type «the resistive two-port network – the nonlinear part»

Alexander A. Golovkov

Military Educational and Scientific Center of the Air Force «Air Force Academy»
54a, Staryh Bolshevikov Street,
Voronezh, 394064, Russia

Abstract – Background. Presence of possibility of analytical definition of a part of parameters of various radio devices, optimum by criterion of maintenance of preset values of modules and phases of transfer functions on necessary quantity of frequencies, considerably reduces time of numerical optimisation of other part of parameters by criterion of formation demanded PFC and FFC in a strip of frequencies. Till now such problems dared concerning radio devices only with one cascade of type «a nonlinear part - the coordination the device» or «the coordination the device - a nonlinear part». In quality the coordination devices were used the jet, resistive, complex or mixed two-port networks. The problem of multicascade radio devices with jet two-port networks is solved also. Change of basis for the coordination two-port networks and a place of inclusion of a nonlinear part leads to change of area of a physical realizability. **Aim.** Working out of algorithms of parametrical synthesis of radio devices with any quantity of identical and unequal cascades of type «the coordination the resistive two-port network – a nonlinear part» by criterion of maintenance of the set frequency characteristics. Nonlinear parts are presented in the form of a nonlinear element and parallel either consecutive on a current or pressure of a feedback. **Methods.** The theory of two-port networks, matrix algebra, a decomposition method, a method of synthesis of actuation microwave devices, numerical methods of optimisation. **Results.** In interests of achievement of the specified purpose systems of the algebraic equations are generated and solved. Models of optimum two-port networks in the form of mathematical expressions for definition of interrelations between elements of their classical matrix of transfer and for search of dependences of resistance of two-poles from frequency are received. It is shown, that at certain parities between quantity of identical cascades and values of resistance of a source of a signal and loading of the one-cascade radio device frequency characteristics of one-cascade and multicascade radio devices appear identical or similar. Such schemes are named by equivalent. Use of unequal cascades leads to substantial growth of a working strip of frequencies. **Conclusion.** The comparative analysis of theoretical results (PFC and FFC radio devices, value of parameters), received by mathematical modelling in system «MathCad», and the experimental results received by scheme modelling in systems «OrCad» and «MicroCap», shows their satisfactory coincidence.

Keywords – parametrical synthesis of the resistive two-port networks; the set frequency characteristics of multicascade radio devices.

✉ valgol2595@gmail.com (Alexander A. Golovkov)

© Alexander A. Golovkov, 2024

References

1. A. A. Golovkov and A. G. Volobuev, “Algorithms for the synthesis and analysis of active flat-layered media of reflective and mixed types,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 6, no. 2, pp. 39–43, 2003. (In Russ.)
2. A. A. Golovkov and V. A. Golovkov, “Principles of construction and basic characteristics of perspective noiseproof course-glide system,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 25, no. 1, pp. 27–35, 2022, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.1.27-35>. (In Russ.)
3. A. A. Golovkov and A. V. Fomin, “Parametrical synthesis of radio devices with the set quantity of identical cascades for variants of inclusion of jet two-port networks between a source of a signal and a nonlinear part,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 24, no. 3, pp. 46–55, 2021, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2021.24.3.46-55>. (In Russ.)
4. A. A. Golovkov, V. A. Golovkov, and A. V. Fomin, “Parametrical synthesis of radio devices with the set quantity of unequal cascades for variants of inclusion of jet two-port networks between a nonlinear part and loading,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 24, no. 3, pp. 63–70, 2021, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2021.24.3.63-70>. (In Russ.)
5. A. A. Golovkov and V. A. Golovkov, “Algorithm for parametric synthesis of cascade-connected matching mixed quadripoles according to the criterion of ensuring stationary generation mode,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 25, no. 1, pp. 45–54, 2022, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.1.45-54>. (In Russ.)
6. A. A. Golovkov and V. A. Golovkov, “Parametrical synthesis of dynamic links for variants of their inclusion between a nonlinear part and loading of automatic systems of radio management with the general feedback,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 25, no. 2, pp. 40–50, 2022, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.2.40-50>. (In Russ.)
7. A. A. Golovkov and V. A. Golovkov, “Parametrical synthesis of the complex two-port networks for variants of their inclusion between a source of a signal and a nonlinear part by criterion of maintenance of the set characteristics amplifiers with the general feedback,”

- Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 25, no. 2, pp. 51–59, 2022, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.2.51-59>. (In Russ.)
8. D. P. Tabakov, S. V. Morozov, and D. S. Klyuev, “Application of the thin-wire integral representation of the electromagnetic field to solving the problem of diffraction of electromagnetic waves on conducting bodies,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 25, no. 2, pp. 7–14, 2022, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.2.7-14>. (In Russ.)
 9. A. A. Golovkov and V. A. Golovkov, *Parametric Synthesis of Radio Engineering Devices and Systems*. Voronezh: VUNTs VVS «VVA», 2018. (In Russ.)
 10. E. Polak, *Numerical Optimization Methods*. Moscow: Mir, 1974. (In Russ.)
 11. A. A. Golovkov, “Parametrical synthesis of various radio devices with the set quantity of cascades of type «the complex two-port network – the nonlinear part»,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 26, no. 3, pp. 20–31, 2022, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.3.20-31>. (In Russ.)
 12. V. D. Razevig, *Circuit Simulation with MicroCap-7*. Moscow: Goryachaya liniya – Telekom, 2003. (In Russ.)
 13. A. A. Kulikovskogo, Ed. *Handbook of Radio Electronics*, vol. 3. Moscow: Energiya, 1970. (In Russ.)

Information about the Author

Alexander A. Golovkov, Doctor of Technical Sciences, professor, honored inventor of the Russian Federation, professor of the Department of Aviation Systems and Complexes of Radio Navigation and Radio Communication, Military Educational and Scientific Center of the Air Force «Air Force Academy», Voronezh, Russia.

Research interests: ways and means of generating and processing signals, receiving, transmitting, protecting and destroying information.

E-mail: valgol2595@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8468-0055>

Параметрический синтез различных радиоустройств с заданным количеством каскадов типа «смешанный четырехполюсник – нелинейная часть»

А.А. Головков

Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия»
394064, Россия, г. Воронеж,
ул. Старых Большевиков, 54а

Аннотация – Обоснование. Наличие возможности аналитического определения части параметров различных радиоустройств, оптимальных по критерию обеспечения заданных значений модулей и фаз передаточных функций на необходимом количестве частот, значительно уменьшает время численной оптимизации остальной части параметров по критерию формирования требуемых АЧХ и ФЧХ в полосе частот. До настоящего времени такие задачи решались в отношении радиоустройств только с одним каскадом типа «нелинейная часть – согласующее устройство» или «согласующее устройство – нелинейная часть». В качестве согласующего устройства использовались реактивные, резистивные, комплексные или смешанные четырехполюсники. Решена также задача многокаскадных радиоустройств с реактивными четырехполюсниками. Изменение базиса для согласующих четырехполюсников и места включения нелинейной части приводит к изменению области физической реализуемости. **Цель.** Разработка алгоритмов параметрического синтеза радиоустройств с произвольным количеством одинаковых и неодинаковых каскадов типа «согласующий смешанный четырехполюсник – нелинейная часть» по критерию обеспечения заданных частотных характеристик. Нелинейные части представлены в виде нелинейного элемента и параллельной или последовательной по току или напряжению обратной связи. **Методы.** Теория четырехполюсников, матричная алгебра, метод декомпозиции, метод синтеза управляющих устройств СВЧ, численные методы оптимизации. **Результаты.** В интересах достижения указанной цели сформированы и решены системы алгебраических уравнений. Получены модели оптимальных смешанных четырехполюсников в виде математических выражений для определения взаимосвязей между элементами их классической матрицы передачи и для отыскания зависимостей сопротивлений двухполюсников от частоты. Показано, что при определенных соотношениях между количеством одинаковых каскадов и значениями сопротивлений источника сигнала и нагрузки однокаскадного радиоустройства частотные характеристики однокаскадного и многокаскадного радиоустройств оказываются идентичными или подобными. Такие схемы названы эквивалентными. Использование неодинаковых каскадов приводит к значительному увеличению рабочей полосы частот. **Заключение.** Сравнительный анализ теоретических результатов (АЧХ и ФЧХ радиоустройств, значения параметров), полученных путем математического моделирования в системе MathCad, и экспериментальных результатов, полученных путем схемотехнического моделирования в системах OrCad и MicroCap, показывает их удовлетворительное совпадение.

Ключевые слова – параметрический синтез смешанных четырехполюсников; заданные частотные характеристики многокаскадных радиоустройств.

Введение

В работе [1] предложены алгоритмы параметрического синтеза плоско-слоистых сред (ПСС), содержащих заданное количество управляемых и неуправляемых слоев, по критерию обеспечения заданной амплитудно-фазовой модуляции рассеянного сигнала. Управляемые слои – это двумерно-периодические решетки проводящих стержней или полосок, в разрывы которых включены нелинейные элементы, управляемые низкочастотным сигналом. Неуправляемые слои (НС) – это однородные диэлектрические слои без потерь или двумерно-периодические решетки стержней или полосок. В общем случае ПСС функционирует в смешанном режиме – присутствует как отраженная, так и проходящая волна. Если один из НС, расположенный последним по направле-

нию падающей волны, выполнен в виде проводящего экрана, то ПСС является отражающей. В этом случае ПСС может быть использована в качестве основы для построения перспективной курсо-глицсадной системы [2]. Суть алгоритмов состоит в формировании систем алгебраических уравнений, отвечающих требованиям к системным операторам (коэффициентам отражения и передаточным функциям) в заданном количестве состояний, удовлетворяющих заданным уровням низкочастотного сигнала. Результатом решения этих уравнений является система взаимосвязей между элементами классической матрицы передачи некоторых НС, отнесенных к неуправляемой части. Оставшаяся часть НС отнесена к управляемой части ПСС. Система взаимосвязей – это исходная система уравнений для отыскания параметров НС.

Рис. 1. Структурные схемы многокаскадных радиоустройств с параллельной по напряжению (а) и последовательной по току (б) ЦОС, включенными между СЧ и нагрузкой
Fig. 1. Block diagrams of multi-stage radio devices with voltage-parallel (a) and current-series (b) DSPs connected between the midrange and the load

Рис. 2. Структурные схемы многокаскадных радиоустройств с последовательной по напряжению (а) и параллельной по току (б) ЦОС, включенными между СЧ и нагрузкой
Fig. 2. Block diagrams of multistage radio devices with voltage-sequential (a) and current-parallel (b) feedback circuits connected between the midrange and the load

Разработанные алгоритмы могут быть использованы практически в любом диапазоне радиочастот. Отличие состоит лишь в реализации элементов классической матрицы передачи НС. В соответствующих диапазонах частот это могут быть элементы либо с распределенными параметрами [1; 2], либо с сосредоточенными параметрами [3–7]. Для реализации геометрических размеров неуправляемых и управляемых решеток ПСС [1; 2] необходимо привлечение результатов решения задач дифракции электромагнитных волн на различных проводящих телах [8].

Наиболее полно метод решения задач параметрического синтеза различных радиоустройств (за исключением многокаскадных) с обоими типами элементов изложен в работе [9].

В данной работе предлагается рассмотреть особенности этих алгоритмов с учетом наличия каскадов типа «смешанный четырехполюсник (СЧ) – нелинейная часть (НЧ)». Эти каскады включены между источником сигнала с сопротивлением $z_0 = r_0 + jx_0$ и нагрузкой $z_n = r_n + jx_n$ (рис. 1, 2). При этом учитывалось, что НЧ состоит из трехполюсного нелинейного элемента (НЭ) и охватывающей его цепи обратной связи (ЦОС – параллельной или последовательной по току или напряжению). Оптимизация параметров двухполюсников, не входящих в СЧ, осуществляется с помощью известных численных методов [10] по критерию обеспечения заданной рабочей полосы частот.

Все обозначения не описанных величин в данной статье соответствуют принятым в [9].

Алгоритм синтеза многокаскадных радиоустройств с учетом наличия каскадов типа «СЧ – НЧ» приведен в работе [11].

1. Результаты параметрического синтеза

Здесь в качестве примера приводятся некоторые из решений, полученных для типовых схем СЧ при использовании параллельной по напряжению обратной связи (рис. 1, а). Если для одинаковых каскадов типа «СЧ – НЧ» в качестве СЧ используются два Г-образных звена из четырех сопротивлений $R_{1,3}, X_{2,4}$ (рис. 3, а), то зависимости этих сопротивлений от частоты определяются следующим образом (аргументы опущены):

$$R_1 = \{[d_x(X_2 + X_4) - c_r]R_3 + X_2(c_x + X_4d_r)\} / \{[d_r + e_r - 1 - b_x(X_2 + X_4)]R_3 + c_r - X_4(d_x + X_2b_r)\}; \quad (1)$$

$$X_2 = \frac{-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4A_2C_2}}{2A_2},$$

где

$$A_2 = (R_3^2 + R_4^2)(b_xd_r - b_rd_x) + c_x + R_3(d_x - b_rc_x + b_xc_r) + X_4(d_r + b_rc_r + b_xc_x);$$

$$B_2 = -(c_r^2 + c_x^2) - (R_3^2 + R_4^2)(d_r^2 + d_x^2) + \{d_r - X_4[2(b_rd_x - b_xd_r) + b_rc_r + b_xc_x - d_re_r - d_xe_x]\}R_3^2 + [2c_rd_x - 2c_xd_r - R_3(d_re_x - d_xe_r)]X_4 - R_3(2c_rd_r + 2c_xd_x + c_re_r + c_xe_x);$$

$$C_2 = [X_4(b_rc_r + b_xc_x) - (c_x + X_4d_r)(d_r + e_r - 1) + C_0]R_3^2;$$

$$C_0 = (c_r - X_4d_x)(d_x + e_x) - X_4^2(b_rd_x - b_xd_r).$$

$$R_1 = \{[d_x(X_2 + X_4) - c_r]R_3 + X_2(c_x + X_4d_r)\} / \{[d_r + e_r - 1 - b_x(X_2 + X_4)]R_3 + c_r - X_4(d_x + X_2b_r)\}; \quad (2)$$

Рис. 3. Синтезированные СЧ в виде двух Г-образных звеньев
Fig. 3. Synthesized midranges in the form of two L-shaped units

$$R_3 = \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3C_3}}{2A_3},$$

где

$$\begin{aligned} A_3 &= [b_r c_r + b_x c_x - d_x (d_x + e_x) - \\ &- d_r (d_r + e_r - 1)](X_2 + X_4) + \\ &+ (b_x d_r - b_r d_x)(X_2 + X_4)^2 + \\ &+ c_r (d_x + e_x) - c_x (d_r + e_r - 1); \\ B_3 &= X_2 [X_4 (d_x e_r - d_r e_x) - \\ &- c_r (2d_r + e_r) - c_x (2d_x + e_x)] + \\ &+ X_2^2 (d_x - b_r c_x + b_x c_r); \\ C_3 &= -X_2 [(c_r - X_4 d_x)^2 + (c_x + X_4 d_r)^2 + \\ &+ X_2^2 [(b_x d_r - b_r d_x) X_4^2 + (d_r + b_r c_r + b_x c_x) X_4 + c_x]. \\ R_1 &= \{[d_x (X_2 + X_4) - c_r] R_3 + X_2 (c_x + X_4 d_r)\} / \\ &/ \{[d_r + e_r - 1 - b_x (X_2 + X_4)] R_3 + c_r - X_4 (d_x + X_2 b_r)\}; \end{aligned} \quad (3)$$

$$X_4 = \frac{-B_4 \pm \sqrt{B_4^2 - 4A_4C_4}}{2A_4},$$

где

$$\begin{aligned} A_4 &= (b_x d_r - b_r d_x)(R_3^2 + X_2^2) - X_2 (d_r^2 + d_x^2); \\ B_4 &= [2R_3^2 (b_x d_r - b_r d_x) + \\ &+ (d_x e_r - d_r e_x) R_3 + 2(c_r d_x - c_x d_r)] X_2 + \\ &+ (R_3^2 + X_2^2)(d_r + b_r c_r + b_x c_x) - \\ &- R_3^2 (d_r^2 + d_x^2 + e_r d_r + e_x d_x); \\ C_4 &= [C_0 - X_2^2 (b_r d_x - b_x d_r)] R_3^2 + \\ &+ X_2^2 c_x - X_2 (c_r^2 + c_x^2) + [X_2^2 (d_x - b_r c_x + b_x c_r) - \\ &- X_2 (2c_r d_r + 2c_x d_x + c_r e_r + c_x e_x)] R_3; \\ C_0 &= X_2 (b_r c_r + b_x c_x) - (c_x + X_2 d_r)(d_r + e_r - 1) + \\ &+ (c_r - X_2 d_x)(d_x + e_x). \\ X_2 &= \{(c_r - X_4 d_x)(R_1 + R_3) + \\ &+ R_1 R_3 (d_r + e_r - 1 - X_4 b_x)\} / \{R_3 (d_x + R_1 b_x) + \\ &+ c_x + X_4 (d_r + R_1 b_r)\}; \end{aligned} \quad (4)$$

$$R_3 = \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3C_3}}{2A_3},$$

где

$$\begin{aligned} A_3 &= R_1 (d_x + R_1 b_x)(d_x + e_x) + R_1 (b_r c_r + b_x c_x) + \\ &+ c_r d_r + c_x d_x + R_1 (d_r + R_1 b_r)(d_r + e_r - 1); \\ B_3 &= X_4 [(2b_x + b_r e_x - b_x e_r) R_1^2 + B_0] + \\ &+ R_1^2 (b_r c_r + b_x c_x + 1 - d_r - e_r) + \\ &+ R_1 [(2d_r + e_r - 2)c_r + c_x (2d_x + e_x)] + \\ &+ c_r^2 + c_x^2 + X_4^2 [(d_r + R_1 b_r)^2 + (d_x + R_1 b_x)^2]; \\ B_0 &= R_1 [2(d_x + b_r c_x - b_x c_r) + \\ &+ d_r e_x - d_x e_r] - 2c_r d_x + 2c_x d_r; \\ C_3 &= [X_4^2 (b_r d_r + b_x d_x) + (d_x + b_r c_x - b_x c_r) X_4 - c_r] R_1^2 + \\ &+ [(c_r - X_4 d_x)^2 + (c_x + X_4 d_r)^2] R_1. \\ X_2 &= \{(c_r - X_4 d_x)(R_1 + R_3) + \\ &+ R_1 R_3 (d_r + e_r - 1 - X_4 b_x)\} / \\ &/ \{R_3 (d_x + R_1 b_x) + c_x + X_4 (d_r + R_1 b_r)\}; \end{aligned} \quad (5)$$

$$X_4 = \frac{-B_4 \pm \sqrt{B_4^2 - 4A_4C_4}}{2A_4},$$

где

$$\begin{aligned} A_4 &= [(d_r + R_1 b_r)^2 + (d_x + R_1 b_x)^2] R_3 + \\ &+ (b_r d_r + b_x d_x) R_1^2 + (d_r^2 + d_x^2) R_1; \\ B_4 &= (R_1^2 + 2R_1 R_3)(d_x + b_r c_x - b_x c_r) - \\ &- 2(c_r d_x - c_x d_r)(R_1 + R_3) + \\ &+ R_3 [(2b_x + b_r e_x - b_x e_r) R_1^2 + (d_r e_x - d_x e_r) R_1]; \\ C_4 &= \{R_3 [c_r (2d_r + e_r - 2) + c_x (2d_x + e_x)] + C_0\} R_1 + \\ &+ R_3^2 [R_1 (b_r c_r + b_x c_x) + c_r d_r + c_x d_x] - \\ &- R_1^2 [c_r - R_3 (b_r c_r + b_x c_x)] + (R_1 + R_3)(c_r^2 + c_x^2); \\ C_0 &= R_3^2 (d_x + R_1 b_x)(d_x + e_x) + \\ &+ R_3 (R_3 d_r - R_1 + R_1 R_3 b_r)(d_r + e_r - 1). \\ R_3 &= \frac{X_4 [X_2 (d_r + R_1 b_r) + R_1 d_x] - R_1 c_r + X_2 c_x}{c_r - (d_x + R_1 b_x)(X_2 + X_4) + R_1 (d_r + e_r - 1)}; \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} A_4 &= [(d_r + R_1 b_r)^2 + (d_x + R_1 b_x)^2] X_2 + \\ &+ (b_r d_x - b_x d_r) R_1^2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B_4 &= X_2 \{[(2d_x + e_x)b_r - b_x(2d_r + e_r - 2)]R_1^2 + B_0\} + \\
 &+ R_1^2 [d_r(d_r + e_r - 1) + d_x(d_x + e_x) - b_r c_r - b_x c_x] + \\
 &+ X_2^2 [(d_r + R_1 b_r)^2 + (d_x + R_1 b_x)^2]; \\
 B_0 &= [2(d_x + b_r c_x - b_x c_r) + d_r e_x - \\
 &- d_x e_r] R_1 - 2(c_r d_x - c_x d_r); \\
 C_4 &= [c_r^2 + c_x^2 + R_1(c_r e_r + c_x e_x - 2c_r)] X_2 + \\
 &+ X_2^2 [R_1(d_x + b_r c_x - b_x c_r) - c_r d_x + c_x d_r] - \\
 &- R_1^2 [X_2(b_r c_r + b_x c_x) - X_2^2 b_x + \\
 &+ c_r(d_x + e_x) + (X_2 - c_x)(d_r + e_r - 1)].
 \end{aligned}$$

Два Г-образных звена из четырех сопротивлений $R_{1,2}$, $X_{3,4}$ (рис. 3, б):

$$\begin{aligned}
 R_1 &= \{[c_r - d_x(X_3 + X_4)]R_2 - \\
 &- X_3(c_x + X_4 d_r)\} / \{(d_x + R_2 b_x)(X_3 + X_4) + \\
 &+ R_2 - c_r + X_3[e_x + X_4 b_r]\}; \\
 R_2 &= \frac{-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4A_2 C_2}}{2A_2},
 \end{aligned} \tag{7}$$

где

$$\begin{aligned}
 A_2 &= (X_3 + X_4)^2 (b_r d_x - b_x d_r) - c_x - \\
 &- (X_3 + X_4)(d_r + b_r c_r + b_x c_x); \\
 B_2 &= (b_r c_x - d_x - b_x c_r) X_3^2 - \\
 &- X_3 [c_r e_r + c_x e_x + (d_r e_x - d_x e_r)(X_3 + X_4)]; \\
 C_2 &= [(X_4 d_x - c_r)(d_x + e_x) + C_0] X_3^2 + \\
 &+ [(c_x + X_4 d_r)^2 + (c_r - X_4 d_x)^2] X_3; \\
 C_0 &= (c_x + X_4 d_r)(d_r + e_r - 1) - \\
 &- X_4(b_r c_r + b_x c_x) + X_4^2(b_r d_x - b_x d_r). \\
 R_1 &= \{[c_r - d_x(X_3 + X_4)]R_2 - \\
 &- X_3(c_x + X_4 d_r)\} / \{(d_x + R_2 b_x)(X_3 + X_4) + \\
 &+ R_2 - c_r + X_3[e_x + X_4 b_r]\}; \\
 X_3 &= \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3 C_3}}{2A_3},
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 A_3 &= (X_4 d_x - c_r)(d_x + e_x) + (X_4 d_r + c_x)(d_r + e_r - 1) - \\
 &- X_4(b_r c_r + b_x c_x) + (b_r d_x - b_x d_r)(R_2^2 + X_4^2) - \\
 &- R_2(d_x - b_r c_x + b_x c_r + d_r e_x - d_x e_r); \\
 B_3 &= [2X_4(b_r d_x - b_x d_r) - d_r - b_r c_r - b_x c_x] R_2^2 + \\
 &+ X_4^2(d_r^2 + d_x^2) + [X_4(d_x e_r - d_r e_x) - c_r e_r - c_x e_x] R_2 -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &- 2X_4(c_r d_x - c_x d_r) + c_r^2 + c_x^2; \\
 C_3 &= R_2^2 [(b_r d_x - b_x d_r) X_4^2 - (d_r + b_r c_r + b_x c_x) X_4 - c_x]. \\
 R_1 &= \{[c_r - d_x(X_3 + X_4)]R_2 - \\
 &- X_3(c_x + X_4 d_r)\} / \{(d_x + R_2 b_x)(X_3 + X_4) + \\
 &+ R_2 - c_r + X_3[e_x + X_4 b_r]\}; \\
 X_4 &= \frac{-B_4 \pm \sqrt{B_4^2 - 4A_4 C_4}}{2A_4},
 \end{aligned} \tag{9}$$

где

$$\begin{aligned}
 A_4 &= (R_2^2 + X_3^2)(b_r d_x - b_x d_r) + X_3(d_r^2 + d_x^2); \\
 B_4 &= X_3 [(d_x e_r - d_r e_x) R_2 + 2R_2^2(b_r d_x - b_x d_r) - \\
 &- 2(c_r d_x - c_x d_r)] - (R_2^2 + X_3^2)(d_r + b_r c_r + b_x c_x) + \\
 &+ (d_r^2 + d_x^2 + e_r d_r + e_x d_x) X_3^2; \\
 C_4 &= [(b_r d_x - b_x d_r) R_2^2 + (b_r c_x - b_x c_r - d_x - d_r e_x + \\
 &+ d_x e_r) R_2 + C_0] X_3^2 + [c_r^2 + c_x^2 - R_2(c_r e_r + c_x e_x) - \\
 &- R_2^2(d_r + b_r c_r + b_x c_x)] X_3 - R_2^2 c_x; \\
 C_0 &= (d_r + e_r - 1)c_x - c_r(d_x + e_x). \\
 R_2 &= \{(c_r - X_4 d_x)R_1 - X_3[c_x + X_4 d_r + \\
 &+ R_1(d_x + e_x + X_4 b_r)]\} / \{R_1 - c_r + (d_x + R_1 b_x)(X_3 + X_4)\}; \\
 X_3 &= \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3 C_3}}{2A_3},
 \end{aligned} \tag{10}$$

где

$$\begin{aligned}
 A_3 &= R_1^2 [(d_x + e_x)b_r - b_x(d_r + e_r - 1)] + \\
 &+ X_4 [(d_r + R_1 b_r)^2 + (d_x + R_1 b_x)^2] - c_r d_x + c_x d_r + \\
 &+ R_1(d_x + b_r c_x - b_x c_r + d_r e_x - d_x e_r); \\
 B_3 &= c_r^2 + c_x^2 + X_4 [(2d_x + e_x)b_r - b_x(2d_r + e_r - 2)] R_1^2 - \\
 &- 2(c_r d_x - c_x d_r) + B_0 + X_4^2 [(d_r + R_1 b_r)^2 + \\
 &+ (d_x + R_1 b_x)^2] + R_1(c_r e_r - 2c_r + c_x e_x) - \\
 &- R_1^2(d_r + e_r - 1 + b_r c_r + b_x c_x); \\
 B_0 &= [2(d_x + b_r c_x - b_x c_r) + d_r e_x - d_x e_r] R_1; \\
 C_3 &= [(b_r d_x - b_x d_r) X_4^2 - (d_r + b_r c_r + b_x c_x) X_4 - c_x] R_1^2. \\
 R_2 &= \{(c_r - X_4 d_x)R_1 - X_3[c_x + X_4 d_r + \\
 &+ R_1(d_x + e_x + X_4 b_r)]\} / \{R_1 - c_r + \\
 &+ (d_x + R_1 b_x)(X_3 + X_4)\}; \\
 X_4 &= \frac{-B_4 \pm \sqrt{B_4^2 - 4A_4 C_4}}{2A_4},
 \end{aligned} \tag{11}$$

где

$$\begin{aligned}
A_4 &= [(d_r + R_1 b_r)^2 + (d_x + R_1 b_x)^2] X_3 + \\
&+ R_1^2 (b_r d_x - b_x d_r); \\
B_4 &= [(d_r + R_1 b_r)^2 + (d_x + R_1 b_x)^2] X_3^2 + \\
&+ X_3 \{ R_1 [2(d_x + b_r c_x - b_x c_r) + d_r e_x - d_x e_r] - \\
&- 2(c_r d_x - c_x d_r) \} - R_1^2 \{ d_r + X_3 [(2d_r + e_r - 2)b_x - \\
&- b_r (2d_x + e_x)] + b_r c_r + b_x c_x \}; \\
C_4 &= \{ [(d_x + e_x) b_r - b_x (d_r + e_r - 1)] R_1^2 + C_0 \} X_3^2 + \\
&+ [c_r^2 + c_x^2 - R_1^2 (d_r + e_r - 1 + b_r c_r + b_x c_x) + \\
&+ C_{01}] X_3 - R_1^2 c_x; \\
C_0 &= (d_x + b_r c_x - b_x c_r + d_r e_x - d_x e_r) R_1 - c_r d_x + c_x d_r; \\
C_{01} &= R_2 (c_r e_r - 2c_r + c_x e_x). \\
X_3 &= \{ (c_r - X_4 d_x) (R_1 + R_2) - \\
&- R_1 R_2 (X_4 b_x + 1) \} / \{ (d_x + e_x + \\
&+ R_2 b_x + X_4 b_r) R_1 + c_x + R_2 d_x + X_4 d_r \}; \\
X_4 &= \frac{-B_4 \pm \sqrt{B_4^2 - 4A_4 C_4}}{2A_4},
\end{aligned} \tag{12}$$

где

$$\begin{aligned}
A_4 &= [(d_r + R_1 b_r)^2 + (d_x + R_1 b_x)^2] R_2 + \\
&+ R_1 (d_r^2 + d_x^2) + (b_r d_r + b_x d_x) R_1^2; \\
B_4 &= [R_1 (d_r e_x - d_x e_r) - 2(c_r d_x - c_x d_r)] (R_1 + R_2) + \\
&+ R_1 (R_1 + 2R_2) (d_x + b_r c_x - b_x c_r) + R_1^2 R_2 (2b_x + b_r e_x - b_x e_r); \\
C_4 &= (c_r d_r + c_x d_x) (R_1 + R_2)^2 - \\
&- R_1^2 [b_r R_2^2 + R_2 (e_r - 1)] + \{ c_r^2 + c_x^2 + R_1 [c_r e_r + c_x e_x + \\
&+ R_2 (b_r c_r - d_r + b_x c_x)] \} (R_1 + R_2) + R_1 c_r (R_1 + 2R_2).
\end{aligned}$$

Пусть теперь для неодинаковых каскадов [2; 3] типа «СЧ – НЧ» в качестве одного из СЧ используется соединение, изображенное на рис. 3, а. Тогда зависимости сопротивлений от частоты можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned}
R_1 &= \{ X_4 (R_3 d_{1x} + X_2 d_{1r}) - \\
&- R_3 (c_{2r} - X_2 d_{1x}) + X_2 c_{2x} \} / \{ c_{2r} + X_2 d_x + \\
&+ R_3 (C_d - X_2 b_x) - X_4 (d_{1x} + R_3 b_x + X_2 b_r) \}; \\
X_2 &= \frac{-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4A_2 C_2}}{2A_2},
\end{aligned} \tag{13}$$

где

$$\begin{aligned}
A_2 &= (R_3^2 + R_4^2) (b_r d_{1x} - b_x d_{1r}) + \\
&+ R_3 (b_r c_{2x} - b_x c_{2r} - d_r d_{1x} + d_x d_{1r}) -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&- X_4 (b_r c_{2r} + b_x c_{2x} + d_r d_{1r} + d_x d_{1x}) + c_{2r} d_x - c_{2x} d_r; \\
B_2 &= [(c_{2r} - X_4 d_{1x}) (C_d + d_r) + \\
&+ (c_{2x} + X_4 d_{1r}) (D_c + d_x) + c_{2r} d_{1r} + c_{2x} d_{1x}] R_3 + \\
&+ R_3^2 [2X_4 (b_r d_{1x} - b_x d_{1r}) + C_d d_{1r} + D_c d_{1x} - \\
&- b_r c_{2r} - b_x c_{2x}] + (c_{2x} + X_4 d_{1r})^2 + (c_{2r} - X_4 d_{1x})^2; \\
C_2 &= R_3^2 [C_0 + (C_d d_{1r} + D_c d_{1x} - b_r c_{2r} - \\
&- b_x c_{2x}) X_4 + C_d c_{2x} - D_c c_{2r}]; \\
C_0 &= (b_r d_{1x} - b_x d_{1r}) X_4^2; \\
C_d &= c_r - c_{1r} - d_r + d_{1r}; \\
D_c &= c_x - c_{1x} - d_x + d_{1x}. \\
R_1 &= \{ X_4 (R_3 d_{1x} + X_2 d_{1r}) - \\
&- R_3 (c_{2r} - X_2 d_{1x}) + X_2 c_{2x} \} / \{ c_{2r} + X_2 d_x + \\
&+ R_3 (C_d - X_2 b_x) - X_4 (d_{1x} + R_3 b_x + X_2 b_r) \}; \\
X_3 &= \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3 C_3}}{2A_3},
\end{aligned} \tag{14}$$

где

$$\begin{aligned}
A_3 &= (X_2 + X_4) (C_d d_{1r} + D_c d_{1r} - b_r c_{2r} - b_x c_{2x}) + \\
&+ (b_r d_{1x} - b_x d_{1r}) (X_2 + X_4)^2 + C_d c_{2x} - D_c c_{2r}; \\
B_3 &= (b_r c_{2x} - b_x c_{2r} - d_r d_{1x} + d_x d_{1r}) X_2^2 + [B_0] X_2; \\
B_0 &= (c_{2r} - X_4 d_{1x}) (C_d + d_r) + \\
&+ (c_{2x} + X_4 d_{1r}) (D_c + d_x) + c_{2r} d_{1r} + c_{2x} d_{1x}; \\
C_3 &= X_2 [(c_{2x} + X_4 d_{1r})^2 + (c_{2r} - X_4 d_{1x})^2] - \\
&- X_2^2 [(b_x d_{1r} - b_r d_{1x}) X_4^2 - c_{2r} d_x + c_{2x} d_r + C_0]; \\
C_0 &= (b_r c_{2r} - b_x c_{2x} + d_r d_{1r} + d_x d_{1x}) X_4. \\
R_1 &= \{ X_4 (R_3 d_{1x} + X_2 d_{1r}) - \\
&- R_3 (c_{2r} - X_2 d_{1x}) + X_2 c_{2x} \} / \{ c_{2r} + X_2 d_x + \\
&+ R_3 (C_d - X_2 b_x) - X_4 (d_{1x} + R_3 b_x + X_2 b_r) \}; \\
X_4 &= \frac{-B_4 \pm \sqrt{B_4^2 - 4A_4 C_4}}{2A_4},
\end{aligned} \tag{15}$$

где

$$\begin{aligned}
A_4 &= (R_3^2 + X_2^2) (b_r d_{1x} - b_x d_{1r}) + X_2 (d_{1r}^2 + d_{1x}^2); \\
B_4 &= [2X_2 (b_r d_{1x} - b_x d_{1r}) + C_d d_{1r} + D_c d_{1x}] R_3^2 - \\
&- [2X_2 (c_{2r} d_{1x} - c_{2x} d_{1r}) - X_2^2 (d_r d_{1r} + d_x d_{1x}) - \\
&- (b_r c_{2r} + b_x c_{2x}) (R_3^2 + X_2^2) - \\
&- R_3 X_2 [d_{1x} (C_d + d_r) - d_{1r} (D_c + d_x)]]; \\
C_4 &= X_2 (c_{2r}^2 + c_{2x}^2) + X_2^2 (c_{2r} d_x - c_{2x} d_r) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + R_3 \{(b_r c_{2x} - b_x c_{2r} - d_r d_{1x} + d_x d_{1r}) X_2^2 + \\
 & + [(D_c + d_x + d_{1x}) c_{2x} + c_{2r} (C_d + d_r + d_{1r})] X_2\} + \\
 & + R_3^2 [(b_r d_{1x} - b_x d_{1r}) X_2^2 + (C_d d_{1r} + D_c d_{1x} - \\
 & - b_r c_{2r} - b_x c_{2x}) X_2 + C_d c_{2x} - D_c c_{2r}]. \\
 X_2 = & \{(c_{2r} - X_4 d_{1x})(R_1 + R_3) + \\
 & + R_1 R_3 (C_d - X_4 b_x)\} / \{c_{2x} - R_1 d_x + \\
 & + R_3 (d_{1x} + R_1 b_x) + X_4 (d_{1r} + R_1 b_r)\}; \\
 R_3 = & \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3 C_3}}{2A_3},
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 A_3 = & (C_d b_r + D_c b_x) R_1^2 + (C_d d_{1r} + D_c d_{1x} + \\
 & + b_r c_{2r} + b_x c_{2x}) R_1 + c_{2r} d_{1r} + c_{2x} d_{1x}; \\
 B_3 = & X_4^2 [(d_{1r} + R_1 b_r)^2 + (d_{1x} + R_1 b_x)^2] + \\
 & + \{(C_d - d_r) [c_{2r} - X_4 (d_{1x} + R_1 b_x)] + \\
 & + (D_c - d_x) [c_{2x} + X_4 (d_{1r} + R_1 b_r)] + B_0\} R_1 - \\
 & - X_4 [R_1^2 (b_r d_{1x} - b_x d_{1r}) - \\
 & - 2R_1 (b_r c_{2x} - b_x c_{2r}) + 2(c_{2r} d_{1x} - c_{2x} d_{1r})] - \\
 & - R_1^2 (C_d d_r + D_c d_x - b_r c_{2r} - b_x c_{2x}); \\
 B_0 = & c_{2r}^2 + c_{2x}^2 + c_{2r} d_{1r} + c_{2x} d_{1x}; \\
 C_4 = & [(c_{2x} + X_4 d_{1r})^2 + (c_{2r} - X_4 d_{1x})^2] R_1 + \\
 & + [(b_r d_{1r} + b_x d_{1x}) X_4^2 + (b_r c_{2x} - b_x c_{2r} + \\
 & + d_r d_{1x} - d_x d_{1r}) X_4 - C_0] R_1^2; \\
 C_0 = & c_{2r} d_r + c_{2x} d_x.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 X_2 = & \{(c_{2r} - X_4 d_{1x})(R_1 + R_3) + \\
 & + R_1 R_3 (C_d - X_4 b_x)\} / \{c_{2x} - R_1 d_x + \\
 & + R_3 (d_{1x} + R_1 b_x) + X_4 (d_{1r} + R_1 b_r)\}; \\
 X_4 = & \frac{-B_4 \pm \sqrt{B_4^2 - 4A_4 C_4}}{2A_4},
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 A_4 = & R_1 (d_{1r}^2 + d_{1x}^2) + R_3 [(d_{1r} + R_1 b_r)^2 + \\
 & + (d_{1x} + R_1 b_x)^2] + R_1^2 (b_r d_{1r} + b_x d_{1x}); \\
 B_4 = & R_1 (R_1 + 2R_3) (b_r c_{2x} - b_x c_{2r}) + \\
 & + R_1^2 (d_r d_{1x} - d_x d_{1r}) - R_3 [R_1^2 (b_r d_{1x} - b_x d_{1r}) + \\
 & + R_1 (C_d - d_r) (d_{1x} + R_1 b_x) - \\
 & - (D_c - d_x) (d_{1r} + R_1 b_r)] - 2(c_{2r} d_{1x} - c_{2x} d_{1r}) (R_1 + R_3); \\
 C_4 = & \{C_d [c_{2r} - R_1 d_r + R_3 (d_{1r} + R_1 b_r)] + C_0\} R_1 R_3 +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + (R_1 + R_3) [R_3 (c_{2r} d_{1r} + c_{2x} d_{1x}) - \\
 & - R_1 (c_{2r} d_r + c_{2x} d_x) + c_{2r}^2 + c_{2x}^2 + C_{01}]; \\
 C_0 = & D_c [c_{2x} - R_1 d_x + R_3 (d_{1x} + R_1 b_x)]; \\
 C_{01} = & R_1 R_3 (b_r c_{2r} + b_x c_{2x}).
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (16) \quad R_3 = & \{[c_{2x} - R_1 d_x + X_4 (d_{1r} + R_1 b_r)] X_2 - \\
 & - R_1 (c_{2r} - X_4 d_{1x})\} / \{c_{2r} + C_d R_1 - \\
 & - (d_{1x} + R_1 b_x) (X_2 + X_4)\}; \\
 X_4 = & \frac{-B_4 \pm \sqrt{B_4^2 - 4A_4 C_4}}{2A_4},
 \end{aligned} \tag{18}$$

где

$$\begin{aligned}
 A_4 = & X_2 [(d_{1r} + R_1 b_r)^2 + (d_{1x} + R_1 b_x)^2] + \\
 & + R_1^2 (b_r d_{1x} - b_x d_{1r}); \\
 B_4 = & [(D_c - d_x) (d_{1r} + R_1 b_r) - \\
 & - (C_d - d_r) (d_{1x} + R_1 b_x)] R_1 X_2 + \\
 & + X_2^2 [(d_{1r} + R_1 b_r)^2 + (d_{1x} + R_1 b_x)^2] + \\
 & + R_1^2 (C_d d_{1r} + D_c d_{1x} - b_r c_{2r} - b_x c_{2x}) + \\
 & + X_2 [(b_r d_{1x} - b_x d_{1r}) R_1^2 + \\
 & + 2R_1 (b_r c_{2x} - b_x c_{2r}) + 2(c_{2x} d_{1r} - c_{2r} d_{1x})]; \\
 C_4 = & [C_d c_{2x} - D_c c_{2r} - X_2 (C_d d_r + D_c d_x + \\
 & + b_r c_{2r} + b_x c_{2x})] R_1^2 + X_2 \{c_{2r}^2 + c_{2x}^2 - \\
 & - R_1 [c_{2r} (d_r - C_d + d_{1r}) + c_{2x} (d_x - D_c + d_{1x})\} + \\
 & + X_2^2 [(b_x d_r - b_r d_x) R_1^2 + (b_r c_{2x} - b_x c_{2r} + \\
 & + d_r d_{1x} - d_x d_{1r}) R_1 - c_{2r} d_{1x} + c_{2x} d_{1r}].
 \end{aligned}$$

(17) Соединение, представленное на рис. 3, б:

$$\begin{aligned}
 R_1 = & \{[c_{2r} - d_{1x} (X_3 + X_4)] R_2 - \\
 & - X_3 (c_{2x} + X_4 d_{1r})\} / \{[d_r + b_x (X_3 + X_4)] R_2 + \\
 & + X_4 (d_{1x} + X_3 b_r) - c_{2r} + D_c X_3\}; \\
 R_2 = & \frac{-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4A_2 C_2}}{2A_2},
 \end{aligned} \tag{19}$$

где

$$\begin{aligned}
 A_2 = & (b_r c_{2r} + b_x c_{2x} + d_r d_{1r} + d_x d_{1x}) (X_3 + X_4) + \\
 & + c_{2x} d_r - c_{2r} d_x - (b_r d_{1x} - b_x d_{1r}) (X_3 + X_4)^2; \\
 B_2 = & [c_{2r} (C_d + d_r - d_{1r}) + c_{2x} (D_c + d_x - d_{1x})] X_3 - \\
 & - X_3^2 (b_r c_{2x} - b_x c_{2r}) - X_3 (C_d d_{1x} - D_c d_{1r}) (X_3 + X_4) - \\
 & - X_3 X_4 (d_r d_{1x} - d_x d_{1r}); \\
 C_2 = & [(b_x d_{1r} - b_r d_{1x}) X_4^2 + C_0] X_3^2 -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -[(c_{2x} + X_4 d_{1r})^2 + (c_{2r} - X_4 d_{1x})^2] X_3; \\
C_0 &= (b_r c_{2r} + b_x c_{2x} - D_c d_{1x} - \\
& - C_d d_{1r}) X_4 - C_d c_{2x} + D_c c_{2r} \cdot \\
R_1 &= \{[c_{2r} - d_{1x}(X_3 + X_4)] R_2 - \\
& - X_3(c_{2x} + X_4 d_{1r})\} / \{[d_r + b_x(X_3 + X_4)] R_2 + \\
& + X_4(d_{1x} + X_3 b_r) - c_{2r} + D_c X_3\};
\end{aligned}$$

$$X_3 = \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3 C_3}}{2A_3},$$

где

$$\begin{aligned}
A_3 &= (R_2^2 + X_4^2)(b_r d_{1x} - b_x d_{1r}) + C_d c_{2x} - D_c c_{2r} + \\
& + R_2(C_d d_{1x} - D_c d_{1r} + b_r c_{2x} - b_x c_{2r}) + \\
& + X_4(C_d d_{1r} + D_c d_{1x} - b_r c_{2r} - b_x c_{2x}); \\
B_3 &= (c_{2x} + X_4 d_{1r})^2 + (c_{2r} - X_4 d_{1x})^2 + \\
& + X_4 \{2(b_r d_{1x} - b_x d_{1r}) R_2^2 + [d_{1x}(C_d + d_r) - \\
& - d_{1r}(D_c + d_x)] R_2\} - R_2[c_{2r}(C_d + d_r - d_{1r}) + \\
& + c_{2x}(D_c + d_x - d_{1x})] - R_2^2(b_r c_{2r} + \\
& + b_x c_{2x} + d_r d_{1r} + d_x d_{1x}); \\
C_3 &= (b_r d_{1x} - b_x d_{1r}) R_2^2 X_4^2 + (c_{2r} d_x - c_{2x} d_r) R_2^2 - \\
& - (b_r c_{2r} + b_x c_{2x} + d_r d_{1r} + d_x d_{1x}) R_2^2 X_4.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_1 &= \{[c_{2r} - d_{1x}(X_3 + X_4)] R_2 - \\
& - X_3(c_{2x} + X_4 d_{1r})\} / \{[d_r + b_x(X_3 + X_4)] R_2 + \\
& + X_4(d_{1x} + X_3 b_r) - c_{2r} + D_c X_3\}; \\
X_4 &= \frac{-B_4 \pm \sqrt{B_4^2 - 4A_4 C_4}}{2A_4},
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
A_4 &= (b_r d_{1x} - b_x d_{1r})(R_2^2 + X_3^2) + (d_{1r}^2 + d_{1x}^2) X_3; \\
B_4 &= X_3[2(b_r d_{1x} - b_x d_{1r}) R_2^2 + 2(c_{2x} d_{1r} - c_{2r} d_{1x}) + B_0] + \\
& + X_3^2(C_d d_{1r} + D_c d_{1x} - b_r c_{2r} - b_x c_{2x}) - \\
& - R_2^2(b_r c_{2r} + b_x c_{2x} + d_r d_{1r} + d_x d_{1x}); \\
B_0 &= [d_{1x}(C_d + d_r) - d_{1r}(D_c + d_x)] R_2; \\
C_4 &= X_3^2[(b_r d_{1x} - b_x d_{1r}) R_2^2 + (C_d d_{1x} - D_c d_{1r} + \\
& + b_r c_{2x} - b_x c_{2r}) R_2 + C_d c_{2x} - D_c c_{2r}] + \\
& + R_2^2(c_{2r} d_x - c_{2x} d_r) + X_3[R_2^2(b_r c_{2r} + \\
& + b_x c_{2x} + d_r d_{1r} + d_x d_{1x}) - C_0]; \\
C_0 &= R_2[c_{2r}(C_d + d_r - d_{1r}) + \\
& + c_{2x}(D_c + d_x - d_{1x})] - c_{2r}^2 - c_{2x}^2.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_2 &= \{[X_4(d_{1x} + X_3 b_r) - c_{2r} + D_c X_3] R_1 + \\
& + X_3(c_{2x} + X_4 d_{1r})\} / \{c_{2r} - R_1 d_r - \\
& - (d_{1x} + R_1 b_x)(X_3 + X_4)\};
\end{aligned} \tag{22}$$

$$X_3 = \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3 C_3}}{2A_3},$$

где

$$\begin{aligned}
A_3 &= X_4[(d_{1r} + R_1 b_r)^2 + (d_{1x} + R_1 b_x)^2] - \\
& - R_1^2(C_d b_x - D_c b_r) - R_1(C_d d_{1x} - D_c d_{1r} - \\
& - b_r c_{2x} + b_x c_{2r}) - c_{2r} d_{1x} + c_{2x} d_{1r}; \\
B_3 &= \{(C_d - d_r)[c_{2r} - X_4(d_{1x} + R_1 b_x)] + \\
& + (D_c - d_x)[c_{2x} + X_4(d_{1r} + R_1 b_r)] + B_0\} R_1 + \\
& + X_4^2[(d_{1r} + R_1 b_r)^2 + (d_{1x} + R_1 b_x)^2] + c_{2r}^2 + c_{2x}^2 - \\
& - R_1^2(C_d d_r + D_c d_x + b_r c_{2r} + b_x c_{2x}) + \\
& + X_4[(b_r d_{1x} - b_x d_{1r}) R_1^2 + 2(c_{2x} d_{1r} - c_{2r} d_{1x})]; \\
B_0 &= 2X_4(b_r c_{2x} - b_x c_{2r}) - c_{2r} d_{1r} - c_{2x} d_{1x}; \\
C_3 &= (b_r d_{1x} - b_x d_{1r}) R_1^2 X_4^2 + (c_{2r} d_x - c_{2x} d_r) R_1^2 - \\
& - (b_r c_{2r} + b_x c_{2x} + d_r d_{1r} + d_x d_{1x}) R_1^2 X_4.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_2 &= \{[X_4(d_{1x} + X_3 b_r) - c_{2r} + D_c X_3] R_1 + \\
& + X_3(c_{2x} + X_4 d_{1r})\} / \{c_{2r} - R_1 d_r - \\
& - (d_{1x} + R_1 b_x)(X_3 + X_4)\};
\end{aligned} \tag{23}$$

$$X_4 = \frac{-B_4 \pm \sqrt{B_4^2 - 4A_4 C_4}}{2A_4},$$

где

$$\begin{aligned}
A_4 &= X_3[(d_{1r} + R_1 b_r)^2 + \\
& + (d_{1x} + R_1 b_x)^2] + R_1^2(b_r d_{1x} - b_x d_{1r}); \\
B_4 &= [(D_c - d_x)(d_{1r} + R_1 b_r) - \\
& - (C_d - d_r)(d_{1x} + R_1 b_x)] R_1 X_3 + \\
& + X_3[2R_1(b_r c_{2x} - b_x c_{2r}) + R_1^2(b_r d_{1x} - \\
& - b_x d_{1r}) + 2(c_{2x} d_{1r} - c_{2r} d_{1x}) - \\
& - R_1^2(b_r c_{2r} + b_x c_{2x} + d_r d_{1r} + d_x d_{1x}) + \\
& + X_3^2[(d_{1r} + R_1 b_r)^2 + (d_{1x} + R_1 b_x)^2]; \\
C_4 &= X_3^2[D_c b_r R_1^2 + (D_c d_{1r} + b_r c_{2x} - \\
& - b_x c_{2r}) R_1 - c_{2r} d_{1x} + c_{2x} d_{1r}] + \\
& + X_3\{c_{2r}^2 + c_{2x}^2 - R_1[c_{2x}(d_x - D_c + d_{1x}) + \\
& + c_{2r}(d_r + d_{1r})] - C_0\} - C_d R_1 X_3[X_3(d_{1x} + R_1 b_x) - \\
& - c_{2r} + R_1 d_r] + (c_{2r} d_x - c_{2x} d_r) R_1^2;
\end{aligned}$$

Рис. 7. Частотные характеристики (АЧХ и ФЧХ) эквивалентной схемы (рис. 7), полученные в системе MathCad (а) и OrCad (б)
Fig. 7. Frequency characteristics (frequency response and phase response) of the equivalent circuit (Fig. 7), obtained in the MathCad (a) and OrCad (b) systems

$$\begin{aligned}
 C_0 &= R_1^2(D_c d_x + b_r c_{2r} + b_x c_{2x}). \\
 X_3 &= \{(c_{2r} - X_4 d_{1x})(R_1 + R_2) - \\
 &- R_1 R_2(d_r + X_4 b_x)\} / \{(D_c + R_2 b_x + \\
 &+ X_4 b_r)R_1 + c_{2x} + R_2 d_{1x} + X_4 d_{1r}\}; \\
 X_4 &= \frac{-B_4 \pm \sqrt{B_4^2 - 4A_4 C_4}}{2A_4},
 \end{aligned} \tag{24}$$

где

$$\begin{aligned}
 A_4 &= R_2[(d_{1r} + R_1 b_r)^2 + (d_{1x} + R_1 b_x)^2] + \\
 &+ R_1(d_{1r}^2 + d_{1x}^2) + R_1^2(b_r d_{1r} + b_x d_{1x}); \\
 B_4 &= R_1(R_1 + 2R_2)(b_r c_{2x} - b_x c_{2r}) - \\
 &- R_2[B_0 - R_1(d_r d_{1x} - d_x d_{1r})] + \\
 &+ [2(c_{2x} d_{1r} - c_{2r} d_{1x}) - B_{01}](R_1 + R_2); \\
 B_0 &= R_1^2[(d_x - D_c + d_{1x})b_r - b_x(d_r - C_d + d_{1r})]; \\
 B_{01} &= R_1(C_d d_{1x} - D_c d_{1r}); \\
 C_4 &= \{c_{2r}^2 + c_{2x}^2 + C_0\}(R_1 + R_2) - \\
 &- R_2[(C_d d_r + D_c d_x)R_1^2 + (c_{2r} d_r + c_{2x} d_x)R_1] + \\
 &+ R_2^2[(b_r d_r + b_x d_x)R_1^2 + R_1(d_r d_{1r} + d_x d_{1x})]; \\
 C_0 &= [R_2(d_{1r} + R_1 b_r) + C_d R_1]c_{2r} + \\
 &+ c_{2x}[R_2(d_{1x} + R_1 b_x) + D_c R_1].
 \end{aligned}$$

Оптимизация параметров двухполюсников, свободных от ограничений типа (1)–(24) (то есть находящихся в правой части этих выражений), производится с помощью известных численных методов [10].

2. Математическое и схемотехническое моделирование

На рис. 4–10 для примера показаны принципиальные и эквивалентные схемы однокаскадных и двухкаскадных усилителей, соответствующие исследуемой структурной схеме с параллельной по напряжению связью, представленной на рис. 1, а, а также их теоретические и экспериментальные характеристики. Использован транзистор типа ВFQ17PH (рис. 4, а, 5). Схема НЧ выполнена в виде параллельно соединенных транзистора и ЦОС (П-образного соединения трех элементов C_{78} , R_{105} , R_{110}) на однокаскадной схеме (рис. 4, а) и C_{78} , R_{105} , R_{110} , C_{83} , R_{126} , R_{127} на двухкаскадной схеме (рис. 5). Нагрузка и сопротивление источника сигнала выполнены на элементах R_{114} и R_{117} соответственно. Схемы СЧ собраны в виде Г-образных четырехполюсников на элементах R_{119} , R_{120} , C_{79} , L_2 (рис. 4, а), R_{119} , R_{120} , C_{79} , L_2 , R_{130} , R_{131} , C_{84} , L_4 (рис. 5), параметры которых определялись по формулам (5).

Эквивалентная схема нелинейного элемента выполнена в виде перекрытого Т-образного четырехполюсника на элементах R_{10} , C_9 , R_{13} , L_7 , R_{11} , L_9 , R_9 , L_5 (рис. 6). Параметры эквивалентной схемы НЭ выбраны из условия совпадения выходного сопротивления НЧ с выходным сопротивлением НЧ с использованием реального транзистора [9]. Схема НЧ реализована в виде параллельно соединенных эквивалентной схемы

Рис. 8. Принципиальная схема двухкаскадного усилителя с неодинаковыми каскадами, соответствующая структурной схеме (рис. 1, а), исследуемая в системе MicroCap, частотные характеристики которой показаны на рис. 10, а
 Fig. 8. Schematic diagram of a two-stage amplifier with unequal stages, corresponding to the structural diagram (Fig. 1, a), studied in the MicroCap system, the frequency characteristics of which are shown in Fig. 10, a

Рис. 9. Частотные характеристики (АЧХ и ФЧХ) принципиальной (рис. 8) и эквивалентной схем (рис. 10), полученные в системе MicroCap (а), MathCad (б) и OrCad (в)
 Fig. 9. Frequency characteristics (frequency response and phase response) of the principle (Fig. 8) and equivalent circuit (Fig. 10), obtained in the MicroCap (a), MathCad (b) and OrCad (c) system

нелинейного элемента и цепи обратной связи из П-образного соединения трех элементов C_8 , R_{19} , R_{22} . Параметры ЦОС заданы произвольно. Схема СЧ собрана на основе двух обратных Г-образных звеньев из четырех элементов R_{24} , R_{25} , L_{10} , C_{10} .

Частотные характеристики принципиальных схем, показанные на рис. 4, б (сопротивления источника сигнала и нагрузки равны 100 Ом) и 5 (сопротивления источника сигнала и нагрузки равны 50 Ом), идентичны. Это соответствует выводам, сделанным на основе анализа полученных ранее [3] выражений для передаточных функций исследуемых многокаскадных структурных схем (рис. 1, а).

Таким образом, при использовании СЧ также наблюдается новое явление, состоящее в том, что при определенных соотношениях между количеством каскадов и значениями сопротивлений источника сигнала и нагрузки однокаскадного радиоустройства частотные характеристики однокаскадного и многокаскадного радиоустройств оказываются идентичными или подобными [3]. Такие схемы названы эквивалентными. Необходимо отметить, что это явление наблюдается при любой сложности каскадов типа «СЧ – НЧ», а также при отсутствии НЧ или СЧ. Указанное явление не зависит от структуры схемы, включенной между источником сигнала и нагрузкой, и значений параметров этой схемы.

Рис. 10. Эквивалентная схема усилителя из двух неодинаковых каскадов (рис. 8), соответствующая структурной схеме (рис. 1, а), исследуемая в системе MathCad (рис. 9, б) и OrCad (рис. 9, в)

Fig. 10. Equivalent circuit of an amplifier consisting of two unequal stages (Fig. 8), corresponding to the structural diagram (Fig. 1, a), studied in the MathCad (Fig. 9, b) and OrCad (Fig. 9, c) systems

Анализ также показывает, что экспериментальные (рис. 4, б) частотные характеристики принципиальной схемы усилителя (рис. 4, а, 5) удовлетворительно совпадают с характеристиками эквивалентной схемы (рис. 6) усилителя, полученными расчетным путем (рис. 7, а) и экспериментально (рис. 7, б).

Средняя частота эквивалентной схемы $f \approx 836$ МГц (рис. 7, а и б) незначительно отличается от средней частоты принципиальной схемы $f \approx 836,3$ МГц (рис. 4, б).

При использовании неодинаковых каскадов возникает возможность значительно увеличить рабочую полосу частот.

Например, для двухкаскадной схемы (рис. 8) произведение коэффициента усиления на полосу частот составляет примерно 2600 (рис. 9). Это почти в 12 раз больше, чем произведение коэффициента усиления на полосу частот однокаскадного усилителя. Параметры и характеристики принципиальной (рис. 8) и эквивалентной (рис. 10) схем совпадают удовлетворительно.

В работе [12] показано, что результаты схемотехнического моделирования удовлетворительно

совпадают с результатами экспериментальных исследований физических макетов радиоустройств.

Заключение

Таким образом, полученные математические модели СЧ типа (1)–(12) могут быть использованы для технического проектирования усилителей с заданными частотными характеристиками. Возможность изменения величины эквивалентного сопротивления источника сигнала и нагрузки путем включения произвольного количества одинаковых каскадов типа «СЧ – НЧ» значительно упрощает решение многих задач радиоэлектроники [13], например задач обеспечения однонаправленности распространения сигнала и независимости процессов, происходящих в предыдущем и последующем динамических звеньях систем автоматического регулирования. Применение неодинаковых каскадов с оптимизированными параметрами одного из СЧ с помощью выражений (13)–(24) позволяет значительно увеличить рабочую полосу частот.

Список литературы

1. Головков А.А., Волобуев А.Г. Алгоритмы синтеза и анализа активных плоско-слоистых сред отражательного и смешанного типов // Физика волновых процессов и радиотехнические сигналы. 2003. Т. 6, № 2. С. 39–43.
2. Головков А.А., Головков В.А. Принципы построения и основные характеристики перспективной курсо-гладной системы // Физика волновых процессов и радиотехнические сигналы. 2022. Т. 25, № 1. С. 27–35. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.1.27-35>
3. Головков А.А., Фомин А.В. Параметрический синтез радиоустройств с заданным количеством одинаковых каскадов для вариантов включения реактивных четырехполюсников между источником сигнала и нелинейной частью // Физика волновых процессов и радиотехнические сигналы. 2021. Т. 24, № 3. С. 46–55. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2021.24.3.46-55>
4. Головков А.А., Головков В.А., Фомин А.В. Параметрический синтез радиоустройств с заданным количеством неодинаковых каскадов для вариантов включения реактивных четырехполюсников между нелинейной частью и нагрузкой // Физика волновых процессов и радиотехнические сигналы. 2021. Т. 24, № 3. С. 63–70. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2021.24.3.63-70>
5. Головков А.А., Головков В.А. Алгоритм параметрического синтеза каскадно-включенных согласующих смешанных четырехполюсников по критерию обеспечения стационарного режима генерации // Физика волновых процессов и радиотехнические сигналы. 2022. Т. 25, № 1. С. 45–54. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.1.45-54>
6. Головков А.А., Головков В.А. Параметрический синтез динамических звеньев для вариантов их включения между нелинейной частью и нагрузкой автоматических систем радиоуправления с общей обратной связью // Физика волновых процессов и радиотехнические сигналы. 2022. Т. 25, № 2. С. 40–50. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.2.40-50>
7. Головков А.А., Головков В.А. Параметрический синтез комплексных четырехполюсников для вариантов их включения между источником сигнала и нелинейной частью по критерию обеспечения заданных частотных характеристик усилителей с общей обратной связью // Физика волновых процессов и радиотехнические сигналы. 2022. Т. 25, № 2. С. 51–59. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.2.51-59>
8. Табаков Д.П., Морозов С.В., Ключев Д.С. Применение тонкопроволочного интегрального представления электромагнитного поля к решению задач дифракции электромагнитных волн на проводящих телах // Физика волновых процессов и радиотехнические сигналы. 2022. Т. 25, № 2. С. 7–14. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.2.7-14>
9. Головков А.А., Головков В.А. Параметрический синтез радиотехнических устройств и систем. Воронеж: ВУНЦ ВВС «ВВА», 2018. 588 с.
10. Полак Э. Численные методы оптимизации. М.: Мир, 1974. 376 с.
11. Головков А.А. Параметрический синтез различных радиоустройств с заданным количеством каскадов типа «комплексный четырехполюсник – нелинейная часть» // Физика волновых процессов и радиотехнические сигналы. 2023. Т. 26, № 3. С. 20–31. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.3.20-31>
12. Разевиг В.Д. Схемотехническое моделирование с помощью MicroCap-7. М.: Горячая линия – Телеком, 2003. 268 с.
13. Справочник по радиоэлектронике: в 3-х томах / под ред. А.А. Куликовского. М.: Энергия, 1970. Т. 3. 413 с.

Информация об авторе

Головков Александр Афанасьевич, доктор технических наук, профессор, заслуженный изобретатель РФ, профессор кафедры авиационных систем и комплексов радионавигации и радиосвязи Военного учебно-научного центра Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия», г. Воронеж, Россия. Автор 660 научных работ.

Область научных интересов: способы и средства формирования и обработки сигналов, приема, передачи, защиты и разрушения информации.

E-mail: valgol2595@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8468-0055>

Physics of Wave Processes and Radio Systems

2024, vol. 27, no. 1, pp. 48–60

DOI [10.18469/1810-3189.2024.27.1.48-60](https://doi.org/10.18469/1810-3189.2024.27.1.48-60)

UDC 621.396.66

Original Research

Received 20 June 2023

Accepted 21 July 2023

Published 29 March 2024

Parametrical synthesis of various radio devices with the set quantity of cascades of type «the mixed two-port network – nonlinear part»

Alexander A. Golovkov

Military Educational and Scientific Center of the Air Force «Air Force Academy»

54a, Staryh Bolshevikov Street,
Voronezh, 394064, Russia

Abstract – Background. Presence of possibility of analytical definition of a part of parametres of various radio devices, optimum by criterion of maintenance of preset values of modules and phases of transfer functions on necessary quantity of

frequencies, considerably reduces time of numerical optimisation of other part of parametres by criterion of formation demanded PFC and FFC in a strip of frequencies. Till now such problems dared concerning radio devices only with one cascade of type «a nonlinear part - the coordination the device» or «the coordination the device - a nonlinear part». In quality coordination devices were used the jet, resistive, complex or mixed two-port networks. The problem of multicascade radio devices with jet two-port networks is solved also. Change of basis for the coordination two-port networks and a place of inclusion of a nonlinear part leads to change of area of a physical realizability. **Aim.** Working out of algorithms of parametrical synthesis of radio devices with any quantity of identical and unequal cascades of type «the coordination the mixed two-port network – a nonlinear part» by criterion of maintenance of the set frequency characteristics. Nonlinear parts are presented in the form of a nonlinear element and parallel either consecutive on a current or pressure of a feedback. **Methods.** The theory of two-port networks, matrix algebra, a decomposition method, a method of synthesis of actuation microwave devices, numerical methods of optimisation. **Results.** In interests of achievement of the specified purpose systems of the algebraic equations are generated and solved. Models of optimum two-port networks in the form of mathematical expressions for definition of interrelations between elements of their classical matrix of transfer and for search of dependences of mixed of two-poles from frequency are received. It is shown, that at certain parities between quantity of identical cascades and values of resistance of a source of a signal and loading of the one-cascade radio device frequency characteristics of one-cascade and multicascade radio devices appear identical or similar. Such schemes are named by equivalent. Use of unequal cascades leads to substantial growth of a working strip of frequencies. **Conclusion.** The comparative analysis of theoretical results (PFC and FFC radio devices, value of parametres), received by mathematical modelling in system «MathCad», and the experimental results received by scheme modelling in systems «OrCad» and «MicroCap», shows their satisfactory coincidence.

Keywords – parametrical synthesis of the mixed two-port networks; the set frequency characteristics of multicascade radio devices.

✉ valgol2595@gmail.com (Alexander A. Golovkov)

© Alexander A. Golovkov, 2024

References

1. A. A. Golovkov and A. G. Volobuev, “Algorithms for the synthesis and analysis of active flat-layered media of reflective and mixed types,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 6, no. 2, pp. 39–43, 2003. (In Russ.)
2. A. A. Golovkov and V. A. Golovkov, “Principles of construction and basic characteristics of perspective noiseproof course-glide system,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 25, no. 1, pp. 27–35, 2022, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.1.27-35>. (In Russ.)
3. A. A. Golovkov and A. V. Fomin, “Parametrical synthesis of radio devices with the set quantity of identical cascades for variants of inclusion of jet two-port networks between a source of a signal and a nonlinear part,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 24, no. 3, pp. 46–55, 2021, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2021.24.3.46-55>. (In Russ.)
4. A. A. Golovkov, V. A. Golovkov, and A. V. Fomin, “Parametrical synthesis of radio devices with the set quantity of unequal cascades for variants of inclusion of jet two-port networks between a nonlinear part and loading,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 24, no. 3, pp. 63–70, 2021, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2021.24.3.63-70>. (In Russ.)
5. A. A. Golovkov and V. A. Golovkov, “Algorithm for parametric synthesis of cascade-connected matching mixed quadripoles according to the criterion of ensuring stationary generation mode,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 25, no. 1, pp. 45–54, 2022, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.1.45-54>. (In Russ.)
6. A. A. Golovkov and V. A. Golovkov, “Parametrical synthesis of dynamic links for variants of their inclusion between a nonlinear part and loading of automatic systems of radio management with the general feedback,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 25, no. 2, pp. 40–50, 2022, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.2.40-50>. (In Russ.)
7. A. A. Golovkov and V. A. Golovkov, “Parametrical synthesis of the complex two-port networks for variants of their inclusion between a source of a signal and a nonlinear part by criterion of maintenance of the set characteristics amplifiers with the general feedback,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 25, no. 2, pp. 51–59, 2022, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.2.51-59>. (In Russ.)
8. D. P. Tabakov, S. V. Morozov, and D. S. Klyuev, “Application of the thin-wire integral representation of the electromagnetic field to solving the problem of diffraction of electromagnetic waves on conducting bodies,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 25, no. 2, pp. 7–14, 2022, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.2.7-14>. (In Russ.)
9. A. A. Golovkov and V. A. Golovkov, *Parametric Synthesis of Radio Engineering Devices and Systems*. Voronezh: VUNTS VVS «VVA», 2018. (In Russ.)
10. E. Polak, *Numerical Optimization Methods*. Moscow: Mir, 1974. (In Russ.)
11. A. A. Golovkov, “Parametrical synthesis of various radio devices with the set quantity of cascades of type «the complex two-port network – the nonlinear part»,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 26, no. 3, pp. 20–31, 2022, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.3.20-31>. (In Russ.)
12. V. D. Razevig, *Circuit Simulation with MicroCap-7*. Moscow: Goryachaya liniya – Telekom, 2003. (In Russ.)
13. A. A. Kulikovskogo, Ed. *Handbook of Radio Electronics*, vol. 3. Moscow: Energiya, 1970. (In Russ.)

Information about the Author

Alexander A. Golovkov, Doctor of Technical Sciences, professor, honored inventor of the Russian Federation, professor of the Department of Aviation Systems and Complexes of Radio Navigation and Radio Communication, Military Educational and Scientific Center of the Air Force «Air Force Academy», Voronezh, Russia.

Research interests: ways and means of generating and processing signals, receiving, transmitting, protecting and destroying information.

E-mail: valgol2595@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8468-0055>

Математическая модель антенно-волноводного тракта с разделением сигналов по поляризации – частоте

С.И. Бойчук

ФГУП «Ростовский-на-Дону НИИ радиосвязи»
344038, Россия, г. Ростов-на-Дону,
ул. Нансена, 130

Аннотация – Обоснование. Необходимость создания антенно-волноводных трактов многодиапазонных зеркальных антенн систем спутниковой связи требует использования различных методик выбора структуры, определения и оптимизации параметров антенно-волноводных трактов. **Цель.** Разработка математической модели антенно-волноводных трактов многодиапазонных зеркальных антенн, построенного на основе способа «разделение по поляризации – разделение по частоте» с реализацией функции автосопровождения. **Методы.** Математическую модель антенно-волноводных трактов многодиапазонных зеркальных антенн, построенного на основе способа «разделение по поляризации-разделение по частоте», позволяет определить основные характеристики антенно-волноводных трактов и входящих устройств с функцией автосопровождения. **Результаты.** Определены основные элементы математической модели многодиапазонного антенно-волноводного тракта, построенного на основе способа «разделение по поляризации – разделение по частоте». **Заключение.** Предложена математическая модель, которая позволяет снизить требования к используемым вычислительным средствам при разработке антенно-волноводных трактов по объему оперативной памяти и быстродействию. Реализована возможность анализа и определения характеристик антенно-волноводных трактов при помощи математической модели. Приведены этапы определения параметров антенно-волноводных трактов на основе разработанной математической модели соответствующего варианта построения, а также теоретические и экспериментальные данные, подтверждающие корректность модели антенно-волноводных трактов.

Ключевые слова – антенно-волноводный тракт; многодиапазонная зеркальная антенна; математическая модель; способ разделения «разделение по частоте – разделение по поляризации»; частотные зависимости характеристик антенно-волноводного тракта.

Введение

Антенно-волноводные тракты (АВТ) являются неотъемлемой составляющей МЗА, обеспечивающей возможность приема/передачи сигналов различных поляризаций в нескольких диапазонах частот [1–12]. Основными задачами, реализуемыми с использованием АВТ, являются разделение принимаемых информационных сигналов по поляризации и частоте, а также формирование сигналов для автосопровождения источника радиозлучения. Параметры АВТ (коэффициент стоячей волны по напряжению на входе и выходе, потери, поляризационные развязки в рабочих диапазонах частот) определяют шумовую добротность МЗА и, соответственно, вероятно-временные характеристики системы связи и передачи данных, точность автосопровождения.

В работах [1–12] рассмотрены вопросы построения АВТ МЗА на основе способа «разделение по частоте – разделение по поляризации», обеспечивающих совмещение до четырех диапазонов частот. Однако такие АВТ являются сложными и громоздкими устройствами. В ряде случаев более предпочтительным является построение АВТ

МЗА на основе способа «разделение по поляризации – разделение по частоте», позволяющих совмещать меньшее число частотных диапазонов, но являющихся более простыми по структуре и имеющих существенно меньшие массогабаритные параметры.

Непосредственный расчет такого АВТ и оптимизация его параметров с использованием пакетов для электродинамического моделирования требуют значительных временных затрат на подготовку собственно проекта для проведения моделирования, а также большого объема вычислений, что, как следствие, даже с использованием современных компьютеров приводит к значительным временным затратам. Разработку и анализ характеристик АВТ, в том числе и рассматриваемых АВТ, можно упростить при использовании известных характеристик отдельных устройств, входящих в состав АВТ [1–12]. При расчете характеристик каждого из устройств, входящих в состав АВТ, совокупное время расчета будет 3–4 раза меньше, чем при расчете всей сборки АВТ. Однако характеристики АВТ в целом при таком подходе могут быть получены только при совместной об-

работке характеристик каждого из устройств. Последнее может быть реализовано только с использованием математической модели, описывающей АВТ как соединение многополюсников, характеристики которых могут быть для каждого из устройств, входящих в состав АВТ, определены теоретически или экспериментально.

Целью статьи является построение математической модели АВТ МЗА, построенного на основе способа «разделение по поляризации – разделение по частоте» с реализацией функции автосопровождения.

Решаемые задачи:

1. Основные элементы математической модели АВТ, построенного на основе способа «разделение по поляризации – разделение по частоте».
2. Теоретико-экспериментальное подтверждение корректности модели АВТ.

1. Основные математические элементы математической модели АВТ, построенного на основе способа «разделение по поляризации – разделение по частоте»

Наиболее полным в функциональном отношении вариантом построения антенны является антенная система, обеспечивающая прием/передачу сигналов и автосопровождение радиоизлучающего объекта по направлению. В варианте построения такой функционально полной МЗА наиболее высокие радиотехнические характеристики достигаются при использовании облучающей системы с единым раскрывом в виде рупора [13; 14].

Принципиальной особенностью построения АВТ в этом случае является использование двух каналов – канала основной моды принимаемых сигналов и канала высшей моды принимаемых сигналов. Структурная схема АВТ, построенного на основе способа «разделение по поляризации – разделение по частоте» для приема сигналов четырех поляризаций (линейные вертикальная и горизонтальная, круговые левая или правая) в J диапазонах частот, приведена на рис. 1 [15].

Достоинством данного варианта построения АВТ является отсутствие диплексеров, выполненных на основе волноводного моста, частотного разветвителя и сумматора, для разделения сигналов совмещаемых диапазонов частот, недостатком – ограничения по рабочей полосе частот устройства поляризационного преобразования и

селекции, определяющие возможность совмещения диапазонов частот.

В общем случае при разработке математической модели АВТ необходимо рассматривать на выходе облучающей системы МЗА суперпозицию сигналов, каждый из которых лежит в одном из J возможных для приема диапазонов частот и имеет одну из четырех возможных поляризаций.

С учетом рассматриваемой структурной схемы и представления полей в АВТ суперпозицией основной и высших мод в диапазоне частот основными элементами математической модели АВТ будут являться матрицы, описывающие характеристики устройств АВТ в полномолновом представлении в рабочей полосе частот.

Суперпозиция сигналов с выхода облучателя поступает на вход устройства, в котором для каждого из принимаемых сигналов происходит выделение основной моды (суммарный канал) и высшей моды (разностный канал). Основная мода каждого из принимаемых сигналов имеет структуру H_{11} , ориентация силовых линий которой определяется поляризацией принимаемого сигнала (рис. 2, а и б), высшая мода – структуру H_{21} , ориентация силовых линий которой также определяется поляризацией принимаемого сигнала (рис. 2, в и г).

На выходе облучателя и в самом АВТ могут также возбуждаться паразитные типы мод более высоких порядков. С учетом этого каждый сигнал при моделировании определяется N гармониками частотного спектра и Q модами типов волн.

Различие структуры мод H_{11} и H_{21} обуславливает несимметричное построение суммарного и разностного каналов АВТ. Разделение по поляризациям основной моды с учетом структуры волны H_{11} осуществляется с использованием фазосдвигающей 90-градусной секции и ортомодового преобразователя [1]. Для ответвления моды H_{21} с учетом структуры поля используется восемь наборов щелей, обеспечивающих отбор высшей моды ортогональных составляющих принимаемых сигналов. На основе этих составляющих с использованием двойных Т-мостов возможно выделение составляющих высшей моды, соответствующих сигналам каждой из четырех поляризаций. Разделение по поляризации принимаемых сигналов осуществляется с использованием переключателя.

Сигналы суммарного и разностного каналов поступают в устройство преобразования и формирования сигнала ошибки, в котором формируются сигналы управления МЗА при автосопровождении радиоизлучающего объекта. Кроме того,

Рис. 1. Структурная схема АВТ МЗА на основе способа «разделение по поляризации – разделение по частоте» с режимом автопротождения
 Fig. 1. Block diagram of AVT MZA based on the method of polarization separation – frequency separation with auto-tracking mode

Рис. 2. Структура поля круглом волноводе при различных поляризациях: а, б – мода H_{11} (вертикальная/горизонтальная); в, г – мода H_{21} (вертикальная/горизонтальная)
Fig. 2. Field structure in a circular waveguide at different polarizations: а, б – H_{11} mode (vertical/horizontal); в, г – H_{21} mode (vertical/horizontal)

сигналы суммарного канала поступают на вход устройства обработки для демодуляции принимаемых сигналов.

Для рассматриваемой структуры АВТ сигналы суммарного (Σ) и разностного (Δ) каналов могут быть представлены следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{\Sigma} &= \mathbf{H}_{\Sigma} \cdot \mathbf{G}_{\Sigma} \cdot \mathbf{C}_{\Sigma} \cdot \mathbf{U}, \\ \mathbf{V}_{\Delta} &= \mathbf{H}_{\Delta} \cdot \mathbf{G}_{\Delta} \cdot \mathbf{C}_{\Delta} \cdot \mathbf{U}. \end{aligned} \quad (1)$$

где $\mathbf{U}$ – вектор, элементами которого являются сигналы на выходе облучающей системы МЗА; $\mathbf{C}_{\Sigma}$ и $\mathbf{C}_{\Delta}$ – матрицы, описывающие устройства разделения сигналов по поляризации в суммарном и разностном канале; $\mathbf{G}_{\Sigma}$ и $\mathbf{G}_{\Delta}$ – матрицы, описывающие устройства частотного разделения сигналов, соответственно, в суммарном и разностном канале.

В соотношении (1) $\mathbf{U}$ как математический объект имеет блочную структуру вида, соответствующую четырем возможным поляризациям принимаемых сигналов

$$(\mathbf{U})^T = (\mathbf{U}^{(1)} \quad \mathbf{U}^{(2)} \quad \dots \quad \mathbf{U}^{(4)}), \quad (2)$$

элементы которой $\mathbf{U}^{(p)}$ ($p=1, \dots, 4$) также имеют блочную структуру размерности $J \times 1$:

$$(\mathbf{U}^{(p)})^T = (\mathbf{U}^{(p,1)} \quad \mathbf{U}^{(p,2)} \quad \dots \quad \mathbf{U}^{(p,J)}). \quad (3)$$

Элементы блока $\mathbf{U}^{(p,t)}$ ($t=1, \dots, J$), в свою очередь, описывают N гармоник в спектре принимаемого сигнала в t -м диапазоне частоты и имеют вид

$$(\mathbf{U}^{(p,t)})^T = (\mathbf{U}^{(p,t,1)} \quad \mathbf{U}^{(p,t,2)} \quad \dots \quad \mathbf{U}^{(p,t,N)}).$$

Элементами матрицы $\mathbf{U}^{(p,t,r)}$ ($r=1, \dots, N$) являются комплексные амплитуды Q мод каждой гармоники, учитываемые при моделировании в АВТ

$$\mathbf{U}^{(p,t,r)} = (\dots \quad u_{p,t,r,f} \quad \dots),$$

соответствующие r -й частотной гармонике f -й моды сигнала p -й поляризации в t -м диапазоне частоты принимаемого сигнала.

В соответствии с принятым описанием сигналов в АВТ структура матрицы $\mathbf{C}_{\Sigma}$ определяется следующим выражением:

$$\mathbf{C}_\Sigma = \begin{pmatrix} \left(\mathbf{C}_{\Sigma(1)}^{(1)} & \mathbf{C}_{\Sigma(2)}^{(1)} & \dots & \mathbf{C}_{\Sigma(4)}^{(1)} \right) \\ \left(\mathbf{C}_{\Sigma(1)}^{(2)} & \mathbf{C}_{\Sigma(2)}^{(2)} & \dots & \mathbf{C}_{\Sigma(4)}^{(2)} \right) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \left(\mathbf{C}_{\Sigma(1)}^{(4)} & \mathbf{C}_{\Sigma(2)}^{(4)} & \dots & \mathbf{C}_{\Sigma(4)}^{(4)} \right) \end{pmatrix}, \quad (4)$$

а каждый блок $\mathbf{C}_{\Sigma(p)}^{(m)}$ ($m = 1, \dots, 4$; $p = 1, \dots, 4$) имеет вид

$$\mathbf{C}_{\Sigma(p)}^{(m)} = \begin{pmatrix} \mathbf{C}_{\Sigma(p,1)}^{(m,1)} & \mathbf{C}_{\Sigma(p,2)}^{(m,1)} & \dots & \mathbf{C}_{\Sigma(p,J)}^{(m,1)} \\ \mathbf{C}_{\Sigma(p,1)}^{(m,2)} & \mathbf{C}_{\Sigma(p,2)}^{(m,2)} & \dots & \mathbf{C}_{\Sigma(p,J)}^{(m,2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{C}_{\Sigma(p,1)}^{(m,J)} & \mathbf{C}_{\Sigma(p,2)}^{(m,J)} & \dots & \mathbf{C}_{\Sigma(p,J)}^{(m,J)} \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Каждый из блоков матрицы $\mathbf{C}_{\Sigma(p,t)}^{(m,j)}$ имеет вид

$$\mathbf{C}_{\Sigma(r,t)}^{(j,m)} = \begin{pmatrix} \mathbf{C}_{\Sigma(p,t,1)}^{(m,j,1)} & \mathbf{C}_{\Sigma(p,t,2)}^{(m,j,1)} & \dots & \mathbf{C}_{\Sigma(p,t,N)}^{(m,j,1)} \\ \mathbf{C}_{\Sigma(p,t,1)}^{(m,j,2)} & \mathbf{C}_{\Sigma(p,t,2)}^{(m,j,2)} & \dots & \mathbf{C}_{\Sigma(p,t,N)}^{(m,j,2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{C}_{\Sigma(p,t,1)}^{(m,j,N)} & \mathbf{C}_{\Sigma(p,t,2)}^{(m,j,N)} & \dots & \mathbf{C}_{\Sigma(p,t,N)}^{(m,j,N)} \end{pmatrix}.$$

Элемент $c_{\Sigma p,t,r,f}^{m,j,n,q}$ блока матрицы $\mathbf{C}_{\Sigma(p,t,r)}^{(m,j,n)}$ позволяет представить вклад f -й моды r -й гармоники сигнала p -й поляризации t -го диапазона частот, поступающего с выхода облучателя на входе ответвителя моды H_{21} , в p -ю моду n -й гармоники сигнала m -й поляризации j -го диапазона частот на выходе АВТ МЗА ($j, t = 1, \dots, J$; $m, p = 1, \dots, 4$; $n, r = 1, \dots, N$; $q, f = 1, \dots, Q$).

Элемент $c_{\Sigma p,t,r,f}^{m,j,n,q}$ определяет:

- при $m = p$, $j = t$, $n = r$ и $q = f$ коэффициент передачи q -й моды n -й гармоники сигнала j -го диапазона частот m -й поляризации со входа ответвителя моды H_{21} на его выход;

- при $m \neq p$, $j \neq t$, $n \neq r$ и $q \neq f$ коэффициент трансформации f -й моды r -й гармоники сигнала t -го диапазона частот p -й поляризации на входе ответвителя моды H_{21} в q -ю моду n -й гармоники сигнала j -го диапазона частот m -й поляризации на его выходе;

- при совпадении трех любых пар индексов и несовпадении одной пары индексов данный элемент определяет соответствующий вид развязки (поляризационную, частотную, гармоник или модовую) в устройстве отбора моды H_{21} .

Матрица $\mathbf{G}_\Sigma$ имеет аналогичную структуру, как и матрица $\mathbf{C}_\Sigma$, а ее элементы определяют коэффициенты передачи, трансформации и развязки

для устройства поляризационного преобразования и селекции.

Матрица $\mathbf{H}_\Sigma$, описывающая математическое представление системы фильтров, с достаточной для практического применения точностью может быть представлена следующей структурой:

$$\mathbf{H}_\Sigma = \left(\mathbf{H}_\Sigma^{(1)} \quad \mathbf{H}_\Sigma^{(2)} \quad \dots \quad \mathbf{H}_\Sigma^{(4)} \right), \quad (6)$$

в которой каждый из блоков $\mathbf{H}_\Sigma^{(m)}$ ($m = 1, \dots, 4$) имеет вид

$$\left(\mathbf{H}_\Sigma^{(m)} \right) = \left(\mathbf{0} \quad \dots \quad \mathbf{h}_\Sigma^{(m,j)} \quad \mathbf{0} \quad \dots \right). \quad (7)$$

Элементы $\mathbf{h}_\Sigma^{(m,j)}$ определяют прохождение сигнала m -й поляризации j -го диапазона частоты на выход соответствующего фильтра.

Для каждого блока $\mathbf{h}_\Sigma^{(m,j)}$, являющегося как математический объект вектором-строкой, можно записать

$$\mathbf{h}_\Sigma^{(m,j)} = \left(\mathbf{h}_\Sigma^{(m,j,1)} \quad \mathbf{h}_\Sigma^{(m,j,2)} \quad \dots \quad \mathbf{h}_\Sigma^{(m,j,N)} \right), \quad (8)$$

$$\mathbf{h}_\Sigma^{(m,j,n)} = \left(\mathbf{h}_\Sigma^{(m,j,n,1)} \quad \mathbf{h}_\Sigma^{(m,j,n,2)} \quad \dots \quad \mathbf{h}_\Sigma^{(m,j,n,Q)} \right). \quad (9)$$

Структура матриц $\mathbf{C}_\Delta$, $\mathbf{G}_\Delta$ и $\mathbf{H}_\Delta$ аналогичны структуре матриц $\mathbf{C}_\Sigma$, $\mathbf{G}_\Sigma$ и $\mathbf{H}_\Sigma$, а их элементы имеют тот же физический смысл при описании сигналов в разностном канале, что и элементы матриц $\mathbf{C}_\Sigma$, $\mathbf{G}_\Sigma$ и $\mathbf{H}_\Sigma$ при представлении сигналов в суммарном канале.

Соотношения, описывающие (1)–(9) математическую модель АВТ, построенного на основе способа «разделение по поляризации – разделение по частоте», позволяют определить такие характеристики МЗА, как коэффициент полезного действия $\eta_{m,j}$ (КПД), крутизну пеленгационной характеристики $\mu_{m,j}$ (ПХ), поляризационную $\xi_{m,p}$ и частотную развязку $\psi_{j,f}$:

$$\eta_{m,j} = \left| \sum_{n=1}^N \frac{V_\Sigma^{(m,j,n,0)}}{U^{(m,j,n,0)}} \right|^2, \quad (10)$$

$$\mu_{m,j} = \left| \frac{V_\Delta^{(m,j,n_0,1)}}{V_\Sigma^{(m,j,n_0,0)}} \right|, \quad (11)$$

$$\xi_{m,m'}^{(p)} = \left| \sum_{n=1}^N \frac{V_\Sigma^{(m,j,n_0,0)}}{V_\Sigma^{(m',j,n_0,0)}} \right|, \quad (12)$$

$$\psi_{j,j'} = \left| \sum_{n=1}^N \frac{V_\Sigma^{(m,j,n,0)}}{V_\Sigma^{(m,j',n,0)}} \right|. \quad (13)$$

В соотношениях (11), (12) n_0 – индекс, соответствующий частоте, на которой проводится формирование сигналов автосопровождения.

Рис. 3. Частотная зависимость КСВН сигналов с поляризацией: в диапазоне с центральной частотой f_g : а – линейная; б – круговая; в диапазоне с центральной частотой f_n : в – линейная; г – круговая
 Fig. 3. Frequency dependence of VSWR of signals with polarization: in the range with a central frequency f_g : а – linear; б – circular; in the range with a central frequency f_n : в – linear; г – circular

Соотношения (1)–(19) полностью определяют математическую модель АВТ, построенного на основе способа «разделение по поляризации – разделение по частоте» и с использованием выражений (10)–(13) позволяют оценить характеристики МЗА.

2. Теоретико-экспериментальное подтверждение корректности модели АВТ

Для оценки корректности разработанной математической модели были проведены исследования двухдиапазонного АВТ, обеспечивающего в каждом из двух диапазонов частот прием сигналов любой из четырех поляризаций. Отношение центральных частот диапазонов составляет $f_g/f_n = 1,65:1$, относительная ширина рабочей полосы частот $\Delta F_g/f_g = 0,2$ и $\Delta F_n/f_n = 0,2$. При математическом моделировании АВТ число мод Q и гармоник N при расчете характеристик устройств АВТ определялось из условия сходимости значений мод и гармоник в представлении полей в устройствах АВТ и составляло 1000 и до 10 соответственно. Результаты исследований характеристик АВТ представлены на рис. 3–5 сплошными (экспериментальные данные) и штриховыми (результаты численного моделирования) линиями.

На рис. 3 приведены частотные зависимости КСВН для каждой из двух поляризаций, принимаемых в одном и втором диапазонах частот. При этом с учетом симметрии построения тракта для обеих линейных поляризаций и аналогичной симметрии для обеих круговых поляризаций соответствующие характеристики считаются одинаковыми для каждой пары поляризаций.

На рис. 4 для каждого из диапазонов частот приведены частотные зависимости потерь в каналах АВТ для основной и высшей мод. Набор устройств для селекции сигналов линейных и круговых поляризаций не отличается. Формирование режимов приема сигналов линейной и круговой поляризаций достигается изменением положения фазосдвигающей секции в устройстве поляризационного преобразования и селекции. Разность потерь в устройстве при этом не превышает 0,1 дБ.

На рис. 5 для каждого из диапазонов частот приведены частотные зависимости на выходе АВТ поляризационной развязки сигналов одноименной поляризации (линейных – вертикальной и горизонтальной, круговых – левой и правой).

Сравнение расчетных и измеренных характеристик подтвердило достаточную для практического применения корректность разработанной математической модели АВТ, построенного на основе

Рис. 4. Частотная зависимость потерь в каналах АВТ: в диапазоне с центральной частотой $f_с$: а – основная мода H_{11} ; б – высшая мода H_{21} ; в диапазоне с центральной частотой $f_н$: в – основная мода H_{11} ; г – высшая мода H_{21}
 Fig. 4. Frequency dependence of losses in AVT channels: in the range with the central frequency $f_с$: а – the main mode H_{11} ; б – high mode H_{21} ; in the range with a central frequency $f_н$: в – the fundamental mode H_{11} ; г – high mode H_{21}

Рис. 5. Частотная зависимость поляризационной развязки для сигналов: в диапазоне с центральной частотой $f_с$: а – линейной; б – круговой; в диапазоне с центральной частотой $f_н$: в – линейной; г – круговой
 Fig. 5. Frequency dependence of polarization isolation for signals: in the range with a central frequency $f_с$: а – linear; б – circular; in the range with a central frequency $f_н$: в – linear; г – circular

способа «разделение по поляризации – разделение по частоте».

Заключение

1. Основные элементы математической модели АВТ, построенного на основе способа «разделение по поляризации – разделение по частоте».

Использование в качестве основных элементов математической модели матриц, описывающих взаимосвязь сигналов на выходе и входе устройства в составе АВТ, дает возможность получить полноволновое описание распространения полей в каналах АВТ, на основе которого проводить исследования частотных зависимостей основных характеристик (КПД, крутизна пеленгационной характеристики, поляризационная) АВТ, постро-

енного на основе способа «разделение по поляризации – разделение по частоте». Основным преимуществом предлагаемой математической модели является использование блочных матриц, элементы которых имеют простой физический смысл и могут быть достаточно просто рассчитаны.

2. Теоретико-экспериментальное подтверждение корректности модели АВТ.

Выполненные с использованием пакетов математического моделирования расчеты, теоретические расчеты характеристик устройств, входящих в состав АВТ, вычисление на их основе характеристик всего АВТ и сравнение с результатами экспериментальных измерений подтвердили корректность разработанной математической модели АВТ, построенного на основе способа «разделение по поляризации – разделение по частоте».

Список литературы

1. Антенны УКВ / под ред. Г. З. Айзенберга: в 2 ч. Ч. 2. М.: Связь, 1977. 288 с.
2. Сомов А.М., Старостин В.В., Кабетов Р.В. Антенно-фидерные устройства / под ред. А.М. Сомова. М.: Горячая линия – Телеком, 2014. 404 с.
3. Simultaneous X/Ka-Band feed system for large earth station SATCOM antennas / C. Granet [et al.] // Military Communications and Information Systems Conference (MilCIS), 11–13 Nov. 2014, Canberra, ACT, Australia. 2014. P. 1–5. DOI: <https://doi.org/10.1109/MilCIS.2014.7002726>
4. Сомов А.М., Кабетов Р.В. Проектирование антенно-фидерных устройств / под ред. А.М. Сомова. М.: Горячая линия – Телеком, 2015. 500 с.
5. Сомов А.М. Распространение радиоволн и антенны спутниковых систем связи. М.: Горячая линия – Телеком, 2016. 456 с.
6. Устройства СВЧ и антенны / под ред. А.А. Филонова. М.: ИНФРА-М; Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2017. 492 с.
7. Balanis C.A. Antenna Theory: Analysis and Design. 3rd ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2005. 1136 p.
8. Milligan T.A. Modern Antenna Design. 2nd ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2005. 614 p.
9. Volakis J.L. Antenna Engineering Handbook. 4th ed. New York: McGraw Hill, 2007. 1755 p.
10. Drabowitch S., Papiernik A., Griffiths H. Modern Antennas. New York: Springer, 2005. 703 p.
11. Козлов В.А., Ивойлова М.М. Применение методов многоуровневого моделирования в проектировании радиочастотных устройств радиотехнических систем // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2017. Т. 20, № 3. С. 64–70. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7085>
12. Бойчук С.И., Коровкин А.Е., Юхнов В.И. Методики создания и проверки многодиапазонных антенно-волноводных трактов // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2023. Т. 26, № 3. С. 52–58. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.3.52-58>
13. Способы частотно-поляризационного разделения сигналов в зеркальных антеннах систем спутниковой связи / Д.Д. Габриэлян [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2022. Т. 25, № 2. С. 83–90. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.2.83-90>
14. Бойчук С.И., Коровкин А.Е., Раздоркин Д.Я. Антенно-волноводные устройства с единым рупором для многодиапазонных антенных систем // Радиотехника. 2019. Т. 83, № 7 (9). С. 202–208. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=41117354>
15. Сомов А.М., Кабетов Р.В. Многолучевые зеркальные антенны: геометрия и методы анализа. М.: Горячая линия – Телеком, 2021. 256 с.

Информация об авторе

Бойчук Сергей Игоревич, руководитель группы ФГУП «Ростовский-на-Дону НИИ радиосвязи», г. Ростов-на-Дону, Россия.
Область научных интересов: электродинамика, устройства СВЧ, антенны.
E-mail: rniirs@rniirs.ru

Physics of Wave Processes and Radio Systems 2024, vol. 27, no. 1, pp. 61–70

DOI 10.18469/1810-3189.2024.27.1.61-70
UDC 621.396.677
Original Research

Received 27 September 2023
Accepted 30 October 2023
Published 29 March 2024

Mathematical model of an antenna-waveguide path with signal separation by polarization – frequency

Sergey I. Boychuk

FSUE «RNIIRS»
130, Nansen Street,
Rostov-on-Don, 344038, Russia

Abstract – Background. The need to create antenna-waveguide paths for multi-band reflector antennas of satellite communication systems requires the use of various methods for selecting the structure, determining and optimizing the parameters of antenna-waveguide paths. **Aim.** Development of a mathematical model of antenna-waveguide paths of multi-band reflector antennas, built on the basis of the «polarization separation – frequency separation» method with the implementation of the auto-tracking function. **Methods.** A mathematical model of antenna-waveguide paths of multi-band reflector antennas, built on the basis of the «polarization separation – frequency separation» method, allows us to determine the main characteristics of antenna-waveguide paths and incoming devices with an auto-tracking function. **Results.** The main elements of the mathematical model of multi-band antenna-waveguide paths built on the basis of the «polarization separation – frequency separation» method are determined. **Conclusion.** A mathematical model has been proposed that makes it possible to reduce the requirements for the computing tools used when developing antenna-waveguide paths in terms of RAM capacity and performance. The ability to analyze and determine the characteristics of antenna-waveguide paths using a mathematical model has been implemented. The stages of determining the parameters of antenna-waveguide paths are presented, based on the developed mathematical model of the corresponding design option, as well as theoretical and experimental data confirming the correctness of the model of antenna-waveguide paths.

Keywords – antenna-feed path; multiband feed system; mathematical model; separation method «frequency separation – polarization separation»; frequency dependencies characteristics antenna-feed path.

✉ rniirs@rniirs.ru (Sergey I. Boychuk)

© Sergey I. Boychuk, 2024

References

1. G. Z. Ayzenberg, Ed. *VHF Antennas*, in two chapters, ch. 2. Moscow: Svyaz', 1977. (In Russ.)
2. A. M. Somov, V. V. Starostin, and R. V. Kabetov, *Antenna-Feeder Devices*, A. M. Somov, Ed., Moscow: Goryachaya liniya – Telekom, 2014. (In Russ.)
3. C. Granet et al., “Simultaneous X/Ka-Band feed system for large earth station SATCOM antennas,” *Military Communications and Information Systems Conference (MilCIS)*, 11–13 Nov. 2014, Canberra, ACT, Australia, pp. 1–5, 2014, doi: <https://doi.org/10.1109/MilCIS.2014.7002726>.
4. A. M. Somov and R. V. Kabetov, *Design of Antenna-Feeder Devices*, A. M. Somov, Ed., Moscow: Goryachaya liniya – Telekom, 2015. (In Russ.)
5. A. M. Somov, *Propagation of Radio Waves and Antennas of Satellite Communication Systems*. Moscow: Goryachaya liniya – Telekom, 2016. (In Russ.)
6. A. A. Filonova, Ed. *Microwave Devices and Antennas*. Moscow: INFRA-M, Krasnoyarsk: Sib. feder. un-t, 2017. (In Russ.)
7. C. A. Balanis, *Antenna Theory: Analysis and Design*, 3rd ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2005.
8. T. A. Milligan, *Modern Antenna Design*, 2nd ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2005.
9. J. L. Volakis, *Antenna Engineering Handbook*, 4th ed. New York: McGraw Hill, 2007.
10. S. Drabowitch, A. Papiernik, and H. Griffiths, *Modern Antennas*. New York: Springer, 2005.
11. V. A. Kozlov and M. M. Ivoylova, “Application of multilevel modeling methods in the design of radio-frequency devices of radio-engineering systems,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 20, no. 3, pp. 64–70, 2017, url: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7085>. (In Russ.)
12. S. I. Boychuk and V. I. Yukhnov, “Methods for creating and testing multi-band antenna-waveguide paths,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 26, no. 3, pp. 52–58, 2023, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.3.52-58>. (In Russ.)
13. D. D. Gabriel'yan et al., “Receiving and transmitting feed of reflector antennas for satellite communication systems,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 25, no. 2, pp. 83–90, 2022, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.2.83-90>. (In Russ.)

14. S. I. Boychuk and D. Ya. Razdorkin, "Antenna-waveguide devices with a single horn for multi-band antenna systems," *Radiotekhnika*, vol. 83, no. 7 (9), pp. 202–208, 2019, url: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=41117354>. (In Russ.)
15. A. M. Somov and R. V. Kabetov, *Multibeam Mirror Antennas: Geometry and Analysis Methods*. Moscow: Goryachaya liniya – Telekom, 2021. (In Russ.)

Information about the Author

Sergey I. Boychuk, team leader of FSUE «RNIIRS», Rostov-on-Don, Russia.
Research interests: electrodynamics, microwave devices, antennas.
E-mail: rniirs@rniirs.ru

Автор: С. И.

Анализ и проектирование нелинейных временных рядов: бифуркации, катастрофы, синергетика, фракталы и нейронные сети / С. И. Бойчук, В. А. Петров. – М.: Радиотехника, 2011. – 330 с.

ISBN 978-5-88070-294-7

УДК 621.372.6:621.372.6

ББК 62.96

Монография посвящена исследованию нескольких направлений в науке: бифуркаций в нелинейных динамических (или детерминированных) системах, причем внимание уделяется бифуркациям критическим, которые взаимодействуют с катастрофами и синергетикой. Наука и синергетика или сложные системы, где важна роль коллективов, кооперативных эффектов, взаимодействия порядка – фрактальных структур и турбулентности (или хаоса). В синергетике обычно рассматривается принцип построения, который позволяет исследовать большое число переменных и сложных систем и анализировать или сложное поведение. Невольно возникает роль одной из основных характеристик катастрофы – инвариантного показателя Хэрама, связанного с бифуркациями. Обсуждаются эти четыре направления в контексте проектирования и проектирования нейронных сетей, которые в настоящее время активно являются искусством.

Для исторически заданных методов нелинейных фрактальных методов, удовлетворяющих требованиям более глубокой теории хаотических процессов. Эти результаты, на наш взгляд, должны стать необходимой частью полного диапазона построения нелинейных моделей, описанных в книге. В частности, описан детерминированный алгоритм определения временного лага, необходимый для реконструкции аттрактора динамической системы, и модифицированный метод бифуркаций для этих систем, которую можно использовать в качестве индикатора приближения к катастрофе.

Приведены конкретные примеры из таких областей науки, как радиотехника, экономика и медицина.

Монография представляет интерес для научных работников, аспирантов и докторантов, работающих в области прикладных видов анализа, моделирования и проектирования хаотических процессов в нелинейных системах на различных отраслях науки и техники.

Пассивные полосовые фильтры для современных систем связи СВЧ-диапазона

А.С. Койгеров¹ , П.А. Туральчук¹ , М.М. Деркач², С.С. Андрейчев³

¹ Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)
197376, Россия, г. Санкт-Петербург,

ул. Профессора Попова, 5

² АО «НПП «Радар ммс»

197375, Россия, г. Санкт-Петербург,

ул. Новосельковская, 37

³ ООО «СВЧ решения»

198095, Россия, г. Санкт-Петербург,

ул. Промышленная, 19, лит. Н

Аннотация – Обоснование. Полосовые фильтры являются неотъемлемой составной частью любых радиотехнических систем и современных систем связи. Исследование и разработка новых пассивных компонентов обусловлены возрастающей потребностью в таких элементах для модернизации и создания новых современных систем связи. **Цель.** Представить краткий обзор пассивных полосовых фильтров и привести их классификацию по типу реализации. **Методы.** Рассмотрены результаты экспериментальных исследований и разработок различных типов полосовых фильтров. **Результаты.** Рассмотрены фильтры на сосредоточенных элементах, микрополосковые фильтры, фильтры на основе высокотемпературных сверхпроводников, фильтры в виде многослойных интегральных схем, фильтры на объемных металлических резонаторах, фильтры на диэлектрических резонаторах, фильтры на поверхностных и объемных акустических волнах. На качественном уровне проанализированы их основные достоинства и недостатки с точки зрения электрических характеристик и массогабаритных показателей. Приведены примеры топологической и конструктивной реализации. **Заключение.** Рассмотренные в работе пассивные полосовые фильтры позволяют реализовать устройства частотной селекции на рабочих частотах до 6 ГГц и выше с учетом современных системных тенденций и требований к устройствам такого типа.

Ключевые слова – полосовые фильтры; фильтры на ПАВ; фильтры на ОАВ; фильтры на диэлектрических резонаторах; микрополосковые фильтры; фильтры на ВТСП; фильтры на объемных резонаторах; ЛТСС-фильтры.

Введение

Полосовые фильтры (ПФ) являются неотъемлемой составной частью любых радиотехнических систем и современных систем связи [1; 2]. Исследование и разработка новых пассивных компонентов обусловлена возрастающей потребностью в таких элементах для модернизации и создания новых современных систем связи. При этом с возрастанием сложности систем связи требования к электрическим и массогабаритным параметрам устройств постоянно ужесточаются. Современные СВЧ-устройства: радиопередатчики, приемники, системы передачи информации на радиочастоте – постоянно развиваются, появляется все больше новых беспроводных сервисов и протоколов обмена данными, поэтому возникает потребность в различных полосах пропускания и несущих частотах. Кроме того, необходимо обеспечивать высокую избирательность системы по частоте, чтобы не создавать помех другим системам, использующим соседний частотный диапазон. С ростом объема и скорости передаваемой информации необходи-

мо обеспечивать во многих задачах расширение относительной полосы пропускания. При этом происходит «уплотнение» частотного спектра в радиоканале, появляется потребность в крутых склонах амплитудно-частотной характеристики (АЧХ). Таким образом, развитие радиоэлектронных систем передачи, обработки и приема информации нового поколения ставит все более возрастающие требования к достижению предельных технических характеристик. В зависимости от диапазона рабочих частот, требований по АЧХ и массогабаритных показателей применяются совершенно разные подходы к принципам построения ПФ, что связано с большим разнообразием физических реализаций.

Широкое применение фильтров в технике СВЧ привело к большому многообразию их схем и конструкций. В зависимости от топологического или конструктивного исполнения, а также используемых элементов фильтры можно разделить на несколько групп. В большинстве своем в конструкциях пассивных аналоговых фильтров используют

Рис. 1. Классификация пассивных полосовых фильтров
Fig. 1. Classification of passive bandpass filters

сосредоточенные или распределенные реактивные элементы, такие как катушки индуктивности и конденсаторы. Данные пассивные элементы образуют некоторые резонаторные структуры, которые могут быть реализованы либо в виде плосковом (печатном), либо объемном исполнении. Параметры резонаторов зависят от частоты сигнала, поэтому, комбинируя их, можно добиться нужной формы частотной характеристики. Таким образом формируются некоторые классы резонаторных структур в составе фильтров по исполнению. Другой принцип построения пассивных аналоговых фильтров – это использование механических (акустических) колебаний в резонаторе той или иной конструкции. В диапазоне 0,5...3 ГГц широкое распространение имеют пьезоэлектрические фильтры на поверхностных акустических волнах (ПАВ) [3], на частотах до 10 ГГц актуальны ПФ на объемных акустических волнах (ОАВ) [3]. Наиболее популярные типы пассивных ПФ, при-

меняемые в современных системах связи, представлены на рис. 1, диапазон частот применения – рис. 2.

В данной статье пойдет речь о пассивных полосовых неперестраиваемых фильтрах. Хотя стоит отметить, что в современных системах связи используются не только пассивные фильтры, но и активные фильтры и фильтры с электронной перестройкой частоты. Среди них можно выделить фильтры на варикапах [4] и фильтры на ферритовых резонаторах на железо-иттриевом гранате (ЖИГ-перестройка), на основе которых производят СВЧ-фильтры на сферах ЖИГ [5] и фильтры на магнитостатических волнах [6], которые различаются как конструкцией, так и принципом работы. Кроме того, существуют фильтры с управляемыми сегнетоэлектрическими конденсаторами [7].

Перед разработчиками современных систем связи практически всегда стоит задача выбора

Рис. 2. Диапазон рабочих частот полосовых фильтров
 Fig. 2. Operating frequency range of bandpass filters

типа (конструкции) ПФ, обеспечивающего требуемые частотные характеристики (минимально возможные потери и хорошая избирательность) устройства при минимально возможных габаритах фильтра с учетом технологичности изготовления (сложность изготовления и последующей настройки).

Цель работы – показать современное состояние и отличительные признаки основных полосовых пассивных фильтров, которые имеют малые потери и хорошую избирательность в диапазоне СВЧ.

1. Фильтры на сосредоточенных элементах

Индуктивно-емкостные фильтры, в том числе и фильтры на SMD-элементах (surface mounted devices) [8], обычно используются для диапазона низких частот до 2 ГГц и имеют, как правило, невысокую стоимость. Небольшие размеры позволяют его использовать в портативных устройствах, например мобильных телефонах. Они часто применяются как согласующее звено с активными компонентами, например усилителями, или в блоках питания для подавления паразитных гармоник. Основным недостатком этих фильтров – высокие внутренние потери, которые минимизируются за счет тщательного подбора величин индуктивности и емкости. Катушки индуктивности и конденсаторы на печатных платах, как правило, не предназначены для высоких напряжений и очень

чувствительны к его перепадам и тем более не используются в системах с большой мощностью.

2. Фильтры с распределенными параметрами

На сверхвысоких частотах сосредоточенные элементы (конденсаторы и катушки индуктивности) практически не используются, так как с ростом частоты их типичные для этого диапазона номиналы, а следовательно, и габариты, уменьшаются настолько, что изготовление их становится невозможным. Поэтому применяются так называемые линии с распределенными параметрами, в которых индуктивность, емкость и активная нагрузка равномерно или неравномерно распределены по всей линии. Конструкции СВЧ-фильтров весьма разнообразны, и выбор конкретной реализации зависит от предъявляемых к устройству требований (значение рабочих частот, добротность, максимальное затухание в полосе задержания, расположение паразитных полос пропускания).

Проектирование фильтров на распределенных параметрах является достаточно сложным процессом, состоящим из двух этапов: получение электрических параметров, исходя из требований к устройству; получение габаритных параметров из полученных электрических. В основе современных методов проектирования микроволновых фильтров лежит теория связанных резонаторов.

Рис. 3. Основные типы МПФ: 1 – фильтр с разомкнутыми параллельно связанными полуволновыми резонаторами; 2 – фильтр на соединенных резонаторах, не закороченных на «землю»; 3 – фильтр на четвертьволновых встречных полосках, закороченных на одном конце; 4 – фильтр на полуволнах подковообразных (шпильчных) резонаторах; 5 – фильтр на кольцевых резонаторах; 6 – фильтр кольцевого типа

Fig. 3. Basic types of microstrip filters: 1 – filter with open parallel coupled half-wavelength resonators; 2 – filter on coupled resonators not shorted to ground; 3 – filter on quarter-wavelength counter stripes shorted at one end; 4 – hairpin-line microstrip filter; 5 – filter on ring resonators; 6 – ring type filter

2.1. Полосковые или микроволновые фильтры

В основе микрополосковых фильтров (МПФ) используются полосковые (печатные) и резонаторы, которые, как правило, представляет собой отрезки полосковых линий передачи длиной $\lambda/4$, $\lambda/2$ [1; 9; 10]. Данные полоски могут быть либо разомкнутыми, либо короткозамкнутыми на концах. Полоски могут быть согнутыми в виде квадрата или шпильки (англ. hairpin). Короткозамкнутый резонатор обладает более высокой добротностью и значительно меньшим концевым излучением по сравнению с разомкнутым резонатором, что приводит к заведомо меньшим вносимым потерям фильтра. Наиболее серьезным недостатком короткозамкнутых резонаторов является необходимость замыкания проводника на основании с помощью вышеописанных элементов заземления, что усложняет технологический процесс изготовления. Основные типы МПФ представлены на рис. 3. Примеры реализации МПФ на различных подложках отражены на рис. 4.

В работе [1] показано, что принципы построения МПФ довольно разнообразны и основаны на формировании дополнительных электромагнитных связей между несмежными резонаторами, на использовании эффекта неравенства фазовых скоростей нормальных волн в системах микрополосковых линий, а также свойств многомодовых резонаторов [1].

Микрополосковые фильтры используются для диапазона частот от 1 ГГц и выше. Важным фактором для этих фильтров является длина волны (λ), которая, как известно, тем короче, чем выше частота. Таким образом, в нижней части СВЧ-диапазона эти фильтры недостаточно компактны.

В основе МПФ лежит LC-прототип. Проектирование целесообразно начинать с синтеза прототипа фильтра на сосредоточенных элементах. Этот LC-прототип лишь приблизительно соответствует микрополосковой структуре, но, как показала практика, помогает получить хорошее начальное приближение к искомой топологии фильтра. Располагая такими современными пакетами электродинамического моделирования планарных структур, как ADS или AWR (Microwave office), и владея навыками работы в них, можно добиться хорошей сходимости результатов моделирования и эксперимента в части расчета АЧХ и выбора топологии (рисунка печатной платы) МПФ.

Классификация, варианты исполнения

Все многообразие конструкций можно свести к нескольким типам:

- Традиционные (полуволновые и четвертьволновые);
- На подвешенной подложке [11];
- На пленках высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП) [12–14];
- Монолитной структуры многослойных интегральных схем на основе керамик с низкой тем-

Рис. 4. АЧХ МПФ на различных диэлектрических подложках: *a* – поликор; *б* – сапфир
 Fig. 4. Frequency responses of microstrip filters on different dielectric substrates: *a* – polycor; *b* – sapphire

пературой отжига (англ. Low Temperature Cofired Ceramics – LTCC) [15–18].

Общая тенденция на увеличение избирательности микрополосковых фильтров при сохранении минимального вносимого затухания и минимизации габаритов является актуальной задачей.

Известно [1], что повышение частотной избирательности может быть достигнуто путем формирования значительного числа полюсов рабочего затухания на конечных частотах, а уменьшение габаритов – уменьшением числа резонаторов и выполнением их в виде более компактных структур вида: кольцо, меандр, шпилька и т. д. Вследствие этого повышение избирательности МПФ за счет увеличения числа резонаторов больше некоторого значения не имеет смысла, так как это приводит к увеличению потерь в полосе пропускания и габаритов МПФ, а крутизна его частотной характеристики в переходной области не увеличивается.

Избирательность значительно увеличивается, если проводники резонаторов изготовлены из пленок высокотемпературных сверхпроводников, но большая стоимость и необходимость поддержания криогенных температур ограничивает их широкое применение.

Уменьшить размеры фильтров более чем на порядок и существенно повысить их избирательность, вводя перекрестные связи между несоседними резонаторами, позволяет переход к фильтрам на подвешенных подложках [11]. Заметим, что фильтры на подвешенной подложке сложнее в производстве, чем микрополосковые,

однако они могут изготавливаться в виде монолитной структуры технологией многослойных интегральных схем на основе LTCC.

Фильтры на микрополосковых линиях имеют паразитные полосы пропускания на частотах, кратных основной, и также ограничения для использования в нижней области высокочастотного диапазона.

2.2. Фильтры на основе высокотемпературных сверхпроводников

Открытие в 1986 г. высокотемпературной сверхпроводимости дало возможность создания высокочастотных резонаторов на их основе. В 1987 г. была открыта сверхпроводимость керамики состава $YBa_2Cu_3O_7$ (YBCO), и впоследствии разработана технология роста эпитаксиальных пленок.

В сверхпроводящем состоянии пленки ВТСП обладают значительно более низким поверхностным сопротивлением, чем пленки обычных металлов (Cu, Ag, Au), при той же температуре, вплоть до частот порядка 100 ГГц. Вследствие этого пассивные СВЧ-устройства на основе ВТСП обладают следующими основными преимуществами перед СВЧ-устройствами, выполненными по традиционной технологии: 1) предельно низким уровнем вносимых потерь; 2) малым коэффициентом собственного шума.

Выполнение печатных проводников СВЧ интегральных схем (ИС) на основе ВТСП позволяет улучшить характеристики пассивных СВЧ-устройств, таких как планарные полосно-

а

б

Рис. 5. Пример реализации ПФ на ВТСП 14-го порядка на S-образных резонаторах (а) и АЧХ фильтра ВТСП 12-го порядка для базовой станции сотовой связи (б)

Fig. 5. Example of 14th order filter on HTS (high-temperature superconductor) film on S-shaped resonators (a) and frequency response of 12th order HTS filter for cellular base station (b)

пропускающие и полоснозаграждающие СВЧ-фильтры с предельно высокой частотной избирательностью и низкими вносимыми потерями; разделители частотных каналов (мультиплексоры и управляемые банки фильтров). ВТСП – микрополосковые фильтры СВЧ-диапазона, обладающие существенным преимуществом по сравнению с традиционными СВЧ-фильтрами в интегральном исполнении. Так, резонаторы, выполненные на пленках ВТСП, имеют высокую собственную добротность, что позволяет обеспечить вносимые потери 0,2–1 дБ для СВЧ-фильтров с относительной шириной полосы пропускания 5–0,3 % соответственно. На рис. 5 представлен пример реализации ПФ на ВТСП 14-го порядка на S-образных резонаторах и АЧХ ВТСП-фильтра 12-го порядка для базовой станции сотовой связи со следующими параметрами: полоса пропускания – 0,5 %, вносимые потери – 0,5 дБ ($T = 60$ К), крутизна фронтов – 40 дБ/МГц, габариты фильтра 35 мм × 20 мм [12].

Как правило, в основе фильтров используются резонаторы в планарном исполнении на основе отрезков линий передачи с распределенными параметрами. Принципиальной особенностью при расчете устройств СВЧ на ВТСП является тот факт, что на характеристики резонатора влияют параметры пленки ВТСП, определяющие ее поверхностный импеданс. Температурная зависимость этих параметров определяет зависимость характеристик резонаторов и полосовых фильтров на их основе. Вклад кинетической индуктивности в эффективную диэлектрическую проницаемость

микрополосковой линии, образующей резонатор, определяет зависимость резонансной частоты резонаторов ВТСП от температуры. Предварительное нахождение параметров пленки ВТСП и подложки на основе тестовых структур резонаторов [13] позволяет учесть их при последующем синтезе и проектировании многоэлементных фильтров [14].

Следует учитывать, что поддержание рабочих условий ВТСП требует использования соответствующего криогенного обеспечения. Важным для развития широких практических применений ВТСП явился тот факт, что стоимость, вес и энергопотребление криогенного оборудования, необходимого для охлаждения ВТСП до перехода в сверхпроводящее состояние, в несколько раз меньше, чем в случае классических низкотемпературных сверхпроводников.

Отличительные особенности фильтров на ВТСП:

- уникальные характеристики ПФ на ВТСП;
- миниатюрные размеры ПФ, реализованные в интегральном исполнении;
- специальная технология получения пленок ВТСП;
- использование монокристаллических подложек LaAlO_3 , MgO , сапфир;
- криогенное обеспечение для поддержания рабочих условий ВТСП.

2.3. Фильтры в виде многослойных интегральных схем – ЛТСС

Технология многослойных ИС СВЧ на основе керамики с низкой температурой обжига

Рис. 6. Трехзвенный ПФ с Чебышевской характеристикой, реализованный с использованием квазисосредоточенных элементов: *a* – многослойная керамическая структура; *б* – АЧХ
 Fig. 6. Three-section filter with Chebyshev characteristic, implemented with the use of quasi-lumped elements: *a* – multilayer ceramic structure; *b* – frequency response

(LTCC) [15] предоставляет широкие возможности для реализации СВЧ-устройств и функциональных модулей с использованием разнообразной элементной базы: квазисосредоточенных элементов, отрезков планарных линий передачи, интегрированных в подложку волноводов (substrate integrated waveguide – SIW) и т. п.

При реализации на элементах с распределенными параметрами фильтры имеют значительные размеры, особенно в нижней части СВЧ-диапазона, так как содержат четвертьволновые и полуволновые отрезки линий передачи. Габариты устройств могут быть существенно уменьшены при их реализации на элементах с сосредоточенными параметрами. Выполнение интегральных квазисосредоточенных элементов по технологии LTCC с использованием нескольких слоев (стековых плоскопараллельных конденсаторов и индуктивностей с витками, расположенными друг над другом) позволяет расширить диапазон реализуемых значений индуктивностей и емкостей по сравнению с однослойным исполнением и дополнительно уменьшить габариты СВЧ-устройств за счет высокой плотности компоновки элементов, размещаемых в объеме многослойной ИС [16],

По технологии LTCC можно создавать малогабаритные фильтры на квазисосредоточенных элементах для систем телекоммуникаций. К недостаткам таких устройств можно отнести сравнительно невысокую добротность интегральных квазисосредоточенных элементов, которая не позволяет реализовывать узкополосные фильтры с

достаточно низкими вносимыми потерями в полосе пропускания.

В качестве примера многослойной ИС на рис. 6 представлен ПФ третьего порядка, реализованный на сосредоточенных элементах, где емкостные элементы реализованы в виде плоскопараллельного конденсатора, размещенного в нескольких слоях структуры. Индуктивные элементы представляет собой симметричную полосковую линию шириной 200 мкм. Емкостная связь между резонаторами осуществляется за счет перекрытия обкладок емкостных элементов между собой. Структура состоит из 8 диэлектрических слоев керамики LTCC DuPont Green Tape 951 толщиной 92 мкм. Габаритный размер – 4,65×4,3 мм², что составляет $\lambda g/9 \times \lambda g/10$, где λg – длина волны в диэлектрическом материале. По результатам экспериментального исследования потери, вносимые фильтром в полосе пропускания, не превышают 3 дБ, коэффициент отражения по входу – меньше –20 дБ [17].

Известно, что объемные резонаторы характеризуются высокой собственной добротностью, что позволяет создавать на их основе узкополосные фильтры с низкими вносимыми потерями, но имеют значительные габариты. На объемных резонаторах с основной модой H₁₁₀, вертикальный размер которых много меньше горизонтальных размеров, по технологии LTCC был реализован ряд полосно-пропускающих фильтров для миллиметрового диапазона длин волн. Введение в объемный резонатор емкостной нагрузки позволяет уменьшить размеры по сравнению с ненагружен-

Рис. 7. Трехзвенный полосовой Чебышевский фильтр: а – многослойная керамическая структура; б – экспериментальная АЧХ
Fig. 7. Three-section filter with Chebyshev characteristic: a – multilayer ceramic structure; b – experimental frequency response

ным резонатором. Емкостно-нагруженный объемный резонатор может иметь размеры, соизмеримые с квазисосредоточенным элементом, в то время как добротность такого резонатора в несколько раз выше добротности резонансного контура на квазисосредоточенных LC-элементах. На основе таких резонаторов можно создавать малогабаритные фильтры с уменьшенными вносимыми потерями для систем телекоммуникаций.

На рис. 7 представлены топология и характеристики трехзвенного полосно-пропускающего Чебышевского фильтра с полосой пропускания 100 МГц (4,6 %) на емкостно-нагруженных объемных резонаторах [18]. Связь между соседними резонаторами в составе фильтра организована при помощи диафрагмы в смежной стенке. Габаритные размеры фильтра составляют $19 \times 7 \times 1,44$ мм³. По результатам экспериментального исследования потери, вносимые фильтром в полосе пропускания, не превышают 1,2 дБ, коэффициент отражения по входу – меньше –22 дБ.

Свойства ЛТСС-материалов и технологии их производства постоянно совершенствуются, приводя к улучшению их электрических характеристик, снижению стоимости и расширению областей использования. Производители передовых электронных устройств, работающих в СВЧ-диапазоне, проявляют большой интерес к данному классу керамики благодаря следующим его преимуществам и особенностям:

- механическая устойчивость и сохранение стабильных линейных размеров обеспечиваются малым коэффициентом теплового расширения, значение которого близко ко многим известным полупроводниковым материалам, что позволяет

устанавливать полупроводниковые кристаллы непосредственно на основание платы;

- низкая температура спекания (750...1000 °С), что существенно упрощает производственный процесс;

- низкие диэлектрические потери, стабильные в широком диапазоне частот. Для разных типов систем диэлектрическая проницаемость ЛТСС-керамики может варьироваться от 6 до 20, а тангенс угла диэлектрических потерь – от 0,001 до 0,006 в СВЧ-диапазоне;

- возможность создания трехмерных структур до 100 и более рабочих слоев. ЛТСС-системы позволяют создавать полости, отверстия, использовать встроенные пассивные компоненты. Благодаря перечисленным достоинствам ЛТСС-технология успешно применяется производителями многослойных плат для ВЧ- и СВЧ-корпусов микросхем и электронных приборов, а также электронных компонентов, включая фильтры.

Отличительными особенностями фильтров, произведенных по данной технологии, являются:

- миниатюрные размеры;
- высокая повторяемость параметров;
- невысокая добротность интегральных квазисосредоточенных элементов, но может быть в несколько раз больше при объемном исполнении;
- применение вплоть до миллиметрового диапазона длин волн;
- стабильность к внешним воздействующим факторам;
- широкий рабочий температурный диапазон;
- невысокая цена при массовом производстве.

Рис. 8. Резонаторный полосовой фильтр: *a* – резонаторная полость; *б* – АЧХ
 Fig. 8. Resonator bandpass filter: *a* – resonator cavity; *b* – frequency response

2.4. Резонаторные фильтры на объемных металлических резонаторах (ОМР)

Резонаторные фильтры достаточно широко применяют в диапазоне частот от сотен МГц до единиц ГГц. Достоинствами таких фильтров являются простота расчета и реализации, возможность фильтровать сигналы высокой мощности, стабильность параметров. Принципиально фильтр такого типа представляет собой набор из отдельных резонаторов, коммутированных щелями, коротко замыкающими кабелями или емкостными элементами. Каждый резонатор является полостью, для сокращения размеров которой в ней имеется обычно цилиндрический металлический элемент, с одной стороны электрически замкнутый на стенку полости, а с другой – образующий емкость. При равных размерах полостей именно значением емкости обеспечивается установка каждому отдельному резонатору его частоты.

Резонаторные фильтры были впервые представлены в начале 1960-х годов, но широчайшее распространение получили вместе с сотовой связью – они применяются в базовых станциях. Наиболее применяемым способом обеспечения связи между резонаторами является использование щелей. Такие щели выполняются в стенках между двумя резонаторами, обеспечивая связь между ними. Основные типы применяемых щелей: вертикальная, горизонтальная и полувертикальная.

Для повышения связи (особенно для фильтров на частотах ниже 1 ГГц) в дополнение к щелям

применяются штыри между резонаторами. Чаще всего их располагают в центре щели, и такие штыри обеспечивают индуктивную связь между резонаторами, в отличие от щелей, обеспечивающих емкостную связь.

Для уменьшения размеров полостей фильтров можно использовать несколько приемов. Например, как в [19], заполнить полость диэлектрическим материалом. Таким материалом в [19] послужила керамика, но может быть любой другой диэлектрик. Керамика в данном случае позволяет делать металлизированную стенку и саму полость в одном технологическом цикле. Другим подходом к уменьшению полостей и размеров коаксиальных резонаторных фильтров является возбуждение сразу нескольких резонансных мод в одной полости [20]. В этих работах в одной полости возбуждается от двух до пяти мод. Это позволяет уменьшить размер фильтра на 25–50 %. Более внушительных результатов дает возможность достичь методика из [21]. Ее суть – в использовании не одного целого металлического столба в резонаторе, а нескольких (двух и более) трубчатых столбов, вставленных друг в друга коаксиально и присоединенных с чередованием к верхней и нижней стенкам полости резонатора.

Резонаторный полосовой СВЧ-фильтр и его АЧХ на рис. 8 содержат четыре резонатора, металлические вставки и элементы связи. Отличительной особенностью является то, что резонаторы

выполнены в виде цилиндров, в центре каждого из которых расположена металлическая вставка.

Диапазон рабочих частот полосовых резонаторных фильтров на объемных металлических резонаторах определяется допустимыми размерами и обычно такой тип фильтров используется для частот от 400 МГц до 10 ГГц, но иногда и на большие (до 40 ГГц). Вносимые потери для фильтров на частоты в несколько ГГц не превышают 1,5 дБ, а уровень подавления вне полосы может достигать 55 дБ. Кроме того, используя каскадирование и усложнение внутренних связей резонаторов, можно сделать АЧХ фильтра более резкой со стороны высоких или низких частот или же с обеих сторон. Фильтры характеризуются низким уровнем интермодуляций и возможностью работы с сигналами высокой мощности (до кВт).

Недостатком является расширение металла при нагревании и сжатие при охлаждении, что усложняет использование фильтра вне помещения из-за изменения настроек и дрейфа характеристик. Для решения этой проблемы резонаторы выполняются из биметаллического сплава, который имеет температурную стабильность.

2.5. Фильтры на диэлектрических резонаторах и коаксиальных диэлектрических резонаторах

На данный момент существует два принципа построения фильтров данного класса: на основе дискретных объемных резонаторов и моноблочная конструкция [22–24]. Причем объемные резонаторы с применением диэлектрических включений или на основе диэлектрических материалов исторически именуют керамическими или диэлектрическими резонаторами (ДР) [22].

Работа диэлектрического резонатора основана на принципе объемного резонанса в диэлектрическом теле определенной формы, где накопление энергии происходит за счет полного внутреннего отражения электромагнитных волн на границе раздела сред.

Отдельной группой диэлектрических резонаторов являются металло-диэлектрические резонаторы (МДР). При их использовании рядом с ДР размещают металлические поверхности, которые служат для экранирования устройств. В составе МДР присутствуют два или более металлических и диэлектрических элементов.

Конструктивно ПФ на ДР представляет собой установленные на основание и соединенные между собой отдельные ДР, число которых определяется видом требуемой частотной характеристики.

Например, резонаторы могут быть образованы отверстиями в диэлектрическом блоке с внутренним слоем металлизации на поверхности отверстий. Поступающий на вход фильтра сигнал через связанные резонаторы поступает на выход. Конденсаторы связи отделены от резонатора зазором в металлизации внешней поверхности ДР.

Монолитный керамический фильтр в виде прямоугольного параллелепипеда с выполненными в нем отверстиями резонаторов, количество которых соответствует числу звеньев фильтра, в котором элементы входа и выхода расположены соосно относительно друг друга и перпендикулярно осям резонаторов, на пяти из шести граней которого, включая внутренние поверхности отверстий резонаторов, выполнен слой металлизации, отличающийся тем, что в монолитном керамическом фильтре на нижней грани выполнен металлизированный паз прямоугольной формы между отверстиями резонаторов, а на верхней грани реализована емкостная нагрузка резонаторов в виде проводящих площадок, которые одновременно являются дополнительными элементами емкостной связи между входом и выходом и подстроечными элементами.

Пример реализации фильтра 3-го порядка на ДР и его эквивалентная схема представлены на рис. 9.

Особенности, достоинства, недостатки.

Из недостатков диэлектрических резонаторов можно отметить чувствительность к влажности, низкую устойчивость к ударам и относительно высокую стоимость. Хотя современная технология производства при высокой температуре под давлением обеспечивает довольно высокое качество изготовления керамических материалов, они тем не менее остаются хорошо впитывающими влагу, что является критичным для мест их установки. При этом себестоимость сырья для изготовления керамических резонаторов существенно дороже, чем для металлических. Кроме того, процесс изготовления металлических резонаторов проще и дешевле, они значительно прочнее керамических и влагостойки. Но частотные характеристики керамических резонаторов значительно лучше по сравнению с металлическими, поэтому пользуются большим спросом.

Диэлектрические резонаторы используются в качестве фильтров для частот от 0,8 ГГц, но на таких относительно низких частотах их размеры будут слишком большие из-за увеличения длины волны, поэтому их выпускают для частот выше 1,5 ГГц.

Рис. 9. Трехзвенный ПФ на связанных диэлектрических резонаторах: а – эквивалентная схема; б – АЧХ
 Fig. 9. Three-section filter on dielectric redonators: a – equivalent circuit; b – frequency response

Основным недостатком фильтров на ДР и КДР является возможность реализации только узкополосных фильтров (относительная ширина полосы пропускания которых составляет не более 5–7 %). Преимущество – высокая механическая прочность, малые масса и габариты.

Прочие недостатки:

- низкая допустимая мощность;
- требуется высокая точность изготовления;
- процесс изготовления требует уникального оборудования и технологии.

Отдельным подклассом можно выделить фильтры коаксиального типа [25; 26], в которых фильтр состоит из некоторого числа отрезков коаксиальной линии и конденсаторов.

3. Пьезоэлектрические фильтры

3.1. Фильтры на поверхностных акустических волнах (ПАВ)

ПФ на ПАВ [1; 3] уверенно занимают нишу в диапазоне частот от десятков мегагерц до 3 ГГц благодаря своим габаритам, надежности и отличным радиотехническим характеристикам, однако они не обеспечивают мощность более нескольких сотен мВт. Из-за целого ряда технологических и физических ограничений универсальных конструктивно-топологических решений для перекрытия всего диапазона полос пропускания не существует [27–30]. Фильтры на ПАВ можно условно разделить на два больших класса:

- трансверсальные;
- резонаторные.

Преимуществом резонаторных фильтров являются малые вносимые потери –0,5...–4 дБ. Реали-

зуемые при этом полосы пропускания 0,01...8 %. Трансверсальные фильтры на ПАВ позволяют за счет функций аподизации и взвешивания ВШП создавать АЧХ и ФЧХ сложной формы. Полосы пропускания – до 80 %. Вносимые потери – от 6 до 40 дБ в зависимости от полосы пропускания.

В основе работы фильтров на ПАВ лежит пьезоэлектрический эффект. В качестве подложек используются монокристаллические пьезоэлектрические материалы. Для преобразования электрических сигналов в акустические и обратно используются металлизированные встречно-штыревые преобразователи (ВШП), нанесенные на поверхность пьезоэлектрической подложки. Достоинством ВШП является возможность в широких пределах изменять параметры возбуждаемых ПАВ. Это легко достигается за счет изменения геометрических размеров ВШП и проявляется в виде изменения частотной характеристики ВШП. Особенностью устройств на ПАВ является то, что энергия упругих колебаний сосредоточена в тонком приповерхностном слое пьезоэлектрической подложки.

В диапазоне частот 1–3 ГГц наиболее востребованными конструкциями являются резонаторные фильтры, поскольку они изготавливаются на ВШП с шириной электрода $\lambda/4$ при расстоянии между электродами $\lambda/2$, где λ – длина волны. По классификации, предложенной в работе [1], резонаторные фильтры можно разделить на три большие группы: фильтры на продольных акустических модах, лестничные фильтры и фильтры на поперечных акустических модах.

Рис. 10. Фильтр на ПАВ: *a* – топология; *б* – АЧХ
Fig. 10. Surface acoustic wave filter: *a* – topology; *b* – frequency response

Типовая конструкция резонаторного типа в виде двухмодового фильтра на продольных акустических модах (в англ. литературе – это *double mode SAW filters (DMS)*) показаны на рис. 10, *a*. Представленная двухканальная схема, по сути, отражает каскадное включение двух звеньев DMS, что позволяет увеличить избирательность фильтра. Экспериментальная АЧХ данного фильтра отражена на рис. 10, *б*.

Важными особенностями, обеспечивающими постоянное и быстрое внедрение фильтров на ПАВ в современные радиоэлектронные системы, являются высокая надежность, малые массогабаритные параметры и отличные радиотехнические характеристики. Несмотря на то что такие технологии, как FBAR [1] и цифровая обработка сигналов, составляют серьезную конкуренцию и сокращают рынок устройств на ПАВ, развитие в области достижения предельных и критических параметров для фильтров на ПАВ позволяет выдерживать конкуренцию в некоторых направлениях. Например, системы, которые требуют низкого энергопотребления и высокого динамического диапазона по дальности действия (радары, базовые станции и спутники), по-прежнему включают фильтры на ПАВ в тракты приемной аппаратуры благодаря их отличным характеристикам по сравнению с другими технологиями. Постоянные улучшения в характеристиках устройств ПАВ и стремление достичь предельно возможных параметров являются необходимым условием, чтобы опережать технические достижения конкурирующих технологий. Высокая воспроизводимость и повторяемость ха-

рактеристик при массовом производстве тоже является неоспоримым достоинством.

Но все же технология ПАВ имеет ряд особенностей и ограничений, которые необходимо принимать во внимание при выборе ПФ. Во-первых, на центральную частоту ПАВ-фильтра влияют колебания температуры, что необходимо учитывать при выборе фильтра и обращать внимание на ТКЧ используемого материала. Во-вторых, предельная допустимая мощность составляет порядка 1 Вт. Не следует забывать, что для производства ПАВ-фильтров необходима высокая точность изготовления и процесс изготовления требует уникального оборудования и технологии.

3.2. Фильтры на объемных акустических волнах

Интерес к устройствам на объемных акустических волнах (ОАВ) обусловлен такими преимуществами, как низкие потери, миниатюрные размеры, низкая себестоимость и высокая степень интеграции в составе устройств, выполненных с использованием существующих интегральных технологий [31; 32]. Миниатюрные размеры обусловлены высокой акустической скоростью (скорость продольной объемной волны в пленке нитрида алюминия AlN составляет около 11 км/с), в то же время низкие потери обусловлены высокой акустической добротностью пьезоэлектрического материала в составе резонатора (~1000). Отдельный ОАВ-резонатор представляет собой пленку пьезоэлектрического материала с нанесенными на поверхности металлическими электродами. Как правило,

Рис. 11. Структура резонатора на ОАВ: *a* – тонкопленочный мембранный резонатор; *b* – многослойный резонатор с акустической изоляцией от подложки
 Fig. 11. Bulk acoustic wave (BAW) resonator structure: *a* – thin film membrane resonator; *b* – multilayer resonator with acoustic isolation from the substrate

в составе полосовых фильтров СВЧ используются несколько основных типов конструкций резонаторов на ОАВ (рис. 11): резонаторы мембранного [31] типа и резонаторы с брэгговским отражателем [32; 33]. Как правило, полосовые фильтры реализуются на основе либо электрически, либо акустически связанных резонаторов, которые настроены на определенные частоты для обеспечения заданных частотных характеристик. При реализации лестничной структуры ПФ на основе резонаторов на ОАВ частотные характеристики модуля коэффициента передачи имеют симметричные нули относительно полосы пропускания, которые обусловлены частотными свойствами акустических резонаторов. Частотная зависимость входного электрического импеданса резонаторов на ОАВ характеризуется наличием двух резонансов: резонанса и антирезонанса. Синтез ПФ на ОАВ резонаторах заключается в нахождении положения нулей и полюсов характеристики передачи с тем, чтобы получить наименьший уровень пульсаций коэффициента отражения в полосе пропускания и наибольшее ослабление в полосе запирания [34]. Пример АЧХ ПФ лестничного типа, представляющий собой каскадное включение последовательных и параллельных звеньев резонаторов на ОАВ, представлен на рис. 12.

Отличительными особенностями фильтров на ОАВ являются:

Рис. 12. АЧХ фильтра на ОАВ
 Fig. 12. BAW filter frequency response

- миниатюрные размеры по сравнению со всеми типами ПФ;
- высокая степень интеграции;
- высокая добротность резонаторов, низкие потери;
- высокая избирательность за счет нулей передачи, однако ограничение ширины полосы пропускания;
- низкая предельная допустимая мощность (порядка 1 Вт), предполагающая использование в составе приемных трактов первичной обработки сигналов;
- зависимость от температурного режима, что требует температурной стабилизации;
- требование высокой точности изготовления, высокого качества эпитаксиальных слоев, уникального оборудования и технологии изготовления.

Обсуждение результатов

Рассмотренные типы фильтров находят широкое применение в различной радиоаппаратуре. Области применения часто пересекаются и могут быть взаимозаменяемы. Однако каждый из рассмотренных фильтров имеет свои преимущества и недостатки. Конкретное применение зависит от ТТХ проектируемой системы, конструктор и разработчик должны ответственно подходить к выбору фильтров в зависимости от характеристик.

Представленный анализ различных решений для ПФ в диапазоне от сотен мегагерц до единиц гигагерц позволяет выделить некоторые, но очень важные достоинства для каждого класса рассматриваемых фильтров (в серийном исполнении) и свести их в таблицу. У разработчика радиоаппара-

Таблица. Сравнение характеристик полосовых фильтров
Table. Comparison of characteristics of bandpass filters

Тип ПФ / Достоинства	LC-фильтры	МПФ	LTCC-фильтры	Фильтры на основе ВТСП	Фильтры на ДР	Резонаторные фильтры на ОМР	Фильтры на ОАВ	Фильтры на ПАВ
Рабочие частоты	+	++	++	++	++	++	++	+
Вариативность схемотехнических решений	++	+	++	+	+	+	-	++
Требование к технологии	-	+	+++	++	+	-	+++	++
Малые габариты	+	+	+	-	+	-	+++	++
Потери	-	+	+	+++*	++	++	++	++
Избирательность	+	+	+	+++	++	++	++	++**
Рабочая мощность	+	+	-	+	+	++	-	-
Возможность выбора относительной полосы пропускания	+	+	+	+	+	+	-	+***

* Требуется криогенное обеспечение для поддержания рабочих условий ВТСП.

** Предельно-достижимые характеристики коэффициента прямоугольности для фильтров на ПАВ составляют значение 1,05, серийно выпускаемые – 1,2 [29].

*** Полоса пропускания для фильтров на ПАВ 0,01...80 % [27; 29].

туры есть возможность делать выбор в пользу тех или иных типов фильтров в зависимости от решаемых им задач.

Заключение

Рассмотренные в работе пассивные полосовые фильтры позволяют реализовать устройства частотной селекции на рабочих частотах до 6 ГГц и выше с учетом современных системных тенденций и требований к устройствам такого типа:

- повышение рабочих частот;
- улучшение температурной стабильности;
- увеличение входной мощности проходящего сигнала;
- обеспечение предельных характеристик ПФ:
 - снижение вносимого затухания;
 - увеличение гарантированного относительного затухания в полосе заграждения;

- уменьшение неравномерности АЧХ в полосе пропускания;
- уменьшение неравномерности группового времени задержки в полосе пропускания;
- высокая избирательность или улучшенный коэффициент прямоугольности;
- минимизация коэффициента стоячей волны;
- обеспечение независимости от элементной базы иностранного производства;
- переход на современные принципы компоновки радиоэлектронной аппаратуры;
- повышение плотности монтажа;
- снижение массогабаритных характеристик аппаратуры.

Правильный выбор ПФ обеспечивает улучшение необходимых эксплуатационных параметров радиоэлектронной аппаратуры.

Список литературы

1. Фильтрация и спектральный анализ радиосигналов. Алгоритмы. Структуры. Устройства / Г.М. Аристархов [и др.]. М.: Радиотехника, 2020. 504 с.
2. Hong J., Lancaster M.J. Microstrip Filters for RF/Microwave Applications. Hoboken: John Wiley & Sons Inc., 2001. 457 p.
3. Акустоэлектронные устройства обработки и генерации сигналов. Принципы работы, расчета и проектирования / О.Л. Балышева [и др.]. М.: Радиотехника, 2012. 576 с.

4. Забегайло И.В., Тюменцев А.И., Хроленко Т.С. Полосовые перестраиваемые фильтры с использованием варикапов в широком диапазоне частот // *Техника радиосвязи*. 2014. № 3. С. 100–106.
5. Белов Л. Корпорация Micro lambda Wireless. СВЧ-приборы с ЖИГ-перестройкой // *Электроника: Наука, Технология, Бизнес*. 2010. № 8. С. 60–67.
6. Фирсенков А.И., Козин А.Э. Перестраиваемые полосно-пропускающие СВЧ-фильтры на магнитостатических волнах // *Техника радиосвязи*. 2016. № 4. С. 92–101.
7. Перестраиваемые СВЧ-фильтры с управляемыми сегнетоэлектрическими конденсаторами / Е.Ю. Замшаева [и др.] // *Письма в ЖТФ*. 2013. Т. 39, № 18. С. 87–94. URL: <https://journals.ioffe.ru/articles/14616>
8. Бабунько С.А., Белов Ю.Г., Когтева Л.В. О построении электрических схем полосовых фильтров на SMD-элементах // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы*. 2011. Т. 14, № 4. С. 28–35. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=17272408>
9. Захаров А.В., Розенко С.А. Микрополосковые полосно-пропускающие фильтры с паразитными связями, содержащие четвертьволновые и П-образные резонаторы // *Радиотехника и электроника*. 2019. Т. 64, № 4. С. 409–418.
10. Аристархов Г.М., Звездинов Н.В. Высокоизбирательные одно- и двухрезонаторные микрополосковые фильтры // *Радиотехника и электроника*. 2017. Т. 62, № 8. С. 819–824.
11. Миниатюрный фильтр на подвешенной подложке с двухсторонним рисунком полосковых проводников / Б.А. Беляев [и др.] // *Письма в ЖТФ*. 2016. Т. 42, № 12. С. 30–37. URL: <https://journals.ioffe.ru/articles/43224>
12. Narrowband Y-Ba-Cu-O filter with quasi-elliptic characteristic / I.B. Vendik [et al.] // *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*. 2001. Vol. 11, no. 1. P. 477–480. DOI: <https://doi.org/10.1109/77.919386>
13. Моделирование и экспериментальное исследование микрополосковых резонаторов и фильтра на основе высокотемпературного сверхпроводника / М.Ф. Ситникова [и др.] // *Письма в ЖТФ*. 2010. Т. 36, № 18. С. 67–74. URL: <https://journals.ioffe.ru/articles/14147>
14. Особенности технологии пленок высокотемпературных сверхпроводников для СВЧ-фильтров / И.Б. Вендик [и др.] // *Письма в ЖТФ*. 2011. Т. 37, № 9. С. 64–69. URL: <https://journals.ioffe.ru/articles/12551>
15. Симин А., Холодняк Д., Вендик И. Многослойные интегральные схемы сверхвысоких частот на основе керамики с низкой температурой обжига // *Компоненты и технологии*. 2005. № 5. С. 190–196.
16. Малогабаритные СВЧ-устройства с применением технологии LTCC / Д.В. Холодняк [и др.] // *Радиотехника*. 2012. № 7. С. 132–137.
17. Design and investigation of miniaturized high-performance LTCC filters for wireless communications / V. Piatnitsa [et al.] // *Proceedings of the 37th European Microwave Conference*. 2007. P. 544–547. DOI: <https://doi.org/10.1109/EUMC.2007.4405248>
18. Small-size low-loss bandpass filters on substrate-integrated waveguide capacitively loaded cavities embedded in low temperature co-fired ceramics / V. Turgaliev [et al.] // *Journal of Ceramic Science and Technology*. 2015. Vol. 6, no. 4. P. 305–314. DOI: <https://doi.org/10.4416/JCST2015-00053>
19. Rahman M.M., Wang W., Wilber W.D. A compact triple-mode plated ceramic block based hybrid filter for base station applications radio frequency systems // *Proceedings of the 34th European Microwave Conference*. 2004. P. 1001–1004.
20. Compact doublet structure for quasi-elliptical filters using stereolithographic 3D printing / C. Tomassoni [et al.] // *Proceedings of the 47th European Microwave Conference*. 2017. P. 993–996. DOI: <https://doi.org/10.23919/EuMC.2017.8231013>
21. Li Z.M., Sledkov V.A., Zemlyakov V.V. The compact bandpass cavity filter on multi-cylinder coaxial resonators // *2019 Photonics and Electromagnetics Research Symposium – Fall (PIERS – FALL)*. 2019. P. 3122–3125. DOI: <https://doi.org/10.1109/PIERS-Fall48861.2019.9021631>
22. Геворкян В., Кочемасов В. Объемные диэлектрические Резонаторы. основные типы, характеристики, производители. Часть 1 // *Электроника: наука, технология, бизнес*. 2016. № 4. С. 62–77.
23. Козлов В.А., Кунилов А.Л., Ивойлова М.М. Современное состояние и перспективы развития проектирования и технологии керамических фильтров для бортовой СВЧ-аппаратуры // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы*. 2019. Т. 22, № 4. С. 61–67. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2019.22.4.61-67>
24. Полосовые металлокерамические фильтры с копланарными элементами связи / А.Ю. Беляков [и др.] // *Вестник Новгородского государственного университета*. 2016. № 7. С. 71–73. URL: <https://portal.novsu.ru/vestnik/vestnik/i.78099/?article=1277916>
25. Зикий А.Н., Кочубей А.С. Полосовые фильтры коаксиального типа // *Развитие науки в эпоху цифровизации: проблемы, тенденции, прогнозы*. Петрозаводск: МЦНП «Новая наука», 2019. С. 137–148.
26. Analysis, design and simulation of a compact wide band VHF high power tubular band pass filter / Z. Pourgholamhossein [et al.] // *2014 Progress in Electromagnetics Research Symposium (PIERS)*. 2014. P. 966–971.
27. Устройства частотной селекции на ПАВ в современных системах связи, радиолокации и телекоммуникации / А. Багдасарян [и др.] // *Электроника: наука, технология, бизнес*. 2013. № 8. С. 128–136.
28. Прапорщиков В., Орлов В. Фильтры на ПАВ. Краткий обзор и методы расчета // *СВЧ-электроника*. 2020. № 3. С. 40–47. URL: <https://microwave-e.ru/moduls/filtry-na-pav>
29. Койгеров А.С. Достижение критических и предельных параметров в микроприборах на поверхностных акустических волнах // *Нано- и микросистемная техника*. 2022. Т. 24, № 4. С. 199–207.
30. Койгеров А.С. Моделирование методом конечных элементов устройств на поверхностных акустических волнах с использованием пакета COMSOL // *Микроэлектроника*. 2022. Т. 51, № 4. С. 272–282.
31. Lakin K.M., Kline G.R., McCarron K.T. High-Q microwave acoustic resonators and filters // *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*. 1993. Vol. 41, no. 12. P. 2139–2146. DOI: <https://doi.org/10.1109/22.260698>
32. СВЧ акустоэлектронные компоненты / М.Ю. Двошерстов [и др.] // *Электронная техника. Серия 1: СВЧ-техника*. 2018. № 4. С. 19–30.

33. Modelling of tunable bulk acoustic resonators and filters with induced piezoelectric effect in BSTO film in a wide temperature range / P.A. Turalchuk [et al.] // Proc. of the 37th European Microwave Conference. EUMC. 2007. P. 282–285. DOI: <https://doi.org/10.1109/eurcon.2009.5167605>
34. Туральчук П.А., Вендик И.Б. Синтез полосовых фильтров на объемных акустических волнах с учетом материальных параметров многослойной структуры резонаторов // Акустический журнал. 2022. Т. 68, № 6. С. 611–617. DOI: <https://doi.org/10.31857/S0320791922050124>

Информация об авторах

Койгеров Алексей Сергеевич, кандидат технических наук (2011), доцент (2021) кафедры микро- и наноэлектроники Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина), г. Санкт-Петербург, Россия. Автор 45 научных публикаций.

Область научных интересов: проектирование устройств на поверхностных акустических волнах.

E-mail: a.koigerov@gmail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6602-0528>

Туральчук Павел Анатольевич, кандидат физико-математических наук (2010), доцент (2015) кафедры микрорадиоэлектроники и технологии радиоаппаратуры Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина). Автор более 100 научных публикаций.

Область научных интересов: антенны и устройства СВЧ-микрорелектроники.

E-mail: paturalchuk@etu.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2520-9962>

Деркач Михаил Михайлович, кандидат технических наук (2017), научный сотрудник АО «НПП «Радар ммс», г. Санкт-Петербург, Россия. Автор 18 научных публикаций.

Область научных интересов: моделирование устройств СВЧ-электроники, МЭМС.

E-mail: garuspik1987@yandex.ru

Андрейчев Сергей Сергеевич, исполнительный директор ООО «СВЧ решения», г. Санкт-Петербург, Россия. Автор 5 научных публикаций.

Область научных интересов: устройства СВЧ-электроники, микрополосковые фильтры.

E-mail: andreychev.s@gmail.com

Physics of Wave Processes and Radio Systems

2024, vol. 27, no. 1, pp. 71–88

DOI [10.18469/1810-3189.2024.27.1.71-88](https://doi.org/10.18469/1810-3189.2024.27.1.71-88)

UDC 621.37

Original Research

Received 4 September 2023

Accepted 6 October 2023

Published 29 March 2024

Passive bandpass filters for modern microwave communication systems

Aleksey S. Koigerov¹ , Pavel A. Turalchuk¹ , Mikhail M. Derkach², Sergey S. Andreychev³

¹ Saint Petersburg Electrotechnical University

5, Professora Popova Street,
Saint Petersburg, 197376, Russia

² JSC «Radar-mms»

37, Novoselkovskaya Steet,
Saint Petersburg, 197375, Russia

³ LLC «MW Solutions»

19, bld. H, Promyshlennaya Street,
Saint Petersburg, 198095, Russia

Abstract – Background. Bandpass filters are an integral part of any radio engineering systems and modern communication systems. Research and development of new passive components is due to growing need for such elements for modernization and creation of new modern communication systems. **Aim.** A brief overview of passive bandpass filters. Their classification according to the type of implementation is given. **Methods.** Results of experimental research and design of different passive bandpass filters are considered. **Results.** Lumped elements filters, microstrip filters, filters on high-temperature superconductor films, filter on dielectric resonators, surface acoustic wave filters, bulk acoustic wave filters are considered. At a qualitative level, the main advantages and disadvantages are considered from point of view of electrical parameters and size indicators. Examples of topological and constructive implementation are given. **Conclusion.** The passive bandpass filters considered in the paper make it possible to implement frequency selection devices at operating frequencies up to 6 GHz and higher, taking into account modern system trends and requirements for devices of this type.

Keywords – bandpass filters; SAW filters; BAW; microstrip filters; HTS filter; LTCC; ceramic filter; cavity resonator.

References

1. G. M. Aristarkhov et al., *Filtering and Spectral Analysis of Radio Signals. Algorithms. Structures. Devices*. Moscow: Radiotekhnika, 2020. (In Russ.)
2. J. Hong and M. J. Lancaster, *Microstrip Filters for RF/Microwave Applications*. Hoboken: John Wiley & Sons Inc., 2001.
3. O. L. Balysheva et al., *Acoustoelectronic Devices for Signal Processing and Generation. Principles of Work, Calculation and Design*. Moscow: Radiotekhnika, 2012. (In Russ.)
4. I. V. Zabegaylo, A. I. Tyumentsev, and T. S. Khrolenko, “Bandpass tunable filters using varicaps over a wide frequency range,” *Tekhnika radiosvyazi*, no. 3, pp. 100–106, 2014. (In Russ.)
5. L. Belov, “Micro lambda Wireless Corporation. Microwave devices with YIG tuning,” *Elektronika: nauka, tekhnologiya, biznes*, no. 8, pp. 60–67, 2010. (In Russ.)
6. A. I. Firsencov and A. E. Kozin, “Tunable bandpass microwave filters based on magnetostatic waves,” *Tekhnika radiosvyazi*, no. 4, pp. 92–101, 2016. (In Russ.)
7. E. Yu. Zameshaeva et al., “Tunable microwave filters with controlled ferroelectric capacitors,” *Pis'ma v ZhTF*, vol. 39, no. 18, pp. 87–94, 2013, url: <https://journals.ioffe.ru/articles/14616>. (In Russ.)
8. S. A. Babun'ko, Yu. G. Belov, and L. V. Kogteva, “About building of the circuitry bandpass filters at SMD-elements,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 14, no. 4, pp. 28–35, 2011, url: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=17272408>. (In Russ.)
9. A. V. Zakharov and S. A. Rozenko, “Microstrip bandpass filters with parasitic couplings containing quarter-wave and U-shaped resonators,” *Radiotekhnika i elektronika*, vol. 64, no. 4, pp. 409–418, 2019. (In Russ.)
10. G. M. Aristarkhov and N. V. Zvezdinov, “Highly selective single and dual cavity microstrip filters,” *Radiotekhnika i elektronika*, vol. 62, no. 8, pp. 819–824, 2017. (In Russ.)
11. B. A. Belyaev et al., “Miniature suspended filter with double-sided stripe pattern,” *Pis'ma v ZhTF*, vol. 42, no. 12, pp. 30–37, 2016, url: <https://journals.ioffe.ru/articles/43224>. (In Russ.)
12. I. B. Vendik et al., “Narrowband Y-Ba-Cu-O filter with quasi-elliptic characteristic,” *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 11, no. 1, pp. 477–480, 2001, doi: <https://doi.org/10.1109/77.919386>.
13. M. F. Sitnikova et al., “Modeling and experimental study of microstrip resonators and a filter based on a high-temperature superconductor,” *Pis'ma v ZhTF*, vol. 36, no. 18, pp. 67–74, 2010, url: <https://journals.ioffe.ru/articles/14147>. (In Russ.)
14. I. B. Vendik et al., “Features of high-temperature superconductor film technology for microwave filters,” *Pis'ma v ZhTF*, vol. 37, no. 9, pp. 64–69, 2011, url: <https://journals.ioffe.ru/articles/12551>. (In Russ.)
15. A. Simin, D. Kholodnyak, and I. Vendik, “Multilayer microwave integrated circuits based on low firing temperature ceramics,” *Komponenty i tekhnologii*, no. 5, pp. 190–196, 2005. (In Russ.)
16. D. V. Kholodnyak et al., “Small-sized microwave devices using LTCC technology,” *Radiotekhnika*, no. 7, pp. 132–137, 2012. (In Russ.)
17. V. Piatnitsa et al., “Design and investigation of miniaturized high-performance LTCC filters for wireless communications,” *Proceedings of the 37th European Microwave Conference*, pp. 544–547, 2007, doi: <https://doi.org/10.1109/EUMC.2007.4405248>.
18. V. Turgaliev et al., “Small-size low-loss bandpass filters on substrate-integrated waveguide capacitively loaded cavities embedded in low temperature co-fired ceramics,” *Journal of Ceramic Science and Technology*, vol. 6, no. 4, pp. 305–314, 2015, doi: <https://doi.org/10.4416/JCST2015-00053>.
19. M. M. Rahman, W. Wang, and W. D. Wilber, “A compact triple-mode plated ceramic block based hybrid filter for base station applications radio frequency systems,” *Proceedings of the 34th European Microwave Conference*, pp. 1001–1004, 2004.
20. C. Tomassoni et al., “Compact doublet structure for quasi-elliptical filters using stereolithographic 3D printing,” *Proceedings of the 47th European Microwave Conference*, pp. 993–996, 2017, doi: <https://doi.org/10.23919/EuMC.2017.8231013>.
21. Z. M. Li, V. A. Sledkov, and V. V. Zemlyakov, “The compact bandpass cavity filter on multi-cylinder coaxial resonators,” *2019 Photonics and Electromagnetics Research Symposium – Fall (PIERS – FALL)*, pp. 3122–3125, 2019, doi: <https://doi.org/10.1109/PIERS-Fall48861.2019.9021631>.
22. V. Gevorkyan and V. Kochemasov, “Volumetric dielectric resonators. main types, characteristics, manufacturers. Part 1,” *Elektronika: nauka, tekhnologiya, biznes*, no. 4, pp. 62–77, 2016. (In Russ.)
23. V. A. Kozlov, A. L. Kunilov, and M. M. Ivoylova, “Current state and development prospects of design and technology of ceramic filters for on-board microwave equipment,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 22, no. 4, pp. 61–67, 2019, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2019.22.4.61-67>. (In Russ.)
24. A. Yu. Belyakov et al., “Bandpass metal-ceramic filters with coplanar coupling elements,” *Vestnik Novgorodskogo gosudarstvennogo universiteta*, no. 7, pp. 71–73, 2016, url: <https://portal.novsu.ru/vestnik/vestnik/i.78099/?article=1277916>. (In Russ.)
25. A. N. Zikiy and A. S. Kochubey, “Coaxial bandpass filters,” in *Development of Science in the Era of Digitalization: Problems, Trends, Forecasts*. Petrozavodsk: MTsNP «Novaya nauka», 2019, pp. 137–148. (In Russ.)
26. Z. Pourgholamhossein et al., “Analysis, design and simulation of a compact wide band VHF high power tubular band pass filter,” *2014 Progress in Electromagnetics Research Symposium (PIERS)*, pp. 966–971, 2014.
27. A. Bagdasaryan et al., “SAW frequency selection devices in modern communication systems, radar and telecommunications,” *Elektronika: nauka, tekhnologiya, biznes*, no. 8, pp. 128–136, 2013. (In Russ.)
28. V. Praporshchikov and V. Orlov, “Surfactant filters. Brief overview and calculation methods,” *SVCh-elektronika*, no. 3, pp. 40–47, 2020, url: <https://microwave-e.ru/moduls/filtry-na-pav>. (In Russ.)

29. A. S. Koigerov, "Achieving critical and limiting parameters in microdevices using surface acoustic waves," *Nano- i mikrosistemnaya tekhnika*, vol. 24, no. 4, pp. 199–207, 2022. (In Russ.)
30. A. S. Koigerov, "Finite element modeling of surface acoustic wave devices using COMSOL," *Mikroelektronika*, vol. 51, no. 4, pp. 272–282, 2022. (In Russ.)
31. K. M. Lakin, G. R. Kline, and K. T. McCarron, "High-Q microwave acoustic resonators and filters," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 41, no. 12, pp. 2139–2146, 1993, doi: <https://doi.org/10.1109/22.260698>.
32. M. Yu. Dvoesherstov et al., "Microwave acoustoelectronic components," *Elektronnaya tekhnika. Seriya 1: SVCh-tekhnika*, no. 4, pp. 19–30, 2018. (In Russ.)
33. P. A. Turalchuk et al., "Modelling of tunable bulk acoustic resonators and filters with induced piezoelectric effect in BSTO film in a wide temperature range," *Proc. of the 37th European Microwave Conference. EUMC*, pp. 282–285, 2007, doi: <https://doi.org/10.1109/EURCON.2009.5167605>.
34. P. A. Turalchuk and I. B. Vendik, "Synthesis of bandpass filters based on volumetric acoustic waves, taking into account the material parameters of the multilayer structure of resonators," *Akusticheskiy zhurnal*, vol. 68, no. 6, pp. 611–617, 2022, doi: <https://doi.org/10.31857/S0320791922050124>. (In Russ.)

Information about the Authors

Aleksey S. Koigerov, Candidate of Technical Sciences (2011), associate professor (2021) of the Department of Micro- and Nanoelectronics, Saint Petersburg Electrotechnical University, Saint Petersburg, Russia. Author of 45 scientific publications.

Research interests: design surface acoustic wave devices.

E-mail: a.koigerov@gmail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6602-0528>

Pavel A. Turalchuk, Candidate of Physical and Mathematical Sciences (2010), associate professor (2015) of the Department of Microelectronics and Radioengineering, Saint Petersburg Electrotechnical University, Saint Petersburg, Russia. Author of over 100 scientific publications.

Research interests: antennas and devices of microwave microelectronics.

E-mail: paturalchuk@etu.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2520-9962>

Mikhail M. Derkach, Candidate of Technical Sciences (2017), scientific worker of JSC «Radar-mms», Saint Petersburg, Russia. Author of 18 scientific papers.

Research interests: modeling of microwave electronics devices, MEMS.

E-mail: garuspik1987@yandex.ru

Sergey S. Andreychev, executive director of LLC «MW Solutions», Saint Petersburg, Russia. Author of 5 scientific papers.

Research interests: microwave electronics devices, microstrip filters.

E-mail: andreychev.s@gmail.com

Антенная решетка из волноводных элементов с диэлектрическими фазирующими секциями

Ю.Г. Пастернак¹, В.А. Пендюрин², Д.К. Проскурин¹, К.С. Сафонов¹

¹ Воронежский государственный технический университет
394006, Россия, г. Воронеж,
ул. 20-летия Октября, 84

² АО НПП «Автоматизированные системы связи»
394062, Россия, г. Воронеж,
ул. Пеше-Стрелецкая, 108

Аннотация – Обоснование. Необходимость разработки и постоянного совершенствования терминалов высокоскоростной спутниковой связи мобильного и бортового базирования, а также аппаратуры спутниковой связи с высокой скрытностью функционирования, излучающей сверхширокополосные сигналы, спектральная плотность мощности которых, измеряемая на входе приемных устройств комплексов радиоконтроля, должна быть существенно ниже спектральной плотности мощности шумов, обусловлены следующими обстоятельствами: обеспечением надежной и высококачественной связи военных и гражданских пользователей; развитием отечественной элементной и технологической базы, импортозамещением; потребностью служб спасения в малогабаритных системах передачи и приема информации; необходимостью развития спутниковых систем управления аппаратурой военного и гражданского назначения; развитием программы точного земледелия. В качестве одного из таких примеров может служить антенная решетка из волноводных элементов с диэлектрическими фазирующими секциями. Цель. Рассмотрена модель антенного элемента, также приведены его основные характеристики. Разработана модель линейной антенной решетки, состоящей из 32 волноводных элементов с фазирующими секциями. Рассмотрена линейная и плоская антенные решетки, построенные на основе синфазного и равноамплитудного делителя мощности 1:32 и антенных элементов. Также построена модель плоской антенной решетки, составленной из 16 линейных антенных решеток, и приведены ее основные характеристики. **Методы.** Модель антенного элемента построена на основе круглого волновода с внутренним диаметром 18 мм и диэлектрической пластиной, плоскость которой ориентирована под углом 45° к силовым линиям вектора напряженности электрического поля. Линейная антенная решетка запитана с помощью равноамплитудного и синфазного делителя мощности, а линейная и плоская антенные решетки построены на основе квадратных волноводов с внутренними размерами 14 × 14 мм² со скошенными внутренними углами. **Результаты.** Показано, что коэффициент усиления на частоте 10,95 ГГц – 32,5 дБ (по нормали) и 31,2 дБ – при отклонении луча на ±37,5° в угло-местной плоскости; коэффициент усиления на частоте 11,7 ГГц – 33,8 дБ (по нормали) и 32,5 дБ – при отклонении луча на ±37,5° в угло-местной плоскости. При максимальном отклонении главного лепестка от нормали уровень боковых лепестков в вертикальной повышается до уровня –11,4 дБ, что незначительно превышает УБЛ при синфазном и равноамплитудном распределении поля в апертуре ФАР (–13,2 дБ). **Заключение.** В рассмотренной конструкции ФАР позиционирование главного лепестка диаграммы направленности в азимутальной плоскости осуществляется путем механического вращения антенной системы. Отказ от двухкоординатного электронного сканирования выбран, исходя из соображений снижения фазовращателей (или высокочастотных коммутаторов) и уменьшения себестоимости ФАР.

Ключевые слова – спутниковая связь мобильного и бортового базирования; линейные антенные решетки; круглые волноводы.

Введение

В последние годы наблюдается быстрый рост использования беспилотных летательных аппаратов в гражданской и военной сфере [1]. К тому же технологии спутниковой связи постоянно совершенствуются [2–5]. В результате этого возникает потребность в разработке и совершенствовании терминалов высокоскоростной спутниковой связи мобильного и бортового базирования, а также оборудования спутниковой связи с высокой степенью скрытности функционирования, излучающего широкополосные сигналы, спектральная плотность мощности которых, измеряемая на входе приемных устройств комплексов радиоконтро-

ля, должна быть значительно ниже спектральной плотности мощности шумов, обусловленная следующими факторами:

- обеспечением надежной и высококачественной связи военных и гражданских пользователей;
- развитием отечественной элементной и технологической базы, заменой импорта;
- потребностью служб спасения в компактных системах передачи и приема информации, доступных по стоимости автомобилистам, строителям, геологам, рыбакам, охотникам, туристам и т. д.;
- необходимостью развития спутниковых систем управления оборудованием военного и гражданского назначения;

Рис. 1. Конструкция антенны, включающей линейный переход в E-плоскости и фазосдвигающую секцию в круглом волноводе
Fig. 1. Antenna design, including a linear junction in the E-plane and a phase-shifting section in a circular waveguide

– развитием программы точного земледелия.

1. Модель антенного элемента

На рис. 1 показана модель антенного элемента, построенного на основе круглого волновода с внутренним диаметром 18 мм и диэлектрической пластиной, плоскость которой ориентирована под углом 45° к силовым линиям вектора напряжен-

ности электрического поля. Круглый волновод запитывается с помощью линейно расширяющегося перехода от прямоугольного волновода к квадратному волноводу, полностью заполненного диэлектриком – полистиролом, для реализации необходимой пространственной ориентации пластины в круглой части волновода, а также для уменьшения отражений от стыка квадратного и круглого волноводов.

Рис. 2. Входные характеристики антенного элемента (рис. 1)
 Fig. 2. Input characteristics of the antenna element (Fig. 1)

2. Результаты моделирования

На рис. 2–4 приведены основные характеристики антенного устройства. На рис. 2 показаны входные характеристики антенного устройства; на рис. 3 – его объемные диаграммы направленности; рис. 4 иллюстрирует качество поляризационного эллипса главного лепестка диаграммы направленности антенны.

Из рис. 3 видно, что амплитудные диаграммы направленности волноводного элемента являются практически осесимметричными, в отличие от деформированных диаграмм направленности элементов в виде двухзаходных спиралей Архимеда

(однако последние являются гораздо более простыми при изготовлении с использованием технологии производства печатных плат, что весьма важно при изготовлении многоэлементных ФАР).

На нижней частоте 10,95 ГГц анализируемого диапазона осевое отношение эллипса поляризации не превышает 3 дБ в секторе углов шириной 90° (рис. 4, а); на верхней частоте 11,7 ГГц анализируемого диапазона отношение эллипса поляризации не превышает 3 дБ почти во всем полусферическом пространстве (рис. 4, б).

На рис. 5 объемные диаграммы направленности линейной антенной решеткой из 32 элементов по-

Рис. 3. ДН антенны на правой круговой поляризации: а – ДН на правой круговой поляризации на частоте 10,95 Гц; б – ДН на правой круговой поляризации на частоте 11,7 Гц

Fig. 3. Antenna pattern on the right circular polarization: a – pattern on the right circular polarization at a frequency of 10,95 Hz; b – pattern on the right circular polarization at a frequency of 11,7 Hz

казанных на рис. 1, расположенных эквидистантно с периодом 21 мм, запитанной с помощью синфазного и равноамплитудного делителя мощности.

На рис. 6 и 7 показаны диаграммы направленности в азимутальной и угло-местной плоскостях линейной антенной решетки из 32 волноводных элементов с фазирющими секциями, расположенных с периодом 21 мм, запитанной синфазным и равноамплитудным делителем мощности.

Уровень боковых лепестков диаграммы направленности в азимутальной плоскости (рис. 6) на всех частотах лучше, чем у синфазного и равноамплитудного раскрытов эквивалентных размеров (-13,2 дБ).

Минимальная ширина диаграммы направленности в угло-местной плоскости составляет около 68° ; при расположении линейных подрешеток в составе прямоугольной антенной решетки в угло-местной плоскости ширина диаграммы направленности линейной подрешетки как элемента плоской ФАР расширяется за счет взаимного влияния элементов соседних линейных решеток.

3. Линейная и плоская антенные решетки, построенные на основе синфазного и равноамплитудного делителя мощности

Ниже рассмотрены линейная и плоская антенные решетки, построенные на основе синфазного

Рис. 4. Качество поляризационного эллипса, разрез в угло-местной плоскости: *a* – осевое отношение эллипса поляризации на частоте 10,95 ГГц; *b* – осевое отношение эллипса поляризации на частоте 11,7 ГГц
Fig. 4. Quality of the polarization ellipse, section in the angular-local plane: *a* – axial ratio of the polarization ellipse at a frequency of 10,95 GHz; *b* – axial ratio of the polarization ellipse at a frequency of 11,7 GHz

и равноамплитудного делителя мощности 1:32 и антенных элементов, построенных на основе квадратных волноводов с внутренними размерами $14 \times 14 \text{ мм}^2$ со скошенными внутренними углами в целях уменьшения потерь, а также для учета возможной технологии изготовления фрезерованием из металла.

На рис. 8 представлена модель линейной антенной решетки из 32 волноводных элементов с

фазирующими секциями, запитанной с помощью равноамплитудного и синфазного делителя мощности. Длина антенного элемента – 40 мм. Период расположения элементов в линейной антенной решетке – 21 мм.

Модель плоской антенной решетки, составленной из 16 линейных антенных решеток, представленных на рис. 8, показана на рис. 9. Период расположения линейных решеток равен 15 мм

Рис. 5. Объемные диаграммы направленности синфазной и равноамплитудной линейной антенной решетки из 32 волноводных элементов с фазующими секциями, расположенных с периодом 21 мм

Fig. 5. Volumetric radiation patterns of an in-phase and equal-amplitude linear antenna array of 32 waveguide elements with phasing sections located with a period of 21 mm

Рис. 6. Диаграммы направленности в азимутальной плоскости синфазной и равноамплитудной линейной антенной решетки из 32 волноводных элементов с фазирующими секциями, расположенных с периодом 21 мм
Fig. 6. Radiation patterns in the azimuthal plane of an in-phase and equal-amplitude linear antenna array of 32 waveguide elements with phasing sections located with a period of 21 mm

Рис. 7. Диаграммы направленности в угло-местной плоскости синфазной и равноамплитудной линейной антенной решетке из 32 волноводных элементов с фазирющими секциями, расположенных с периодом 21 мм
 Fig. 7. Radiation patterns in the angular-local plane of an in-phase and equal-amplitude linear antenna array of 32 waveguide elements with phasing sections located with a period of 21 mm

Рис. 8. Модель линейной антенной решетки из 32 элементов с синфазным и равноамплитудным делителем мощности: а – внешний вид линейной синфазной антенной решетки из 32 элементов; б – полистироловый вкладыш в делителе мощности и в антенных элементах. Толщина диэлектрика в делителе – 1,5 мм. Толщина фазирующих пластин в квадратных волноводах – 3 мм; в – период расположения элементов в линейной антенной решетке – 21 мм; г – продольный разрез линейной антенной решетки с делителем мощности (фрагмент)

Fig. 8. Model of a linear antenna array of 32 elements with an in-phase and equal-amplitude power divider: а – appearance of a linear in-phase antenna array of 32 elements; б – polystyrene liner in the power divider and in the antenna elements. The thickness of the dielectric in the divider is 1,5 mm. The thickness of the phasing plates in square waveguides is 3 mm; в – period of arrangement of elements in a linear antenna array – 21 mm; г – longitudinal section of a linear antenna array with a power divider (fragment)

6

Рис. 9. Модель плоской антенной решетки, составленной из 16 линейных антенных решеток: *a* – плоская антенная решетка из 32×16 элементов, составленная из 16 линейных антенных решеток. Размеры апертуры – $665,5 \times 238 \text{ мм}^2$; *b* – период в угло-местной плоскости – 15 мм (уменьшен с целью снижения уровня боковых лепестков при широкоугольном сканировании); *c* – ФАР с 32×16 элементов с делителями мощности, расположенными горизонтально. Апертура ФАР наклонена на угол 37,5 градусов в угло-местной плоскости. Высота модифицированной ФАР – 175 мм. Глубина ФАР с делителями мощности – 262 мм. Ширина ФАР – 665,5 мм

Fig. 9. Model of a flat antenna array composed of 16 linear antenna arrays: *a* – flat antenna array of 32×16 elements, composed of 16 linear antenna arrays. Aperture dimensions – $665,5 \times 238 \text{ mm}^2$; *b* – period in the angular-local plane – 15 mm (reduced in order to reduce the level of side lobes during wide-angle scanning); *c* – phased array with 32×16 elements with power dividers located horizontally. The phased array aperture is tilted at an angle of 37,5 degrees in the elevation plane. The height of the modified phased array is 175 mm. The depth of the phased array with power dividers is 262 mm. Headlight array width – 665,5 mm

Рис. 10. Диаграммы направленности в вертикальной плоскости плоской антенной решетки, составленной из 16 линейных антенных решеток: *a* – ДН в вертикальной плоскости ФАР 32×16 элементов при излучении по нормали к апертуре ФАР, частота – 10,95 ГГц; *b* – ДН в вертикальной плоскости ФАР 32×16 элементов при излучении под углом 37,5 градуса к нормали к апертуре ФАР, частота – 10,95 ГГц; *c* – ДН в вертикальной плоскости ФАР 32×16 элементов при излучении по нормали к апертуре ФАР, частота – 11,325 ГГц; *d* – ДН в вертикальной плоскости ФАР 32×16 элементов при излучении под углом 37,5 градуса к нормали к апертуре ФАР, частота – 11,325 ГГц; *e* – ДН в вертикальной плоскости ФАР 32×16 элементов при излучении по нормали к апертуре ФАР, частота – 11,7 ГГц; *f* – ДН в вертикальной плоскости ФАР 32×16 элементов при излучении под углом 37,5 градуса к нормали к апертуре ФАР, частота – 11,7 ГГц

Fig. 10. Radiation patterns in the vertical plane of a flat antenna array composed of 16 linear antenna arrays: *a* – pattern in the vertical plane of the phased array 32×16 elements when emitting normal to the phased array aperture, frequency – 10,95 GHz; *b* – pattern in the vertical plane of the phased array 32×16 elements with radiation at an angle of 37,5 degrees to the normal to the phased array aperture, frequency – 10,95 GHz; *c* – pattern in the vertical plane of the phased array 32×16 elements when emitting normal to the phased array aperture, frequency – 11,325 GHz; *d* – pattern in the vertical plane of the phased array 32×16 elements with radiation at an angle of 37,5 degrees to the normal to the phased array aperture, frequency – 11,325 GHz; *e* – pattern in the vertical plane of the phased array 32×16 elements when emitting normal to the phased array aperture, frequency – 11,7 GHz; *f* – pattern in the vertical plane of the phased array 32×16 elements with radiation at an angle of 37,5 degrees to the normal to the phased array aperture, frequency – 11,7 GHz

(его величина уменьшена с 21 до 15 мм с целью снижения уровня боковых лепестков при широкоугольном сканировании в угло-местной плоскости).

Диаграммы направленности в вертикальной плоскости плоской антенной решеткой, составленной из 16 линейных антенных решеток, приведены на рис. 10.

Заключение

Обобщим результаты проведенного моделирования плоской ФАР с волноводными элементами с круговой поляризацией.

В рассмотренной конструкции ФАР позиционирование главного лепестка диаграммы направленности в азимутальной плоскости осуществляется путем механического вращения антенной системы. Отказ от двухкоординатного электронного сканирования выбран, исходя из соображений снижения фазовращателей (или высокочастотных коммутаторов) и уменьшения себестоимости ФАР.

Высота ФАР с горизонтальным расположением делителей мощности, состоящей из 32×16 элементов, составляет 175 мм. Глубина ФАР – 262 мм. Ширина ФАР – 665,5 мм.

Коэффициент усиления на частоте 10,95 ГГц – 32,5 дБ (по нормали) и 31,2 дБ – при отклонении луча на $\pm 37,5^\circ$ в угло-местной плоскости (без учета потерь в линзе Ротмана и коммутаторе).

Коэффициент усиления на частоте 11,7 ГГц – 33,8 дБ (по нормали) и 32,5 дБ – при отклонении луча на $\pm 37,5^\circ$ в угло-местной плоскости (без учета потерь в линзе Ротмана и коммутаторе).

При максимальном отклонении главного лепестка от нормали уровень боковых лепестков в вертикальной (угло-местной плоскости) повышается до уровня $-11,4$ дБ, что незначительно превышает УБЛ при синфазном и равноамплитудном распределении поля в апертуре ФАР ($-13,2$ дБ).

Финансирование

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках государственного задания (проект № FZGM-2023-0011).

The work was carried out with the financial support of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation within the framework of the state assignment (project no. FZGM-2023-0011).

Список литературы

1. Просвирина Н.В. Анализ и перспективы развития беспилотных летательных аппаратов // Московский экономический журнал. 2021. № 10. С. 560–575. DOI: <https://doi.org/10.24412/2413-046X-2021-10619>
2. Алгоритм фильтрации координат наземного источника несанкционированного радиоизлучения в системе спутниковой связи с прямой ретрансляцией / И.С. Полянский [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2021. Т. 24, № 1. С. 67–77. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2021.24.1.67-77>
3. Разработка фазированной антенной решетки с запиткой от печатной линзы Ротмана для мобильного терминала спутниковой связи / Ю.Г. Пастернак [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2021. Т. 24, № 2. С. 88–102. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2021.24.2.88-102>
4. Способы частотно-поляризационного разделения сигналов в зеркальных антеннах систем спутниковой связи / Д.Д. Габриэлян [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2022. Т. 25, № 2. С. 83–90. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.2.83-90>
5. Пастернак Ю.Г., Пендюрин В.А., Сафонов К.С. Антенная решетка с коммутационным сканированием в угло-местной плоскости // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2021. Т. 24, № 3. С. 100–106. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2021.24.3.100-106>

Информация об авторах

Пастернак Юрий Геннадьевич, доктор технических наук, профессор Воронежского государственного технического университета, г. Воронеж, Россия.

Область научных интересов: электродинамика и техника СВЧ.
E-mail: pasternakuy@mail.ru

Пендюрин Владимир Андреевич, генеральный директор АО НПП «Автоматизированные системы связи», г. Воронеж, Россия.

Область научных интересов: электродинамика и техника СВЧ.
E-mail: pva777777@yandex.ru

Проскурин Дмитрий Константинович, кандидат физико-математических наук, доцент, ректор Воронежского государственного технического университета, г. Воронеж, Россия.

Область научных интересов: электродинамика и техника СВЧ.
E-mail: pdk@vgasu.vrn.ru

Сафонов Кирилл Сергеевич, младший научный сотрудник Воронежского государственного технического университета, г. Воронеж, Россия.

Область научных интересов: электродинамика и техника СВЧ.
E-mail: Safonov-kirik@mail.ru

Physics of Wave Processes and Radio Systems 2024, vol. 27, no. 1, pp. 89–102

DOI 10.18469/1810-3189.2024.27.1.89-102
UDC 621.396.67
Original Research

Received 18 October 2023
Accepted 20 November 2023
Published 29 March 2024

Antenna array of waveguide elements with dielectric phasing sections

Yuri G. Pasternak¹, Vladimir A. Pendiurin², Dmitry K. Proskurin¹, Kirill S. Safonov¹

¹ Voronezh State Technical University
84, 20-letiya Oktyabrya Street,
Voronezh, 394006, Russia

² JSC RPE «Automated communication systems»
108, Peshe-Streletsкая Street,
Voronezh, 394062, Russia

Abstract – Background. The need to develop and continuously improve mobile and on-board high-speed satellite communication terminals, as well as satellite communication equipment with high secrecy of operation, emitting ultra-wideband signals, the spectral power density of which, measured at the input of receiving devices of radio monitoring complexes, should be significantly lower than the spectral power density of noise, is due to the following circumstances: ensuring reliable and high-quality communication military and civilian users; the development of the domestic element and technological base, import substitution; the need for rescue services in small-sized information transmission and reception systems; the need to develop satellite control systems for military and civilian equipment; the development of precision agriculture programs. An antenna array made of waveguide elements with dielectric phasing sections can serve as one such example. **Aim.** The model of the antenna element is considered, and its main characteristics are also given. A model of a linear antenna array consisting of 32 waveguide elements with phasing sections has been developed. Linear and flat antenna arrays based on a common-mode and equal-amplitude 1:32 power divider and antenna elements are considered. A model of a flat antenna array composed of 16 linear antenna arrays is also constructed and its main characteristics are given. **Methods.** The antenna element model is based on a circular waveguide with an internal diameter of 18 mm and a dielectric plate, the plane of which is oriented at an angle of 45° to the lines of force of the electric field intensity vector. The linear antenna array is powered by an equal amplitude and common-mode power divider, and the linear and flat antenna arrays are based on square waveguides with internal dimensions of 14×14 mm² with beveled internal corners. **Results.** It is shown that the gain at a frequency of 10,95 GHz is 32,5 dB (normal) and 31,2 dB when the beam is deflected by ±37,5° in the angular plane. The gain at a frequency of 11,7 GHz is 33,8 dB (normal) and 32,5 dB when the beam is deflected by ±37,5° in the angular plane. With the maximum deviation of the main lobe from the normal, the level of the side lobes in the vertical increases to the level of -11,4 dB, which slightly exceeds the UBL with in-phase and equal amplitude field distribution in the headlight aperture (-13,2 dB). **Conclusion.** In the considered headlight design, the positioning of the main lobe of the radiation pattern in the azimuthal plane is carried out by mechanical rotation of the antenna system. The rejection of two-coordinate electronic scanning was chosen based on considerations of reducing phase shifters (or high-frequency switches) and reducing the cost of headlights.

Keywords – mobile and airborne satellite communications; linear antenna arrays; round waveguides.

✉ Safonov-kirik@mail.ru (Kirill S. Safonov)

© Yuri G. Pasternak et al., 2024

References

1. N. V. Prosvirina, “Analysis and prospects for the development of unmanned aerial vehicles,” *Moskovskiy ekonomicheskij zhurnal*, no. 10, pp. 560–575, 2021, doi: <https://doi.org/10.24412/2413-046X-2021-10619>. (In Russ.)
2. I. S. Polyansky et al., “Algorithm for filtering coordinates of a ground source unauthorized radio emission in a satellite communication system with direct retransmission,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 24, no. 1, pp. 67–77, 2021, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2021.24.1.67-77>. (In Russ.)
3. Yu. G. Pasternak et al., “Development of a phased array antenna powered by Rotman printed lens for a mobile satellite communication terminal,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 24, no. 2, pp. 88–102, 2021, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2021.24.2.88-102>. (In Russ.)
4. D. D. Gabrielyan et al., “Receiving and transmitting feed of reflector antennas for satellite communication systems,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 25, no. 2, pp. 83–90, 2022, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.2.83-90>. (In Russ.)
5. Yu. G. Pasternak, V. A. Pendiurin, and K. S. Safonov, “Antenna array with switching scanning in elevation plane,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 24, no. 3, pp. 100–106, 2021, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2021.24.3.100-106>. (In Russ.)

Исследование процессов когнитивной обработки данных в системах радиосвязи с перестановочным декодированием

Д.В. Мишин¹ , А.А. Гладких² , В.И. Кутузов² , А.Л.Х. Аттаби²

¹ Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики
443010, Россия, г. Самара,
ул. Л. Толстого, 23

² Ульяновский государственный технический университет
432027, Россия, г. Ульяновск,
ул. Северный Венец, 32

Аннотация – Обоснование. Необходимость применения средств перестановочного декодирования в системах радиосвязи объясняется повышенными возможностями этого метода по исправлению ошибок. При этом сложные матричные вычисления в ходе поиска эквивалентных кодов по классической схеме перестановочного декодирования заменяются списком готовых решений. Эти решения вычисляются априори и заносятся в когнитивные карты процессора декодера, что делает метод удобным инструментом в процедуре обеспечения информационной надежности при управлении, например, беспилотными средствами по радиоканалам. По сути, матричные вычисления на борту заменяются поиском в списке когнитивных карт нужного решения, соответствующего в реальном времени текущей перестановке нумераторов надежных символов. Однако обработка данных в когнитивной карте декодера требует специального описания. **Цель.** Исследование способов идентификации перестановок нумераторов символов кодовых векторов для их эффективного преобразования в системе когнитивных карт перестановочного декодера. **Методы.** Раскрывается тонкая структура когнитивных карт производительных и непроизводительных перестановок нумераторов, которая позволяет на регулярной основе получить альтернативное решение для перехода в множество производительных перестановок при получении приемником непроизводительной перестановки, исключая тем самым использование метода проб и ошибок. **Результаты.** Повышается эффективность работы перестановочного декодера за счет реализации перестановок, попавших первоначально в множество решений, внесенных в когнитивную карту непроизводительных перестановок. **Заключение.** Предложено семейство микроконтроллеров для реализации принципа взаимодействия когнитивных карт с системой альтернативных решений.

Ключевые слова – перестановочное декодирование; эквивалентный код; производительная перестановка; непроизводительная перестановка; интервальный вектор.

Введение

Интенсивное продвижение в практику многих предметных областей беспилотных систем (БС) в широком смысле, систем с дистанционным управлением в навигации и геопривязки подвижных и неподвижных объектов потребовали повышения показателей к информационной надежности обрабатываемых в таких системах данных. С одной стороны, физическая основа и возможность оперативно организовать радиоканал в анализируемых системах не вызывает сомнений, с другой стороны, высокая вероятность проявления мешающих и деструктивных факторов в исследуемых каналах объективно носит беспрецедентный характер. Последнее обстоятельство привело к реализации множества известных технических решений, начиная от адаптивных систем радиосвязи, систем с расширением спектра и завершая системами с псевдослучайными перестройками рабочей частоты. Представленные технические решения не исключают использования средств помехоустойчи-

вого кодирования, но по своим массогабаритным показателям не всегда подходят к большому количеству БС. В этой связи возникла задача поиска технологических решений по защите данных от помех, приспособленных к относительно небольшим процессорам с малыми возможностями по реализации математических операций, например в матричной форме.

Одной из первых работ, связанных с процедурой обучения декодера избыточного кода по полученной случайным образом в результате сортировки принятых символов по убыванию градаций надежности их мягких решений и заменой процедуры решения системы линейных уравнений на тривиальный поиск необходимого решения по списку, была статья [1]. В последующем представленное техническое решение получило свое развитие в работах [2–7]. Следует отметить, что в указанных публикациях не рассматривается тонкая структура когнитивных карт (КК), не приводятся экспериментальные данные по выявлению

Таблица 1. Процентное соотношение производительных и непроизводительных перестановок по результатам статистических испытаний
 Table 1. Percentage of productive and unproductive permutations according to the results of statistical tests

Хэмминга код (7, 4, 3)		Код БЧХ (15, 5, 7)		Код БЧХ (15, 7, 5)		Код Голея (23, 12, 7)		Код Голея – укороченный (18, 7, 7)	
ППН	НППН	ППН	НППН	ППН	НППН	ППН	НППН	ППН	НППН
80	20	62	38	51	49	52	48	52	48

Таблица 2. Объем выборки кодовых комбинаций для некоторых кодов
 Table 2. Sample size of code combinations for some codes

Код	Объем перестановок	Общее количество ОКО	Объем выборки ОКО ПППН	Машинное время составления КК
1	2	3	4	5
15,7,5	6435	3003	1512	150 с
15,5,7	3003	1001	616	70 с
23, 12, 7	1352078	705432	362880	900 с
18, 7, 7	31824	12376	6384	210 с

частоты возникновения производительных перестановок нумераторов (ППН) и непроизводительных перестановок нумераторов (НППН) для кодов с различной избыточностью. Более того, не рассматриваются возможности гибкого использования когнитивных карт в условиях их взаимоувязанности.

Целью статьи является исследование способов идентификации перестановок нумераторов символов кодовых векторов для их эффективного преобразования в системе перестановочного декодирования.

1. Общая классификация перестановок и их статистические свойства

Считается, что принципы перестановочного декодирования (ПД) избыточных кодов известны из источников [7–9]. Учитывая специфику практического использования БС, для исследования были выбраны короткие избыточные коды (7, 4) – код Хэмминга; два кода БЧХ (15, 5) и (15, 7); совершенный код Голея (23, 12) и его укороченный аналог (18, 7). С использованием специально разработанной программы методом прямого перебора всех возможных перестановок нумераторов для указанных кодов были получены достаточно неожиданные данные по процентному соотношению ПППН и НППН, которые приведены в таблице 1. Если для кода (7, 4) значение ПППН существенно превосходит показатель НППН, что важно с практической точки зрения, то для других кодов это

соотношение становится практически равным. Принципиально это означает, что в половине случаев процедура ПД оказывается под угрозой срыва, что недопустимо. Предлагается оценить закономерности записей априорных вычислений для КК, позволяющих снизить объем данных, вносимых в память процессора с указанием пути рационального преобразования перестановок типа НППН, и таким образом сделать более совершенной работу декодера на борту БС.

В количественном отношении общее число перестановок оценивается выражением $N = C_n^k$.

Общее количество перестановок, требующих записи в КК декодера, приведено в таблице 2. В комбинаторике циклические сдвиги перестановок объединяются в орбиты. Во главе орбиты находится образующая комбинация орбиты (ОКО). Это означает, что объем памяти КК может быть уменьшен в n раз, но в таком случае, занося в память только значение ОКО, приходится вводить процедуру поиска в орбите требуемой записи [8–13]. Это означает, что простой поиск данных в некотором числовом массиве будет заменен вычислительным процессом, требующим определенных энергетических затрат. Более того, из-за замкнутости цикла перестановок, формируемых ОКО, в общей орбите переставленных по циклу комбинаций оказываются перестановки, формат которых может совпадать с форматом ОКО. Это становится ясным из анализа состава двух орбит, представленных на рис. 1.

Код БЧХ (15, 5, 7)				
4	6	7	9	13
5	7	8	10	14
6	8	9	11	15
1	7	9	10	12
2	8	10	11	13
3	9	11	12	14
4	10	12	13	15
1	5	11	13	14
2	6	12	14	15
1	3	7	13	15
1	2	4	8	14
2	3	5	9	15
1	3	4	6	10
2	4	5	7	11
3	5	6	8	12
Повтор цикла. det ≠ 0				

Код БЧХ (15, 5, 7)				
1	3	6	7	11
2	4	7	8	12
3	5	8	9	13
4	6	9	10	14
5	7	10	11	15
1	6	8	11	12
2	7	9	12	13
3	8	10	13	14
4	9	11	14	15
1	5	10	12	15
1	2	6	11	13
2	3	7	12	14
3	4	8	13	15
1	4	5	9	14
2	5	6	10	15
Повтор цикла. det = 0				

Рис. 1. Пример структуры орбит для двоичных кодов
 Fig. 1. Example of orbit structure for binary codes

В данной ситуации абстрактная алгебра указывает на так называемые тривиальные орбиты (ТО), одна из которых становится образующей комбинацией сборной орбиты (СО). Признаком любой ОКО является наличие единицы в левом разряде перестановки. Для кода БЧХ (15, 5, 7) на рис. 1 приведены образцы двух СО. Для одной такой орбиты определитель перестановки, не равный нулю, дает производительную перестановку в отношении ЭК, в другом случае такой код получен быть не может (опредетитель перестановки равен нулю). Сравнение СО показывает, что у них много общего, но из-за показателей определителей они должны быть занесены в разные КК: в карты производительных и непроизводительных перестановок соответственно. Целесообразно показатель ОКО для СО определять как наибольшую разницу между нумератором, стоящим на первой позиции (старший разряд в записи слева), и нумератором, стоящим на k позиции (младший разряд в записи справа). Для кода (15, 7), как следует из рисунка 1, это будут комбинации 1 3 4 6 10 и 1 3 6 7 11 соответственно. Перестановки, которые в таблицах выделены серым, являются ОКО ТО. В ходе исследования было выделено несколько свойств орбит перестановок.

Свойство 1. Потенциально каждая ТО может иметь минимум одну перестановку, максимум $(n - k)$ различных перестановок. В последнем случае при известной ОКО поиск требуемой перестановки во времени может затянуться, если такая перестановка находится в конце списка.

новки во времени может затянуться, если такая перестановка находится в конце списка.

Свойство 2. Численным методом установлено, что в условиях, когда для ОКО СО определитель переставленной матрицы не равен нулю, то определи всех перестановок сборной орбиты также не равны нулю. В противном случае все определители сборной орбиты равны нулю.

Следствие: множество ППН и НПН не пересекаются. С практической точки зрения это означает, что для ускорения процедуры поиска окончательного решения – это решение может отыскиваться в КК ППН и КК НПН одновременно. Решение будет найдено только в одной карте.

Недостатком описанного подхода является проявление свойства 1. Для ускорения процесса поиска требуемого решения предлагается совершенно новая характеристика.

2. Понятие интервальных оценок в перестановках. Перестановки ППН

Рассмотрим последовательность нумераторов ОКО СО 1 3 4 6 10. Из рис. 1 (левая таблица) следует, что в ТО, к которой относится данная перестановка, для всех перестановок из состава этой орбиты будет одинаковый интервал между соседними нумераторами. Легко проверить, что для представленного примера это будет последовательность вида 2 1 2 4. Действительно, циклический сдвиг нумераторов по регистру сдвига не меняет расстояния между нумераторами.

Свойство 3. Интервальные оценки являются более информативными относительно свойств своей ТО, при этом оказываются на один байт меньше показателя перестановки.

Свойство 4. Если интервальная оценка не является орбитой ОКО СО, то другие $(k - 1)$ ОКО ТО в составе интервальной оценки имеют маркер, который указывает на шаги циклических изменений проверочной части порождающей матрицы в систематической форме. Образец проверочной матрицы хранится в специальной КК. Принцип преобразования представлен в таблице 3.

Заметно, что маркер отсутствует в левой колонке таблицы. Это является признаком ОКО СО. С практической точки зрения нет необходимости все матрицы держать в памяти когнитивной карты декодера. Матрицы с маркерами достаточно просто формируются за счет циклических сдвигов матрицы ОКО СО.

Таблица 3. Систематическое преобразование поверочной части порождающей матрицы ЭК в зависимости от содержания ОКО ТО с маркером 6
Table 3. Systematic transformation of the verification part of the generating matrix EC depending on the content of forming combination of a trivial orbit with marker 6

1 3 4 6 10	1 7 9 10 12	1 5 11 13 14	1 3 7 13 15	1 2 4 8 14
2 1 2 4	6 2 1 2	4 6 2 1	2 4 6 2	1 2 4 6
1010101101	1011101100	1111011010	1010011111	1011111000
0101111100	0110110101	1001011101	0111101101	1010011111
1101001111	1110001011	1010110110	1100101110	0111101101
1011110110	0111111010	0111110001	0101011011	1100101110
0110010111	1011010111	0100111111	1011111000	0101011011

Таблица 4. Структура разниц нумераторов ОКО частных орбит перестановки 1 4 6 8 9
Table 4. Structure of the differences between the numerators of the forming combination of private orbits of the permutation 1 4 6 8 9

Комбинация ОКО	Разница соседних интервалов
1 4 6 8 9	3 2 2 1
1 8 11 13 15	7 3 2 2
1 2 9 12 14	1 7 3 2
1 3 4 11 14	2 1 7 3
1 3 5 6 13	2 2 1 7

Свойство 5. Порождающие матрицы для ОКО ТО формируются на основе сведений о количестве ОКО, формируемых в рамках одной орбиты. Например, для ОКО СО будет сформировано всего пять ОКО. Следовательно, для ОКО ТО с показателем интервальных оценок 6 2 1 2 комбинации в исходной левой колонке должны быть сдвинуты по циклу на пять шагов. Поэтому комбинация 0110010111 преобразуется к виду 01100 10111, и для ОКО ТО с интервальными оценками 6 2 1 2 будет сформирован вектор 1011101100. Сказанное относится ко всем показателям ОКО.

Свойство 6. Внутри орбиты проверочные части порождающих матриц ЭК образуются каждый раз за счет перестановки правого столбца на позицию левого столбца формируемой новой матрицы новой перестановки.

Таким образом, матричные преобразования в системе ППН сводятся к циклическим преобразованиям некоторой исходной матрицы к требуемой матрице ЭК для конкретной перестановки.

3. Особенности обработки непроизводительных перестановок

Главной отличительной чертой НПН является вырожденность переставленных матриц нумераторов наиболее надежных символов принятых кодовых векторов. И если для кода Хэмминга (7, 4) число таких перестановок составляет всего 20 % от их общего числа, то для кодов (15, 5) и (15, 7) общее число непроизводительных перестановок возрастает до 50 %.

Это ставит под сомнение эффективность ПД по параметру ЭВК, поскольку процедура поиска результативной перестановки неоправданно затягивается по времени. Требуется оригинальное техническое решение для снижения уровня отрицательного эффекта в системе оптимальных по ЭВК кодов. В других отношениях поиск ОКО различного класса не отличается от алгоритмов выявления подобных орбит в системе производительных перестановок.

Переходя от перестановок к интервальным таблицам, можно заметить, что структура различий соседних значений нумераторов ничем не отличается от описанных выше применительно к множеству производительных перестановок и показана для одного из кодов в таблице 4. Это позволяет утверждать, что в реальном декодере в целях экономии времени анализа принятого кодового вектора целесообразно направлять данные одновременно и на вход карты ППН, и на вход карты НПН. Очевидным является свойство, которое указывает на отсутствие пересечений указанных множеств. Поэтому отклик должен быть либо на выходе карты ППН, либо на выходе карты НПН. Идентичность процедуры поиска для множества ППН и НПН указывает на целесообразность распараллеливания вычислительного процесса поиска альтернативного признака принадлежности перестановки к одному или другому множеству. В предыдущих работах эта процедура носила последовательный характер. На первом этапе оценивалась принадлежность принятой приемником перестановки к

Таблица 5. Структура нумераторов ОКО локальных орбит из состава НПН
 Table 5. Structure of forming combination numerators for local orbits from the unproductive permutations of numerators

Комбинация ОКО	Разница соседних интервалов	Запрещенные нумераторы
1 2 3 4 6	1 1 2 2	8 9 12
2 12 13 14 15	10 1 1 1	3 4 7
1 3 13 14 15	2 10 1 1	ВСЕ
1 2 4 14 15	1 2 10 1	6 7 10
1 2 3 5 15	1 1 2 10	7 8 11
<hr/>		
1 2 3 4 9	1 1 1 5	6 8 12
1 8 9 10 11	7 1 1 1	4 13 15
1 6 13 14 15	5 7 1 1	3 5 9
1 2 7 14 15	1 5 7 1	4 6 10
1 2 3 8 15	1 1 5 7	ВСЕ
<hr/>		
1 3 6 7 11	2 3 1 4	9 10
1 6 8 11 12	5 2 3 1	14 15
1 5 10 12 15	4 5 2 3	ВСЕ
1 2 6 11 13	1 4 5 2	4 5
1 4 5 9 14	3 1 4 5	7 8

числу произвольных, и при отрицательном исходе (следовательно, перестановка непроизводительная) оценивалась возможность коррекции такой перестановки за счет замены младшего разряда из группы информационных символов на старший разряд из группы нумераторов проверочных разрядов.

Описанный алгоритм удобен при использовании кода (7, 4), когда число производительных перестановок составляет 80 % от общего числа возможных перестановок. Для кодов БЧХ (15, 5) и (15, 7) эта пропорция изменяется в сторону увеличения числа непроизводительных перестановок и по этой причине становится невыгодной из-за соотношения ППН к НПН как 50 % к 50 %. При этом вероятность удачной замены символов остается относительно низкой, поскольку новая перестановка после замены символов может вновь оказаться из множества НПН.

По этой причине предлагается использовать более совершенный алгоритм когнитивного регулятора, когда в системе замены НПН появляются сведения о непродуктивных заменах. В этом случае таблица 3 преобразуется в таблицу 4.

Суть работы когнитивного регулятора в согласовании данных между когнитивными картами ППН и НПН заключается в более полном информационном обеспечении процедуры поиска ППН. Например, при использовании параллельной ра-

боты когнитивных карт регулятор обобщает результат такого поиска и принимает рациональное решение в процедуре поиска ЭК. Фрагмент не обработанной лексикографически карты НПН показан в таблице 5. Не упорядоченная карта в данном случае представлена для выявления групповых закономерностей свойств частных ОКО в системе ОКО СО. Это нерационально с практической точки зрения. Для организации процедуры рационального поиска данных в карте НПН глобальные и частные ОКО должны быть классифицированы лексикографически, что вытекает из семантических моделей традиционных поисковых систем.

Становятся ясны закономерности абстрактной алгебры применительно к множеству НПН, рассматриваемого совместно с закономерностями построения проверочной матрицы избыточного кода. При этом запрещенные нумераторы однозначно не являются продуктивными при попытке перевода перестановки из множества НПН в систему ППН.

Выявлены предпосылки к закономерности, при которой ни один из символов в составе проверочной матрицы не приводит к переводу перестановки, обозначенной термином **ВСЕ**, в систему ППН. Теоретического объяснения, обоснования этот факт на данном этапе исследований не нашел. Однозначно потребуются специальная програм-

Таблица 6. Параметры микропроцессоров, пригодных для формирования ПД
Table 6. Parameters of microprocessors suitable for generating permutation decoding

	ATmega168P	ATmega328P	ATmega32u4	ATmega2560	Atmel SAM3X8E
ПЗУ (EEPROM)	0,5 Кб	1 Кб	1 Кб	4 Кб	16 Кб
ОЗУ (SRAM)	1 Кб	2 Кб	2,5 Кб	8 Кб	96 Кб
Память программ (FLASH)	16 Кб	32 Кб	32 Кб	256 Кб	512 Кб
Частота ЦП	16 МГц	16 МГц	16 МГц	16 МГц	84 МГц
Потребление на 1 МГц в режиме active	0,3 мА	0,3 мА	0,8 мА	3–4,68 мА	1 мА
Размеры	7 мм × 7 мм	7 мм × 7 мм или 34 мм × 7 мм	10 мм × 10 мм или 7 мм × 7 мм	14 мм × 14 мм или 7 мм × 7 мм	20 мм × 20 мм или 10 мм × 10 мм

ма, которая позволит убедиться в закономерности этого явления или, напротив, в определенной исключительности.

Предварительно установлено, что такая замена обеспечивает положительный результат только при использовании двухбитовой или трехбитовой рекомбинации между информационными и проверочными разрядами. Поэтому требуется дальнейшее изучение закономерностей интервальных зависимостей для оценки запрещенных нумераторов по шкале ОКО СО. Кроме того, заметно, что для отдельных замен запрещенными являются три нумератора, а в одном случае таких запретов два.

Анализ таблицы 4 показывает, что запрещенное число значений нумераторов для разных ОКО из состава НПН различно, но все они имеют термин ВСЕ. Этот факт в теории кодирования вскрыт впервые и пока не нашел своего теоретического объяснения. Заметно, что запрещенные замены в системе НПН носят в зависимости от ОКО системный характер, который может быть использован для организации вычислительного процесса в случае критических значений по объему памяти когнитивных карт.

Вскрытые в ходе исследования закономерности перестановок в системе ПД позволяют упростить известные подходы к декодированию данных. В новых условиях декодер после выделения k надежных символов вычисляет интервальную разницу и формирует ОКО, которое одновременно направляет на входы когнитивной карты ПНП и НПН. Поскольку множества реализаций этих карт не пересекаются, то ответ может быть получен только на выходе одной из указанных карт. Если отвечает карта ПНП, то выявляется соответствующая проверочная матрица с учетом циклических

сдвигов основной матрицы. В противном случае корректируется последний столбец перестановки в группе информационных разрядов с учетом запрещенных нумераторов. Процесс продолжается в соответствии с классическим алгоритмом выявления вектора ошибок в системе ПД.

4. Оценка реализации перестановочного декодера в системе беспилотных средств

Для реализации перестановочного декодера, использующего взаимозависимые когнитивные карты, возможно применение микропроцессоров семейства Atmel. В таблице 6 показаны наиболее значимые для реализации декодера характеристики.

Приведенные микропроцессоры обладают высокой энергоэффективностью, что позволяет использовать их от автономного источника питания. Так, при использовании аккумулятора емкостью 5000 мАч и микропроцессора ATmega328P в активном режиме на максимальной частоте (16 МГц) теоретически может проработать свыше 1000 часов. На практике же полная схема обвязки микропроцессора с минимально необходимым набором вспомогательных элементов при активном режиме составляет 30–100 мА. При таком потреблении указанного выше аккумулятора схема может работать непрерывно порядка 166 часов. На практике разряд батареи будет осуществляться несколько иначе, поскольку разряд происходит нелинейно, но порядок будет примерно таким. Следовательно, реализация декодера на микропроцессорах Atmel успешно может быть реализована для систем, работающих от автономных источников питания.

Рис. 2. Геометрические размеры процессоров для реализации декодера
Fig. 2. Geometric dimensions of processors for decoder implementation

Как следует из рис. 2, размеры микропроцессоров не превышают 20 мм × 20 мм, что делает возможным их размещение практически на любой платформе.

Очевидно, что производительности энергоэффективных микропроцессоров, приведенных выше, недостаточно для вычисления необходимых матриц при реализации декодера БЧХ (15, 5) с достаточной скоростью для поддержания приемлемой скорости канала связи. В рамках данной работы вместо сложных матричных вычислений предлагается использовать список готовых решений – когнитивную карту процессора декодера. Минимальный объем памяти для хранения когнитивных карт может быть рассчитан достаточно просто. Например, объем когнитивной карты для кода БЧХ (15, 5) составляет около 28–30 Кб. Эти данные в процессе выполнения программы не изменяются, а потому могут быть размещены в памяти программы (FLASH) микропроцессора.

Однако кроме данных когнитивной карты необходимо учитывать дополнительные ресурсы памяти для основного алгоритма исполняемого кода (работа с массивами, алгебраические операции, чтение и запись данных). Также следует учитывать, что декодер прежде всего является частью приемника, а следовательно, программный код реализации декодера должен работать в одном рабочем цикле с программной реализацией протокола связи. Таким образом, минимально необходимая память микроконтроллера должна превышать объем когнитивной карты минимум в 2 раза (<60 Кб). Из приведенных в таблице 5 микропроцессоров таким объемом программной памяти обладают ATmega2560 и Atmel SAM3X8E.

Заключение

С точки зрения абстрактной алгебры в работе показаны ранее неизвестные свойства циклических перестановок замкнутого множества на-

туральных чисел, состоящего из n элементов, в котором при выделении произвольных $k < n$ элементов однозначно образуются k независимых орбит, начинающихся на наименьшее из выбранных n элементов.

Синтез указанного свойства с закономерностями построения групповых двоичных систематических кодов показывает, что при формировании орбит все множество возможных перестановок нумераторов кодовых векторов разбивается на два непересекающихся множества. Каждое из этих множеств в отдельности отражает свойство вырожденности (или напротив) порождающих пере-

ставленных матриц, что означает невозможность (или возможность) формирования ЭК.

Показана возможность быстрой коррекции вырожденных матриц за счет заранее вычисленных альтернативных решений в перестановках. За счет свойства непересекающихся множеств орбит показана возможность распараллеливания процесса идентификации конкретной перестановки относительно принадлежности тому или другому множеству. Процесс поиска решения для двух множеств может решаться одновременно.

Предложено семейство микроконтроллеров для реализации принципов ПД с системой альтернативных решений.

Список литературы

1. Гладких А.А. Перестановочное декодирование как инструмент повышения энергетической эффективности систем обмена данными // Электросвязь. 2017. № 8. С. 52–56.
2. Гладких А.А., Овинников А.А., Тамразян Г.М. Математическая модель когнитивного перестановочного декодера // Цифровая обработка сигналов. 2019. № 1. С. 14–19.
3. Coding methods and permutation decoding in the systems for network processing of data / A.A. Gladkikh [et al.] // International Journal of Control and Automation. 2020. Vol. 13, no. 1. P. 93–110. URL: <http://sersec.org/journals/index.php/IJCA/article/view/5087>
4. Чилихин Н.Ю., Карпухина Е.К., Горюнов А.О. Разработка и интеграция адаптивного SCL декодера в аппаратную платформу FPGA Xilinx Artix-7 XC7A100T // Инфокоммуникационные технологии. 2021. Т. 19, № 3. С. 357–365. DOI: <https://doi.org/10.18469/ikt.2021.19.3.13>
5. Питерсон У., Уэлден Э. Коды, исправляющие ошибки. М.: Мир, 1976. 594 с.
6. Мишин Д.В., Тяжев А.И. Описание цифровых систем различными схемами построения // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2022. Т. 25, № 2. С. 60–66. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.2.60-66>
7. Morelos-Zaragoza R. The Art of Error Correcting Coding. Hoboken: John Wiley & Sons, 2006. 320 p.
8. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. М.: Вильямс, 2003. 1104 с.
9. Гладких А.А., Наместников С.М., Пчелин Н.А. Эффективное перестановочное декодирование двоичных блоковых избыточных кодов // Автоматизация процессов управления. 2017. № 1 (47). С. 67–74.
10. Свойства циклических структур в системе перестановочного декодирования избыточных кодов / Н.Ю. Бабанов [и др.] // Автоматизация процессов управления. 2020. № 2 (60). С. 82–89. DOI: <https://doi.org/10.35752/1991-2927-2020-2-60-101-108>
11. Оценка эффективности защиты данных от ошибок на базе байесовского вывода в системе итеративных преобразований / А.А. Гладких [и др.] // Автоматизация процессов управления. 2022. № 4 (70). С. 120–130. DOI: https://doi.org/10.35752/1991-2927_2022_4_70_120
12. Оценка критериев эффективности защиты данных от ошибок на базе перестановочного декодирования / А.В. Новоселов [и др.] // Автоматизация процессов управления. 2022. № 3 (69). С. 27–34. DOI: https://doi.org/10.35752/1991-2927_2022_3_69_27
13. Оценка статистических характеристик перестановочного декодера методом его программной реализации / А.Л.Х. Аттаби [и др.] // Автоматизация процессов управления. 2023. № 2 (72). С. 91–98. DOI: https://doi.org/10.35752/1991-2927_2023_2_72_91

Информация об авторах

Мишин Дмитрий Викторович, доктор технических наук, профессор кафедры радиотехнических систем Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия.

Область научных интересов: проблемы передачи дискретных сообщений по многолучевым каналам со сложной помеховой обстановкой, вопросы анализа и синтеза эффективных алгоритмов цифровой обработки сигналов, теория кодирования.

E-mail: d.mishin@psuti.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2572-5254>

SPIN-код (eLibrary): 6134-1535

AuthorID (eLibrary): 228334

ResearcherID (WoS): AAQ-9371-2021

Гладких Анатолий Афанасьевич, доктор технических наук, профессор кафедры радиотехники, телекоммуникаций и защиты информации Ульяновского государственного технического университета, г. Ульяновск, Россия.

Область научных интересов: теория кодирования, вопросы анализа и синтеза эффективных алгоритмов цифровой обработки сигналов.

E-mail: a_gladkikh@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0466-9102>

SPIN-code (eLibrary): 8777-8766
AuthorID (eLibrary): 574659
ResearcherID (WoS): AAI-6402-2021

Кутузов Владислав Игоревич, инженер по кибербезопасности ООО «АйТиИ Экспо Интернешнл», аспирант кафедры радиотехники, телекоммуникаций и защиты информации Ульяновского государственного технического университета, г. Ульяновск, Россия.

Область научных интересов: теория кодирования.
E-mail: kutuzovvladislav@mail.ru
ORCID: <https://orcid.org/0009-0003-9925-5889>
SPIN-code (eLibrary): 6554-5574
AuthorID (eLibrary): 1163712

Аттаби Акил Латиф Худайр, аспирант кафедры радиотехники, телекоммуникаций и защиты информации Ульяновского государственного технического университета, г. Ульяновск, Россия.

Область научных интересов: теория кодирования.
E-mail: aqeel.attaby@gmail.com
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0836-9254>
ResearcherID (WoS): M-2526-2017

Physics of Wave Processes and Radio Systems 2024, vol. 27, no. 1, pp. 103–112

DOI 10.18469/1810-3189.2024.27.1.103-112
UDC 621.391
Original Research

Received 22 November 2023
Accepted 25 December 2023
Published 29 March 2024

Research of cognitive data processing in radio communication systems with permutation decoding

Dmitry V. Mishin¹ , Anatoly A. Gladkikh² ,
Vladislav I. Kutuzov² , Aqeel Latif Khudair Attaby²

¹ Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics
23, L. Tolstoy Street,
Samara, 443010, Russia
² Ulyanovsk State Technical University
32, Severny Venets Street,
Ulyanovsk, 432027, Russia

Abstract – Background. The need to use permutation decoding tools in radio communication systems is explained by the increased error correction capabilities of this method. In this case, complex matrix calculations during the search for equivalent codes according to the classical scheme of permutation decoding are replaced by a list of ready-made solutions. These solutions are calculated a priori and entered into the cognitive cards of the decoder processor, which makes the method a convenient tool in the procedure for ensuring information reliability when controlling, for example, unmanned vehicles via radio channels. In fact, matrix calculations on board are replaced by searching the list of cognitive maps for the right solution corresponding in real time to the current permutation of reliable character numerators. However, data processing in the decoder's cognitive map requires a special description. **Aim.** The study of methods for identifying permutations of character numerators of code vectors in order to effectively transform them in a system of cognitive maps of a permutation decoder. **Methods.** The paper reveals the subtle structure of cognitive maps of productive and unproductive permutations of numerators, which allows on a regular basis to obtain an alternative solution for switching to a set of productive permutations when the receiver receives an unproductive permutation, thereby excluding the use of trial and error. **Results.** The efficiency of the permutation decoder increases due to the implementation of permutations that were originally included in a set of solutions introduced into the cognitive map of unproductive permutations. **Conclusion.** A family of microcontrollers is proposed to implement the principle of interaction of cognitive maps with a system of alternative solutions.

Keywords – permutation decoding; equivalent code; performance permutation; non-performance permutation; interval vector.

✉ a_gladkikh@mail.ru (Anatoly A. Gladkikh)

© Dmitry V. Mishin et al., 2024

References

1. A. A. Gladkikh, "Permutation decoding as a tool for increasing the energy efficiency of data exchange systems," *Elektrosvyaz*, no. 8, pp. 52–56, 2017. (In Russ.)
2. A. A. Gladkikh, A. A. Ovinnikov, and G. M. Tamrazyan, "Mathematical model of a cognitive permutation decoder," *Tsifrovaya obrabotka signalov*, no. 1, pp. 14–19, 2019. (In Russ.)

3. A. A. Gladkikh et al., "Coding methods and permutation decoding in the systems for network processing of data," *International Journal of Control and Automation*, vol. 13, no. 1, pp. 93–110, 2020, url: <http://serc.org/journals/index.php/IJCA/article/view/5087>.
4. N. Yu. Chilikhin, E. K. Karpukhina, and A. O. Goryunov, "Development and integration of an adaptive SCL decoder into the Xilinx Artix-7 XC7A100T FPGA hardware platform," *Infokommunikacionnye tehnologii*, vol. 19, no. 3, pp. 357–365, 2021, doi: <https://doi.org/10.18469/ikt.2021.19.3.13>. (In Russ.)
5. U. Piterson and E. Uelden, *Error Correcting Codes*. Moscow: Mir, 1976. (In Russ.)
6. D. V. Mishin and A. I. Tyazhev, "Description of digital systems by various construction schemes," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 25, no. 2, pp. 60–66, 2022, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.2.60-66>. (In Russ.)
7. R. Morelos-Zaragoza, *The Art of Error Correcting Coding*. Hoboken: John Wiley & Sons, 2006.
8. B. Silyar, *Digital Communication. Theoretical Foundations and Practical Application*. Moscow: Vil'yams, 2003. (In Russ.)
9. A. A. Gladkikh, S. M. Namestnikov, and N. A. Pchelin, "Efficient permutation decoding of binary block redundancy codes," *Avtomatizatsiya protsessov upravleniya*, no. 1 (47), pp. 67–74, 2017. (In Russ.)
10. N. Yu. Babanov et al., "Properties of cyclic structures in a system of permutational decoding of redundant codes," *Avtomatizatsiya protsessov upravleniya*, no. 2 (60), pp. 82–89, 2020, doi: <https://doi.org/10.35752/1991-2927-2020-2-60-101-108>. (In Russ.)
11. A. A. Gladkikh et al., "Evaluation of the effectiveness of data protection from errors based on Bayesian inference in a system of iterative transformations," *Avtomatizatsiya protsessov upravleniya*, no. 4 (70), pp. 120–130, 2022, doi: https://doi.org/10.35752/1991-2927_2022_4_70_120. (In Russ.)
12. A. V. Novoselov et al., "Evaluation of criteria for the effectiveness of data protection from errors based on permutation decoding," *Avtomatizatsiya protsessov upravleniya*, no. 3 (69), pp. 27–34, 2022, doi: https://doi.org/10.35752/1991-2927_2022_3_69_27. (In Russ.)
13. A. L. Kh. Attabi et al., "Estimation of statistical characteristics of a permutation decoder using its software implementation method," *Avtomatizatsiya protsessov upravleniya*, no. 2 (72), pp. 91–98, 2023, doi: https://doi.org/10.35752/1991-2927_2023_2_72_91. (In Russ.)

Information about the Authors

Dmitry V. Mishin, Doctor of Technical Sciences, professor of the Department of Radio Engineering Systems, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia.

Research interests: problems of transmitting discrete messages over multipath channels with complex interference conditions, issues of analysis and synthesis of effective algorithms for digital signal processing, coding theory.

E-mail: d.mishin@psuti.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2572-5254>

SPIN-код (eLibrary): 6134-1535

AuthorID (eLibrary): 228334

ResearcherID (WoS): AAQ-9371-2021

Anatoly A. Gladkikh, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Radio Engineering, Telecommunications and Information Security, Ulyanovsk State Technical University, Ulyanovsk, Russia.

Research interests: coding theory, issues of analysis and synthesis of effective algorithms for digital signal processing.

E-mail: a_gladkikh@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0466-9102>

SPIN-code (eLibrary): 8777-8766

AuthorID (eLibrary): 574659

ResearcherID (WoS): AAI-6402-2021

Vladislav I. Kutuzov, engineer at ITE Expo International LLC, postgraduate student of the Department of Radio Engineering, Telecommunications and Information Security, Ulyanovsk State Technical University, Ulyanovsk, Russia.

Research interests: coding theory, wireless sensor networks, IoT.

E-mail: kutuzovvladislav@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0009-0003-9925-5889>

SPIN-code (eLibrary): 6554-5574

AuthorID (eLibrary): 1163712

Aqeel Latif Khudair Attaby, postgraduate student of the Department of Radio Engineering, Telecommunications and Information Security, Ulyanovsk State Technical University, Ulyanovsk, Russia.

Research interests: coding theory.

E-mail: aqeel.attaby@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0836-9254>

ResearcherID (WoS): M-2526-2017

К сведению авторов

В журнале «Физика волновых процессов и радиотехнические системы» могут быть опубликованы материалы, касающиеся оригинальных исследований и разработок, не публиковавшиеся ранее и не предназначенные для публикации в других изданиях. В зависимости от характера представляемых работ они классифицируются по следующим разделам: общая теория волновых процессов, математические методы в теории волновых процессов, вопросы анализа и синтеза радиотехнических устройств и систем, передача и обработка информации в радиотехнических системах, электродинамика и техника СВЧ и КВЧ, антенно-фидерные системы и распространение радиоволн, теория средств функциональной электроники, нелинейная электродинамика и хаос в радиотехнических системах, экологические и медико-биологические аспекты теории волновых процессов.

Все статьи проходят рецензирование и проверку в программе «Антиплагиат».

Статья оформляется в соответствии с правилами, размещенными на сайте <https://journals.ssau.ru/pwp/about/submissions>. Рекомендуем создавать рукопись в предоставленном шаблоне.

Рукопись направляется в редакцию в формате Microsoft Word (иметь расширение *.doc, *.docx, *.rtf). Объем полного текста, в том числе таблицы и список литературы, не должен превышать 6000 слов и включать не более 10-ти рисунков.

Текст статьи должен содержать УДК; тип статьи (оригинальное исследование или научный обзор); дату поступления (указывается дата отправки статьи в редакцию); автора, ответственного за переписку; название статьи; авторов; учреждения; аннотацию по структуре IMRAD, т. е. содержать обоснование (background), цель (aim), методы (methods), результаты (results), заключение (conclusion); ключевые слова; список литературы; краткие творческо-биографические справки (указываются ФИО полностью для русской версии и ФИО в формате Ivan I. Ivanov для английской, ученая степень, ученое звание, должность, место работы (включая город и страну), биографическая справка при желании, область научных интересов, e-mail, ORCID при наличии). Перечисленные элементы статьи должны быть обязательно приведены на английском языке.

Содержимое статьи должно быть структурированным по разделам, т. е. содержать «Введение», «1. Первый раздел», «2. Второй раздел» и т. д., «Заключение».

Все формулы, переменные, константы, а также размерности величин, содержащие надстрочные и(или) подстрочные символы, в том числе и в рисунках, должны быть набраны в редакторе формул MathType. Длина не должна превышать 75 мм при шрифте в 10 пт. Не допускается набор формул в текстовом виде без использования указанного редактора. Следующие за формулами знаки препинания предпочтительнее вносить непосредственно в формулы. Рукопись должна содержать лишь самые необходимые (оригинальные) конечные формулы, без промежуточных математических преобразований и выводов. Номера необходимо присваивать только тем формулам, на которые есть ссылки в тексте статьи.

Нумерация формул проставляется в круглых скобках (1), диапазон формул с использованием среднего тире без пробелов (1)–(3). Формула и номер выносятся на отдельную строку и разделяются горизонтальной табуляцией.

Ссылки на использованные источники обозначаются квадратными скобками [1], диапазон – через точку с запятой для двух источников [2; 3] и средним тире без пробелов внутри скобок для большего количества [1–3], перечисление – через точку с запятой [1; 3; 5], указание на конкретную страницу – через запятую после числового обозначения [1, с. 25].

Ссылки на рисунки в тексте обязательны и должны иметь сокращение «рис. 1». Буквенные обозначения выполняются курсивом, перед буквой необходимо поставить запятую (рис. 1, *a*). Можно указывать диапазоны с помощью среднего тире (рис. 1–3, рис. 2, *a–в*, рис. 2, *г–е*);

Рисунки следует представлять только в виде файлов графических форматов CDR, VSD, WMF или EPS (векторная графика). Формат CDR предпочтительней. Текст на рисунках печатается шрифтом Times New Roman (размер 8 или 10 пт). В случае большой сложности рисунков допускается представление в виде графических форматов JPEG (с минимальным сжатием) и Windows Bitmap (растровая графика). Все рисунки должны быть приложены в виде отдельных графических файлов (для растровой графики разрешение 600 dpi). Рисунки должны иметь подрисуночные подписи. Они обозначаются словом «Рис.» и номером рисунка, после которого ставится точка

(Рис. 1. График ..., Рис. 2. Зависимость ... и т. д.). Для англоязычных подписей используется сокращение «Fig.». При наличии в статье только одного рисунка число 1 ставить не нужно.

Список литературы должен быть набран с соблюдением «ГОСТ Р 7.0.5-2008 Библиографическая ссылка. Общие требования и правила составления» для русскоязычного списка (<https://protect.gost.ru/document.aspx?control=7&id=173511>) и по стандарту «IEEE» для англоязычного списка (pdf-документ IEEE Reference Guide на странице <https://journals.ieeeauthorcenter.ieee.org/create-your-ieee-journal-article/create-the-text-of-your-article/ieee-editorial-style-manual/>).

При наличии DOI или URL у источника их упоминание является обязательным. Необходимо предоставлять полный формат DOI, включающий доменное имя (например, <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.2.9-17>).

– Статьи должны присылаться с указанием авторов, заголовка статьи (перевод для References), полного названия журнала (транслитерация для русскоязычных названий в References), года, тома, номера или выпуска, страниц. Все выходные данные разделяются точками за исключением тома и номера, между которыми ставится запятая (например, Т. 31, № 7). В качестве разделителя между страницами используется среднее тире без пробелов, например, 67–78:

RU: Житнюк В.С., Мелков Г.А., Соловьев Д.А. Исследование включения полупроводникового диода в диэлектрический резонатор // Известия вузов. Радиоэлектроника. 1998. Т. 31, № 7. С. 76–79.

EN: V. S. Zhitnyuk, G. A. Melkov, and D. A. Solov'ev, "Study of the inclusion of a semiconductor diode in a dielectric resonator," *Izvestiya vuzov. Radioelektronika*, vol. 31, no. 7, pp. 76–79, 1998. (In Russ.)

– Книги должны быть с указанием авторов, названия, места издания, названия издателя, года, количества страниц. Если авторов трое, то они указываются в начале библиографического описания (Иванов В.П., Архатов З.И., Пономарев С.С. Исследования...); если авторов больше трех, то сначала идет название книги или статьи, а затем через косую фамилия первого автора и слова «и др.» в квадратных скобках, т. е. Исследования... / С.С. Иванов [и др.]. Место издания содержит полное название за исключением Москвы, Нижнего Новгорода и Санкт-Петербурга, которые записываются как М., Н.Новгород и СПб. соответственно. В References место издания указывается полностью:

RU: Марков Г.Т., Петров Б.М., Грудинская Г.П. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Сов. радио, 1979. 374 с.

EN: G. T. Markov, B. M. Petrov, and G. P. Grudinskaya, *Electrodynamics and Propagation of Radio Waves*. Moscow: Sov. Radio, 1979. (In Russ.)

RU: *Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-Isotropic Media* / I.V. Lindell [et al.]. London: Artech House, 1994. 291 p.

EN: I. V. Lindell et al., *Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-Isotropic Media*. London: Artech House, 1994.

– Патенты должны присылаться с указанием авторов, названия, номера патента, даты опубликования:

RU: Патент RU 2402812 C1. Мультичастотная радиометка резонансного типа / В.А. Неганов, А.М. Плотников, К. Сеоно; 27.10.2010.

EN: V. A. Neganov, A. M. Plotnikov, and K. Seono "Multi-frequency rfid-tag of resonant type," RU Patent RU 2 402 812 C1, Dec. 27, 2010. (In Russ.)

Материалы, сопровождаемые актом экспертизы о возможности опубликования, сопроводительным письмом (составленное в свободной форме и подписанное всеми авторами) и согласием на обработку и публикацию персональных данных каждого соавтора, представляются в редакцию через форму на сайте журнала или на e-mail: klyuevd@yandex.ru.

Рукописи, в которых не соблюдены данные правила, возвращаются авторам без рассмотрения.

Редакция не ставит в известность авторов об изменениях и сокращениях рукописи, имеющих редакционный характер и не затрагивающих принципиальных вопросов.

Полные требования к оформлению статьи и шаблон
можно найти на сайте <https://journals.ssau.ru/pwp/about/submissions>