

Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2022. Т. 30, № 4
Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Applied Nonlinear Dynamics. 2022;30(4)

Научная статья
УДК 530.182

DOI: 10.18500/0869-6632-2022-30-4-424-435
EDN: CGKJXX

Об условиях безопасного подключения к хаб-кластерным энергосетям

В. А. Храменков

Федеральный исследовательский центр
Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород, Россия
E-mail: hramenkov.vlad@appl.sci-nnov.ru

*Поступила в редакцию 12.05.2022, принята к публикации 19.05.2022,
опубликована 1.08.2022*

Аннотация. *Цель.* Исследование динамики модели энергосети, которая образуется в результате расширения сильно централизованной сети, то есть хаб-кластера, за счет присоединения небольшой подсети. Основное внимание уделяется изучению возможных режимов работы такой энергосети и их характеристикам. *Методы.* В работе применяется численное моделирование работы энергосети, динамика которой описывается уравнениями Курамото с инерцией. *Результаты.* Приведены различные режимы работы энергосети и границы их существования в пространстве параметров. Рассмотрены основные характеристики этих режимов, такие как вероятность реализации и значения размаха колебаний режимных переменных. Установлены условия безопасного подключения к хаб-кластерным энергосетям. *Заключение.* Проведено исследование динамики модели энергосети, состоящей из двух подсетей. Обнаружены различные режимы ее работы. На основании характеристик каждого из режимов определена их безопасность для отдельных подсетей. Полученные результаты позволили сформулировать условия безопасного подключения к хаб-кластерным энергосетям.

Ключевые слова: энергосети, синхронные машины, модель Курамото, синхронизация.

Благодарности. Работа поддержана научно-образовательным математическим центром «Математика технологий будущего» (Соглашение № 075-02-2022-883). Автор выражает признательность д.ф.-м.н., профессору Некоркину Владимиру Исааковичу и к.ф.-м.н. Дмитричеву Алексею Сергеевичу за полезные предложения и обсуждения результатов.

Для цитирования: Храменков В. А. Об условиях безопасного подключения к хаб-кластерным энергосетям // Известия вузов. ПНД. 2022. Т. 30, № 4. С. 424–435. DOI: 10.18500/0869-6632-2022-30-4-424-435. EDN: CGKJXX

Статья опубликована на условиях Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

On the conditions for safe connection to hub-cluster power grids

V. A. Khramenkov

Federal Research Center Institute of Applied Physics
of the Russian Academy of Sciences, Nizhny Novgorod, Russia
E-mail: hramenkov.vlad@appl.sci-nnov.ru
Received 12.05.2022, accepted 19.05.2022, published 1.08.2022

Abstract. Purpose of this work is studying of the dynamics of a power grid model that results from the expansion of a highly centralized grid, i.e. a hub-cluster, by adding a small subgrid. The main attention is paid to the study of possible power grid operation regimes and their characteristics. *Methods.* Numerical simulation of power grid operation, the dynamics of which is described by the Kuramoto equations with inertia, is used. *Results.* Various power grid operation regimes and the boundaries of their existence in the parameter space are given. The main characteristics of these regimes, such as the probability of realization and the magnitude of oscillations of regime variables, are considered. The conditions for safe connection to hub-cluster power grids are obtained. *Conclusion.* The dynamics of power grid consisting of two subgrids and its operation regimes are considered. Based on the characteristics of these regimes, their safety for subgrids is determined. The results obtained made it possible to formulate conditions for a safe connection to hub-cluster power grids.

Keywords: power grids, synchronous machines, Kuramoto model, synchronization.

Acknowledgements. This work was supported by the Scientific and Education Mathematical Center «Mathematics for Future Technologies» (Project No. 075-02-2022-883). The author acknowledges to professor Nekorkin Vladimir Isaakovich and Dmitrichev Aleksey Sergeevich for useful suggestions and discussions of the results.

For citation: Khramenkov VA. On the conditions for safe connection to hub-cluster power grids. Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics. 2022;30(4):424–435. DOI: 10.18500/0869-6632-2022-30-4-424-435

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Введение

Основной задачей исследования энергосетей является обеспечение их стабильной и бесперебойной работы [1–3], которой соответствует синхронный режим взаимодействия потребителей и генераторов электроэнергии. Одной из причин нарушения синхронного режима является изменение топологии энергосети, то есть состава ее элементов и линий передачи между ними [4–8]. В настоящее время наблюдается активное расширение действующих энергосетей за счет добавления новых генераторов и потребителей электроэнергии, что приводит к возникновению задачи об их безопасном подключении, при котором, с одной стороны, должен сохраняться синхронный режим работы исходной сети, а с другой — устанавливаться синхронный режим работы во всей расширенной сети.

Наиболее широкое распространение при исследовании устойчивости энергосетей получил динамический подход [4–20]. В рамках этого подхода энергосети рассматриваются как динамические сети. Их активным узлом-элементом является синхронная машина — базовый элемент энергосети [9]. Роль связей, осуществляющих взаимодействие между узлами сети, играют линии передачи. Динамика каждой синхронной машины упрощенно может быть описана уравнением движения ее ротора, которое имеет небольшую математическую размерность, что облегчает исследование моделей реальных энергосетей, состоящих из большого числа элементов. Динамический подход использовался при изучении как достаточно крупных энергосетей [4, 6, 8, 11–15], так и небольших подсетей [5, 10, 16–18], входящих в их состав. Наиболее полный обзор результатов, полученных посредством данного подхода, можно найти в работах [9, 19, 20]. В работах [18, 21–23] рассмотрена динамика энергосетей, состоящих из одного генератора (потребителя) и нескольких

потребителей (генераторов), связанных с ним. Такие сети называются хаб-кластерами. Хаб-кластер является моделью сильно централизованной энергосети, состоящей из мощной электростанции (АЭС, ГЭС), питающей большое число потребителей. Как правило, большие энергосети состоят из нескольких хаб-кластеров. В работе [24] исследовалась динамика небольшой части энергосети, состоящей из двух генераторов и одного потребителя, связанных между собой. Эта подсеть образует так называемый мотив. Он представляет собой типичный вариант расширения действующей энергосети за счет внедрения дополнительных электростанций, которые могут работать, например, за счет альтернативных источников энергии. Предполагалось, что все элементы энергосети находятся в синхронном режиме, кроме элементов мотива, что существенно ограничивает результаты работы.

В данной работе рассматривается сеть, образованная в результате расширения энергосети в виде хаб-кластера за счет подключения к ней мотива. При этом не накладывается никаких ограничений на режим работы хаб-кластера. Устанавливаются основные режимы работы сети, а также находятся условия безопасного подключения мотива к хаб-кластеру. Приводится характеристика каждого режима с точки зрения его безопасности для функционирования энергосети. Определены значения пропускных способностей линий передачи сети, при которых, в зависимости от начальных условий, могут устанавливаться различные режимы ее работы, что позволяет выявить условия безопасного подключения новых элементов к энергосети с хаб-топологией.

1. Модель

Представим энергосеть в форме графа, узлы которого соответствуют синхронным машинам, выполняющим роль потребителей или генераторов электроэнергии, а ребра — линиям передачи, соединяющим эти машины. Считаем, что поведение каждой синхронной машины определяется уравнением движения ее ротора в предположении, что она взаимодействует с другими машинами посредством линий передачи, имеющих чисто индуктивное сопротивление [9, 19, 20]. Тогда состояние i -й синхронной машины определяется фазой ее ротора Θ_i , отсчитываемой в системе координат, вращающейся с опорной частотой сети. Она подчиняется безразмерному уравнению Курамото с инерцией [9, 19, 20]

$$\frac{d^2\Theta_i}{dt^2} = P_i - \alpha \frac{d\Theta_i}{dt} + \sum_{j=1}^N K_{i,j} \sin(\Theta_j - \Theta_i), \quad (1)$$

где $i = 1, 2, \dots, N$, N — количество синхронных машин. Параметр P_i характеризует мощность, подводимую к валу ротора i -й синхронной машины или снимаемую с него. Если механическая мощность подводится, то есть $P_i > 0$, то машина работает как генератор, а если снимается, то есть $P_i < 0$, машина работает как потребитель. Член $\alpha d\Theta_i/dt$ характеризует мощность потерь. Параметр α — это демпферный коэффициент, который обобщенно отражает влияние всех демпфирующих факторов. Член $K_{i,j} \sin(\Theta_j - \Theta_i) = P_{i,j}$ представляет собой мощность, которой обмениваются i -я и j -я синхронные машины, связанные линией передачи с пропускной способностью $K_{i,j}$ ($K_{i,j} = K_{j,i}$), равной максимальной мощности, передаваемой по этой линии. Если машины не связаны линией передачи, то $K_{i,j} = 0$.

Основными режимами работы энергосети являются: синхронный, асинхронный и квазисинхронный. Эти режимы характеризуются различным поведением разностей фаз $\Theta_i - \Theta_j = \Theta_{ij}$ и зависящих от них мощностей $P_{i,j}$.

- Если разность фаз $\Theta_{ij} = \text{const}$, то мощность $P_{i,j} = \text{const}$. В этом случае реализуется синхронный режим взаимодействия i -го и j -го элементов энергосети. Если аналогичные условия выполняются для всех связанных между собой элементов энергосети, то в ней реализуется синхронный режим, который является рабочим.

- Если разность фаз Θ_{ij} убывает или возрастает во времени, то мощность $P_{i,j}$ постоянно меняется. В этом случае реализуется асинхронный режим взаимодействия i -го и j -го элементов энергосети. Этот режим является аварийным.
- Если разность фаз Θ_{ij} колеблется вокруг некоторого среднего значения, так что $|\Theta_{ij}(t)| < \pi$, то мощность $P_{i,j}$ также совершает колебания. В этом случае реализуется квазисинхронный режим взаимодействия i -го и j -го элементов энергосети. При малых амплитудах колебаний мощности $P_{i,j}$ квазисинхронный режим является относительно безопасным.

2. Модель энергосети

Рассмотрим сеть, образованную двумя подсетями: мотивом [24], состоящим из одного потребителя (c_1 , $P_1 < 0$) и двух генераторов ($g_{2,3}$, $P_{2,3} > 0$), и хаб-кластером [18, 22, 23], состоящим из одного генератора (g_4 , $P_4 > 0$) и $N - 4$ потребителей (c_j , $P_j < 0$, $j = 5, 6, \dots, N$) (рис. 1). Рассмотрим уравнения, описывающие динамику сети, и для удобства введем новые переменные и параметры

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \Theta_2 - \Theta_1, & \phi_2 &= \Theta_3 - \Theta_1, & \phi_3 &= \Theta_4 - \Theta_1, & \phi_{j-1} &= \Theta_j - \Theta_4, \\ K_{1,2} &= K_{1,3} = K, & K_{2,3} &= B, & K_{1,4} &= C, & K_{4,j} &= H, \quad j = 5, 6, \dots, N, \end{aligned} \quad (2)$$

С учетом (2) уравнения (1) примут вид

$$\begin{cases} \dot{\phi}_i = y_i, & i = 1, 2, \dots, N, \\ \dot{y}_1 = P_2 - P_1 - \alpha y_1 - 2K \sin(\phi_1) - K \sin(\phi_2) - C \sin(\phi_3) - B \sin(\phi_1 - \phi_2), \\ \dot{y}_2 = P_3 - P_1 - \alpha y_2 - K \sin(\phi_1) - 2K \sin(\phi_2) - C \sin(\phi_3) - B \sin(\phi_2 - \phi_1), \\ \dot{y}_3 = P_4 - P_1 - \alpha y_3 - K \sin(\phi_1) - K \sin(\phi_2) - 2C \sin(\phi_3) + \sum_{k=4}^{N-1} H \sin(\phi_k), \\ \dot{y}_j = P_{j+1} - P_4 - \alpha y_j + C \sin(\phi_3) - H \sin(\phi_j) - \sum_{k=4}^{N-1} H \sin(\phi_k), & j = 4, 5, \dots, N - 1, \end{cases} \quad (3)$$

где точкой обозначена производная по времени t . Система (3) определена в цилиндрическом фазовом пространстве $G = S^{N-1} \times R^{N-1}$. Нетрудно показать, что в нем существует поглощающая область

$$\begin{aligned} G^+ &= \{\phi_i \in S^1, y_i \in [y_i^-, y_i^+], i = 1, 2, \dots, N - 1\}, \\ y_{1,2}^\pm &= (P_{2,3} - P_1 \pm [3K + C + B]), \\ y_3^\pm &= (P_4 - P_1 \pm [2K + 2C + (N - 4)H]), \\ y_j^\pm &= (P_{j+1} - P_4 \pm [C + (N - 3)H]), \quad j = 4, 5, \dots, N - 1. \end{aligned} \quad (4)$$

Переменные $\phi_{1,2}$, $y_{1,2}$ описывают мотив, а переменные ϕ_j , y_j , $j = 4, 5, \dots, N - 1$ — хаб-кластер. Переменные ϕ_3 , y_3 описывают взаимодействие мотива с хаб-кластером. Параметры K, B определяют пропускную способность линий передачи, соединяющих генераторы $g_{2,3}$ с потребителем c_1 и между собой, соответственно, и характеризуют мотив. Параметр H определяет пропускную способность

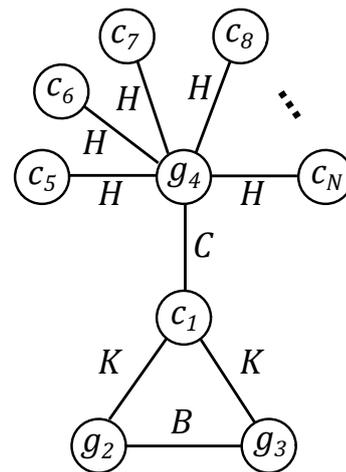


Рис. 1. Схематическое изображение исследуемой энергосети в виде графа

Fig. 1. Schematic representation of the studied power grid in the form of a graph

линий передачи, соединяющих генератор g_4 с потребителями c_j , $j = 5, 6, \dots, N - 1$, и характеризует хаб-кластер. Параметр C — это пропускная способность линии передачи, соединяющей потребитель c_1 с генератором g_1 , то есть мотив с хаб-кластером.

Предполагаем, что условие баланса мощностей, необходимое для существования синхронного режима, выполняется для мотива и хаб-кластера по отдельности и, следовательно, выполняется для всей сети, то есть

$$\sum_{k=1}^3 P_k = 0, \quad \sum_{j=4}^N P_j = 0, \quad \sum_{i=1}^N P_i = 0. \quad (5)$$

Условие (5) допускает существование синхронных режимов в мотиве и хаб-кластере при отсутствии связи между ними ($C = 0$), то есть до подключения одной подсети к другой.

Зададим при $C = 0$ параметры мотива и хаб-кластера, исходя из следующих соображений.

Динамика мотива при $C = 0$ изучена в [24]. В частности, установлено, что в нем существуют асинхронные режимы, которые могут привести к потере синхронного режима в сети, к которой он подключается ($C > 0$). Вероятность реализации асинхронных режимов в мотиве зависит от его параметров. Можно предположить, что при подключении к хаб-кластеру ($C > 0$) мотив может существенно повлиять на его динамику, если в мотиве существует асинхронный режим при $C = 0$ и вероятность его реализации достаточно велика. Поэтому, опираясь на результаты работы [24], зафиксируем параметры $\alpha = 0.8$, $P_1 = -2/3$, $P_2 = P_3 = 1/3$ (удовлетворяют условию (5)). При этих параметрах известно распределение вероятности реализации синхронного режима $P_{\text{sync}} = P_{\text{sync}}(B, K)$ [24]; соответственно вероятность реализации асинхронного режима в мотиве $P_{\text{async}} = 1 - P_{\text{sync}}$. Выберем параметры $B = 0.2$ и $K = 0.4$, при которых $P_{\text{async}} > 0.8$.

Перейдем к параметрам хаб-кластера. Удобно выбрать значение параметра P_4 того же порядка, что и значения $|P_i|$, $i = 1, 2, 3$, чтобы сеть была более однородной, то есть состояла из потребителей и генераторов, незначительно отличающихся друг от друга по потребляемым и генерируемым мощностям, соответственно. Зафиксируем $P_4 = 0.6$ и для того, чтобы выполнить условие (5), положим

$$P_j = P_{\text{con}}(N), \quad P_{\text{con}}(N) = -\frac{P_4}{N-4}, \quad j = 5, 6, \dots, N. \quad (6)$$

Пропускная способность H , с одной стороны, должна удовлетворять потребностям потребителей, а с другой — не должна быть избыточной, поэтому ограничимся значениями параметра $H \in [H_{\text{start}}, H_{\text{fin}}]$, $H_{\text{start}} = 1.1|P_{\text{con}}|$, $H_{\text{fin}} = 2|P_{\text{con}}|$, обеспечивающими необходимый запас пропускной способности линий передачи хаб-кластера.

Таким образом, рассматриваем динамику сети при следующих значениях параметров:

$$\begin{aligned} P_1 = -2/3, \quad P_2 = P_3 = 1/3, \quad P_4 = 0.6, \quad P_j = P_{\text{con}}, \quad j = 5, 6, \dots, N, \\ \alpha = 0.8, \quad B = 0.2, \quad K = 0.4, \quad H \in [H_{\text{start}}, H_{\text{fin}}]. \end{aligned} \quad (7)$$

3. Режимы работы энергосети и условия безопасного подключения

Было проведено исследование динамики системы (3) и установлено следующее. Поглощающая область G^+ содержит единственное локально устойчивое состояние равновесия

$$\begin{aligned} O(\phi_i = \phi_i^{(0)}, y_i = 0, i = 1, 2, \dots, N-1), \\ \phi_{1,2}^{(0)} = \arcsin\left(\frac{P_{2,3}}{K}\right), \quad \phi_3^{(0)} = 0, \quad \phi_j^{(0)} = \arcsin\left(\frac{P_{\text{con}}}{H}\right), \quad j = 4, 5, \dots, N-1, \end{aligned} \quad (8)$$

которое существует при $K > P_{2,3}$ и $H > |P_{\text{con}}|$. Оно соответствует синхронному режиму работы всей сети. Остальные состояния равновесия являются седловыми. Заметим, что при параметрах (7) всегда существует состояние равновесия O .

Наряду с синхронным, в рассматриваемой энергосети возникают режимы, представляющие собой различные комбинации асинхронных и квазисинхронных режимов взаимодействия отдельных элементов сети. Таким режимам соответствуют аттракторы вращательного типа в фазовом пространстве системы (3). Установление того или иного режима зависит от начальных условий и значений параметров системы (3). Поэтому рассмотрим разбиение плоскости параметров H, C на области, отвечающие различным режимам работы сети, состоящей из $N = 10$ элементов (рис. 2, *a*).

- Если $(H, C) \in a$, то состояние равновесия O глобально асимптотически устойчиво, то есть при любых начальных условиях реализуется синхронный режим взаимодействия между всеми связанными элементами сети. Следовательно, данная область параметров является безопасной.

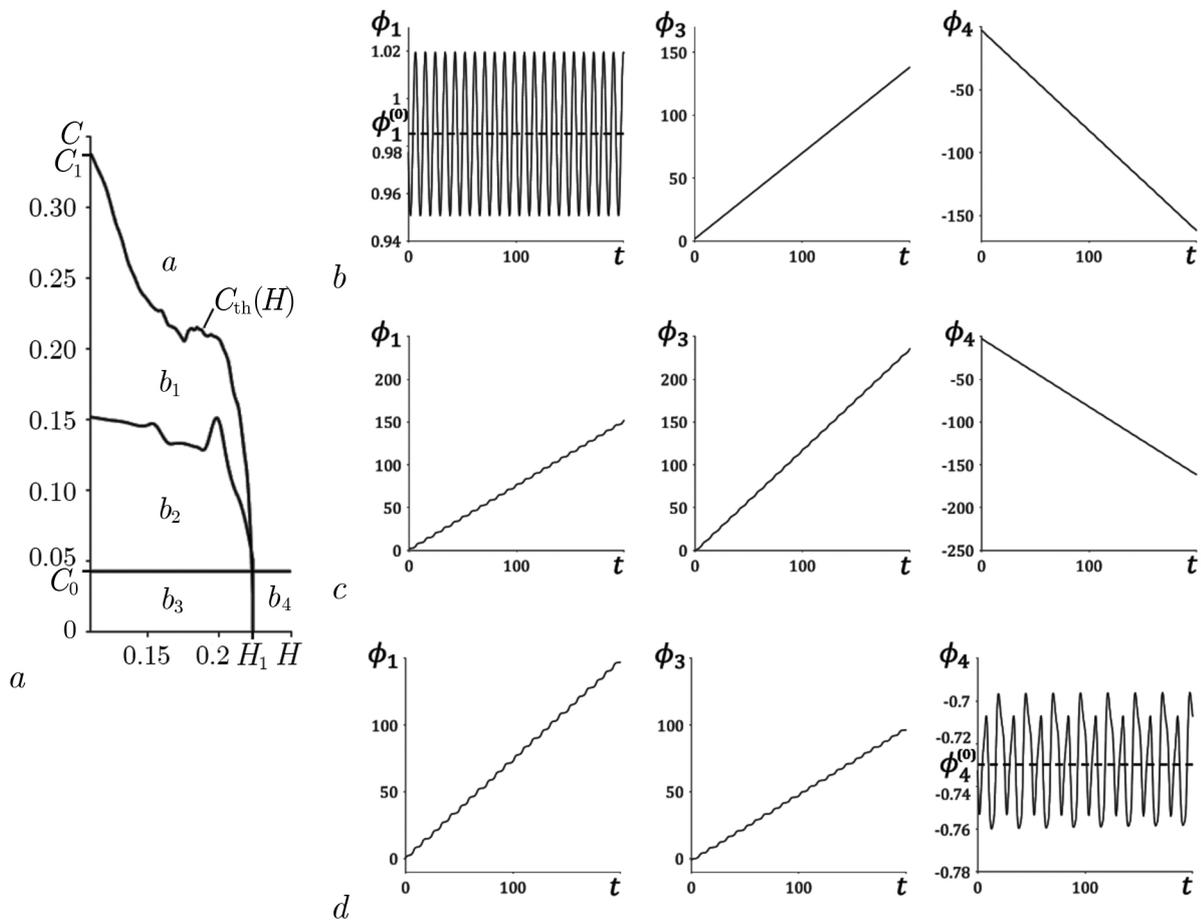


Рис. 2. *a* – Разбиение плоскости параметров H, C на области с различными режимами работы сети. Характерные осциллограммы переменных $\phi_1(t), \phi_3(t), \phi_4(t)$ в случае установления в сети *b* – режима 1, *c* – режима 2, *d* – режима 3. Осциллограммы режимов построены для параметров $H = 0.15, C = 0.02$. Параметры $C_0 \approx 0.0430, H_1 \approx 0.2234, C_1 \approx 0.3365$

Fig. 2. *a* – Partition of (H, C) – parameter plane into the regions with different working regimes of the grid. Characteristic oscillograms of variables $\phi_1(t), \phi_3(t), \phi_4(t)$ in case of establishment in the grid *b* – regime 1, *c* – regime 2, *d* – regime 3. The oscillograms of the regimes are given for parameter values $H = 0.15, C = 0.02$. Parameter values $C_0 \approx 0.0430, H_1 \approx 0.2234, C_1 \approx 0.3365$

- Если $(H, C) \in b_1$, то в сети может установиться режим 1, при котором наблюдается асинхронный режим взаимодействия между элементами хаб-кластера: потребителями c_j , $j = 5, \dots, N - 1$ и генератором g_4 , а также квазисинхронный режим взаимодействия между элементами мотива: генераторами $g_{2,3}$ и потребителем c_1 (рис. 2, b). То есть в хаб-кластере устанавливается асинхронный режим, а в мотиве — квазисинхронный.
- Если $(H, C) \in b_2$, то в сети, наряду с режимом 1, может установиться режим 2, при котором наблюдается асинхронный режим взаимодействия как между элементами хаб-кластера, так и между элементами мотива (рис. 2, c). Во всей сети устанавливается асинхронный режим.
- Если $(H, C) \in b_3$, то в сети, наряду с режимами 1 и 2, может установиться режим 3, при котором наблюдается квазисинхронный режим взаимодействия между элементами хаб-кластера, а также асинхронный режим взаимодействия между элементами мотива (рис. 2, d). То есть в хаб-кластере устанавливается квазисинхронный режим, а в мотиве — асинхронный.
- Если $(H, C) \in b_4$, то в сети может установиться режим 3 (см. рис. 2, d).

В каждом из режимов 1, 2, 3 наблюдается асинхронный режим взаимодействия между генератором хаб-кластера g_4 и потребителем мотива c_1 , которые связаны линией передачи с пропускной способностью C (см. рис. 2, b–d).

Существует пороговое значение параметра $C = C_1$, при превышении которого в сети всегда устанавливается синхронный режим, если значение параметра H допускает его существование (см. рис. 2, a).

При значениях параметра $H > H_1$ (см. рис. 2, a), возможно привести параметры сети в область a , гарантировав тем самым установление синхронного режима, путем задания относительно небольшого (по сравнению с K, B и H) значения параметра $C > C_0$.

Таким образом, в энергосети реализуется безопасное подключение мотива к хаб-кластеру, если параметры удовлетворяют условиям

$$\begin{cases} C > C_{th}(H), & \text{если } H_{start} \leq H < H_1, \\ C > C_0, & \text{если } H_1 \leq H \leq H_{fin}. \end{cases} \quad (9)$$

Отметим, что $C_0 \leq C_{th}(H)$, более того $C_0 \approx 0.0430$ в несколько раз меньше характерного значения $C_1 \approx 0.3365$. Поэтому при достаточном запасе пропускной способности $H \geq H_1$ линий передачи в хаб-кластере, безопасное присоединение мотива требует создания линии передачи с меньшим значением пропускной способности C , чем в случае $H < H_1$.

Однако на практике не всегда удается реализовать необходимый запас пропускной способности линий передачи, что особенно важно при расширении существующих энергосетей. Поэтому, наряду с безопасной областью параметров a , необходимо также учитывать менее безопасные, с точки зрения установления синхронного режима, области параметров b_i , $i = 1, 2, 3, 4$, где могут устанавливаться режимы 1, 2 или 3. Перейдем теперь к их характеристикам.

Очевидно, режим 2 является аварийным для всей сети. Режимы 1 и 3 предусматривают наличие квазисинхронных режимов взаимодействия отдельных элементов сети и могут быть относительно безопасными для одной из подсетей. Удобно характеризовать квазисинхронный режим взаимодействия с помощью размаха колебаний соответствующих переменных $\phi_i(t)$. Обозначим через $A_1 = |\max(\phi_1(t)) - \min(\phi_1(t))|$ — размах колебаний переменной ϕ_1 в случае установления режима 1, а через $A_2 = |\max(\phi_4(t)) - \min(\phi_4(t))|$ — размах колебаний переменной ϕ_4 в случае установления режима 3 (рис. 3). Расчет показывает, что $A_1 < 0.2$, а $A_2 < 1.1$ в рассматриваемой области параметров H, C (см. рис. 3), что значительно меньше значения 2π , являющегося предельным для размаха колебаний при квазисинхронном режиме. Таким образом, режим 1 является относительно безопасным для мотива, а режим 3 — для хаб-кластера. В то же время, режим 1 является аварийным (опасным) для хаб-кластера, а режим 3 — для мотива.

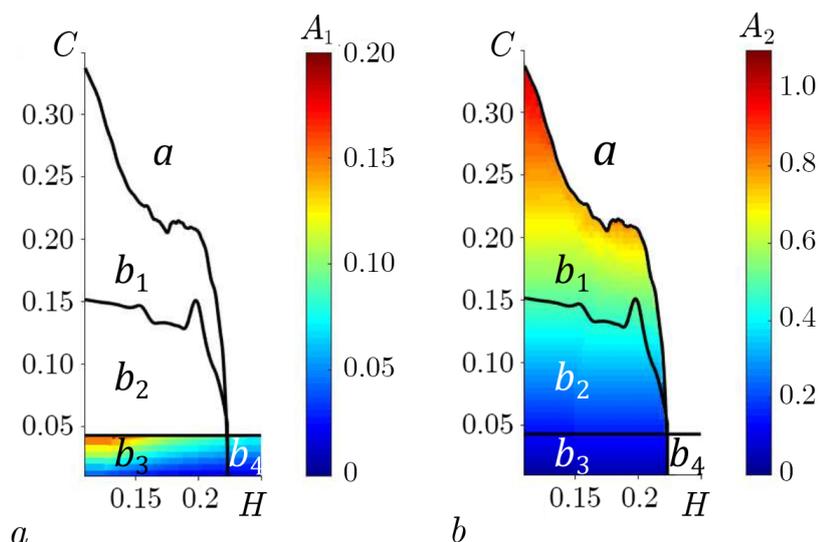


Рис. 3. Величина размаха колебаний $a - A_1$, $b - A_2$ в зависимости от параметров H и C (цвет online)

Fig. 3. The magnitude of oscillations $a - A_1$, $b - A_2$ depending on parameters H and C (color online)

Так как хаб-кластер представляет собой крупную централизованную сеть, а мотив является вариантом ее расширения, то сохранение безопасного режима работы хаб-кластера является более приоритетной задачей, чем сохранение аналогичного режима в мотиве. Поэтому режим 3 предпочтительнее режимов 1 и 2.

Реализация синхронного режима или одного из трех указанных выше режимов зависит от значений параметров H , C и начальных условий. В общем случае начальные условия произвольны. Поэтому удобно определить вероятность реализации каждого обнаруженного режима. Для этого зафиксируем параметры H и C , случайным образом выберем n начальных условий из поглощающей области G^+ и определим количество начальных условий, приводящих к режиму под номером i , обозначим его через n_i , $i = 1, 2, 3$. Тогда вероятность установления режима i будет определяться как $p_i = n_i/n$. На рис. 4 приведены распределения вероятности $p_i(H, C)$ при $n = 1000$. Опираясь на них, разделим области параметров b_i на опасные и относительно безопасные для работы хаб-кластера.

- При параметрах из области b_1 наибольшую вероятность установления имеет режим 1, который является аварийным для хаб-кластера, поэтому эта область параметров — опасная.
- При параметрах из области b_2 наибольшую вероятность установления имеет режим 2, который является аварийным для всей сети, поэтому эта область параметров также является опасной.
- При параметрах из области b_3 наибольшую вероятность установления имеют режимы 2 и 3. С ростом параметра H вероятность p_2 убывает, а p_3 растет. Поэтому область b_3 , при соответствующем подборе параметра H , может быть использована для относительно безопасной работы хаб-кластера.
- При параметрах из области b_4 наибольшую вероятность установления имеет режим 3, который является относительно безопасным для хаб-кластера, как и сама область b_4 .

При расширении действующих энергосетей, за счет объединения нескольких подсетей, есть возможность выбирать параметры линий передачи, которые должны соединить подсети. При этом параметры линий отдельных подсетей, как правило, остаются неизменными. То есть при присоединении мотива к хабу можно варьировать параметр C , например, кратно увеличивая или

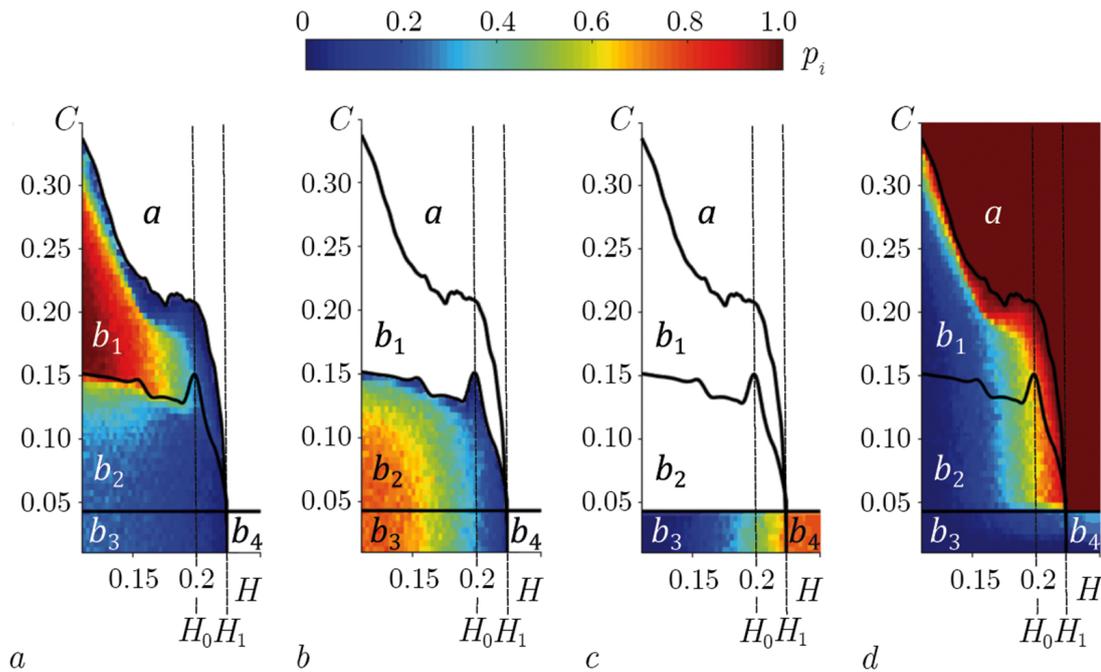


Рис. 4. Вероятность установления a – режима 1, b – режима 2, c – режима 3, d – синхронного режима в зависимости от параметров H и C . Значение $H_0 \approx 0.2$ (цвет online)

Fig. 4. Probability of realization of a – regime 1, b – regime 2, c – regime 3, d – the synchronous regime depending on parameters H and C . Parameter value $H_0 \approx 0.2$ (color online)

уменьшая его за счет изменения количества линий передачи между потребителем c_1 и генератором g_4 , как это описано в работе [23]. Тогда, в зависимости от значения параметра H , можно выделить три основных сценария поведения объединенной сети при изменении параметра C (см. рис. 4).

1. Если $H_{\text{start}} < H < H_0$, то при увеличении параметра C от нуля, точка (H, C) сначала попадает в область b_3 , а именно в ту ее часть, где наиболее вероятно установление опасных для хаб-кластера режимов 1 и 2. Далее точка (H, C) попадает в области b_2 и b_1 , где с наибольшей вероятностью реализуются только опасные для хаб-кластера режимы. Однако при дальнейшем увеличении параметра C точка (H, C) попадает в область a и во всей сети устанавливается синхронный режим.
2. Если $H_0 < H < H_1$, то при увеличении параметра C от нуля, точка (H, C) сначала попадает в область b_3 , а именно в ту ее часть, где наиболее вероятно установление относительно безопасного для хаб-кластера режима 3. Далее точка (H, C) попадает в области b_2 и b_1 , но в отличие от предыдущего случая, при выбранном H в этих областях наиболее вероятным режимом является синхронный. При дальнейшем увеличении параметра C точка (H, C) попадает в безопасную область a .
3. Если $H > H_1$, то при увеличении параметра C от нуля, точка (H, C) сначала попадает в область b_4 , где с наибольшей вероятностью устанавливается относительно безопасный для хаб-кластера режим 3, а затем в безопасную область a .

Данные сценарии показывают, что при различных значениях параметра H присоединение мотива к хаб-кластеру посредством линии передачи с пропускной способностью C может приводить к установлению синхронного режима во всей сети или режимов, которые могут быть относительно безопасными (режим 3) или аварийными (режимы 1, 2) для хаб-кластера и даже для всей сети в целом (режим 2).

Заключение

В работе рассмотрена модель энергосети, образованной в результате присоединения к сети в виде хаб-кластера мотива из двух генераторов и одного потребителя. Такая модель является типичным примером расширения сильно централизованной энергосети за счет внедрения в нее дополнительных источников электроэнергии, например, альтернативных.

Для сети из $N = 10$ элементов построено разбиение пространства параметров на области, отвечающие различным режимам работы сети. В частности, получена область глобальной устойчивости синхронного режима работы сети. Получены условия безопасного подключения мотива к хаб-кластеру. Проведена классификация режимов работы сети, с точки зрения их безопасности для подсетей, то есть хаб-кластера и мотива. Установлены основные характеристики режимов, такие как вероятность их реализации и размах колебаний переменных в квазисинхронном режиме взаимодействия отдельных элементов сети.

Опираясь на полученные результаты, были определены три основных сценария поведения энергосети при изменении пропускной способности линии передачи, соединяющей подсети.

Список литературы

1. *Жданов П. С.* Вопросы устойчивости электрических систем. М.: Энергия, 1979. 456 с.
2. *Хрущев Ю. В., Заповодников К. И., Юшков А. Ю.* Электромеханические переходные процессы в электроэнергетических сетях: учебное пособие. Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2012. 160 с.
3. *Sauer P. W., Pai M. A.* Power System Dynamics and Stability. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1998. 361 p.
4. *Witthaut D., Timme M.* Braess's paradox in oscillator networks, desynchronization and power outage // *New J. Phys.* 2012. Vol. 14, no. 8. P. 083036. DOI: 10.1088/1367-2630/14/8/083036.
5. *Manik D., Timme M., Witthaut D.* Cycle flows and multistability in oscillatory networks // *Chaos.* 2017. Vol. 27, no. 8. P. 083123. DOI: 10.1063/1.4994177.
6. *Coletta T., Jacquod P.* Linear stability and the Braess paradox in coupled-oscillator networks and electric power grids // *Phys. Rev. E.* 2016. Vol. 93, no. 3. P. 032222. DOI: 10.1103/PhysRevE.93.032222.
7. *Tchuisseu E. B. T., Gomila D., Colet P., Witthaut D., Timme M., Schäfer B.* Curing Braess' paradox by secondary control in power grids // *New J. Phys.* 2018. Vol. 20, no. 8. P. 083005. DOI: 10.1088/1367-2630/aad490.
8. *Witthaut D., Timme M.* Nonlocal failures in complex supply networks by single link additions // *Eur. Phys. J. B.* 2013. Vol. 86, no. 9. P. 377. DOI: 10.1140/epjb/e2013-40469-4.
9. *Grzybowski J. M. V., Macau E. E. N., Yoneyama T.* Power-grids as complex networks: Emerging investigations into robustness and stability // In: Edelman M., Macau E., Sanjuan M. (eds) *Chaotic, Fractional, and Complex Dynamics: New Insights and Perspectives. Understanding Complex Systems.* Cham: Springer, 2018. P. 287–315. DOI: 10.1007/978-3-319-68109-2_14.
10. *Filatrella G., Nielsen A. H., Pedersen N. F.* Analysis of a power grid using a Kuramoto-like model // *Eur. Phys. J. B.* 2008. Vol. 61, no. 4. P. 485–491. DOI: 10.1140/epjb/e2008-00098-8.
11. *Rohden M., Sorge A., Timme M., Witthaut D.* Self-organized synchronization in decentralized power grids // *Phys. Rev. Lett.* 2012. Vol. 109, no. 6. P. 064101. DOI: 10.1103/PhysRevLett.109.064101.
12. *Motter A. E., Myers S. A., Anghel M., Nishikawa T.* Spontaneous synchrony in power-grid networks // *Nat. Phys.* 2013. Vol. 9. P. 191–197. DOI: 10.1038/nphys2535.
13. *Fortuna L., Frasca M., Fiore A. S.* Analysis of the Italian power grid based on Kuramoto-like model // In: 5th International Conference on Physics and Control (PhysCon 2011). León, Spain, 5–8 September 2011. Singapore: World Scientific, 2012. P. 1–5.

14. *Menck P.J., Heitzig J., Kurths J., Schellnhuber H.J.* How dead ends undermine power grid stability // *Nat. Commun.* 2014. Vol. 5, no. 1. P. 3969. DOI: 10.1038/ncomms4969.
15. *Lozano S., Buzna L., Díaz-Guilera A.* Role of network topology in the synchronization of power systems // *Eur. Phys. J. B.* 2012. Vol. 85, no. 7. P. 231. DOI: 10.1140/epjb/e2012-30209-9.
16. *Nishikawa T., Motter A.E.* Comparative analysis of existing models for power-grid synchronization // *New J. Phys.* 2015. Vol. 17, no. 1. P. 015012. DOI: 10.1088/1367-2630/17/1/015012.
17. *Schmietendorf K., Peinke J., Friedrich R., Kamps O.* Self-organized synchronization and voltage stability in networks of synchronous machines // *Eur. Phys. J. Spec. Top.* 2014. Vol. 223, no. 12. P. 2577–2592. DOI: 10.1140/epjst/e2014-02209-8.
18. *Дмитричев А. С., Захаров Д. Г., Некоркин В. И.* О глобальной устойчивости синхронного режима в хаб-кластерах энергосетей // *Известия вузов. Радиофизика.* 2017. Т. 60, № 6. С. 564–571.
19. *Anvari M., Hellmann F., Zhang X.* Introduction to Focus Issue: Dynamics of modern power grids // *Chaos.* 2020. Vol. 30, no. 6. P. 063140. DOI: 10.1063/5.0016372.
20. *Gajduk A., Todorovski M., Kocarev L.* Stability of power grids: An overview // *Eur. Phys. J. Spec. Top.* 2014. Vol. 223, no. 12. P. 2387–2409. DOI: 10.1140/epjst/e2014-02212-1.
21. *Khramenkov V.A., Dmitrichev A.S., Nekorkin V.I.* Dynamics and stability of two power grids with hub cluster topologies // *Cybernetics and Physics.* 2019. Vol. 8, no. 1. P. 29–33. DOI: 10.35470/2226-4116-2019-8-1-29-33.
22. *Храменков В. А., Дмитричев А. С., Некоркин В. И.* Пороговая устойчивость синхронного режима энергосети с топологией хаб-кластера // *Известия вузов. ПНД.* 2020. Т. 28, № 2. С. 120–139. DOI: 10.18500/0869-6632-2020-28-2-120-139.
23. *Khramenkov V., Dmitrichev A., Nekorkin V.* Partial stability criterion for a heterogeneous power grid with hub structures // *Chaos, Solitons & Fractals.* 2021. Vol. 152. P. 111373. DOI: 10.1016/j.chaos.2021.111373.
24. *Khramenkov V.A., Dmitrichev A.S., Nekorkin V.I.* New scenario of Braess’s paradox in power grids // *Chaos.* 2022 (submitted).

References

1. Zhdanov PS. *Stability Issues for Electrical Systems.* Moscow: Energiya; 1979. 456 p. (in Russian).
2. Hrushev YV, Zapodovnikov KI, Yushkov AY. *Electromechanical Transients in Electric Networks: Training Manual.* Tomsk: Tomsk Polytechnic University Publishing; 2012. 160 p. (in Russian).
3. Sauer PW, Pai MA. *Power System Dynamics and Stability.* Englewood Cliffs: Prentice-Hall; 1998. 361 p.
4. Witthaut D, Timme M. Braess’s paradox in oscillator networks, desynchronization and power outage. *New J. Phys.* 2012;14(8):083036. DOI: 10.1088/1367-2630/14/8/083036.
5. Manik D, Timme M, Witthaut D. Cycle flows and multistability in oscillatory networks. *Chaos.* 2017;27(8):083123. DOI: 10.1063/1.4994177.
6. Coletta T, Jacquod P. Linear stability and the Braess paradox in coupled-oscillator networks and electric power grids. *Phys. Rev. E.* 2016;93(3):032222. DOI: 10.1103/PhysRevE.93.032222.
7. Tchuisseu EBT, Gomila D, Colet P, Witthaut D, Timme M, Schäfer B. Curing Braess’ paradox by secondary control in power grids. *New J. Phys.* 2018;20(8):083005. DOI: 10.1088/1367-2630/aad490.
8. Witthaut D, Timme M. Nonlocal failures in complex supply networks by single link additions. *Eur. Phys. J. B.* 2013;86(9):377. DOI: 10.1140/epjb/e2013-40469-4.
9. Grzybowski JMV, Macau EEN, Yoneyama T. Power-grids as complex networks: Emerging investigations into robustness and stability. In: Edelman M, Macau E, Sanjuan M, editors. *Chaotic, Fractional, and Complex Dynamics: New Insights and Perspectives. Understanding Complex Systems.* Cham: Springer; 2018. P. 287–315. DOI: 10.1007/978-3-319-68109-2_14.

10. Filatrella G, Nielsen AH, Pedersen NF. Analysis of a power grid using a Kuramoto-like model. *Eur. Phys. J. B.* 2008;61(4):485–491. DOI: 10.1140/epjb/e2008-00098-8.
11. Rohden M, Sorge A, Timme M, Witthaut D. Self-organized synchronization in decentralized power grids. *Phys. Rev. Lett.* 2012;109(6):064101. DOI: 10.1103/PhysRevLett.109.064101.
12. Motter AE, Myers SA, Anghel M, Nishikawa T. Spontaneous synchrony in power-grid networks. *Nat. Phys.* 2013;9:191–197. DOI: 10.1038/nphys2535.
13. Fortuna L, Frasca M, Fiore AS. Analysis of the Italian power grid based on Kuramoto-like model. In: 5th International Conference on Physics and Control (PhysCon 2011). León, Spain, 5-8 September 2011. Singapore: World Scientific; 2012. P. 1–5.
14. Menck PJ, Heitzig J, Kurths J, Schellnhuber HJ. How dead ends undermine power grid stability. *Nat. Commun.* 2014;5(1):3969. DOI: 10.1038/ncomms4969.
15. Lozano S, Buzna L, Díaz-Guilera A. Role of network topology in the synchronization of power systems. *Eur. Phys. J. B.* 2012;85(7):231. DOI: 10.1140/epjb/e2012-30209-9.
16. Nishikawa T, Motter AE. Comparative analysis of existing models for power-grid synchronization. *New J. Phys.* 2015;17(1):015012. DOI: 10.1088/1367-2630/17/1/015012.
17. Schmietendorf K, Peinke J, Friedrich R, Kamps O. Self-organized synchronization and voltage stability in networks of synchronous machines. *Eur. Phys. J. Spec. Top.* 2014;223(12):2577–2592. DOI: 10.1140/epjst/e2014-02209-8.
18. Dmitrichev AS, Zakharov DG, Nekorkin VI. Global stability of a synchronous regime in hub clusters of the power networks. *Radiophys. Quantum Electron.* 2017;60(6):506–512. DOI: 10.1007/s11141-017-9820-0.
19. Anvari M, Hellmann F, Zhang X. Introduction to Focus Issue: Dynamics of modern power grids. *Chaos.* 2020;30(6):063140. DOI: 10.1063/5.0016372.
20. Gajduk A, Todorovski M, Kocarev L. Stability of power grids: An overview. *Eur. Phys. J. Spec. Top.* 2014;223(12):2387–2409. DOI: 10.1140/epjst/e2014-02212-1.
21. Khramenkov VA, Dmitrichev AS, Nekorkin VI. Dynamics and stability of two power grids with hub cluster topologies. *Cybernetics and Physics.* 2019;8(1):29–33. DOI: 10.35470/2226-4116-2019-8-1-29-33.
22. Khramenkov VA, Dmitrichev AS, Nekorkin VI. Threshold stability of the synchronous mode in a power grid with hub cluster topology. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics.* 2020;28(2):120–139 (in Russian). DOI: 10.18500/0869-6632-2020-28-2-120-139.
23. Khramenkov V, Dmitrichev A, Nekorkin V. Partial stability criterion for a heterogeneous power grid with hub structures. *Chaos, Solitons & Fractals.* 2021;152:111373. DOI: 10.1016/j.chaos.2021.111373.
24. Khramenkov VA, Dmitrichev AS, Nekorkin VI. New scenario of Braess’s paradox in power grids. *Chaos.* 2022 (submitted).



Храменков Владислав Анатольевич — родился в городе Муроме Владимирской области (1994). Окончил Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского (2018). Имеет диплом бакалавра по направлению «Радиофизика» и диплом магистра по направлению «Радиофизика». Аспирант Института прикладной физики РАН. Область научных интересов — теория колебаний, синхронные машины, энергосети.

Россия, 603950 Нижний Новгород, БОКС-120, ул. Ульянова, 46
 Институт прикладной физики РАН
 E-mail: hramenkov.vlad@appl.sci-nnov.ru
 ORCID: 0000-0001-7165-830X
 AuthorID (eLibrary.Ru): 1150615