

УДК 532.546

РЕЖИМЫ ВЫТЕСНЕНИЯ ЖИДКОСТИ ИЗ АНИЗОТРОПНОГО ПЛАСТА В ПОЛЕ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ

© 2023 г. А. А. Чернова^{а,*}, А. А. Афанасьев^{а,**}

^аНаучно-исследовательский институт механики МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

*E-mail: a.chernova@imec.msu.ru

**E-mail: afanasyev@imec.msu.ru

Поступила в редакцию 10.04.2023 г.

После доработки 10.06.2023 г.

Принята к публикации 10.07.2023 г.

Рассмотрена задача двухфазной фильтрации несжимаемых жидкостей в анизотропной пористой среде, находящейся в поле силы тяжести. Определены критерии подобия, характеризующие направления течения вытесняющей и вытесняемой жидкостей. В рамках исследования численных решений профильной задачи фильтрации проведена классификация режимов вытеснения из анизотропного пласта. Показано, что существует четыре режима, соответствующих качественно различным течениям. Проведено сравнение их эффективности в терминах коэффициента извлечения жидкости из пласта и коэффициента его охвата вытеснением. Исследовано влияние капиллярного давления на эффективность вытеснения в различных режимах течения. Показано, что в одних случаях увеличение влияния капиллярного давления приводит к повышению коэффициента вытеснения, а в других режимах, наоборот, — к его снижению.

Ключевые слова: фильтрация, анизотропный пласт, гравитационное расслоение, коэффициент вытеснения, коэффициент охвата, повышение нефтеотдачи

DOI: 10.31857/S1024708423600239, **EDN:** UZTSQC

Разработка углеводородных месторождений предполагает закачку в пласт жидкостей и газов с целью поддержания пластового давления и вытеснения нефти от нагнетательных к добывающим скважинам [1, 2]. Однако неоднородное строение пластов, которое в ряде случаев можно охарактеризовать анизотропной проницаемостью, снижает эффективность вытеснения нефти. Часто абсолютная проницаемость в направлении напластования, т.е. в горизонтальном направлении, значительно больше проницаемости в вертикальном направлении. Это приводит к снижению коэффициента охвата пласта вытеснением, т.е. отношения объема породы, охваченной вытеснением, ко всему объему нефтесодержащей породы. Нагнетаемая в пласт жидкость (или газ) может прорываться к добывающим скважинам по отдельным высокопроницаемым пропласткам, оставляя невытесненным значительный объем нефти.

Гравитационное расслоение жидкостей также может уменьшать коэффициент нефтеотдачи [3–7]. Так как вода обычно характеризуется более высоким значением плотности, чем нефть, то при заводнении нефтяного пласта вода может опускаться к его подошве, оставляя невытесненной нефть у кровли пласта. При закачке газа реализуется противоположная ситуация. Как более легкая по сравнению с нефтью фаза, газ поднимается к кровле пласта и вдоль нее прорывается к добывающим скважинам, оставляя неохваченными вытеснением области у подошвы пласта. Отмеченные гидродинамические эффекты в поле силы тяжести осложняются влиянием других механизмов переноса жидкостей, прежде всего связанных с капиллярной пропиткой пористой среды [8]. Влияние капиллярного давления на эффективность вытеснения неоднозначно. С одной стороны, капиллярное давление может приводить к повышению охвата пласта вытеснением, а с другой стороны, может приводить к нежелательным последствиям, связанным с “размытием” фронтов вытеснения и ускоренным продвижением вытесняющей жидкости к добывающим скважинам.

Отмеченные процессы в анизотропном пласте могут оказывать сложное нелинейное влияние друг на друга, приводя к качественно различным режимам вытеснения. Цель настоящей работы

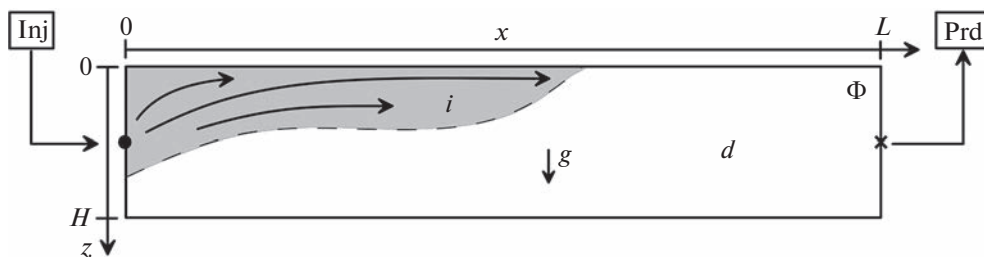


Рис. 1. Схема течения в области Φ при $\rho_i < \rho_d$. Символы i и d показывают зоны, насыщенные вытесняющей и вытесняемой жидкостями соответственно. В области i происходит двухфазное течение обеих жидкостей.

заключается в классификации и описании этих режимов и определении параметров пласта и жидкости, при которых эти режимы реализуются. Несомненно, подробное описание течений, особенно в случае вытеснения нефти газом, — сложная многопараметрическая задача. Помимо описанных эффектов, в ней нужно учитывать компонентный обмен между фазами газа и нефти, их сжимаемость, диффузию компонент в фазах и т.д. [3, 4, 9, 10]. В данной работе эти эффекты пренебрегаются, а рассматривается более простая постановка задачи о вытеснении из анизотропной пористой среды одной несжимаемой жидкости другой также несжимаемой жидкостью. Данное упрощение позволяет провести подробное исследование влияния анизотропии и гравитационного расслоения фаз на эффективность вытеснения, что само по себе уже представляет сложную задачу. Определяемые в данной работе режимы вытеснения и характеризующие их критерии подобия могут в будущем использоваться в более сложных постановках задач, учитывающих фазовые превращения, диффузию и другие эффекты.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается двумерная постановка задачи изотермической фильтрации в области Φ , $(x, z) \in [0, L] \times [0, H]$, описывающей срез проницаемого пласта (рис. 1). Здесь x — горизонтальная координата, направленная вдоль пласта, z — вертикальная координата, направленная вниз, L — протяженность рассматриваемого сектора пласта, а H — его толщина. Область Φ характеризуется однородным распределением пористости ϕ и однородным, но анизотропным распределением проницаемости k . Пористая среда насыщена несжимаемой жидкостью d , которая имеет плотность ρ_d . В начальный момент времени $t = 0$ пласт находится в условиях гидростатического равновесия, а давление p_d линейно зависит от глубины z

$$p_d = p_0 + \rho_d g z, \quad s_d = 1 \quad \text{при} \quad t = 0 \quad (1.1)$$

где p_0 — давление на уровне $z = 0$, s_d — насыщенность жидкости d , а g — ускорение свободного падения. Условие $s_d = 1$ означает, что поровое пространство полностью насыщено жидкостью d , а другие жидкости отсутствуют. Все границы $x = 0, L$ и $z = 0, H$ области Φ непроницаемые.

При $x = 0, z = H/2$ расположен точечный источник Inj, через который в область Φ закачивается другая вытесняющая жидкость i , тоже предполагающаяся несжимаемой и характеризующаяся плотностью ρ_i (рис. 1). Закачка начинается в момент времени $t = 0$ и происходит с постоянным объемным расходом Q . Одновременно с источником включается сток Prd, расположенный у противоположной границы области Φ при $x = L, z = H/2$. Через Prd из области Φ может отбираться как вытесняемая, так и вытесняющая жидкость. Суммарный расход стока для обеих жидкостей равен Q , т.е. по абсолютной величине он равен расходу источника. Например, источник и сток соответствуют горизонтальным скважинам, пересекающим разрез Φ в направлении оси y , перпендикулярной к x и z .

Если $\rho_i < \rho_d$, то закачиваемая жидкость из-за силы Архимеда стремится подняться к границе $z = 0$. Например, этот случай соответствует закачке газа в нефтяной пласт. Противоположный случай $\rho_i > \rho_d$ соответствует, например, закачке воды. В этом случае более тяжелая вытесняющая жидкость i стремится под действием силы тяжести опуститься к границе $z = H$.

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Несмешивающаяся двухфазная фильтрация вытесняющей и вытесняемой жидкостей описывается следующей системой уравнений [7, 11, 12]

$$\phi \partial_t(s_j) + \nabla \cdot \mathbf{u}_j = 0, \quad j = d, i \quad (2.1)$$

$$\mathbf{u}_j = -\mathbf{k} \frac{k_{rj}(s_i)}{\mu_j} (\nabla p_j - \rho_j \mathbf{g}) \quad (2.2)$$

$$s_d + s_i = 1, \quad p_i - p_d = p_c(s_i) \quad (2.3)$$

где $\partial_t = \partial/\partial t$, ϕ — пористость, ρ — плотность, s — насыщенность, $\mathbf{u}$ — скорость фильтрации, $\mathbf{k} = \text{diag}\{k_x, k_z\}$ — тензор абсолютной проницаемости, k_{rj} — относительная проницаемость j -й фазы, μ — динамическая вязкость, p — давление, p_c — капиллярное давление, $\mathbf{g} = g\mathbf{e}_z$ — удельная сила тяжести, а индексы i и d обозначают параметры закачиваемой и вытесняемой жидкостей соответственно. Предполагается, что обе жидкости и матрица пористой среды — несжимаемые среды, т.е. $\rho, \phi, \mathbf{k} = \text{const}$. Главные направления тензора проницаемости выровнены по осям x и z , а главные значения равны k_x и k_z соответственно. Вязкости жидкостей также полагаются константами. Уравнения (2.1) — законы сохранения массы каждой из жидкостей, уравнение (2.2) — закон Дарси, а уравнения (2.3) — замыкающие соотношения для насыщенностей фаз и их давлений.

Функции насыщенности, т.е. относительные фазовые проницаемости $k_{ri}(s_i)$ и $k_{rd}(s_i)$ и капиллярное давление $p_c(s_i)$, задаются в виде [13]

$$k_{ri}(s_i) = k_{ri,\max} s_i^2, \quad k_{rd}(s_i) = (1 - s_i)^2, \quad p_c(s_i) = p_{c,\max} s_i \quad (2.4)$$

где $k_{ri,\max}$ — максимальное значение относительной фазовой проницаемости, а $p_{c,\max}$ — максимальное капиллярное давление. Значения этих констант могут меняться в широком диапазоне в зависимости от межмолекулярного взаимодействия между скелетом пористой среды и жидкостями. Типовые значения этих параметров: $k_{ri,\max} < 1$, а $p_{c,\max} \in [0; 100]$ бар.

Начальные условия для системы (2.1)–(2.3), соответствующие гидростатическому равновесию, приводятся в уравнении (1.1). Отметим, что значение опорного давления p_0 несущественно для течения несжимаемых жидкостей, поэтому далее для упрощения изложения положим, что $p_0 = 0$. Все границы области Φ — непроницаемые. Это означает, что всюду на границе области Φ , кроме выколотых точек при $z = H/2$, соответствующих источнику и стоку, нормальная компонента скорости равна нулю, т.е.

$$\mathbf{u}_j \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \text{при} \quad x = 0, L, \quad z \neq H/2 \quad \text{и} \quad z = 0, H \quad (2.5)$$

где $\mathbf{n}$ — нормальный к границе области Φ вектор.

Учитывая анизотропию абсолютной проницаемости $\mathbf{k}$, определим расстояния до источника и стока в виде

$$r_i = \sqrt{\frac{x^2}{k_x} + \frac{(z - H/2)^2}{k_z}}, \quad r_d = \sqrt{\frac{(x - L)^2}{k_x} + \frac{(z - H/2)^2}{k_z}}$$

соответственно. Эти расстояния вычисляются в метрике $\text{diag}\{1/\sqrt{k_x}, 1/\sqrt{k_z}\}$, в которой тензор проницаемости становится шаровым, а течение от источника или к стоку в их малой окрестности — осесимметричным. Тогда условие объемного расхода Q для точечного источника записывается в виде

$$\pi \left(\frac{x u_{ix}}{k_x} + \frac{(z - H/2) u_{iz}}{k_z} \right) = \frac{Q}{\sqrt{k_x k_z}} \quad \text{при} \quad r_i \rightarrow 0 \quad (2.6)$$

$$\pi \left(\frac{x u_{dx}}{k_x} + \frac{(z - H/2) u_{dz}}{k_z} \right) = 0 \quad \text{при} \quad r_i \rightarrow 0 \quad (2.7)$$

где u_{ix} и u_{iz} — компоненты скорости фильтрации жидкости i в направлении осей x и z , а π — математическая константа. Условия (2.6) и (2.7) означают, что расход жидкостей i и d через источник равны Q и нулю соответственно.

Условие отбора жидкостей через сток формулируется в виде

$$\pi \left(\frac{(x-L)(u_{ix} + u_{dx})}{k_x} + \frac{(z-H/2)(u_{iz} + u_{dz})}{k_z} \right) = -\frac{Q}{\sqrt{k_x k_z}} \quad \text{при} \quad r_d \rightarrow 0 \quad (2.8)$$

Это уравнение означает, что суммарный объемный расход обеих жидкостей через сток равен $-Q$.

Далее сделаем замену переменных, вычтя из фазовых давлений начальное гидростатическое распределение давления

$$\tilde{p}_j = p_j - \rho_d g z \quad (2.9)$$

Тогда уравнение (2.2) примет вид

$$\mathbf{u}_d = -\mathbf{k} \frac{k_{rd}}{\mu_d} \nabla \tilde{p}_d, \quad \mathbf{u}_i = -\mathbf{k} \frac{k_{ri}}{\mu_i} (\nabla \tilde{p}_i + \Delta \rho \mathbf{g}) \quad (2.10)$$

где $\Delta \rho = \rho_d - \rho_i$ — разность плотностей. Начальное условие (1.1) для давления примет вид $\tilde{p}_d = 0$ при $t = 0$.

3. ХАРАКТЕРНЫЕ МАСШТАБЫ И КРИТЕРИИ ПОДОБИЯ

3.1. Масштабы длины

Выберем различные масштабы длины в горизонтальном и вертикальном направлениях. За масштаб длины в направлении оси x естественно выбрать длину L области Φ , а за масштаб длины в направлении оси z — высоту H . Используя эти масштабы, введем безразмерные координаты x и z в виде

$$x^* = x/L, \quad z^* = z/H \quad (3.1)$$

где звездой отмечены безразмерные величины. Всюду ниже используются масштабированные координаты (3.1), а символ звезды для простоты изложения опускается. Тогда область Φ имеет вид $(x, z) \in [0, 1] \times [0, 1]$, источник имеет координаты $(0.1/2)$, а сток — $(1.1/2)$.

3.2. Масштабы давления

В сформулированной задаче можно выделить три масштаба давления

$$p_Q = \frac{\mu_d L Q}{k_x H}, \quad p_{grav} = \Delta \rho g H, \quad p_{cap} = p_{c, \max} \quad (3.2)$$

Масштаб p_Q — перепад давления между границами $x = 0$ и $x = L$, требующийся для создания одномерного однофазного течения жидкости d в направлении оси x с расходом Q . Действительно, согласно закону Дарси (2.2), скорость фильтрации в таком течении можно оценить равной $k_x p_Q / \mu_d L$. Умножая эту скорость на высоту области Φ , получим полный расход Q . Согласно (3.2), перепад давления p_Q возрастает при уменьшении проницаемости k_x и увеличении вязкости μ_d . Масштаб p_{grav} равен разности столбов жидкостей d и i при высоте столба H . Этот масштаб характеризует величину силы Архимеда, действующей на жидкость i в пласте, насыщенном жидкостью d . При увеличении $|p_{grav}|$ увеличивается контраст плотностей фаз и, при прочих равных условиях, интенсивность гравитационного расслоения жидкостей. Масштаб p_{cap} характеризует влияние капиллярного давления. При больших p_{cap} можно ожидать развитие интенсивной капиллярной пропитки пористой среды жидкостью i .

Сравнивая масштабы давления в уравнении (3.2), определим следующие критерии подобия

$$\text{Gr} = \frac{p_Q}{p_{grav}} = \frac{\mu_d L Q}{\Delta \rho g k_x H^2}, \quad \text{Ca} = \frac{p_Q}{p_{cap}} = \frac{\mu_d L Q}{p_{c, \max} k_x H}, \quad \Pi = \frac{p_{cap}}{p_{grav}} = \frac{p_{c, \max}}{\Delta \rho g H} \quad (3.3)$$

Критерий подобия Gr характеризует величину перепада давления между границами $x = 0$ и $x = L$ по сравнению с перепадом давления между границами $z = 0$ и $z = H$ в гидростатическом равновесии. При $\text{Gr} \gg 1$ изменением давления в вертикальном направлении можно пренебречь

по сравнению с p_0 . Критерий подобия Sa характеризует протяженность переходной зоны фронта вытеснения, движущегося от $x = 0$ к $x = L$, которая связана с действием капиллярных сил [8, 12]. При $Sa \gg 1$ протяженность фронта мала, в связи с чем его можно рассматривать как поверхность сильного разрыва насыщенности. При уменьшении Sa влияние капиллярного давления увеличивается, а протяженность переходной зоны растет. Число $П$ характеризует протяженность зоны пропитки в капиллярно-гравитационном равновесии жидкостей d и i . При $П \ll 1$ переходная зона мала, что приводит к четкой границе поверхности раздела фаз в равновесии. Выше этой границы пористая среда насыщена легкой жидкостью, а ниже — тяжелой. При увеличении $П$ протяженность переходной зоны растет.

Таким образом, капиллярным давлением можно пренебречь при $Sa \gg 1$ и $П \ll 1$. Если даже одно из этих условий не выполняется, то капиллярное давление может оказывать значительное влияние на процесс вытеснения.

3.3. Масштабы скорости и времени

В сформулированной задаче можно выделить два масштаба скорости

$$u_Q = \frac{Q}{H}, \quad u_{grav} = \frac{k_z}{\mu_d} \Delta p g \quad (3.4)$$

Скорость u_Q — эффективная скорость фильтрации жидкости в направлении оси x , связанная с работой источника и стока. Действительно, эта скорость равна расходу Q , отнесенному к высоте области Φ , т.е. к площади поперечного течения. Скорость u_{grav} — характерная скорость в вертикальном направлении, связанная с перемещением частицы жидкости d в пласте, находящемся в гидростатическом равновесии для жидкости i . Под действием силы Архимеда такая частица перемещается вдоль оси z , а согласно (2.2), соответствующая скорость фильтрации пропорциональна отношению k_z/μ_d и градиенту давления p_{grav}/H .

Имея в уравнении (3.4) характерные скорости фильтрации, оценку для истинной скорости жидкости v можно получить делением u на пористость ϕ , т.е. $v = u/\phi$. Таким образом, используя скорости (3.4), оценим характерные времена перемещения жидкостей между противоположными границами области Φ

$$t_Q = \frac{L}{u_Q/\phi} = \frac{\phi LH}{Q}, \quad t_{grav} = \frac{H}{u_{grav}/\phi} = \frac{\phi H \mu_d}{k_z \Delta p g} \quad (3.5)$$

Параметр t_Q — характеризует время, за которое частица жидкости d переместится от границы $x = 0$ до $x = L$ под действием перепада давления p_0 . Параметр t_{grav} — характерное время, за которое частица жидкости переместится между $z = 0$ и $z = H$ под действием силы Архимеда.

Сравнивая масштабы времени (3.5), введем безразмерное число

$$\Gamma = \frac{t_{grav}}{t_Q} = \frac{Q \mu_d}{k_z \Delta p g L}$$

Малые значения этого критерия подобия, $\Gamma \ll 1$, соответствуют режиму вытеснения, в котором при прочих равных условиях преобладает вертикальное направление течения. При $\Gamma \ll 1$ происходит быстрое гравитационное расслоение жидкостей, а затем уже в условиях стратификации (локального гравитационного равновесия) происходит течение в направлении оси x от источника к стоку (рис. 2а). То есть, предполагая, что $\Delta p > 0$, течение жидкости i направлено от Inj к кровле пласта вдоль границы $x = 0$. Далее, при достижении границы $z = 0$ направление течения i резко изменяется и далее происходит вдоль $z = 0$. Большие числа $\Gamma \gg 1$ соответствуют противоположному характеру течения, в котором доминирует фильтрация от источника к стоку (рис. 2в). В этом случае жидкость i распространяется от Inj в горизонтальном направлении, постепенно под малым действием силы Архимеда всплывая к границе $z = 0$. Если $\Gamma \sim 1$, то имеем переходный режим с одинаковым временем течения жидкости между вертикальными и горизонтальными границами области Φ (рис. 2б). Характерное направление течения в этом случае от источника наискосок к точке $(1/2, 0)$.

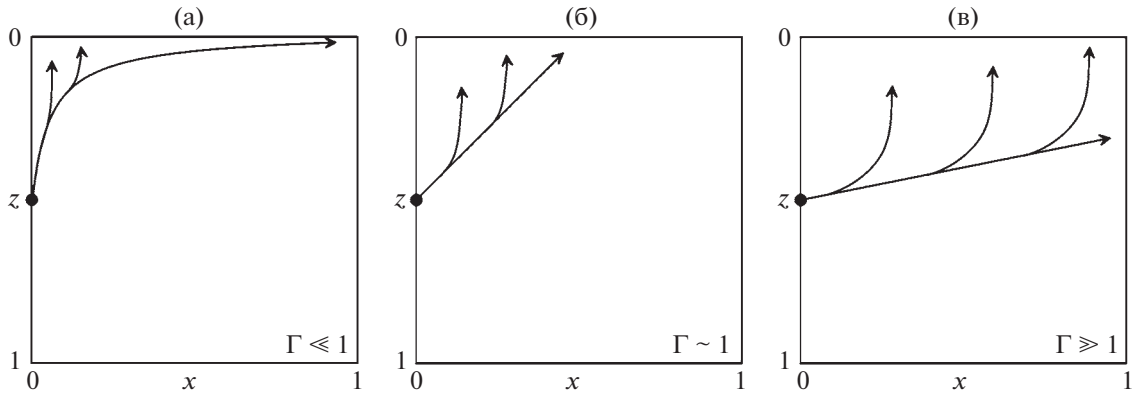


Рис. 2. Схема направлений течения жидкости i при различных Γ . Предполагается, что вытесняющая жидкость легче вытесняемой ($\Delta\rho > 0$).

3.4. Критерий подобия A

В этом разделе обсуждается критерий подобия, характеризующий анизотропное распределение проницаемости. Этот критерий, обозначаемый символом A , выражается через безразмерные числа Gr и Γ в виде [6, 7]

$$A = \sqrt{\frac{Gr}{\Gamma}} = \frac{L}{H} \sqrt{\frac{k_z}{k_x}} \quad (3.6)$$

Для объяснения физического смысла параметра A рассмотрим однофазное течение несжимаемой жидкости от точечного источника в однородной анизотропной пористой среде ($k_x \neq k_z$) в отсутствие внешних массовых сил. В этом случае распределение давления описывается следующим уравнением

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + A^2 \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0 \quad (3.7)$$

Оценим форму изобар вокруг такого источника при различных A , предполагая, что он расположен в неограниченной области. При $A = 1$ уравнение (3.7) сводится к уравнению Лапласа, а изобары — окружности с центром в источнике (рис. 3б). Случай $A \ll 1$ (или $A \gg 1$) соответствует высокой проницаемости в направлении оси x (или z). Следовательно, возмущения давления быстро переносятся в данном направлении, являющимся также предпочтительным направлением течения жидкости i от источника (рис. 3а или 3в). Таким образом, согласно (3.7), при $A \ll 1$ (или $A \gg 1$) изобары имеют вид эллипсов, вытянутых в направлении оси x (или z).

3.5. Критерий подобия M

Следуя решению классической задачи Баклея—Левретта [11, 12], введем критерий подобия

$$M = k_{ri, \max} \mu_d / \mu_i$$

характеризующий отношение подвижностей фаз. Случай $M > 1$, соответствует более подвижной (т.е. менее вязкой) жидкости i по сравнению с d . При $M < 1$, наоборот, вытесняющая жидкость имеет меньшую подвижность $k_{ri, \max} / \mu_i < 1 / \mu_d$.

Всюду далее полагается, что $M = 5$. Такими значениями характеризуется, например, нагнетание углекислого газа в месторождения легкой нефти. Несомненно, при закачке менее вязкой жидкости в пласт, насыщенной более вязкой жидкостью, может развиваться гидродинамическая неустойчивость фронта вытеснения [14–16]. Однако такая неустойчивость возникает при больших M , обычно при $M > 10$. Следовательно, при выбранном значении M и используемых критериях относительной фазовой проницаемости (2.4) неустойчивость развиться не может.

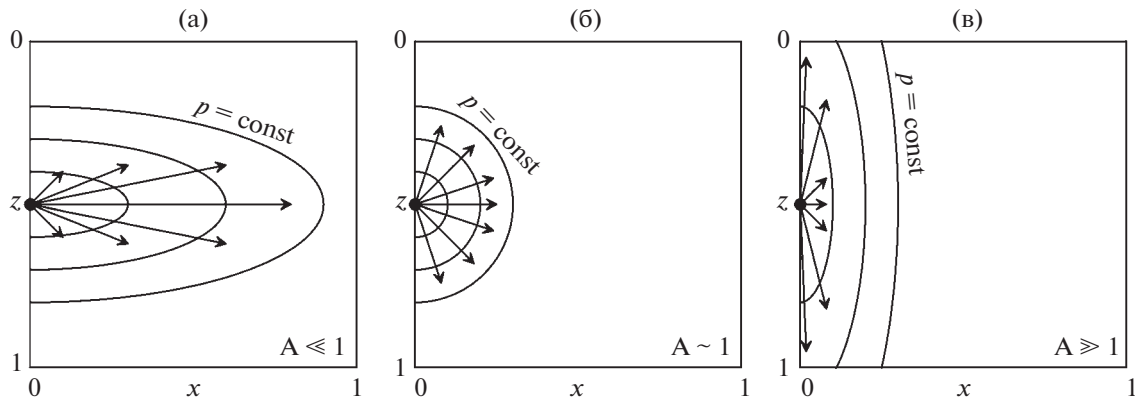


Рис. 3. Формы изобар ($p = \text{const}$) вокруг точечного источника при различных A . Стрелки показывают предпочтительное направление течения жидкости i .

4. УРАВНЕНИЯ В БЕЗРАЗМЕРНОМ ВИДЕ

Помимо уже приводившихся в уравнении (3.1) масштабов длины, выберем в качестве характерных масштабов времени, скорости фильтрации и давления их значения, связанные с работой источника и стока и сопутствующим течением между ними, т.е. масштабы t_Q , u_Q и p_Q соответственно

$$t = t_Q t^*, \quad u = u_Q u^*, \quad p = p_Q p^*, \quad p_c = p_{cap} p_c^*, \quad k_{ri} = k_{ri,\max} k_{ri}^* \quad (4.1)$$

Здесь, как и ранее, звездой обозначены безразмерные или масштабированные величины. В таких масштабах безразмерное время в точности равно количеству закачанного порового объема области Φ .

Подставляя (2.10), (3.1) и (4.1) в уравнения (2.1) и (2.3) и опуская знак звезды у безразмерных переменных, получим следующую систему уравнений

$$\frac{\partial s_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(k_{rd} \frac{\partial p_d}{\partial x} \right) + A^2 \frac{\partial}{\partial z} \left(k_{rd} \frac{\partial p_d}{\partial z} \right) = 0 \quad (4.2)$$

$$\frac{1}{M} \frac{\partial s_i}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(k_{ri} \frac{\partial p_i}{\partial x} \right) - A^2 \frac{\partial}{\partial z} \left(k_{ri} \left(\frac{\partial p_i}{\partial z} + \frac{1}{\text{Gr}} \right) \right) = 0 \quad (4.3)$$

$$p_i - p_d = \text{Ca}^{-1} p_c(s_i) \quad (4.4)$$

Уравнения (4.2)–(4.4) образуют замкнутую систему трех уравнений относительно неизвестных s_i , p_i и p_d , причем p_i и p_d связаны конечным соотношением (4.4).

Учитывая (2.9), начальные условия (1.1) для системы уравнений (4.2)–(4.4) запишутся в виде

$$s_i = 0, \quad p_i = 0 \quad \text{при} \quad t = 0 \quad (4.5)$$

Граничные условия (2.5) в безразмерном виде имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_d}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial p_i}{\partial x} = 0 \quad \text{при} \quad x = 0, 1 \quad \text{и} \quad z \neq 1/2 \\ \frac{\partial p_d}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial p_i}{\partial z} + \frac{1}{\text{Gr}} = 0 \quad \text{при} \quad z = 0, 1 \end{aligned} \quad (4.6)$$

Условия постоянного расхода жидкостей через точечный источник и сток, приводящиеся в уравнениях (2.6)–(2.8), в безразмерных переменных принимают вид

$$\begin{aligned}
& -\pi k_{ri} M \left(x \frac{\partial p_i}{\partial x} + (z - 1/2) \left(\frac{\partial p_i}{\partial z} + \frac{1}{Gr} \right) \right) = A, \\
& -\pi k_{rd} \left(x \frac{\partial p_d}{\partial x} + (z - 1/2) \frac{\partial p_d}{\partial z} \right) = 0 \quad \text{при} \quad r_i \rightarrow 0 \\
& \pi(x - 1) \left(M k_{ri} \frac{\partial p_i}{\partial x} + k_{rd} \frac{\partial p_d}{\partial x} \right) + \pi(z - 1/2) \left(M k_{ri} \left(\frac{\partial p_i}{\partial z} + \frac{1}{Gr} \right) + k_{rd} \frac{\partial p_d}{\partial z} \right) = A \quad \text{при} \quad r_d \rightarrow 0
\end{aligned} \tag{4.7}$$

Таким образом, безразмерная постановка задачи в уравнениях (4.2)–(4.7) содержит только четыре критерия подобия M , A , Gr и Ca . Кроме этих параметров течение также характеризуется кривыми относительной фазовой проницаемости и капиллярного давления (2.4). Согласно (3.3) и (3.6), безразмерные числа Γ и Π однозначно выражаются через другие критерии подобия с помощью следующих соотношений

$$Gr = \Gamma A^2 = \Pi Ca \tag{4.8}$$

Далее, учитывая (4.8), вместо Gr в качестве одного из независимых критериев подобия используется Γ , т.е. в качестве основных величин, характеризующих режим вытеснения, выбираются M , A , Γ и Ca .

Нефтяные пласты характеризуются различными проницаемостями k_x и k_z , могут иметь разную мощность H , а их разработка может вестись сеткой скважин с различными характерными расстояниями между скважинами L , эксплуатирующихся при различных темпах нагнетания Q . Все эти параметры, также как и другие величины, например ρ_j , μ_j , $j = d, i$, входят в M , A , Γ и Ca , а значит различные пласты характеризуются только четырьмя параметрами подобия M , A , Γ и Ca . Таким образом, введение этих безразмерных величин позволяет уменьшить количество параметров, определяющих режим течения.

5. РЕЗУЛЬТАТЫ

5.1. Классификация режимов вытеснения

В случае общего положения задача (4.2)–(4.7) не допускает аналитического решения. В этой связи рассмотрим ее численные решения, полученные с помощью пакета программ MUFITS [17, 18]. С помощью численного моделирования в первую очередь оценим влияние критериев подобия A и Γ на режимы вытеснения жидкости d . Причем, считаем, что $\Gamma > 0$, т.е. закачивается легкая жидкость. Случай $\Gamma < 0$ получается из случая $\Gamma > 0$ отражением относительно прямой $z = 1/2$ (при фиксированном $|\Gamma|$).

В этом разделе рассмотрим режимы вытеснения при малом влиянии капиллярного давления на фильтрацию, т.е. рассмотрим случаи $Ca \gg 1$, $\Pi \ll 1$. Считаем, что первое условие выполняется при $Ca \geq 10$, а второе – при $\Pi \leq 0.1$. Рассмотрим четыре асимптотических случая, соответствующих большим (~ 10) и малым (~ 0.1) значениям A и Γ при $M = 5$. Результаты расчетов для четырех таких пар A и Γ в моменты времени $t = 0.25$ и 0.75 приводятся на рис. 4 и 5. Эти моменты соответствуют закачке четверти и трех четвертей порового объема соответственно.

В случае $A \gg 1$ и $\Gamma \gg 1$ реализуется режим одномерного течения от источника к стоку, соответствующий вытеснению из пласта малой мощности H (рис. 4а; $A = 10$, $\Gamma = 10$, $Ca = 10^4$ и $\Pi = 0.1$). Далее этот режим обозначаем аббревиатурой 1D. Действительно, во всей области Φ за исключением близких к ее границам зон параметры течения, в частности распределение насыщенности s_i , слабо зависят от глубины z . Из-за высокой проводимости в вертикальном направлении (т.е. при $A \gg 1$), жидкость i распространяется от источника вдоль границы $x = 0$ по всей мощности пласта $z \in [0, 1]$. Затем, при течении жидкостей от $x = 0$ к $x = 1$ не происходит их значительного гравитационного расслоения, так как влияние силы Архимеда при $\Gamma \gg 1$ мало. При достижении границы $x = 1$ жидкости снова резко изменяют направление течения на вертикальное и переносятся к стоку вдоль узкой зоны, расположенной у границы $x = 1$. Таким образом, пренебрегая концевыми эффектами, течение действительно одномерное.

Изменение параметров течения с x в режиме 1D описывается решением Баклея–Левретта [11, 12]. В этом решении вытеснение происходит в системе волн. Впереди распространяется сильный разрыв насыщенности S , за которым следует присоединенная волна Римана. Эта по-

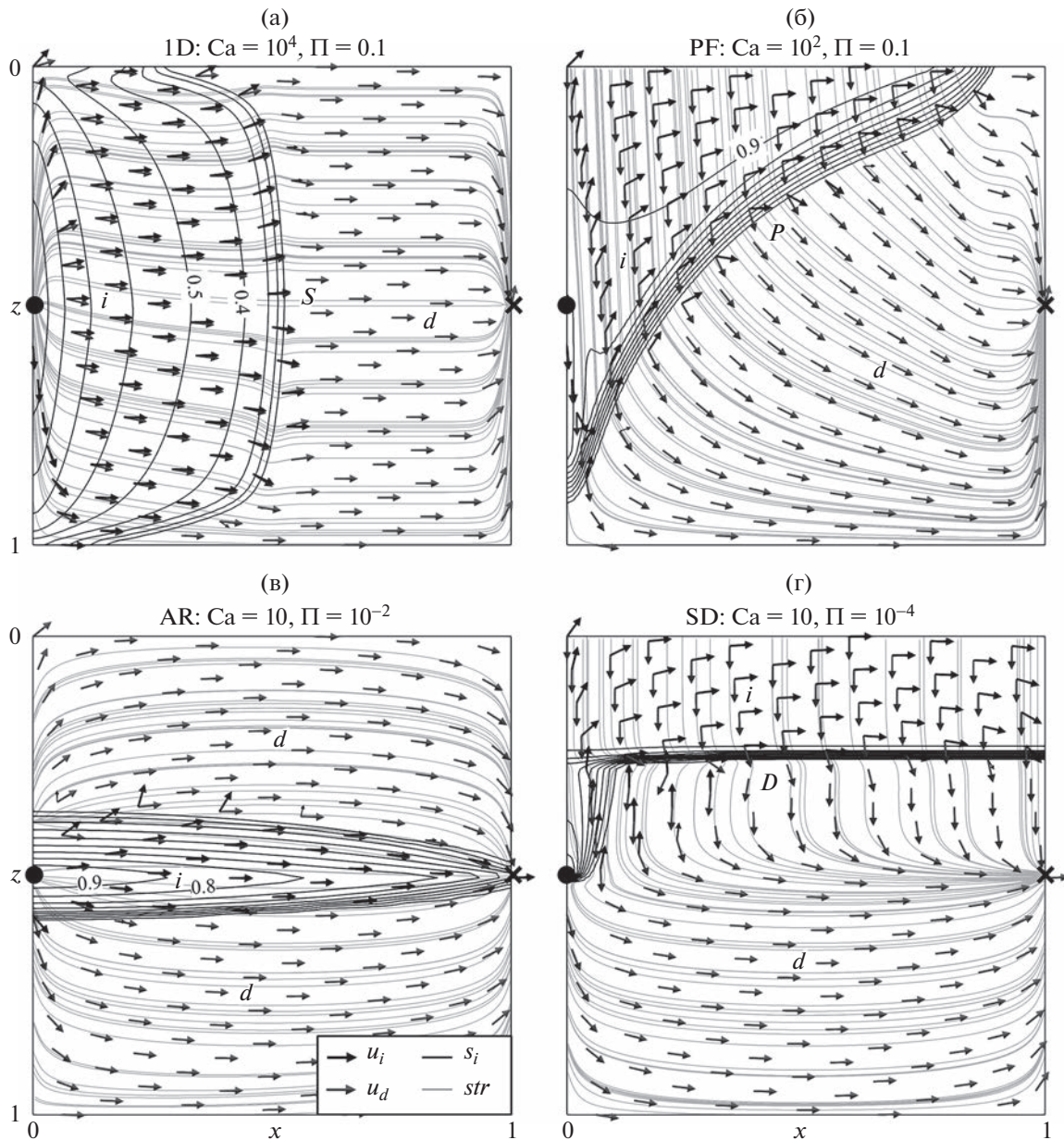


Рис. 4. Линии уровня $s_i = \text{const}$, мгновенные линии тока жидкости d (str) и направления скоростей $\mathbf{u}_i$ и $\mathbf{u}_d$ в режимах вытеснения 1D, PF, AR и SD при $t = 0.25$ (а–г соответственно). Линии уровня s_i приводятся с шагом 0.1.

следовательность волн наблюдается на рис. 4а. Разрыву соответствует плотное расположение линий уровня $s_i = \text{const}$, ограничивающих со стороны больших значений x область течения жидкости i . Этот разрыв наблюдается в виде узкой переходной зоны, так как капиллярное число Ca имеет большое, но конечное значение и в меньшей степени из-за влияния численной дисперсии. За разрывом расположена область непрерывного изменения насыщенности s_i в волне Римана. Насыщенность убывает с x от границы $x = 0$ до разрыва.

При $A \gg 1$ и $\Gamma \ll 1$ значительно возрастает влияние силы Архимеда. При таких параметрах реализуется режим вытеснения с образованием ярко выраженного шлейфа жидкости i около угла $(0, 0)$ области Φ (рис. 4б; $A = 10$, $\Gamma = 0.1$, $Ca = 10^2$ и $\Pi = 0.1$). Этот режим обозначим аббревиатурой PF (plume formation). Также как и в режиме 1D, при $A \gg 1$ жидкость i распространяется от источника вверх и вниз вдоль границы $x = 0$ по всей мощности пласта. Однако далее при $\Gamma \ll 1$

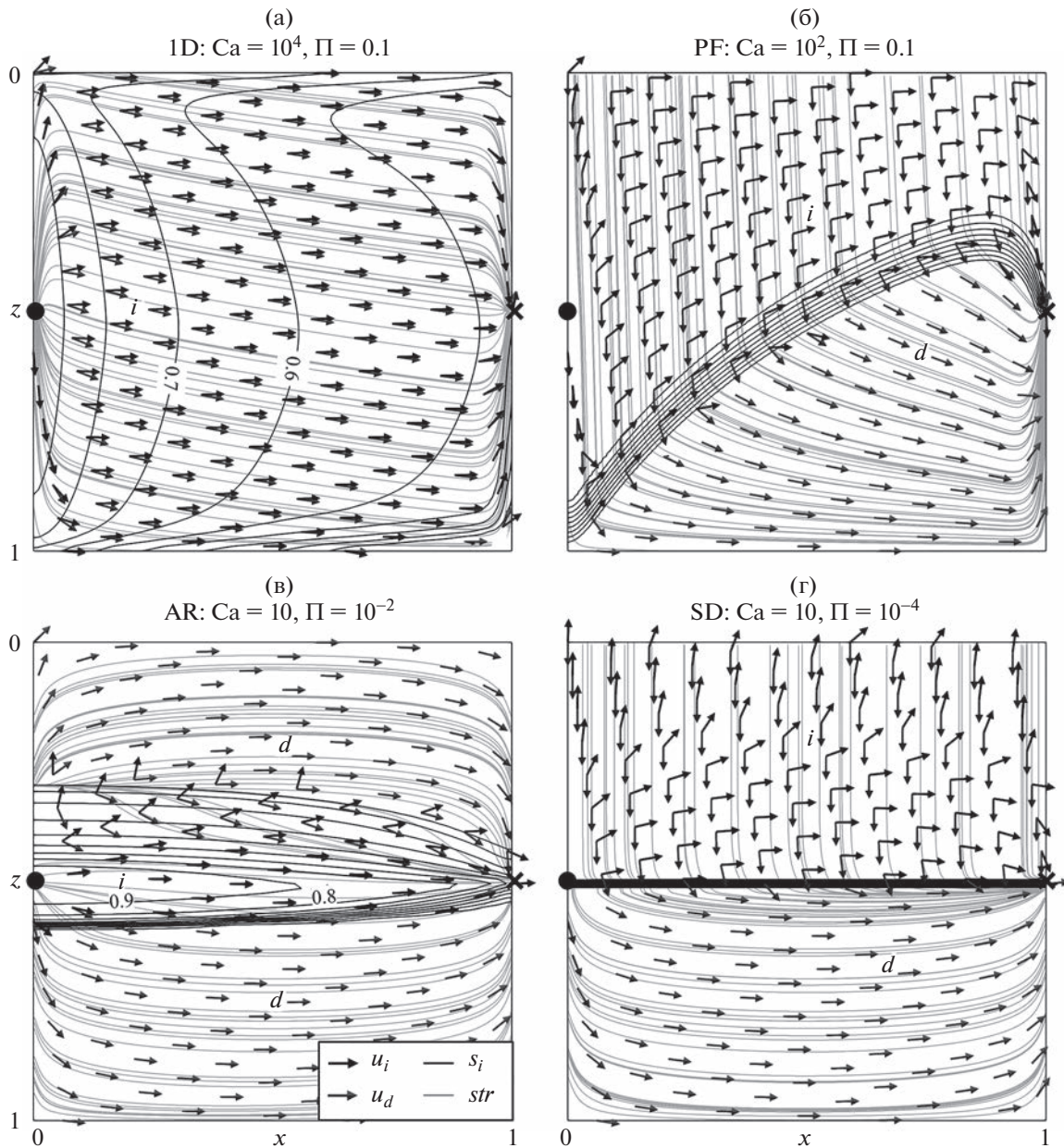


Рис. 5. Режимы вытеснения 1D, PF, AR и SD при $t = 0.75$ (а–г соответственно). Все обозначения идентичны рис. 4.

сила Архимеда значительно влияет на течение от $x = 0$ к $x = 1$. Жидкость i поднимается (всплывает) к верхней границе $z = 0$ и растекается под ней и, таким образом, образуется шлейф из жидкости i . При этом имеется противоток жидкости d , которая опускается к нижней границе шлейфа. Двигаясь вдоль кровли пласта, жидкость i достигает границы $x = 1$, вдоль которой узким конусом опускается к стоку (рис. 5б).

Случай $A \ll 1$, $\Gamma \gg 1$ соответствует вытеснению из анизотропного пласта, характеризующегося высокой проницаемостью в направлении x и низкой проницаемостью в направлении z , а также малому влиянию силы Архимеда (рис. 4в; $A = 0.1$, $\Gamma = 10$, $Ca = 10$ и $\Pi = 10^{-2}$). Этот режим обозначим аббревиатурой AR (anisotropic reservoir). При $A \ll 1$, $\Gamma \gg 1$ жидкость быстро прорывается от источника к стоку вдоль линии $z = 1/2$. При этом значительные области пласта у границ $z = 0, 1$ остаются не охваченными вытеснением. Это обусловлено тем, что влияние силы Архи-

меда на течение мало при $\Gamma \gg 1$ и эта сила не приводит к значительному перемещению жидкости i вверх от уровня $z = 1/2$. Небольшая асимметрия области $s_i > 0$ связана с тем, что течение рассчитано при большом, но тем не менее конечном $\Gamma = 10$ (рис. 5в). Капиллярные силы также не способствуют увеличению охвата пласта вытеснением, так как в рассмотренном случае число П мало ($\Pi = 10^{-2}$). То есть капиллярная пропитка в вертикальном направлении пренебрежимо мала.

В случае $A \ll 1$, $\Gamma \ll 1$ реализуется режим вытеснения в условиях ярко выраженной стратификации жидкостей (рис. 4г; $A = 0.1$, $\Gamma = 0.1$, $Ca = 10$ и $\Pi = 10^{-4}$). Далее этому режиму присваивается аббревиатура SD (stratified displacement). Малое значение $\Gamma = 0.1$ приводит к быстрому перемещению жидкости i от источника к кровле пласта $z = 0$. А высокая проницаемость k_x при малом $A = 0.1$ способствует накоплению жидкости i у кровли в виде горизонтального слоя, толщина которого растет с t по мере закачки жидкости i . Действительно, когда закачиваемая жидкость достигает слоя, то из-за большого k_x она свободно перемещается по нему в направлении x , а из-за малого k_z не может при $x \sim 1$ прорваться вниз к стоку. Это способствует формированию почти горизонтальной границы раздела между жидкостями D . С ростом t эта граница опускается до уровня $z = 1/2$, а жидкость i начинает отбираться вместе с d из слоя через сток Prd (рис. 5г). В результате при больших t граница D останавливается на уровне $z \approx 1/2$, а область $z > 1/2$ остается не охваченной вытеснением. Эта область остается насыщенной только жидкостью d , которую не удастся извлечь с помощью стока, расположенного при $z = 1/2$.

5.2. Сравнение эффективности режимов

Сравним эффективность вытеснения жидкости d в описанных режимах 1D, PF, AR и SD при пренебрежимо малом капиллярном давлении ($Ca \gg 1$ и $\Pi \ll 1$). С этой целью для каждого рассчитанного течения вычислим интегралы по объему Φ

$$R(t) = \int_{\Phi} s_i dV, \quad E(t) = \int_{\Phi} \alpha dV \quad (5.1)$$

где dV — дифференциал безразмерного объема. Для вычисления величины α при фиксированных x и z сначала рассчитывается максимальное значение s_i в интервале времени от нуля до рассматриваемого момента t

$$s_{\max}(t, x, z) = \max_{t' \leq t} s_i(t', x, z)$$

Величина α полагается равной единице, если $s_{\max} \geq 0.05$. В противном случае при $s_{\max} < 0.05$ величина α полагается равной нулю. Таким образом, область $\alpha = 1$ соответствует зоне пласта, в которую в интервале времени от нуля до t попало значительное количество вытесняющей жидкости i .

Величина R в уравнении (5.1) — коэффициент извлечения жидкости d . Согласно (2.3), R равно отношению объема жидкости d , отобранной из Φ к данному моменту времени, к ее объему при $t = 0$, т.е. согласно (1.1), к поровому объему всей области Φ . При $t = 0$ имеем $R = 0$. По мере того как жидкость d отбирается через Prd, коэффициент R растет с t . Чем больше R , тем больше жидкости d удастся извлечь из пласта.

Величина E — коэффициент охвата пласта вытеснением. Она характеризует долю объема пласта, в который в течение закачки проникала вытесняющая жидкость. При $t = 0$ имеем $E = 0$. Коэффициент E растет с t . Чем больше E , тем больший объем пласта был охвачен вытеснением к данному моменту времени.

Сравним четыре рассчитанных течения, параметры которых приводятся на рис. 4 и 5, в метриках R и E . При малых t имеем $R = t$, так как на начальной стадии закачки жидкость i еще не прорвалась к стоку, а объем отобранной жидкости d равен объему закачанной жидкости i (рис. 6а). В момент времени, когда i прорывается к стоку и позже равенство $R = t$ нарушается. С момента прорыва R растет медленнее, чем t , и при $t \gg 1$ выходит на горизонтальную полку, соответствующую состоянию истощенного пласта.

Максимальное значение R достигается в режиме 1D (рис. 6а). Действительно, в этом случае пласт наиболее равномерно по z охвачен вытеснением (рис. 5а). В метрике R чуть более низкая

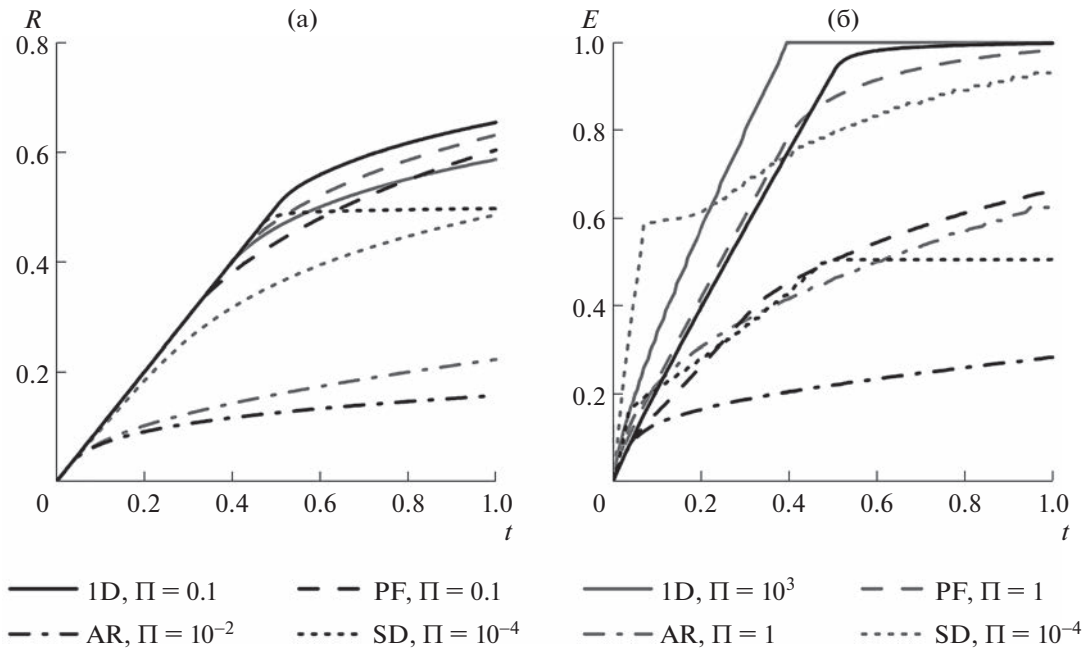


Рис. 6. R и E от t при $M = 5$ в различных режимах вытеснения. Черные и серые кривые соответствуют большому и малому влиянию p_c соответственно.

по сравнению с режимом 1D эффективность достигается в режиме PF. Значительно более низким коэффициентом извлечения $R \approx 1/2$ характеризуется режим вытеснения в условиях гравитационного расслоения фаз SD. В этом случае максимальное значение $R \approx 1/2$ обусловлено тем, что жидкость d почти полностью извлекается из области $z \leq 1/2$, а равная ей область $z > 1/2$ остается не тронутой вытеснением. Наименьшим коэффициентом R характеризуется вытеснение в режиме AR. Очевидно, это обусловлено быстрым прорывом жидкости i к источнику вдоль прямой $z = 1/2$ и вытеснением d только из узкой области, прилегающей к этой прямой.

Так как коэффициент извлечения в значительной мере определяется полнотой охвата пласта вытеснением, то в метрике E режимы имеют тот же рейтинг, что и в метрике R (рис. 6б). Максимальное $E = 1$ достигается в 1D режиме, так как в нем реализуется равномерный охват пласта во всем диапазоне глубин $z \in [0, 1]$. Минимальным E характеризуется режим AR.

Таким образом, в обеих метриках R и E наилучшие режимы вытеснения 1D и PF характеризуются условием $A \gg 1$, т.е. высокой гидродинамической проводимостью в направлении z . Наихудшим является режим AR, который соответствует вытеснению из пласта, характеризующегося низкой гидродинамической проводимостью в направлении z , при большом темпе нагнетания Q , т.е. при малом влиянии силы Архимеда.

5.3. Влияние капиллярного давления

При меньших Ca и больших Π влияния капиллярного давления на процесс вытеснения более значительное. В соответствии с [8, 12], капиллярная пропитка приводит к увеличению толщин переходных зон между областями пласта, насыщенными различными жидкостями. В качестве примера подробно рассмотрим влияние капиллярного давления на режим PF. На рис. 7 приведены результаты расчета вытеснения при $t = 0.25$, $M = 5$, $A = 10$, $\Gamma = 0.1$ и четырех различных значениях $p_{c, \max}$. В случае малого капиллярного давления при $Ca = 10^3$ и $\Pi = 10^{-2}$ (рис. 7а) наблюдается четкая граница P между зонами, насыщенными жидкостью i и только жидкостью d . При увеличении $p_{c, \max}$ в 10 раз, т.е. при $Ca = 10^2$ и $\Pi = 0.1$, эта граница “размывается” за счет капиллярной пропитки (рис. 7б). Тем не менее условия $Ca \gg 1$ и $\Pi \ll 1$ можно считать выполненными, поэтому размеры насыщенной жидкостью i зоны совпадают в случаях, приводящихся на рис. 7а и б. При увеличении $p_{c, \max}$ еще в 10 раз ($Ca = 10$ и $\Pi = 1$) и в 100 раз ($Ca = 1$ и $\Pi = 10$) капилляр-

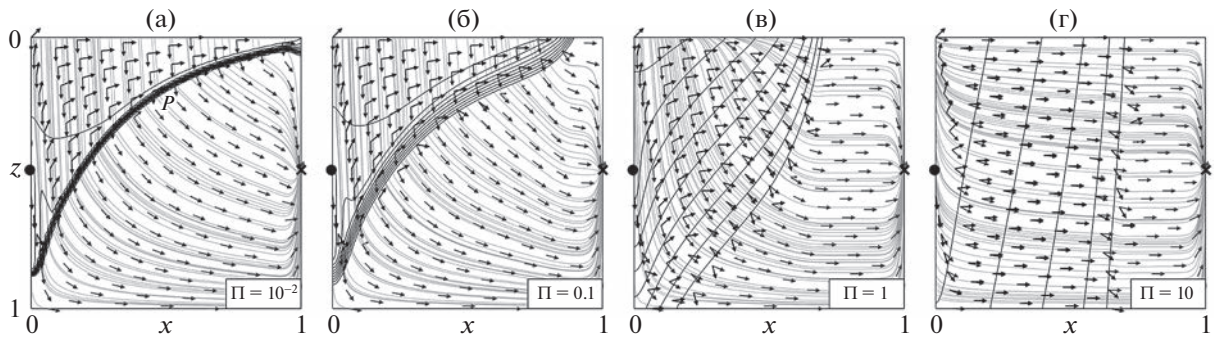


Рис. 7. Параметры течения в режиме PF при $\Pi = 10^{-2}$, 0.1, 1 и 10 (а–г соответственно). Все обозначения идентичны рис. 4.

ным давлением в вертикальном направлении уже нельзя пренебречь, так как условие $\Pi \ll 1$ не выполняется. В этом случае четкой границы между d и i не наблюдается, причем форма зоны, насыщенной жидкостью i , только качественно соответствует ее форме в случае малого капиллярного давления (рис. 7в и 7г). Пропитка приводит к выравниванию линий уровня $s_i = \text{const}$ в направлении оси z и более равномерному охвату пласта вытеснением во всем интервале глубин $z \in [0, 1]$.

Влияние капиллярного давления на все четыре режима вытеснения можно оценить с помощью рис. 8. В случае режима 1D капиллярное давление при $\text{Ca} = 1$ и $\Pi = 10^3$ значительно выравнивает поток от $x = 0$ к $x = 1$, в том числе вблизи кровли $z = 0$ и подошвы $z = 1$ пласта (рис. 8а). В отличие от случая с малым капиллярным давлением (рис. 4а) узкие пограничные зоны вблизи $z = 0, 1$ с более медленным течением отсутствуют. Очевидно, это связано с очень большим значением числа Π , означающим, что толщина переходной зоны в капиллярно-гравитационном равновесии на три порядка больше мощности пласта. Характерный масштаб изменения s_i в направлении z значительно больше H и, следовательно, s_i практически не зависит от z , т.е. течение одномерное. Нарушение условия $\text{Ca} \gg 1$ означает, что капиллярное давление также приводит к увеличению протяженности переходной зоны S – разрыва насыщенности на рис. 4а. Действительно, при $\text{Ca} = 1$ линии $s_i = \text{const}$ у передней границы зоны, насыщенной жидкостью i , расположены менее плотно. В результате при фиксированном t жидкость i проникает дальше в пласт, а коэффициент охвата E быстрее растет со временем (рис. 6). При этом капиллярное давление приводит к снижению R , так как из-за “размывания” фронта S жидкость i раньше прорывается к стоку Prd. Таким образом, в режиме 1D большие значения $p_{c,\text{max}}$ приводят к большим E и меньшим R .

Влияние p_c на распределение насыщенности в режиме PF описано выше (см. рис. 7). Увеличение p_c способствует более равномерному охвату по глубине и более равномерному течению жидкости i от $x = 0$ к $x = 1$. Таким образом, вытеснение в режиме PF с большим $p_{c,\text{max}}$ характеризуется более высокими значениями R и E , чем в случае с малым $p_{c,\text{max}}$.

В режиме AR большое $p_{c,\text{max}}$ при $\text{Ca} = 0.1$ и $\Pi = 1$ тоже приводит к увеличению скорости капиллярной пропитки в направлении z (рис. 8в). В результате жидкость i прорывается к стоку вдоль $z = 1/2$, однако при этом она интенсивно впитывается в области $z < 1/2$ и $z > 1/2$ и за счет противотока жидкостей вытесняет d к уровню $z = 1/2$. То есть, в области двухфазного течения выше уровня $z = 1/2$ жидкость i имеет значительную компоненту скорости вверх, а жидкость d – вниз. За счет капиллярного давления жидкость d выносится на уровень $z = 1/2$, вдоль которого вместе с i переносится к стоку Prd. Таким образом, вытеснение в режиме AR с большим $p_{c,\text{max}}$ способствует увеличению как R , так и E (рис. 6).

В режиме вытеснения SD при $\text{Ca} = 10^{-3}$ и $\Pi = 1$ капиллярное давление приводит к увеличению толщины переходной зоны D в вертикальном равновесии жидкостей (рис. 8г). В отличие от случая с малым $p_{c,\text{max}}$ (см. рис. 4г), насыщенность s_i плавно возрастает при уменьшении z и при

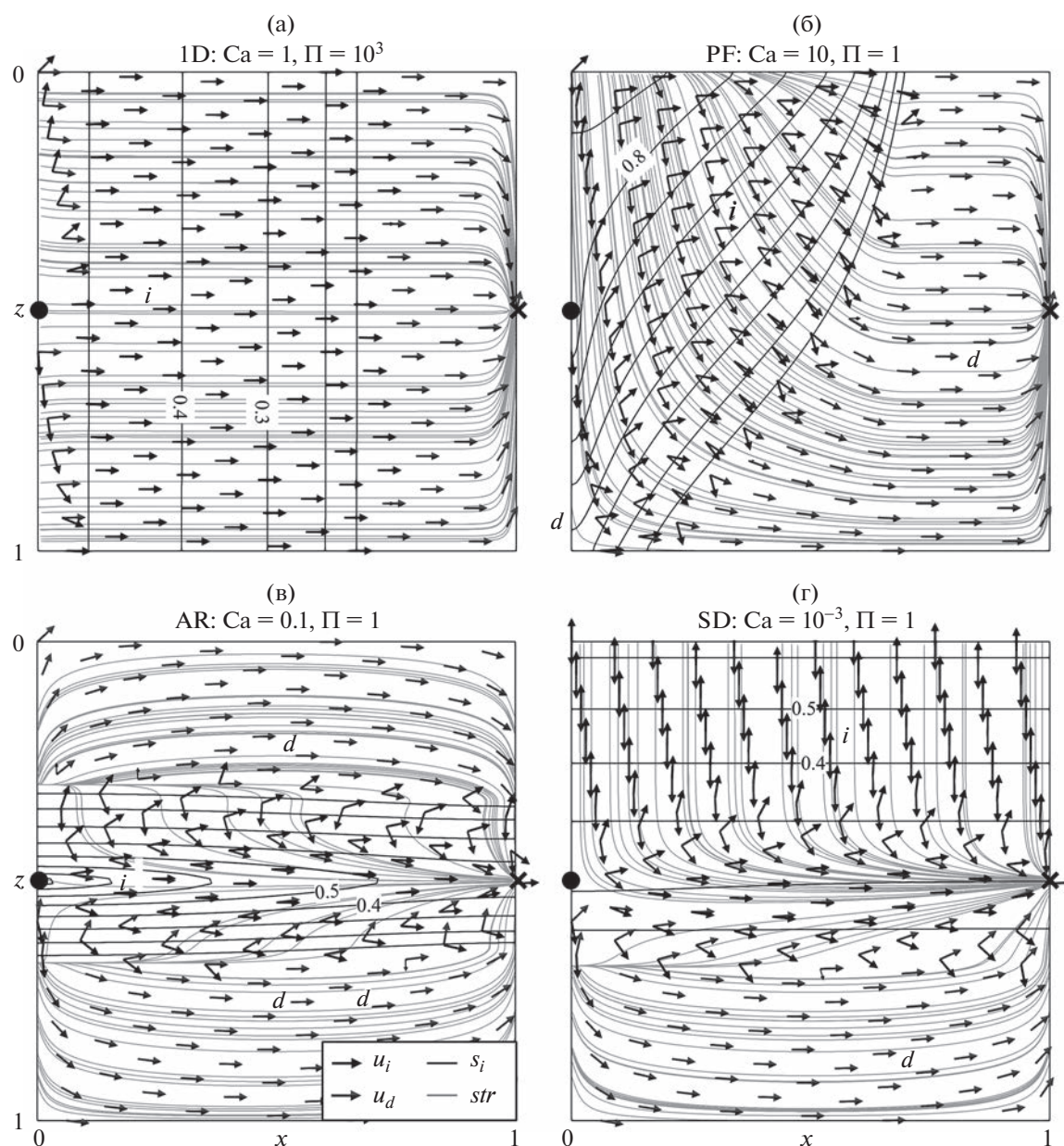


Рис. 8. Режимы вытеснения 1D, PF, AR и SD при $t = 0.25$ и значительном влиянии капиллярного давления (а—г соответственно). Все обозначения идентичны рис. 4.

фиксированном t толщина слоя, насыщенного жидкостью i , у кровли пласта больше. В результате нижняя граница слоя раньше достигает стока, а коэффициент извлечения R снижается по сравнению со случаем малого капиллярного давления (рис. 6). При этом коэффициент охвата E увеличивается, так как толщина слоя больше. Таким образом, вытеснение в режиме SD с большим $p_{c,\max}$ характеризуется пониженным R и повышенным E .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При фиксированном положении источника и стока вытеснение несжимаемой жидкости из анизотропного пласта в поле силы тяжести характеризуется четырьмя независимыми критериями подобия и кривыми относительной фазовой проницаемости и капиллярного давления. Возможны четыре предельных режима вытеснения, в которых реализуются различные направления

течения вытесняющей и вытесняемой жидкостей, обусловленные различным относительным влиянием силы Архимеда и анизотропного распределения проницаемости. При малом влиянии капиллярного давления наиболее эффективным является режим одномерного течения от источника к стоку, в котором при $t > 1/4$ коэффициенты вытеснения и охвата достигают максимальных значений. Наименее эффективным является вытеснение из пласта, характеризующегося малой проницаемостью в вертикальном направлении и малым влиянием силы тяжести. В целом вытеснение более эффективно при большом числе A . Показано, что капиллярное давление может существенно изменять параметры режимов и их эффективность. При увеличении влияния капиллярного давления коэффициент охвата пласта вытеснением всегда увеличивается из-за капиллярной пропитки, а коэффициент извлечения жидкости может как вырасти, в режимах PF и AR, так и снизиться, в режимах 1D и SD.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 19-71-10051, <https://rscf.ru/project/19-71-10051/>.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Желтов Ю.П. Разработка нефтяных месторождений. М.: Недра, 1986. 332 с.
2. Willhite G.P. Waterflooding, Vol. 3. Richardson, Texas: Textbook Series, SPE, 1986.
3. Green D.W., Willhite G.P. Enhanced Oil Recovery, Second Edition. Textbook Series, SPE, 2018.
4. Lake L.W. Enhanced Oil Recovery. Prentice Hall. 1989.
5. Bermudez L., Johns R.T., Parakh H. Parametric investigation of WAG floods above the MME // SPE Journal. 2007. V. 12. P. 224–234.
6. Чернова А.А., Афанасьев А.А. Влияние гравитационного расслоения фаз на оптимальные режимы водогазового воздействия на нефтяные пласты // Изв. РАН МЖГ 2022 № 5. С. 51–61.
7. Афанасьев А.А., Султанова Т.В. Исследование нестационарного двухмерного вытеснения в пористой среде в автомодельной постановке // Изв. РАН МЖГ. 2017. №4. С. 62–72.
8. Rapoport L.A., Leas W.J. Properties of Linear Waterfloods // J Pet Technol. 1953. V. 5. P. 139–148.
9. Afanasyev A., Andreeva A., Chernova A. Influence of oil field production life on optimal CO₂ flooding strategies: Insight from the microscopic displacement efficiency // Netherlands: Elsevier BV. JPSE. V.205. 108803.
10. Afanasyev A., Andreeva A., Chernova A. Numerical optimisation of CO₂ flooding using a hierarchy of reservoir models // Advances in Geosciences. 2021. V. 56. P. 19–31.
11. Buckley S.E., Leverett M.C. Mechanism of fluid displacement in sands // Trans. AIME. 1942. V. 146. P. 107–116.
12. Баренблат Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984. 211 с.
13. Brooks R., Corey A. Hydraulic properties of porous media // Hydrology Papers, Colorado State University, 1964.
14. Riaz A., Tehelepi H.A. Linear stability analysis of immiscible two-phase flow in porous media with capillary dispersion and density variation // Phys. Fluid. 2004. V. 16 (12). P. 4727–4737.
15. Цыпкин Г.Г., Шаргатов В.А. Линейная устойчивость фильтрационного течения с поверхностью раздела газ-нефть в рамках подхода Бринкмана // Изв. РАН МЖГ. 2022. № 3. С. 56–64.
16. Афанасьев А.А., Султанова Т.В. Исследование гидродинамической неустойчивости фронта вытеснения при закачке углекислого газа в водонасыщенный пласт // Изв. РАН МЖГ. 2016. № 4. С. 85–96.
17. Afanasyev A. Hydrodynamic modelling of petroleum reservoirs using simulator MUFITS // Energy Procedia. 2015. V. 76. P. 427–435.
18. MUFITS. Reservoir Simulation Software. [Электронный ресурс]. 2013–2023. URL: <http://www.mufits.org/> (дата обращения: 10.03.2023).