

УДК 532.526

## СТРУКТУРА ТЕЧЕНИЯ И ПЕРЕХОД К ЛОКАЛЬНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ЗА АСИММЕТРИЧНЫМ СУЖЕНИЕМ, ИМИТИРУЮЩИМ СТЕНОЗ АРТЕРИИ

© 2023 г. В. М. Молочников<sup>a,b,\*</sup>, Н. С. Душин<sup>a,\*\*</sup>, Н. Д. Пашкова<sup>a,b,\*\*\*</sup>,  
Я. А. Гатаулин<sup>c,\*\*\*\*</sup>, Е. М. Смирнов<sup>c,\*\*\*\*\*</sup>, А. Д. Юхнев<sup>c,\*\*\*\*\*</sup>

<sup>a</sup>Федеральный исследовательский центр Казанский научный центр РАН, Казань, Россия

<sup>b</sup>Казанский национальный исследовательский технический университет им А.Н. Туполева, Казань, Россия

<sup>c</sup>Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,  
Санкт-Петербург, Россия

\*E-mail: vmolochnikov@mail.ru

\*\*E-mail: ndushin@bk.ru

\*\*\*E-mail: pashkova-2000@mail.ru

\*\*\*\*E-mail: yakov\_gataulin@mail.ru

\*\*\*\*\*E-mail: smirnov\_em@spbstu.ru

\*\*\*\*\*E-mail: a.yukhnev@mail.ru

Поступила в редакцию 28.11.2022 г.

После доработки 20.12.2022 г.

Принята к публикации 20.12.2022 г.

Представлены результаты экспериментальных исследований и численного моделирования структуры течения в отрывной области за асимметричным сужением гладкого канала, имитирующим односторонний 70% стеноз артерии. Число Рейнольдса составляло 1800. Измерение мгновенных векторных полей скорости потока выполнялось с использованием SIV-метода. Численное решение получено методом моделирования крупных вихрей. Задание входных возмущений при численном моделировании, близких к условиям эксперимента, позволило получить удовлетворительное соответствие расчетных и экспериментальных полей скорости и компонент тензора рейнольдсовых напряжений. Получены данные о формировании области локальной турбулизации потока за сужением и последующей реламинаризации течения вниз по потоку. Показано, что вблизи горла сужения формируется пара вторичных вихрей, локализованная в пределах области отрыва потока.

**Ключевые слова:** асимметричное сужение канала, вихревразрешающее моделирование, отрыв потока, локальная турбулизация, входные возмущения, реламинаризация

**DOI:** 10.31857/S056852812260093X, **EDN:** NTTDUV

Течение жидкости в каналах переменного поперечного сечения широко распространено в различных технических приложениях: в теплообменниках и системах охлаждения, в элементах химического оборудования и бурильной техники, ядерных реакторах и т.д. Очень часто локальные сужения каналов используются в качестве пассивных интенсификаторов теплоотдачи: их расположение с некоторым шагом на стенках каналов приводит к разрушению пограничного слоя и обеспечивает интенсивный массо- и теплообмен между основным потоком и областью низкоскоростного течения вблизи стенки.

Исследования течения вязкой жидкости в области сужения канала имеют важное значение и для углубленного понимания гемодинамики сердечно-сосудистой системы человека [1–4]. Выраженное локальное сужение (стеноз) артерии – одно из наиболее распространенных заболеваний, которое может привести к ишемическому инсульту, длительной нетрудоспособности человека или даже летальному исходу. Кроме того, у перенесших инсульт остается высокий риск развития повторного ишемического эпизода. Этот риск связан как с возможным ростом тканей внутреннего слоя сосудов (интимы) ниже по потоку от сужения, и, соответственно, расширению области поражения артерии, так и с уносом частиц тканей непосредственно из области сужения с последующей закупоркой сосудов.

Наиболее часто в качестве основных причин прогрессирования атеросклероза и роста толщины интимы называется низкое напряжение пристеночного сдвига [1–8]. Установлено также, что, помимо величины сдвиговых напряжений, на рост внутреннего слоя стенки пораженного сосуда существенное влияние оказывает динамика изменения этого параметра: высокие градиенты напряжения трения на стенке по времени и пространству коррелируют с ускоренным ростом толщины интимы. Кроме того, при высоких значениях поверхностного трения, равно как и его градиентов, характерных для стенозированных сосудов, высока вероятность отрыва частей атероскллеротических бляшек с возможной последующей блокировкой более мелких сосудов вниз по течению.

Возникновение аномальных (высоких или низких) значений поверхностного трения связано с гемодинамикой в области сужения артерии, вызванного атероскллеротическими изменениями. Пульсирующий поток крови в крупных, не пораженных атероскллерозом сосудах чаще всего ламинарный. Течение в просвете стенозированного сосуда характеризуется увеличением скорости потока и напряжения трения на стенке. Вниз по потоку от локального сужения формируется область отрыва потока, в пределах которой поверхностное трение существенно ниже, чем за ее пределами. Кроме того, результаты клинических исследований структуры течения в артериях с различными нарушениями кровотока показали, что обтекание препятствия в виде выраженного локального сужения сосуда может сопровождаться потерей устойчивости сдвиговых слоев и локальной турбулизацией течения даже при весьма умеренных числах Рейнольдса потока перед сужением [9–11].

Исследования гидродинамических неустойчивостей и перехода к турбулентности в жестких моделях крупных кровеносных сосудов со стенозом проводились как для стационарного по расходу, так и для пульсирующего потока при различных вариантах формы стеноза и его степени – доли поперечного сечения сосуда, перекрытой стенозом. Как правило, кровеимитирующая жидкость полагалась ньютоновской, обоснование приемлемости данного приближения дается, например, в [12, 13]. Первые экспериментальные [14–16] и расчетные работы [17, 18] данной направленности ограничивались случаем осесимметричной формы сужения, с наибольшим интересом к течению через клинически значимый стеноз (степень 75% или около того). Приведенные в данных работах результаты для стационарного в среднем потока через гемодинамически значимый стеноз косянусообразного профиля в целом показали, что критическое число Рейнольдса потери устойчивости ламинарного течения лежит выше значения  $Re = 500$  (при расчете по среднерасходной скорости и диаметру канала,  $D$ , до участка сужения), а условия перехода к локальной турбулентности за стенозом возникают при значениях  $Re$ , близких к 1000. В частности, авторы работы [18], применяя метод прямого численного моделирования и расчетный трехмерный анализ на основе методов линейной и нелинейной теории гидродинамической устойчивости, установили, что переход к турбулентности за 75% стенозом (общей протяженностью  $2D$ ) носит жесткий характер, с достаточно выраженным интервалом гистерезиса по числу Рейнольдса:  $690 < Re < 722$ , где верхнее значение, рассчитанное по линейной теории устойчивости, определяет условия абсолютной неустойчивости стационарного ламинарного течения.

Сильное влияние даже малого отклонения от осесимметричной геометрии на условия перехода к локальной турбулентности за стенозом было показано в расчетной работе [19], авторы которой, выполняя прямое численное моделирование стационарного по расходу течения в канале с осесимметричным 75% стенозом (также протяженностью  $2D$ ), получали решения с устойчивым ламинарным режимом течения, как при  $Re = 500$ , так и при  $Re = 1000$ . Однако при введении эксцентризитета 5% диаметра канала в решении при  $Re = 1000$  наблюдался локальный переход к турбулентности вниз по течению от стеноза на расстоянии приблизительно пять диаметров канала, что подтверждалось появлением инерционного интервала в спектрах пульсаций скорости. Далее вниз по потоку пульсации скорости быстро затухали, и течение вновь становилось ламинарным. Было показано также, что ламинарно-турбулентный переход за стенозом сопровождался значительными временными и пространственными градиентами напряжения трения. В работе [20] теми же авторами представлены результаты расчетов, выполненных для 75% стеноза с 5% эксцентризитетом в случае наложения гармонических пульсаций расхода с амплитудой 67% от среднего по циклу; при этом среднее по циклу число Рейнольдса было около 600. Расчеты показали, что в области за стенозом в фазе ускорения потока формируется разгонный вихрь, который в фазе максимальной скорости разрушается с формированием турбулентного пятна ниже по потоку. Наибольший уровень турбулентных пульсаций наблюдался в начале фазы торможения потока.

Гармонически пульсирующее течение в канале номинально квадратного сечения ( $H \times H$ ) с односторонним 50% косинусообразным стенозом протяженностью  $2H$  исследовалось численно в [21] для среднего за период колебаний числа Рейнольдса, изменяющегося в интервале от 1000 до 2000. Расчеты выполнены по методу моделирования крупных вихрей (Large Eddy Simulation, LES) с оценкой подсеточной вязкости по модели Смагоринского; использованные сетки, покрывающие расчетную область общей длиной 20 калибров, содержали около 0.5 млн. элементов. Обнаружено, что максимальные значения турбулентных пульсаций скорости наблюдаются вблизи стенки канала, на которой формируется стеноз, на расстоянии до шести калибров. Показано наличие выраженного инерционного интервала в спектрах пульсаций скорости в этой области.

Течение за асимметричным 70% стенозом с наибольшим эксцентризитетом круглого горла экспериментально исследовалось в работе [22] методом PIV (Particle Image Velocimetry) для случая пульсирующего (не гармонически) потока при пиковом значении числа Рейнольдса, равном 1803; среднее по циклу значение данного параметра составляло 650. Измерения на установке, обеспечивающей полную развитость ламинарного течения в подводящей круглой трубке, выполнены в [22] для трех вариантов стеноза близкой геометрии: двух жестких и одного деформируемого, под действием потока; в первом (базовом) варианте недеформируемый односторонний стеноз характеризовался общей протяженностью 2D и косинусообразным профилем в плоскости симметрии. Приведенные в [22] результаты измерений, выполненные преимущественно в плоскости симметрии рабочего участка, количественно определяют влияние вариаций в моделях стеноза на осредненные по многим циклам профили скорости для разных фаз цикла (кратко, “осреднение по фазе”), а также на осредненное по фазе поле значений генерационного члена в уравнении баланса кинетической энергии турбулентности и временные зависимости отдельных составляющих данного уравнения в области наибольших значений генерационного члена.

В [23] численно изучается течение в модели кровеносного сосуда с односторонним 70% стенозом при числе Рейнольдса  $Re = 1803$ , соответствующем пиковому значению данного параметра в экспериментальной работе [22]. Решение получено методом LES с использованием динамической модели подсеточной вязкости Джермано–Лилли на сетке, содержащей около 4.5 млн ячеек. В трехмерном потоке за сужением канала выделяются: зона струйного течения, протяженная рециркуляционная область и вторичные течения, которые вблизи горла стеноза имеют вид пары вихрей Дина, характерных для течения в криволинейном канале, и четырехвихревое строение в рециркуляционной области. Даётся анализ поля кинетической энергии турбулентности, развившейся в результате неустойчивости течения в слое смешения на границе рециркуляционной области, а также поля сдвиговых турбулентных напряжений. Показано, что высокий уровень турбулентных напряжений наблюдается на участке протяженностью около четырех калибров, примерно там же, где в экспериментах [22] наблюдались высокие значения генерационного члена в фазе максимального расхода. Ниже по потоку течение реламинируется.

Результаты численного исследования влияния вариаций формы стеноза (10 вариантов) на ламинарно–турбулентный переход в модели коронарной артерии представлены в недавней работе [24]. Трехмерные нестационарные расчеты на сетках, включающих около 5 млн элементов, проведены с применением пакета ANSYS Fluent на основе уравнений Навье–Стокса с аппроксимацией конвективных членов по противоготочной схеме второго порядка точности, фактически, по методу ILES (Implicit Large Eddy Simulation). Степень стеноза для всех его форм оставалась постоянной, равной 73%; временная зависимость расхода была задана по физиологическим данным, с пиковым значением числа Рейнольдса около 850. Показано, что протяженность струйного течения, формирующегося при прохождении горла стеноза, существенно зависит от формы стеноза. Признаки перехода к турбулентности, который наблюдается почти во всех случаях, за исключением осесимметричного стеноза, и идентифицируется по росту амплитуды пульсаций скорости, начинаются в области рассеивания струйного течения, где максимальное мгновенное значение продольной компоненты скорости вдвое меньше максимальной мгновенной скорости струи в области сужения. Далее вниз по потоку наблюдается реламинаризация течения: профили скорости приобретают характерную параболическую форму. Определено положение области турбулизации потока в зависимости от формы стеноза и дан анализ спектральных характеристик пульсаций скорости потока в этой области.

Изложенное выше позволяет сделать следующие выводы. В здоровых сосудах сохраняется, главным образом, ламинарный режим течения, который может нарушаться по причине различных сосудистых заболеваний, приводящих к искривлению сосудов или их локальному сужению (стенозу). Отложение склеротических бляшек на стенках сосудов вызывает появление областей

отрыва потока, которые способствуют дальнейшему усугублению атеросклероза. Большинство исследователей связывают эти процессы с низким напряжением трения на стенке и его большими пространственными или временными градиентами в области отрыва потока за сужением (стенозом). Отрыв потока может вызывать локальную турбулизацию течения и, как следствие, увеличение интенсивности пульсаций динамических параметров потока. Эти явления активно исследуются в последние десятилетия с применением различных экспериментальных и расчетных методов. Однако в целом проблема развития ламинарно-турбулентного перехода в областях весьма разнообразных по геометрии стенозов артерий и его гемодинамические последствия изучены недостаточно. Остаются открытыми и вопросы влияния нерегулярных входных возмущений, которые могут развиться, например, при прохождении потока крови через область бифуркации сосудистого русла, находящуюся выше по потоку от стеноза.

Настоящая работа охватывает результаты первого этапа исследования, направленного в целом на улучшение понимания структуры отрывного течения и перехода к турбулентности в постстенотических кровотоках и предусматривающего использование комбинированного подхода: сочетания экспериментальных исследований и численного моделирования. Представляемые результаты получены при изучении в среднем стационарного течения в канале с асимметричным сужением косинусоидального профиля при степени сужения 70% и числе Рейнольдса  $Re = 1800$ , находящемся в интервале физиологических значений при оценке по максимальному расходу крови в бедренной артерии человека за период сердечных сокращений. На данном этапе исследования авторы использовали традиционный на сегодняшний день подход к моделированию постстенотических кровотоков, согласно которому упругость стенок сосудов не учитывается.

## 1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОБОРУДОВАНИЕ И МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

Экспериментальные исследования выполнялись с использованием установки, схема которой показана на рис. 1. Движение жидкости в рабочем участке 1 установки обеспечивается за счет статического напора, создаваемого напорным баком 4, установленным на жесткой раме. Жидкость из напорного бака через рабочий участок поступает в накопительную емкость 6, откуда при помощи погружного насоса 7 возвращается в напорный бак. Требуемый расход жидкости в рабочем участке устанавливается при помощи расходной шайбы 10, расположенной в сливном трубопроводе и контролируется прямыми измерениями веса жидкости, проходящего через рабочий участок в течение заданного промежутка времени. Постоянный уровень жидкости в напорном баке поддерживается при помощи устройства перелива 5.

Рабочий участок 1 представляет собой участок трубы с асимметричным сужением (асимметричным стенозом, рис. 2), геометрия которого задана выражением [22]

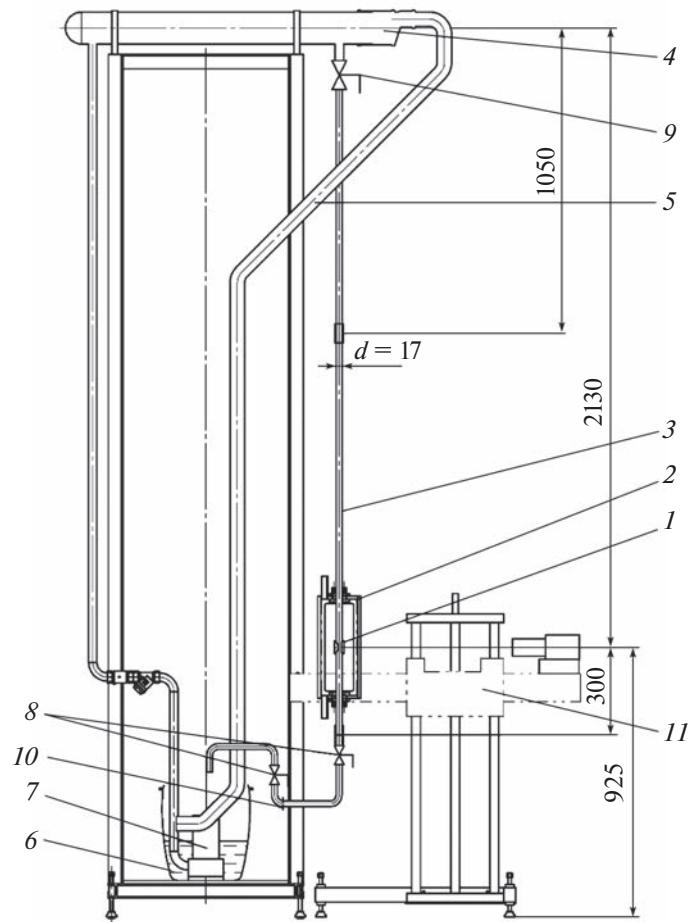
$$\frac{d(x)}{D} = \left(1 - \frac{S}{200}\right) - \frac{S}{200} \cos\left(\frac{2x\pi}{L}\right), \quad -\frac{L}{2} \leq x \leq \frac{L}{2}$$

$$\frac{c(x)}{D} = \frac{1}{2} - \frac{d(x)}{2D}, \quad -\frac{L}{2} \leq x \leq \frac{L}{2}$$

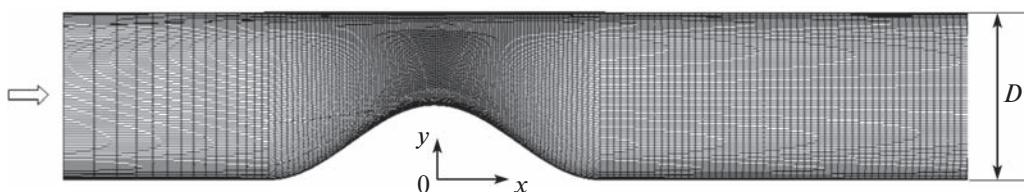
Здесь  $D$  – диаметр трубы до и за участком сужения,  $d$  – локальный диаметр проходного сечения на участке стеноза,  $S = (1 - d_{min}/D) \times 100\%$ ,  $L$  – протяженность области сужения,  $S = 45\%$ ,  $L = 2D$  (в представляемых экспериментах внутренний диаметр трубы  $D = 17$  мм). Площадь минимального проходного сечения ( $x = 0$ ) на стенозированном участке составляет 30.25% от площади поперечного сечения трубы за пределами стеноза, т.е. рассматривается случай стеноза 69.75% (округленно, 70%).

В качестве рабочей жидкости использовалась дистиллированная вода. Эксперименты выполнялись в условиях стационарного изотермического потока при числе Рейнольдса, рассчитанном по среднерасходной скорости  $\langle U \rangle$  и диаметру  $D$ ,  $Re = 1800 \pm 25$ . Указанный разброс значений числа Рейнольдса в экспериментах обусловлен, главным образом, изменением температуры рабочей жидкости, которая поддерживалась на уровне  $20 \pm 0.5^\circ\text{C}$ . Значение расхода перед проведением опытов измерялось весовым способом с неопределенностью  $\pm 1\%$ . Длина предвключенного участка прямой гладкой трубы, составлявшая  $120D$ , выбиралась из условия ее достаточности для достижения (при данном числе Рейнольдса) состояния развитости ламинарного течения перед входом в рабочий участок, с профилем скорости, соответствующим решению Пуазейля.

Измерения мгновенных векторных полей скорости ниже по потоку от области сужения выполнялись с использованием техники SIV (Smoke Image Velocimetry) [25] на основе съемки картины течения скоростной камерой Эверкам 2000-4M в световом ноже, создаваемом лазером не-



**Рис. 1.** Установка для исследования стационарного течения через область сужения (стеноз) артерии: 1 – область исследуемого течения; 2 – прозрачный бокс; 3 – предвключенный участок гладкой прямой трубы; 4 – напорный бак; 5 – система перелива; 6 – емкость; 7 – погружной насос; 8, 9 – запорные вентили; 10 – сливной трубопровод с расходной шайбой; 11 – координатное устройство.



**Рис. 2.** Геометрия рабочего участка, моделирующего асимметричный стеноз артерии, и вид расчетной сетки в продольном срединном сечении.

прерывного действия SSP-ST-532-NB-5-5-LED-VAC. В качестве трассеров использовались полиамидные частицы диаметром 5 мкм. Камера и лазер устанавливались на координатном устройстве 11, обеспечивающем их перемещение относительно рабочего участка. Съемки выполнялись в плоскости  $xy$ , совпадающей со срединным продольным сечением рабочего участка (плоскостью геометрической симметрии). Для снижения погрешности результатов измерений, вызванной отличием коэффициентов преломления рабочей жидкости и воздуха, рабочий участок размещался в заполненном глицерином боксе, выполненном в форме прямоугольного параллелепипеда.

Результаты предварительных измерений профилей скорости потока перед областью сужения ( $x/D = -10$ ) в двух взаимно перпендикулярных сечениях показали их удовлетворительное соответ-

ствие профилю Пуазейля. Уровень среднеквадратичных пульсаций скорости потока в указанном поперечном сечении предвключенной трубы составлял порядка 0.5% от среднерасходной скорости потока. Измеренный спектр пульсаций свидетельствовал о приблизительно равномерном распределении амплитуды по частотам. Предположительно источником этих пульсаций являются неустойчивые низкоамплитудные колебания площадки (пола), на которой закреплена рама установки, и колебания свободной поверхности жидкости в напорном баке 4 (см. рис. 1).

## 2. МЕТОДИКА ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Течение в модели кровеносного сосуда со стенозом той же геометрии рассчитывалось по методу моделирования крупных вихрей с искусственным введением входных пульсаций скорости (“турбулентного контента”). Необходимость задания входного турбулентного контента в расчетах, предусматривающих сравнение с данными измерений на описанной выше установке, простижала из результатов начальных сопоставлений измеренных профилей скорости за стенозом с данными численного моделирования, выполненного ранее [23] в предположении отсутствия каких-либо входных возмущений.

Аналогично [23], расчеты проводились с применением гидродинамического “конечно-объемного” кода общего назначения ANSYS CFX (версия 18.2), со вторым порядком точности пространственной и временной дискретизации. Число Рейнольдса  $Re$  полагалось равным 1803. Возможность задания входного турбулентного контента обеспечивалась посредством применения гибридного зонального RANS/LES подхода, в котором предусматривается активация генератора синтетической турбулентности на границе между RANS-зоной, рассчитываемой на основе осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса, и LES-зоной, расчеты для которой проводятся по методу моделирования крупных вихрей. В настоящих расчетах RANS-зона, расположенная перед входом в участок сужения, составляла всего один калибр, и в ее пределах распределение скорости мало отличалось от заданного на входе в расчетную область профиля Пуазейля. В качестве замыкающей RANS модели использовалась  $k-\omega$  SST модель турбулентности. Расчеты течения в LES-зоне выполнялись с использованием модели Смагоринского для оценки подсеточной вязкости, с уменьшенным в несколько раз коэффициентом Смагоринского относительно стандартного значения.

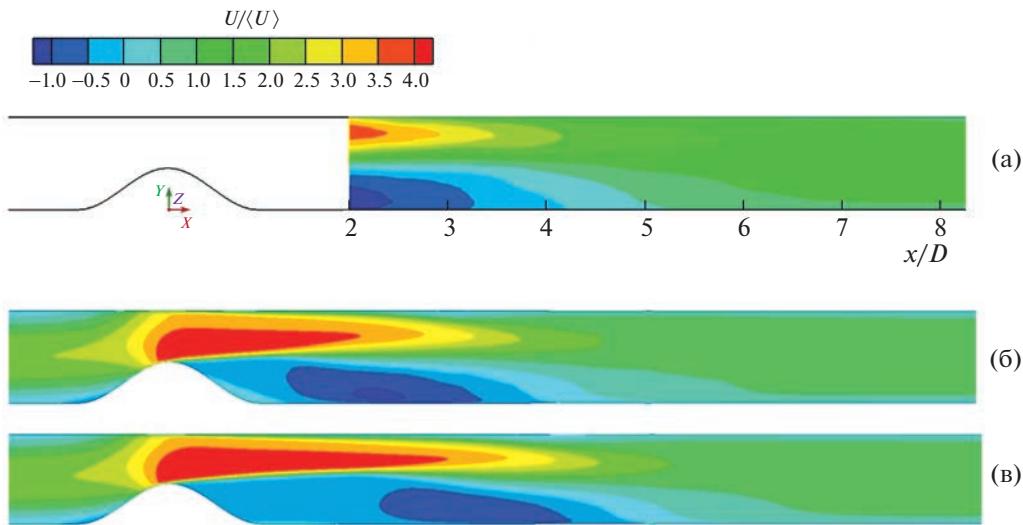
Помимо параболического распределения скорости, на входе в расчетную область (вход в RANS-зону) задавалась локальная интенсивность турбулентности  $Tu = 1\%$ . Данное значение было выбрано по результатам предварительных параметрических расчетов, исходя из условия приемлемой согласованности опытных и расчетных данных по протяженности отрывной зоны за стенозом (обсуждение и иллюстрации даются ниже).

На выходной границе расчетной области, располагавшейся на расстоянии  $20D$  от места сужения, задавалось условие постоянного давления; указанная протяженность расчетной области достаточно для того, чтобы выходное граничное условие не оказывало сколько-нибудь существенного влияния на течение вблизи стеноза. На стенах трубы задавалось условие прилипания.

Расчеты проводились на сетке, содержащей около 4.5 млн гексаэдральных ячеек. Фрагмент расчетной сетки в продольном сечении модели показан на рис. 2. На участке сужения и на всем выходном участке продольный шаг сетки был равномерным и составлял  $0.04D$ , при этом максимальный шаг в поперечных направлениях составлял  $0.02D$ . На входном участке продольный шаг сетки постепенно уменьшался до  $0.04D$  при подходе к началу сужения. Нормированный шаг по времени составлял  $0.006t_s$ , где  $t_s = D/\langle U \rangle$  – характерный временной масштаб задачи; выбранный временной шаг обеспечивал локальные значения числа Куранта меньше единицы во всей LES-зоне (необходимое условие устойчивости явной численной схемы). Для аппроксимации конвективных слагаемых уравнений движения применялась центральная схема второго порядка точности. Временная выборка, использованная для получения осредненных характеристик потока, накапливалась на протяжении  $1050t_s$ ; предшествующий временной интервал, охватывающий около  $600t_s$ , был достаточен для выхода на статистически установившийся режим течения. Расчеты проводились на кластере “Политехник – РСК Торнадо” суперкомпьютерного центра “Политехнический” (<http://www.scc.spbstu.ru>).

## 3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Измерения актуальной скорости выполнялись в плоскости симметрии для сечений рабочего участка со следующими координатами:  $x/D = 2.0; 2.57; 3.13; 3.7; 4.27; 4.84; 5.41; 6.0; 6.55; 7.12; 7.69$ ;



**Рис. 3.** Поле осредненной продольной скорости потока  $U/\langle U \rangle$  в плоскости симметрии модели кровеносного сосуда со стенозом: (а) – эксперимент; (б) – расчет с введением входных возмущений; (в) – расчет без входных возмущений [20].

8.27 (для сечений  $x/D < 2$  измерения не проводились по причине непрозрачности материала, из которого сделана вставка, имитирующая стеноз артерии). На основе совокупности измеренных профилей осредненной по времени продольной скорости построено, посредством применения процедуры интерполяции, двумерное поле, которое приведено на рис. 3 в сопоставлении с расчетными данными, полученными в настоящей работе с искусственным введением турбулентного контента на входе в участок сужения и в работе [23] для случая нулевых входных возмущений. Хорошо виден эффект учета входных возмущений, приводящий к существенному сокращению протяженности отрывной (рециркуляционной) зоны за стенозом по сравнению со случаем нулевых возмущений и, как следствие, к значительно лучшему согласованию с результатами измерений, в том числе и по протяженности высокоскоростной струи, образующейся при прохождении потоком горла стеноза.

Максимальная скорость потока в высокоскоростной струе более чем в 4 раза превышает среднерасходную скорость потока перед сужением. Далее вниз по потоку струя теряет свою интенсивность, размывается и при  $x/D \approx 5$  скорость потока в ней становится сопоставимой со среднерасходной скоростью  $\langle U \rangle$ . По результатам измерений и расчетов с введенными входными возмущениями, продольный размер рециркуляционной области, нормированный на базовый диаметр  $D$ , составляет  $4.1 \pm 0.1$ ; при нормировке на высоту стеноза этому соответствует значение 7.4. Следует отметить, что продольный размер рециркуляционной области определялся как разница координат точек присоединения и отрыва потока, с учетом того, что отрыв происходит сразу же за горлом стеноза. Укажем также, что решение, полученное при нулевых входных возмущениях, дает положение точки присоединения потока  $x/D = 5.3$  [23].

На рис. 4 показаны поля осредненных по времени составляющих скорости в трех поперечных сечениях модели сосуда, полученные в расчетах с введенными входными возмущениями. Видно, что сформировавшаяся в области стеноза струя с относительно высокими локальными скоростями характеризуется также наличием интенсивного поперечного (вторичного) течения в виде парного вихря (рис. 4а). Эта пара вихрей, схожих с вихрями Дина в криволинейных трубах, образуется в передней части стеноза, где течение происходит по криволинейным линиям тока, соответственно геометрии стеноза. В свою очередь, возникший в стенозе парный вихрь индуцирует вторичное течение (противоположной циркуляции) в зоне обратного течения за стенозом.

Поперечное течение резко трансформируется в окрестности конца зоны обратного течения (рис. 4б), а затем практически полностью вырождается. Распределение осредненной продольной скорости на расстоянии около  $10D$  от центра стеноза вновь приобретает осесимметричный вид, с максимумом скорости в центре сосуда (рис. 4в).

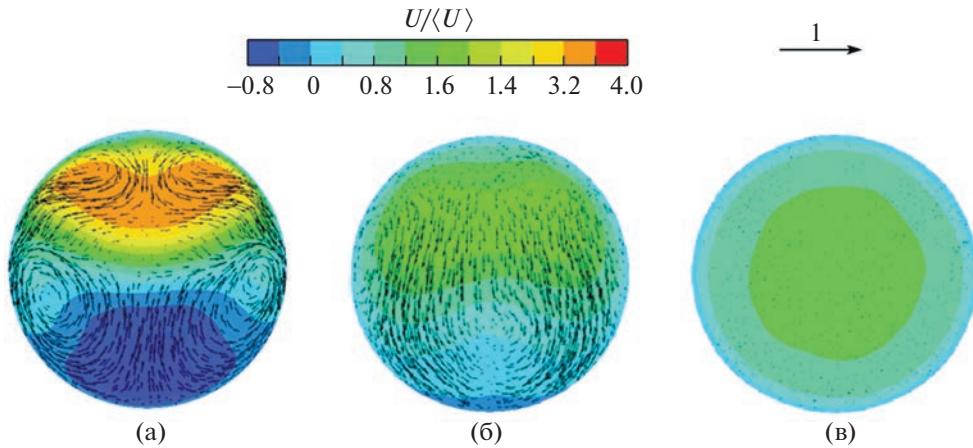


Рис. 4. Расчетное поле продольной скорости с наложенными векторами поперечной скорости в трех сечениях канала за стенозом: (а–в) –  $x/D = 2, 4, 10$ .

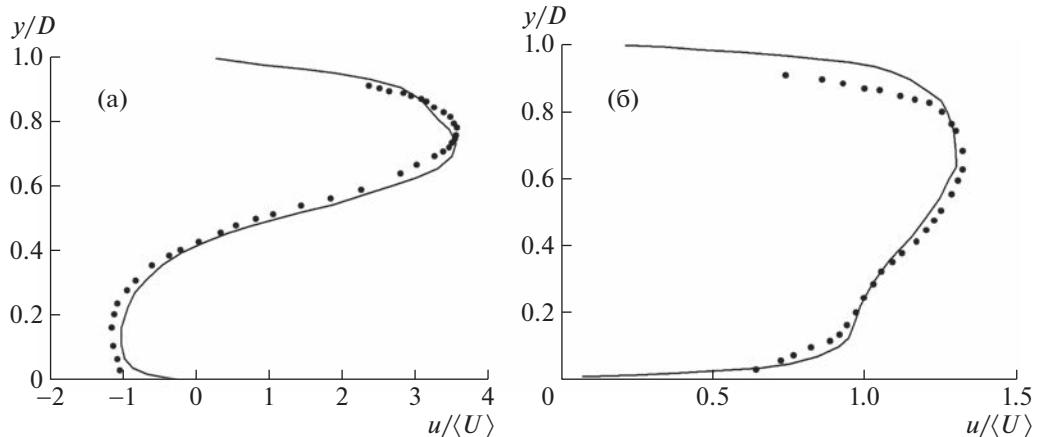
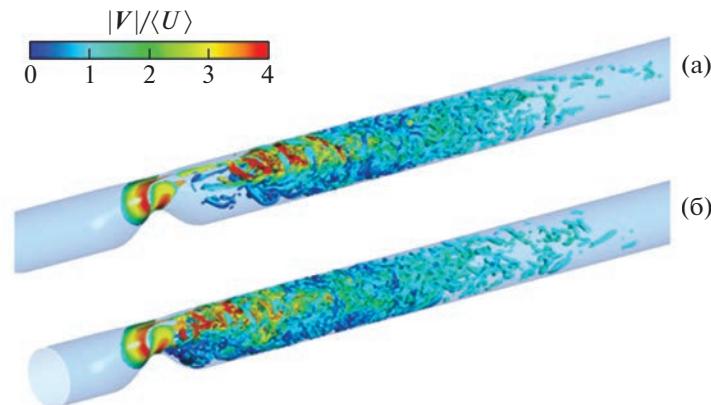


Рис. 5. Сопоставление расчетных (линии) и экспериментальных (точки) профилей скорости потока в плоскости симметрии за областью сужения: а, б –  $x/D = 2, 6.55$ .

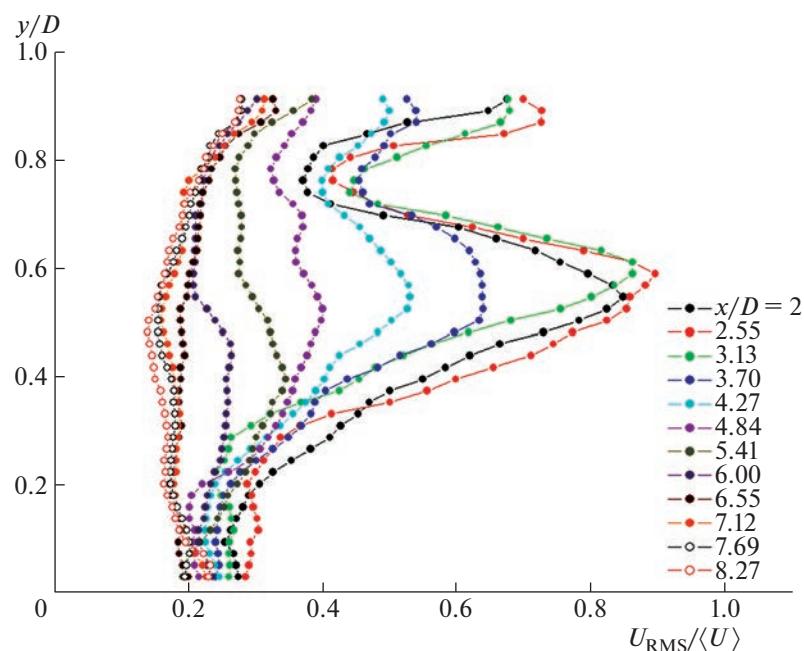
На рис. 5 в качестве примера приведено сопоставление расчетных и экспериментальных профилей скорости на двух расстояниях от стеноза ( $x/D = 2$  и  $6.55$ ). Видно, что результаты в основном согласуются между собой.

Наиболее интересная особенность изучаемого течения заключается в формировании за стенозом области локальной турбулентности. Для иллюстрации этой особенности на рис. 6 показаны изоповерхности  $Q$ -критерия, построенные по данным численного моделирования для двух вариантов расчета: с нулевыми входными возмущениями [23] и с введением возмущений. Построенные изоповерхности раскрашены по локальным значениям модуля скорости и наглядно визуализируют область существования разномасштабных турбулентных вихревых структур, которые возникают в результате проявления гидродинамических неустойчивостей, присущих сдвиговому течению струйного характера, формирующемуся за стенозом. В варианте расчета с наложенными входными возмущениями переход к состоянию потока с трехмерными турбулентными образованиями происходит практически сразу за стенозом. Во втором варианте отчетливо прослеживается формирование квазидвумерных вихрей вследствие неустойчивости Кельвина–Гельмгольца, и область перехода к турбулентности сдвинута вниз по потоку.

На рис. 7 приведены экспериментальные профили среднеквадратичных значений пульсаций продольной компоненты скорости потока,  $u_{rms}$ , измеренные в плоскости симметрии рабочего участка на разных расстояниях от горла стеноза. Видно, что уже в первом из обследованных сечений ( $x/D = 2$ ) пульсации скорости весьма велики, с пиковым значением  $u_{rms}$ , составляющим



**Рис. 6.** Визуализация вихревых структур в канале с местным асимметричным сужением: раскрашенные по модулю скорости изоповерхности  $Q$ -критерия по результатам расчетов без наложения (а) и с наложением (б) входных возмущений.



**Рис. 7.** Экспериментальные профили среднеквадратичных значений пульсаций продольной компоненты скорости потока.

около 90% от среднерасходной скорости  $\langle U \rangle$ , или же около 27% от среднерасходной скорости в горле стеноза,  $\langle U_s \rangle = 3.3\langle U \rangle$ . Тот же уровень максимальных значений  $u_{rms}$  наблюдается и в двух последующих сечениях ( $x/D = 2.55$  и  $3.13$ ). При этом во всех трех сечениях пиковые значения  $u_{rms}$  находятся при  $y/D \approx 0.6$ , где наблюдаются и максимальные значения градиента средней скорости (см. рис. 5). Начиная с сечения  $x/D = 3.5$ , уровень пульсаций скорости резко снижается, и при  $x/D > 6$  распределение пульсаций становится почти равномерным по ядру потока, характеризуясь значением  $u_{rms}/\langle U \rangle \approx 0.2$ .

Представленные на рис. 8 примеры сравнения расчетных и экспериментальных профилей среднеквадратичных пульсаций продольной скорости свидетельствуют об общей согласованности характера сопоставляемых распределений и уровней интенсивности пульсаций, измеренных и рассчитанных при разных расстояниях от стеноза. Наблюдаемые различия интенсивности пульсаций обусловлены, по-видимому, некоторым смешением в экспериментах плоскости све-

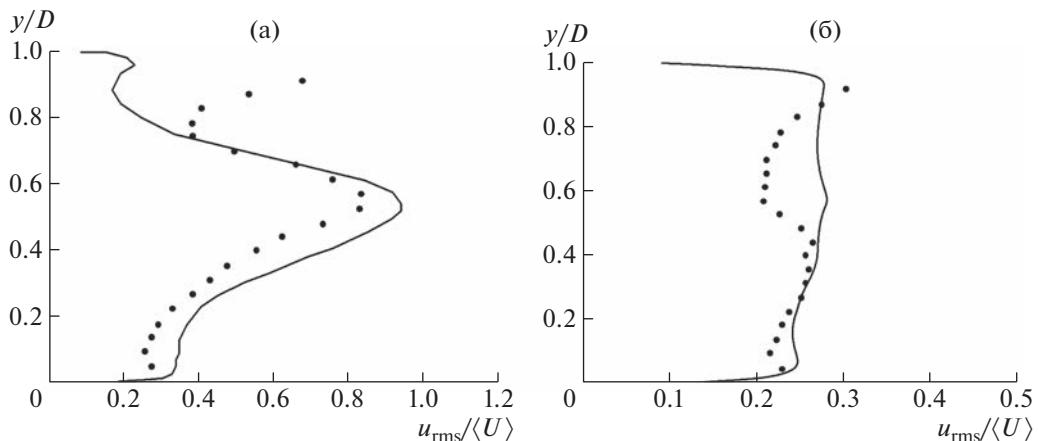


Рис. 8. Сопоставление расчетных (линии) и экспериментальных (точки) профилей среднеквадратичных пульсаций скорости: а, б –  $x/D = 2, 6.55$ .

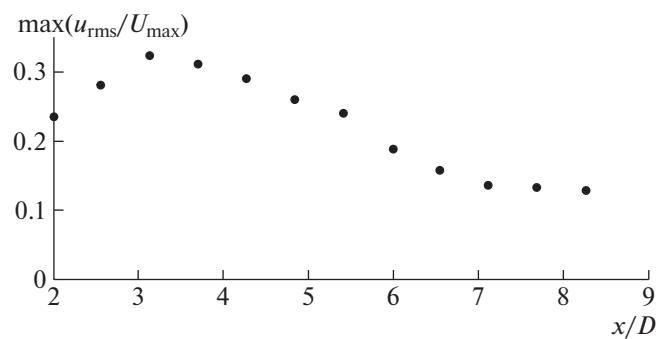
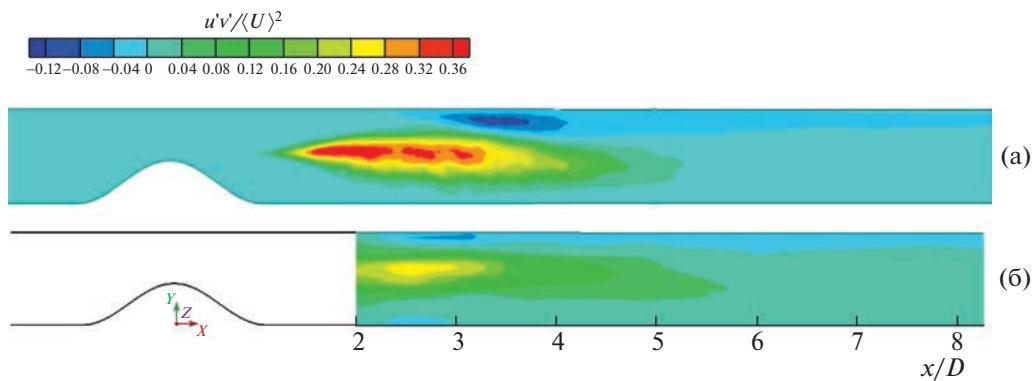


Рис. 9. Изменение характерной интенсивности пульсаций скорости вниз по потоку за сужением.

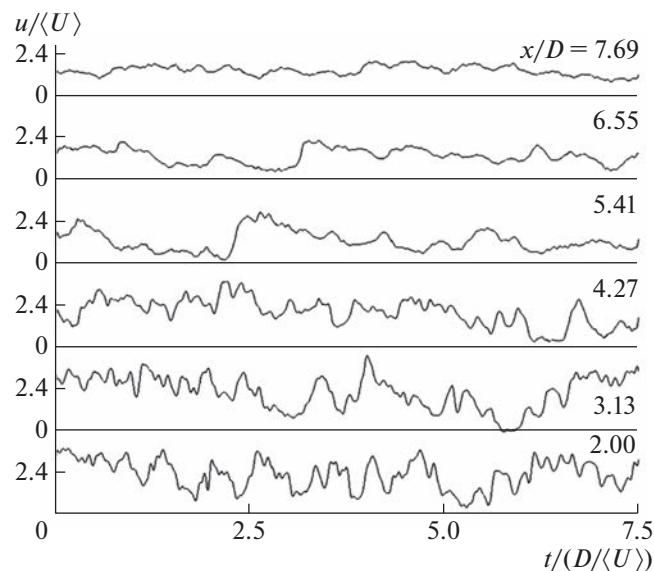
тowego ножа от плоскости симметрии канала, которое в большей степени сказывается на величине измеряемых значений  $u_{\text{rms}}$ .

Для общей оценки степени турбулизации потока на разных расстояниях от горла стеноза введем характерную интенсивность турбулентности как отношение двух величин: максимальной по сечению величины среднеквадратичных пульсаций продольной скорости и максимальной по сечению осредненной скорости потока  $U_{\text{max}}$ . Использование для нормировки скоростных пульсаций максимальной в сечении скорости обусловлено тем, что именно  $U_{\text{max}}$  определяет характерную величину поперечного градиента скорости в слое смешения за стенозом, который, в свою очередь, определяет развитие гидродинамических неустойчивостей и переход к турбулентности. Изменения введенной интенсивности турбулентности вниз по потоку от стеноза иллюстрируются на рис. 9, где график построен по экспериментальным данным. Из рисунка видно, что интенсивность пульсаций скорости достигает максимальных значений при  $x/D \approx 3.2$ , затем снижается и при  $x/D \geq 8$  практически не меняется.

На рис. 10 поле касательных рейнольдсовых напряжений  $u'v'/\langle U \rangle^2$ , рассчитанных по численно разрешаемым составляющим пульсационного движения, сопоставляется с результатами измерений по методу SIV. Видно, что как в расчете, так и в эксперименте сдвиговое турбулентное напряжение значительно по величине лишь в области  $x/D < 5$ , что является дополнительным свидетельством локализации турбулентности в ближнем следе за стенозом. Область с максимальными значениями рейнольдсовых напряжений располагается на расчетном и экспериментальном поле практически в одном и том же месте. Вместе с тем предсказываемые в расчете максимальные значения напряжения приблизительно на 25% выше по сравнению с измеренными.



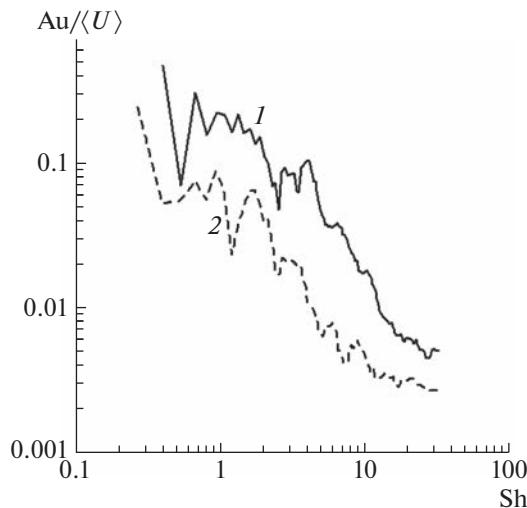
**Рис. 10.** Поля рейнольдсовых напряжений  $u'v' / \langle U \rangle^2$  в плоскости симметрии: а – численное моделирование с введением входных возмущений; б – эксперимент.



**Рис. 11.** Осциллограммы продольной компоненты скорости потока на разных расстояниях от сужения.

На рис. 11 приведены экспериментальные осциллограммы продольной компоненты скорости потока в точках, соответствующих координатам максимумов среднеквадратичных пульсаций скорости в попечных сечениях канала (см. рис. 7). Как видно из рисунка, течение за стенозом сопровождается относительно низкочастотными пульсациями скорости потока, которые вызваны формированием и движением разномасштабных вихревых структур в слое смешения за сужением. Наибольшая амплитуда пульсаций наблюдается при  $x/D = 3.13$ , что соответствует данным рис. 9. Далее вниз по потоку амплитуда пульсаций заметно снижается (рис. 11).

Для двух сечений за стенозом ( $x/D = 3.13$  и  $7.69$ ) на рис. 12 показаны экспериментальные спектры пульсаций скорости потока в точках, соответствующих максимальному значению  $u_{rms}$  в попечном сечении канала (см. рис. 7). На приведенных спектрах можно выделить инерционный интервал, протяженность которого снижается с увеличением расстояния от стеноза. Однако различие в частоте пульсаций на границах этого интервала менее, чем на порядок, не позволяет дать достоверное заключение о законе изменения амплитуды пульсаций на этом интервале. Тем не менее характер приведенных спектров свидетельствует о локальной турбулизации потока, с признаками последующей ламинаризации по мере удаления от стеноза.



**Рис. 12.** Спектр пульсаций продольной компоненты скорости потока в точках, расположенныхных на разных расстояниях от стеноза: 1, 2 –  $x/D = 3.13, 7.69$ .

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено расчетно-экспериментальное исследование течения в модели кровеносного сосуда с асимметричным сужением косинусоидального профиля при степени сужения 70% и числе Рейнольдса  $Re = 1800$ , находящемся в интервале физиологических значений при оценке по максимальному расходу крови в бедренной артерии человека за период сердечных сокращений. Эксперимент выполнен с использованием оптического метода SIV, обеспечивающего возможность измерения мгновенных векторных полей скорости потока с высоким пространственным и временными разрешениями. Трехмерное численное решение получено методом моделирования крупных вихрей.

Экспериментальные данные, полученные при измерениях в продольном центральном сечении канала (плоскости симметрии), определенно указывают на существование за стенозом области с достаточно развитой локальной турбулентностью, протяженность которой на 30–40% превосходит длину отрывной (рециркуляционной) зоны, формирующейся за горлом стеноза. Уже в первом из обследованных сечений, находящемся на расстоянии двух калибров (диаметров канала) от горла стеноза, пульсации продольной скорости весьма велики, с пиковым значением среднеквадратичной величины  $u_{rms}$ , составляющим около 90% от среднерасходной скорости на участках до и после сужения. Тот же уровень максимальных значений  $u_{rms}$  наблюдается и на последующих полутора калибрах. Далее уровень пульсаций скорости резко снижается, и в последних обследованных сечениях (6–8 калибров от горла стеноза) распределение пульсаций становится почти равномерным по ядру потока, характеризуясь значением  $u_{rms}$  около 20% от среднерасходной скорости. Временные осциллограммы и спектры пульсаций скорости на последних сечениях отчетливо свидетельствуют о вырождении высокочастотных составляющих, что является признаком последующей реламинаризации течения.

Численное вихреразрешающее моделирование, имеющее в отношении эксперимента как со-поставительное, так и поддерживающее значение, проведено с учетом нерегулярных входных возмущений, которые фиксируются в потоке перед рабочим участком, моделирующим стеноз на экспериментальной установке, и вызваны, предположительно, вибрациями пола и конструктивных элементов установки. Учет входных возмущений осуществлен посредством искусственного введения в расчетную модель входной синтетической турбулентности, добавляемой к входному распределению скорости в виде профиля Пуазейля. Расчетные данные, полученные для поля осредненной по времени продольной скорости и наиболее интересных компонент тензора рейнольдсовых напряжений, удовлетворительно согласуются с результатами измерений методом SIV в плоскости симметрии канала. В результате учета нерегулярных возмущений на входе в канал расчетная протяженность отрывной зоны сократилась примерно на 25%, по сравнению с величиной, предсказанной ранее в расчетах [23] с отсутствующими входными возмущениями, и составила, в согласии с экспериментом, величину около 4 диаметров канала. Общая структура

осредненного течения за стенозом аналогична предсказанной в [23], и характеризуется наличием зоны высокоскоростного струйного течения, относительно протяженной рециркуляционной области и значительных по интенсивности вторичных течений, имеющих вид пары вихрей вблизи горла стеноза и двух пар вихрей в рециркуляционной области.

Исследования выполнены при финансовой поддержке гранта РНФ 20-61-47068 (научные результаты) и Государственного задания ФИЦ “Казанский научный центр РАН” (апробация метода SIV).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Glagov S., Zarins C., Giddens D.P., Ku D.N.* Hemodynamics and atherosclerosis. Insights and perspectives gained from studies of human arteries // Arch. Pathol. Lab. Med. 1988. V. 112. № 10. P. 1018–1031.
2. *Wootton D.M., Ku D.N.* Fluid mechanics of vascular systems, diseases, and thrombosis // Annu. Rev. Biomed. Eng. 1999. V. 1. № 1. P. 299–329.
3. *Berger S.A., Jou L.D.* Flows in stenotic vessels // Annu. Rev. Fluid Mech. 2000. V. 32. № 1. P. 347–382.
4. *Weinberg P.D.* Hemodynamic wall shear stress, endothelial permeability and atherosclerosis-A triad of controversy // Front Bioeng. Biotechnol. 2022. V. 10. Art. 836680. P. 1–29.
5. *Caro C.G., Fitz-Gerald J.M., Schroter R.C.* Atheroma and arterial wall shear-observation, correlation and proposal of a shear dependent mass transfer mechanism for atherogenesis // Proc. R. Soc. Lond.Ser. B. Biological Sciences. 1971. V. 177. № 1046. P. 109–133.
6. *Gibson C.M., Diaz L., Kandarpa K., Sacks F.M., Pasternak R.C., Sandor T., Feldman C., Stone P.H.* Relation of vessel wall shear stress to atherosclerosis progression in human coronary arteries // Arterioscler. Thromb. Vasc. Biol. 1993. V. 13. № 2. P. 310–315.
7. *Caro C.G.* Discovery of the role of wall shear in atherosclerosis // Arterioscler. Thromb. Vasc. Biol. 2009. V. 29. № 2. P. 158–161.
8. *Barber T.* Wall shear stress and near-wall flows in the stenosed femoral artery // Comput. Methods Biomed. Eng. 2017. V. 20. № 10. P. 1048–1055.
9. *Khalifa A.M.A., Giddens D.P.* Analysis of disorder in pulsatile flows with application to poststenotic blood velocity measurement in dogs // J. Biomech. 1978. V. 11. № 3. P. 129–141.
10. *Hutchison K.J., Karpinski E.* In vivo demonstration of flow recirculation and turbulence downstream of graded stenoses in canine arteries // J. Biomech. 1985. V. 18. № 4. P. 285–296.
11. *Wong E.Y., Nikolov H.N., Rankin R.N., Holdsworth D.W., Poepping T.L.* Evaluation of distal turbulence intensity for the detection of both plaque ulceration and stenosis grade in the carotid bifurcation using clinical Doppler ultrasound // Eur. Radiol. 2013. V. 23. № 6. P. 1720–1728.
12. *Педли Т.* Гидродинамика крупных кровеносных сосудов. М.: Мир. 1983. 400 с.
13. *Ku D.N.* Blood flow in arteries // Annu. Rev. Fluid Mech. 1997. V. 29. № 1. P. 399–434.
14. *Casanova R.A., Giddens D.P.* Disorder distal to modeled stenoses in steady and pulsatile flow. // J. Biomech. 1978. V. 11. № 10–12. P. 441–453.
15. *Ahmed S.A., Giddens D.P.* Flow disturbance measurements through a constricted tube at moderate Reynolds numbers // J. Biomech. 1983. V. 16. № 12. P. 955–963.
16. *Ojha M., Cobbold C., Johnston K., Hummel R.* Pulsatile flow through constricted tubes: An experimental investigation using photochromic tracer methods // J. Fluid Mech. 1989. V. 203. P. 173–197.
17. *Mallinger F., Drikakis D.* Instability in three-dimensional unsteady stenotic flows // Int. J. Heat Fluid Flow. 2002. V. 23. № 5. P. 657–663.
18. *Sherwin S.J., Blackburn H.M.* Three-dimensional instabilities of steady and pulsatile axisymmetric stenotic flows // J. Fluid Mech. 2005. V. 533. P. 297–327.
19. *Varghese S.S., Frankel S.H., Fischer P.F.* Direct numerical simulation of stenotic flows. Part 1. Steady flow // J. Fluid Mech. 2007. V. 582. P. 253–280.
20. *Varghese S.S., Frankel S.H., Fischer P.F.* Direct numerical simulation of stenotic flows. Part 2. Pulsatile flow // J. Fluid Mech. 2007. V. 582. P. 281–318.
21. *Paul M.C., Molla M.M.* Investigation of physiological pulsatile flow in a model arterial stenosis using large-eddy and direct numerical simulations // Appl. Math. Model. 2012. V. 36. № 9. P. 4393–4413.
22. *Choi W., Park J.H., Byeon H.* Flow characteristics around a deformable stenosis under pulsatile flow condition // Phys. Fluids. 2018. V. 30. № 1. P. 011902.
23. *Гатаулин Я.А., Смирнов Е.М.* Численное исследование структуры и локальной турбулизации течения в кровеносном сосуде с односторонним стенозом // Науч.-техн. ведомости С.-Петербург. гос. политехн. ун-та. Физ.-мат. науки. 2021. Т. 14. № 1. С. 72–84.
24. *Freidoonimehr N., Chin R., Zander A., Arjomandiet V.* Effect of shape of the stenosis on the hemodynamics of a stenosed coronary artery // Phys. Fluids. 2021. V. 33. № 8. P. 081914.
25. *Михеев Н.И., Душин Н.С.* Метод измерения динамики векторных полей скорости турбулентного потока по видеосъемке дымовой визуализации // Приборы и техника эксперимента. 2016. № 6. С. 114–122.