

УДК 532.5

НЕЛИНЕЙНЫЕ РЕЖИМЫ ЭЛЕКТРОКОНВЕКЦИИ СЛАБОПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТИ В НЕВЕСОМОСТИ ПРИ НИЗКИХ ЧАСТОТАХ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

© 2024 г. В. А. Ильин

Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь, Россия

E-mail: ilin1@psu.ru

Поступила в редакцию 06.08.2023 г.

После доработки 17. 10.2023 г.

Принята к публикации 14.12.2023 г.

Изучена электротермическая конвекция слабопроводящей жидкости в переменном электрическом поле горизонтального конденсатора. В рамках электрокондуктивного механизма зарядообразования на основе пятимодовой модели исследованы нелинейные режимы электроконвекции в невесомости при низких частотах электрического поля. Обнаружены гистерезисные переходы между двумя разными синхронными и субгармоническим режимами. Переходы к хаосу происходят либо через перемежаемость, либо через субгармонический каскад.

Ключевые слова: электроконвекция, слабопроводящая жидкость, хаос

DOI: 10.31857/S1024708424020025 EDN: RJREIW

Электрическое поле может сильно влиять на конвективные движения слабопроводящих жидкостей [1]. В электрическом поле в жидкости могут происходить различные процессы и движения [2]. С практической точки зрения знание законов действия электрического поля на конвективные течения актуально в связи с проблемой эффективного управления конвекцией, тепло- и массопереносом в различных технологических ситуациях, в том числе, в электрогидродинамических насосах и немеханических переключателях [3, 4].

Существует несколько механизмов электроконвекции в диэлектрических жидкостях [2, 5]. Влияние на электроконвекцию диэлектрофоретического механизма неустойчивости, вызванного зависимостью диэлектрической проницаемости от температуры в идеальных диэлектриках, исследовано в [6]. Действие инжекционного механизма неустойчивости на электроконвекцию слабопроводящих жидкостей рассмотрено в [7]. В переменных электрических полях горизонтального конденсатора при участии электрокондуктивного механизма зарядообразования в слабопроводящих жидкостях исследована электроконвективная неустойчивость [8], а электроконвекция и различные нелинейные режимы движения изучены в работах [9, 10].

В работе [9] рассмотрено влияние на электроконвекцию переменного электрического поля средних частот. В работах [9, 10] наблюдались различные синхронные, квазипериодические и хаотические нелинейные режимы движения. Исследование хаоса в различных системах является актуальной задачей [11, 12]. Синхронное движение, ламинарное поведение и перемежаемость, которые встретились в настоящей работе, были объектами исследования в других работах, например в [13, 14].

В настоящей работе в продолжение работы [9] проведено исследование влияния переменного электрического поля низкой частоты на электроконвекцию слабопроводящей жидкости, находящейся в подогреваемом горизонтальном конденсаторе в невесомости. Главное отличие результатов в настоящей работе от результатов работы [9] заключается в том, что при низких частотах обнаружена конкуренция трех режимов (двух разных синхронных и одного субгармонического режимов), чего в работе [9] ранее не наблюдалось.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим плоский горизонтальный слой вязкой несжимаемой слабопроводящей жидкости, находящейся в постоянном вертикальном электрическом поле E и поле тяжести g . Ось x направлена вдоль нижней границы слоя, ось z — перпендикулярно границам слоя. Идеально тепло- и электропроводные пластины

конденсатора расположены при $z = 0, h$ (h – толщина слоя) и нагреты до разной температуры: $T(0) = Q$, $T(h) = 0$.

Здесь T – температура, отчитываемая от некоторого среднего значения. Потенциал поля верхней границы равен нулю: $\varphi(h) = 0$, потенциал нижней границы меняется гармонически со временем t с частотой ω : $\varphi(0) = U \cos \omega t$. При рассмотрении электрокондуктивного механизма зарядообразования в слабопроводящей жидкости считается, что электропроводность жидкости линейно зависит от температуры.

Электроконвекцию слабопроводящей жидкости описывают уравнение Навье–Стокса, уравнение переноса тепла и закон сохранения электрического заряда в соответствующих приближениях. В статье [9] приведен вывод из этих уравнений системы уравнений электроконвекции слабопроводящей жидкости в безразмерном виде в безындукционном приближении в случае мгновенной релаксации заряда. Эта система имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \Delta \psi + \frac{1}{\text{Pr}} \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial z} \Delta \psi - \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial}{\partial x} \Delta \psi \right) &= \text{Ra}_\sigma \frac{\partial \rho_e}{\partial x} \cos \omega t + \text{Ra} \frac{\partial \vartheta}{\partial x} + \Delta^2 \psi, \\ \text{Pr} \frac{\partial \vartheta}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \vartheta}{\partial z} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial \vartheta}{\partial x} &= \Delta \vartheta + \frac{\partial \psi}{\partial x}, \\ \rho_e + \frac{\partial \vartheta}{\partial z} \cos \omega t &= 0, \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \end{aligned} \quad (1.1)$$

где ψ , ϑ , ρ_e – поля функции тока, температуры и плотности заряда; Δ – двумерный оператор Лапласа. Система уравнений (1.1) содержит безразмерные параметры: тепловое число Рэлея Ra , электрическое число Рэлея Ra_σ , число Прандтля Pr :

$$\text{Ra} = \frac{\rho g \beta \Theta h^3}{\eta \chi}, \quad \text{Ra}_\sigma = \frac{\varepsilon U^2 \beta_\sigma \Theta}{\eta \chi}, \quad \text{Pr} = \frac{\eta}{\chi \rho}.$$

Здесь ρ , ε , η , χ , β , β_σ – соответственно плотность, диэлектрическая проницаемость, динамическая вязкость, коэффициенты температуропроводности, теплового расширения жидкости и зависимости проводимости от температуры.

В задаче рассматриваются свободные граничные условия. В целом они имеют следующий вид:

$$z = 0, 1: \quad \psi = \psi'' = \vartheta = 0.$$

Здесь штрихом обозначена производная по z .

Ранее в работе [9] в аналогичной постановке задачи переменное поле в случае низких частот рассмотрено не было.

МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРОКОНВЕКЦИИ

Для решения системы уравнений (1.1) будем использовать метод Галеркина, применяя следующие аппроксимации полей функции тока ψ и температуры ϑ , удовлетворяющие граничным условиям и плотности заряда ρ_e [9]:

$$\begin{aligned} \psi &= (A_1(t) \sin \pi z + A_2(t) \sin 2\pi z) \sin \pi k x, \\ \vartheta &= (B_1(t) \sin \pi z + B_2(t) \sin 2\pi z) \cos \pi k x + C(t) \sin 2\pi z, \\ \rho_e &= [D_1(t) \cos \pi z + D_2(t) \cos 2\pi z] \cos \pi k x + E(t) \cos 2\pi z, \end{aligned} \quad (2.1)$$

где k – волновое число, характеризующее периодичность возмущений в плоскости слоя; $A_1, A_2, B_1, B_2, D_1, D_2, E, C$ – амплитуды, характеризующие различные пространственные моды. В разложениях (2.1) присутствуют слагаемые с разной четностью по z . Это связано с тем, что в уравнении для эволюции возмущений заряда присутствует слагаемое, содержащее первую производную по z , которое обуславливает перераспределение энергии между модами различной четности. Проведена процедура ортогонализации и перемасштабирования переменных задачи:

$$t \rightarrow \frac{\text{Pr}}{\pi^2(1+k^2)}t, \quad A_1 \rightarrow \frac{\sqrt{2}(1+k^2)}{k}X, \quad A_2 \rightarrow \frac{\sqrt{2}(1+k^2)}{k}V, \quad B_1 \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{\pi}Y, \quad B_2 \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{\pi}W, \quad C \rightarrow \frac{Z}{\pi}.$$

В результате получена пятимодовая модель электроконвекции слабопроводящей жидкости [9], где точка над переменными обозначает производную по времени, а $\omega = 2\pi\nu$:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= \text{Pr}(-X + rY + eW \cos^2 2\pi\nu t), \quad \dot{Y} = -Y + X + XZ, \quad \dot{Z} = -bZ - XY, \\ \dot{V} &= \text{Pr}[-dV + (rW - eY \cos^2 2\pi\nu t)/d], \quad \dot{W} = -dW + V, \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$r = \frac{\text{Ra}}{\text{Ra}_0}, \quad e = \frac{\text{Ra}_\sigma}{\text{Ra}_{\sigma 0}}, \quad \text{Ra}_0 = \frac{\pi^4(1+k^2)^3}{k^2}, \quad \text{Ra}_{\sigma 0} = \frac{3\pi^4(1+k^2)^3}{8k^2}, \quad b = \frac{4}{1+k^2}, \quad d = \frac{4+k^2}{1+k^2}.$$

Здесь X, Y, Z, V, W – масштабированные заново амплитуды, характеризующие различные пространственные моды функции тока и температуры, а для амплитуд плотности заряда получаются алгебраические соотношения, выражающиеся через амплитуды температуры; r, e – нормированные тепловое и электрическое числа Рэлея; b, d – геометрические параметры, зависящие от волнового числа. Динамическая система (2.2) является обобщением маломодовой модели Лоренца [11, 15].

НЕЛИНЕЙНЫЕ РЕЖИМЫ ЭЛЕКТРОКОНВЕКЦИИ

Параметры жидкости при исследовании случая невесомости ($r = 0$) выбраны следующие [9]: $\text{Pr} = 100$; $k = 0.962$, $b = 2.077$, $d = 2.56$. Система уравнений решалась методом Рунге–Кутты–Мерсона с одинаковыми начальными условиями или методом продолжения по параметру для различных значений e и ν . Исследование проведено для низких частот электрического поля.

Полученные в результате интегрирования зависимости амплитуд от времени анализировались с помощью быстрого преобразования Фурье, и определялся спектральный состав отклика системы на электрическое поле. Интенсивность теплопереноса через слой характеризуется числом Нуссельта Nu – средним по времени значением безразмерного теплового потока, приходящегося на единицу горизонтальной границы слоя.

Рассмотрим вычисления с одинаковыми начальными условиями при частоте электрического поля $\nu = 0.05$. Ниже критического значения электрического числа жидкость находится в равновесии, при $e = 67.81$ возникает конвекция и устанавливается периодический режим движения жидкости (рис. 1). Все частоты Фурье-спектра этих колебаний являются комбинацией внешней частоты и обобщаются формулой $(2n+1)\nu$, где n – целое число. То есть в спектре содержится частота внешнего поля и ее нечетные гармоники. Это синхронные колебания 1-го типа.

С ростом электрического числа амплитуда синхронного режима растет, затем он исчезает и устанавливается равновесие. При $e = 69.38$ возникает синхронный режим 2-го типа, в его спектре содержатся четные гармоники внешней частоты: $2n\nu$. Затем в некотором интервале параметров существует периодический режим, в спектре которого присутствует частота, равная половине внешней частоты, и ее нечетные гармоники – это субгармонический режим. Вычисления с одинаковыми начальными условиями показали, что этот режим переходит в синхронный режим 2.

При дальнейшем увеличении параметра e для синхронного режима 2 происходит бифуркация удвоения периода – в спектре рождается частота в два раза меньше основной, затем последовательно происходят удвоения периода до тех пор, пока не возникнет хаотический режим колебаний жидкости со сплошным спектром Фурье.

Первые четыре значения электрического параметра e , при которых происходит удвоение периода, равны соответственно: $e_1 = 69.7729$, $e_2 = 69.8422$, $e_3 = 69.8567$ и $e_4 = 69.8599$. Постоянная Фейгенбаума [11, 15], вычисленная по первым трем этим значениям, получилась равной: $\delta = 4.7793$; вычисления по следующим трем значениям дали результат: $\delta = 4.5123$. В этом случае реализуется сценарий перехода к хаосу через последовательность бифуркаций удвоения периода – сценарий Фейгенбаума [11, 15]. Переход к хаосу происходит при $e = 69.87$.

После расчетов методом продолжения по параметру было обнаружено более сложное поведение. Между тремя разными режимами поведения жидкости были обнаружены гистерезисные переходы. Эти гистерезисы

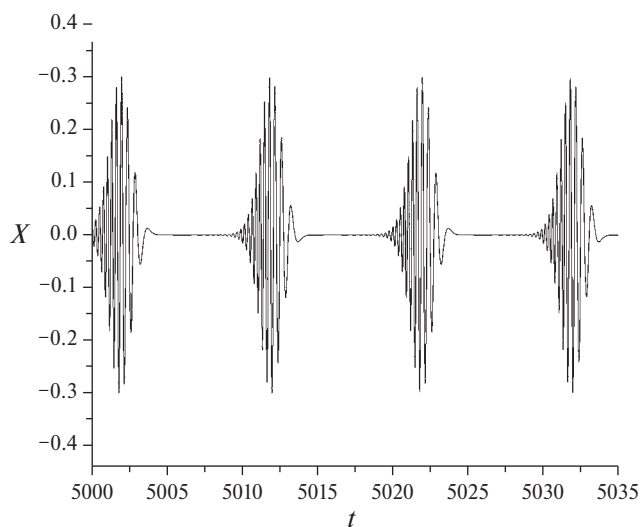


Рис. 1. Зависимость X от времени при $e = 67.81$.

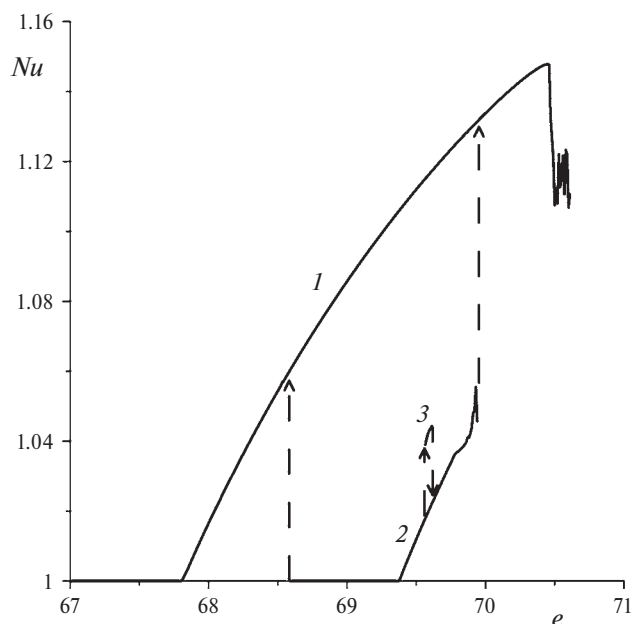


Рис. 2. Зависимость числа Нуссельта от электрического числа Рэлея: 1 – синхронный режим первого типа, 2 – синхронный режим второго типа, 3 – субгармонический режим; толстые кривые – режимы, штриховые – переход между режимами.

видны на графике зависимости безразмерного теплопотока (числа Нуссельта) от нормированного электрического числа Рэлея (рис. 2). Оказалось, что синхронный режим 1 продолжает существовать при больших значениях параметра e . При $e = 70.47$ он переходит к хаосу через перемежаемость [11, 15].

В интервале значений электрического числа от 67.81 до 68.58 существует только режим 1, от 68.59 до 69.37 конкурируют режим 1 и равновесие, от 69.38 до 69.56 сосуществуют режимы 1 и 2. В интервале от 69.57 до 69.61 конкурируют три режима: два синхронных (режимы 1 и 2) и один субгармонический (режим 3). Переход к хаосу в режиме 3 (субгармоническом) происходит при $e = 69.607$ по сценарию Фейгенбаума (постоянная Фейгенбаума получилась равной: $\delta = 5$). В интервале параметров от 69.62 до 69.94 конкурируют синхронные режимы 1 и 2. При 69.95 режим 2 переходит в режим 1.

Полученные течения и обнаруженные переходы между тремя режимами (двумя синхронными и одним субгармоническим) являются новыми. В данной работе переходы к хаосу происходят либо через перемежаемость, либо через субгармонический каскад, а в работе [9] при среднечастотных колебаниях эти переходы происходили через квазипериодичность или перемежаемость.

Как известно, модельные свободные границы в задаче Релея–Бенара [15] позволяют в упрощенной постановке изучить устойчивость течений жидкости в горизонтальном слое. При этом качественное поведение жидкости по сравнению с твердыми границами сохраняется, понижаются лишь пороги переходов между режимами. Аналогично и в настоящей работе полученные в упрощенной постановке течения качественно должны соответствовать решениям задачи в полной постановке, могут быть лишь количественные отличия в результатах.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрен случай, когда в жидком диэлектрике работает только электрокондуктивный механизм неустойчивости. Это справедливо для неоднородно нагретых диэлектриков в электрическом поле, в которых электропроводимость жидкости зависит линейно от температуры.

С помощью пятимодовой модели электроконвекции слабопроводящей жидкости в горизонтальном конденсаторе проведено исследование нелинейных режимов электротермической конвекции при низких частотах переменного электрического поля в невесомости.

Исследование этого случая является новым и ранее не было рассмотрено. При низких частотах новым результатом является обнаружение конкуренции и гистерезисных переходов между тремя режимами: двумя

разными синхронными и одним субгармоническим режимами. Переходы к хаосу происходят либо через перемежаемость, либо через субгармонический каскад, а в предыдущих исследованиях при средних частотах эти переходы происходили через квазипериодичность или перемежаемость.

Полученные результаты для модельных свободных границ должны качественно сохранять свойства течений жидкости в слое с твердыми границами, могут быть лишь количественные отличия в результатах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Остроумов Г.А.* Взаимодействие электрических и гидродинамических полей: Физические основы электрогидродинамики. М.: Наука, 1979. 319 с.
2. *Болога М.К., Гросу Ф.П., Кожухарь И.А.* Электроконвекция и теплообмен. Кишинев: Штиинца, 1977. 320 с.
3. *Жакин А.И.* Электрогидродинамика // УФН. 2012. Т. 182. № 5. С. 495–520. DOI: 10.3367/UFNr.0182.201205b.0495.
4. *Стишков Ю.К.* Электрофизические процессы в жидкостях при воздействии сильных электрических полей. М.: Юстицинформ, 2019. 262 с.
5. *Панкратьева И.Л., Полянский В.А.* Основные механизмы электризации слабопроводящих многокомпонентных сред // Изв. РАН. МЖГ. 2017. № 5. С. 15–22. DOI: 10.7868/S0568528117050024.
6. *Ильин В.А.* Модель электротермической конвекции идеального диэлектрика в горизонтальном конденсаторе // Изв. РАН. МЖГ. 2016. № 5. С. 10–16. DOI: 10.7868/S0568528116050108.
7. *Ильин В.А., Чигорина Т.И.* Стационарные режимы электроконвекции слабопроводящей жидкости при униполярной инжекции заряда в постоянном электрическом поле // Изв. РАН. МЖГ. 2021. № 5. С. 3–13. DOI: 10.31857/S0568528121050042.
8. *Веларде М.Г., Смородин Б.Л.* Конвективная неустойчивость плоского горизонтального слоя слабопроводящей жидкости в переменных и модулированных электрических полях // Изв. РАН. МЖГ. 2000. № 3. С. 31–38.
9. *Картавых Н.Н., Смородин Б.Л., Ильин В.А.* Параметрическая электроконвекция слабопроводящей жидкости в горизонтальном плоском конденсаторе // ЖЭТФ. 2015. Т. 148. № 1. С. 178–189. DOI: 10.1134/S1063776115080087.
10. *Smorodin B.L., Kartavykh N.N.* Periodic and Chaotic Oscillations in a Low Conducting Liquid in an Alternating Electric Field // Microgravity Science and Technology. 2020. V. 32. № 3. P. 423–434. DOI: 10.1007/s12217-020-09779-y.
11. *Фрик П.Г.* Турбулентность: подходы и модели. М., Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. 292 с.
12. *Кузьмин Л.В.* Обнаружение хаотического сигнала на фоне шума путем квантования по нескольким уровням амплитуды в модели радиотехнического генератора хаоса // Письма в ЖТФ. 2022. Т. 48. Вып. 11. С. 32–36. DOI: 10.21883/PJTF.2022.11.52611.19112.
13. *Москаленко О.И., Короновский А.А., Сельский А.О., Евстифеев Е.В.* Метод определения характеристик перемежающейся обобщенной синхронизации, основанный на вычислении вероятности наблюдения синхронного режима // Письма в ЖТФ. 2022. Т. 48. Вып. 2. С. 3–6. DOI: 10.21883/PJTF.2022.02.51910.18985.
14. *Леманов В.В., Лукашов В.В., Шаров К.А.* Переход к турбулентности через перемежаемость в инертных и реагирующих струях // Изв. РАН. МЖГ. 2020. № 6. С. 50–59. DOI: 10.31857/S0568528120060080.
15. *Берже П., Помо И., Видаль К.* Порядок в хаосе. О детерминистском подходе к турбулентности. М.: Мир, 1991. 368 с.

NONLINEAR REGIMES OF ELECTRIC CONVECTION OF POORLY CONDUCTING FLUIDS IN WEIGHTLESSNESS AT LOW FREQUENCIES OF AN ELECTRIC FIELD

V. A. Il'in

Perm State University, Perm, 614990 Russia
e-mail: ilin1@psu.ru

Electrothermal convection in a poorly conducting fluid in an alternating electric field of a horizontal capacitor is studied. The nonlinear regimes of electric convection in weightlessness are studied at low frequencies of the electric field on the basis of the pentamodal model within the framework of the electroconductive charge formation

mechanism. Hysteresis transitions between two different synchronous and subharmonic regimes are found to exist. Transitions to chaos occur by means of either interemittance or a subharmonic cascade.

Keywords: electric convection, poorly conducting fluids, chaos