

ISSN 0370-274X

Том 120, Выпуск 11–12

Декабрь 2024



Письма
в
ЖУРНАЛ
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ
и
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ
ФИЗИКИ



НАУКА

— 1727 —

Р О С С И Й С К А Я А К А Д Е М И Я Н А У К

П И С Ъ М А
В
ЖУРНАЛ
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ
И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

том 120

Выпуск 11

10 декабря 2024

*Журнал издается под руководством
Отделения физических наук РАН*

Главный редактор В. М. Пудалов

Заместители главного редактора
Г. Е. Воловик, В. П. Пастухов

Зав. редакцией *И. В. Подынглазова*

Адрес редакции 119334 Москва, ул. Косыгина 2

тел./факс (499)-137-75-89

e-mail letters@kapitza.ras.ru

Web-страница <http://www.jetletters.ru>

Двухпетлевые КЭД/КХД поправки в поляризованном $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ процессе в SANCPHOT

С. Бондаренко¹⁾, А. Исадыков^{+, ×}, Л. Калиновская^{*∇}, А. Сапронов^{*}, Д. Сеитова[×]

⁺Лаборатория теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова, Объединенный институт ядерных исследований, 141980 Дубна, Россия

^{*}Лаборатория ядерных проблем им. В. П. Джелепова, Объединенный институт ядерных исследований, 141980 Дубна, Россия

[×]Институт ядерной физики, Министерство энергетики Республики Казахстан, 050032 Алматы, Казахстан

[°]Государственный университет “Дубна”, 141980 Дубна, Россия

[∇]Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 1 октября 2024 г.

После переработки 18 октября 2024 г.

Принята к публикации 22 октября 2024 г.

Представлена новая версия интегратора SANCPHOT, которая была разработана для быстрых и стабильных численных расчетов до двух петель для процесса поляризованного рассеяния света-на-свете. Используются однопетлевые модули на основе спирального формализма с массивными частицами и двухпетлевые модули с безмассовыми частицами внутри петель. Интерес к этому исследованию обусловлен потенциальной возможностью использования пучков поляризованных фотонов для исследования области высоких энергий. Данная работа является вкладом в исследовательскую программу проекта CEPC, разрабатываемого в Китае.

DOI: 10.31857/S0370274X24120019, EDN: SPYSVB

1. Введение.

Возросший интерес к исследованию процесса рассеяния свет-на-свете

$$\gamma(p_1) + \gamma(p_2) \rightarrow \gamma(p_3) + \gamma(p_4) \quad (1)$$

в основном связан с планируемыми e^+e^- коллайдерами высокой светимости (FCC_{ee} [1, 2], CEPC [3–5], ILC [6, 7], CLIC [8–11]), а также с коллайдером при низких энергиях (Genie в Китае [12]). В обоих случаях, высокополяризованные фотоны в начальном состоянии создаются в результате рождения фотонов во время лазерного комптоновского обратного рассеяния от пучка электронов высокой энергии. Идея наблюдения поляризованных $\gamma\gamma$ столкновений на линейных коллайдерах с помощью обратного комптоновского рассеяния была предложена группой новосибирских физиков [13–15].

Такие характеристики фотон-фотонных столкновений, как поляризованные пучки фотонов, большие сечения и высокая светимость значительно повышают точность измерений на фотонных коллайдерах. Поэтому данные процессы необходимо естественным

образом интегрировать в теоретические расчеты и соответствующие программные продукты.

В 2017 году, коллегиаты ATLAS и CMS, следуя предложенной стратегии проведения эксперимента [16], провели первое измерение процесса рассеяния свет-на-свете в столкновениях тяжелых ионов [17–19] на LHC. Теоретическая поддержка этого эксперимента осуществлялась программами SuperChic 4 [20] и GAMMA-UPC+MadGraph5_aMC@NLO [21, 22] на однопетлевом уровне точности. Теоретическая оценка сечений составила около двух стандартных отклонений ниже измеренного ATLAS значения. Следовательно, для современной наивысшей экспериментальной точности аналогичного эксперимента, жизненно необходимы поправки с более высоким, чем однопетлевые, уровнем пертурбативного приближения.

При низких энергиях планируется создать первый в мире гамма-фотонный коллайдер Genie (Qini). Этот коллайдер предназначен для проведения прямых экспериментальных тестов по рассеянию свет-на-свете, с акцентом на достижение максимального сечения при энергии в центре масс 1–2 МэВ [12]. Теоретическая поддержка оказывается программным продуктом CAIN 2.42 [23, 24].

¹⁾e-mail: bondarenko@jinr.ru

Предыдущая версия интегратора **SANCphot** [25] предназначалась для расчетов процессов $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma(\gamma Z, ZZ)$ на однопетлевом уровне точности, где учитывались фермионные и бозонные петли. В проекте **SANC** [26] всегда используется спиральный формализм. В этом подходе легко добавлять поправки высших порядков и очень удобно оценивать поляризацию [27, 28]. В данной работе приводится описание новой версии интегратора **SANCphot** для быстрых и стабильных численных расчетов до двух КЭД/КХД петель для рассеяния света-на-свете. В отличие от других исследований двухпетлевых расчетов, представленное исследование сосредоточено на сценарии, в котором пучки поляризованных фотонов образуются в результате обратного лазерного комптоновского рассеяния на электронном пучке высокой энергии. В частности, это означает, что конечные наблюдаемые частицы чувствительны к форме спектра фотонов и конфигурации поляризации. Текущая версия адаптирована для изучения результатов вкладов двух петель в ультрарелятивистском пределе (кинематические инварианты s, t, u намного больше, чем квадратичных масс заряженных фермионов) в дополнение к вычислениям **SANC** на однопетлевом уровне с массивными частицами [29, 30] внутри петель. Выражения для двухпетлевых амплитуд для фермионных петель соответствуют безмассовым КЭД и КХД случаям [31].

Двухпетлевые поправки к рассеянию света-на-свете были вычислены два десятилетия назад [31, 32]. В этих работах рассматривались безмассовые амплитуды, поскольку они наиболее доступны для вычислений. Недавно двухпетлевые массивные амплитуды КХД и КЭД для спиральности при рассеянии света-на-свете были представлены в [33, 34].

Статья состоит из четырех разделов. Во втором разделе описана реализация вкладов двухпетлевых КЭД/КХД поправок в поляризованные сечения процесса рассеяния света-на-свете в рамках подхода спиральных амплитуд. В разделе 3 приводится сравнение и численные результаты. Наконец, в разделе 4 дано заключение.

2. Вклад двухпетлевых КЭД/КХД поправок. В этом разделе дается краткое объяснение реализации двухпетлевых поправок КЭД/КХД с помощью спиральных амплитуд. Основной набор двухпетлевых диаграмм состоит из трех типов неисчезающих диаграмм Фейнмана, соответствующих соединению любых двух сторон бокса с фотонным КЭД или глюонным КХД пропагатором; см. рис. 1. Общее количество из шестидесяти диаграмм Фейнмана получается при всех возможных перестановках. Все

остальные типы диаграмм КХД исчезают по теореме Фарри или теории групп.

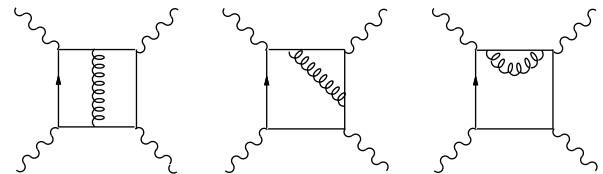


Рис. 1. Двухпетлевые диаграммы, соответствующие внутреннему обмену фотоном/глюоном

Двухпетлевые амплитуды КХД и КЭД с поправками даются следующими выражениями [31]:

$$\mathcal{H}_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}^{2\text{-loop, QCD(QED)}} = N^{\text{QCD(QED)}} \mathcal{H}_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}^{(2)}$$

с коэффициентами $N^{\text{QCD}} = 4(N^2 - 1)Q^4 \alpha^2 \frac{\alpha_s(M_z^2)}{\pi}$, и $N^{\text{QCD}} = 8NQ^6 \alpha^2 \frac{\alpha(0)}{\pi}$, где N – фермионный цветовой фактор (3 для кварков, 1 для лептонов), и Q – фермионный заряд в единицах e . В расчетах, вклад топ-кварка учитывался только для энергий $\sqrt{s} > 2m_t$.

С учетом инвариантности по четности и статистики Бозе, сечение процесса поляризованного рассеяния света-на-свете в упрощенной форме было получено в [27, 28], и мы используем его в наших расчетах [25].

Выражения для спиральных амплитуд $\mathcal{H}^{(2)}$ в пределе $m_f = 0$ (здесь m_f – масса фермиона в петле) даны в [31]. Уравнение (1) из [25] используется для расчета вклада одной и двух петель в поляризованное сечение. Спиральные амплитуды в этом уравнении имеют вид:

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}^{\text{1-loop}} + \mathcal{H}^{\text{2-loop, QCD/QED}}.$$

В расчетах члены, пропорциональные квадрату амплитуды $\mathcal{H}^{\text{2-loop}}$, были опущены как вклады поправок более высокого порядка.

3. Численные результаты программы **SANCphot.** Численные результаты для процесса рассеяния света-на-свете содержат оценки полного сечения и различных кинематических распределений конечных состояний при фиксированных энергиях входящего электронного пучка

$$\sqrt{s} = 250, 500, 1000 \text{ ГэВ} \quad (2)$$

и различных поляризационных состояний.

Численные расчеты проводились в $\alpha(0)$ электротяжелой схеме, используя набор физических параметров, приведенных ниже:

$$\begin{aligned}
\alpha &= 1/137.035990996, & \alpha_s(M_Z^2) &= 0.1176, \\
M_W &= 80.45149 \text{ ГэВ}, & M_Z &= 91.18670 \text{ ГэВ}, \\
M_H &= 125 \text{ ГэВ}, & & \\
m_e &= 0.51099907 \text{ МэВ}, & m_\mu &= 0.105658389 \text{ ГэВ}, \\
m_\tau &= 1.77705 \text{ ГэВ}, & & \\
m_u &= 0.062 \text{ ГэВ}, & m_d &= 0.083 \text{ ГэВ}, \\
m_c &= 1.5 \text{ ГэВ}, & m_s &= 0.215 \text{ ГэВ}, \\
m_t &= 173.8 \text{ ГэВ}, & m_b &= 4.7 \text{ ГэВ}.
\end{aligned}$$

Сечение было проинтегрировано в интервале углов рассеяния $|\theta| > 30^\circ$ в системе центра масс.

Для проверки технической точности наших кодов были повторены результаты, показанные на рис. 3 из [31] для различных величин k (см. определение (3.4) в упомянутой статье). Для неполяризованных начальных и конечных фотонов и полностью поляризованных (++ и +−) начальных фотонов, наблюдается хорошее согласие. Также было получено качественное согласие с результатами на рис. 4 из [31] для КХД поправок.

Для того чтобы исследовать зависимость полного сечения от состояний начальной поляризации, численные тесты проводились с использованием тех же трех наборов поляризаций, что и в [25]:

$$\begin{aligned}
\text{set 1: } & P_e = P'_e = 0.8, \\
& P_\gamma = P'_\gamma = -1, P_t = P'_t = 0, \\
\text{set 2: } & P_e = P'_e = 0, P_\gamma = P'_\gamma = 0, \\
& P_t = P'_t = 1, \phi = \pi/2, \\
\text{set 3: } & P_e = 0.8, P'_e = 0, P_\gamma = -1, P'_\gamma = 0, \\
& P_t = 0, P'_t = 1, \phi = \pi/2,
\end{aligned} \tag{3}$$

здесь P_e , P_γ и P'_γ обозначают поляризацию начального электрона, лазера рассеянного фотона [35]. Рассматриваются три случая для лазерных фотонов: два из них имеют чисто перпендикулярную поляризацию т.е. $P_t = P'_t = 1$ и только один случай с поляризацией вперед или назад.

3.1. Интегральное сечение. Соответствующие результаты для полного интегрального сечения для поляризованного процесса (1) представлены в табл. 1, где относительные поправки δ вычисляются как отношения (в процентах) соответствующих радиационных поправок (КЭД/КХД) к сечению уровня LO, т.е. $\delta = \sigma^{\text{NLO}}/\sigma^{\text{LO}} - 1$, где LO означает 1-петлевой, а NLO – 2-петлевой вклады.

Знак и величина интегрированных относительных поправок, соответствующих двухпетлевым эффектам КЭД и КХД сильно зависят от комбинации энергии и поляризации. Вклад КЭД обычно составляет лишь 10 % от КХД, что можно легко получить из отношения $N^{\text{QED}}/N^{\text{QCD}}$.

Величина относительных поправок для набора 1 меньше, чем для наборов 2 и 3. Для энергии центра масс $\sqrt{s_{ee}} = 250$ ГэВ величина относительных поправок КХД составляет примерно 0.2 % для набора 1 и примерно (−0.4)–(−0.5) % для наборов 2, 3. Для $\sqrt{s_{ee}} = 500$ ГэВ величина относительных КХД поправок составляет (−0.4) % для набора 1 и (−1) % для наборов 2, 3. Для $\sqrt{s_{ee}} = 1000$ ГэВ величина относительных КХД поправок составляет примерно (−0.7) % для набора 1 и (−0.9) % для наборов 2, 3. Таким образом, эти вклады довольно велики при требованиях к современной экспериментальной точности. Квадратичные вклады 2-го цикла в относительные поправки примерно в 100 раз меньше для КЭД и примерно в 4–10 раз для КХД-терминов. Их следует учитывать вместе с вкладами трехпетлевых поправок.

Таблица 1. Интегральные однопетлевые сечения $\sigma(\gamma\gamma)$ [фб] и соответствующие относительные двухпетлевые поправки δ [%] к процессу $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ с различными поляризационными состояниями

$\sqrt{s_{ee}}$		250 ГэВ	500 ГэВ	1 ТэВ
Набор 1	σ , фб	22.524(1)	9.445(1)	6.940(1)
	δ^{QED} , %	0.016(1)	−0.039(3)	−0.062(3)
	δ^{QCD} , %	0.125(1)	−0.415(3)	−0.662(3)
Набор 2	σ , фб	24.426(1)	8.045(1)	6.861(1)
	δ^{QED} , %	−0.035(2)	−0.099(2)	−0.087(3)
	δ^{QCD} , %	−0.278(2)	−1.052(2)	−0.927(2)
Набор 3	σ , фб	22.320(1)	8.014(1)	6.7967(1)
	δ^{QED} , %	−0.039(1)	−0.103(2)	−0.084(2)
	δ^{QCD} , %	−0.305(2)	−1.101(2)	−0.900(2)

3.2. Дифференциальные распределения. На рисунке 2 показаны основные кинематические распределения по $\cos\vartheta$, M_{inv} и p_T , определенные для фотонов конечного состояния в лабораторной системе отсчета. Представлены графики для поляризованного рассеяния (1) для трех различных начальных энергий электронов и трех комбинаций поляризации начальных пучков.

На верхних частях каждого графика на рис. 2 показаны двухпетлевые вклады КЭД и КХД в поляризованные сечения с наборами поляризации (3). На нижних частях показаны относительные поправки двухпетлевых вкладов КЭД/КХД по частям.

Поведение распределений относительных поправок сильно зависит от комбинаций энергии и поляризации. Эта зависимость объясняется сверткой компонент сечения спиральности с параметрами Стокса, которые явно зависят от энергии и поляризации приходящего электрона (см., например, уравнения (A7)–(A18) из [36]).

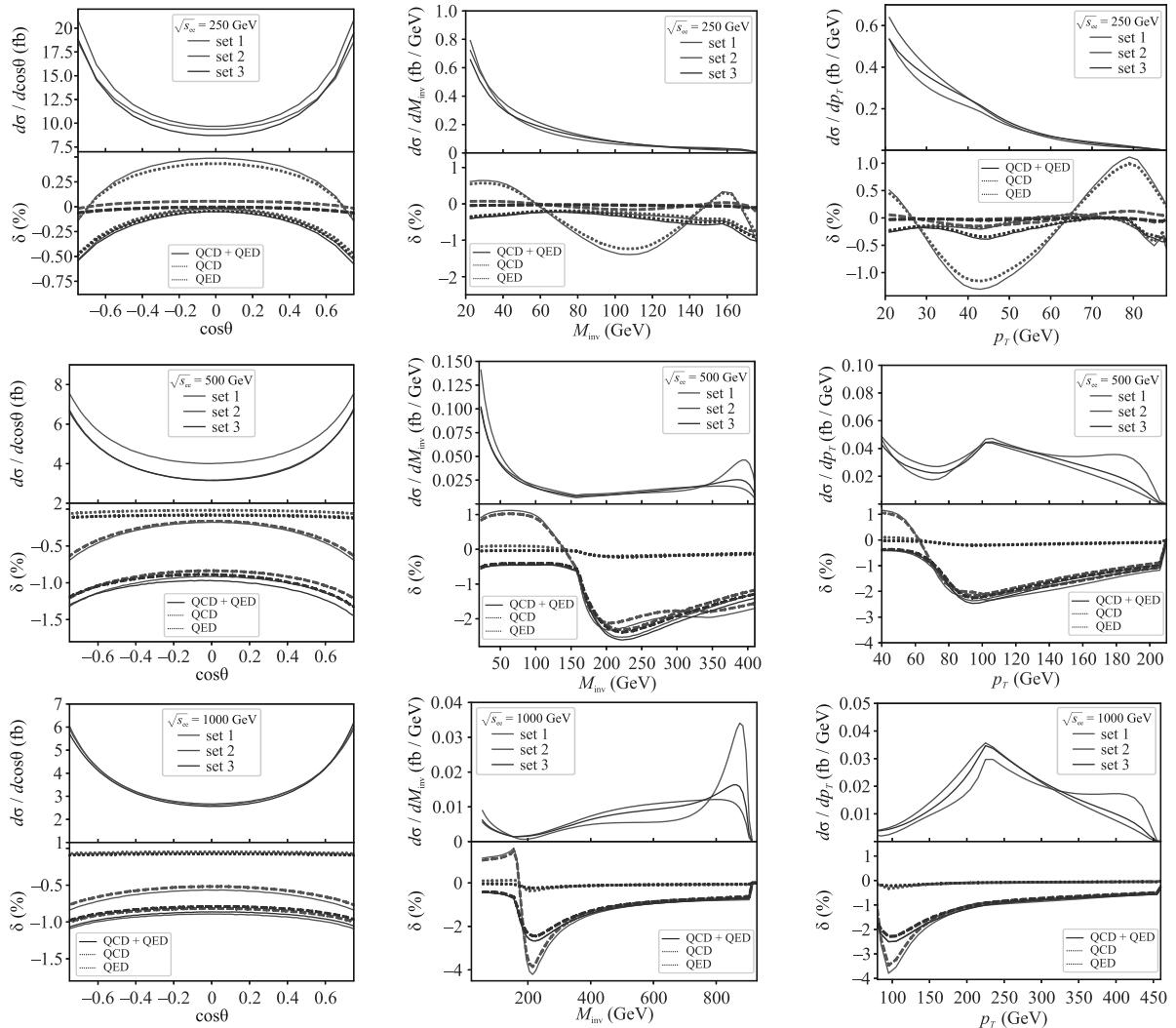


Рис. 2. (Цветной онлайн) Кинематические распределения конечного состояния в процессе поляризованного рассеяния света-на-свете при фиксированных значениях энергии налетающих электронов $\sqrt{s_{ee}} = 250, 500$ и 1000 ГэВ и различных поляризационных состояний

Результаты для относительных распределений поправок на $\cos\theta$ для набора 1 при $\sqrt{s_{ee}} = 250$ ГэВ являются в основном положительными, в то время как поправки для всех остальных энергий и наборов отрицательны.

Относительные поправки к распределениям по инвариантной массе M_{inv} находятся в диапазоне от -2.5 до 1% для энергий $\sqrt{s_{ee}} = 250, 500$ ГэВ системе центра масс двух фотонов. Для $\sqrt{s_{ee}} = 1000$ ГэВ диапазон расширяется от -4 до 1.5% . Относительные поправки для распределений по поперечному импульсу p_t имеют похожее поведение и величину с учетом поправок для распределений по инвариантной массе M_{inv} . В итоге, поведение поправок для распределений по псевдобыстроте p_t повторяют форму для распределений по инвариантной массе M_{inv} .

Резкий перегиб в распределении относительных поправок по M_{inv} вблизи значения 160 ГэВ соответствует W -боксу в однопетлевом вкладе.

4. Заключение. Представленная версия программы **SANCphot** предназначена для изучения процесса поляризованного рассеяния света-на-свете. Она включает электрослабые однопетлевые радиационные поправки к реалистичным наблюдаемым, а также двухпетлевые поправки КХД/КЭД. Установлено, что двухпетлевые КЭД/КХД поправки вносят существенный вклад.

Включение вкладов до двухпетлевого уровня, наряду с массовыми эффектами, позволяет повысить точность теоретических предсказаний для рассматриваемого процесса. Достижение такого уровня точности необходимо для согласования с ожида-

емой экспериментальной точностью будущих измерений. Однако поправки высшего порядка к рассеянию света-на-свете на фотон-фотонных коллайдерах могут быть ответственны лишь за часть неопределенности предсказаний. Другая часть, как ожидается, возникает из-за приближения спектра фотонов с комптоновским рассеянием. Этот вопрос должен быть рассмотрен в дальнейших исследованиях.

Финансирование работы. Данное исследование поддержано Комитетом науки Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан (грант # AP19680084).

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. FCC-ee homepage – <https://fcc.web.cern.ch/>.
2. FCC Collaboration, A. Abada, M. Abbrescia, S. AbdusSalam et al., *Eur. Phys. J. ST* **228**(2) 261 (2019).
3. CEPC homepage – <http://cepc.ihep.ac.cn/>.
4. CEPC Study Group Collaboration, M. Abbrescia, M. Ahmad, X. Ai et al., [1811.10545](https://arxiv.org/abs/1811.10545).
5. CEPC Study Group Collaboration, W. Abdallah, T. Carlos Adorno de Freitas, K. Afanaciev et al., *Radiat. Detect. Technol. Methods* **8**(1), 1 (2024); [2312.14363](https://arxiv.org/abs/2312.14363).
6. ILC homepage – <https://linearcollider.org/>.
7. ILC Collaboration, A. Abada, T. Abe, T. Abe et al., [1306.6352](https://arxiv.org/abs/1306.6352).
8. CLIC homepage – <https://clic.cern/>.
9. CLICdp, CLIC Collaboration, T. Charles, P. Giansiracusa, T. Lucas et al., [1812.06018](https://arxiv.org/abs/1812.06018).
10. CLICdp, ILD concept group Collaboration, A. F. Zarnecki, PoS **CORFU2019**, 037 (2020); [2004.14628](https://arxiv.org/abs/2004.14628).
11. The CLIC project Collaboration, O. Brunner, P. N. Burrows, S. Calatroni et al., [2203.09186](https://arxiv.org/abs/2203.09186).
12. T. Takahashi, G. An, Y. Chen et al., *Eur. Phys. J. C* **78**(11), 893 (2018); Erratum: *Eur. Phys. J. C* **82**, 404 (2022); [1807.00101](https://arxiv.org/abs/1807.00101).
13. I. F. Ginzburg, G. L. Kotkin, V. G. Serbo, and V. I. Telnov, *JETP Lett.* **34**, 491 (1981).
14. I. F. Ginzburg, G. L. Kotkin, V. G. Serbo, and V. I. Telnov, *Nucl. Instrum. Meth.* **205**, 47 (1983).
15. I. F. Ginzburg, G. L. Kotkin, S. L. Panfil, V. G. Serbo, and V. I. Telnov, *Nucl. Instrum. Meth. A* **219**, 5 (1984).
16. D. d'Enterria and G. G. da Silveira, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 080405 (2013); Erratum: *Phys. Rev. Lett.* **116**, 129901 (2016); [1305.7142](https://arxiv.org/abs/1305.7142).
17. ATLAS Collaboration, M. Aaboud, G. Aad, B. Abbott et al., *Nature Phys.* **13**(9), 852 (2017); [1702.01625](https://arxiv.org/abs/1702.01625).
18. CMS Collaboration, A. Sirunyan, A. Tumasyan, W. Adam et al., *Phys. Lett. B* **797**, 134826 (2019); [1810.04602](https://arxiv.org/abs/1810.04602).
19. ATLAS Collaboration, G. Aad, B. Abbott, D. Abbott et al., *JHEP* **03**, 243 (2021); Erratum: *JHEP* **11**, 050 (2021)]; [2008.05355](https://arxiv.org/abs/2008.05355).
20. L. A. Harland-Lang, M. Tasevsky, V. A. Khoze, and M. G. Ryskin, *Eur. Phys. J. C* **80**(10), 925 (2020); [2007.12704](https://arxiv.org/abs/2007.12704).
21. H.-S. Shao and D. d'Enterria, *JHEP* **09**, 248 (2022); [2207.03012](https://arxiv.org/abs/2207.03012).
22. J. Alwall, R. Frederix, S. Frixione, V. Hirschi, F. Maltoni, O. Mattelaer, H. S. Shao, T. Stelzer, P. Torrielli, and M. Zaro, *JHEP* **07**, 079 (2014); [1405.0301](https://arxiv.org/abs/1405.0301).
23. P. Chen, T. Ohgaki, A. Spitkovsky, T. Takahashi, and K. Yokoya, *Nucl. Instrum. Meth. A* **397**, 458 (1997); [physics/9704012](https://arxiv.org/abs/physics/9704012).
24. K. Yokoya, User manual of CAIN, version 2.40 (2018).
25. S. G. Bondarenko, L. V. Kalinovskaya, and A. A. Sapronov, *Comput. Phys. Commun.* **294**, 108929 (2024); [2201.04350](https://arxiv.org/abs/2201.04350).
26. A. Andonov, A. Arbuzov, D. Bardin, S. Bondarenko, P. Christova, L. Kalinovskaya, G. Nanava, and W. von Schlippe, *Comput. Phys. Commun.* **174**, 481 (2006); Erratum: *Comput. Phys. Commun.* **177**, 623 (2007); [hep-ph/0411186](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0411186).
27. G. J. Gounaris, P. I. Porfyriadis, and F. M. Renard, *Phys. Lett. B* **452**, 76 (1999); Erratum: *Phys. Lett. B* **513**, 431 (2001); Erratum: *Phys. Lett. B* **464**, 350 (1999); [hep-ph/9812378](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9812378).
28. G. J. Gounaris, P. I. Porfyriadis, and F. M. Renard, *Eur. Phys. J. C* **9**, 673 (1999); [hep-ph/9902230](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9902230).
29. D. Bardin, L. Kalinovskaya, V. Kolesnikov, and E. Uglov, [hep-ph/0611188](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0611188).
30. D. Bardin, L. Kalinovskaya, and E. Uglov, *Phys. Atom. Nucl.* **73**, 1878 (2010); [0911.5634](https://arxiv.org/abs/0911.5634).
31. Z. Bern, A. De Freitas, L. J. Dixon, A. Ghinculov, and H. L. Wong, *JHEP* **11**, 031 (2001); [hep-ph/0109079](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0109079).
32. T. Binoth, E. W. N. Glover, P. Marquard, and J. J. van der Bij, *JHEP* **05**, 060 (2002); [hep-ph/0202266](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0202266).
33. A. A. H., E. Chaubey, and H.-S. Shao, *JHEP* **03**, 121 (2024); [2312.16966](https://arxiv.org/abs/2312.16966).
34. A. A. H., E. Chaubey, M. Fraaije, V. Hirschi, and H.-S. Shao, *Phys. Lett. B* **851**, 138555 (2024); [2312.16956](https://arxiv.org/abs/2312.16956).
35. J. H. Kuhn, E. Mirkes, and J. Steegborn, *Z. Phys. C* **57**, 615 (1993).
36. G. J. Gounaris and G. P. Tsirigoti, *Phys. Rev. D* **56**, 3030 (1997); Erratum: *Phys. Rev. D* **58**, 059901 (1998); [hep-ph/9703446](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9703446).

К теоретической интерпретации данных о взаимодействиях ядер аргона с ядрами при высоких энергиях

B. V. Ужинский^{1)*1)}, A. C. Галоян⁺, Н. А. Чалый^{*}

¹⁾Объединенный институт ядерных исследований, 141980 Дубна, Россия

^{*}Национальный исследовательский Томский государственный университет, 634050 Томск, Россия

Поступила в редакцию 3 октября 2024 г.

После переработки 19 октября 2024 г.

Принята к публикации 20 октября 2024 г.

Недавно (2024 г.) коллаборация NA61/SHINE представила экспериментальные данные о рождении π^\pm , K^\pm , протонов и антипротонов в центральных $^{40}\text{Ar} + ^{45}\text{Sc}$ взаимодействиях при $P_{\text{lab}} = 13\text{--}150 \text{ A} \cdot \text{ГэВ/с}$. Коллаборация сравнила данные с предсказаниями популярных теоретических моделей. Оказалось, что модели неудовлетворительно описывают данные во всем диапазоне энергий. В настоящей работе впервые предположено, что нуклоны, участвующие в недифракционных взаимодействиях, теряют способность к дифракционной диссоциации в последующих нуклон-нуклонных соударениях. Эта идея реализована в FTF модели пакета Geant4. Достигнуто хорошее описание данных, в том числе первых данных коллаборации NICA BM@N о рождении π^+ мезонов во взаимодействиях ядер ^{40}Ar с разными ядрами при энергии $3.2 \text{ A} \cdot \text{ГэВ}$.

DOI: 10.31857/S0370274X24120025, EDN: UMOJOB

В последние десятилетия в физике высоких энергий активно изучались взаимодействия ядер с ядрами при релятивистских энергиях. В экспериментальных исследованиях основное внимание уделялось соударениям тяжелых ядер. На этом пути было открыто новое состояние вещества – кварк-глюонная плазма (QGP), гашение струй, сильные коллективные потоки и т.д. Однако в последние годы все большее внимание уделяется соударениям легких и средних ядер с целью определения условий образования QGP и уравнения состояния QGP. С этой точки зрения, направление исследований коллаборации NA61/SHINE представляется весьма актуальным.

Недавно коллаборация NA61/SHINE опубликовала [1] новые экспериментальные данные о рождении различных частиц во взаимодействиях $^{40}\text{Ar} + ^{45}\text{Sc}$ при $P_{\text{lab}} = 13, 19, 30, 40, 75$ и $150 \text{ A} \cdot \text{ГэВ/с}$. Коллаборация сравнила данные, в частности, распределения по быстротам, с предсказаниями теоретических моделей, использующими метод Монте-Карло – EPOS 1.99 [2], Parton-Hadron-String Dynamics (PHSD 4.1) [3, 4] и Simulating Many Accelerated Strongly-interacting Hadrons (SMASH 2.1.4) [5, 6]. Оказалось, что EPOS в среднем переоценивает данные о распределениях π мезонов по быстротам, а модели SMASH и PHSD недооценивают эти данные (см. рис. 1). Толь-

ко при импульсах больше $40 \text{ A} \cdot \text{ГэВ/с}$ предсказания моделей EPOS и SMASH приближаются к экспериментальным значениям (см. рис. 1). На рисунке 1 расчеты по модели PHSD не приведены, поскольку они близки к предсказаниям модели SMASH. Предсказания стандартной модели Geant4 FTF [7] в основном близки к результатам модели SMASH.

Модель EPOS использует приближение Грибова–Редже при моделировании процессов множественного рождения. В ней учитываются только померонные обмены, “жесткие” соударения партонов и расщепление партонных цепочек. Обмены невакуумными реджеонами, которые очень важны при относительно низких энергиях, не учитываются. Это объясняет то, что расчеты по модели приближаются к экспериментальным данным сверху при росте энергии соударений. В протон-протонных взаимодействиях роль померонных обменов уменьшается при уменьшении энергии соударений, а роль невакуумных обменов увеличивается. Также ведут себя соответствующие сечения²⁾. Это первый фактор. Второй фактор связан с тем, что множественность в процессах, индуцированных невакуумными обменами меньше, чем в

²⁾ В амплитуду упругого рассеяния вакуумные и невакуумные обмены входят с разными знаками. Поэтому о сечениях надо говорить с определенной осторожностью. Особенно это касается неупругих сечений, в которых имеются интерференционные члены.

¹⁾e-mail: uzhinsky@jinr.ru

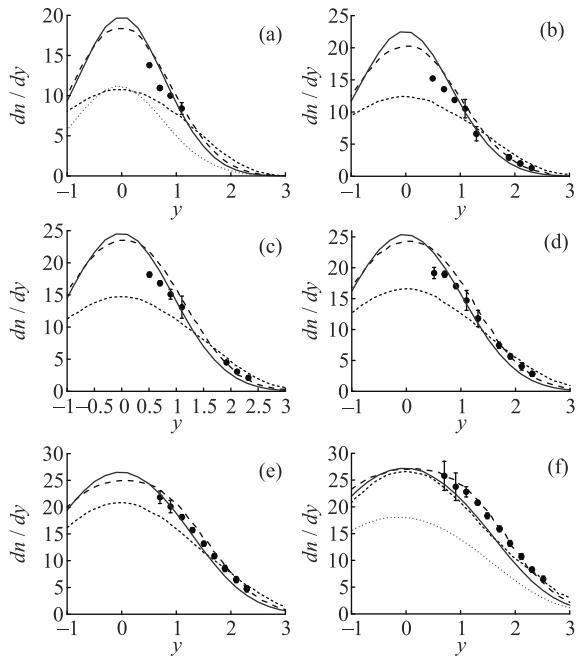


Рис. 1. (Цветной онлайн) Распределения π^+ мезонов по быстротам в соударениях ${}^{40}\text{Ar} + {}^{45}\text{Sc}$ при центрально-стях 0–10 % при $P_{\text{lab}} = 13$ (а), 19 (б), 30 (с), 40 (д), 75 (е) и 150 (ф) $\text{A} \cdot \text{ГэВ}/\text{с}$. Точки – экспериментальные данные NA61/SHINE коллаборации без учета систематических ошибок. Сплошные кривые – расчеты по новой модели Geant4 FTF. Штриховые линии – расчеты по модели EPOS, а пунктирные кривые – расчеты по модели SMASH, выполненные коллаборацией. Расчеты по старой версии модели Geant4 FTF (точечные кривые) приведены только для импульсов 13 (а) и 150 (ф) $\text{A} \cdot \text{ГэВ}/\text{с}$

индуцированных померонными обменами. Учет этих факторов может привести к лучшему согласию предсказаний модели с экспериментальными данными.

Модели UrQMD [8, 9], PHSD и SMASH являются расширением классической модели внутридядерного каскада, которые учитывают рождение мезонных и барионных резонансов, время формирования частиц и т.д. Предполагается, что при достаточно высоких энергиях рождение частиц в адрон-адронных соударениях происходит в результате образования двух кварк-глюонных струн в недифракционных процессах, или одной струны и сохранившегося адрона в дифракционных процессах, как в модели FRITIOF [10, 11]. Согласно модели FRITIOF, распределение струн по массам имеет вид $\sim 1/M_{\text{str}}$. Это положение модели критиковалось в литературе: модель FRITIOF рассматривает адрон-адронные взаимодействия как процессы двойной дифракционной диссоциации³⁾.

³⁾ В модели Geant4 FTF распределение по массам струн имеет вид $a/M_{\text{str}} + b \cdot M_{\text{str}}$.

Для моделирования распадов/фрагментации струн, в результате которых рождаются адроны, используется LUND-алгоритм [12]. Каждой из рожденных частиц приписывается импульс и время формирования частицы в системе покоя исходной струны в предположении, что рождение струны произошло в одной пространственно-временной точке. При известном четырехимпульсе струны можно найти точку формирования частицы в лабораторной системе. Однако нуклон, который перешел в струну, имел размер порядка 1 фм. Поэтому образовавшаяся струна первоначально имела размер порядка 1 фм. Это можно учесть, уменьшив время формирования каждой частицы в системе покоя струны на величину $\sim 1 \text{ фм}/\text{с}$. При этом уменьшается времена формирования частиц в лабораторной системе, что в случае адрон-ядерных и ядро-ядерных соударений может привести к увеличению общей множественности рожденных частиц. Неучетом этого обстоятельства можно, по-видимому, объяснить заниженную множественность π^+ -мезонов на рис. 1 моделью SMASH.

Необходимо отметить, что в моделях UrQMD, PHSD и SMASH нарушается основное положение модели FRITIOF. В модели FRITIOF предполагается, что в адрон-ядерных взаимодействиях струны, возникающие в первом внутридядерном соударении, могут сталкиваться с другими ядерными нуклонами и увеличивать свою массу. Время жизни струны не учитывается. Предполагается, что струны распадаются/фрагментируются вне ядер. В ядро-ядерных взаимодействиях при наличии многих струн они могут сталкиваться между собой и увеличивать массы. Возможным слиянием струн можно имитировать образование QGP (см., например, [13]).

В моделях UrQMD, PHSD и SMASH, основанных на модели FRITIOF, запрещены взаимодействия струн с ядерными нуклонами и с другими струнами. Рождающиеся струны распадаются перед возможными последующими взаимодействиями. В результате, ядро-ядерные соударения сводятся к совокупности адрон-адронных столкновений. В каждом адрон-адронном соударении присутствуют процессы дифракции с малой множественностью и недифракционные процессы с большой множественностью. Поэтому простейший путь увеличения выхода мезонов – увеличить вероятность недифракционных взаимодействий.

В модели FRITIOF нуклоны/струны могут быть в четырех состояниях: нуклоны в основном состоянии (GS); струны, образованные в процессах дифракционной диссоциации нуклонов ядра-снаряда (PrD), или ядра-мишени (TrD); струны, образован-

ные в недифракционных процессах (Str). Возможные взаимодействия между ними представлены в табл. 1.

Таблица 1. Возможные процессы во взаимодействиях адронов/струн

	GS	PrD	Str
GR	PrD, TrD, ND	PrD, TrD, ND	ND
TrD	PrD, TrD, ND	PrD, TrD, ND	ND
Str	ND	ND	ND

Очевидно, что в соударениях GS–GS возможны все процессы. В соударениях PrD–GS должны быть TrD и ND. Сложнее с процессом PrD. По аналогии с взаимодействиями атомов могут быть переходы дифракционных состояний в другие дифракционные состояния. Однако спектры возбуждений струн с малыми массами плохо изучены. Поэтому в процессе PrD → PrD мы переопределяем (переразыгываем) массу исходной системы. В процессе Str–GS трудно предположить, что струна, или нуклон в основном состоянии может перейти в дифракционное состояние. Вероятность дифракции нуклона-мишени маловероятна. Поэтому мы запретили такие переходы.

Мы предполагаем, что соотношения между вероятностями процессов, перечисленных в каждой ячейке табл. 1, такие же, как в свободных NN взаимодействиях. Если какой-либо процесс отсутствует, вероятности оставшихся процессов перенормируются так, чтобы их сумма была равна единице.

Таблица 1 имплементирована в программу Geant4 FTF. Результаты расчетов по этой (новой) версии программы представлены на рис. 1 сплошными линиями. Как видно, наши результаты близки к предсказаниям модели EPOS. Расчеты по старой версии программы приведены только на рис. 1а и рис. 1f для импульсов налетающих ядер 13 и 150 $\text{A} \cdot \text{ГэВ}/\text{с}$. Как видно, расчеты по старой версии программы значительно недооценивают выходы π^+ и π^- мезонов. Отметим, что в модели Geant4 FTF включены процессы обмена кварками между сталкивающимися партнерами (невакуумные обмены), которые “вымирают” с ростом энергии.

В наших расчетах мы разыгрывали прицельный параметр центральных соударений ядер аргона и скандия по квадратичной мере в интервале 0–2.87 фм.

Наиболее значимой гипотезой предлагаемого подхода является то, что во взаимодействиях струн возможны только недифракционные процессы. Она приводит к тому, что в центральных соударениях ядер большинство нуклонов в конечном состоянии будут представлять собой струны. В результате этого

в центральных соударениях ядер будет наблюдаться повышенная множественность рожденных мезонов, по сравнению с предсказаниями обычных моделей. Расчеты, представленные на рис. 1 сплошными линиями, подтверждают это заключение.

Совершенно неожиданным для нас оказалось то, что предлагаемый подход дает хорошие результаты в применении к данным коллаборации NICA BM@N о выходах π^+ мезонов во взаимодействиях ядер аргона с ядрами при энергии 3.2 $\text{A} \cdot \text{ГэВ}$ (см. рис. 2). Затруднения возникли только с описанием спектров π^+ мезонов в соударениях ядер аргона с ядрами углерода (не представлены на рис. 2). Как показано в экспериментальной работе [14], другие модели – PHSD, DCM и UrQMD, также не дают удовлетворительных результатов для этих взаимодействий.

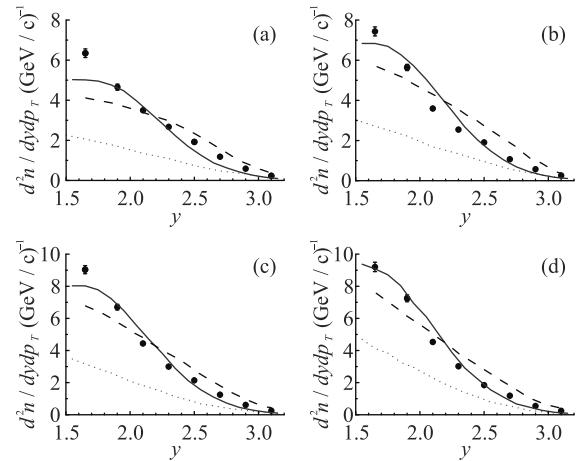


Рис. 2. (Цветной онлайн) Распределения π^+ мезонов по быстротам с $0.1 \leq p_T \leq 0.2 \text{ ГэВ}/\text{с}$ в соударениях $^{40}\text{Ar} + \text{Al}$ (а), Cu (б), Sn (с), Pb (д) при $E_{\text{lab}} = 3.2 \text{ А} \cdot \text{ГэВ}$. Точки – экспериментальные данные BM@N коллаборации [14] без учета систематических ошибок. Сплошные кривые – расчеты по новой модели Geant4 FTF. Штриховые линии – расчеты по модели DCM [15], выполненные коллаборацией. Пунктирные кривые – расчеты по старой модели Geant4 FTF

Безусловно, в предлагаемом подходе остаются нерешенные проблемы. А именно, заниженный выход K^+ и K^- мезонов в $\text{Ar} + \text{Sc}$ соударениях. Пожалуй, это наиболее трудный вопрос для всех теоретических моделей. Другой вопрос в нашем подходе – неудовлетворительное описание распределений частиц по p_T во взаимодействиях ядер аргона с ядрами при низких энергиях.

Заключение. Предположение о разных взаимодействиях нуклонов, принявших участие в дифракционных и недифракционных соударениях с ядерными нуклонами и между собой, позволяет удовлетворительно воспроизвести распределения π^+ мезонов в центральных соударениях ядер аргона с ядрами углерода при энергии 3.2 $\text{A} \cdot \text{ГэВ}$.

нов по быстротам во взаимодействиях ядер аргона с различными ядрами, измеренных коллаборациями NA61/SHINE и NICA BM@N. Вопрос об учете дифракции оставался открытым в пакете Geant4 более 15 лет. Теперь он нашел свое решение.

Авторы благодарны сотрудникам ОИЯИ В. В. Воронюку, А. Б. Ларионову и В. А. Плотникову за плодотворные обсуждения. Авторы также благодарны сотрудникам вычислительного комплекса HybriLIT ОИЯИ за содействие в проведении расчетов.

Финансирование работы. Данная работа финансировалась за счет средств бюджета Объединенного института ядерных исследований (г. Дубна, Россия), а также при частичной поддержке гранта Правительства Российской Федерации (Соглашение № 075-15-2024-667 от 23.08.2024 г.).

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. H. Adhikary, P. Adrich, K. K. Allison et al. (NA61/SHINE collaboration), *Eur. Phys. J. C* **84**, 416 (2024).
2. K. Werner, *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* **175–176**, 81 (2008).

3. W. Cassing and E. L. Bratkovskaya, *Phys. Rev. C* **78**, 034919 (2008).
4. W. Cassing and E. Bratkovskaya, *Nucl. Phys. A* **831**, 215 (2009).
5. J. Mohs, S. Ryu, and H. Elfner, *J. Phys. G* **47**, 065101 (2020).
6. J. Weil, V. Steinberg, J. Staudenmaier et al. (SMASH collaboration), *Phys. Rev. C* **94**, 054905 (2016).
7. J. Allison, J. Apostolakis, S. B. Lee et al. (Geant4 collaboration), *Nucl. Instrum. Meth. A* **835**, 186 (2016).
8. S. A. Bass, M. Belkacem, M. Bleicher et al., *Prog. Part. Nucl. Phys.* **41**, 255 (1998).
9. M. Bleicher, E. Zabrodin, C. Spieles et al., *J. Phys. G* **25**, 1859 (1999).
10. B. Andersson, G. Gustafson, and B. Nilsson-Almqvist, *Nucl. Phys. B* **281**, 289 (1987).
11. B. Nilsson-Almqvist and E. Stenlund, *Comput. Phys. Commun.* **43**, 387 (1987).
12. B. Andersson, G. Gustafson, G. Ingelman, and T. Sjostrand, *Phys. Rep.* **97**, 31 (1983).
13. V. Kovalenko, G. Feofilov, A. Puchkov et al., *Universe* **8**, 246 (2022).
14. S. Afanasiev, G. Agakishiev, E. Aleksandrov et al. (BM@N Collaboration), *JHEP* **07**, 174 (2023).
15. M. Baznat, A. Botvina, G. Musulmanbekov et al., *Phys. Part. Nucl. Lett.* **17**, 303 (2020).

Heavy quark contributions in Bjorken sum rule with analytic coupling

I. R. Gabdrakhmanov[†], N. A. Gramotkov^{†*}, A. V. Kotikov⁺¹⁾, O. V. Teryaev⁺, D. A. Volkova^{+×}, I. A. Zemlyakov[○]▽

[†]Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics, Joint Institute for Nuclear Research, 141980 Dubna, Russia

^{*}Moscow State University, 119991 Moscow, Russia

[×]Dubna State University, 141980 Dubna, Russia

[○]Tomsk State University, 634010 Tomsk, Russia

[▽]Department of Physics, Universidad Tecnica Federico Santa Maria, 1680, Avenida Espana Valparaiso, Chile

Submitted 30 August 2024

Resubmitted 27 October 2024

Accepted 27 October 2024

We consider heavy quark contributions to the polarized Bjorken sum rule. We found good agreement between the experimental data and the predictions of analytic QCD. To satisfy the limit of photoproduction, we use new representation of the perturbative part of the polarized Bjorken sum rule, recently proposed.

DOI: 10.31857/S0370274X24120031, EDN: SGTYAM

Experimental data for the polarized Bjorken sum rule (BSR) $\Gamma_1^{p-n}(Q^2)$ [1, 2] are now available for a fairly wide range of spacelike momentum squared Q^2 : $0.021 \text{ GeV}^2 \leq Q^2 < 5 \text{ GeV}^2$ (see [3, 4]) and references therein), making the BSR an important observable for QCD studies at low Q^2 [5, 6].

In the last thirty years, an extension of the QCD coupling constant without the Landau singularity for low Q^2 , known as analytic perturbation theory (APT) [7–10], has been developed. APT has already been applied to compare theoretical expressions with experimental data for BSR [4, 11–19] (see also other recent studies on the BSR in [20–23]).

In this paper we apply the results for the heavy quark contributions to the BSR calculated at the two-loop level in Ref. [24]. Our study is conducted within the APT framework, and we also explore the possibility of applying the heavy quark contributions to the photoproduction limit.

By investigating the low Q^2 behavior, we find a discrepancy between the results obtained in the fits and the photoproduction. Specifically, the results of the fits extended to low Q^2 lead to negative values for the BSR $\Gamma_{\text{MA},1}^{p-n}(Q^2)$: $\Gamma_{\text{MA},1}^{p-n}(Q^2 \rightarrow 0) < 0$, which contradicts the finiteness of the cross section in the real photon limit, leading to $\Gamma_{\text{MA},1}^{p-n}(Q^2 \rightarrow 0) = 0$.

To solve the problem, we use a low Q^2 modification of the OPE formula for $\Gamma_{\text{MA},1}^{p-n}(Q^2)$ introduced in [4].

With this modification, we find good agreement with full sets of experimental data for the BSR $\Gamma_{\text{MA},1}^{p-n}(Q^2)$, as well as with its limit $Q^2 \rightarrow 0$, i.e. with photoproduction. Moreover, the results are very close to those obtained in [4, 19], as well as to the predictions of phenomenological models [25–30].

Authors are grateful to Alexandre P. Deur for information about the new experimental data in [3] and Johannes Blumlein for initiating the consideration of the contribution of heavy quarks. The authors thank Konstantin Chetyrkin, Andrei Kataev and Sergey Mikhailov for careful discussions.

Funding. This work was supported in part by the Foundation for the Advancement of Theoretical Physics and Mathematics BASIS. One of us (I. A. Zemlyakov) is supported by the Directorate of Postgraduate Studies of the Technical University of Federico Santa Maria.

Conflict of interest. The authors of this work declare that they have no conflicts of interest.

1. J. D. Bjorken, Phys. Rev. **148**, 1467 (1966).
2. J. D. Bjorken, Phys. Rev. D **1**, 1376 (1970).
3. A. Deur, J. P. Chen, S. E. Kuhn et al. (Collaboration), Phys. Lett. B **825**, 136878 (2022)
4. I. R. Gabdrakhmanov, N. A. Gramotkov, A. V. Kotikov, O. V. Teryaev, D. A. Volkova, and I. A. Zemlyakov, arXiv:2404.01873 [hep-ph].
5. A. Deur, S. J. Brodsky, and G. F. De Téramond, arXiv:1807.05250 [hep-ph].

¹⁾e-mail: kotikov@theor.jinr.ru

6. S. E. Kuhn, J. P. Chen, and E. Leader, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **63**, 1 (2009).
7. D. V. Shirkov and I. L. Solovtsov, arXiv:hep-ph/9604363 [hep-ph].
8. D. V. Shirkov and I. L. Solovtsov, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 1209 (1997).
9. K. A. Milton, I. L. Solovtsov, and O. P. Solovtsova, *Phys. Lett. B* **415**, 104 (1997).
10. A. P. Bakulev, S. V. Mikhailov, and N. G. Stefanis, *Phys. Rev. D* **72**, 074014 (2005).
11. R. S. Pasechnik, D. V. Shirkov, and O. V. Teryaev, *Phys. Rev. D* **78**, 071902 (2008).
12. R. S. Pasechnik, D. V. Shirkov, O. V. Teryaev, O. P. Solovtsova, and V. L. Khandramai, *Phys. Rev. D* **81**, 016010 (2010).
13. A. V. Kotikov and B. G. Shaikhatdenov, *Phys. Part. Nucl.* **45**, 26 (2014).
14. V. L. Khandramai, R. S. Pasechnik, D. V. Shirkov, O. P. Solovtsova, and O. V. Teryaev, *Phys. Lett. B* **706**, 340 (2012).
15. C. Ayala, G. Cvetic, A. V. Kotikov, and B. G. Shaikhatdenov, *Int. J. Mod. Phys. A* **33**(18–19), 1850112 (2018).
16. C. Ayala, G. Cvetic, A. V. Kotikov, and B. G. Shaikhatdenov, *J. Phys. Conf. Ser.* **938**(1), 012055 (2017).
17. C. Ayala, G. Cvetic, A. V. Kotikov, and B. G. Shaikhatdenov, *Eur. Phys. J. C* **78**(12), 1002 (2018).
18. C. Ayala, G. Cvetic, A. V. Kotikov, and B. G. Shaikhatdenov, *J. Phys. Conf. Ser.* **1435**(1), 012016 (2020).
19. I. R. Gabdrakhmanov, N. A. Gramotkov, A. V. Kotikov, D. A. Volkova, and I. A. Zemlyakov, *JETP Lett.* **118**(7), 478 (2023).
20. D. Kotlorz and S. V. Mikhailov, *Phys. Rev. D* **100**(5), 056007 (2019).
21. C. Ayala, C. Castro-Arriaza, and G. Cvetic, *Phys. Lett. B* **848**, 138386 (2024).
22. C. Ayala, C. Castro-Arriaza, and G. Cvetic, *Nucl. Phys. B* **1007**, 116668 (2024).
23. C. Ayala and G. Cvetic, arXiv:2410.00220 [hep-ph].
24. J. Blümlein, G. Falcioni, and A. De Freitas, *Nucl. Phys. B* **910**, 568 (2016).
25. J. Soffer and O. Teryaev, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 3373 (1993).
26. J. Soffer and O. Teryaev, *Phys. Rev. D* **70**, 116004 (2004).
27. R. S. Pasechnik, J. Soffer, and O. V. Teryaev, *Phys. Rev. D* **82**, 076007 (2010).
28. V. D. Burkert and B. L. Ioffe, *Phys. Lett. B* **296**, 223 (1992).
29. V. D. Burkert and B. L. Ioffe, *JETP* **78**, 619 (1994).
30. S. J. Brodsky, G. F. de Teramond, H. G. Dosch, and J. Erlich, *Phys. Rep.* **584**, 1 (2015).

Процессы ионизации и перезарядки при столкновении протонов с атомами сверхтяжелых элементов

И. Ю. Толстихина, В. П. Шевелько¹⁾

Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 24 октября 2024 г.

После переработки 1 ноября 2024 г.

Принята к публикации 2 ноября 2024 г.

Выполнены расчеты сечений перезарядки и ионизации при столкновении протонов с атомами сверхтяжелых элементов Nh ($Z = 113$), Fl ($Z = 114$), Mc ($Z = 115$), Lv ($Z = 116$), Ts ($Z = 117$), и Og ($Z = 118$) при энергиях протонов $E > 0.01$ кэВ–10 МэВ. При $E \approx 0.01$ –100 кэВ сечения вычислялись в адиабатическом приближении, а при больших энергиях $E \approx 100$ кэВ – в борновском приближении с нормировкой сечений. Поскольку данные для рассматриваемых сечений сверхтяжелых элементов отсутствуют, в настоящей работе расчеты сечений выполнены также для атомов тяжелых элементов Xe ($Z = 54$) и U ($Z = 92$), которые сравниваются с имеющимися экспериментальными данными и теоретическими расчетами. По результатам работы выявлены отличительные свойства сечений перезарядки и ионизации с участием атомов сверхтяжелых элементов.

DOI: 10.31857/S0370274X24120057, EDN: QNXCXV

1. Введение. В последние годы значительно возрос интерес к исследованию атомов и ионов сверхтяжелых элементов (СТЭ) с зарядом ядра $Z > 100$, представляющих фундаментальный интерес в области атомной, ядерной физики, астрофизики и химии [1–4]. Экспериментальное получение атомов СТЭ представляет весьма трудоемкую задачу, поэтому теоретические исследования приобретают особое значение, так как они могут быть использованы для прогнозирования атомных, ядерных и химических свойств СТЭ и планирования будущих экспериментов с их участием.

В области атомной физики большинство теоретических исследований направлено на изучение спектроскопических свойств СТЭ, таких как потенциалы ионизации атомов и ионов, электронные средства к электрону, поляризуемости и сечения фотоионизации с учетом электронных корреляций, релятивистских и КЭД эффектов (см., например, [5–10]).

Расчеты столкновительных характеристик СТЭ (эффективных сечений и скоростей атомных процессов, ионных фракций, средних зарядовых состояний ионного пучка и др.) сильно ограничены (см., например, [11, 12]). В работе [11] вычислены сечения перезарядки, ионизации и средние заряды $\langle q \rangle$ пучков тяжелых и сверхтяжелых ионов с зарядами ядра $Z = 80$ –120 и энергией $E \approx 250$ кэВ/н при столкновении с газом Не при давлении 0.8 мбар. В недав-

ней работе [12] выполнены аналогичные расчеты сечений и средних зарядов $\langle q \rangle$ для сверхтяжелых атомов и ионов с $Z = 114$ –117 при столкновении с газом Не при давлении 0.8 мбар и энергиях ионов $E = 0.25$ –300 кэВ/н. Вычисленные в [11, 12] средние заряды $\langle q \rangle$ находятся в хорошем согласии с имеющимися экспериментальными и теоретическими данными.

Информация об эффективных сечениях атомных процессов при взаимодействии элементарных частиц (электронов и протонов) с тяжелыми частицами (атомами, ионами, молекулами и т.д.) представляет несомненный интерес, так как она содержит базовые (эталонные) данные о столкновительных свойствах атомных систем. К таким элементарным процессам относятся прежде всего ионизация, возбуждение, перезарядка и рекомбинация.

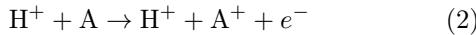
В настоящей работе исследованы свойства сечений перезарядки и ионизации при столкновении протонов с атомами Nh ($Z = 113$), Fl ($Z = 114$), Mc ($Z = 115$), Lv ($Z = 116$), Ts ($Z = 117$), и Og ($Z = 118$) при энергиях протонов $E \approx 0.01$ кэВ–10 МэВ. Эти атомы имеют электронную конфигурацию $6d^{10}7s^27p^m$ внешних оболочек с числом эквивалентных электронов $m = 1$ –6 соответственно для атомов с зарядом ядра $Z = 113$ –118.

Сечения перезарядки (ЕС)



вычислены с помощью программ ARSENY и CAPTURE, а сечения ионизации (ION)

¹⁾e-mail: shevelkovp@lebedev.ru



– по программам ARSENY и RICODE-M. Здесь A – атом СТЭ, n – главное квантовое число. Подробное описание программ и области их применения приведены в [13, 14]. Кратко программы можно описать следующим образом.

Код CAPTURE [15] предназначен для расчета нормализованных вероятностей и сечений одноэлектронного захвата при относительно больших энергиях столкновения $E \gtrsim 25 \text{ кэВ/н}$ в борновском приближении (приближение Бринкмана–Крамерса). RICODE-M [16] производит расчет сечений одноэлектронной ионизации (обдирки) в ион-атомных столкновениях при $E \gtrsim 25 \text{ кэВ/н}$ в релятивистском борновском приближении с использованием релятивистского (магнитного) взаимодействия между сталкивающимися частицами и релятивистских волновых функций. Код ARSENY [17] вычисляет сечения перезарядки, возбуждения и ионизации при низких и средних энергиях $0.01 \text{ кэВ/н} \lesssim E \lesssim 100 \text{ кэВ/н}$ в адиабатическом приближении, в котором вероятности процессов рассчитываются методом скрытых пересечений электронных (квазимолекулярных) потенциальных кривых, которые являются собственными значениями двух-центровой кулоновской задачи (переходы типа Ландау–Зинера). При близких столкновениях переходы обусловлены вращательной связью и не являются ландау–зинеровскими. В настоящей работе для расчета сечений (1) и (2) в качестве потенциалов ионизации атомов СТЭ использовались рекомендуемые значения из работы [10], а энергии связи электронов внутренних оболочек атомов – из [18].

2. Сечения перезарядки протонов на атомах СТЭ. Вычисленные сечения перезарядки (1) протонов на атомах СТЭ приведены на рис. 1. В адиабатической области $0.03 \text{ кэВ} \lesssim E \lesssim 100 \text{ кэВ}$ использовался код ARSENY, а при больших энергиях $E \gtrsim 100 \text{ кэВ}$ – код CAPTURE. В области пересечения сечений $E \sim 60–200 \text{ кэВ}$ они плавно соединялись методом сплайн-интерполяции. В адиабатической области свойства сечений перезарядки определяются захватом протоном электрона внешней $7p^m$ -оболочки и максимальны для атомов Mc и Lv. В этой области энергий сечения зависят от потенциала ионизации I атома мишени: чем меньше значение I , тем больше сечение. Согласно [10], атомы имеют потенциалы ионизации: $I(\text{Mc}) = 5.57$, $I(\text{Lv}) = 6.8$, $I(\text{Nh}) = 7.49$, $I(\text{Ts}) = 7.6$, $I(\text{Fl}) = 8.65$ и $I(\text{Og}) = 8.9 \text{ эВ}$, и сечения ЕС убывают от атома Mc к атому Og соответственно. Такую зависимость сечений от I можно кратко объяснить следующим образом.

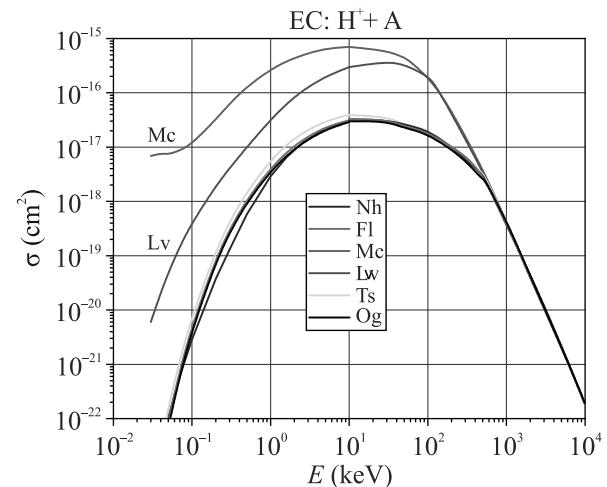


Рис. 1. (Цветной онлайн) Сечения перезарядки (1) протонов на атомах СТЭ как функции энергии протонов – расчет по программам ARSENY и CAPTURE. Для Mc и Lv атомов основной вклад дает перезарядка в возбужденное состояние $\text{H}^*(n = 2)$ (см. текст)

В методе скрытых пересечений потенциальная энергия активного электрона как функция межъядерного расстояния рассчитывается как собственное значение трехчастичной кулоновской задачи – электрон в поле двух зарядов: $Z_1 = n_0(I/\text{Ry})^{1/2}$ эффективного начального состояния электрона в атоме ($n_0l = 7p$) и заряда $Z_2 = 1$ конечного состояния в атоме водорода, где I – потенциал ионизации атома, $1 \text{ Ry} = 13.6 \text{ эВ}$. Положение терма энергии начального состояния электрона относительно потенциальных кривых конечных состояний на протоне зависит от эффективного заряда Z_1 и находится между термами конечных состояний: с уменьшением Z_1 энергия начального состояния увеличивается и терм удаляется от конечного терма с $n = 1$ и приближается к терму с $n = 2$. Соответствующее изменение положений скрытых пересечений потенциальных кривых изменяет вклады сечений в конечные состояния на протоне с $n = 1$ и $n = 2$ в полное сечение перезарядки и приводит к описанной зависимости сечений от потенциала ионизации в адиабатической области: чем меньше значение I , тем больше сечение.

Сечения перезарядки протонов в адиабатической области энергий на атомах Mc и Lv с образованием атомов H в основном $n = 1$ и возбужденном $n = 2$ состояниях приведены на рис. 2. Видно, что основной вклад для этих атомов определяется перезарядкой протонов в возбужденное состояние $\text{H}^*(n = 2)$, где сечения на три порядка больше сечений перезарядки в основное состояние. Для остальных атомов сечения близки друг к другу и определяются перезарядкой с

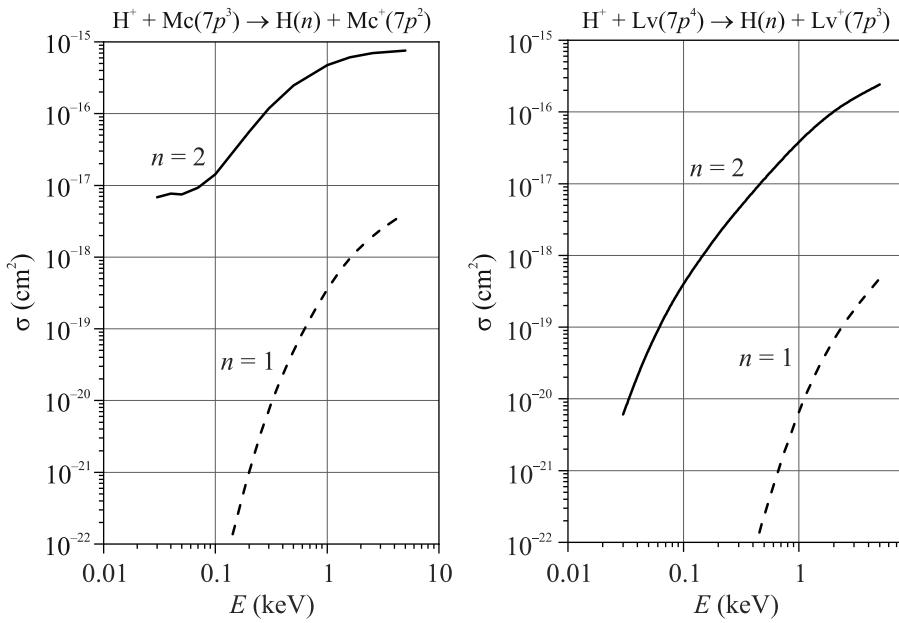


Рис. 2. Сечения перезарядки протонов на атомах Mc и Lv как функции энергии протонов с образованием атомов H в основном $n = 1$ (пунктир) и возбужденном $n = 2$ (сплошные кривые) состояниях – расчет по программе ARSENY

образованием атомов H только в основном состоянии $n = 1$.

При больших энергиях протонов $E \gtrsim 300$ кэВ сечения перезарядки (результат расчетов по программе CAPTURE с $n_{\max} \approx 300$) для всех атомов с точностью 10–15 % одинаковы, так как определяются преимущественным захватом электронов внутренних оболочек атомов СТЭ, имеющих близкие значения энергий связи (см. [18]). Например, при $E \gtrsim 1$ МэВ отношение сечений перезарядки $\sigma(\text{Og})/\sigma(\text{Mc}) \approx 1.1$.

На рисунке 3 приведены сечения перезарядки протонов на атомах тяжелых элементов Xe ($Z = 54$) и U ($Z = 92$). На рисунке 3а сечения для атомов Xe, полученные в настоящей работе (сплошная кривая), сравниваются с имеющимися экспериментальными данными и расчетами методом Монте-Карло (СТМС) [19] (пунктирная кривая). При малых энергиях сечение имеет квази-резонансный характер с малым дефектом резонанса (разность потенциалов ионизации атомов Xe и H): $\Delta\omega = |I(\text{Xe}) - I(\text{H})| \approx \approx 1.5$ эВ, поэтому оно возрастает с уменьшением энергии при $E \rightarrow 0.01$ эВ. Экспериментальные данные хорошо согласуются с результатами настоящей работы, а сечение, вычисленное методом СТМС, имеет максимум при $E \approx 10$ кэВ и убывает при $E \rightarrow 0.01$ кэВ.

Сечения ЕС для атомов Xe и U в более широкой области энергий протонов приведены на рис. 3б. При энергии $E > 1$ кэВ СТМС-сечения и вычислен-

ные по программе CAPTURE близки друг к другу. Для атомов U дефект резонанса довольно большой, $\Delta\omega \approx 7.4$ эВ, что приводит к убыванию сечения при $E < 100$ кэВ. При $E > 500$ кэВ отношение сечений $\sigma(\text{Xe, СТМС})/\sigma(\text{Xe, CAPTURE}) \approx 1.3$, $\sigma(\text{U, CAPTURE})/\sigma(\text{Xe, CAPTURE}) \approx 1.8$, т.е. в этой области энергий сечение перезарядки протонов на атомах U примерно в 2 раза больше, чем на атомах Xe.

3. Сечения ионизации атомов СТЭ протонами. Сечения ионизации протонами атомов СТЭ, полученные с помощью программ ARSENY и RICODE-M, приведены на рис. 4. В адиабатической области 0.03 кэВ $\lesssim E \lesssim 100$ кэВ сечения, вычисленные по программе ARSENY, зависят от потенциала ионизации атома-мишени I аналогично сечениям перезарядки – чем меньше I , тем больше сечение. В области потенциального рассеяния $E > 1$ МэВ сечения ионизации атомов СТЭ в пределах 25 % примерно одинаковы, что также связано с близкими значениями энергий связи внутренних электронов. Следует отметить, что вклад автоионизации (возбуждение внутренних электронов атома мишени в возбужденные автоионизационные состояния, сопровождающееся распадом состояний с испусканием электрона) в сечения ионизации атомов СТЭ не учитывался из-за отсутствия информации об энергиях автоионизационных состояний. По оценкам вклада автоионизационных переходов для тяжелых атомов (Xe, Bi, U) вклад в

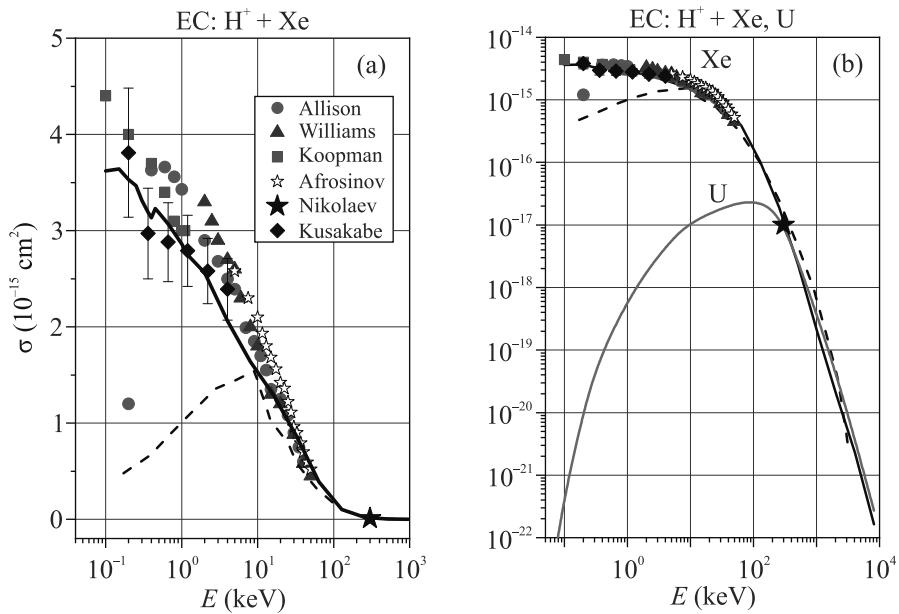


Рис. 3. (Цветной онлайн) Сечения перезарядки (1) протонов на атомах Xe ($Z = 54$) и U ($Z = 92$) как функции энергии протонов. (а) – Сечения EC на атомах Xe при $E \approx 0.01$ –300 кэВ: сплошная кривая – расчет по программам ARSENY и CAPTURE, пунктирная кривая – расчет [19] методом Монте-Карло (СТМС); эксперимент: Allison [20], Williams [21], Koopman [22], Афросимов [23], Николаев [24], Kusakabe [25]. (б) – Сечения EC на атомах Xe и U при $E \approx 0.01$ кэВ–10 МэВ: сплошные кривые – расчет по программам ARSENY и CAPTURE, пунктирная кривая – расчет СТМС [19]

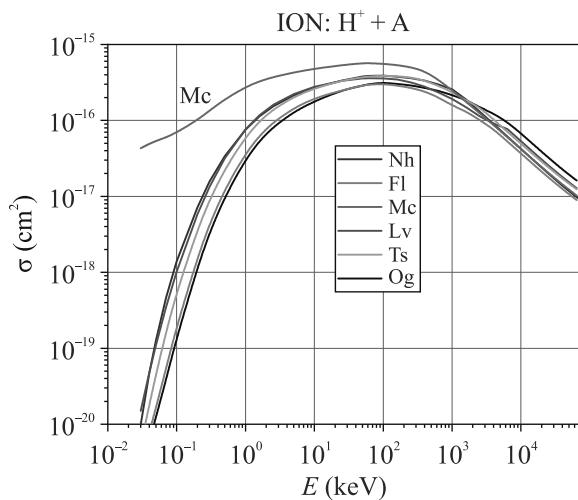


Рис. 4. (Цветной онлайн) Сечения ионизации протонами атомов СТЭ как функции энергии протонов – расчет по программам ARSENY и RICODE-M

ионизацию атомов СТЭ оценивается на уровне 1–2 %.

На рисунке 5 представлены сечения ионизации протонами атомов Xe и U. Настоящие расчеты показали, что вклад автоионизационных переходов в сечение ионизации этих атомов составляет 1–3 %, что является стандартным для сечений ионизацииproto-

нами тяжелых атомов, для которых основной вклад вносит ионизация внешнего электрона и электронов внутренних оболочек (см., например, [13, 14]).

Сечения атомов ксенона (рис. 5а), вычисленные методом Монте-Карло и по программе RICODE-M с учетом ионизации электронов внутренних оболочек в области $E \approx 1$ –50 МэВ практически совпадают, но оба расчета завышают имеющиеся экспериментальные данные при $E \approx 0.8$ –4 МэВ примерно в 1.4 раза. В адиабатической области энергий сечения, полученные с помощью кода ARSENY, значительно превышают СТМС-сечения.

Полное сечение ионизации протонами атомов U, вычисленное по программе ARSENY, приведено на рис. 5б, а отношение сечений ионизации протонами и α -частицами электронов внутренних $2p_{1/2}$ и $2p_{3/2}$ оболочек урана – на рис. 5с. Расчеты сечений по программе RICODE-M, учитывающей релятивистские эффекты, хорошо согласуются с экспериментом, в то время как нерелятивистское борновское приближение и полуклассическая модель [28] приводят к сильному отличию от экспериментальных данных и расчетам в релятивистском приближении.

4. Заключение. Исследованы свойства сечений перезарядки и ионизации при столкновении протонов с атомами сверхтяжелых элементов с зарядом

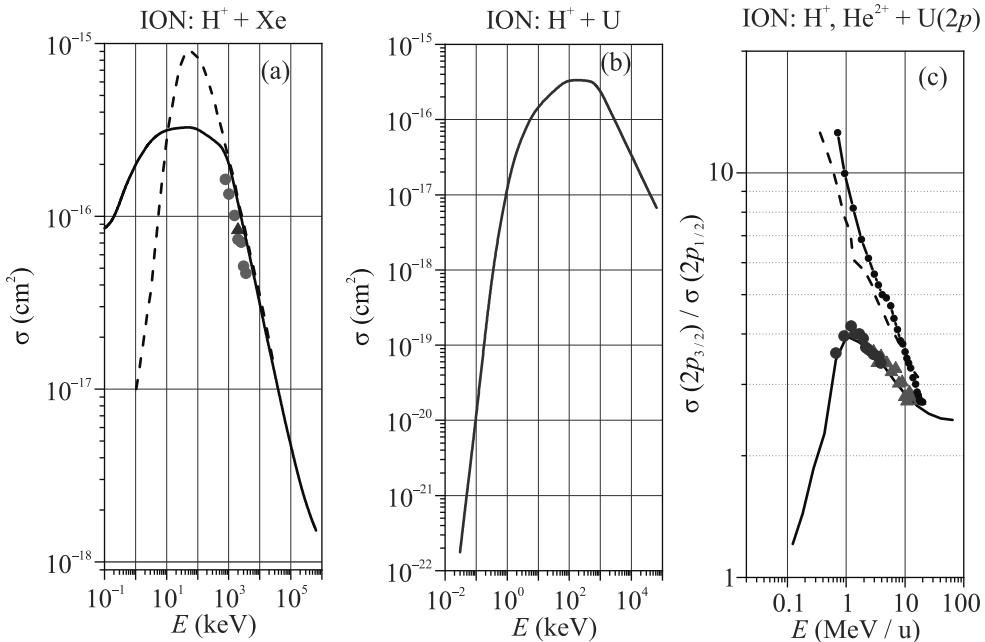


Рис. 5. (Цветной онлайн) Сечения ионизации протонами атомов Xe и U как функции энергии протонов. (а) – Сечения ионизации протонами атомов Xe: пунктир – СТМС расчет [19], сплошная кривая – результат программ ARSENY и RICODE-M. Эксперимент: треугольник [26], кружки [27]. (б) – Сечения ионизации протонами атомов U, расчет по программам ARSENY и RICODE-M. (в) – Отношения сечений ионизации $\sigma(2p_{3/2})/\sigma(2p_{1/2})$ протонами и α -частицами внутренних $2p_{3/2}$ и $2p_{1/2}$ электронов атомов U: пунктирная кривая и кривая с кружками – расчет в борновском (PWBA) и полуклассическом (SCA) приближениях соответственно [28], сплошная кривая – результат программы RICODE-M. Эксперимент: отношения сечений протонами H⁺ (треугольники) и α -частицами He²⁺ (кружки) [28]

ядра $Z = 113\text{--}118$ в области энергий $E \approx 0.01$ кэВ–10 МэВ с помощью имеющихся программ ARSENY, CAPTURE и RICODE-M. В адиабатической области сечения зависят от значений потенциалов ионизации атомов: чем больше потенциал, тем меньше сечения. При больших энергиях сечения перезарядки и ионизации атомов близки друг к другу в пределах 25 %.

Выполненные в настоящей работе расчеты обнаружили ряд характерных свойств, присущих атомам СТЭ: вклад в сечение перезарядки протонов на атомах Mc и Lv в адиабатической области энергий с образованием атомов H в возбужденном состоянии $n = 2$, а также примерное равенство сечений перезарядки и ионизации при больших энергиях для всех атомов с $Z = 113\text{--}118$.

Данные для сечений перезарядки и ионизации указанных атомов отсутствуют, поэтому в работе выполнены также расчеты сечений для тяжелых атомов Xe и U, которые сравниваются с имеющимися экспериментальными данными и теоретическими расчетами. Показано, что при малых энергиях удовлетворительные результаты дает использование адиабатического приближения, а при больших энергиях – необходимо учитывать релятивистские эффекты.

Финансирование работы. Данная работа финансировалась за счет средств бюджета Физического института им. П. Н. Лебедева Российской академии наук. Никаких дополнительных грантов на проведение или руководство данным конкретным исследованием получено не было.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. O. R. Smits, Ch. E. Düllmann, P. Indelicato, W. Nazarewicz, and P. Schwerdtfeger, *Nat. Rev. Phys.* **6**, 86 (2024).
2. Y. Ts. Oganessian and S. N. Dmitriev, *Russ. Chem. Rev.* **85**, 901 (2016).
3. Yu. Oganessian, *Radiochim. Acta* **99**, 429 (2011).
4. B. Lommel, Ch. E. Düllmann, B. Kindler, and D. Renisch, *Eur. Phys. J. A* **59**, 14 (2023).
5. V. Pershina, *J. Nucl. Phys.* **916**, 1 (2013).
6. V. A. Dzuba, M. S. Safronova, and U. I. Safronova, *Phys. Rev. A* **90**, 012504 (2014).
7. E. Eliav, A. Borschevsky, and U. Kaldor, *Nucl. Phys. News* **29**(1), 16 (2019).
8. A. K. Razavi, R. K. Hosseini, D. A. Keating, P. C. Deshmukh, and S. T. Manson, *J. Phys. B* **53**, 205203 (2020).

9. I. M. Savelyev, M. Y. Kaygorodov, Y. S. Kozhedub, A. V. Malyshev, I. I. Tupitsyn, and V. M. Shabaev, arXiv:2301.01740v1 [physics.atom-ph], Jan 2023.
10. O. R. Smits, P. Indelicato, W. Nazarewicz, M. Piibeleht, and P. Schwerdtfeger, Phys. Rep. **1035**, 1 (2023).
11. J. Khuyagbaatar, V. P. Shevelko, A. Borschevsky, Ch. E. Düllmann, I. Yu. Tolstikhina, and A. Yakushev, Phys. Rev. A **88**, 042703 (2013).
12. I. Yu. Tolstikhina and V. P. Shevelko, Nucl. Instrum. Methods B **554**, 165418 (2024).
13. I. Yu. Tolstikhina and V. P. Shevelko, Phys.-Uspekhi **61**, 247 (2018).
14. I. Tolstikhina, M. Imai, N. Winckler, and V. P. Shevelko, *Basic Atomic Interactions of Accelerated Heavy Ions in Matter*, Springer International Publishing AG, Cham, Switzerland (2018).
15. V. P. Shevelko, O. N. Rosmej, H. Tawara, and I. Yu. Tolstikhina, J. Phys. B **37**, 201 (2004).
16. I. Yu. Tolstikhina, I. I. Tupitsyn, S. N. Andreev, and V. P. Shevelko, JETP **119**, 1 (2014).
17. A. A. Gusev, E. A. Solov'ev, and S. I. Vinitsky, Comput. Phys. Commun. **286**, 108662 (2023).
18. J. P. Desclaux, At. Data Nucl. Data Tables **12**, 311 (1973).
19. M. Al-Ajaleen and K. Tokesi, Atoms **12**, 28 (2024).
20. S. K. Allison, Rev. Mod. Phys. **30**, 1137 (1958).
21. J. F. Williams and D. N. F. Dunbar, Phys. Rev. **149**, 62 (1966).
22. D. W. Koopman, Phys. Rev. **154**, 79 (1967).
23. V. Afrosimov, Y. A. Mamaev, M. Panov, and N. Fedorenko, Sov. Phys. JETP **28**, 97 (1969).
24. V. S. Nikolaev, I. S. Dmitriev, Ya. A. Teplova, and Yu. A. Fainberg, Moscow University Physics Bulletin **49**, 80 (1994).
25. T. Kusakabe, H. A. Sakaue, and H. Tawara, Plasma and Fusion Research: Regular Articles **6**, 2401102 (2011).
26. W. S. Melo, A. C. F. Santos, M. M. Sant'Anna, G. M. Sigaud, and E. C. Montenegro, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **35**, L187(2002).
27. E. G. Cavalcanti1, G. M. Sigaud, E. C. Montenegro, H. Schmidt-Böcking, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **36**, 3087 (2003).
28. T. K. Li, D. L. Clark, and G. W. Greenlees, Phys. Rev. A **14**, 2016 (1976).

Экстремальные флуктуации интенсивности излучения в турбулентной атмосфере

И. В. Колоколов^{1)*}, В. В. Лебедев^{1*}

¹ Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау РАН, 142432 Черноголовка, Россия

*Научно-исследовательский университет Высшая школа экономики, 101000 Москва, Россия

Поступила в редакцию 18 октября 2024 г.

После переработки 1 ноября 2024 г.

Принята к публикации 4 ноября 2024 г.

Мы исследуем статистику флуктуаций интенсивности светового пучка при его распространении в турбулентной атмосфере. Нас интересует вероятность относительно больших значений интенсивности пучка. Рассматривается модель единичного фазового экрана. Найден хвост функции плотности вероятности, характеризующийся показателем растянутой экспоненты $7/12$. Устанавливаются условия реализации этого хвоста и обсуждается общая картина.

DOI: 10.31857/S0370274X24120044, EDN: RHNKLM

Наша работа посвящена теории распространения света в турбулентной атмосфере или, в более общем плане, электромагнитной волны в турбулентной среде. Основным эффектом, который исследуется в рамках этой задачи, является дифракция лазерного луча на флуктуациях показателя преломления, которые вызываются турбулентными пульсациями. Колебания показателя преломления являются случайным во времени и пространстве полем, свойства которого должны быть описаны статистически. Поэтому теоретические предсказания поведения лазерного луча касаются средних значений (или соответствующих функций плотности вероятности), которые экспериментально получаются при усреднении по времени.

Проблема распространения светового луча в атмосфере имеет долгую историю. Подход к проблеме восходит к классическим работам [1–5], посвященным развитой турбулентности и статистике пассивных скалярных полей в турбулентных потоках. Основные теоретические результаты, касающиеся распространения лазерного луча в турбулентной атмосфере, были получены в шестидесятых и семидесятых годах 20-го века, они обобщены в ряде монографий [6–11]. В последнее время наблюдается возрождение интереса к этой теме [12–16], связанное, в основном, с численным моделированием распространения лазерного луча (электромагнитной волны) в турбулентной среде, что позволяет получить подробную информацию о процессе.

Известные теоретические результаты, приведенные в работах [6–11], в значительной степени описывают типичное поведение светового пучка в атмосфере. В то же время в уравнении для электромагнитного поля случайный показатель преломления является мультиплекативным шумом, который приводит к нетривиальным статистическим свойствам электромагнитного поля. Тогда вероятность редких событий, когда некоторая величина (скажем, напряженность электромагнитного поля) имеет аномально большое значение, как ожидается, будет значительно выше, чем наивные оценки, основанные на анализе типичных процессов. Недавно были опубликованы полученные нами [17] первые теоретические результаты, касающиеся вероятности высоких значений интенсивности.

Предполагается, что все характерные масштабы задачи (размер волнового пакета, длина его распространения) значительно превышают длину волны света, так что применимо описание волны в терминах ее огибающей Ψ . Из-за большого значения скорости света мы можем считать, что состояние среды (атмосферы) остается неизменным во время распространения волны, и использовать стационарное приближение для описания ее огибающей, т.е. рассматривать комплексное поле Ψ как функцию двумерного радиуса-вектора \mathbf{r} в плоскости, поперечной направлению распространения волны, и координаты z в направлении распространения. Конечно, состояние турбулентной среды меняется со временем. В принятом приближении огибающая $\Psi(\mathbf{r}, z)$ адиабатически подстраивается под текущее состояние среды.

¹⁾e-mail: kolokol@itp.ac.ru

Мы предполагаем, что электромагнитная волна достаточно слаба, так что нелинейные эффекты (самофокусировка или расфокусировка) незначительны. Тогда уравнение для огибающей $\Psi(\mathbf{r}, z)$ имеет вид двумерного уравнения Шредингера

$$i\partial_z \Psi + \frac{1}{2k_0} \nabla^2 \Psi + k_0 \nu \Psi = 0, \quad (1)$$

где k_0 – волновой вектор волны, ν представляет отклонения показателя преломления от его равновесного значения, а ∇ – двумерная производная в поперечных направлениях. Поле ν является случайным в пространстве и во времени, оно должно быть охарактеризовано статистически.

При распространении в турбулентной среде световой пучок искажается. На малых расстояниях это искажение слабо, но при распространении на большие расстояния луч распадается на отдельные спеклы. Последний режим известен как режим сильных сцинтиляций (мерцаний). Характерный размер спекла уменьшается с увеличением пройденного расстояния, этот размер можно интерпретировать как длину корреляции светового пучка.

Отклонения показателя преломления от его равновесного значения вызваны турбулентными пульсациями среды, приводящими, в частности, к флуктуациям температуры. Парная корреляционная функция показателя преломления может быть выражена через спектр флуктуаций температуры. Для спектра Обухова–Коррсина $5/3$ справедлив следующий закон для структурной функции показателя преломления [4–6]

$$\langle [\nu(\mathbf{r}, z) - \nu(\mathbf{0}, 0)]^2 \rangle = C_n^2 (r^2 + z^2)^{1/3}. \quad (2)$$

Здесь и ниже угловые скобки $\langle \dots \rangle$ означают усреднение по времени, а коэффициент C_n^2 характеризует силу флуктуаций показателя преломления. Выражение (2) предполагает однородность и изотропию турбулентности в инерционном интервале. Результаты недавних измерений C_n^2 в атмосфере содержатся в работе [18].

Если длина распространения световой волны в направлении Z существенно превышает характерные масштабы поперечных искажений, то флуктуации показателя преломления ν могут рассматриваться, как δ -коррелированные вдоль оси Z . Из уравнения (2) следует

$$\langle \nu(\mathbf{r}, z_1) \nu(\mathbf{0}, z_2) \rangle \rightarrow \delta(z_1 - z_2) [\mathcal{C} - Dr^c], \quad (3)$$

где $c = 5/3$, $D = 1.4572 k_0^2 C_n^2$. Константа \mathcal{C} в уравнении (3) определяется флуктуациями на внешнем мас-

штабе турбулентности, а степенная поправка определяется колебаниями на масштабе r , лежащем в инерционном интервале. Параметры \mathcal{C} , D , как правило, являются функциями от z . Далее мы используем обозначение c вместо $5/3$, как в уравнении (3), чтобы избежать громоздких чисел.

В данной работе мы используем модель единичного фазового экрана [19, 20]. Обсуждение применимости этой модели к анализу распространения световой волны в атмосфере при различных условиях можно найти в работах [21–23]. В рамках данной модели изучается свободное распространение световой волны за экраном, на котором огибающая Ψ приобретает случайный сдвиг фаз ϕ . Таким образом, сразу за экраном

$$\Psi_{\text{exit}}(\mathbf{r}) = \Psi_0(\mathbf{r}) \exp(i\phi), \quad (4)$$

где $\Psi_0(\mathbf{r})$ – начальная форма волнового пакета (до экрана).

Фазовый сдвиг ϕ является случайной величиной. На основе уравнения (3) определяется парная корреляционная функция

$$\langle \phi(\mathbf{r}) \phi(\mathbf{0}) \rangle = \int d\zeta [\mathcal{C} - Dr^c]. \quad (5)$$

Мы предполагаем, что фазовый сдвиг ϕ обладает гауссовой статистикой. Поэтому парное среднее (5) полностью характеризует статистические свойства поля ϕ . Таким образом, функция плотности вероятности ϕ (с точностью до нормирующего фактора) равна $\exp(-S)$, где

$$S = \frac{1}{2\Lambda^c} \int d^2 r \phi \hat{k}^{2+c} \phi. \quad (6)$$

Здесь $d^2 r$ означает двумерное интегрирование, \hat{k}^{2+c} – интегральный оператор, сводящийся к умножению на k^{2+c} в представлении Фурье, а параметр Λ характеризует мощность флуктуаций ϕ .

Чтобы найти огибающую Ψ за экраном, используется решение уравнения (1) с $\nu = 0$, которое является свободным уравнением Шредингера. Решение может быть записано в явном виде

$$\Psi(\mathbf{r}, z) = \frac{k_0}{2\pi iz} \int d^2 x \exp \left[i \frac{k_0(\mathbf{r} - \mathbf{x})^2}{2z} \right] \Psi_{\text{exit}}(\mathbf{x}), \quad (7)$$

где z – расстояние, пройденное волной. Аналогично выражается комплексно сопряженная величина Ψ^* . Единственное отличие заключается в обратном знаке i в показателе степени.

Мы исследуем моменты интенсивности пучка $I = \Psi \Psi^*$ для заданных значений координат \mathbf{r}, z . Эти

моменты могут быть выражены в виде (негауссовых) функциональных интегралов по полю ϕ

$$\langle I^n \rangle = \int D\phi \mathcal{N} \exp(-S) I^n. \quad (8)$$

Здесь вес $\exp(-S)$ определяется выражением (6), а \mathcal{N} – нормализационный фактор. Нас интересуют высокие моменты, т.е. $n \gg 1$. Другими словами, нас интересуют хвосты функции плотности вероятности $P(I)$ для интенсивности пучка I , намного превышающей ее типичное значение.

В данной работе мы рассматриваем случай начальной плоской волны. Тогда $P(I)$ и моменты $\langle I^n \rangle$ не зависят от поперечных координат. Подход может быть обобщен для пучка произвольного профиля. Если начальная амплитуда плоской волны равна 1, то $\Psi_{\text{exit}} = \exp(i\phi)$. В соответствии с уравнением (7) интенсивность I в точке $(0, 0, z)$ равна

$$I = k_0^2 \int \frac{d^2x d^2y}{(2\pi z)^2} \times \cos \left[\frac{k_0(\mathbf{x}^2 - \mathbf{y}^2)}{2z} + \phi(\mathbf{x}) - \phi(\mathbf{y}) \right]. \quad (9)$$

Это выражение является отправной точкой для последующих вычислений.

Мы сосредоточимся на случае высоких моментов $\langle I^n \rangle$, $n \gg 1$, которые могут быть найдены в седловом приближении из функционального интеграла (8). Седловое уравнение, полученное варьированием показателя $-S + n \ln I$, имеет вид

$$\Lambda^{-c} \hat{k}^{2+c} \phi = \frac{n}{I} \frac{\delta I}{\delta \phi}, \quad (10)$$

как следует из уравнения (6). Из выражения (9) следует

$$\frac{\delta I}{\delta \phi(\mathbf{r})} = \frac{2k_0^2}{(2\pi z)^2} \int d^2x \times \sin \left[\frac{k_0(\mathbf{x}^2 - \mathbf{r}^2)}{2z} + \phi(\mathbf{x}) - \phi(\mathbf{r}) \right]. \quad (11)$$

Мы рассматриваем интенсивность I , взятую в начале координат, и решение ϕ_{saddle} , зависящее от расстояния r от точки \mathbf{r} до начала координат.

Форма решения седлового уравнения (10) определяется принятым наибольшим значением I . Выражение (9) является интегралом с осциллирующим подынтегральным выражением. Оно может быть наибольшим только в том случае, если подынтегральное выражение слабо осциллирует в пределах некоторой большой области, представляющей собой круг радиуса X_* . Поэтому следует предположить, что

$$\phi_{\text{saddle}} = \text{const} - \frac{k_0 r^2}{2z}, \quad (12)$$

внутри круга. За его пределами подынтегральное выражение в уравнении (9) быстро осциллирует, внося несущественный вклад в I . Таким образом, мы приходим к выражению

$$I = \frac{k_0^2 X_*^4}{4z^2}. \quad (13)$$

Вне круга радиуса X_* функция $\phi_{\text{saddle}}(r)$ постепенно уменьшается, стремясь к постоянной величине при $r \rightarrow \infty$. Поведение функции $\phi_{\text{saddle}}(r)$ вне круга может быть найдено минимизацией S (6), поскольку значение I нечувствительно к этому поведению. Тогда из размерных соображений легко сделать вывод, что

$$S \sim \Lambda^{-c} \frac{k_0^2}{z^2} X_*^{4-c}. \quad (14)$$

Таким образом мы выразили I и S через X_* .

Оптимизируя величину $-S + n \ln I$ по X_* , находим

$$X_*^{4-c} \sim n \frac{z^2}{k_0^2} \Lambda^c. \quad (15)$$

Подставляя оценку (15) в уравнения (13), (14), получаем

$$S \sim n, \quad I \sim \left[n(z/Z_{\text{rytov}})^{c/2} \right]^{4/(4-c)}, \quad (16)$$

где введена длина

$$Z_{\text{rytov}} = k_0/\Lambda^2, \quad (17)$$

которую мы называем длиной Рытова. Далее, мы находим из уравнения (8)

$$\ln \langle I^n \rangle_{\text{saddle}} \sim \frac{4}{4-c} n \ln \left[n(z/Z_{\text{rytov}})^{c/2} \right]. \quad (18)$$

Это седловой вклад в момент I .

Теперь мы переходим к анализу роли флюктуаций $\zeta = \phi - \phi_{\text{saddle}}$. Разложим подынтегральное выражение в уравнении (9) по $\zeta(\mathbf{x}) - \zeta(\mathbf{r})$ до второго порядка:

$$I \approx \frac{k_0^2 X_*^4}{4z^2} (1 - A), \quad (19)$$

$$A = \int_{x, r < X_*} \frac{d^2x d^2r}{2\pi^2 X_*^4} [\zeta(\mathbf{x}) - \zeta(\mathbf{r})]^2. \quad (20)$$

Таким образом флюктуации ζ производят фактор \mathcal{Z} в моменте

$$\langle I^n \rangle = \mathcal{Z} \langle I^n \rangle_{\text{saddle}}, \quad (21)$$

$$\mathcal{Z} = \int D\zeta \exp [-S(\zeta) - nA], \quad (22)$$

где величина A определяется уравнением (20).

Функциональный интеграл (22) является гауссовым и, следовательно, сводится к парной корреляционной функции ζ . Предполагая, что характеристический волновой вектор q намного больше, чем X_\star^{-1} , мы находим из уравнения (22) парную корреляционную функцию внутри круга

$$\langle \zeta(\mathbf{x})\zeta(\mathbf{r}) \rangle = \int \frac{d^2q}{(2\pi)^2} \exp[i\mathbf{q}(\mathbf{x}-\mathbf{r})]F(q),$$

$$F(q) = \frac{1}{\Lambda^{-c}q^{2+c} + n/(\pi X_\star^2)}. \quad (23)$$

Характерный волновой вектор q_\star в уравнении (23) определяется соотношением $q_\star^{2+c} \sim n\Lambda^{-c}X_\star^{-2}$, т.е.

$$(q_\star X_\star)^{2-c} \sim n^{4/(4-c)}(z/Z_{\text{rytov}})^{2c/(4-c)}. \quad (24)$$

Используя это выражение, можно проверить, выполняется ли условие применимости $q_\star X_\star \gg 1$. Из уравнения (22) следует, что при заданном X_\star

$$\frac{\partial \ln \mathcal{Z}}{\partial n} = - \int \frac{d^2x d^2r}{\pi^2 X_\star^4} \int \frac{d^2q}{(2\pi)^2} F(q) \times$$

$$\times \{1 - \exp[i\mathbf{q}(\mathbf{x}-\mathbf{r})]\} \sim -(\Lambda X_\star)^{2c/(2+c)} n^{-c/(2+c)}.$$

Интегрируя по n , мы находим, что

$$\ln \mathcal{Z} \sim -(q_\star X_\star)^2 \sim - \left[(z/Z_{\text{rytov}})^{c/2} n \right]^s, \quad (25)$$

$$s = \frac{8}{(4-c)(2+c)}. \quad (26)$$

Отметим, что $s = 72/77$ для $c = 5/3$.

Обсудим область применимости седлового приближения, зависящую от z/Z_{rytov} . Сначала мы рассмотрим случай $z \sim Z_{\text{rytov}}$. Тогда единственным условием его применимости является $n \gg 1$ или $I \gg 1$. Для $0 < c < 2$ показатель степени s (26) меньше единицы, поэтому флуктуационный вклад не существуетен, поскольку он меньше, чем чисто седловый вклад (18). Выражение (18) соответствует хвосту функции плотности вероятности $P(I)$ с “растянутой” экспонентой

$$\ln P(I) \sim -I^\beta, \quad (27)$$

показатель которой равен $\beta = (4-c)/4$. Для спектра Обухова–Корсина, когда $c = 5/3$, $\beta = 7/12$. Это значение β меньше единицы.

Чтобы проиллюстрировать эффекты, к которым приводит хвост с $\beta = 7/12$, приведем значения первых моментов для модельной функции плотности вероятности $\ln P(I) \propto -I^{7/12}$. Нормируя $P(I)$ так, чтобы первый момент $\langle I \rangle$ был равен единице, находим

$$\begin{array}{cccc} \langle I^2 \rangle & \langle I^3 \rangle & \langle I^4 \rangle & \langle I^5 \rangle \\ 2.88 & 15.8 & 138 & 1743 \\ 2 & 6 & 24 & 120. \end{array}$$

Здесь для сравнения в последней строчке приведены значения моментов (при том же условии $\langle I \rangle = 1$) для гауссовой статистики огибающей Ψ .

Далее мы рассмотрим случай $z \ll Z_{\text{rytov}}$, соответствующий слабым сцинтилляциям. Тогда условие $I \gg 1$ приводит к неравенству

$$n \gg (z/Z_{\text{rytov}})^{-c/2}, \quad (28)$$

как следует из уравнения (16). То же неравенство (28) обеспечивает выполнение неравенства $q_\star X_\star \gg \gg 1$, как следует из уравнения (24). Флуктуационный вклад (25) в случае $z \ll Z_{\text{rytov}}$ очевидно несуществен. Таким образом, мы возвращаемся к хвосту (27) с $\beta = (4-c)/4$:

$$\ln P \sim -(z/Z_{\text{rytov}})^{-c/2} I^{(4-c)/4}, \quad (29)$$

который реализуется для $I \gg 1$. При $I - 1 \sim 1$ хвост сшивается с гауссовой центральной частью функции плотности вероятности $P(I)$, соответствующей режиму слабых флуктуаций. Эта часть характеризуется законом

$$\ln P \sim -(z/Z_{\text{rytov}})^{-c/2} (I - 1)^2, \quad (30)$$

справедливым при $|I - 1| \ll 1$.

Обратимся к случаю $z \gg Z_{\text{rytov}}$, соответствующему сильным сцинтилляциям. Тогда седловой режим реализуется при условии, что вклад флуктуации (25) меньше, чем чисто седловой вклад (18). Сравнивая эти члены, получаем неравенство

$$n \gg (z/Z_{\text{rytov}})^{4/(2-c)}, \quad (31)$$

ограничивающее область применимости нашего подхода с использованием седловой точки. Неравенство (31) соответствует следующему

$$I \gg (z/Z_{\text{rytov}})^{2(8+2c-c^2)/[(4-c)(2-c)]}.$$

Моменты I определяются выражением (18). Плотность вероятности $P(I)$ определяется выражением

$$\ln P \sim -(z/Z_{\text{rytov}})^{-c/2} I^{(4-c)/4}. \quad (32)$$

Однако при $z \gg Z_{\text{rytov}}$ есть два дополнительных хвоста.

В этом пределе основная часть функции плотности вероятности P от I для начальной плоской волны с $\Psi = 1$ является экспоненциальной [24, 25]

$$P(I) = \exp(-I), \quad (33)$$

что соответствует $\beta = 1$ в выражении (27). В этом случае моменты равны

$$\langle I^n \rangle = n!, \quad \ln \langle I^n \rangle \approx n \ln n. \quad (34)$$

Поправки, найденные в работах [24–26], позволяют сформулировать условие применимости данного режима

$$I, n \ll (z/Z_{\text{rytov}})^{2-c}.$$

Отметим, что для спектра Обухова–Корсина $2-c = 1/3$.

При $z \gg Z_{\text{rytov}}$ существует также промежуточный хвост, исследованный в работе [17]. Он реализуется в интервале

$$(z/Z_{\text{rytov}})^{2-c} \ll I \ll (z/Z_{\text{rytov}})^{2(8+2c-c^2)/[(4-c)(2-c)]},$$

где плотность вероятности $P(I)$ определяется выражением

$$\ln P \sim -(z/Z_{\text{rytov}})^{2(2-c)/(6-c)} I^{(4-c)/(6-c)}. \quad (35)$$

Это соответствует растянутой экспоненте (27) хвоста функции плотности вероятности $P(I)$ с $\beta = (4-c)/(6-c)$. Для спектра Обухова–Корсина, когда $c = 5/3$, $\beta = 7/13$. Моменты определяются оценками

$$\ln \langle I^n \rangle \sim \frac{6-c}{4-c} n \ln n - 2n \frac{2-c}{4-c} \ln (z/Z_{\text{rytov}}). \quad (36)$$

Номер n лежит в интервале $(z/Z_{\text{rytov}})^{2-c} \ll n \ll (z/Z_{\text{rytov}})^{4/(2-c)}$.

Результаты нашего анализа хвостов функции плотности вероятности интенсивности I представлены на рис. 1. Координата по горизонтальной оси равна

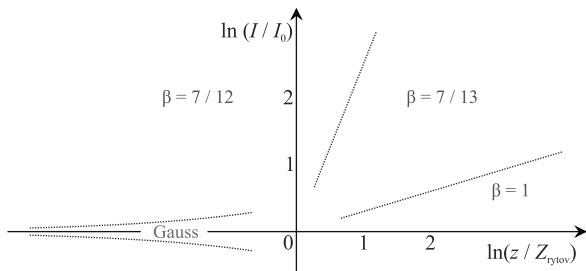


Рис. 1. (Цветной онлайн) Области, где реализуются хвосты функции плотности вероятности интенсивности I с различными показателями β

на $\ln(z/Z_{\text{rytov}})$, а координата по вертикальной оси равна $\ln(I/I_0)$, где I_0 – среднее значение интенсивности. Различные области на рис. 1 соответствуют различным режимам определения функции плотности вероятности $P(I)$. Величина $P(I)$ может быть охарактеризована растянутыми показателями β в (27), разными для разных доменов.

Наш подход с использованием седловой точки означает, что редкие события, которые в основном

способствуют возникновению высоких моментов – это большие линзы радиуса X_* , как видно из (12). Этот подход хорошо работает в случае умеренных сцинтиляций. Однако в случае сильных сцинтиляций его применимость смещается к чрезвычайно большим значениям I (или чрезвычайно высоким моментам).

Найденные нами случайные линзы размера X_* соответствуют флуктуациям сдвига фазы ϕ по амплитуде в \sqrt{n} больше, чем типичные флуктуации масштаба X_* . Поэтому для нас важна справедливость гауссовой статистики для таких флуктуаций. Чтобы обосновать это приближение, следует выйти за рамки модели одиночного фазового экрана. Скажем, для условий, когда изменения в амплитуде Ψ слабо влияют на фазу, набег фазы определяется интегралом

$$\phi(\mathbf{r}) = k_0 \int d\zeta \nu(\mathbf{r}, \zeta), \quad (37)$$

где интеграл идет вдоль направления распространения волны. Нас интересуют флуктуации масштаба X_* , длина корреляции которых в направлении распространения волны также оценивается, как X_* . Таким образом, интеграл (37) является суммой большого числа независимых величин, число которых оценивается, как h/X_* , где h – длина распространения волны. Для любых разумных условий это число является большим, откуда в силу центральной предельной теоремы вытекает гауссова статистика ϕ . При необходимости можно учесть возмущение гауссовой статистики в рамках теории больших отклонений, изложение которой можно найти в классической монографии [27].

Наш анализ был основан на предположении, что начальная волна является плоской. Можно рассматривать начальную огибающую Ψ , отличную от обычной волны. Скажем, можно взять начальный гауссов профиль шириной R , тогда

$$\Psi_{\text{exit}}(\mathbf{r}) = \exp \left(-\frac{r^2}{R^2} + i\phi \right), \quad (38)$$

в соответствии с уравнением (4). Тогда наш подход верен, если $R \gg X_*$. Противоположный случай требует специального анализа. Для других, упомянутых выше, хвостов на R накладываются другие ограничения реализуемости. В любом случае, при достаточно большом R простое приближение плоской волны работает.

Хотя мы использовали приближение одиночного фазового экрана, общие результаты, отраженные на рис. 1, справедливы и для произвольного (непрерывного) распределения показателя преломления в тур-

булентной среде. Соответствующий анализ и его результаты будут опубликованы в другом месте.

Финансирование работы. Исследование выполнено в рамках научной программы Национального центра физики и математики, проект “Физика высоких плотностей энергии”, этап 12023-2025.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. A. N. Kolmogorov, DAN **30**, 299 (1941).
2. A. N. Kolmogorov, DAN **32**, 19 (1941).
3. A. M. Obukhov, DAN **32**, 22 (1941).
4. A. M. Obukhov, Izv. Akad. Nauk. SSSR, Ser. Geogr. and Geophys. **13**, 58 (1949).
5. S. Corrsin, J. Appl. Phys. **22**, 469 (1951).
6. V. I. Tatarskii, *Wave propagation in turbulent atmosphere*, Nauka, Moscow (1967).
7. V. I. Tatarskii, *The Effects of the Turbulence Atmosphere on Wave Propagation*, Jerusalem: Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem (1971).
8. J. W. Goodman, *Statistical Properties of Laser Speckle Pattern*, in *Laser Speckle and Related Phenomena*, ed. by J. C. Dainty, Springer-Verlag, Berlin (1975), p. 9.
9. M. S. Rytov, Yu. A. Kravtsov, and V. I. Tatarskii, *Principles of Statistical Radiophysics 4: Wave Propagation through Random Media*, Springer-Verlag, Berlin (1989).
10. J. W. Strohbehn (editor), *Laser Beam Propagation in the Atmosphere*, Springer, N.Y. (1978).
11. L. C. Andrews and R. L. Phillips, *Laser Beam Propagation Through Random Media*, Press Monograph Series, PM**53** (1998).
12. M. A. Vorontsov, G. W. Carhart, V. S. R. Gudimetla, T. Weyrauch, E. Stevenson, S. L. Lachinova, L. A. Beresnev, J. Liu, K. Rehder, and J. F. Riker, Proc. 2010 AMOS Conf. (2010).
13. M. A. Vorontsov, V. R. Gudimetla, G. W. Carhart, T. Weyrauch, S. L. Lachinova, E. Polnau, J. R. L. A. Beresnev, J. Liu, and J. F. Riker, Proc. 2011 AMOS Conf. (2011).
14. S. L. Lachinova and M. A. Vorontsov, J. Opt. **18**, 025608 (2016).
15. P. M. Lushnikov and N. Vladimirova, Pis'ma v ZhETF **108**, 611 (2018) [JETP Lett. **108**, 571 (2018)].
16. T. Fahey, M. Islam, A. Gardi, and R. Sabatini, Atmosphere **12**, 918 (2021).
17. I. V. Kolokolov and V. V. Lebedev, Pis'ma v ZhETF **118**, 234 (2023) [JETP Lett. **118**, 238 (2023)].
18. B. A. Богачев, А. В. Немцова, Ф. А. Старикив, ЖТФ **94**, 827 (2024).
19. В. И. Шишов, Изв. вузов. Радиофизика, **14**, 85 (1971) [V. I. Shishov, Radiophys Quantum Electron **14**, 70 (1971)].
20. В. И. Шишов, Изв. вузов. Радиофизика **17** 684 (1974) [V. I. Shishov, Radiophys Quantum Electron **17**, 1287 (1974)].
21. А. С. Гурвич, В. Кан, Изв. РАН. Физ. атм. океана **39**, 335 (2003) [A. S. Gurvich and V. Kan, Izvestiya Atmospheric and Oceanic Physics **39**, 300 (2003)].
22. А. С. Гурвич, В. Кан, Изв. РАН. Физ. атм. океана **39**, 347 (2003) [A. S. Gurvich and V. Kan, Izvestiya Atmospheric and Oceanic Physics **39**, 311 (2003)].
23. А. С. Гурвич, В. В. Воробьев, Д. А. Маракасов, О. В. Федорова, Известия вузов, Радиофизика **50**, 747 (2007) [A. S. Gurvich, V. V. Vorob'ev, D. A. Marakasov, and O. V. Fedorova, Radiophys Quantum Electron **50**, 679 (2007)].
24. В. У. Заворотный, В. И. Клятский, and В. И. Татарский, ZhETF **73**, 481 (1977) [Sov. Phys. JETP **46**, 252 (1977)].
25. I. Kolokolov, V. Lebedev, and P. Lushnikov, Phys. Rev. E **101**, 042137 (2020).
26. M. I. Charnotskii, Waves in Random Media **4**, 243 (1994).
27. W. Feller, *An Introduction to Probability Theory and Its Applications*, Wiley, N.Y. (1957).

Пороговая фотогенерация биэкситонов в нанокристаллах на основе прямозонных полупроводников

С. А. Фомичёв, В. А. Бурдов¹⁾

Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского, 603022 Н. Новгород, Россия

Поступила в редакцию 1 октября 2024 г.

После переработки 13 октября 2024 г.

Принята к публикации 18 октября 2024 г.

Рассмотрен процесс создания двух электронно-дырочных пар (биэкситона) в нанокристалле на основе прямозонного полупроводника с невырожденной зоной проводимости за счет поглощения одного фотона с энергией, равной удвоенной ширине энергетической щели нанокристалла. Показано, что процесс может идти только при наличии межэлектронного взаимодействия и взаимодействия электронов с полем кристаллической решетки. Рассчитана скорость процесса, которая оказывается сильно зависящей от размера нанокристалла.

DOI: 10.31857/S0370274X24120064, EDN: DNXMXQ

1. Введение. Процессы экситонной генерации, идущей за счет поглощения фотонов, лежат в основе действия солнечных элементов. При этом для повышения эффективности фотон-экситонной конверсии желательно, чтобы поглощение одного фотона сопровождалось рождением не одного, а нескольких (хотя бы двух) экситонов.

Обычно, говоря о мульти-экситонной генерации, рассматривают механизм ударной ионизации, когда электрон из валентной зоны, поглотив фотон, переходит высоко в зону проводимости и, высвобождая часть своей энергии, передает ее другому валентному электрону, который также совершает переход в зону проводимости. В результате, после поглощения одного фотона в системе рождаются две электронно-дырочные пары (биэкситон), как показано на рис. 1а. Применительно к объемным полупроводникам процессы ударной ионизации начали обсуждаться довольно давно [1–8]. В частности, экспериментально и теоретически определялась фотонная пороговая (минимально возможная) энергия для этого процесса [2–5] и исследовалась возможность получения квантовой эффективности фотон-экситонной конверсии, превышающей единицу [6–8].

Позднее процессы мульти-экситонной генерации стали исследоваться в нанокристаллах (см., например, обзоры [9–12]). Было обнаружено, что в нанокристаллах они протекают с гораздо большей эффективностью [13]. При этом наряду с ударной ионизацией возможен также процесс, называемый прямой генерацией биэкситонов, в ходе которого два элек-

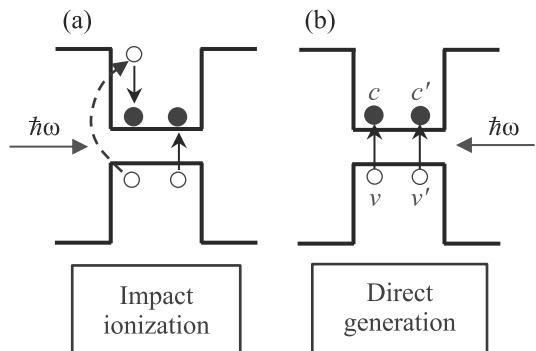


Рис. 1. (Цветной онлайн) Схема рождения биэкситона за счет поглощения одного фотона с энергией $\hbar\omega$ в результате ударной ионизации (а) или прямой генерации (б)

трана совершают одновременный переход за счет поглощения одного фотона из своих начальных состояний, расположенных по энергии ниже энергетической щели, в конечные состояния, энергии которых расположены над щелью, за некоторое характерное время τ , как показано на рис. 1б. В экспериментах, по-видимому, реализуется как механизм ударной ионизации [12–15], так и прямой фотогенерации [16, 17]. Теоретически показывалось также, что пороговая энергия процесса биэкситонного рождения в объемном материале должна обязательно превышать удвоенную ширину запрещенной зоны на некоторое конечное значение порядка самой энергии запрещенной зоны в силу необходимости выполнения законов сохранения энергии–импульса [1, 3, 4]. В нанокристаллах выполнение закона сохранения им-

¹⁾e-mail: burdov@phys.unn.ru

пульса уже не требуется. Поэтому пороговая энергия ε_{th} может быть равна удвоенной ширине энергетической щели нанокристалла $2\varepsilon_g$. Однако эксперименты с нанокристаллами на основе прямозонных полупроводников показывают, тем не менее, значения пороговой энергии, превышающие $2\varepsilon_g$ [14].

В данной работе мы рассчитаем скорость рождения τ^{-1} порогового биэкситона, т.е. полученного за счет поглощения фотона с энергией $\hbar\omega = \varepsilon_{th} = 2\varepsilon_g$, в нанокристаллах на основе прямозонных полупроводников со структурой цинковой обманки с простой зоной проводимости. Будет показано, в частности, что скорость, действительно, обращается в нуль, если для блоховских электронных функций использовать приближение свободных электронов. Если же учесть поправки, обусловленные конечностью периодического решеточного потенциала $V(\mathbf{r})$, то в этом случае скорость биэкситонной генерации приобретает отличное от нуля значение.

2. Результаты и обсуждение. Будем рассматривать нанокристалл в форме сферы радиуса R , находящийся в матрице какого-то широкозонного материала, создающего высокие (при расчетах — бесконечные) потенциальные барьеры для электронов и дырок. Спин-орбитальное взаимодействие предполагаем слабым и в дальнейшем не учитываем его влияние на строение электронных волновых функций. Полагаем также, что размер нанокристалла не превышает нескольких нанометров, и в системе реализуется режим так называемого сильного квантового конфайнмента, когда характерные энергии размежевания существенно превышают характерные кулоновские энергии (эффективный боровский радиус экситона больше радиуса нанокристалла). В этом случае при рождении электронно-дырочной пары не образуется отдельное связанное (за счет их кулоновского притяжения) состояние. Как электрон, так и дырка локализуются в нанокристалле главным образом высокими потенциальными барьерами, в то время как кулоновское взаимодействие между ними приводит лишь к незначительно му изменению энергии пары, которым в дальнейшем будем пренебречь. В главном приближении в нанокристаллах малых размеров можно не делать различий между электронно-дырочной парой и экситоном. Соответственно, биэкситоном будем далее называть две электронно-дырочные пары. Заметим, однако, что изменения в структуре многоэлектронной волновой функции, вызванные кулоновским взаимодействием, хотя и являются малыми, но, тем не менее, играют решающую роль в однофотонном двухэлектронном переходе.

В процессе рождения биэкситона одним фотоном два электрона, первоначально находящихся в состояниях v и v' с максимальной энергией ε_v в валентной зоне, переходят в состояния c и c' с минимальной энергией ε_c в зоне проводимости, повышая энергию электронной подсистемы нанокристалла на $2\varepsilon_g = 2(\varepsilon_c - \varepsilon_v)$. Для определения скорости однофотонной генерации биэкситона можно использовать “золотое правило Ферми”:

$$\tau^{-1}(\hbar\omega) = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\mathbf{q}, \gamma} \sum_{I, F} |W_{FI}|^2 \delta(\hbar\omega - 2\varepsilon_g), \quad (1)$$

где \mathbf{q} и γ — волновой вектор и поляризация фотона, суммирование во второй сумме ведется по всем начальным (I) и конечным (F) двухэлектронным состояниям, соответствующим фиксированной энергии перехода $2\varepsilon_g$, а матричный элемент оптического перехода равен [18]

$$\begin{aligned} W_{FI} = & W_{FI}^{(1)} + W_{FI}^{(2)} = \\ = & \mathbf{s} \sum_n \frac{\mathbf{p}_{nv}(U_{cn}^{cv'} - U_{cn}^{c'v'}) + \mathbf{p}_{nv'}(U_{cn}^{c'v} - U_{cn}^{cv})}{2\varepsilon_g + \varepsilon_v - \varepsilon_n} + \\ & + \mathbf{s} \sum_n \frac{\mathbf{p}_{cn}(U_{nv}^{c'v'} - U_{nv'}^{c'v}) + \mathbf{p}_{c'n}(U_{nv'}^{cv} - U_{nv}^{cv'})}{2\varepsilon_g - \varepsilon_c + \varepsilon_n}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $W_{FI}^{(1)}$ отвечает первой сумме, а $W_{FI}^{(2)}$ — второй, суммирование ведется по всем промежуточным электронным состояниям, $\mathbf{s} = eA\mathbf{e}_\gamma/(2mc)$, A — амплитуда векторного потенциала, c — скорость света в вакууме, $-e$ и m — заряд и масса свободного электрона, \mathbf{e}_γ — единичный вектор поляризации фотона, а матричный элемент оператора импульса $\mathbf{p}_{ik} = \langle \psi_i | \hat{\mathbf{p}} | \psi_k \rangle$ вычисляется относительно волновых функций промежуточного n и начальных v , v' (или конечных c , c') одноэлектронных состояний. Матричные элементы кулоновского взаимодействия определяются выражениями:

$$U_{ij}^{kl} = \int \psi_i^*(\mathbf{q}) \psi_k^*(\mathbf{q}') \frac{e^2}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \psi_l(\mathbf{q}') \psi_j(\mathbf{q}) dq dq',$$

где $\mathbf{q} = \{\mathbf{r}; s_z\}$ — комбинация радиус-вектора электрона \mathbf{r} и его дискретной спиновой переменной s_z .

Как следует из (2), для одновременного межзонного перевода двух электронов одним фотоном принципиальным является наличие взаимодействия между электронами. В случае отсутствия взаимодействия, все кулоновские матричные элементы в (2) обращаются в нуль вместе с матричным элементом перехода.

Одночастичные волновые функции электронов рассчитываются в рамках приближения огибающей.

Если спин-орбитальное взаимодействие предполагается слабым, можно для основного состояния в валентной зоне использовать усредненный по углам в обратном пространстве kp -гамильтониан, подобно тому, как это делалось для нанокристаллов кремния [19]. В этом случае энергия основного состояния в валентной зоне имеет вид: $\varepsilon_v = -\hbar^2\pi^2/(2m_vR^2)$, где $m_v = 3m/(L+2M)$ – средняя эффективная масса в валентной зоне, а L и M – некие стандартно определяемые для каждого полупроводника числа, задающие закон дисперсии электронов вблизи потолка зоны. В зоне проводимости получается аналогичное выражение: $\varepsilon_c = E_g + \hbar^2\pi^2/(2m_cR^2)$, где E_g – ширина запрещенной зоны объемного материала, а m_c – изотропная эффективная масса в зоне проводимости.

Волновые функции одноэлектронных состояний в зонах, являющихся начальными (v и v') и конечными (c и c') для двухэлектронного перехода могут быть представлены в следующей форме. Для начальных состояний:

$$\psi_v = \phi(r)u_{\Gamma_{15v}}^{(j)}(\mathbf{r})|\alpha\rangle, \quad \psi_{v'} = \phi(r)u_{\Gamma_{15v}}^{(k)}(\mathbf{r})|\mu\rangle. \quad (3)$$

Здесь, блоховские функции Γ -точки $u_{\Gamma_{15v}}^{(j)}(\mathbf{r})$ и $u_{\Gamma_{15v}}^{(k)}(\mathbf{r})$ преобразуются как координаты x_j и x_k по неприводимому представлению Γ_{15} группы тетраэдра, $|\alpha\rangle$ и $|\mu\rangle$ – спиноры, а $\phi(r) = \sin(\pi r/R)/(r\sqrt{2\pi R})$ – огибающая функция. Для конечных состояний получаем:

$$\psi_c = \phi(r)u_{\Gamma_{1c}}(\mathbf{r})|\sigma\rangle, \quad \psi_{c'} = \phi(r)u_{\Gamma_{1c}}(\mathbf{r})|-\sigma\rangle, \quad (4)$$

где блоховская функция $u_{\Gamma_{1c}}(\mathbf{r})$ преобразуется по единичному неприводимому представлению Γ_1 группы тетраэдра. В силу невырожденности зоны проводимости, пространственные части волновых функций совпадают. Соответственно, спиновые части должны быть противоположны по знаку.

Простой симметрийный анализ кулоновских матричных элементов и матричных элементов оператора импульса в W_{FI} говорит о том, что промежуточные состояния должны иметь волновые функции, преобразующиеся по Γ_{15} , т.е.

$$\psi_n = \phi(r)u_{\Gamma_{15n}}^{(l)}(\mathbf{r})|\lambda\rangle. \quad (5)$$

При этом $\Gamma_{15n} = \Gamma_{15c}$ для $W_{FI}^{(1)}$, в то время как для $W_{FI}^{(2)}$ представление Γ_{15n} может быть как представлением Γ_{15v} , так и Γ_{15c} .

Блоховские функции Γ -точки, входящие в (3)–(5) и необходимые для расчета (2), в самом простом варианте можно было бы взять в приближении свободных электронов для Γ -точки [111]. Однако, как было

показано ранее в [18], в этом случае W_{FI} обращается в нуль. Поэтому здесь мы запишем блоховские функции в более общем виде, приняв во внимание конечность псевдопотенциала, который будем рассматривать как возмущение. Возмущение может “подмешивать” к функциям свободных электронов Γ -точки [111] нулевого приближения как другие функции нулевого приближения Γ -точки [111], так и функции других Γ -точек.

Для простоты, мы ограничимся только одной Γ -точкой [200], расположенной ближе всех остальных к Γ -точке [111], как показано на рис. 2. В результате,

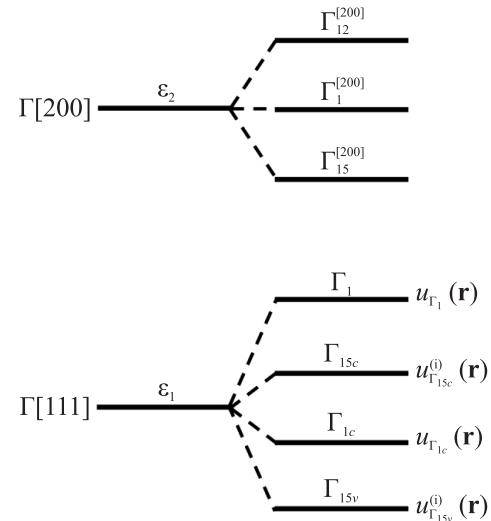


Рис. 2. Схема расщепления уровней Г-точек [111] и [200], вырожденных восьми- и шестикратно в приближении свободных электронов (уровни ε_1 и ε_2 слева) в объемном полупроводнике под действием псевдопотенциала (справа). Показаны неприводимые представления группы тетраэдра и обозначения блоховских функций, преобразующихся по этим неприводимым представлениям

будем иметь:

$$\begin{aligned} u_{\Gamma_{1c}}(\mathbf{r}) &= u_c(\mathbf{r}) - t_+u(\mathbf{r}) - \\ &- \sqrt{3} \frac{V_3^s - V_3^a + V_{11}^s - V_{11}^a}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} w(\mathbf{r}), \\ u_{\Gamma_1}(\mathbf{r}) &= u(\mathbf{r}) + t_+u_c(\mathbf{r}) + \\ &+ \sqrt{3} \frac{V_3^s + V_3^a + V_{11}^s + V_{11}^a}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} w(\mathbf{r}), \\ u_{\Gamma_{15v}}^{(i)}(\mathbf{r}) &= v_i(\mathbf{r}) + t_-u_i(\mathbf{r}) - \\ &- \frac{V_3^s - V_3^a - V_{11}^s + V_{11}^a}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} w_i(\mathbf{r}), \\ u_{\Gamma_{15c}}^{(i)}(\mathbf{r}) &= u_i(\mathbf{r}) - t_-v_i(\mathbf{r}) - \\ &- \frac{V_3^s + V_3^a - V_{11}^s - V_{11}^a}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} w_i(\mathbf{r}), \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$t_{\pm} = \frac{(V_3^s \pm V_{11}^s)^2 - (V_3^a \pm V_{11}^a)^2}{2(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)V_4^a}, \quad (7)$$

V_j^s и V_j^a – “симметричные” и “антисимметричные” форм-факторы псевдопотенциала, численные значения которых для многих полупроводников известны (см., например, [20]), значение индекса j определяется квадратом соответствующего вектора обратной решетки $\mathbf{g}_3 = (111)$, $\mathbf{g}_4 = (200)$ или $\mathbf{g}_{11} = (311)$, задающего данный форм-фактор псевдопотенциала, $\varepsilon_{1,2}$ – энергии свободных электронов в Γ -точках [111] и [200] соответственно, а блоховские функции свободных электронов неприводимых представлений Γ_{15v} , Γ_{1c} , Γ_{15c} , Γ_1 , $\Gamma_1^{[200]}$ и $\Gamma_{15}^{[200]}$ имеют вид [21]:

$$\begin{aligned} v_i(\mathbf{r}) &= \sqrt{8} \sin \frac{2\pi x_i}{a} \cos \frac{2\pi x_j}{a} \cos \frac{2\pi x_k}{a}, \\ u_c(\mathbf{r}) &= \sqrt{8} \cos \frac{2\pi x}{a} \cos \frac{2\pi y}{a} \cos \frac{2\pi z}{a}, \\ u_i(\mathbf{r}) &= \sqrt{8} \cos \frac{2\pi x_i}{a} \sin \frac{2\pi x_j}{a} \sin \frac{2\pi x_k}{a}, \\ u(\mathbf{r}) &= \sqrt{8} \sin \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{2\pi y}{a} \sin \frac{2\pi z}{a}, \\ w(\mathbf{r}) &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left(\cos \frac{4\pi x}{a} + \cos \frac{4\pi y}{a} + \cos \frac{4\pi z}{a} \right), \\ w_l(\mathbf{r}) &= \sqrt{2} \sin \frac{4\pi x_l}{a}. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь каждый из индексов i, j, k пробегает значения 1, 2, 3 (x, y, z), и все эти индексы всегда различны, a – постоянная решетки. Первые четыре функции образуют семейство блоховских функций свободных электронов Γ -точки [111]. Две последние функции соответствуют Γ -точке [200].

Схема энергетических уровней (неприводимых представлений группы тетраэдра) в Γ -точке зоны Бриллюэна объемного полупроводника и соответствующие этим неприводимым представлениям блоховские функции, входящие в выражения для полных волновых функций электронов, представлены на рис. 2. Там же показано расщепление восьмикратно и шестикратно вырожденных (в “пустой” решетке) уровней Γ -точек [111] и [200] под действием конечно-го псевдопотенциала.

Расчет матричных элементов, входящих в $W_{FI}^{(1)}$, с функциями (3)–(5) дает: $U_{cn}^{cv'} = J\delta_{kl}\delta_{-\sigma\lambda}\delta_{\sigma\mu}$; $U_{cn}^{cv'} = J\delta_{kl}\delta_{\sigma\lambda}\delta_{-\sigma\mu}$; $U_{cn}^{cv'} = J\delta_{jl}\delta_{\sigma\lambda}\delta_{-\sigma\alpha}$; $U_{cn}^{cv'} = J\delta_{jl}\delta_{-\sigma\lambda}\delta_{\sigma\alpha}$, где

$$\begin{aligned} J = \int d\mathbf{r} d\mathbf{r}' u_{\Gamma_{1c}}(\mathbf{r}) u_{\Gamma_{1c}}(\mathbf{r}') u_{\Gamma_{15v}}^{(x)}(\mathbf{r}') u_{\Gamma_{15c}}^{(x)}(\mathbf{r}) \times \\ \times \frac{e^2}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \phi^2(r) \phi^2(r'), \end{aligned} \quad (9)$$

и $\mathbf{s} \mathbf{p}_{nv} = \mathbf{s} \langle u_l | \hat{\mathbf{p}} | v_j \rangle \delta_{\alpha\lambda}$, $\mathbf{s} \mathbf{p}_{nv'} = \mathbf{s} \langle u_l | \hat{\mathbf{p}} | v_k \rangle \delta_{\mu\lambda}$. Матричные элементы оператора импульса, “разрешенные” тетраэдрической симметрией системы, отличны от нуля в нулевом приближении, т.е. в рамках модели свободных электронов. Все они сводятся к матричному элементу вида: $\langle u_x | \hat{p}_y | v_z \rangle = i2\pi\hbar/a$, или любому другому, имеющему то же значение и полученному из данного произвольной перестановкой индексов x, y, z .

В итоге для $W_{FI}^{(1)}$ получается следующее выражение:

$$W_{FI}^{(1)} = i \frac{4\pi\hbar}{a} \frac{s_m |\varepsilon_{jkm}| J D_{\alpha\mu\sigma}}{2\varepsilon_g + \varepsilon_v - \varepsilon_0}, \quad (10)$$

где ε_0 – энергия промежуточного состояния из зоны Γ_{15c} , $D_{\alpha\mu\sigma} = \delta_{-\sigma\alpha}\delta_{\sigma\mu} - \delta_{\sigma\alpha}\delta_{-\sigma\mu}$, и введен тензор Леви–Чивиты ε_{jkm} , показывающий, что индексы начальных состояний j и k в (3) должны быть различны и не должны совпадать с индексом m компоненты вектора \mathbf{s} . В отличие от матричных элементов оператора импульса, кулоновский матричный элемент J в нулевом порядке по псевдопотенциалу обращается в нуль. Поэтому для его расчета необходимо учесть поправки первого порядка к блоховским функциям нулевого приближения в (6), что дает

$$J = -\frac{e^2 a^2 S(3t_+ + 5t_-)}{64\pi^3 R^3}, \quad (11)$$

где $S = \int_0^\infty F(x)dx \approx 13.3$, а функция

$$F(x) = \left(\text{Si}(x) - \frac{\text{Si}(x+2\pi)}{2} - \frac{\text{Si}(x-2\pi)}{2} \right)^2.$$

Вычисление параметра J проводится аналогично тому, как это было сделано в [18] для введенного там параметра U_0 . Поэтому детали расчета здесь не приводим.

При расчете $W_{FI}^{(2)}$, как уже отмечалось выше, блоховская функция Γ -точки в полной волновой функции промежуточного состояния (5), преобразующаяся по неприводимому представлению Γ_{15} , может быть функцией как зоны проводимости $u_{\Gamma_{15c}}^{(l)}(\mathbf{r})$ (как и при расчете $W_{FI}^{(1)}$), так и валентной зоны $u_{\Gamma_{15v}}^{(l)}(\mathbf{r})$ (явные выражения для обеих функций приведены в (6) и (8)). В первом случае кулоновские матричные элементы, входящие в $W_{FI}^{(2)}$, оказываются отличными от нуля уже в нулевом порядке – в приближении свободных электронов. Матричные элементы оператора импульса, напротив, будут иметь ненулевые значения только при учете поправок первого порядка. В результате получаем: $U_{nv}^{cv'} = J_c |\varepsilon_{lkj}| \delta_{\alpha\lambda} \delta_{-\sigma\mu}$;

$U_{nv'}^{c'v} = J_c |\varepsilon_{lkj}| \delta_{\mu\lambda} \delta_{-\sigma\alpha}$; $U_{nv'}^{cv} = J_c |\varepsilon_{lkj}| \delta_{\mu\lambda} \delta_{\sigma\alpha}$; $U_{nv'}^{cv'} = J_c |\varepsilon_{lkj}| \delta_{\alpha\lambda} \delta_{\sigma\mu}$, где

$$J_c = \int d\mathbf{r} d\mathbf{r}' u_x(\mathbf{r}) u_c(\mathbf{r}') v_y(\mathbf{r}') v_z(\mathbf{r}) \times \frac{e^2}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \phi^2(r) \phi^2(r') = \frac{11e^2 a^2 S}{192\pi^3 R^3}, \quad (12)$$

и $\mathbf{s} \mathbf{p}_{c(c')n} = s_l \langle u_{\Gamma_{1c}} | \hat{p}_l | u_{\Gamma_{15c}}^{(l)} \rangle \delta_{\pm\sigma\lambda}$, что приводит к результату: $\mathbf{s} \mathbf{p}_{c(c')n} = -i2\pi\hbar(t_+ - t_-)s_l \delta_{\pm\sigma\lambda}/a$. Знак плюс у спиновых индексов соответствует состоянию c , а минус $-c'$.

Просуммировав в $W_{FI}^{(2)}$ по l и λ , получим вклад от промежуточных состояний из зоны Γ_{15c} :

$$W_{FI}^{(2)}(\Gamma_{15c}) = i \frac{2\pi\hbar}{a} \frac{s_m |\varepsilon_{jkm}| (t_+ - t_-) J_c D_{\alpha\mu\sigma}}{2\varepsilon_g - \varepsilon_c + \varepsilon_0}. \quad (13)$$

Здесь, как и в (10), остается та компонента вектора \mathbf{s} , индекс которой (m) не совпадает с индексами начальных состояний j и k , которые также должны быть различны.

Теперь рассчитаем вклад в $W_{FI}^{(2)}$ от промежуточных состояний из зоны Γ_{15v} . Как уже говорилось выше, разрешенные тетраэдрической симметрией матричные элементы оператора импульса отличны от нуля уже в нулевом порядке по псевдопотенциальному: $\mathbf{s} \mathbf{p}_{c(c')n} = s_l \langle u_c | \hat{p}_l | v_l \rangle \delta_{\pm\sigma\lambda} = -is_l 2\pi\hbar \delta_{\pm\sigma\lambda}/a$. Здесь снова, для состояния c следует выбирать плюс, а для состояния c' – минус. Для кулоновских матричных элементов будем иметь: $U_{nv'}^{c'v'} = J_v |\varepsilon_{lkj}| \delta_{\alpha\lambda} \delta_{-\sigma\mu}$; $U_{nv'}^{cv'} = J_v |\varepsilon_{lkj}| \delta_{\mu\lambda} \delta_{-\sigma\alpha}$; $U_{nv'}^{cv} = J_v |\varepsilon_{lkj}| \delta_{\mu\lambda} \delta_{\sigma\alpha}$; $U_{nv'}^{cv'} = J_v |\varepsilon_{lkj}| \delta_{\alpha\lambda} \delta_{\sigma\mu}$, где

$$J_v = \int d\mathbf{r} d\mathbf{r}' u_{\Gamma_{15v}}^{(x)}(\mathbf{r}) u_{\Gamma_{1c}}(\mathbf{r}') u_{\Gamma_{15v}}^{(y)}(\mathbf{r}') u_{\Gamma_{15v}}^{(z)}(\mathbf{r}) \times \frac{e^2}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \phi^2(r) \phi^2(r') = \frac{e^2 a^2 S (13t_- - t_+)}{96\pi^3 R^3}. \quad (14)$$

При расчете параметра J_v были использованы блочковые функции (6) с поправками первого порядка, что и приводит к отличному от нуля значению этого параметра.

Снова, суммируя по l и λ , получаем:

$$W_{FI}^{(2)}(\Gamma_{15v}) = -i \frac{4\pi\hbar}{a} \frac{s_m |\varepsilon_{jkm}| J_v D_{\alpha\mu\sigma}}{\varepsilon_g}. \quad (15)$$

Здесь мы учли, что энергия промежуточного состояния из зоны Γ_{15v} совпадает с энергией основного состояния в валентной зоне ε_v , поэтому знаменатель в $W_{FI}^{(2)}$ превращается в ε_g .

Несложный анализ показывает, что в рамках теории возмущений первого порядка по псевдопотенциальному промежуточные состояния всех остальных зон

Γ_{15} не вносят вклада в W_{FI} . Соответственно, полный матричный элемент оптического перехода (2) получается суммированием трех вкладов (10), (13) и (15), что дает:

$$W_{FI} = i \frac{\hbar e^2 a S s_m |\varepsilon_{jkm}| D_{\alpha\mu\sigma}}{96\pi^2 R^3 \varepsilon}, \quad (16)$$

где ввели

$$\frac{1}{\varepsilon} = \frac{11(t_+ - t_-)}{2\varepsilon_g - \varepsilon_c + \varepsilon_0} - \frac{18t_+ + 30t_-}{2\varepsilon_g + \varepsilon_v - \varepsilon_0} + \frac{4t_+ - 52t_-}{\varepsilon_g}.$$

Из (16) видно, что матричный элемент двухэлектронного перехода отличен от нуля только при учете конечности псевдопотенциала, т.е. параметров t_{\pm} . В отличие от нанокристаллов кремния, где $W_{FI} \neq 0$ даже в “пустой” решетке [18], для нанокристаллов на основе прямозонных полупроводников со структурой цинковой обманки взаимодействие электрона с полем решетки имеет принципиальное значение для совершения двухэлектронного межзонного перехода.

Выполняя суммирование по всем начальным и конечным электронным состояниям, а также поляризациям фотона в (1), получаем скорость прямой пороговой фотогенерации биэкситона в виде:

$$\tau^{-1}(\omega_g) = \frac{e^6 a^2 S^2 \varepsilon_g \sqrt{\epsilon}}{144\pi^4 m^2 c^3 \varepsilon^2 R^6}, \quad (17)$$

где ϵ – диэлектрическая проницаемость матрицы, окружающей нанокристалл, а $\omega_g = 2\varepsilon_g/\hbar$ – пороговая частота. Как видно из полученного выражения, скорость генерации очень сильно зависит от размера нанокристалла, что проиллюстрировано рис. 3. Здесь

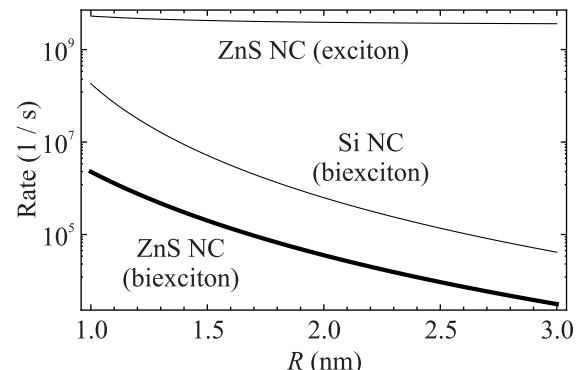


Рис. 3. Скорости однофотонной пороговой генерации биэкситона в нанокристаллах ZnS (жирная линия) и Si [18], а также экситона в нанокристалле ZnS в зависимости от радиуса нанокристалла

в качестве примера взят нанокристалл ZnS, в котором спин-орбитальные эффекты выражены достаточно слабо. Для расчета скорости были использованы

следующие параметры зонной структуры [22]: $E_g = 3.8$ эВ, $m_c = 0.28m$, $m_v = 0.39m$, $E(\Gamma_{15c}) = 8.47$ эВ. Постоянная решетки $a = 5.41\text{\AA}$, а форм-факторы псевдопотенциала в ридбергах равны: $V_3^s = -0.22$, $V_3^a = 0.24$, $V_4^a = 0.14$, $V_{11}^s = 0.07$ и $V_{11}^a = 0.04$ [23]. В главном приближении энергии в выражениях для $1/\varepsilon$ заменялись их значениями в объемном полупроводнике, а значение ε полагалось близким к значению диэлектрической постоянной сфалерита (~ 8.5).

Почти такая же зависимость ($\sim R^{-6}$) имеет место в нанокристаллах кремния [18], что также показано для сравнения на рис. 3. Следует, однако, заметить, что скорость биэкситонной фотогенерации в нанокристалле Si примерно на два порядка выше, несмотря на непрямозонность кремния. Как оказывается, в случае двухэлектронного межзонного перехода за счет поглощения одного фотона непрямозонность не играет такой существенной роли, как при одноэлектронном межзонном переходе, скорость которого для нанокристалла сфалерита, вычисленная согласно:

$$\tau_0^{-1} = \frac{4e^2 \varepsilon_g p_{fi}^2 \sqrt{\epsilon}}{3m^2 \hbar^2 c^3},$$

также представлена на рис. 3. При этом видно, что фотогенерация одного порогового экситона идет примерно с одинаковой скоростью для нанокристаллов разных размеров, в отличие от биэкситонной генерации. Таким образом, если процессы фотогенерации одного экситона в нанокристаллах на основе прямозонного и непрямозонного полупроводников отличаются радикально (без помощи фононов или введения доноров скорость генерации в нанокристалле кремния оказывается меньше 10^3 обратных секунд и резко спадает с ростом размера как R^{-8} [24]), то фотогенерация биэкситонов протекает схожим образом!

Получаемая зависимость R^{-6} обусловлена кулоновскими матричными элементами, обратно пропорциональными третьей степени радиуса. Очевидно, характерное значение энергии кулоновского взаимодействия в нанокристалле – порядка e^2/R . Однако в интегралы (9), (12) и (14) входят еще и блоховские функции начальных и конечных состояний обоих электронов, совершающих переход. Для каждого из электронов эти функции различны – они преобразуются по разным неприводимым представлениям группы тетраэдра. Соответственно, вклад в эти интегралы будут давать фурье-гармоники кулоновского потенциала $4\pi e^2/q^2$ с q порядка векторов обратной решетки $b_g \sim 4\pi/a$. Это означает, что в данном случае эффективной оказывается короткодействующая часть кулоновского взаимодействия, проявляющаяся на масштабах меньше или порядка постоянной решетки и практически не экранирующаяся в-

лентными электронами. Вместе с тем объем области \mathbf{q} -пространства, вносящей вклад в интеграл, определяется характерным масштабом огибающих функций и составляет $\sim (\pi/R)^3$. Соответственно, характерные значения кулоновских матричных элементов получаются порядка $(e^2/b_g^2)(\pi/R)^3 \sim e^2/R \times a^2/R^2$, т.е. энергия кулоновского взаимодействия ослабляется в R^2/a^2 раз, и это ослабление (вместе с самой кулоновской энергией) зависит от размера нанокристалла.

Аналогичная картина имеет место и в нанокристаллах кремния. Количественные же различия для Si и ZnS нанокристаллов обусловлены конкретной структурой волновых функций начальных, конечных и промежуточных одноэлектронных состояний. В частности, блоховские функции в нанокристаллах кремния таковы, что уже в приближении свободных электронов получается отличное от нуля значение W_{FI} . В нанокристаллах на основе прямозонных полупроводников со структурой цинковой обманки приближение свободных электронов дает: $W_{FI} = 0$; и только учет поправок к блоховским функциям, обусловленных конечностью псевдопотенциала, приводит к ненулевому результату. Кроме того, в кремниевых нанокристаллах существует большое число способов выбора разных конечных состояний в силу наличия шести однотипных долин в зоне проводимости, в то время как в нанокристаллах с простой зоной конечные состояния можно выбрать единственным образом.

При межзонном фотовозбуждении одного электрона, его взаимодействие с другими электронами несущественно. Матричный элемент p_{fi} , определяющий скорость генерации одного экситона, легко вычисляется в приближении свободных и невзаимодействующих электронов, что дает $2\pi\hbar/a$. Слабая зависимость τ_0^{-1} от размера нанокристалла, показанная на рис. 3, возникает только благодаря зависимости от размера энергетической щели ε_g . При этом значения скорости экситонной генерации оказываются значительно более высокими, чем в случае генерации биэкситонов.

3. Заключение. В результате выполненных расчетов, учитывающих конечность псевдопотенциала, было установлено, что в нанокристаллах на основе прямозонных полупроводников со структурным типом сфалерита с невырожденной зоной проводимости возможна прямая фотогенерация биэкситонов с энергией, равной $2\varepsilon_g$. При этом матричный элемент межзонного двухэлектронного перехода непосредственно определяется форм-факторами псевдопотенциала и обращается в нуль в приближении сво-

бодных электронов. Таким образом пороговая энергия этого процесса $\varepsilon_{th} = 2\varepsilon_g$, как это имеет место, например, в кремниевых нанокристаллах. Следует, однако, заметить, что в этом случае процесс биэкситонной генерации оказывается несколько подавленным по сравнению со случаем нанокристаллов кремния, в которых скорость рождения биэкситона на пороге имеет заметно более высокие значения. Показано также, что скорость биэкситонной генерации очень сильно зависит от размера нанокристалла, что кардинально отличает этот процесс от процесса фотогенерации одиночных экситонов в прямозонных полупроводниках.

Финансирование работы. Работа была поддержана грантом Российского научного фонда 23-22-00275.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. A. R. Beattie, *J. Phys. Chem. Solids* **24**, 1049 (1962).
2. E. O. Kane, *Phys. Rev.* **159**, 624 (1967).
3. C. L. Anderson and C. R. Crowell, *Phys. Rev. B* **5**, 2267 (1972).
4. R. C. Alig and S. Bloom, *Phys. Rev. Lett.* **35**, 1522 (1975).
5. J. Bude and K. Hess, *J. Appl. Phys.* **72**, 3554 (1992).
6. O. Christensen, *J. Appl. Phys.* **47**, 689 (1976).
7. S. Kolodinski, J. H. Werner, T. Wittchen, and H. J. Queisser, *Appl. Phys. Lett.* **63**, 2405 (1993).
8. M. Wolf, R. Brendel, J. H. Werner, and H. J. Queisser, *J. Appl. Phys.* **83**, 4213 (1998).
9. K. Hyeon-Deuk and O. V. Prezhdo, *J. Phys.: Condens. Matter* **24**, 363201 (2012).
10. V. I. Klimov, *Annu. Rev. Condens. Matter Phys.* **5**, 285 (2014).
11. I. Marri and S. Ossicini, *Nanoscale* **13**, 12119 (2021).
12. C. Melnychuk and P. Guyot-Sionnest, *Chem. Rev.* **121**, 2325 (2021).
13. M. C. Beard, A. G. Midgett, M. C. Hanna, J. M. Luther, B. K. Hughes, and A. J. Nozik, *Nano Lett.* **10**, 3019 (2010).
14. R. D. Schaller and V. I. Klimov, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 186601 (2004).
15. M. C. Beard, K. P. Knutsen, P. Yu, J. M. Luther, Q. Song, W. K. Metzger, R. J. Ellingson, and A. J. Nozik, *Nano Lett.* **7**, 2506 (2007).
16. R. D. Schaller, V. M. Agranovich, and V. I. Klimov, *Nat. Phys.* **1**, 189 (2005).
17. V. I. Rupasov and V. I. Klimov, *Phys. Rev. B* **76**, 125321 (2007).
18. S. A. Fomichev and V. A. Burdov, *J. Chem. Phys.* **160**, 234301 (2024).
19. В. А. Бурдов, *ЖЭТФ* **121**, 480 (2002).
20. J. R. Chelikowsky and M. L. Cohen, *Phys. Rev. B* **14**, 556 (1976).
21. P. Y. Yu and M. Cardona, *Fundamentals of Semiconductors*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg (2010).
22. P. Lawaetz, *Phys. Rev. B* **4**, 3460 (1971).
23. M. L. Cohen and T. K. Bergstresser, *Phys. Rev.* **141**, 789 (1966).
24. V. A. Belyakov, V. A. Burdov, R. Lockwood, and A. Meldrum, *Adv. Opt. Tech.* **2008**, 279502 (2008).

Обобщенная модель сверхпроводникового сигма-нейрона¹⁾

Н. С. Шуравин²⁾, Л. Н. Карелина⁺, А. С. Ионин^{++*}, Ф. А. Разорёнов^{++*}, М. С. Сидельников⁺, С. В. Егоров⁺,
В. В. Больгинов⁺

⁺Институт физики твердого тела им. Ю. А. Осипьяна РАН, 142432 Черноголовка, Россия

^{*}Московский физико-технический институт, 141700 Долгопрудный, Россия

⁺ООО “СП “Квант”, 121205 Москва, Россия

Поступила в редакцию 12 сентября 2024 г.

После переработки 24 октября 2024 г.

Принята к публикации 30 октября 2024 г.

Сверхпроводниковый сигма-нейрон представляет собой одноконтактный интерферометр, часть контура которого шунтирована дополнительной индуктивностью, используемой также для генерации выходного сигнала. Ранее было предсказано, что передаточная функция этого устройства будет близка к сигмоидальной при определенном соотношении между значениями индуктивностей его частей. Такой интерферометр может быть изготовлен в виде многослойной тонкопленочной структуры над сверхпроводящим экраном, что позволяет измерить выходной магнитный поток в отдельно взятом элементе. Анализ экспериментальных данных показал, что использование сверхпроводящего экрана все же не обеспечивает полной независимости элементов сигма-нейрона, предполагавшейся в теоретической модели. В данной работе представлена обобщенная модель стационарного состояния сигма-нейрона, учитывающая взаимодействие всех его частей, включая задающий и считающий элементы.

DOI: 10.31857/S0370274X24120076, EDN: ENJUWT

1. Введение. Технологии и алгоритмы нейроморфных вычислений активно применяются в сегодняшней жизни. Расширение круга задач и количества обрабатываемой информации актуализирует вопрос о переходе к сверхпроводниковой элементной базе, обладающей преимуществами быстродействия и энергоэффективности [1–3]. К настоящему времени разработано несколько семейств сверхпроводниковых логических элементов с целью понижения статической и динамической диссипации энергии [4]. Наиболее энергоэффективным является семейство “адиабатических” устройств [5], удовлетворяющих требованию физической обратимости, когда в каждый момент времени система находится в квазистационарном состоянии [6]. Это семейство содержит в том числе два сверхпроводниковых нейрона, представляющих собой одно- и двухконтактный интерферометры, шунтированные дополнительной индуктивностью, используемой для измерения выходного сигнала. Основной характеристикой таких нейронов является передаточная функция (ПФ), т.е. зависимость выходного сигнала от входного. Для реализации сверхпроводникового персеп-

трана [7] ПФ должна принадлежать к классу сигмид, например, быть близкой к логистической функции вида $1/[1 + \exp(-qx)]$, гиперболическому тангенсу, функции ошибок и т.д. Таким свойством может обладать шунтированный одноконтактный интерферометр при определенном соотношении между индуктивностями его элементов, как было показано в работе [8]. Экспериментальная реализация сверхпроводникового сигма-нейрона была представлена в работе [9]. В статье [10] рассматривалась возможность использования сигма-нейронов в квантовом режиме. В статье [11] была рассмотрена задача об объединении сигма-нейронов в единую нейросеть.

Концептуально адиабатический сигма-нейрон [7, 8, 12] представляет собой совокупность трех плеч (показаны сплошными линиями на рис. 1), имеющих общую точку соединения О, а другими концами подключенных к общему электроду “Gnd”³⁾. На рисунке 1 три плеча нейрона обозначены как “J” (джозефсоновское плечо с индуктивностью L и джозефсоновским контактом с критическим током I_c), “a” (индуктивное плечо с индуктивностью L_a) и “out” (выходное плечо с индуктивностью L_{out}). Входным сигналом нейрона являлся магнитный поток Φ_{in} (задава-

¹⁾См. дополнительный материал к данной статье на сайте нашего журнала www.jetletters.ac.ru

²⁾e-mail: shuravin@issp.ac.ru

³⁾От англ. “Ground” (земля, заземление).

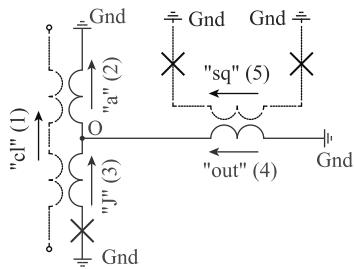


Рис. 1. (Цветной онлайн) Схема экспериментального сигма-нейрона. Сигма-нейрон показан сплошными синими линиями и содержит три плеча: “a” (2), “J” (3) и “out” (4). Штриховыми черными линиями показаны контрольная линия “cl” (1) и петля считывающего СКВИДа “sq” (5). Стрелками показано положительное направление обхода элементов нейрона и протекающих в образце токов. Крестами обозначены контакты Джозефсона

емый одновременно в плечи “J” и “a”), а выходным – магнитный поток Φ_{out} (создаваемый током I_{out} , протекающим через плечо “out”). Ранее было показано [7, 8, 12], что сигмоидальная ПФ получается в случае одинаковой индуктивности приемных плеч нейрона [9] с учетом джозефсоновской индуктивности $L_J = \Phi_0/2\pi I_c$ контакта:

$$L_a = L + L_J. \quad (1)$$

Предметом рассмотрения данной работы является сверхпроводниковый сигма-нейрон (см. рис. 1), пригодный для экспериментального измерения передаточной функции (“экспериментальный сигма-нейрон”). Последнее требует наличие схемы задания входного сигнала и считывания выходного (показаны штриховыми линиями на рис. 1). Входной магнитный поток создается “управляющим” током, протекающим по контрольной линии “cl”, которая индуктивно связана с приемными элементами нейрона “J” и “a”. Измерение Φ_{out} производится при помощи датчика СКВИДа “sq”, включенного в схему обратной связи [9]. Поэтому ПФ экспериментального сигма-нейрона представляет собой зависимость тока в цепи обратной связи от управляющего тока.

Задание и измерение магнитного потока, принятого и создаваемого элементами схемы по отдельности, определяет реализацию сигма-нейрона в виде многослойной тонкопленочной структуры, расположенной над сверхпроводящим экраном [9]. В этом случае магнитное поле локализуется в зазоре между экраном и сверхпроводящим полоском с током (см., например, [13], § 9.4), не влияя, на первый взгляд, на остальные индуктивные элементы. Однако анализ экспериментальных данных показал, что использо-

зование сверхпроводящего экрана все же не обеспечивает полной независимости элементов сигма-нейрона, предполагавшейся в теоретических моделях [7–9, 12]. В частности, была обнаружена прямая передача магнитного потока в измерительную цепь посредством кольцевых токов, возникающих в сверхпроводящем экране в качестве отклика на входной магнитный поток. В работе [14] паразитная связь между элементами экспериментальных нейронов была подтверждена путем численного моделирования дизайна исследованных в [9] образцов. Целью данной работы является обобщение теории стационарного состояния сигма-нейрона для учета всех взаимных индуктивностей его элементов.

2. Обобщенная модель. Построение обобщенной модели начинается с перехода к матричному представлению. Индуктивные элементы экспериментального сигма-нейрона, реализованного в работе [9] удобно перечислить в следующем порядке:

- 1) контрольная линия “cl”;
- 2) индуктивное плечо “a”;
- 3) джозефсоновское плечо “J”;
- 4) выходное плечо “out”;
- 5) петля измерительного СКВИДа “sq”.

Они могут быть охарактеризованы матрицей индуктивностей $\|L\|$ размером 5×5 , содержащей 15 различных компонент в силу симметричности $L_{pq} = L_{qp}$:

$$\|L\| = \begin{vmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} & L_{14} & L_{15} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} & L_{24} & L_{25} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & L_{34} & L_{35} \\ L_{41} & L_{42} & L_{43} & L_{44} & L_{45} \\ L_{51} & L_{52} & L_{53} & L_{54} & L_{55} \end{vmatrix}. \quad (2)$$

При выбранном порядке перечисления элементов, компоненты L_{pq} , относящиеся непосредственно к сигма-нейрону, сосредоточены в центральном блоке 3×3 (см. ур. (2)), а во внешнем кольце содержатся компоненты, описывающие взаимодействие элементов нейрона со считающей и задающей схемами. Компоненты L_{22} , L_{33} и L_{44} задают собственные индуктивности плеч “a”, “J” и “out” соответственно; L_{55} – собственную индуктивность петли СКВИДа “sq”; $L_{12} = L_{21}$ и $L_{13} = L_{31}$ – взаимные индуктивности контрольной линии “cl” с плечами “a” и “J”, $L_{45} = L_{54}$ – взаимную индуктивность плеча нейрона “out” с измерительным СКВИДом “sq”. Элемент L_{11} (собственная индуктивность контрольной линии) не

входит ни в одно уравнение, поскольку не является частью какого-либо замкнутого сверхпроводящего контура. Остальные элементы матрицы $\|L\|$ задают паразитные взаимные индуктивности, которые ранее (см., например, [7, 8]) не учитывались. В частности, непосредственная передача входного сигнала в измерительную цепь, упомянутая выше, определяется компонентой $L_{15} = L_{51}$.

Согласно ранее разработанным подходам (см., например, [8]), состояние сигма-нейрона определяется системой уравнений, состоящей из двух условий баланса фаз и закона Кирхгофа в точке соединения О (см. рис. 1). Непосредственно в сигма-нейроне можно выделить три замкнутых сверхпроводящих контура. В частности, совокупность плеч “а” и “J” дает “приемный” контур интерферометра, содержащий оба элемента, индуктивно связанных с контрольной линией “c”. Для выбранных направлений обхода элементов нейрона (показаны синими стрелками на рис. 1) магнитный поток через “приемный” контур выражается как сумма потоков через каждый из его элементов, а условие баланса фаз имеет вид⁴⁾:

$$\phi_2 + \phi_3 = -\varphi, \quad (3)$$

где φ – разность фаз на берегах джозефсоновского контакта (“джозефсоновская фаза”), а ϕ_q – магнитный поток через q -й элемент. “Выходной” контур получается при объединении плеч “out” и “а” (контур “out-а”), и для него условие баланса фаз может быть записано в виде:

$$\phi_2 + \phi_4 = 2\pi n, \quad (4)$$

где n – количество квантов потока, “захваченных” в этом контуре. Условие баланса фаз для оставшегося “джозефсоновского” контура “J-out” получается вычитанием ур. (3)–(4) и не дает новой информации.

С использованием величин l_{pq} магнитный поток ϕ_p может быть записан в виде линейной комбинации токов i_q в индуктивных элементах нейрона как

$$\phi_p = \sum_q l_{pq} i_q. \quad (5)$$

Подставляя определение (5) в ур. (3), получаем после перегруппировки слагаемых первое уравнение обобщенной системы:

$$\sum_q (l_{2q} + l_{3q}) i_q = -\varphi. \quad (6)$$

⁴⁾Здесь и далее используется естественная нормировка, в которой магнитный поток измеряется в единицах $\Phi_0/2\pi$, ток в единицах I_c , а индуктивность в единицах $L_J = \Phi_0/2\pi I_c$. Нормированные величины, например, Φ_q , I_q , L_{pq} при этом обозначаются строчными буквами ϕ_q , i_q , l_{pq} .

Аналогично имеем для выходного контура “out-а”:

$$\sum_q (l_{2q} + l_{4q}) i_q = 2\pi n. \quad (7)$$

Для экспериментального сигма-нейрона система должна быть дополнена условием постоянства магнитного потока ϕ_{sq} в измерительной цепи в силу выбранного в [9] метода измерения магнитного потока с использованием отрицательной обратной связи:

$$\phi_5 = \sum_q l_{5q} i_q = \phi_{sq}. \quad (8)$$

Закон Кирхгофа в точке О для выбранных направлений тока (см. рис. 1) имеет вид:

$$-i_2 + i_3 + i_4 = 0. \quad (9)$$

Последнее уравнение системы записывается для тока i_3 , протекающего в джозефсоновском плече. Заметим, что джозефсоновское плечо состоит из последовательно подключенной индуктивности и контакта Джозефсона, ток в котором определяется ток-фазовым соотношением. Предполагая последнее синусоидальным, получаем связь между током i_3 и джозефсоновской фазой в виде:

$$i_3 = \sin \varphi. \quad (10)$$

Получившаяся система (6)–(10) состоит из пяти линейных уравнений относительно пяти токовых переменных и может быть записана в матричном виде:

$$\|A\| \cdot \|i\| = \|f\|, \quad (11)$$

где $\|A\|$ – матрица системы

$$\begin{vmatrix} l_{21} + l_{31} & l_{22} + l_{32} & l_{23} + l_{33} & l_{24} + l_{34} & l_{25} + l_{35} \\ l_{21} + l_{41} & l_{22} + l_{42} & l_{23} + l_{43} & l_{24} + l_{44} & l_{25} + l_{45} \\ l_{51} & l_{52} & l_{53} & l_{54} & l_{55} \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix},$$

$\|i\|$ – столбец токов i_p , а $\|f\|$ – столбец свободных членов:

$$\|f\| = \begin{pmatrix} -\varphi & 2\pi n & \phi_{sq} & 0 & \sin \varphi \end{pmatrix}^\top.$$

Для невырожденной матрицы $\|A\|$ общее решение может быть выражено через обратную матрицу:

$$\|i\| = \|A^{-1}\| \cdot \|f\|, \quad (12)$$

поэтому выражение для каждого тока i_p представляет собой линейную комбинацию компонент столбца свободных членов:

$$i_p = -A_{p1}^{-1}\varphi + A_{p5}^{-1}\sin\varphi + [A_{p3}^{-1}\phi_{sq} + A_{p2}^{-1}2\pi n]. \quad (13)$$

В ходе эксперимента входным сигналом является $i_{cl} = i_1$ (ток контрольной линии). Начальное состояние нейрона определяется нулевым значением тока i_1 и некоторым начальным током $i_5^{(0)}$, протекающим по петле измерительного СКВИДа (см. подробнее в [9]). Также начальное состояние можно характеризовать некоторой джозефсоновской фазой φ_0 , удовлетворяющей двум условиям:

$$0 = -A_{11}^{-1}\varphi_0 + A_{15}^{-1}\sin\varphi_0 + [A_{13}^{-1}\phi_{sq} + A_{12}^{-1}2\pi n], \quad (14)$$

$$i_5^{(0)} = -A_{51}^{-1}\varphi_0 + A_{55}^{-1}\sin\varphi_0 + [A_{53}^{-1}\phi_{sq} + A_{52}^{-1}2\pi n]. \quad (15)$$

Условия (14)–(15) являются совместными, поскольку определяют фактически начальную джозефсоновскую фазу φ_0 и величину ϕ_{sq} при заданном токе $i_5^{(0)}$ и числе захваченных квантов n . Выходным сигналом является i_{fb} (ток обратной связи), представляющий собой разность текущего и начального значения тока i_5 : $i_{fb} = i_5 - i_5^{(0)}$. Поэтому ПФ $i_{fb}(i_{cl})$ можно записать в наглядной параметрической форме, используя решение (13) и подставив в него условия (14)–(15):

$$i_{cl} = \frac{t_{cl}}{2\pi}(\varphi + \alpha \sin\varphi) + \delta_{cl}, \quad (16)$$

$$i_{fb} = \frac{t_{fb}}{2\pi}(\varphi + \sigma \sin\varphi) + \delta_{fb}. \quad (17)$$

Здесь множители

$$t_{cl} = -2\pi A_{11}^{-1}, \quad t_{fb} = -2\pi A_{51}^{-1} \quad (18)$$

определяют нормированные периоды⁵⁾ ПФ по входному и выходному току соответственно, а коэффициенты

$$\alpha = -A_{15}^{-1}/A_{11}^{-1}, \quad \sigma = -A_{55}^{-1}/A_{51}^{-1} \quad (19)$$

определяют форму ПФ (см. примеры на вставках к рис. 2). Слагаемые $\delta_{cl} = A_{11}^{-1}\varphi_0 - A_{15}^{-1}\sin\varphi_0$ и $\delta_{fb} = A_{51}^{-1}\varphi_0 - A_{55}^{-1}\sin\varphi_0$ определяют сдвиг ПФ. Это проиллюстрировано на рис. 2, где представлены три ПФ с одинаковыми α и σ , но разными φ_0 . При $\varphi_0 = 0$

⁵⁾Периоды T_{cl} и T_{fb} определяются как изменение токов контрольной линии и обратной связи при изменении джозефсоновской фазы нейрона на 2π . Нормированные на критический ток величины обозначены как t_{cl} и t_{fb} соответственно.

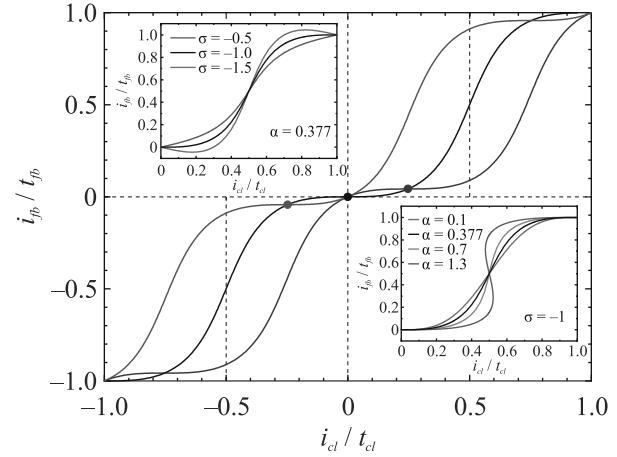


Рис. 2. (Цветной онлайн) Примеры ПФ сигма-нейрона согласно ур. (16)–(17) для разных значений начальной джозефсоновской фазы. Черная кривая соответствует $\varphi_0 = 0$, синяя $-\varphi_0 = -1.2$, а красная $\varphi_0 = +1.2$. Точки соответствующих цветов отмечены центральные точки $\varphi = 0$ каждой ПФ. Коэффициенты $\alpha = 0.377$, $\sigma = -1$. На вставках показана оптимальная ПФ (черная), удовлетворяющая условиям (21)–(23), а также другими цветами ПФ, не удовлетворяющие условиям (21) (вверху) или (23) (внизу)

центральная ($\varphi = 0$) и начальная ($i_{cl} = 0$) точки передаточной функции совпадают (черная кривая на рис. 2), а точка максимального нарастания выходного сигнала расположена строго по центру периода. В противном случае кривая ПФ смещается на плоскости (i_{cl}, i_{fb}) , проходя через начало координат и сохраняя свою форму (см. красную и синюю кривые на рис. 2).

Рассмотрение произвольной матрицы индуктивностей $\|L\|$ требует также и обобщения требований к нейронам. Вначале рассмотрим условие сигмоидальности ПФ $i_{fb}(i_{cl})$, которое в данной модели следует сформулировать как нулевую производную в центральной точке ПФ ($\varphi = 0$):

$$\left. \frac{di_{fb}}{di_{cl}} \right|_{\varphi=0} = \frac{di_{fb}/d\varphi|_{\varphi=0}}{di_{cl}/d\varphi|_{\varphi=0}} = \frac{t_{fb}}{t_{cl}} \frac{1+\sigma}{1+\alpha} = 0. \quad (20)$$

При ненулевом знаменателе это условие эквивалентно более простому:

$$\sigma = -1. \quad (21)$$

Ненулевое значение знаменателя в ур. (20) обеспечивается вторым требованием, а именно однозначностью ПФ сигма-нейрона. Это условие может быть сформулировано как требование непрерывного изменения джозефсоновской фазы при изменении входного сигнала $|d\varphi/di_{cl}| < \infty$. Следовательно, для об-

ратной величины при любой фазе φ должно выполняться $di_{cl}/d\varphi \neq 0$. Дифференцируя (16), получаем простое условие:

$$|\alpha| < 1. \quad (22)$$

Третье условие заключается в близости формы ПФ к логистической функции. Минимизация среднеквадратичного отклонения функции, заданной ур. (16)–(17), от функции вида $i_{fb}/t_{fb} = 1/(1 + \exp[-(i_{cl}/t_{cl} - 0.5)/\gamma])$ при варьировании коэффициентов α и γ дает условие:

$$\alpha \approx 0.377 = \alpha_{\text{opt}}. \quad (23)$$

Среднеквадратичное отклонение при этом составляет $3.1 \cdot 10^{-3}$, а величина $\gamma = 0.081$.

3. Обсуждение и применение. Полученные в разделе 2 результаты позволяют построить ПФ для сколь угодно сложной матрицы индуктивностей $\|L\|$ экспериментального сигма-нейрона. Параметрическая форма записи ПФ имеет вид ур. (16)–(17), где периоды (18) определяют масштаб изменения входного и выходного сигналов, а коэффициенты (19) определяют форму ПФ. Величины (18)–(19) выражаются через компоненты матрицы $\|A^{-1}\|$, которые можно найти стандартными методами (см., например, [15]) или при помощи доступных в настоящее время матричных калькуляторов. Общий вид необходимых величин приведен нами для справки в дополнительных материалах (см. раздел I).

Целевая форма ПФ достигается при соблюдении условий (21), (23). При нарушении (21) производная на краях периода становится отличной от нуля, а при нарушении (23) ПФ отклоняется от логистической в центральной части периода (см. вставки к рис. 2). Нарушение условия (22) приводит к неоднозначности ПФ (см. пурпурную кривую на нижней вставке к рис. 2). Также необходимо добиваться роста отношения t_{fb}/t_{cl} в силу проблемы ослабевания сигнала при объединении нейронов в нейросеть [11]. Баланс между соблюдением этих условий является предметом творчества разработчиков сверхпроводниковых нейронных сетей.

Оптимизацию конструкции образца с использованием полученных результатов целесообразно проводить итерационным способом. Такая процедура включает в себя создание дизайна образца, расчет его матрицы индуктивностей, вычисление коэффициентов (18)–(19), анализ произошедших изменений и корректировку дизайна (т.е. переход в начало процедуры). Это весьма трудоемкий и длительный процесс, поскольку не для всех компонент $\|L\|$ можно заранее предсказать, как на них повлияют те или иные

изменения геометрии образца. При этом получение каждой матрицы индуктивностей численными методами занимает много времени. Поэтому важно представлять функциональную связь между компонентами матрицы $\|L\|$ и коэффициентами (18)–(19), чтобы выявить перспективные направления корректировки дизайна. Это также непростая задача, поскольку количество слагаемых в выражениях для компонент $\|A^{-1}\|$ может достигать нескольких десятков (см. дополнительные материалы, раздел I). Поэтому представляет интерес постепенное усложнение матрицы индуктивностей и анализ происходящих изменений. Далее этот процесс будет проиллюстрирован на примере относительно простой матрицы вида:

$$\|l^{(\text{simp})}\| = \begin{vmatrix} l_{cl} & m_a & m_J & 0 & m_{sq} \\ m_a & l_a & 0 & 0 & 0 \\ m_J & 0 & l & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l_{\text{out}} & m_{\text{out}} \\ m_{sq} & 0 & 0 & m_{\text{out}} & l_{sq} \end{vmatrix}, \quad (24)$$

отражающей наиболее важные особенности матрицы индуктивностей, рассчитанной в работе [14].

3.1 Идеальное экранирование. Сначала необходимо убедиться, что ур. (16)–(17) воспроизводят ранее полученные результаты [7–9, 12] для случая симметричного задания входного сигнала $m_a = m_J = m_{in}/2$ и идеального экранирования (отсутствия паразитных компонент, включая m_{sq}), но с учетом взаимодействия с измерительной схемой ($m_{\text{out}} \neq 0$). Вычисления необходимых компонент обратной матрицы представлены в дополнительных материалах, раздел II. Выражения (18)–(19) принимают вид:

$$\alpha^{(1)} = l + \frac{l_a l_{\text{out}}^*}{l_a + l_{\text{out}}^*}, \quad (25)$$

$$\sigma^{(1)} = l - l_a, \quad (26)$$

$$\frac{t_{cl}^{(1)}}{2\pi} = -\frac{2}{m_{in}} \frac{l_a + l_{\text{out}}^*}{l_a + 2l_{\text{out}}^*}, \quad (27)$$

$$\frac{t_{fb}^{(1)}}{2\pi} = -\frac{m_{\text{out}}}{l_{sq}(l_a + 2l_{\text{out}}^*)}, \quad (28)$$

где введено обозначение

$$l_{\text{out}}^* = l_{\text{out}} - \frac{m_{\text{out}}^2}{l_{sq}}. \quad (29)$$

Однако сравнение представляет некоторые сложности, поскольку ранее предлагалась другая форма записи ПФ. В частности, в работе [9] ПФ записывалась как:

$$i_{cl} = k_1(\psi + k_2 \sin \psi - \varepsilon), \quad (30)$$

$$i_{fb} = k_3(k_4 i_{cl} - \sin \psi + \zeta), \quad (31)$$

где $\psi = -\varphi$ при текущем выборе положительного направления джозефсоновского тока. Эта форма обобщала полученную в [8] с целью аппроксимации экспериментальных данных. Уравнение (30) практически идентично (16), и легко видеть, что

$$k_1 = -\frac{t_{cl}}{2\pi}, \quad k_2 = \alpha. \quad (32)$$

Уравнение (31) отличается от (17), однако можно показать их эквивалентность и получить (см. дополнительные материалы, раздел III):

$$k_3 = -\frac{t_{fb}}{2\pi}(\alpha - \sigma), \quad k_4 = -\frac{2\pi}{t_{cl}} \frac{1}{\alpha - \sigma}. \quad (33)$$

При подстановке коэффициентов (25)–(28) в (33) воспроизводятся выражения для k_1 – k_4 из работы [9] с учетом замены $l_{out} \rightarrow l_{out}^*$. По сути, воспроизводятся результаты предыдущих работ [7, 8, 12], в частности, условие (21) принимает форму (1). Таким образом, ур. (25)–(28) обобщают и уточняют ранее полученные формулы на случай произвольного соотношения величин l_{out} , m_{out} и l_{sq} , определяющих эффективную индуктивность выходного плеча (29) с учетом взаимодействия с измерительным СКВИДом. Детали алгебраических преобразований представлены в дополнительных материалах, раздел III.

3.2 Асимметричное задание входного сигнала. Далее рассмотрим случай асимметричного задания входного сигнала $m_a \neq m_J$. В этом случае имеем (см. вычисления в дополнительных материалах, раздел IV):

$$\alpha^{(2)} = \alpha^{(1)} = l + \frac{l_a l_{out}^*}{l_a + l_{out}^*}, \quad (34)$$

$$\sigma^{(2)} = l - l_a \frac{m_J}{m_a}, \quad (35)$$

$$\frac{t_{cl}^{(2)}}{2\pi} = -\frac{l_a + l_{out}^*}{m_J(l_a + l_{out}^*) + m_a l_{out}^*}, \quad (36)$$

$$\frac{t_{fb}^{(2)}}{2\pi} = -\frac{m_{out} m_a}{l_{sq}(m_J(l_a + l_{out}^*) + m_a l_{out}^*)}. \quad (37)$$

В целях сравнения с результатами раздела 3.1 можно использовать обобщение величины $m_{in} = m_a + m_J$ и преобразовать уравнения (36)–(37) как:

$$\frac{t_{cl}^{(2)}}{2\pi} = -\frac{(m_{in}/m_J)}{m_{in}} \frac{l_a + l_{out}^*}{l_a + (m_{in}/m_J)l_{out}^*},$$

$$\frac{t_{fb}^{(2)}}{2\pi} = -\frac{m_a}{m_J} \frac{m_{out}}{l_{sq}[l_a + (m_{in}/m_J)l_{out}^*]}.$$

Произошедшие изменения можно описать следующими словами: множитель 2 в ур. (27)–(28) заменяется на отношение m_{in}/m_J , а период t_{fb} в ур. (28) умножается на отношение m_a/m_J , равное единице в симметричном случае. Важным обстоятельством является появление множителя m_J/m_a в ур. (35) (ср. ур. (26)). Как следствие, условие сигмоидальности (21) принимает вид:

$$l_a = \frac{m_a}{m_J} (l + 1). \quad (38)$$

Видно, что при уменьшении m_a/m_J (преимущественное задание входного сигнала в джозефсоновское плечо) уменьшается необходимая l_a . Это благоприятствует миниатюризации сигма-нейронов, поскольку плечо “a” является самым большим элементом экспериментально исследованных образцов (см. рис. 3) и по большей части не участвует в приеме

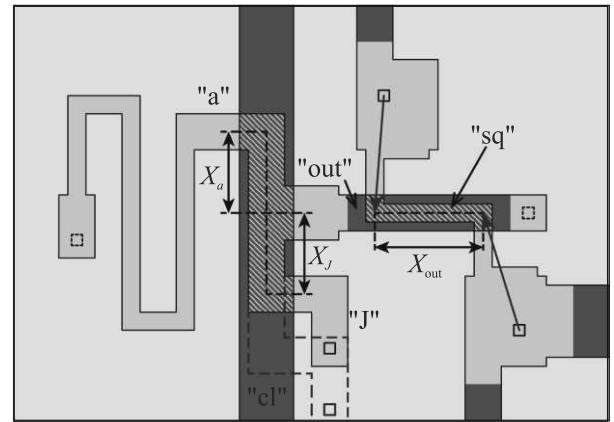


Рис. 3. (Цветной онлайн) Схематическое изображение (вид сверху) конструкции сигма-нейрона, реализованного в [9]. Оранжевым цветом показаны участки образца, лежащие над экраном на одном слое изоляции, а красным – на двух слоях изоляции. Синими штриховыми линиями показано предложенное удлинение области X_J , а синими стрелками – изменение положения джозефсоновских контактов СКВИДа (см. раздел 3.3)

входного сигнала. Однако использование асимметрии $m_J > m_a$ ограничено некоторыми условиями. Во-первых, увеличение m_J на практике производится путем удлинения участка джозефсоновского плеча X_J (см. рис. 3), вызывая также увеличение l , а значит и α (см. ур. (34)) с возможным нарушением условий (22), (23). С другой стороны, уменьшение величины m_a (за счет уменьшения длины участка X_a , см. рис. 3) будет приводить к ослабеванию выходного

сигнала, поскольку для отношения периодов t_{fb}/t_{cl} в данном случае имеем:

$$\frac{t_{fb}^{(2)}}{t_{cl}^{(2)}} = m_a \frac{m_{out}}{l_{sq}(l_a + l_{out}^*)}. \quad (39)$$

Но еще более существенные ограничения возникают при учете прямой передачи входного сигнала в измерительную цепь, которая была обнаружена в [9, 16] и рассматривается далее.

3.3. Прямая передача входного потока в измерительный СКВИД. Прямое взаимодействие элементов “cl” и “sq” описывается компонентой $l_{15} = m_{sq}$ в матрице (24). При $m_{sq} \neq 0$ в формулах для компонент $\|A^{-1}\|$ появляется множество слагаемых, пропорциональных m_{sq} . Однако мы обнаружили (см. дополнительные материалы, раздел V), что все коэффициенты ПФ могут быть по-прежнему записаны в компактной форме (34)–(39) при замене величин m_a и m_J на следующие эффективные значения:

$$m_a^* = m_a - (l_a + l_{out})\mu, \quad m_J^* = m_J + l_{out}\mu, \quad (40)$$

где $\mu = m_{sq}/m_{out}$. Таким образом, паразитное взаимодействие входной и считающей схем перенормирует входные взаимные индуктивности, тогда как взаимодействие нейрона с измерительной схемой (см. раздел 3.1) перенормирует выходную собственную индуктивность. При этом сохраняются в силе все рассуждения об оптимизации отношения m_a/m_J из раздела 3.2. Условие сигмоидальности (21) записывается в форме (38) с точностью до подстановки m_a^* и m_J^* . Однако в силу зависимости m_a^* от l_a (см. ур. (40)) выражение для необходимой l_a нуждается в преобразовании:

$$l_a = \frac{m_a - \mu l_{out}}{m_J + \mu l_{out} + \mu(l+1)}(l+1). \quad (41)$$

Из этого уравнения можно заметить, что изменение длины элемента “a” (т.е. подбор величины l_a) может обеспечить сигмоидальную форму ПФ лишь при выполнении условия:

$$-\frac{m_J}{1 + l + l_{out}} < \mu < \frac{m_a}{l_{out}}, \quad (42)$$

поскольку собственная индуктивность l_a не может быть отрицательной в отличие от взаимных индуктивностей (т.е. недиагональных компонент l_{pq}). В этом качественное отличие условия (41) от (1) (и даже (38)), где для любых значений остальных индуктивностей можно подобрать необходимое значение l_a .

Интересно проверить выполнение критерии (42) в ранее проведенных экспериментах. С использованием оценок из статьи [9] получаем диапазон $-0.05 < \mu < 0.14$ и экспериментальное значение μ

около -0.06 . Оценки с использованием данных численного моделирования [14] дают допустимый диапазон $-0.04 < \mu < 0.13$ и расчетное значение $\mu = -0.05$. Таким образом, невозможно подобрать длину плеча “a”, обеспечивающую целевую форму ПФ, при неизменной форме остальных элементов. Решить эту проблему можно либо увеличив по абсолютной величине нижнюю границу диапазона (42), либо уменьшив величину $|\mu|$. Первое достигается увеличением величины m_J , а второе – увеличением величины m_{out} или уменьшением m_{sq} . Для достижения целевой формы ПФ можно также подбирать джозефсоновскую индуктивность $L_J = \Phi_0/2\pi I_c$.

Наиболее простым в реализации является увеличение m_J . Первичные оценки показывают, что для выполнения условий (21) и (22) достаточно уменьшить критический ток I_c на 12 % и увеличить X_J на 75 %, оставив неизменными все остальные элементы нейрона (см. синие штриховые линии на рис. 3). Для достижения целевой формы (т.е. одновременного выполнения условий (21) и (23)) требуются более значительные изменения: необходимо уменьшить I_c в 4.4 раза и увеличить X_J в 3.6 раз при сохранении геометрии остальных плеч. Увеличение m_{out} выглядит бесперспективным, поскольку оно производится путем увеличения участка X_{out} с сопутствующим увеличением величин l_{sq} и l_{out} . Рост l_{out} , в свою очередь, приводит к сужению диапазона (42) и в итоге к необходимости увеличения X_{out} в десятки раз. Дальнейшая оптимизация, связанная с увеличением t_{fb}/t_{cl} и миниатюризацией образца в целом, требует варьирования геометрии всех плеч нейрона и численного моделирования матриц индуктивностей.

Наконец, третий путь предполагает совершение конструкции сигма-нейрона с целью подавления компоненты m_{sq} . Это может быть сделано, например, увеличением размеров экрана [9] или изменением формы контрольной линии [14]. Еще одним способом может быть изготовление петли СКВИДа перпендикулярно контрольной линии путем исключения параллельных “cl” участков элемента “sq”, ответственных за паразитное взаимодействие [9, 14]. Это может быть достигнуто при перемещении джозефсоновских контактов СКВИДа под выходное плечо нейрона (см. синие стрелки на рис. 3), что потребует изменения технологического процесса. В этом случае можно ожидать уменьшения поправок к m_a и m_J на два порядка (см. ур. (40)), т.е. до уровня технологической погрешности. Действительно, компонента l_{14} , описывающая взаимодействие с контрольной линией плеча “out”, примерно в сто раз меньше, чем l_{15} согласно расчетам [14]. Это достигается за счет

расположения выходного плеча на оси симметрии экрана перпендикулярно контрольной линии. Экспериментальная проверка предложенных путей оптимизации будет предметом наших следующих работ на эту тему.

4. Заключение. Таким образом, модель стационарного состояния сверхпроводникового сигмайдейрона была обобщена на случай произвольной матрицы индуктивностей составляющих его элементов. Записана система уравнений состояния сигмайдейрона в матричной форме и получено параметрическое выражение для его ПФ через компоненты обратной матрицы системы. Показано влияние взаимодействия элементов нейрона на условия достижения целевой ПФ. Рассмотрены методы улучшения конструкции сигмайдейрона для компенсации или устранения паразитной передачи входного сигнала через сверхпроводящий экран.

5. Финансирование работы. Работа выполнена в Институте физики твердого тела им. Ю. А. Осипьяна Российской академии наук при поддержке гранта Российского научного фонда № 23-72-00053. Раздел 3.1 (а также разделы I и II в дополнительных материалах) подготовлены в рамках производственной практики аспирантов Московского физико-технического института А. С. Ионина и Ф. А. Разорёнова. Условие (23), а также раздел III в дополнительных материалах получены в рамках сотрудничества А. С. Ионина с “Совместное предприятие “Квантовые технологии”.

6. Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. V. Semenov, E. Golden, and S. Tolpygo, *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **32**, 1 (2021).
2. A. E. Schegolev, N. V. Klenov, G. I. Gubochkin, M. Yu. Kupriyanov, and I. I. Soloviev, *Nanomaterials* **13**, 2101 (2023).
3. D. S. Pashin, P. V. Pikunov, M. V. Bastrakova, A. E. Schegolev, N. V. Klenov, and I. I. Soloviev, *Beilstein J. Nanotechnol.* **14**, 1116 (2023).

4. I. I. Soloviev, N. V. Klenov, S. V. Bakurskiy, M. Yu. Kupriyanov, A. L. Gudkov, and A. S. Sidorenko, *Beilstein J. Nanotechnol.* **8**, 2689 (2017).
5. N. Takeuchi, D. Ozawa, Y. Yamanashi, and N. Yoshikawa, *Supercond. Sci. Technol.* **26**, 035010 (2013).
6. И. И. Соловьев, Г. С. Хисматуллин, Н. В. Кленов, А. Е. Щеголев, *Радиотехника и электроника* **67**, 1232 (2022).
7. A. E. Schegolev, N. V. Klenov, I. I. Soloviev, and M. V. Tereshonok, *Beilstein J. Nanotechnol.* **7**, 1397 (2016).
8. I. I. Soloviev, A. E. Schegolev, N. V. Klenov, S. V. Bakurskiy, M. Yu. Kupriyanov, M. V. Tereshonok, A. V. Shadrin, V. S. Stolyarov, and A. A. Golubov, *J. Appl. Phys.* **124**, 152113 (2018).
9. А. С. Ионин, Н. С. Шуравин, Л. Н. Карелина, А. Н. Россоленко, М. С. Сидельников, С. В. Егоров, В. И. Чичков, М. В. Чичков, М. В. Жданова, А. Е. Щеголев, В. В. Больгинов, *ЖЭТФ* **164**, 1008 (2023).
10. M. V. Bastrakova, D. S. Pashin, D. A. Rybin, A. E. Schegolev, N. V. Klenov, I. I. Soloviev, A. A. Gorchavkina, and A. M. Satanin, *Beilstein J. Nanotechnol.* **13**, 653 (2022).
11. D. S. Pashin, M. V. Bastrakova, D. A. Rybin, N. V. Klenov, and A. E. Schegolev, *Nanomaterials* **14**, 854 (2024).
12. M. Bastrakova, A. Gorchavkina, A. Schegolev, N. Klenov, I. Soloviev, A. Satanin, and M. Tereshonok, *Symmetry* **13**, 1735 (2021).
13. В. В. Шмидт, *Введение в физику сверхпроводников*, 2-е изд., МЦНМО, М. (2000).
14. А. С. Ионин, С. В. Егоров, М. С. Сидельников, Л. Н. Карелина, Н. С. Шуравин, М. М. Хапаев, В. В. Больгинов, *Физика твердого тела* **66**, 1019 (2024).
15. Ф. Р. Гантмахер, *Теория матриц*, 5-е изд., Физматлит, М. (2004).
16. А. С. Ионин, Л. Н. Карелина, Н. С. Шуравин, М. С. Сидельников, Ф. А. Разоренов, С. В. Егоров, В. В. Больгинов, *Письма в ЖЭТФ* **118**, 761 (2023).

Магнетосопротивление объемного образца FeSi

А. Е. Петрова⁺, С. Ю. Гаврилкин⁺, С. С. Хасанов*, В. А. Степанов⁺, С. М. Стишов⁺¹⁾

⁺Физический институт им. П. Н. Лебедева, 119991 Москва, Россия

*Институт физики твердого тела РАН, 142432 Черноголовка, Россия

Поступила в редакцию 2 сентября 2024 г.

После переработки 21 октября 2024 г.

Принята к публикации 21 октября 2024 г.

Исследовано магнетосопротивление объемного образца FeSi, хорошо охарактеризованного в наших ранних работах. Показано, что после весьма сложного поведения при температурах ниже 6 К магнетосопротивление FeSi становится регулярной функцией температуры и магнитного поля. При повышении температуры магнетосопротивление проходит через максимум при температуре около 12 К и постепенно уменьшается до слабо отрицательных значений, стремясь к нулю. Таким образом, наши наблюдения свидетельствуют о существовании отрицательной компоненты магнетосопротивления, которая появляется при температуре около 12 К и, в конечном итоге, определяет отрицательные значения как поперечного, так и продольного магнетосопротивления FeSi при высоких температурах. Отрицательная компонента магнетосопротивления, возможно, связана с топологическими особенностями хиральной структуры FeSi.

DOI: 10.31857/S0370274X24120085, EDN: FMLBMJ

Введение. Силициды переходных металлов с нецентросимметричной кристаллической структурой типа B20 уже несколько десятилетий привлекают большое внимание исследователей благодаря своим замечательным магнитным и электрическим свойствам. В последние годы интерес к соединениям такого рода, включая также ряд германатов, значительно возрос благодаря их топологическим свойствам, определяемым специфической симметрией кристаллической решетки. Нарушение пространственной симметрии в структурном типе B20 приводит к существованию особых точек, в том числе точек Вейля в электронном и фононном спектрах.

Уникальные физические свойства моносилицида железа FeSi изучаются несколько последних десятилетий. Фактически, FeSi при высоких температурах является металлом, и, с понижением температуры превращается в узкозонный полупроводник [1, 2]. FeSi характеризуется необычным поведением магнитной восприимчивости, теплопроводности, удельного сопротивления и других физических свойств [3–5]. Характерные особенности FeSi описаны и проанализированы в ряде публикаций (см., например, [3–9]). В результате FeSi был охарактеризован как сильно коррелированный изолятор [6, 8, 9], хотя в [5] было отмечено, что описание изолятора Кондо согласуется с физическими свойствами FeSi. Однако физика

FeSi кажется еще более удивительной. При металлизации FeSi было обнаружено смягчение фононного спектра [10]. При изучении фононов методом неупругого рентгеновского рассеяния в FeSi [11] обнаружены топологические точки Вейля. Были также изучены топологические особенности электронных спектров в FeSi [12]. Авторы статьи [12] утверждают, что металлическое состояние FeSi существует вне температурного диапазона 75–143 К. Недавно была обнаружена низкотемпературная металлическая проводимость в нитевидном FeSi [13], что указывает на существование проводящей поверхности, как это имеет место в топологическом изоляторе. Сравнивая свойства нитевидного FeSi и SmB₆, авторы [14] пришли к выводу, что нитевидный FeSi является новым *d*-электронным изолятором Кондо. В связи с тем, что большинство аргументов в работе [14] основано на результатах измерения магнетосопротивления (MR – *magnetoresistance*), мы решили подробно изучить поведение MR объемного образца FeSi.

Описание эксперимента. Образцы для измерений были вырезаны из известного моноокристалла FeSi (см., например, обзор [15]), выращенного методом Чохральского. Подробную характеристику образца можно найти в обзоре [15]. Однако здесь мы сообщаем о некоторых дополнительных данных, которые добавляют новые черты к характеристике нашего образца FeSi. Химический состав образца, определенный методом электронно-зондового микронализма, показывает некоторый избыток содержания Fe

¹⁾e-mail: stishovsm@lebedev.ru

(средние данные в атомных процентах: Fe 50.555; Si 49.045). Параметр решетки получен из анализа порошковой рентгеновской дифракции по методу Риттвельда и равен $4.4860(1)$ Å. Общая мозаичность, следующая из кривой качания с использованием отражения (400), составляет около 0.05^0 . Размеры образца для измерения MR $2.5 \times 0.9 \times 0.6$ мм 3 . Сопротивление измерялось в направлении [100], соответствующем наибольшей длине образца.

Теплоемкость образца измерялась с помощью системы измерения физических свойств Quantum Design с модулем теплоемкости и вставкой He-3. Удельное сопротивление измерялось по стандартной четырехконтактной схеме с золотыми проводами, прикрепленными к образцу серебряной пастой в качестве электрических контактов. Магнитная восприимчивость измерялась с помощью системы измерения магнитных свойств Quantum Design. Результаты измерений теплоемкости FeSi представлены на рис. 1 в сравнении с теплоемкостью CoSi.

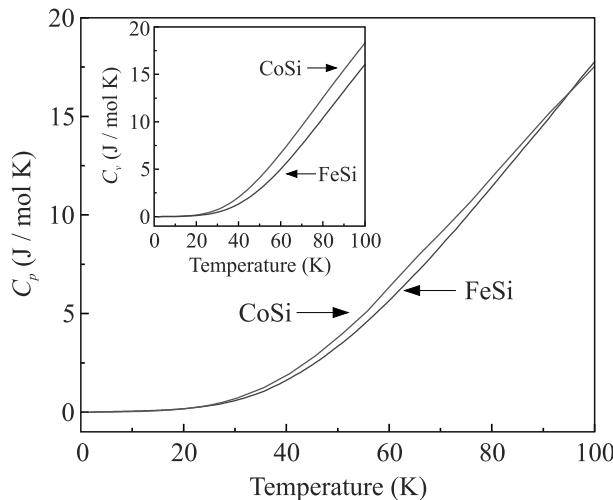


Рис. 1. (Цветной онлайн) Зависимость теплоемкости C_p от температуры FeSi (настоящие измерения) и CoSi [15]. На вставке показаны теоретически рассчитанная фононная теплоемкость FeSi и CoSi [15]

Удельное сопротивление FeSi демонстрирует разные режимы проводимости (рис. 2) (см. также табл. 1)

Таблица 1. Удельное сопротивление FeSi

T , K	ρ , Ом см
1.83	3.50
77.05	3.62×10^{-3}
300.02	2.58×10^{-4}

Рисунок 2 (см. линию 1 на вставке) показывает, что в узком диапазоне температур 100–150 K сопро-

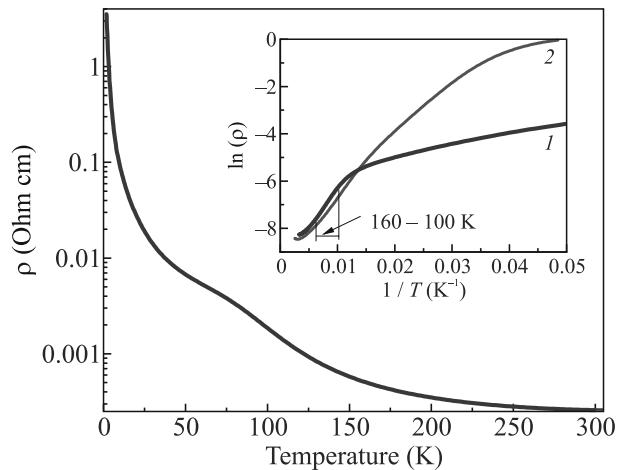


Рис. 2. (Цветной онлайн) Удельное сопротивление ρ FeSi как функция температуры. На вставке две линии демонстрируют поведение удельного сопротивления образцов 1 и 2 в координатах $\ln(\rho)$ и T^{-1} . 1 – объемный образец FeSi, 2 – нитевидный образец FeSi [13]

тивление объемного образца FeSi может быть описано стандартной активационной формулой с энергетической щелью E_g 0.06 эВ или 700 K. Линия 2 на вставке рис. 2 – это кривая сопротивления нитевидного FeSi, которая, как утверждается в [13], демонстрирует вторую щель в диапазоне 30–54 K, и которая не наблюдается в нашем объемном FeSi. Таким образом, значительное различие в свойствах объемного и нитевидного образцов вполне очевидно.

Измерения MR проводились в двух ориентациях магнитного поля: продольной ($\mathbf{I} \parallel \mathbf{H}$) и поперечной ($\mathbf{I} \perp \mathbf{H}$), ток всегда был направлен вдоль направления [100] ($\mathbf{I} \parallel [100]$). Во время измерений образец ступенчато охлаждался от 300 до 1.8 K (см. рис. 3, 4). При каждом шаге магнитное поле прикладывалось от 0 до 9 Тл, и сопротивление измерялось в конфигурации $\mathbf{I} \perp \mathbf{H}$, затем измерение продолжалось в конфигурации $\mathbf{I} \parallel \mathbf{H}$ при уменьшении магнитного поля от 9 Тл до 0. Результаты измерений магнетосопротивления показаны на рис. 3 и 4. Видно, что нет существенной разницы в результатах, полученных в двух разных ориентациях. Изменение направления магнитного поля при измерениях сопротивления FeSi показывает отсутствие значимого холловского вклада в текущих измерениях.

Результаты и обсуждения. Принято считать, что CoSi может служить стандартным немагнитным материалом при изучении фононных свойств соединений с кристаллической структурой B20 (см., например, [3]). На рисунке 1 показаны экспериментальные кривые теплоемкости FeSi и CoSi в диапазоне 100 K градусов [15]. Очевидна небольшая раз-

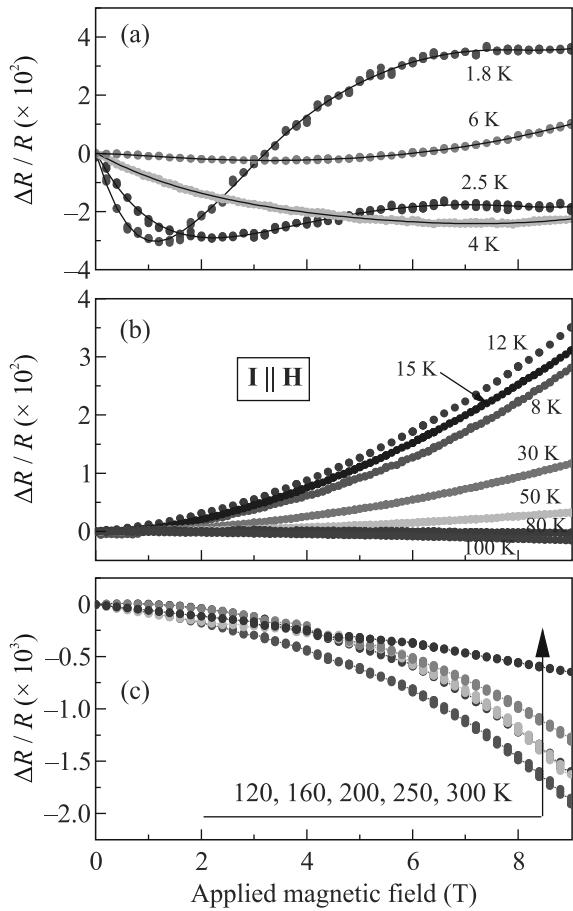


Рис. 3. (Цветной онлайн) Магнетосопротивление FeSi как функция температуры и продольного магнитного поля ($\mathbf{I} \parallel \mathbf{H}$, $\mathbf{I} \parallel [100]$ для всех панелей). Изменен масштаб $\Delta R/R$ на панели (c)

ница, которая фактически соответствует теоретическим расчетам примерно до 60 К. Затем теплоемкость FeSi начинает быстро расти, что, вероятно, свидетельствует о начале металлизации [10].

Возвращаясь к данным MR (рис. 3, 4), видно, что они не очень чувствительны к ориентации магнитного поля и тока, и что их можно разделить на три группы по диапазону температур: низкие $T < 6$ К и высокие температуры $6 < T < 100$ и $100 < T < 300$ К. Такое поведение магнетосопротивления не отмечалось в предыдущих измерениях магнетосопротивления в FeSi [7, 16–19]. В отличие от низкотемпературной области, при повышении температуры MR ведет себя довольно регулярно в зависимости от магнитного поля и температуры. Как видно из рис. 5, MR проходит через максимум примерно при температуре 12 К и постепенно уменьшается, приближаясь к небольшим отрицательным значениям, стремясь к нулю.

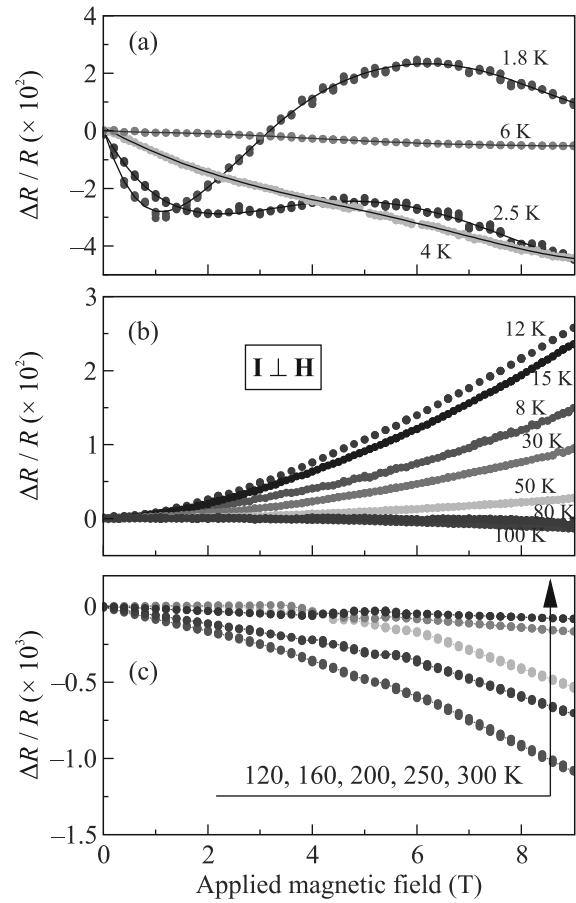


Рис. 4. (Цветной онлайн) Магнетосопротивление FeSi как функция температуры и поперечного магнитного поля ($\mathbf{I} \perp \mathbf{H}$, $\mathbf{I} \parallel [100]$ для всех панелей). Изменен масштаб $\Delta R/R$ на панели (c)

Экстремум вблизи 12 К также наблюдается на кривой зависимости показателя n выражения $\Delta R/R \sim H^n$ от температуры (рис. 6). Видно, что при температуре 8 К “продольный” изотермический показатель n близок к каноническому значению 2. Несмотря на схожесть MR FeSi для поперечной и продольной ориентации магнитного поля (см. рис. 3 и 4), оно становится анизотропным при магнитных полях выше 3–4 Тл. В этом обсуждении мы, вероятно, упускаем важный момент, которым является влияние неоднородного распределения тока (current jetting) [20]. Потенциально это может влиять на измерения продольного MR. Однако мы не можем оценить этот эффект в настоящих измерениях.

Мы опускаем анализ MR FeSi при $T \leq 6$ К. Низкотемпературная область, содержащая частично отрицательные изотермы MR, характеризуется взаимодействием локализованных и свободных носителей. Поэтому каждая кривая $\rho(M)$ требует специаль-

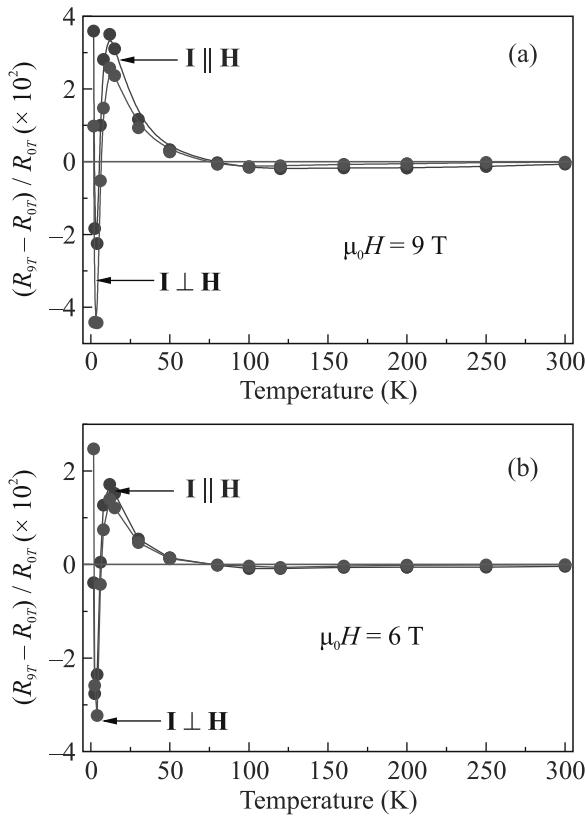


Рис. 5. (Цветной онлайн) Температурная зависимость магнетосопротивления FeSi в магнитных полях 6 и 9 Тл

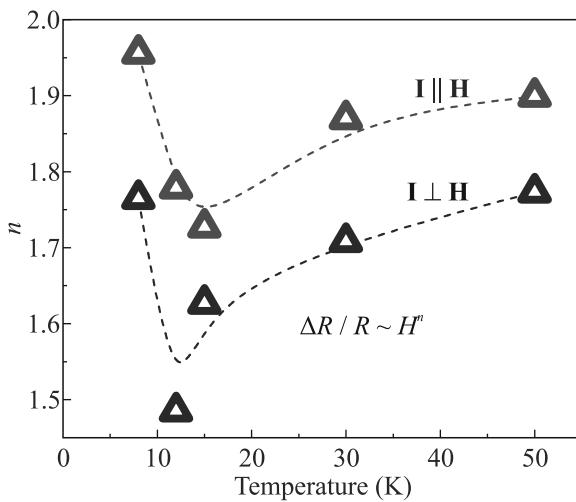


Рис. 6. (Цветной онлайн) Значения показателя степени n в формуле $\Delta R / R \sim H^n$, описывающего кривые MR на рис. 3 и 4 при $T > 6K$

ного анализа. Возникновение отрицательного MR в неупорядоченных металлических системах в настоящее время хорошо изучено [21, 22]. Однако до сих пор не было предложено общего механизма для объяснения отрицательного MR в системах с прыжко-

вой проводимостью, как это происходит в FeSi при низких температурах. Некоторые специальные механизмы, описывающие MR в этих системах, предлагаются в [23–26].

Переходя к более высоким температурам при $T > 6$ К, можно увидеть общее уменьшение MR FeSi с температурой, что, на первый взгляд, можно было бы объяснить увеличением концентрации носителей индуцированной металлизацией и уменьшением средней длины свободного пробега носителей. Однако, как показывает максимум MR при 12 К (рис. 5), не все так просто. Для описания ситуации можно предположить существование двух компонент MR, положительную и отрицательную, причем последняя начинает увеличиваться вблизи 12 К, как показано на рис. 5.

Результаты измерений MR, представленные на рис. 3, 4 и 5, вероятно, подтверждают эту точку зрения. Как видно, MR FeSi становится слегка отрицательным при температурах выше $\cong 60$ К. Симптоматично, что анизотропия магнетосопротивления FeSi полностью не исчезает (рис. 3, 4). Полезно сравнить рис. 2 и 5. MR FeSi значительно уменьшается в диапазоне температур, соответствующих полупроводниковому поведению, хотя это очень близко к переходу в металлическое состояние [27]. Стоит обратить внимание, что рис. 7 также показывает существование

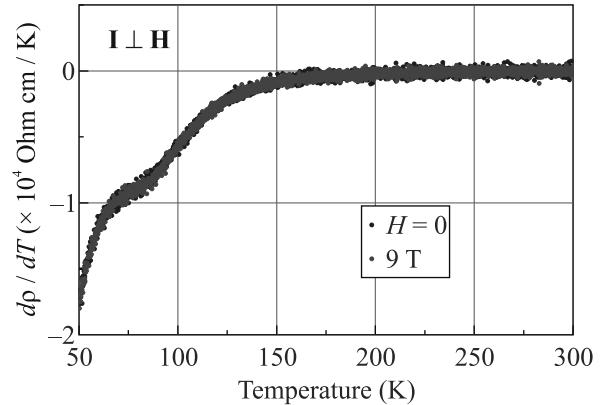


Рис. 7. (Цветной онлайн) Производная удельного сопротивления FeSi в нулевом магнитном поле и при 9 Тл, $I \perp H$. То же самое наблюдается в параллельной ориентации. Заметим, что FeSi находится на грани металлического состояния при 180–200 К

двух ветвей на кривой $d\rho/dT$, возможно, связанных с резким ростом числа носителей в зоне проводимости. С другой стороны, плато $d\rho/dT$ в диапазоне 150–200 К на рис. 7 указывает на то, что концентрация носителей могла достичь своего максимума (см. также [27]), а затем при очевидно малой длине свободного пробега неизвестная отрицательная компонента

определяет отрицательные значения магнетосопротивления FeSi при высоких температурах. Связана ли отрицательная компонента MR в FeSi с его хиральной природой, еще предстоит выяснить в будущих исследованиях; действительно, можно было бы ожидать, что уровень Ферми в металлическом FeSi приблизится к узлу Вейля при некоторой температуре. Однако хиральная аномалия Вейля приводит только к отрицательному продольному MR [28]. Любопытно, однако, что в FeSi, как показано на рис. 3с и 4с, продольное MR является конечным и отрицательным при 300 К, тогда как поперечное MR практически равно нулю, что, по-видимому, соответствует теоретическим выводам [28, 29].

Перейдем далее к рис. 8, на котором изображены кривые, иллюстрирующие MR в магнитном по-

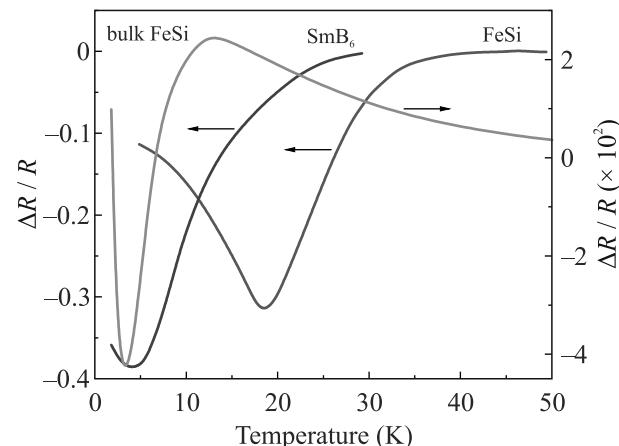


Рис. 8. (Цветной онлайн) Сравнение MR ($\Delta R/R = (R_{9T} - R_{0T})/R_{0T}$) FeSi и SmB₆ в зависимости от температуры в магнитном поле $B = 9$ Тл из работы [14]. Данные настоящей работы в объемном образце FeSi также представлены на графике. Отметим, что MR объемного FeSi на порядок меньше MR нитевидного [14]. Размеры образцов в обоих случаях существенно различаются: мкм и мм в нитевидных и объемных образцах соответственно

ле 9 Тл для нитевидного образца FeSi и изолятора Кондо SmB₆, доказывающие их близкое сходство по утверждениям авторов [14]. С другой стороны, зависимость $\Delta R/R$ для объемного образца FeSi по текущим данным, как видно, больше похожа на соответствующую зависимость для SmB₆, чем на таковую для нитевидного образца FeSi, хотя MR объемного FeSi на порядок меньше, чем нитевидного. Фактически, минимумы в MR SmB₆ и объемного FeSi являются результатом небольшого несоответствия двух кривых с высоким сопротивлением в нулевом магнитном поле и при 9 Тл, в то время как минимум в MR нитевидного FeSi связан с образованием про-

водящей поверхности при 19 К. Стоит также отметить отсутствие второй энергетической щели на кривой сопротивления нашего объемного образца FeSi (рис. 2), как это было обнаружено для нитевидного FeSi [13, 14]. Более того, сходство между температурной зависимостью магнетосопротивления нитевидного FeSi и изолятора Кондо SmB₆ [14] кажется не очевидным. Возможно, нитевидный FeSi является абсолютно уникальным материалом и нет необходимости сравнивать его с хорошо изученным материалом.

Заключение. Итак, исследовано MR хорошо охарактеризованного объемного образца FeSi. Магнетосопротивление FeSi (рис. 3, 4) (1) слабо чувствительно к ориентации образца относительно магнитного поля, (2) MR можно разделить на две группы по температуре измерений: низкая $T < 6$ К и высокая $T > 6$ К. В отличие от низкотемпературной зоны, MR при высоких температурах ведет себя довольно регулярно в зависимости от магнитного поля и температуры. Высокотемпературная часть MR проходит через максимум примерно при 12 К и постепенно уменьшается, приближаясь к слегка отрицательным значениям, а затем к нулю. Таким образом, наблюдения предполагают существование отрицательной компоненты MR, появляющейся примерно при 12 К, окончательно определяя отрицательные значения как поперечного, так и продольного MR FeSi при высоких температурах. Однако следует отметить, что, как показано на рис. 3с и 4с, в FeSi продольное MR конечно и отрицательно, тогда как поперечное MR практически равно нулю при 300 К, что предположительно указывает на топологическую природу отрицательной компоненты MR. Действительно, при переходе FeSi в металлическое состояние при высоких температурах, как это, возможно, указано на рис. 1 и 7 (см. также [1, 2]), уровень Ферми может кататься соответствующих узлов Вейля в электронных спектрах, что приведет к отрицательному продольному магнетосопротивлению [28, 29].

Финансирование работы. Данная работа финансировалась за счет средств бюджета Физического института имени П. Н. Лебедева Российской академии наук. Никаких дополнительных грантов на проведение или руководство данным конкретным исследованием получено не было.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. K. Ishizaka, T. Kiss, T. Shimojima, T. Yokoya, T. Togashi, S. Watanabe, C. Q. Zhang, C. T. Chen, Y. Onose, Y. Tokura, and S. Shin, Phys. Rev. B **72**, 233202 (2005).

2. M. Arita, K. Shimada, Y. Takeda, M. Nakatake, H. Namatame, M. Taniguchi, H. Negishi, T. Oguchi, T. Saitoh, A. Fujimori, and T. Kanomata, *Phys. Rev. B* **77**, 205117 (2008).
3. V. Jaccarino, G. K. Wertheim, J. H. Wernick, L. R. Walker, and S. Arajs, *Phys. Rev.* **160**, 476 (1967).
4. M. B. Hunt, M. A. Chernikov, E. Felder, H. R. Ott, Z. Fisk, and P. Canfield, *Phys. Rev. B* **50**, 14 933 (1994).
5. D. Mandrus, J. L. Sarrao, A. Migliori, J. D. Thompson, and Z. Fisk, *Phys. Rev. B* **51**, 4763 (1995).
6. C. Fu and S. Doniach, *Phys. Rev. B* **51**(17), 439 (1995).
7. S. Paschen, E. Felder, M. A. Chernikov, L. Degiorgi, H. Schwer, H. R. Ott, D. P. Young, J. L. Sarrao, and Z. Fisk, *Phys. Rev. B* **56**, 12916 (1997).
8. V. V. Mazurenko, A. O. Shorikov, A. V. Lukoyanov, K. Kharlov, E. Gorelov, A. I. Lichtenstein, and V. I. Anisimov, *Phys. Rev. B* **81**, 125131 (2010).
9. J. M. Tomczak, K. Haule, and G. Kotliar, *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* **109**, 3243 (2012).
10. O. Delaire, K. Marty, M. B. Stone, P. R. C. Kent, M. S. Lucas, D. L. Abernathy, D. Mandrus, and B. C. Sales, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **108**, 4725 (2011).
11. H. Miao, T. T. Zhang, L. Wang, D. Meyers, A. H. Said, Y. L. Wang, Y. G. Shi, H. M. Weng, Z. Fang, and M. P. M. Dean, *Phys. Rev. Lett.* **121**, 035302 (2018).
12. Susmita Changdar, S. Aswartham, Anumita Bose, Y. Kushnirenko, G. Shipunov, N. C. Plumb, M. Shi, Awadhesh Narayan, B. Büchner, and S. Thirupathaiah, *Phys. Rev. B* **101**, 235105 (2020).
13. Y. Fang, Sh. Ranc, W. Xied, Sh. Wange, Y. Sh. Menge, and M. B. Maple, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **115**, 8558 (2018).
14. A. Breindel, Y. Deng, C. M. Moir, Y. Fang, Sh. Ran, H. Lou, Sh. Li, Q. Zeng, L. Shu, Ch. T. Wolowiec, I. K. Schuller, P. F. S. Rosa, Z. Fisk, J. Singleton, and M. B. Maple, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **120**(8), e2216367120 (2023).
15. S. M. Stishov and A. E. Petrova, *Phys.-Uspekhi* **66**, 576 (2023).
16. K. G. Lisunov, E. K. Arushanov, Ch. Kloc, J. Broto, J. Leotin, H. Rokoto, M. Respaud, and E. Bucher, *Physica B* **229**, 37 (1996).
17. H. Ohta, T. Arioka, Y. Yamamoto, S. Mitsudo, T. Hamamoto, M. Motokawa, Y. Yamaguchi, E. Kulatov, *Physica B* **237–238**, 463 (1997).
18. V. V. Glushkov, I. B. Voskoboinikov, S. V. Demishev, I. V. Krivitskii, A. Menovsky, V. V. Moshchalkov, N. A. Samarin, and N. E. Sluchanko, *ZhETF* **126**, 444 (2004).
19. P. Sun, B. Wei, D. Menzel, and F. Steglich, *Phys. Rev. B* **90**, 245146 (2014).
20. A. B. Pippard, *Magnetoresistance in Metals*, Cambridge University Press, N.Y. (1989).
21. B. L. Al'tshuler, A. G. Aronov, A. I. Larkin, and D. E. Khmel'nitskii, *ZhETF* **81**, 768 (1981).
22. A. A. Abrikosov, *Fundamentals of the Theory of Metals*, North Holland, Amsterdam (1988).
23. B. L. Al'tshuler, A. G. Aronov, and D. E. Khmel'nitskii, *JETP Lett.* **36**, 157 (1982).
24. V. L. Nguen, B. Z. Spivak, and B. I. Shklovskii, *ZhETF* **89**, 1770 (1985).
25. H. L. Zhao, B. Z. Spivak, M. P. Gelfand, and Sh. Feng, *Phys. Rev. B* **44**, 10760 (1991).
26. M. E. Raikh and C. E. Glazman, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 128 (1995).
27. B. C. Sales, E. C. Jones, B. C. Chakoumakos, J. A. Fernandez-Baca, H. E. Harmon, J. W. Sharp, and E. H. Volckmann, *Phys. Rev. B* **50**, 8207 (1994).
28. D. T. Son and B. Z. Spivak, *Phys. Rev. B* **88**, 104412 (2013).
29. A. A. Burkov, *Phys. Rev. B* **91**, 245157 (2015).

Релаксационные явления в разбавленных, заряженных растворах

Б. Тимофеев⁺, В. Шикин^{*1)}

⁺Национальный исследовательский центр эпидемиологии и микробиологии имени почетного академика Н. Ф. Гамалеи, 123098 Москва, Россия

^{*}Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт физики твердого тела имени Ю. А. Осипьяна РАН (ИФТТ РАН), 142432 Черноголовка, Россия

Поступила в редакцию 7 августа 2024 г.

После переработки 28 октября 2024 г.

Принята к публикации 28 октября 2024 г.

Импедансная диагностика регулярно присутствует в изучении транспортных явлений проводящих сред разной мерности. Общей причиной, заставляющей прибегать к *ac*-усложнениям на фоне сравнительно простых методических возможностей *dc*-режима, является желание исключить влияние на вольт-амперную характеристику контактных явлений, сопутствующих *dc*-измерениям. Анализ деталей релаксационных явлений в электролитах с линейной по плотности n_d легирующей примеси электрогоидродинамикой предлагается в данной работе.

Показано, что требование линейности по n_d электрогоидродинамики разбавленных растворов не может выполняться с использованием известной теории проводимости электролитов Дебая–Хюккеля–Онсагера. Предложена ее линейная альтернатива с привлечением основных положений теории транспорта в мелко дисперсных двухфазных системах, именуемой в литературе формализмом Максвелла. Отмечены возникающие при этом согласованные возможности трактовать наблюдаемое время релаксации τ_c в форме $\tau_c \simeq RC$. Здесь R – сопротивление объемной части ячейки с электролитом в терминах формализма Максвелла, C – электролитические емкости переходных областей металл–электролит, возникающие на ее управляющих электродах. Обсуждаются примеры успешного использования RC согласованной *ac*-диагностики.

DOI: 10.31857/S0370274X24120096, EDN: BVYRPF

Хорошо известно, что транспортные *dc*-измерения в проводящих средах разной природы мало эффективны (мешают экранирующие свойства проводников (в частности электролитов), см. содержательную, частично обзорную работу [1]). Более последовательна *ac*-диагностика электролитов с выявлением свойств различных времен релаксации τ_c , чему, собственно, и посвящена работа [1].

На деле постановка задачи о релаксации содержит ряд требований, удовлетворение которым проблематично. Формализм [1] нуждается в линейном по плотности n_d легирующей примеси законе Ома. Линейную электрогоидродинамику, используемую авторами [1], принято называть симметричной, бинарной (1 : 1) версией теории. Она содержит важные для электролитов эффекты экранирования проводящей средой внешних возмущений, но оставляет без внимания возможность экранировки центрально-симметричных полей каждого из ионов коллективной реакцией окружающих его заряженных соседей. Кроме того, этот формализм игнорирует собствен-

ную проводимость разбавленных растворов, фактор, заметно влияющий на конечные результаты.

Популярная модификация теории, учитывающая кулоновское взаимодействие ионов между собой, содержится в работах Дебая–Хюккеля–Онсагера [2–4] (см. основные руководства по тематике [5–11]). В этом варианте теории подвижность ионов $\zeta_{\pm}(n_d)$, участвующих в формировании потоков заряженных частиц, начинает зависеть от n_d (подробнее см. ниже, формула (10)). Как следствие, закон Ома для плотности тока \mathbf{j} в форме $\mathbf{j}_{\pm} = \pm e n_d \zeta_{\pm}(n_d) \mathbf{E}$ не может быть линейной функцией n_d и, к сожалению, непригоден для нужд теории [1].

Существующее положение дел дает возможность согласованно разобраться с возникающими к *ac*-диагностике вопросами. Детали ответов представлены в данной работе.

А. Микроскопическим по отношению к задачам о релаксации в заряженных средах считается анализ системы уравнений, содержащей гидродинамическое уравнение неразрывности, закон Ома для плотности тока \mathbf{j}_{\pm} в электрохимическом представлении

$$e\dot{n}_{\pm} + \operatorname{div}\mathbf{j}_{\pm} = 0, \quad |e|\mathbf{j}_{\pm} = \sigma_{\pm}\nabla\mu_{\pm}, \quad (1)$$

¹⁾e-mail: shikin@issp.ac.ru

и уравнение Пуассона, связывающее локальные значения электропотенциала φ с плотностью подвижных зарядов n_{\pm} в этой же области. Здесь: σ_{\pm} – проводимости подвижных заряженных компонент электролита, $\mu_{\pm}(n_{\pm}, \varphi)$ – явный вид электрохимического потенциала.

Конечные результаты [1], следующие из (1) для заряда $q(t)$, нормированного удобным для авторов [1] способом (указано в подписи к рис. 1), со ступенча-

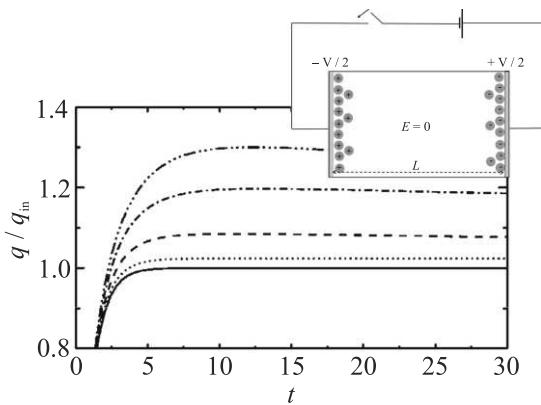


Рис. 1. (Цветной онлайн) Безразмерные значения аккумуляционного заряда $q(t)/q_{\text{in}}$ в единицах $2zeC_0L$ (e – единичный заряд, z – число зарядов на отдельном ионе, C_0 – концентрация легирующей примеси, L – размеры кюветы в нормальном управляемом электродам направлении) в функции от безразмерного времени $t = t/\tau_c$ для ячейки с “запертыми электродами” из [1]. Определение τ_c см. (2). Численные результаты для $q(t)$ при разных значениях $v = eV_g/T$ управляемого напряжения V_g : $v = 1$ (dot); $v = 2$ (dash); $v = 3$ (dot-dash); $v = 4$ (dot-dot-dot-dash) – сравниваются с линейной в смысле [1] кинетикой $q_{\text{in}}(t)$ (формализм линеен, если $\lambda_D/L \rightarrow 0$, где λ_D – дебаевская длина данного легированного электролита; в расчетах для рис. 1 $\lambda_D/L = 0.05$). На вставке, модельная схема, получившая название “ячейка с запертыми электродами”. Вся электрогидродинамика здесь реализуется в объеме кюветы между управляемыми электродами. Полагается, что внешнее оформление измерительной ячейки (как это сделано на рис. 2) мало существенно. Схематически обозначены зоны с образованием аккумуляционных слоев

тым по времени возбуждением на обкладках управляемого конденсатора ячейки рис. 1 с “запертыми концами” (см. вставку к рис. 1) собраны на рис. 1. Они говорят о том, что в интересующем нас пределе массивной жидкости ($\lambda_D/L \ll 1$, λ_D – длина Дебая для данного электролита, L – размеры плоской кюветы в направлении возмущающего электрического поля) функция $q(t/\tau_c)$ начинается с нуля, монотонна

во времени, содержит одно время релаксации τ_c (2) и в области $t \geq \tau_c$ ведет себя экспоненциально

$$\tau_c \simeq \lambda_D L / D_{\pm}, \quad \lambda_D^2 = \frac{\epsilon T}{2z^2 e^2 n_d}, \quad \zeta_{\pm} = |e| D_{\pm} / T, \quad (2)$$

$$\delta q(t > \tau_c) = [q_{\infty} - q(t \geq \tau_c)] \propto \exp(-t/\tau_c). \quad (3)$$

Здесь q_{∞} – асимптотика $q(t)$ в области $t \gg \tau_c$, ϵ – диэлектрическая постоянная электролита (точнее, ее независящая от плотности n_{\pm} часть), T – температура в энергетических единицах, D_{\pm} – коэффициенты диффузии в системе \pm – ионов электролита, ζ_{\pm} – их подвижность, связанная с D_{\pm} соотношением Эйнштейна, z – количество элементарных зарядов на отдельном ионе.

Авторы [1] объясняют происхождение времени τ_c следующими оценками: $\tau_c = \sqrt{\tau_L \tau_D}$; $\tau_L = L^2 / D$ – характерное диффузионное время на расстоянии L между управляющими электродами; $\tau_D = \lambda_D^2 / D$ – характерное время формирования аккумуляционного слоя.

Отметим также следующую из данных рис. 1 и качественно важную для верификации следствий формализма [1] зависимость времени τ_c от амплитуды V_g возбуждающего поля.

Согласно определению τ_c (3), интересующие нас данные относительно свойств D_{\pm} (читай, проводимости σ_{\pm}) возникают в связке с деталями задачи, формирующими длину экранирования λ_D . Другими словами, одних измерений вида рис. 1 недостаточно для определения свойств D_{\pm} в *ac*-режиме. Нужна независимая информация относительно λ_D , экспериментальная, либо расчетная! При этом следует иметь в виду уточнения относительно свойств экранирующей длины $\lambda_0 \neq \lambda_D$ в разбавленных электролитах, возникшие в последнее время (см. [12]).

Базисная в приложениях процедура выделения времени τ_c из экспериментальных данных относительно $Q(t)$ не реализована пока сообществом из обзоров [1, 13–15] ни в качестве проверочной к выводам теории [1], ни в изучении свойств каких-либо реальных разбавленных растворов (точнее, нам такие работы неизвестны). В этой связи обращают на себя внимание эксперименты [16] с использованием в качестве ячейки с “запертыми концами” (терминология [1]) *RC*-цепочки с участием стандартного электролитического конденсатора ($2 \times 1500 \text{ мкФ}, 35 \text{ В}$).

Схема модельной ячейки из [16], содержащей электролитический конденсатор C_d и калиброванные внешние сопротивления R_i , мешающие (в том числе) появлению больших токов на ранних стадиях процесса релаксации, представлена на рис. 2. В отличии

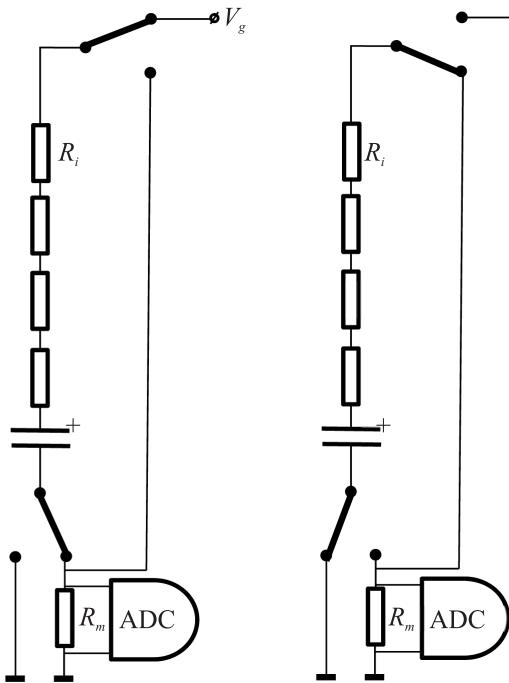


Рис. 2. Схема RC цепочки, реализованная с участием электролитического конденсатора C_d типа ECAP (K50-35) и калиброванных внешних сопротивлений R_i – прецизионных резисторов типа С2-29 (высокоточные, с малым температурным коэффициентом сопротивления) для измерения константы RC методом закорачивания соответствующих резисторов. Левая часть схемы отвечает зарядке емкости C_d от источника напряжения V_g . Правая часть – ее разрядке (перебросом контактов заряд уходит на “землю”). Зависящие от времени значения полного заряда $Q(t)$ на пластинах конденсатора вычисляются с использованием данных о протекании тока через эталонное сопротивление $R_m = 24.9 \text{ Ом}$ и последующей их *ADC* (*Analog-to-Digital Converter*) обработкой (пояснения к абривиатуре – в тексте работы [16]). Полученные на этом пути величины $Q(t)$, представлены на рис. 3. Наблюдаемый гистерезис данных в цикле “зарядка–разрядка” незначителен (масштабы разброса иллюстрируются данными рис. 3)

от идеализированной ячейки рис. 1, схема рис. 2 дает возможность проследить за влиянием внешнего оформления кюветы с электролитом на формирование времени τ_c .

Поведение заряда $Q_i(t)$ в экспериментах с ячейкой рис. 2 при варьировании величины V_g представлено на рис. 3. Сравнение данных для $Q_i(t)$ рис. 1 и 3 показывает, что внешние условия влияют на локальное поведение интересующей нас функции, оставляя открытым вопрос о существовании понятия времени τ_c (3). Нужны дополнительные усилия в освоении информации рис. 3.

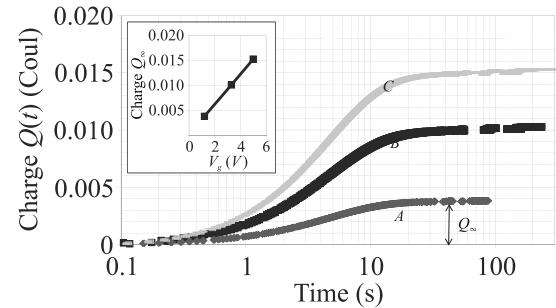


Рис. 3. (Цветной онлайн) Заряды $Q_i(t)$ в ячейке рис. 2 при ступенчатом нагружении конденсатора разными по величине напряжениями: (a) – $V_g = 1.2$ В; (b) – $V_g = 3.3$ В; (c) – $V_g = 5.0$ В (индекс i поясняет принадлежность $Q_i(t)$ данному значению V_g^i). Сопротивление внешней цепи – 1592.9 Ом. По оси ординат – ряд $Q_i(t)$ в Кулонах; вдоль абсциссы время в секундах с логарифмической шкалой. Каждая линия $Q_i(t)$ при фиксированном постоянном напряжении V_g регистрировалась 4 раза в 2 цикла заряд/разряд. В результате точки на графиках принадлежат всем 4-м кривым. При этом гистерезис характеристик в цикле заряд/разряд не наблюдался. Вертикальными стрелками поясняется определение Q_i^∞ , используемое по тексту для обезразмеривания. Кроме того, на вставке приведена зависимость $Q_i^\infty(V_g)$, подчеркивающая линейность по V_g рассматриваемых процессов релаксации (нелинейные эффекты начинаются для данного типа конденсаторов в области $V_g > 10$ В)

Обработка данных $Q_i(V_g^i, t)$ рис. 3 в координатах $(\ln [1 - q_i(t)], t)$ (наводящие соображения стимулируются формой асимптотики (3)) при управляющем напряжении $V_g^1 = 1.2$ В предлагается на рис. 4. Значения внешних сопротивлений R_i : а) – квадраты, $R_1 = 1592.9$; б) – ромбы, $R_2 = 1260.9$; в) – звезды, $R_3 = 928.9$; г) – треугольники, $R_4 = 569.9$.

Графики указывают на формирование двух режимов с “уплотнениями”, отвечающими релаксационному поведению $Q_i(V_g^i, t)$. Сценарий с использованием закона Ома в силовом приближении имеет место в зоне “1” и в данной работе подробно не обсуждается (детали см. [16]). Вариант с использованием закона Ома в электрохимическом представлении (1) – в зоне “2”. Параметры уплотнений получены обработкой линейных частей графиков с использованием асимптотики (2) и численной процедуры определения производных (подробности в тексте [16]). Соответствующие числа (среди них данные относительно $\tau_c^{(1,2)}$ (с)) приведены ниже в табл. 1.

Совокупность графиков $\ln[1 - q_i(t)]$ с формированием режимов: "1" и "2" – при управляющем напряжении $V_g^{(2)} = 3.3$ В – собрана на рис. 5. Обозначения

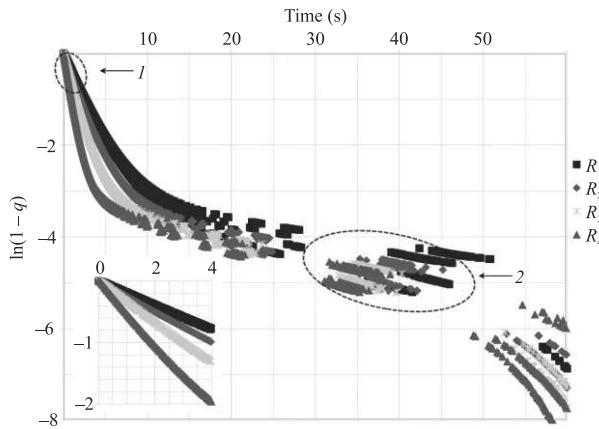


Рис. 4. (Цветной онлайн) Графики $Q_1(V_g^{(1)}, t)$ рис. 3 в координатах $(\ln[1 - q_1(t)], t)$ при управляющем напряжении $V_g^{(1)} = 1.2$ В. $q_1(t) = Q_1(V_g^{(1)}, t)/Q_\infty(V_g)$. Кривые демонстрируют формирование двух режимов: зоны “1” и “2” – допускающих введение понятия экспоненциального времени релаксации вида (3). Второй из них слабо зависит от деталей внешнего оформления ячейки рис. 2 и может быть использован для определения времени τ_c

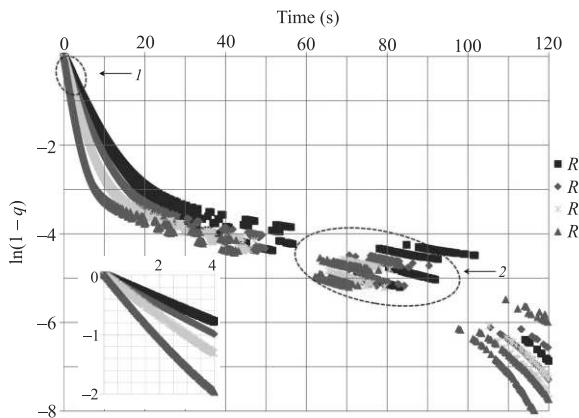


Рис. 5. (Цветной онлайн) Серия графиков $\ln[1 - q_2(t)]$ с формированием режимов: “1” and “2” – в условиях $V_g^{(2)} = 3.3$ В. Вставка поясняет детали образования зоны “1” (аналогично процессам на рис. 4). Эпицентр зоны “2” ориентирован на перевальные точки, в которых d^2Q_2/dt^2 меняет знак

точек с внешними сопротивлениями R_i аналогичны рис. 4. Вставка поясняет детали зоны “1” (аналогично рис. 3). Эпицентр зоны “2” ориентирован на перевальные точки, в которых d^2Q_2/dt^2 меняет знак. Данные относительно $\tau_c^{(3.3)}$ (с) приведены в табл. 1.

В этой таблице представлена сводка чисел при обработке данных рис. 4 и 5, отвечающих разным значениям управляющих напряжений: $V_g = 1.2$ В и $V_g = 3.3$ В. Первая строчка – значения внешних сопротивлений R_i в Омах, используемых при записи

Таблица 1. $V_g^{(1)} = 1.2$ В; $V_g^{(2)} = 3.3$ В

R_i (Ом)	569.9	928.9	1200.9	592.9
$\tau_c^{(1.2)}$ (с)	17.4	14.8	14.2	15.6
$\tau_c^{(3.3)}$ (с)	43.7	44.7	45.8	51.5

$Q_i(t)$. Вторая и третья горизонтали – времена τ_c , следующие из анализа наклонов плато в режиме “2”. Эти времена не должны зависеть от R_i (эксперимент [16] подтверждает такую независимость) и, согласно расчетам [1], растут с увеличением V_g (что, судя по данным рис. 4, 5, также качественно верно).

Резюмируя, релаксационная теория [1] свойств ячейки рис. 1, заполненной (1 : 1) электролитом в режиме с $\theta(t)$ накачкой, находит свое подтверждение в модельных экспериментах с электролитическим конденсатором, интегрированным в импедансную цепь рис. 2. Показано, что время релаксации τ_c со сложной структурой (2), действительно, существует. С этой целью следует привлекать информацию, возникающую в зонах “2” графиков рис. 4 и 5. Оправданы импедансные упрощения, используемые авторами [1] для описания свойств ячейки с “запертными концами”. Становится понятной логика привлечения импедансного RC -языка, традиционно используемого ac -диагностикой разбавленных электролитов в задачах с периодической накачкой. Все известные RC -методики: (5), (7), (9) – имеют своей основой уравнение (4). Но лишь одна из них, за номером (5), согласована с выводами микротеории (1)–(3), использующей в своих выкладках $V_g\theta(t)$ – возбуждающий потенциал. Переход к периодической накачке нетривиален с формальной точки зрения и пока не исследован на микроуровне. Тем не менее, имеющиеся экспериментальные данные подтверждают эффективность методик (7), (9). Вопрос модифицируется. Пока нельзя утверждать, что разные методики дают “на выходе” одинаковые значения RC .

В. Свойства функции $Q(t)$ рис. 1 успешно мажорируются зависимостью $Q(t)$, полученной решением (5) уравнения (4) в условиях $V_g(t) = V_g\theta(t)$.

$$R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C_0} = V_g(t), \quad C_0 \simeq S/\lambda^*. \quad (4)$$

Если $V_g(t) = V_g\theta(t)$

$$Q(t) = C_0 V_g [1 - \exp(-t/\tau_{rc})], \quad Q(0) = 0, \quad (5)$$

$$\tau_{rc} = RC_0, \quad \lambda^* \ll L.$$

Здесь R – сопротивление объемной части ячейки с электролитом, C_0 – статическая электролитическая емкость на границах металл–электролит,

S имеет смысл площади контактирующих электродов в плоско-параллельной геометрии, λ^* – эффективная длина экранирования на границах металлического электролита (в общем случае $\lambda^* \neq \lambda_D$).

Феноменологическое уравнение для $Q(t)$ (4) известно со временем Gouy (1909), (1910) and Chapman (1913) (ретроспективные детали см. в [1]), реально способствуя введению характерного времени $\tau_{rc} = RC$ (лишь в такой комбинации проводимость электролита $\sigma \propto R^{-1}$ доступна измерениям в *ac*-режиме). Разница между (1) и (4) заключается в модельном предположении о существовании емкости C_0 (4) на всем временном интервале, включая начальную стадию возмущения $V_g(t) = V_g\theta(t)$. В этом пределе за правильным поведением $Q(t)$ можно следить лишь с помощью уравнений (1). Формализм из [1] для того и привлечен к решению задачи (1), чтобы “на выходе” в области $t \geq \tau_c$ получить ответ на вопрос, имеется ли единое характерное время τ_c , наличие которого доступно наблюдениям? Ответ (3) для τ_c оказывается положительным, и в этом – залог возможностей использования релаксационных процессов (1), (2) в задаче о релаксационных процессах в электролитах. Очень кстати и совпадение масштабов времен τ_c из (3) и $\tau_{rc} = RC$ из (5).

$$\tau_c/\tau_{rc} = 1. \quad (6)$$

Это утверждение специально отмечено авторами [1], хотя настаивать на численном коэффициенте $\simeq 1$ в оценке (6) нет оснований. Естественно, проверка (6) имеет отношение в полной мере лишь к задаче (5) с $V_g(t) = V_g\theta(t)$ накачкой.

Измерения рис. 4, 5, а также формулы (5) ясно показывают, где, на какой стадии сложного процесса релаксации нагляднее всего извлекать информацию относительно времени τ_c . Речь идет о его приближении к стационару (3), $Q(t) \rightarrow Q_\infty$. Что касается феноменологии (4), (5), она говорит об экспоненциальном затухании $\delta Q(t)$ на всей временной оси.

Продолжая тему, популярны *ac*-методики с использованием периодической накачки. Вариант с полем в форме $V_g(t) = V_g \exp(i\omega t)$ дает

$$i\omega\tau_{rc}Q_0 + Q_0 = C_0V_g, \text{ или, } Q_0(\omega) = \frac{C_0V_g}{1+i\omega\tau_{rc}}, \quad (7)$$

$$\text{Im } Q_0(\omega) \propto \frac{\omega\tau_{rc}}{1+\omega^2\tau_{rc}^2}.$$

Экстремум мнимой части $\text{Im } Q_0(\omega)$ по частоте находится в точке $\omega_{\max}\tau_{rc} = 1$. Как и в (5), вариант определения τ_{rc} в задаче с периодической накачкой дает информацию относительно комбинации $\tau_{rc} = RC$.

Возможна альтернатива сценарию (7) с использованием фазовых соотношений между $V(t)$ и $J(t)$.

Если $V(t) = V_g \cos(\omega t)$, соответствующий ток $J(t)$ равен

$$J(t) = \frac{U_0 \cos(\omega t - \theta)}{\sqrt{R^2 + \omega^{-2}C^{-2}}}. \quad (8)$$

Существуют приборы, способные измерять согласованно мнимую и вещественную части импеданса. Как следствие имеем следующее определение для сдвига фаз $\tan \theta$ между током $J(t)$ и управляющим напряжением $V(t)$

$$\tan \theta(\omega) = 1/(\omega RC). \quad (9)$$

Измеряя $\theta(\omega)$ и представляя $-\tan \theta(\omega)$ в функции $1/\omega$, можно выделить RC -комбинацию из имеющихся данных (9). Как и в (5), (7) обработка (9) дает информацию об RC -комбинации.

Очевидная привлекательность методик (7), (9) (примеры их использования обсуждаются ниже) на фоне более громоздкого способа (5) нивелируется отсутствием микроскопической поддержки уровня [1] феноменологии (4), (5) в условиях $\theta(t)$ накачки. Задача (1) с периодической накачкой пока не решена.

Важное, отмеченное во Введении, замечание касается реальных свойств проводимости электролита. Электрогидродинамика [1] в рамках (1) подтверждает существование уравнения (4) при условии, что проводимость σ_\pm ионов электролита является линейной функцией их плотности n_\pm (иначе не работает вторая из формул (1), следующая из правил Эйнштейна). Теория Дебая, Хюккеля, Онсагера [2–4] устроена сложнее. В самом деле, проводимость $\sigma_\pm = e_\pm n_\pm \zeta_\pm$, где ζ_\pm – подвижность свободных носителей заряда, содержащая две поправки: релаксационную и электрофоретическую – к своему базовому значению, зависящие от плотности n_\pm . Вторая из них ζ_{ef} , более простая по структуре, одинакова для ионов всех сортов и равна (формула (20.29) из [11])

$$\zeta_{ef} = -1.(6\pi\eta\lambda_D). \quad (10)$$

Здесь η – динамическая вязкость жидкости, λ_D – длина Дебая. Эта длина уменьшается с ростом n_d , что и определяет общее падение проводимости электролита с увеличением степени его легирования.

Возвращаясь к формуле (4), полезно отметить, что влияние плотности легирующей примеси на подвижность ионов должно сопровождаться появлением зависимости $R(Q)$. Уравнение (4) становится нелинейным, что должно качественно отражаться на структуре его решения. Вместо экспоненциального (5), оно может оказаться частично степенным (см. к примеру, комментарии в [17] о свойствах нелинейных релаксационных уравнений). Такая модифика-

ция доступна наблюдениям. По этой причине исследование свойств асимптотики $\delta Q(t \geq \tau_{rc})$, наряду с определением свойств τ_{rc} , позволяет судить о степени линейности уравнения (4).

С. Наличие в семействе графиков рис. 4, 5 указаний на линейность в поведении проводимости исследуемого электролита стимулирует поиски альтернативы механизму переноса зарядов по Дебаю–Хюккелю–ОНсагеру [2–4]. Подходящий сценарий со ссылкой на работы Максвелла намечается с использованием аналогии между транспортными свойствами разбавленных двухфазных смесей и аналогичных характеристик для сред, заполненных нейтральными (сусpenзии), либо заряженными (электролиты) нанообразованиями.

Проводимость $\sigma(\phi)$ мелкодисперсных двухфазных смесей определяется формулами Максвелла [18]

$$\frac{\sigma(\phi)}{\sigma_0} = 1 + \frac{3(\sigma_0/\sigma_0 - 1)\phi}{\sigma_0/\sigma_0 + 2 - (\sigma_0/\sigma_0 - 1)\phi}, \quad \phi = n_0 R_0^3 \leq 1, \quad (11)$$

где σ_0 – эффективная проводимость включения, σ_0 – проводимость исходной *basic liquid* (вода, спирты), ϕ – безразмерная плотность (*volume fraction*) для смеси двух фаз с одинаковым типом подвижных носителей заряда, затравочный радиус R_0 обозначен на рис. 6.

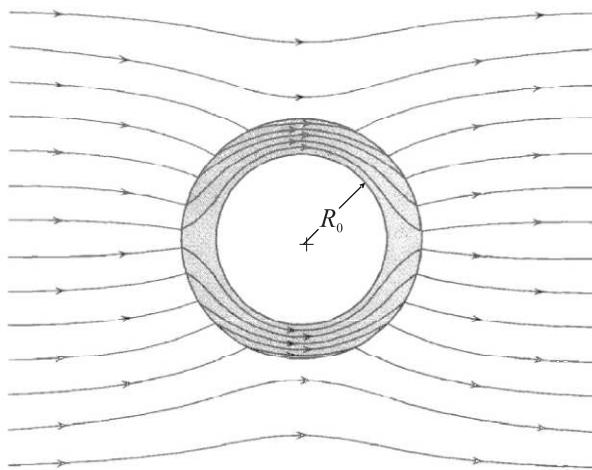


Рис. 6. Схема линий тока при обтекании ионами сферической сусpenзии радиуса R_0 . Задача решается с использованием уравнений: $\operatorname{div} \mathbf{j} = 0$; $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$ – и граничных условий, отвечающих сшивке нормальных компонент тока на границах сфер с разными значениями проводимости, т.е. $j_{\perp}^{(1)} = j_{\perp}^{(2)}$

При выводе формулы (11), справедливом в линейной области $\phi \ll 1$, полагается, что с включением внешнего поля нанокластеры остаются непо-

движными. Их присутствие искажает линии тока *basic liquid* (для наглядности см. рис. 6). Это обстоятельство влияет на эффективную проводимость $\sigma(\phi)$ (11). Нелинейность по ϕ общей формулы (11) в пределе $\phi \rightarrow 1$ имеет символическое происхождение (отношение $\sigma(\phi)/\sigma_0$ построено таким образом, чтобы оно стремилось к единице при $\phi \rightarrow 1$).

Топография линий тока рис. 6 имеет отношение к нанокластерам разной природы. В случае фазовых вкраплений в виде сферических включений шуба (серая зона) занимает весь объем каждой из сфер. Мелкие (однозарядные) примеси радиуса $R_0 \simeq R_{\text{Bohr}}$ окружены экранирующей шубой с повышенной плотностью противоионов, что на языке Максвелла эквивалентно фазовому вкраплению с повышенной проводимостью. Для популярных многозарядных образований (так называемые *DLVO*-коллоиды; абревиатура складывается из инициалов авторов оригинальных работ [19, 20]) радиус R_0 центрального заряженного ядра заметно превосходит радиус Бора R_{Bohr} ($R_0 \gg R_{\text{Bohr}}$). Затравка окружена шаровым экранирующим слоем толщины λ_0 с возможными вариантами: $R_0 \geq \lambda_0$, либо $R_0 \leq \lambda_0$. Внутри хорошо проводящего слоя плотность противоионов повышена (превышает объемную), и, как следствие, $\sigma_0/\sigma_0 > 1$. В случае сусpenзий центральная часть нанокластера (диэлектрик, либо металл радиуса R_0) лишены ионной проводимости. Но на границах этих гранул имеют место силы изображения электростатического происхождения. Как следствие, диэлектрические наносусpenзии окружены шубой с недостатком собственных ионов растворителя, так что $\sigma_0/\sigma_0 < 1$. А металлические гранулы, притягивая к себе ионы растворителя, имеют эффективную проводимость $\sigma_0/\sigma_0 > 1$.

В области малых $\phi \ll 1$ добавка $[\sigma(\phi) - \sigma_0]$ к проводимости основной жидкости линейна по ϕ . Эти, привлекательные для теории детали в поведении $\sigma(\phi)$, естественно, следуют из общей формулы (10), а в предельных случаях полезны и самостоятельно. Так, если $\sigma_0/\sigma_0 \rightarrow \infty$

$$\frac{\sigma(\phi)}{\sigma_0}|_{\max} \leq (1 + 3\phi). \quad (12)$$

В противном случае $\sigma_0/\sigma_0 \rightarrow 0$

$$\frac{\sigma(\phi)}{\sigma_0}|_{\min} \geq (1 - 3\phi/2). \quad (13)$$

Прямая связь формализма Максвелла с транспортом в электролитах, на первый взгляд, не просматривается. В электролитах речь идет о движении зарядов под действием однородного внешнего поля,

без проблем создаваемого в объеме проводящей среды. Транспорт по Максвеллу имеет дело с влиянием нейтральных включений конечной объемной плотности на проводимость σ_0 собственного электролита (механизм влияния схематически изображен на рис. 6). Задачи перекрываются между собой, если принять во внимание экранирующие свойства собственного электролита. В этом случае каждый примесный заряд, возникающий в растворе за счет диссоциации легирующей примеси, должен экранироваться ионами собственного электролита. Как следствие, пробный заряд превращается в нейтральное образование, схематически изображенное на рис. 6.

Процессы нейтрализации ионов, возникающих при диссоциации легирующей примеси, обнаруживают себя разными способами. Напомним результаты [21, 22] о поведении пробных зарядов вблизи границы раздела двух сред с разными значениями диэлектрической постоянной, структуру *DLVO*-коллоидов в объеме разбавленного электролита и на границе металл–электролит [23, 24], а также прямые расчеты проводимости по Максвеллу для разбавленных коллоидных растворов [25, 26].

В случае [21, 22] речь идет о закономерности $F_{\text{wos}}(z)$

$$F_{\text{wos}}(z) \simeq F_\epsilon(z) \exp(-2z/\lambda_0),$$

$$F_\epsilon(z) = \frac{q^2(\epsilon_1 - \epsilon_2)}{4\epsilon_1(\epsilon_1 + \epsilon_2)z^2}, \quad (14)$$

обнаруженной авторами отмеченных работ. Здесь $F_\epsilon(z)$ – классическая сила изображения для пробного, точечного заряда q [27]. λ_0 – эффективная длина экранирования. Величины ϵ_i отвечают значениям диэлектрических постоянных контактирующих сред. λ_0 – эффективная длина экранирования. Очевидно, заряд q , проявляя себя классически в зоне $z < \lambda_0$, самоэкранируется от взаимодействия с границей (и вообще, от своего ближайшего окружения, свойство, характерное для среды с проводимостью по Максвеллу) на расстояниях $z > \lambda_0$. Силы $F_{\text{wos}}(z)$ эффективно проявляют себя в задаче о свойствах поверхностного натяжения на границе вакуум–электролит, заметно перенормируя его значение [28].

Перефразирем результат (14) для нужд *DLVO* кластерной электростатики [23, 24]. Эти интегрально нейтральные образования (типичный *DLVO*-коллоид радиуса R_0 имеет заряженное до значений $Q = Ze$, $Z \gg 1$ ядро, полностью экранированное противоионами собственного электролита), приближаясь к границе раздела из объема электролита, должно приобретать конечный заряд, “оголяясь” частично

до состояния $Q_* = Z^*e \ll Q$ в меру $R_0 \gg \lambda_0$. Семейство *DLVO*-коллоидов, осевшее на границе металл–электролит, изображено на рис. 7.

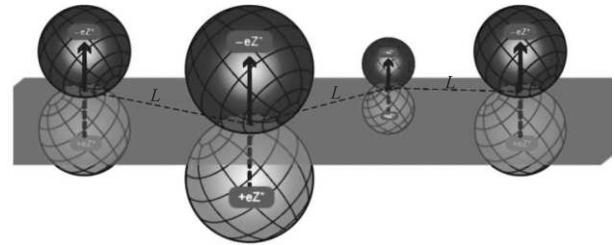


Рис. 7. (Цветной онлайн) *DLVO*-коллоиды вблизи границы металл–электролит. Эти нейтральные, сферически симметричные в объеме электролита образования (см. рис. 6), соприкасаясь с границей (голубая плоскость) приобретают конечный заряд $Q_* = Z^*e \ll \ll Q = Ze$, $Z \gg 1$ в меру $R_0 \gg \lambda_0$. Вместе с зарядами изображений: $Q_*^- = Q_*^+ - DLVO$ -коллоиды на границе металл–электролит приобретают свойства электрических диполей, взаимодействуя между собой со знаком отталкивания (факты, наблюдавшиеся экспериментально [23, 24])

Заканчивая данный раздел обсуждением возможностей формализма Максвелла, естественно привести успешные примеры его использования. Рисунок 8 с данными [13] содержит для проводимости

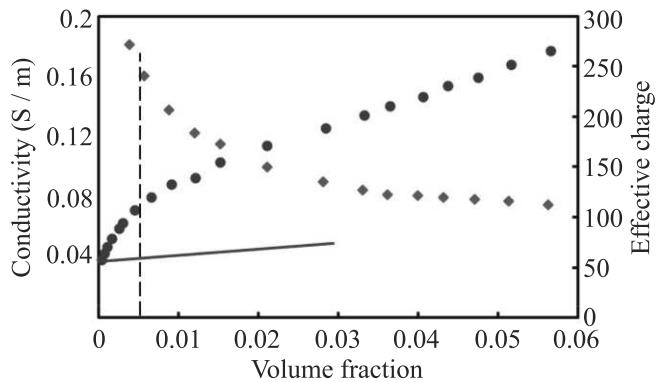


Рис. 8. (Цветной онлайн) Проводимость *DLVO* коллоидного раствора – в функции от ϕ – синие кружки. Избыточный заряд (зеленые ромбочки), возникающий, согласно *MSA* теории [29–31] на каждом из коллоидов при движении в слабом электрическом поле. Вертикальный штрих-пунктир отмечает посчитанную в [13] границу $n_0 R_0^3 \sim 1$. Красная линия символизирует максимально возможный наклон зависимости $\sigma_0(\phi)$ в ее трактовке “по Максвеллу”

σ_0/σ_0 переходную (помеченную вертикальной меткой) область ϕ , для которой $n_0 R_0^3 \sim 1$ (см. (11)). Левее вертикальной риски в области $n_0 R_0^3 \leq 1$ со-

седние экранирующие сферы не касаются друг друга. В этой области согласно (12) σ_{\odot}/σ_0 должно быть линейно по ϕ . Правее метки нарастает взаимное перекрытие шуб *DLVO*-коллоидов, и, по мнению авторов [29–31] (см. также [32]), в полной мере справляют закономерности предлагаемого ими *MSA* формализма (*Mean Spherical Approximation*). В его рамках наблюдаемые (голубые) данные рис. 8 находят свое количественное объяснение ценой появления на каждом из движущихся *DLVO* коллоидов динамического заряда eZ_{din} (зеленые ромбочки, правая ордината), значения которого растут с уменьшением ϕ . Как отмечено выше, эффективная проводимость среды с такими свойствами не может быть линейной функцией плотности легирующей примеси.

Продвижение налево, в сторону $\phi \ll 1$, представленное данными для отношения $\sigma(\phi)/\sigma_0$ рис. 9 в

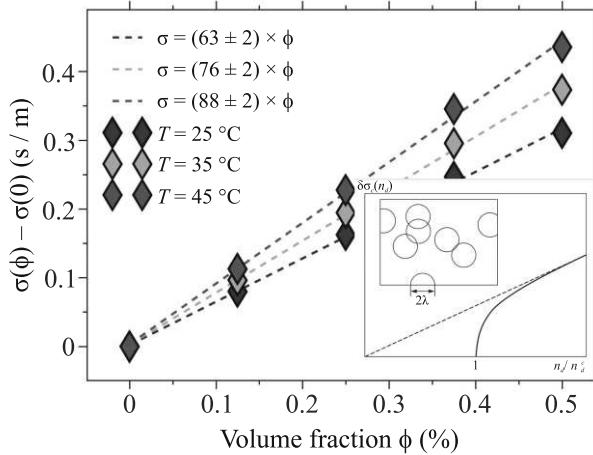


Рис. 9. (Цветной онлайн) Данные [33] о проводимости коллоидного раствора со свойствами, аналогичными приведенным на рис. 8. Линейное поведение $\sigma(\phi)$ согласованно сшивается с начальным участком такой зависимости (данные левее вертикальной метки $\phi_c \simeq 0.005$ на рис. 8). На вставке – альтернатива формализму Максвелла, имеющая место в условиях $\sigma_0 = 0$ (задача о перколяции [34])

аналогичной (как и в [13]) коллоидной среде из [33], ожидаемо линейно по ϕ . Такое, регулярно наблюдаемое поведение в линейном транспорте коллоидных сред резко контрастирует с хорошо известной перколяционной картиной проводимости слабо легированной среды в условиях $\sigma_0 \rightarrow 0$ (см. на этот предмет книгу [34]; схематически проводимость среды с конечным порогом протекания представлена на вставке к рис. 9). Уже этих возможностей теории Максвелла достаточно для ее привлечения к пониманию происходящего с проводимостью $\sigma(\phi)/\sigma_0$ в разбавленных растворах.

Однако успешность максвелловской трактовки проводимости *DLVO* коллоидных растворов [13, 33] с наглядными иллюстрациями рис. 8, 9, переплетается с быстро нарастающим комплексом вопросов относительно аномалий проводимости по Максвеллу в разбавленных коллоидных растворах и особенно в наносусpenзиях (см. обзоры [13–15]).

D. Современные наносусpenзии – высококачественный продукт с паспортной ответственностью за химический состав и геометрическую калибровку гранул. Эксперименты с транспортом в разбавленных наносусpenзиях интересны разнообразными приложениями. Одно из направлений касается исследований в таких средах аномалий проводимости по Максвеллу.

Как показано разными авторами с привлечением различных наносусpenзий (см. обзоры [14, 15]), измерение стандартными средствами проводимости разбавленных сред ведет к неожиданному результату. Значения проводимости $\sigma(\phi)$ линейно растут с увеличением параметра ϕ в соответствии с ожиданиями (11), по Максвеллу. Но этот рост аномально велик по сравнению с предсказаниями теории в форме оценки (12). К примеру, данные о проводимости *DLVO*-коллоидного раствора на водной основе из [13] представлены на рис. 8. Красная линия отвечает предельной асимптотике $\sigma_{\text{max}}(\phi)$, отвечающей определению (12). Эксперимент рис. 8 в области левее вертикальной метки демонстрирует $\sigma(\phi)/\sigma_0 \simeq (1 + 50\phi)$ с наклоном $d\sigma(\phi)/d\phi$, в десятки раз превышающим возможность формализма Максвелла.

Для информации, на этом же рис. 8 собраны детали, имеющие отношение к *MSA* формализму [29–31] и аналогичной по содержанию деятельности [32]. Эти теории, развивая идеи Дебая–Хюкеля–Онсагера [2–4], объясняют данные [13] на рис. 8 гораздо лучше, чем это представляется возможным в приближении Максвелла. Но, как будет видно далее, аномалия по Максвеллу для данных левее вертикальной метки (область с $\phi_c \simeq 1$) находит свое естественное объяснение в рамках *RC* трактовки происходящего. Что касается нелинейной области правее метки, на самом деле не ясно, каким образом извлечена эта информация из данных [13] в области $\phi \geq \phi_c$ с внешними параметрами, не позволяющими использовать достоинства *RC*-диагностики (доказательство [1] существования времени τ_c в этой области перестает быть “легитимным”, ибо уравнение вида (3) становится нелинейным).

В самом деле, наблюдаемые данные (синие кружки рис. 8) представлены в форме, противоречащей изложенным выше *RC*-представлениям об

ас-возможностях импедансных методик (данные эксперимента не содержат прямой зависимости $\sigma_{\odot}(\phi)$), и авторы [13] в пояснениях к рис. 8 понимают это. Измерения свойств раствора проводились с помощью прибора *Wagne-Kerr bridge* (модель 6425 А) на четырех частотах: 1, 2, 5 и 10 кГц – с дальнейшей экстраполяцией результатов в область $\omega^{-1} \rightarrow 0$. Другими словами, речь идет о методике (8), (9), дающей возможность извлечь RC -информацию, пользуясь наблюдаемым сдвигом фаз. Осталось понять, как эти данные преобразуются в зависимость $\sigma_{\odot}(\phi)$ рис. 8 без объяснений о поведении емкости $C(\phi)$ при варьировании ϕ ? В работе [13] эта информация опущена. И напрасно, см. данные рис. 11 и комментарии на этот предмет.

Особенно вызывающее аномалия выглядит для алмазной пудры в спирте (средний размер R_0 алмазных нано-частиц примерно $R_0 \simeq 4$ нм). Согласно данным авторов [34] (с привлечением рассуждений (13) к рис. 6 о природе проводящих свойств диэлектрических нановключений), диэлектрическое легирование спирта вместо падения проводимости суспензии согласно (11), (13) ведет к ее возрастанию примерно на три порядка (см. рис. 10, где $\sigma(\phi)/\sigma_0 \simeq 1 + 3734\phi$!). Становится ясно, что дело не только в свойствах проводимости (11). Нужны дополнительные факторы, способствующие порождению аномалии.

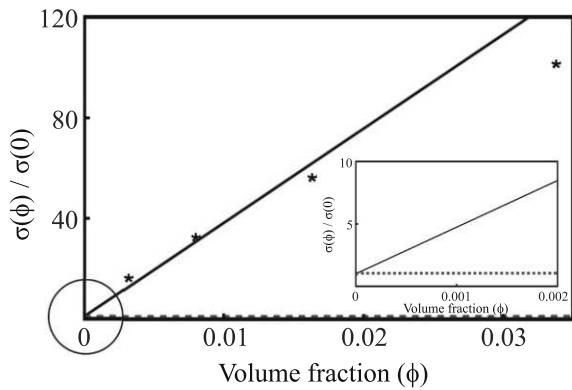


Рис. 10. (Цветной онлайн) Аномалия проводимости $\sigma(\phi)$ по Максвеллу для суспензии спирт с алмазной пудрой [35] Вместо падения, присущего согласно формуле (13) суспензиям с диэлектрическим дегираванием (эта зависимость для наглядности помечена кружком) проводимость демонстрирует положительную аномалию: $\sigma(\phi)/\sigma_0 \simeq 1 + 3734\phi$

Конструктивные предложения содержатся в работах [36, 37]. Здесь резонно отметили, что согласно (3)–(7) в линейной *ac*-диагностике измеряется не проводимость среды, а время $\tau_{rc} = RC$. В таких условиях чувствительным к параметру ϕ может быть не

только сопротивление $R(\phi)$, но и электролитическая емкость $C(\phi)$ границ металл–спирт, неизбежно присутствующих в измерительном процессе. И если само определение времени τ_{rc} в форме $\tau_{rc} \simeq RC$ принималось во внимание уже первоходцами освоения методик аккуратных измерений проводимости $\sigma(\phi) \propto \propto R(\phi)^{-1}$ (детали см., к примеру, в классической книге по тематике [5]), природа зависимости $C(\phi)$ и ее влияние на свойства τ_{rc} до сих пор не обсуждались (точнее, нам такие публикации неизвестны).

Нагляднее всего появление зависимости $C(\phi)$ дает себя знать в экспериментах с диэлектрическими нановключениями. Исходные *basic liquid* (вода, спирт), среди прочего, способствуют появлению на границе металл–электролит огромной электролитической емкости $C_0 \propto S/\lambda_{\text{aq}}$, где λ_{aq} – характерная длина экранирования для данного растворителя. Появление в суспензии конечной плотности “ ϕ ” нановключений сопровождается (в том числе) их адсорбцией на границу металл–электролит. Развитие такого обратимого процесса с вариациями: однослойная адсорбция по Лэнгемору, либо ее многослойное обобщение (*BET-theory* [38]) – ведет для нейтральных нановключений к появлению на металлической границе диэлектрической прослойки толщиной $d(\phi)$, монотонно растущей с увеличением степени легирования “ ϕ ” суспензий. Появляется возможность представить емкость $C(\phi)$ в форме

$$C(\phi) \simeq \frac{S}{\lambda_{\text{aq}} + d(\phi)}. \quad (15)$$

Согласно (15) в области $d(\phi) \geq \lambda_{\text{aq}}$ должно возникать монотонное падение емкости $C(\phi)$ с ростом толщины пленки $d(\phi)$. Наличие падения оптимально для наблюдений, если исходная емкость $C_0 \propto \propto S/\lambda_{\text{aq}}$ достаточно велика (вопрос о качестве границы металл–электролит) и размеры R_0 нановключений сравнительно малы, $R_0 \leq \lambda_{\text{aq}}$. Реализация необходимых условий вполне возможна на современном уровне технологии в приготовлении наносуспензий (см. [14, 15]).

В ряду публикаций по тематике работы [35] содержатся данные, подтверждающие справедливость гипотезы [36, 37]. Здесь сохранен первоисточник информации (данные рис. 11) для своих конечных результатов, собранных на рис. 10 (как правило, авторы работ, собранных в обзорах [14, 15], таких откровений себе не позволяют, считая, по-видимому, информацию рис. 11 вспомогательным, промежуточным материалом). Речь идет о релаксационных резонансах (7) в линейной *ac*-диагностике на базе уравнения (4) при наличии периодической накачки, аккуратно ис-

следованных авторами работы [35] и представленных на рис. 11.

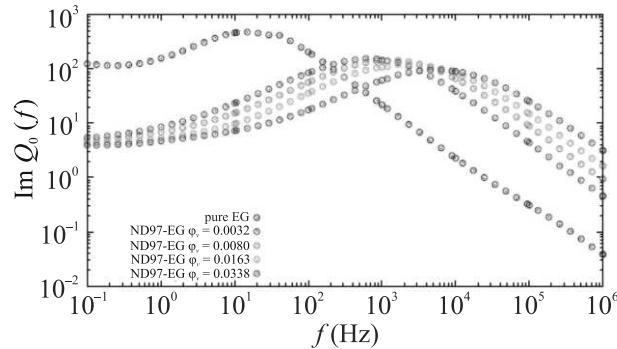


Рис. 11. (Цветной онлайн) Данные [35] для $\text{Im } Q_0(f)$, $\omega = 2\pi f$ в супензии “спирт + алмазная пудра” с параметрами образца ND97

Среди имеющихся сценариев: (5), (7), (9) – определения времени релаксации τ_{rc} методика (7) смотрится нагляднее других. Но ее обоснование из первых принципов (1) пока отсутствует.

Значения τ_{rc} , следующие из данных рис. 11, и аналогичная информация для супензии с пудрой ND87 собраны в табл. 2. Два набора данных о релаксационных резонансах вида рис. 11 для представленных в табл. 2 супензий со слегка разными легирующими компонентами приводятся с целью продемонстрировать чувствительность методики к составу используемой алмазной пудры.

Таблица 2. Данные для величин $\tau_{rc}(\phi)$ в ячейке, заполненной двумя разными супензиями. Варьируются свойства легирующих алмазных порошков: (ND97-EG–Nano.Diamond 97–EthilenGlycol; ND87-EG – Nano.Diamond 87–EthilenGlycol) данные [35]

ϕ	ND97-EG τ_{rc} (с)	ND87-EG τ_{rc} (с)
0.0000	$1.07 \cdot 10^{-2}$	$1.07 \cdot 10^{-2}$
0.0032	$2.64 \cdot 10^{-4}$	$2.64 \cdot 10^{-4}$
0.0080	$9.63 \cdot 10^{-5}$	$1.89 \cdot 10^{-4}$
0.0163	$6.68 \cdot 10^{-5}$	$9.63 \cdot 10^{-5}$
0.0338	$2.51 \cdot 10^{-5}$	$9.63 \cdot 10^{-5}$

Данные табл. 2 демонстрируют резкое уменьшение времени τ_{rc} с ростом параметра ϕ в обоих вариантах легирования. Дальнейшее в работе с такими данными зависит от общего отношения авторов измерений к происходящему. Если следовать традициям, присущим полю деятельности из обзоров [13–15], при варьировании ϕ импедансная емкость не испытывает серьезных изменений, т.е. $C(\phi) \simeq \text{const}$. В этом случае, как и в большинстве работ, собранных в об-

зорах [14, 15], имеем финал работы [35] в виде рис. 9 с гигантской аномалией проводимости по Максвеллу.

Возможная альтернатива однозначна. Полагаем, что никаких аномалий с проводимостью электролита не возникает. В этом случае основная нагрузка в объяснении поведения $\tau_{rc}(\phi)$ из табл. 2 падает на $C(\phi) \neq \text{const}$. График этой зависимости с учетом асимптотики $\sigma(\phi)$ в форме (12) приведен на рис. 12.

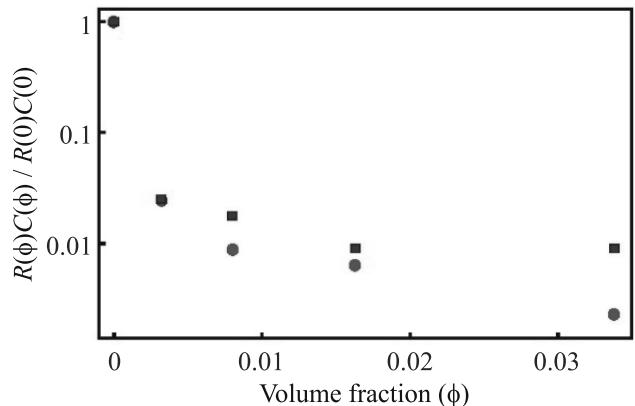


Рис. 12. (Цветной онлайн) Емкость $C(\phi)$ на границе металл–электролит для супензии этилен-гликоль с алмазной пудрой. Красные точки – ND97-EG – Nano.Diamond 97–EthilenGlycol; Синие точки ND87-EG – Nano.Diamond 87–EthilenGlycol. Данные [35], взято из [37]

Осталось пояснить: откуда берется резкая зависимость емкости от степени легирования супензии разными наночастицами (в том числе алмазными нановключениями [35])? Ответ на этот вопрос смотрится одним из основных достижений работ [36, 37] и, в целом, уже представлен достаточно полно пояснениями к формуле (15). Предлагаемое дополнение касается наблюдаемых тенденций, способствующих пониманию происходящего с проводимостью диэлектрической супензии при варьировании размеров R_0 отдельных нановключений. Речь идет о представленных на рис. 13 данных [39], предшествующих публикации [35] и стимулирующих продвижение исследований в область с возможно меньшими значениями размеров R_0 нанодиэлектрической пудры (в экспериментах Zyla et al. [35] этот порог сдвинут в область $R_0 \simeq 4$ нм, см. рис. 10).

Содержание данных рис. 13 несколько неожиданно. Однослойная теория адсорбции Ленгемюра и ее многослойное обобщение (BET-theory [38]) приучают к мысли о том, что равновесно сформированный слой адсорбента имеет толщину, управляемую размером R_0 , ($\langle d(R_0) \rangle \sim R_0$). Результаты рис. 13 демонстрируют обратное. Чем меньше R_0 , тем толще $\langle d(R_0) \rangle$.

Вопрос заслуживает специального внимания и решается средствами, уже использованными в теории поверхностных явлений на границе металл–электролит (см. дискуссию вокруг данных рис. 7).

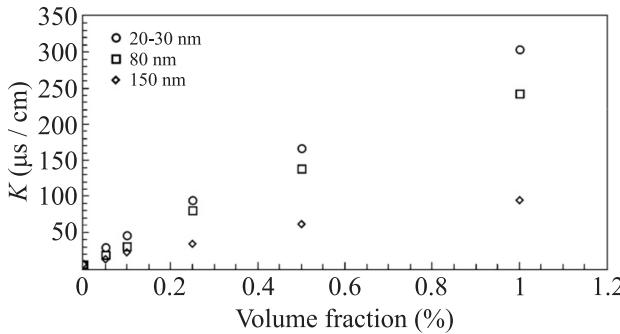


Рис. 13. Влияние размеров R_0 нано-частиц на зависимость $\sigma(\phi)$ для супензии $\text{alpha-Al}_2\text{O}_3$ нано-пудры с водой. Кружки, $R_0 = (20-30)$ нм; квадраты $R_0 = 80$ нм; ромбочки $R_0 = 150$ нм [39]

Если примесная наночастица в растворе взаимодействует с границей раздела по закону $V(z)$, больцмановское распределение $n(z)$ таких частиц (как и в (1)) вблизи границы имеет вид

$$n(z) = n_0 \exp [\pm V(z)/T], \quad V(z) \geq 0, \quad (16)$$

где плотность n_0 отвечает ее значению в объеме раствора, там, где $V(z) \rightarrow 0$. Знак “+” в этом выражении отвечает притяжению частиц к границе, знак “–” означает отталкивание.

Прецедент, которым мы намерены воспользоваться, возник в работах Вагнера, Онсагера, Самараса [21, 22] введением поверхностной плотности N_s примесей по формуле

$$N_s = \int_0^\infty dz [n(z) - n_0] \quad (17)$$

с интегралом, за свойствами которого надо аккуратно следить, ибо характерные потенциалы $V(z)$, возникающие в теории адсорбции, сингулярны на границе раздела: $V(z) \propto z^{-n}$; $n = 1, 2, 3$. Приближение (17) было успешно использовано авторами [21, 22] для описания влияния свойств электролита на поверхностное натяжение границы электролит–вакуум. Мы привлекаем эту идеологию для того, чтобы разобраться с происходящим на границе металл–электролит. В основном, речь идет о трактовке аномалий проводимости “по Максвеллу”. Их определение само нуждается в использовании набора понятий, согласованно возникающих ниже.

Неинтегрируемая сингулярность в определении N_s (17) преодолевается на классическом уровне лишь

одним способом. Надо полагать, что легирующая примесь имеет конечные минимальные размеры R_0 . В таком случае из (17) имеем

$$N_s \simeq \int_{R_0}^\infty dz [n(z) - n_0], \quad V(z) = \gamma/z^n, \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \langle d(R_0) \rangle &\simeq n_0 R_0 [\exp [+V(R_0)/T] - 1]/n_0 = \\ &= R_0 \exp [+ \gamma / (T R_0^n)] \gg R_0. \end{aligned} \quad (19)$$

Формула (19), имеющая “больцмановскую основу”, решает вопрос о роли параметра R_0 в формировании толщины $\langle d(R_0) \rangle$, подтверждая согласованность наблюдений, представленных на рис. 13.

Резюме. Предложена согласованная система уравнений, дающая возможность последовательно трактовать релаксационные явления в разбавленных коллоидных растворах и наносупензиях. Показано, что в роли закона Ома, с необходимостью присутствующего в системе определений, может привлекаться его модификация из теории Максвелла для транспорта в мелко дисперсных двухфазных средах.

Отмечено, что в рамках линейной (по Максвеллу) теории релаксации характерное время τ_{rc} извлекается из экспериментальных данных в комбинации $\tau_{rc}(\phi) \simeq R(\phi)C(\phi)$. Здесь $R(\phi)$ – омическое сопротивление объема разбавленного электролита, $C(\phi)$ – электролитическая емкость границы “металл–электролит”, зависящая от режима накачки ($\theta(t)$ -образное, либо периодическое возбуждение) и безразмерной плотности “ ϕ ” легирующей примеси наночастиц в данном разбавленном электролите. Монотонно нарастающая плотность “ ϕ ” легирующей примеси, мы стимулируем не только изменение $R(\phi)$, но, временами, и величину емкости $C(\phi)$, причем, весьма существенно. Как следствие, процедура извлечения информации относительно $R(\phi)$ из данных для τ_{rc} нуждается в независимых данных о свойствах $C(\phi)$. Эта задача решается относительно легко для супензий с диэлектрической начинкой. Детали происходящего в таком сценарии обсуждаются на примере супензии “спирт + нано алмазная пудра”.

Финансирование работы. Данная работа финансировалась за счет средств бюджета ИФТТ РАН им. Осипьяна (Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт физики твердого тела имени Ю. А. Осипьяна Российской академии наук (ИФТТ РАН)). Никаких дополнительных гарнетов на проведение или руководство данным конкретным исследованием получено не было.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

-
1. Z. Martin, Z. Bazant, K. Thornton, and A. Ajdari, *Phys. Rev. E* **70**, 021506 (2004).
 2. P. Debye and E. Huckel, *Phys. Z.* **24**, 185 (1923).
 3. P. Debye and E. Huckel, *Phys. Z.* **24**, 305 (1923).
 4. L. Onsager, *Transactions of the Faraday Society* **23**, 341 (1927).
 5. С. Глесстон, *Введение в электрохимию*, Издательство Иностранный литература, М. (1951), 756 с.
 6. Г. Харнет, Б. Оуэн, *Физическая химия растворов и электролитов*, Издательство Иностранный литература, М. (1952), 628 с.
 7. В. Левич, *Физико-химическая гидродинамика*, Издательство Академии Наук СССР, М. (1952), 538 с.
 8. R. Robinson and R. Stokes, *Electrolyte Solutions*, Butterworths Scientific Publications, London (1959).
 9. A. Bard and L. Faulkner, *Electrochemical Methods: Fundamentals and Applications*, Wiley, N.Y. (1980).
 10. J. Newman, *Electrochemical Systems*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ (1991).
 11. Е. Лифшиц, Л. Питаевский, *Физическая кинетика*, Наука, М. (1979), 528 с.
 12. В. Шикин, Письма ЖЭТФ **118**, 346 (2023).
 13. I. T. Lucas, S. Durand-Vidal, O. Bernard, V. Dahirel, E. Dubois, J.-F. Dufrêche, S. Gourdin-Bertin, M. Jardat, G. Meriguet, and G. Roger, *Mol. Phys.* **112**, 1463 (2014).
 14. A. Minea, *Nanomaterials* **9**, 1592 (2019).
 15. G. K. Poongavanam, S. Duraisamy, V. S. Vigneswaran, and V. Ramalingam, *Materiales Today, Proceedings, Recent development* **39**, 1532 (2021).
 16. I. Chikina, B. Timofeev, and V. Shikin, *LTP* **47**, 611 (2021).
 17. Н. Боголюбов, Ю. Митропольский, *Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний*, Физматгиз, М. (1963), 410 с.
 18. J. Maxwell, *A Treatise of Electricity and Magnetism*, 3rd ed, Oxford University Press, London, UK (1892), v. 1, part II.
 19. B. Deryagin and L. Landau, *ZhETF* **11**, 802 (1941).
 20. E. Verwey and J. Overbeek, *Theory of the Stability of Lyophobic Colloids: The Interaction of Sol Particles Having an Electric Double Layers*, Elsevier, Amsterdam (1948).
 21. C. Wagner, *Phys Z.* **25**, 474 (1924).
 22. L. Onsager and N. Samaras, *J. Chem. Phys.* **2**, 528 (1934).
 23. I. Chikina, S. Nakamae, V. Shikin, and A. Varlamov, *Colloids and Surfaces* **6**, 25 (2022).
 24. Ю. Шикина, В. Шикин, *Электрохимия* **59**, 56 (2023).
 25. I. Chikina, V. Shikin, and A. Varlamov, *Entropy* **22**, 225 (2020).
 26. Ю. Шикина, В. Шикин, *Электрохимия* **57**, 529 (2021).
 27. Л. Ландау, Е. Лифшиц *Электродинамика сплошных сред*, Физматгиз, М. (1959), 532 с.
 28. Л. Ландау, Е. Лифшиц, *Статистическая физика*, Наука, М. (1995), 696 с.
 29. J.-F. Dufrêche, O. Bernard, S. Durand-Vidal, and P. Turq, *J. Phys. Chem. B* **109**, 9873 (2005).
 30. S. Durand-Vidal, M. Jardat, V. Dahirel, O. Bernard, K. Perrigaud, and P. Turq, *J. Phys. Chem. B* **110**(31), 1542 (2006).
 31. M. Jardat, V. Dahirel, S. Durand-Vidal, I. T. Lucas, O. Bernard, and P. Turq, *Mol. Phys.* **104**(22–29), 3667 (2006).
 32. Y. Avni, R. M. Adar, D. Andelman, and H. Orland, *Phys. Rev. Lett.* **128**, 098002 (2022).
 33. E. Sani, M. R. Martina, Th. J. Salez, S. Nakamae, E. Dubois, and V. Peyre, *Nano-Matter* **11**, 1031 (2021).
 34. Б. Шкловский, А. Эфрос, *Электронные свойства легированных полупроводников*, Наука, М. (1979), 416 с.
 35. G. Źyla, J. P. Vallejo, J. Fal, and L. Lugo, *Int. J. Heat Mass Transf.* **121**, 1201 (2018).
 36. I. Chikina, S. Nakamae, and A. Varlamov, *Colloids Surf.* **7**, 58 (2023).
 37. I. Chikina and A. Varlamov, *Colloids Surf.* **8**, 34 (2024).
 38. S. Brunauer, P. H. Emmett, and E. Teller, *J. Am. Chem. Soc.* **60**(2), 309 (1938).
 39. K. Sarojini, S. Manoj, P. Singh, T. Pradeep, and S. Das, *Colloids and Surf.: A Physicochemical and Engineering Aspects* **417**, 39 (2013).

Проявление послоевой локализации сингулярностей ван Хова в туннелировании между листами двухслойного графена¹⁾

Е. Е. Вдовин²⁾, Ю. Н. Ханин⁺, С. В. Морозов⁺, М. А. Кащенко^{*×}, А. А. Соколик[◦], К. С. Новоселов[▽]

⁺Институт проблем технологий микроэлектроники и особо чистых материалов РАН, 142432 Черноголовка, Россия

^{*}Центр фотоники и двумерных материалов, Московский физико-технический институт, 141700 Долгопрудный, Россия

[×]Лаборатория физики программируемых функциональных материалов, Центр нейрофизики и нейроморфных технологий, 127495 Москва, Россия

[◦]Институт спектроскопии РАН, 142190 Троицк, Москва, Россия

[▽]Institute for Functional Intelligent Materials, National University of Singapore, Building S9, 4 Science Drive 2, 117544 Singapore

Поступила в редакцию 15 октября 2024 г.

После переработки 6 ноября 2024 г.

Принята к публикации 6 ноября 2024 г.

Исследовано туннелирование между двумя листами двухслойного графена, кристаллические решетки которых повернуты относительно друг друга на небольшой угол. Обнаружено аномальное поведение туннельной проводимости, обусловленное проявлением сингулярностей ван Хова на краях зоны проводимости и валентной зоны, пространственно локализованных в различных монослоях двухслойного графена.

DOI: 10.31857/S0370274X24120108, EDN: JXKWEQ

Постоянный интерес к поиску новых материалов и исследованиям возможностей управления их зонной структурой поддерживается объективными фундаментальными и технологическими стимулами. Одним из ярких примеров такого материала в последнее время является двухслойный графен, исследования которого показали возможность открытия в нем запрещенной зоны и управления ее величиной с помощью электрического поля [1–3]. При этом было теоретически [4, 5] и экспериментально (с помощью фотоэлектронной спектроскопии [6, 7] и сканирующей туннельной микроскопии атомного разрешения [7, 8]) продемонстрировано образование сингулярностей ван Хова на краях валентной и проводящей зон и обнаружен эффект их послоевой локализации, то есть пространственного расположения волновых функций электронных состояний, соответствующих сингулярностям ван Хова, по различным монослоям двухслойного графена. Недавние исследования продемонстрировали принципиальную важность таких сингулярностей и их послоевой локализации для понимания многочастичных корреляций при низких энергиях таких, например, как образо-

вание кристалла Вигнера [9, 10]. Естественно было бы ожидать заметных проявлений пространственной локализации сингулярностей ван Хова при туннелировании в структурах с двухслойным графеном, однако изучения роли таких эффектов до настоящего времени не проводилось.

В данной работе мы представляем результаты исследования туннельного транспорта в макроскопических вертикальных вандерваальсовских гетероструктурах на основе двухслойного графена (*bilayer graphene*, BLG). Равновесная туннельная проводимость измерялась между двумя листами BLG, кристаллические решетки которых развернуты друг относительно друга на небольшой угол $\approx 0.7^\circ$, что налагивает определенные ограничения на возможность межслоевого туннелирования с сохранением энергии и квазимпульса. Границы туннелирования на экспериментальной карте проводимости в зависимости от затворных напряжений хорошо описываются построенной нами моделью, учитывающей электростатику системы и туннелирование на уровне Ферми между листами BLG. Обнаружены аномальные по амплитуде асимметричные всплески проводимости на границах области туннелирования, которые мы связываем с проявлениям сингулярностей ван Хова на краях зоны проводимости и валентной зоны вблизи щели, образующейся в двухслойном

¹⁾См. дополнительный материал к данной статье на сайте нашего журнала www.jetletters.ac.ru

²⁾e-mail: vдов62@yandex.ru

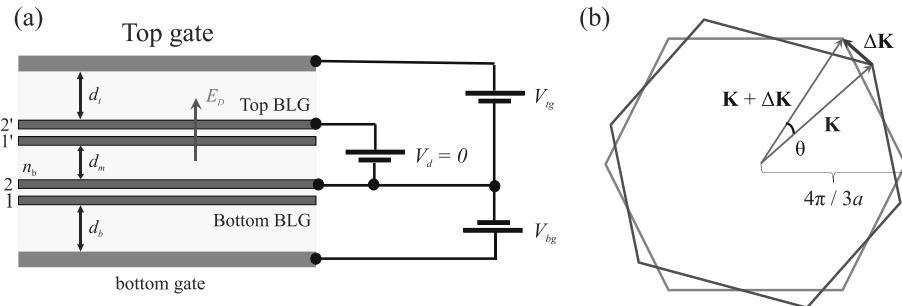


Рис. 1. (Цветной онлайн) (а) – Последовательность слоев активной части экспериментальной структуры и схема измерений, где d_i – толщины слоев hBN , V_{tg} , V_{bg} и V_d – затворные и смещающее напряжения соответственно; (б) – представление зон Бриллюэна экспериментального образца, кристаллические решетки двух BLG которого повернуты относительно друг друга на угол θ

графене под влиянием электрического поля. Резкая асимметрия таких всплесков согласуется с представлением о пространственной локализации сингулярностей ван Хова в различных монослоях двухслойного графена, и подтверждает сделанное ранее теоретическое предположение о существенном подавлении туннелирования из удаленного от барьера слоя [11, 12].

Исследованные нами образцы представляли собой вандерваальсовскую гетероструктуру, активная часть которой состояла из двух листов BLG, разделенных туннельным барьером из гексагонального нитрида бора (6 слоев hBN). Кристаллические решетки двух BLG повернуты относительно друг друга на небольшой угол ($\theta \approx 0.7^\circ$). Схематическое изображение экспериментальной структуры представлено на рис. 1а, а детальное описание ее изготовления и оптическая фотография даны в (см. дополнительные материалы SM1). Активные слои структуры размещались на подложке Si/SiO_2 , затворы к нижнему и верхнему слоям графена были изготовлены из толстого графита и золота, отделенных толстыми (~ 40 – 50 нм) подзатворными диэлектриками из hBN . Наличие двух затворов позволяет независимо управлять концентрациями носителей (n_t, n_b) в обоих BLG, путем приложения затворных напряжений V_{tg} и V_{bg} . При этом (n_t, n_b) почти пропорциональны V_{tg} и V_{bg} , но, с учетом эффектов квантовой емкости, появляется частичное перекрестное влияние V_{tg} на n_b и V_{bg} на n_t (см. ниже в описании электростатической модели). К каждому слою BLG были подведены по два металлических контакта, что позволяло производить транспортные измерения по четырехзонодовой схеме.

Поскольку решетки BLG повернуты относительно друг друга на угол $\theta \approx 0.7^\circ$, их долины \mathbf{K} , \mathbf{K}' в пространстве квазимпульсов смещены на вектор

$\Delta\mathbf{K} \approx 4\pi\theta/3a$, где $a = 2.46 \text{ \AA}$ – постоянная решетки (см. рис. 1б). Это смещение раздвигает в импульсном пространстве поверхности Ферми верхнего и нижнего BLG, делая туннелирование между ними с сохранением энергии и параллельной слоям компоненты импульса возможным, если импульсы Ферми k_{Ft} и k_{Fb} в двух BLG вместе с раздвижкой долин $\Delta\mathbf{K}$ удовлетворяют неравенствам:

$$|k_{Ft} - k_{Fb}| \leq \Delta K \leq k_{Ft} + k_{Fb}. \quad (1)$$

При выполнении этого условия поверхности Ферми в двух слоях пересекаются, что делает возможным туннелирование (рис. 2б), а при его нарушении, когда пересечений нет, туннелирование запрещено (рис. 2а). Отметим, поскольку мы исследуем равновесную туннельную проводимость между слоями BLG, т.е. напряжение смещения мало, $V_d \approx 0$, туннелирование происходит вблизи общего для обоих BLG уровня Ферми. Как видно из рис. 2б, туннельные переходы между BLG запрещены до тех пор, пока с ростом концентраций носителей в слоях n_t и n_b не происходит соприкосновения колец на дисперсионных параболоидах, соответствующих уровням Ферми. Момент соприкосновения отвечает открытию порога туннелирования (см. дополнительные материалы, SM2). Подобная ситуация уже изучалась теоретически и экспериментально при туннелировании в GaAs гетероструктурах между слоями двумерного газа, электронные зоны которых смещались друг относительно друга на импульс $\Delta\mathbf{K}$ в результате приложения параллельного слоям магнитного поля [13, 14].

Для расчета порогов туннелирования в координатах (V_{tg}, V_{bg}) мы рассмотрели электростатику системы, представленной на рис. 1а. Геометрические емкости между верхним BLG и верхним затвором, нижним BLG и нижним затвором, а также между двумя

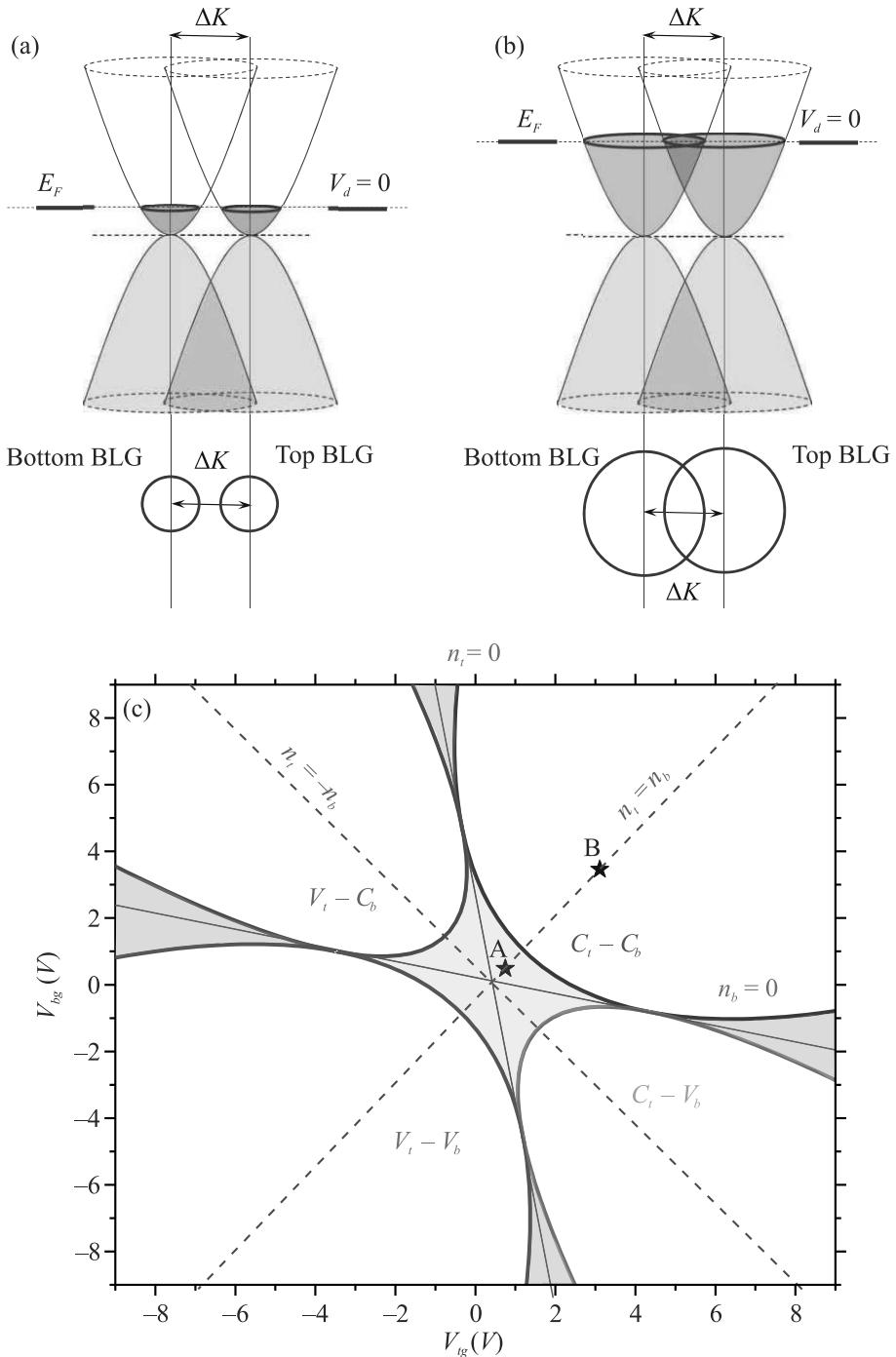


Рис. 2. (Цветной онлайн) Взаимное расположение дисперсионных параболоидов двух слоев BLG в области запрещенной для туннелирования (а) и в области для туннелирования с сохранением энергии и латерального импульса (б); (с) – расчетная карта порогов туннелирования, полученная в рамках упрощенной электростатической модели туннелирования, не учитывающей непараболичность низкоэнергетических зон BLG

мя BLG описываются $C_t = \varepsilon/4\pi d_t$, $C_b = \varepsilon/4\pi d_b$ и $C_m = \varepsilon/4\pi d_m$ соответственно ($d_{t,b,m}$ – соответствующие толщины диэлектрика hBN с диэлектрической константой $\varepsilon \approx 3.2$). С учетом квантовой емкости

BLG C_Q , которая является постоянной в приближении параболической дисперсии, при нулевом смещении $V_d = 0$ мы получаем связь между (V_{tg}, V_{bg}) и (n_t, n_b) :

$$\begin{cases} (V_{tg} = V_{tg}^0 + e[n_t(C_t + C_Q + C_m) - n_b C_m]/C_t C_Q, \\ V_{bg} = V_{bg}^0 + e[n_b(C_b + C_Q + C_m) - n_t C_m]/C_b C_Q. \end{cases} \quad (2)$$

Полагается, что $n_i > 0$ при электронном легировании и $n_i < 0$ при дырочном легировании соответствующего слоя $i = t, b$, а импульсы Ферми связанны с концентрациями носителей соотношением $k_{Fi} = (\pi|n_i|)^{1/2}$. Параметры V_{tg}^0 и V_{bg}^0 описывают небольшое смещение точек электронейтральности образцов BLG вследствие фонового легирования. Границы областей туннелирования задаются комбинацией уравнений (1) и (2). Наилучшее согласие с экспериментом достигается при реалистичных значениях параметров модели $d_t = 40$ нм, $d_b = 48$ нм, $d_m = 2$ нм, $C_Q = 5.2 \times 10^6$ см $^{-1}$, $\theta = 0.7^\circ$.

Рассчитанные пороги туннелирования в координатах (V_{tg}, V_{bg}) представлены на рис. 2c, где в голубой области в центре карты запрещено туннелирование между слоями BLG, в светлых лепестках – разрешено, а границы между этими областями – пороги туннелирования. Прямые $n_t = 0$ и $n_b = 0$ описывают положения точек электронейтральности верхнего и нижнего BLG. Отметим, что любые линии, параллельные линии $n_t = 0$ ($n_b = 0$) будут отвечать условию $n_t = \text{const}$ ($n_b = \text{const}$), а диагонали карты отвечают условиям $n_t = n_b$ ($n_t = -n_b$). Подавление туннелирования в фиолетовых областях вблизи этих линий на краях карты связано с запретом туннельных переходов из-за отсутствия пересечений колец, вложенных друг в друга, при больших V_{tg}, V_{bg} (см. дополнительные материалы, рис. S2c). Данная карта посчитана в соответствии с упрощенной электростатической моделью, не учитывающей непараработочность низкоэнергетических зон BLG и появление щели между валентной зоной и зоной проводимости при наличии перпендикулярного слоям электрического поля. Несмотря на упрощения электростатической модели она хорошо описывает границы туннелирования на экспериментально измеренной карте проводимости в координатах (V_{tg}, V_{bg}) при $V_d = 0$.

Измеренная нами карта проводимости $dI/dV_d (V_{tg}; V_{bg})$ представлена на рис. 3 и дает информацию о процессах туннелирования между слоями BLG в нашей системе. Небольшие максимумы проводимости вблизи порогов туннелирования по периметру центральной темно-синей области обусловлены “геометрическим” эффектом локального роста числа состояний, участвующих в туннелировании после момента соприкосновения колец на дисперсионных параболах, аналогично наблюдавшемуся в работах [13, 14]. Разрезы карты вдоль диагоналей,

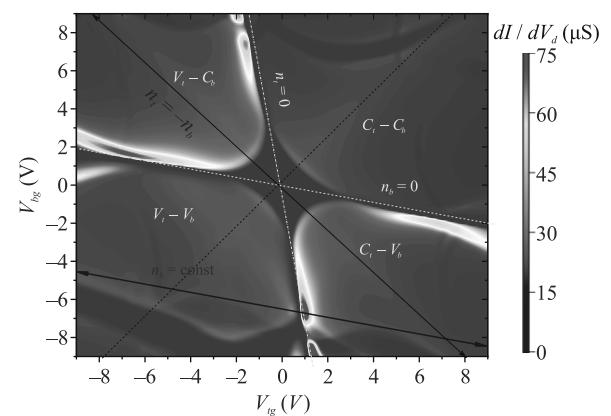


Рис. 3. (Цветной онлайн) Экспериментальная карта проводимости dI/dV_d ($V_{tg}; V_{bg}$), где лепестки $C_t - C_b$, $V_t - V_b$ и т.д. соответствуют туннелированию между состояниями в проводящих и валентных зонах в верхнем и нижнем BLG

демонстрирующие такие локальные максимумы, показаны в дополнительных материалах SM3. Темносиние полосы низкой проводимости в глубине лепестков (например при $V_{bg} \sim -7$ В) отражают появление щели вблизи второй точки Дирака, вследствие взаимной ориентации BLG и подзатворных hBN на 1 и 3 градуса соответственно, что подтверждено нашими магнитотуннельными измерениями. Однако данные эффекты лежат за рамками данной работы и будут обсуждаться нами в дальнейшем.

Совершенно неожиданным на карте рис. 3 оказалось наличие аномально-высокой проводимости на краях лепестков, которые не могут быть описаны рассмотренной выше электростатической моделью и простой картиной пересечения поверхностей Ферми, и являются предметом данного исследования. Следует сразу отметить, что такие аномальные всплески проводимости расположены ассиметрично относительно линий $n_t = 0$ и $n_b = 0$, когда туннелирование происходит между электронными состояниями вблизи точки электронейтральности одного BLG и состояниями в глубине валентной зоны или зоны проводимости другого BLG. Как будет показано ниже, они обусловлены проявлением сингулярностей ван Хова на границах зоны проводимости и валентной зоны, образующихся в первом BLG в поперечном электрическом поле и локализованных в одном из двух монослоев этого BLG. Аномальность наблюдаемого эффекта ярко демонстрируется разрезом карты вдоль линии $n_b = 2.3 \times 10^{12}$ см $^{-2}$ (синяя кривая на рис. 4a). Для сравнения штриховой линией показан разрез карты вдоль электрон-дырочной диагонали, демонстрирующий слабые максимумы на гра-

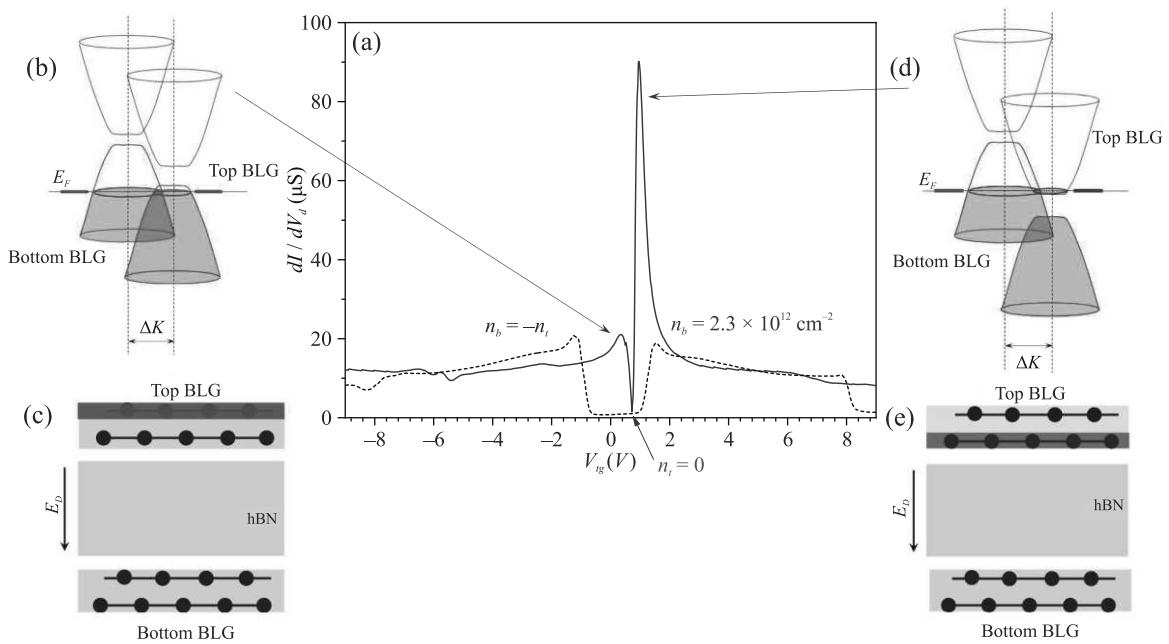


Рис. 4. (Цветной онлайн) (а) – Разрез карты с рис. 3 вдоль $n_b \sim 2.3 \times 10^{12} \text{ см}^{-2}$ – синяя линия, вдоль диагонали $n_t = -n_b$ – штриховая линия; (б), (с) – взаимное расположение зон и схема слоев структуры при туннелировании с участием локализованной вдали от барьера hBN сингулярности ван Хова в верхнем BLG (локализация показана интенсивным красным цветом); (д), (е) – взаимное расположение зон и схема слоев структуры при туннелировании с участием локализованной вблизи от барьера hBN сингулярности ван Хова в верхнем BLG (показана интенсивным синим цветом)

ницах области туннелирования, обсужденные нами выше.

Чтобы понять природу этого эффекта, следует сначала рассмотреть влияние поперечного электрического поля на зонную структуру двухслойного графена при низких энергиях вблизи точки электронейтральности [1, 5–8, 15–17]. В отсутствие поля в чистом двухслойном графене низкоэнергетические валентная зона и зона проводимости часто вполне удовлетворительно описываются двумя параболоидами, соприкасающимися в точке электронейтральности, как, например, показано на рис. 2а, б. Приложение поперечного слоем электрического поля приводит к образованию запрещенной зоны между ними и модификации дисперсии их низкоэнергетических краев в подобие “мексиканской шляпы” [2, 6]. Такое уплощение дисперсионных поверхностей (см., например, рис. 4б, д) в свою очередь порождает две сингулярности ван Хова в плотности состояний на краях зоны проводимости и валентной зоны. Более того, теоретически было предсказано, что эти две околоцелевых сингулярности ван Хова в плотности состояний на краях валентной зоны и зоны проводимости будут пространственно локализованы только в одном из двух монослоев BLG [5, 7, 17]. Однако, при этом

параболическая дисперсия электронов в BLG быстро восстанавливается при удалении от точки электронейтральности. Таким образом, при указанном направлении поля в нашей экспериментальной системе, схема которой представлена на рис. 4, в верхнем BLG сингулярность на краю валентной зоны будет локализована в дальнем от hBN барьера монослое (рис. 4с), а сингулярность на краю электронной зоны – на ближнем к барьера монослое (рис. 4е). При этом, как теоретически рассматривалось в [11, 12], туннелирование из состояний дальнего от барьера монослоя BLG будет существенно подавлено и основной вклад в проводимость вносит ближайший к туннельному барьера монослой. Поэтому преимущественная локализация сингулярностей ван Хова на одном из двух монослоев BLG имеет большое значение для объяснения наблюдаемого нами эффекта.

Таким образом, с учетом сказанного выше, резкий пик проводимости на синей кривой рис. 4а, отражающей сечение яркой области на правой границе нижнего правого лепестка $C_t - V_b$ карты на рис. 3 (в окрестности $V_{tg} = 1 \text{ В}$, $V_{bg} = -6.7 \text{ В}$), обусловлен доминирующим вкладом в проводимость сингулярности ван Хова, локализованной в ближайшем к барьера монослое верхнего BLG. Действительно,

в этих условиях туннелирование происходит между валентной зоной нижнего BLG и самым краем зоны проводимости верхнего BLG с сингулярностью ван Хова, так что оно соответствует схеме, представленной на рис. 4d, e. При этом электронные состояния на уровне Ферми верхнего BLG, относящиеся к сингулярности ван Хова, локализованы на ближайшем к барьеру (нижнем) графеновом монослое (на рис. 4e такая локализация состояний показана насыщенным синим цветом). В то же время участвующие в туннелировании состояния валентной зоны нижнего BLG находятся вдали от точки электронейтральности (концентрация $n_b = 2.3 \times 10^{12} \text{ см}^{-2}$ получена нами из измерений магнитоосцилляций равновесной туннельной проводимости из-за квантования Ландау, которые здесь не приводятся), где дисперсия почти не искажена влиянием поля, а плотность состояний монотонна [9, 16]. С другой стороны, слабый пик проводимости на синей кривой рис. 4a соответствует условиям, представленным на рис. 4b, c, когда в туннелировании участвуют электронные состояния в верхнем BLG, располагающиеся на сингулярности ван Хова на краю валентной зоны. Волновые функции этих состояний локализованы в графеновом монослое, удаленном от барьера (показано на рис. 4c насыщенным красным цветом), и туннелирование с таких состояний подавлено [11, 12]. Отметим, что отсутствие видимого влияния запрещенной зоны на расстояние между пиками на синей кривой рис. 4a обусловлено тем, что с изменением затворного напряжения сканируется концентрация n_t , а не энергия, и интервал запрещенной зоны проходится практически мгновенно при $n_t \approx 0$ (см. [9]). Аналогичные проявления послойно локализованных сингулярностей ван Хова на всех остальных порогах туннелирования экспериментальной карты с рис. 3 детально представлены в дополнительных материалах SM4-9 и качественно соответствуют описанной выше модели туннелирования.

Как результат, мы обнаружили аномальное поведение туннельной проводимости в макроскопических вертикальных вандерваальсовских гетероструктурах на основе двухслойного графена, обусловленные проявлением сингулярностей ван Хова на краях зоны проводимости и валентной зоны вблизи щели, открывающейся в двухслойном графене под влиянием перпендикулярного слоям электрического поля. Показано, что резкая асимметрия всплесков туннельной проводимости по разные стороны точек электронейтральности свидетельствует о пространственной локализации сингулярностей ван Хова в различных монослоях двухслойного графе-

на, в зависимости от направления электрического поля.

Е. Е. Вдовин выражает благодарность М. Т. Гринуэй (M. T. Greenaway) (School of Physics and Astronomy, University of Nottingham, Nottingham NG7 2RD, UK) за помощь на начальном этапе работы над статьей.

Финансирование работы. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант # 23-12-00115).

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. E. McCann, Phys. Rev. B **74**, 161403(R) (2006).
2. E. McCann and V. I. Fal'ko, Phys. Rev. Lett. **96**, 086805 (2006).
3. H. Min, B. Sahu, S. K. Banerjee, and A. H. MacDonald, Phys. Rev. B **75**, 155115 (2007).
4. E. K. Yu, D. A. Stewart, and S. Tiwari, Phys. Rev. B **77**, 195406 (2008).
5. A. Ramasubramaniam, Nano Lett. **11**(3), 1070 (2011).
6. T. Ohta, A. Bostwick, Th. Seyller, K. Horn, and E. Rotenberg, Science **313**(5789), 951 (2006).
7. K. Su Kim, T.-H. Kim, A. L. Walter, Th. Seyller, H. W. Yeom, E. Rotenberg, and A. Bostwick, Phys. Rev. Lett. **110**, 036804 (2013).
8. F. Joucken, C. Bena, Zh. Ge, E. A. Quezada-Lopez, F. Ducastelle, T. Tanagushi, K. Watanabe, and J. Velasco, Jr., Phys. Rev. Lett. **127**, 106401 (2021).
9. S. C. de la Barrera, S. Aronson, Zh. Zheng, K. Watanabe, T. Taniguchi, Q. Ma, P. Jarillo-Herrero, and R. Ashoori, Nat. Phys. **18**, 771 (2022).
10. A. M. Seiler, F. R. Geisenhof, F. Winterer, K. Watanabe, T. Taniguchi, T. Xu, F. Zhang, and R. Th. Weitz, Nature **608**, 298 (2022).
11. T. L. M. Lane, J. R. Wallbank, and V. I. Fal'ko, Appl. Phys. Lett. **107**, 203506 (2015).
12. J. J. P. Thompson, D. J. Leech, and M. Mucha-Kruczynski, Phys. Rev. B **99**, 085420 (2019).
13. J. P. Eisenstein, T. J. Gramila, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, Phys. Rev. B **44**, 6511 (1991).
14. L. Zheng and A. H. MacDonald, Phys. Rev. B **47**, 10619 (1993).
15. Y. Zhang, T.-T. Tang, C. Girit, Zh. Hao, M. C. Martin, A. Zettl, M. F. Crommie, Y. R. Shen, and F. Wang, Nature **459**, 820 (2009).
16. K. Lee, B. Fallahazad, J. Xue, D. C. Dillen, K. Kim, T. Taniguchi, K. Watanabe, and E. Tutuc, Science **345**(6192), 58 (2014).
17. E. Icking, L. Banszerus, F. Wortche, F. Volmer, Ph. Schmidt, C. Steiner, S. Engels, J. Hesselmann, M. Goldsche, K. Watanabe, T. Taniguchi, Ch. Volk, B. Beschoten, and Ch. Stampfer, Adv. Electron. Mater. **8**(11), 2200510 (2022).

Спектр первичных гравитационных волн в квантовой версии конформной ОТО

А. Б. Арбузов^{1)*1}, А. А. Никитенко⁺¹ Объединенный институт ядерных исследований, 141980 Дубна, Россия^{*} Государственный университет “Дубна”, 141980 Дубна, Россия

Поступила в редакцию 10 октября 2024 г.

После переработки 29 октября 2024 г.

Принята к публикации 29 октября 2024 г.

Проведено вычисление мощности спектра первичных гравитационных волн в квантовой версии конформной общей теории относительности. Фундаментальными переменными квантовой гравитации в нашем подходе являются не компоненты метрического тензора, а специальные переменные, которые представляют собой динамическую часть спиновой связности. Показано, что наша модель в борновском приближении воспроизводит стандартную мощность спектра первичных гравитационных волн, сгенерированных в процессе канонической инфляции. Это позволило опробовать квантовую версию конформной теории гравитации в конкретной феноменологической задаче.

DOI: 10.31857/S0370274X24120118, EDN: YXEADI

1. Введение. В настоящее время основной моделью, решающей проблему космологического горизонта, является модель инфляции. Инфляционная модель строится на основе так называемой квазиклассической гравитации, в которой гравитация все еще рассматривается как классическое поле, а материальные поля как квантовые. Одним из главных предсказаний инфляционной модели являются первичные гравитационные волны. Как ожидается, первичные гравитационные волны вполне реально зарегистрировать в обозримом будущем, и это должно позволить дискриминировать различные модели космологии и гравитации [1]. Таким образом, рассмотрение отличий в предсказаниях первичных гравитационных волн любой модифицированной теории гравитации от стандартной общей теории относительности (ОТО) является замечательной возможностью проверки как моделей инфляции, так и теории гравитации в наблюдательных астрофизических экспериментах [2].

В данной работе мы изучаем процесс генерации первичных гравитационных волн в модели квантовой гравитации, получающейся в результате квантования конформной версии ОТО в специальных переменных, и производим сравнение мощности их спектра с тем, что получается в рамках стандартной ОТО.

Также данная работа является первой проверкой феноменологических следствий рассматриваемой нами квантовой теории гравитации [3, 4].

Зададим сначала конформное преобразование метрики $g_{\mu\nu}$

$$g_{\mu\nu} dx^\mu \otimes dx^\nu = e^{-2D} \tilde{g}_{\mu\nu} d\chi^\mu \otimes d\chi^\nu, \quad (1)$$

где $\tilde{g}_{\mu\nu}$ – конформная метрика, и D – дилатон.

Суть конформной модификации ОТО заключается в следующем: конформно неинвариантное действие Эйнштейна–Гильберта

$$S_{\text{GR}} = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{M_P^2}{16\pi} (R - 2\Lambda) + L_{\text{matter}}(g_{\mu\nu}) \right] \quad (2)$$

сначала модифицируется с помощью преобразований Вейля к виду, в котором все конформные веса выделены явно [5, 6]

$$S_{\text{CGR}} = \int d^4\chi \sqrt{-\tilde{g}} \left[\frac{\tilde{M}_P^2}{16\pi} (\tilde{R} - 2\tilde{\Lambda}) + \frac{3\tilde{M}_P^2}{8\pi} (\tilde{g}^{\mu\nu} \nabla_\mu D \nabla_\nu D) + L_{\text{matter}}(\tilde{g}_{\mu\nu}) \right]. \quad (3)$$

Здесь Λ – космологическая постоянная, $\tilde{\Lambda} = e^{-2D} \Lambda$ – конформная космологическая постоянная, M_P – масса Планка, $\tilde{M}_P = M_P e^{-D}$ – конформная масса Планка. Затем на полученное выражение (3) налагается требование конформной инвариантности. Вследствие этого действие исходной ОТО заменяется на

¹⁾ e-mail: arbuzov@theor.jinr.ru

другое действие, которое уже удовлетворяет условию конформной инвариантности. Предполагается, что наблюдаемое нарушение конформной симметрии происходит спонтанно, что можно описать в подходе нелинейной реализации симметрии [7]. Таким образом, конформная общая теория относительности не полностью эквивалентна стандартной ОТО, фактически она представляет собой модифицированную теорию гравитации. Поэтому мы будем называть действие (3) действием конформной ОТО.

Ключевое отличие конформной ОТО от стандартной заключается в том, что в ней предполагается, что феноменологически мы наблюдаем конформные значения всех физических величин, а не стандартные, как это по умолчанию предполагается в классической ОТО. В частности, в конформной ОТО считается, что, если в каком-то измерении наблюдаемые величины равны стандартным, то это просто означает, что значение конформного фактора равно единице для рассматриваемого случая.

Наиболее ярко в таком случае различия в предсказаниях между конформной и стандартной ОТО следуют ожидать в случае их квантования.

Заранее отметим, что в статье используется четыре типа индексов: четырехмерные координатные индексы без скобок будут обозначаться греческими буквами и пробегать значения $0\dots 3$. Трехмерные координатные индексы без скобок из середины латинского алфавита $i, j\dots$, обозначают трехмерные пространственные индексы и принимают значения $1\dots 3$. Так же в работе активно используются реперные индексы, которые мы будем заключать в круглые скобки. Реперные индексы так же, как и координатные, могут принимать значения $0\dots 3$ (четырехмерные пространственно-временные) и $1\dots 3$ (трехмерные пространственные). В том случае, если реперный индекс принимает значения $0\dots 3$, то мы его будем обозначать буквами из начала латинского алфавита $a, b\dots$ и заключать в круглые скобки. Если же реперный индекс принимает значения $1\dots 3$, то мы его будем обозначать буквами из середины латинского алфавита и заключать в круглые скобки. Поскольку в работе также приходится иметь дело с суммированием по поляризациям, то заранее информируем читателя о том, что индексами (p) и (q) мы всегда обозначаем поляризационные индексы у классических и конформных гравитонов.

Статья построена следующим образом. Сначала будут приведены необходимые для нашего рассмотрения базовые положения используемого формализма. Далее будет кратко описана известная методика получения спектра мощности первичных гравитаци-

онных волн в стандартной модели инфляции на основе ОТО. И, наконец, следуя аналогии со стандартным подходом, будет приведен расчет спектра мощности для случая конформной ОТО с последующим обсуждением полученного результата.

2. Предварительные замечания об используемом формализме. В данной работе мы используем формализм, развитый нами и другими авторами в более ранних работах по конформной ОТО. В настоящем разделе мы кратко приведем только те его аспекты, которые будут использованы для анализа первичных гравитационных волн в конформной ОТО. Для более подробного изложения смотрите [3, 4, 8] и приложение.

Центральное место в рассматриваемом формализме занимают тетрадные поля и спиновые связности. Переменные $\omega_{\alpha(a)}^{(b)}$ представляют собой компоненты спиновой связности. В конформной ОТО спиновая связность является метрической. Таким образом подразумевается, что отсутствуют кручение и неметричность [9]. В статье [4] показано, что компоненты спиновой связности в тетрадном представлении выражаются формулой

$$\begin{aligned} \omega_{(a),(b)(c)} &= \frac{1}{2} e^\alpha_{(a)} (e^\beta_{(c)} \partial_\alpha e_{\beta(b)} - e^\beta_{(b)} \partial_\alpha e_{\beta(c)}) \\ &+ \frac{1}{2} e^\alpha_{(b)} (e^\beta_{(a)} \partial_\alpha e_{\beta(c)} + e^\beta_{(c)} \partial_\alpha e_{\beta(a)}) \\ [1mm] &- \frac{1}{2} e^\alpha_{(c)} (e^\beta_{(b)} \partial_\alpha e_{\beta(a)} + e^\beta_{(a)} \partial_\alpha e_{\beta(b)}) \\ &:= \omega_{(c)(b),(a)}^L + \omega_{(a)(c),(b)}^R - \omega_{(b)(a),(c)}^R. \end{aligned} \quad (4)$$

Формула (4) отличается знаком от приведенных ранее в работах [8, 3], но это никоим образом не влияет на представленные ниже результаты.

Компоненты $\omega_{(a)(c),(\alpha)}^L$ и $\omega_{(a)(c),(\alpha)}^R$ в тетрадном представлении выражаются формулами

$$\omega_{(a)(c),\alpha}^L dx^\alpha = \frac{1}{2} (e^\beta_{(c)} de_{\beta(a)} - e^\beta_{(a)} de_{\beta(c)}), \quad (5)$$

$$\omega_{(a)(c),\alpha}^R dx^\alpha = \frac{1}{2} (e^\beta_{(c)} de_{\beta(a)} + e^\beta_{(a)} de_{\beta(c)}). \quad (6)$$

Обоснование и мотивацию для введения $\omega_{(a)(b),(c)}^R$ и $\omega_{(a)(b),(c)}^L$ можно найти в наших предыдущих работах [8, 10, 3], а их связь с гольдстоуновскими полями в [10, 11]. Далее там, где это не приводит к потере смысла, мы часто для краткости будем опускать индексы и обозначать эти объекты просто как ω^R и ω^L .

В работах [3, 4] было показано, что дифференциал метрического тензора не зависит от переменных ω^L , и была получена формула

$$dg_{\mu\nu} = dx^\alpha \partial_\alpha g_{\mu\nu} = \left(e_\mu^{(b)} e_\nu^{(a)} \right. \\ \left. + e_\mu^{(a)} e_\nu^{(b)} \right) \omega^R_{(b)(a),\alpha} dx^\alpha. \quad (7)$$

В нашем подходе в отличие от телепараллелизма и других тетрадных подходов постулируется, что тетрадные матрицы $e_\mu^{(b)}$ не являются объектом динамики гравитационного поля, а вся динамика на фундаментальном уровне содержится в спиновой связности. В таком случае отсутствие ω^L в выражении для дифференциала (7) следует трактовать так, что вся динамика метрического тензора может содержаться только в ω^R .

В данной работе мы ограничиваемся рассмотрением глобально гиперболических пространств-времен. Тогда из теоремы Героуча о расщеплении [12–14] следует, что рассматриваемое пространство-время (M, g) представимо в виде прямого произведения $M = \mathbb{R} \times S$, где S – пространственно-подобная 3-поверхность (гиперповерхность) Коши. Следовательно, для данного пространства-времени справедлив формализм Арновитта–Дезера–Мизнера (АДМ). Из всей специфики которого нам здесь понадобиться лишь функция хода. Подробно АДМ излагается в [15]. Без потери общности функцию хода $N(\chi^0, \chi^1, \chi^2, \chi^3)$ можно представить в виде [16]

$$N(\chi^0, \chi^1, \chi^2, \chi^3) = N_0(\chi^0) \mathcal{N}(\chi^0, \chi^1, \chi^2, \chi^3). \quad (8)$$

В (8) N_0 является глобальной частью функции хода, а \mathcal{N} – локальная часть функции хода. Тогда форму объема с учетом (8) можно переписать как

$$d^4x \sqrt{-\tilde{g}} = d\chi^0 N_0 d^3\chi \sqrt{\gamma} \mathcal{N}, \quad (9)$$

где γ – определитель пространственной метрики. Это позволяет отдельно выделить интегрирование по пространственным координатам в действии конформной ОТО (3), которое теперь приобретает вид

$$S_{\text{Gravitons}} = \int d\chi^0 N_0 \int d^3\chi \sqrt{\gamma} \mathcal{N} \frac{\tilde{M}_P^2}{16\pi} \tilde{R}. \quad (10)$$

Таким образом, (10) разделяется на временную и пространственную части. Мы также опустили А-член, поскольку его наличие не существенно для дальнейшего анализа.

3. Первичные гравитационные волны в канонической модели инфляции. В этом разделе мы кратко изложим необходимый нам формализм, используемый при исследовании первичных гравитационных волн. Как правило, исследование первичных гравитационных волн посредством преобразований стараются свести к хорошо определенной ситуации волн скалярного поля. Поэтому мы начнем с

краткого обсуждения флюктуаций скалярного поля $\phi(x)$.

Важнейшей характеристикой излучения является его спектр мощности $P(\mathbf{k})$. Он определяется формулой

$$\langle \phi(\mathbf{k})\phi(\mathbf{k}') \rangle = P_\phi(k)\delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}'). \quad (11)$$

Отметим, что символом \mathbf{k} мы далее при работе с безмассовыми скалярными полями будем обозначать трехмерную часть 4-импульса, а для модуля \mathbf{k} в большинстве случаев использовать сокращенное обозначение $k = |\mathbf{k}|$. Отметим, что термин спектр мощности также используется и применительно к другой физической величине $\mathcal{P}_\phi(\mathbf{k})$, которая связана с $P_\phi(\mathbf{k})$ простым соотношением $P_\phi(\mathbf{k}) = \frac{2\pi^2}{k^3} \mathcal{P}_\phi(\mathbf{k})$. Соответственно, в (11) имеем

$$\langle \phi(\mathbf{k})\phi(\mathbf{k}') \rangle = \frac{2\pi^2}{k^3} \mathcal{P}_\phi(k)\delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}'). \quad (12)$$

Спектр мощности $\mathcal{P}_\phi(\mathbf{k})$ связан с флюктуацией скалярного поля посредством формулы

$$\langle \phi^2(x) \rangle = \int_0^\infty \frac{dk}{k} \mathcal{P}_\phi(k). \quad (13)$$

Отметим, что, хотя слева и стоит так называемое квазиклассическое усреднение, квантовое усреднение по вакууму определяется аналогично.

Вычислим величину мощности спектра для случая пространства Минковского для безмассового поля Клейна–Гордона. Свободное скалярное поле имеет вид

$$\phi(x) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int \frac{d^3k}{\sqrt{2k_0}} (e^{ik \cdot x} a^+(\mathbf{k}) + e^{-ik \cdot x} a(\mathbf{k})). \quad (14)$$

Выполняя квантовое усреднение по вакуумному состоянию, раскрываем скобки и, пользуясь коммутационным соотношением $a(\mathbf{k})a^+(\mathbf{k}') - a^+(\mathbf{k}')a(\mathbf{k}) = \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$, получаем формулу

$$\langle 0|\phi^2(x)|0 \rangle = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3k}{2k_0} = \int_0^\infty \frac{dk}{k} \left(\frac{k}{2\pi} \right)^2 \\ = \int_0^\infty \frac{dk}{k} \mathcal{P}_\phi(k). \quad (15)$$

Таким образом, в случае пространства Минковского мощность спектра для скалярного поля задается формулой $\mathcal{P}_\phi(k) = (k/2\pi)^2$. Подробное обсуждение

этих определений, включая их свойства и мотивацию, можно найти в [17–19]. Аналогичные формулы могут быть получены и для тензорных полей. А именно, случай тензорного поля можно свести к случаю скалярного поля посредством разложения в сумму по поляризациям с использованием поляризационных операторов [17, 18]. Сейчас мы кратко обсудим необходимую нам специфику получения спектра мощности первичных гравитационных волн в канонической модели инфляции, построенной на основе ОТО.

Метрику первичной гравитационной волны в канонической модели инфляции в простейшем случае записывают в виде [20, 17]

$$ds^2 = a^2(\eta) [-d\eta^2 + (\delta_{ij} + h_{ij}) dx^i dx^j]. \quad (16)$$

Разлагая действие Эйнштейна–Гильберта в ряд по метрическим возмущениям и оставляя лишь квадратичные по ним члены, получаем выражение для действия

$$S^{(2)} = \frac{M_{Pl}^2}{8} \int d\eta d^3x a^2 (\dot{h}_{ij} \dot{h}^{ij} - \partial_i h_{ij} \partial^i h^{ij}). \quad (17)$$

Фурье-разложение возмущения метрики по импульсу имеет вид

$$h_{ij}(x) = \sum_{p=\pm 2} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^{3/2}} h_{ij}^p(\eta, \mathbf{k}) e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}}. \quad (18)$$

Поляризационные операторы обладают следующими важными свойствами, которые используются ниже для вычислений:

$$m_{ij}^{(p)}(\hat{\mathbf{k}}) \left[m^{(q)ij}(\hat{\mathbf{k}}) \right]^* = \delta^{(p)(q)}, \quad (19)$$

$$\left[m_{ij}^{(p)}(\hat{\mathbf{k}}) \right] = m_{ij}^{(-p)}(\hat{\mathbf{k}}) = m_{ij}^{(p)}(-\hat{\mathbf{k}}). \quad (20)$$

Используя Фурье-разложение (18), тождества (19) и (20), а также свойства дельта-функции Дирака, получаем

$$\begin{aligned} \int d^3x \dot{h}_{ij} \dot{h}^{ij} &= \sum_{p,q=\pm 2} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^{3/2}} \frac{d^3k'}{(2\pi)^{3/2}} \frac{1}{2} \dot{h}^{(p)}(\eta, \mathbf{k}) \\ &\quad \dot{h}^{(q)}(\eta, \mathbf{k}') m_{ij}^{(p)}(\hat{\mathbf{k}}) m^{(q)ij}(\hat{\mathbf{k}}') \int d^3x e^{i(\mathbf{k}+\mathbf{k}')\mathbf{x}} \\ &= \sum_{p,q=\pm 2} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^{3/2}} \frac{d^3k'}{(2\pi)^{3/2}} \frac{1}{2} \dot{h}^{(p)}(\eta, \mathbf{k}) \dot{h}^{(q)}(\eta, \mathbf{k}') \\ &\quad \times m_{ij}^{(p)}(\hat{\mathbf{k}}) m^{(q)ij}(\hat{\mathbf{k}}') (2\pi)^3 \delta(\mathbf{k} + \hat{\mathbf{k}}') \\ &= \frac{1}{2} \sum_{p=\pm 2} \int d^3k \left[\dot{h}^{(p)}(\eta, \mathbf{k}) \right]^2. \end{aligned}$$

Выполняя аналогичные преобразования для второго слагаемого, получаем

$$\int d^3x \partial_i h_{jk} \partial^i h^{jk} = -\frac{1}{2} \sum_{p=\pm 2} \int d^3k k^2 [h^p(\eta, \mathbf{k})]^2. \quad (21)$$

Объединяя результаты, получаем для членов второго порядка действия выражение

$$S_{\text{Gravitons}}^{(2)} = \sum_{p=\pm 2} \int dx^0 d^3k \frac{M_P^2}{16} \left((\dot{h}^{(p)})^2 - h^{(p)} h^{(p)} \right). \quad (22)$$

Таким образом, задачу о вычислении спектра мощности первичных гравитационных волн удается свести к вычислению спектра мощности первичных возмущений скалярного поля ϕ .

4. Первичные гравитационные волны в конформной ОТО. В работе [4] анализировались квантовые аспекты конформной ОТО на примере нелинейной гравитационной волны, описываемой метрикой

$$\tilde{g} = -dx^0 \otimes dx^0 + dx^3 \otimes dx^3 + e^\sigma dx^1 \otimes dx^1 + e^{-\sigma} dx^2 \otimes dx^2. \quad (23)$$

В результате этого анализа было показано, что общее выражение, описывающее распространение свободной плоской гравитационной волны в конформной ОТО, имеет вид

$$\begin{aligned} \omega_{(a)(b),(c)}^R &= \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2\omega_k}} ik_{(c)} \left[\epsilon_{(a)(b)}^R(k) g_k^+ e^{ik \cdot x} \right. \\ &\quad \left. + \epsilon_{(a)(b)}^R(-k) g_k^- e^{-ik \cdot x} \right]. \end{aligned} \quad (24)$$

В (24) g_k^+ и g_k^- трактовались как операторы рождения и уничтожения конформных гравитонов, а переменные $\omega_{(a)(b),(c)}^R$ рассматривались в качестве фундаментальных переменных квантовой гравитации и, соответственно, считались операторами. При этом тензора поляризации $\epsilon_{(a)(b)}^R(k)$ и $\epsilon_{(a)(b)}^R(-k)$ остаются стандартными. Отметим, что переменные, которые мы называем конформными гравитонами, не являются прямыми аналогами стандартных гравитонов и не связаны с последними конформными преобразованиями.

В настоящей работе мы исследуем первичные гравитационные волны в рамках квантовой версии конформной ОТО. В своем анализе мы будем отталкиваться от результатов более ранних работ [3, 4]. Число степеней свободы произвольной гравитационной волны, как и в метрике первичной гравитационной волны в канонической модели инфляции, остается равным двум.

Мы собираемся выяснить, будет ли мощность спектра первичных гравитационных волн, сгенерированных в процессе инфляции, полученная на основе конформной версии ОТО, совпадать с той, что получается в канонической ОТО. Чтобы это сделать, мы будем считать, что стандартная метрика имеет то же выражение, что и в классической ОТО, т.е.

$$ds^2 = a^2(x^0) \tilde{g}_{\mu\nu} = a^2(x^0) [-(dx^0)^2 + (\delta_{ij} + h_{ij})dx^i dx^j], \quad (25)$$

где x^0 здесь обозначает конформное время.

Прежде всего отметим, что действие для конформной ОТО в данной ситуации совпадает с действием стандартной ОТО. В самом деле, как было отмечено в более ранних работах, среднее значение дилатона следует связать с масштабным фактором формулой $\langle D \rangle = -\ln(a(x^0))$. Тогда для конформной массы Планка, входящей в формулу (3), имеем

$$\begin{aligned} \tilde{M}_P^2 &= M_P^2 e^{2\langle D \rangle} = M_P^2 e^{-2\ln(a(x^0))} \\ &= M_P^2 \left(e^{\ln(a(x^0))} \right)^{-2} = M_P^2 a^{-2}(x^0). \end{aligned} \quad (26)$$

Как обсуждалось в предыдущем разделе, гравитационная часть действия в конформной ОТО задается формулой (10). Конформная скалярная кривизна связана со стандартной формулой

$$\tilde{R} = \Omega^{-2} (R - 6g^{\mu\nu} \nabla_\mu \nabla_\nu \Omega + 6g^{\mu\nu} \nabla_\mu \ln \Omega \nabla_\nu \ln \Omega). \quad (27)$$

Тогда, учитывая соотношения (26) и (27), действие конформной ОТО (10) может быть сведено к действию стандартной ОТО [17]. Переход между стандартным действием Эйнштейна–Гильберта и действием конформной ОТО можно найти в известных монографиях [17] и [21]. В таком случае после использования линеаризации [17] мы получим стандартное выражение для членов второго порядка гравитационного действия

$$\begin{aligned} S_{\text{Gravitons}}^{(2)} &= \int dx^0 d^3x \frac{\tilde{M}_P^2}{8} \left(\dot{h}_{ij} \dot{h}^{ij} - \partial_i h_{ij} \partial^i h^{ij} \right) \\ &= \sum_{p=\pm 2} \int dx^0 d^3k \frac{\tilde{M}_P^2}{16} \left((\dot{h}^{(p)})^2 - h^{(p)} \dot{h}^{(p)} \right) \\ &= \sum_{p=\pm 2} \frac{M_P^2}{8} \int dx^0 d^3k a^2(x^0) \frac{1}{2} \left((\dot{h}^{(p)})^2 + k^2 (h^{(p)})^2 \right). \end{aligned} \quad (28)$$

Как было показано в работе [4], в общем случае компоненты метрического тензора связаны с переменными ω^R посредством дифференциальных уравнений

$$\frac{\partial \tilde{g}_{\mu\nu}}{\partial x^{(c)}} = \left(e_\mu^{(b)} e_\nu^{(a)} + e_\mu^{(a)} e_\nu^{(b)} \right) \omega_{(b)(a),(c)}^R. \quad (29)$$

Выражение в скобках $(e_\mu^{(b)} e_\nu^{(a)} + e_\mu^{(a)} e_\nu^{(b)})$ соответствует суммированию по поляризациям. Важное отличие нашего расчета от стандартного связано с двумя моментами. Во-первых, формула (29) связывает переменные $\omega_{(b)(a),(c)}^R$ с конформной метрикой $\tilde{g}_{\mu\nu} = \delta_{\mu\nu} + \tilde{h}_{\mu\nu}$, а не со стандартной $g_{\mu\nu}$. Во-вторых, как было уже отмечено выше, в нашем подходе к квантовой гравитации $\omega_{(a)(b),(c)}^R$ считаются базовыми переменными при квантовании гравитации и, соответственно, они являются операторами. Конформную метрику $\tilde{g}_{\mu\nu}$ мы строим как малое возмущение метрики Минковского. В этом случае уравнения (29) примут вид

$$\frac{\partial \tilde{h}_{\mu\nu}}{\partial x^{(c)}} = \left(e_\mu^{(b)} e_\nu^{(a)} + e_\mu^{(a)} e_\nu^{(b)} \right) \omega_{(b)(a),(c)}^R. \quad (30)$$

Мы будем рассматривать слабые гравитационные волны. Заметим, что анзац метрики (25) не содержит недиагональных компонент. Тогда в первом приближении компоненты базисных тетрад можно считать единичными матрицами, и в этом случае уравнения (30) могут быть легко проинтегрированы. Фактически в данном приближении тетрадный базис совпадает с координатным. Тогда, интегрируя (30), получаем

$$\begin{aligned} \tilde{h}_{\mu\nu}(x) &= \left(e_\mu^{(b)} e_\nu^{(a)} + e_\mu^{(a)} e_\nu^{(b)} \right) \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2\omega_k}} \\ &\times \left[\epsilon_{(a)(b)}^R(k) g_k^+ e^{ik \cdot x} + \epsilon_{(a)(b)}^R(-k) g_k^- e^{-ik \cdot x} \right]. \end{aligned} \quad (31)$$

Флуктуации тензорного поля можно свести к флуктуациям скалярного поля (с учетом наличия двух поляризаций) посредством замены $\sum_{p=\pm 2} \frac{1}{\sqrt{2}} m_{ij}^{(\pm 2)}(x) h^{(p)}(x)$. В таком случае формула (31) принимает вид

$$\begin{aligned} \tilde{h}_{ij}(x) &= \sum_{p=\pm 2} \frac{1}{\sqrt{2}} m_{ij}^{(\pm 2)}(x) h^{(p)}(x) \\ &= \left(e_\mu^{(b)} e_\nu^{(a)} + e_\mu^{(a)} e_\nu^{(b)} \right) \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2\omega_k}} \\ &\times \left[\epsilon_{(a)(b)}^R(k) g_k^+ e^{ik \cdot x} + \epsilon_{(a)(b)}^R(-k) g_k^- e^{-ik \cdot x} \right] \\ &= \sum_{p=\pm 2} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2\omega_k}} \left[\epsilon_{\mu\nu}^R(k) g_k^+ e^{ik \cdot x} \right. \\ &\quad \left. + \epsilon_{\mu\nu}^R(-k) g_k^- e^{-ik \cdot x} \right]. \end{aligned} \quad (32)$$

В этом разделе мы будем считать, что поляризационные операторы в координатном представлении нормированы условием $m_{ij}^{(p)}(x) m^{(q)}|_{ij}(x) = 2\delta^{(p)(q)}$.

Вычислим теперь величину вакуумной флуктуации с использованием нашего представления для

конформных гравитонов. Здесь мы воспользуемся тем, что в конформной ОТО наблюдаемой является не стандартная, а конформная метрика. Следовательно, в нашей ситуации это будут малые возмущения над метрикой Минковского. Вычислим сначала вакуумное произведение двух гравитационных полей в точках $x = (x^0, x^1, x^2, x^3)$ и $y = (y^0, y^1, y^2, y^3)$ в один и тот же момент времени, т.е. при $x^0 = y^0$. Для краткости далее мы будем вместо (x^0, x^1, x^2, x^3) использовать обозначение x , а под y будем подразумевать $y = (x^0, y^1, y^2, y^3)$, имея при это ввиду, что $x^0 = y^0$. Получаем

$$\begin{aligned}
 \langle 0 | \tilde{h}_{ij}(x) \tilde{h}^{ij}(y) | 0 \rangle &= \langle 0 | \sum_{p,q=\pm 2} \frac{1}{2} m_{ij}^{(p)}(x) m^{(q)}(y) \\
 &\times h^{(p)}(x) h^{(q)}(y) | 0 \rangle = \langle 0 | \sum_{p,q \neq \pm 2} \frac{1}{2} \delta^{(p)(q)} h^{(p)}(x) h^{(q)}(y) | 0 \rangle \\
 &= \langle 0 | \sum_{p,q=\pm 2} \int \frac{d^3 k \, d^3 k'}{(2\pi)^3} \frac{1}{2\sqrt{\omega_k \omega_{k'}}} [\epsilon_{\mu\nu}^R(k) g_k^+ e^{ik \cdot x} \\
 &\quad + \epsilon_{\mu\nu}^R(-k) g_k^- e^{-ik \cdot x}] [\epsilon_{\mu\nu}^R(k') g_{k'}^+ e^{ik' \cdot y} \\
 &\quad + \epsilon_{\mu\nu}^R(-k') g_{k'}^- e^{-ik' \cdot y}] | 0 \rangle \\
 &= \langle 0 | \sum_{p,q=\pm 2} \int \frac{d^3 k \, d^3 k'}{(2\pi)^3} \frac{1}{2\sqrt{\omega_k \omega_{k'}}} \\
 &\times [\epsilon_{\mu\nu}^{R(p)}(-k) \epsilon^{R(q)} |_{\mu\nu} (k') e^{-ik \cdot x + ik' \cdot y}] | 0 \rangle \\
 &= \langle 0 | \sum_{p,q=\pm 2} \int \frac{d^3 k \, d^3 k'}{(2\pi)^3} \frac{1}{2\sqrt{\omega_k \omega_{k'}}} \\
 &\times [\delta^{(p)(q)} (g_k^+ g_k^- + \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}')) e^{-ik \cdot x + ik' \cdot y}] | 0 \rangle \\
 &= \sum_{p=\pm 2} \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{1}{2\omega_k} [\delta^{(p)(p)} e^{-ik \cdot (x-y)}]. \quad (33)
 \end{aligned}$$

Поскольку 4-вектор гравитационной волны является световым, для него в пространстве Минковского справедливо $-(k_0)^2 + (k_1)^2 + (k_2)^2 + (k_3)^2 = 0$. В связи с этим мы для краткости будем обозначать модуль его пространственной части $|\mathbf{k}| = \sqrt{(k_1)^2 + (k_2)^2 + (k_3)^2}$ просто как k . Поскольку нас интересует среднеквадратичное отклонение в одной точке, то есть, когда $x = y$, мы получаем

$$\begin{aligned}
 \langle 0 | \tilde{h}_{ij}(x) \tilde{h}^{ij}(x) | 0 \rangle &= \lim_{x \rightarrow y} \langle 0 | \tilde{h}_{ij}(x) \tilde{h}^{ij}(y) | 0 \rangle \\
 &= \lim_{x \rightarrow y} \sum_{p=\pm 2} \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{1}{2\omega_k} [\delta^{(p)(p)} e^{-ik \cdot (x-y)}] \\
 &= 2 \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{1}{2k} = 2 \int \frac{dk}{(2\pi)^3} \frac{4\pi k^2}{2k}
 \end{aligned}$$

$$= 2 \int_0^\infty d \ln |k| \left(\frac{k}{2\pi} \right)^2 = 2 \int_0^\infty d \ln |k| \mathcal{P}_h(k), \quad (34)$$

где было использовано коммутационное соотношение для операторов рождения и уничтожения $g_k^- g_{k'}^+ - g_{k'}^+ g_k^- = \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$, а также тот факт, что $\lim_{x \rightarrow y} e^{-ik \cdot (x-y)} = 1$. Таким образом, мы фактически воспроизвели классический результат для значения вакуумных флуктуаций в пространстве Минковского. Итак, спектр мощности гравитационных волн, распространяющихся на фоне пространства Минковского, равен

$$\tilde{\mathcal{P}}_{h_{ik}}(k) = \frac{4}{M_P^2} \sum_{p=\pm 2} \tilde{\mathcal{P}}_h(k) = \frac{8}{M_P^2} \tilde{\mathcal{P}}_h(k) = \frac{8}{M_P^2} \left(\frac{k}{2\pi} \right)^2. \quad (35)$$

Вспоминая, что k представляет собой конформный импульс, который связан со стандартным через конформный фактор по формуле $q(x^0) = k/a(x^0) = H_k$, нам следует сделать в выражении для конформной мощности спектра замену, учитывающую этот фактор. В итоге получаем

$$\begin{aligned}
 \mathcal{P}_{h_{ik}}(k) &= \sum_{p=\pm 2} \mathcal{P}_h(k) = \frac{8}{M_P^2} a^{-2}(x^0) \tilde{\mathcal{P}}_h(k) \\
 &= \frac{8}{M_P^2} a^{-2}(x^0) \left(\frac{k}{2\pi} \right)^2 = \frac{8}{M_P^2} \left(\frac{H_k}{2\pi} \right)^2. \quad (36)
 \end{aligned}$$

Таким образом, конформный спектр мощности отличается от стандартного умножением на соответствующий конформный вес $a^2(x^0)$, как и следовало ожидать. Итак, отталкиваясь от квантования конформной ОТО в переменных ω^R , мы можем формально воспроизвести мощность спектра гравитационных волн, возникающих в канонической модели инфляции, которая получается из квазиклассических соображений.

5. Заключение. В настоящей работе на основе квантования конформной версии ОТО в специальных переменных ω^R получено выражение для спектра мощности первичных гравитационных волн, совпадающее с тем, что получается в рамках стандартной ОТО. В наших вычислениях фундаментальную роль играло выражение (24), которое описывает конформные гравитоны. Хотя сами переменные ω^R в нашем подходе предполагаются фундаментальными переменными квантовой гравитации, в физическом отношении главную роль по-прежнему играет метрический тензор. Последний в нашем подходе является оператором, поскольку он связан с ω^R дифференциальными уравнениями первого порядка (29), а сам

объект ω^R по построению является квантовым оператором.

Тот факт, что из (24) удалось получить выражение для мощности спектра, совпадающее с выражением, получаемым из квазиклассических соображений на основе классической ОТО, означает, что наш подход по крайней мере, не противоречит канонической модели. В этой связи стоит отметить, что наши расчеты соответствуют основному (борновскому) приближению. Это, в частности, было использовано при интегрировании уравнений (31). Поэтому было бы весьма интересно выяснить, какой будет мощность спектра гравитационного излучения в данной модели с учетом поправок более высокого порядка. Но это потребует отдельного исследования и будет темой другой работы.

Приложение. Тетрады и спиновая связность

Здесь мы приводим некоторые формулы, используемые при работе с тетрадным формализмом и спиновой связностью. Разложение тетрады по координатному базису имеет вид

$$e_{(a)} = e^\alpha_{(a)} \partial_\alpha. \quad (\text{A.1})$$

Разложение котетрады по базису 1-форм (ковекторов) из кокасательного пространства имеет вид

$$e^{(a)} = e_\alpha^{(a)} dx^\alpha. \quad (\text{A.2})$$

На котетрады накладываются следующие условия:

$$e^\alpha_{(a)} e_\alpha^{(b)} = \delta_{(a)}^{(b)}, \quad e^\alpha_{(a)} e_\beta^{(a)} = \delta_\beta^\alpha. \quad (\text{A.3})$$

Определим также величины $e_{\nu(a)}$ по формуле

$$e_{\nu(a)} = \eta_{(a)(d)} e_\nu^{(d)}, \quad (\text{A.4})$$

где $\eta_{(a)(d)}$ – метрика Минковского. Поскольку $\eta_{(a)(d)}$ являются константами и не зависят от точки многообразия, то $\eta_{(a)(d)}$ можно свободно вносить и выносить из-под знака любой производной. Спиновая связность на расслоении реперов связана с аффинной связностью формулой [9]

$$\nabla_\alpha e_\beta^{(a)} = \partial_\alpha e_\beta^{(a)} - \Gamma_{\alpha\beta}^\gamma e_\gamma^{(a)} + e_\beta^{(b)} \omega_{\alpha(b)}^{(a)} = 0. \quad (\text{A.5})$$

Авторы выражают благодарность Б. Н. Латошу за полезные обсуждения.

Финансирование работы. Данная работа финансировалась за счет средств бюджета Объединен-

ного института ядерных исследований. Никаких дополнительных грантов на проведение или руководство данным конкретным исследованием получено не было.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. K. N. Abazajian, P. Adshead, Z. Ahmed et al. (Collaboration), *CMB-S4 Science Book*, First Edition, **10** (2016).
2. P. A. R. Ade, Z. Ahmed, M. Amiri et al. (Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **127**(15), 151301 (2021).
3. A. Arbuzov and B. Latosh, *Universe* **4**(2), 38 (2018).
4. A. B. Arbuzov and A. A. Nikitenko, *Universe* **10**(7), 294 (2024).
5. S. Deser, *Ann. Physics* **59**, 248 (1970).
6. P. A. M. Dirac, *Proc. R. Soc. Lond. A* **333**, 403 (1973).
7. A. B. Borisov and V. I. Ogievetsky, *Teor. Mat. Fiz.* **21**, 329 (1974) [*Theor. Math. Phys.* **21**, 1179 (1975)].
8. A. B. Arbuzov, A. Y. Cherny, D. J. Cirilo-Lombardo, R. G. Nazmitdinov, N. S. Han, A. E. Pavlov, V. N. Pervushin, and A. F. Zakharov, *Phys. Atom. Nucl.* **80**(3), 491 (2017).
9. M. O. Katanaev, *Geometrical methods in mathematical physics*, **10** (2013); arXiv:1311.0733 [math-ph].
10. V. I. Ogievetsky, *Lett. Nuovo Cim.* **8**, 988 (1973).
11. E. A. Ivanov, *Phys. Part. Nucl.* **47**(4), 508 (2016).
12. R. P. Geroch, *J. Math. Phys.* **8**, 782 (1967).
13. R. P. Geroch, *J. Math. Phys.* **11**, 437 (1970).
14. A. N. Bernal and M. Sanchez, *Comm. Math. Phys.* **243**, 461 (2003).
15. C. W. Misner, K. S. Thorne, and J. A. Wheeler, *Gravitation*, W. H. Freeman, San Francisco (1973).
16. L. N. Gyngazov, M. Pawłowski, V. N. Pervushin, and V. I. Smirichinsky, *Gen. Rel. Grav.* **30**, 1749 (1998).
17. D. S. Gorbunov and V. A. Rubakov, *Introduction to the theory of the early universe: Cosmological perturbations and inflationary theory*, World Scientific publishing, Singapore (2011).
18. G. Domènech, *Lectures on Gravitational Wave Signatures of Primordial Black Holes*, **7** (2023); arXiv:2307.06964 [gr-qc].
19. M. C. Guzzetti, N. Bartolo, M. Liguori, and S. Matarrese, *Riv. Nuovo Cim.* **39**(9), 399 (2016).
20. K. Dimopoulos, *Observable Primordial Gravitational Waves from Cosmic Inflation*, in *40th Conference on Recent Developments in High Energy Physics and Cosmology* **8** (2023); arXiv:2308.00777 [gr-qc].
21. R. M. Wald, *General Relativity*, The University of Chicago Press, Chicago, USA (1984).

Квантовая запутанность при сверхизлучении конденсата электронно-дырочных пар в полупроводниковых гетероструктурах

П. П. Васильев¹⁾

Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 30 августа 2024 г.

После переработки 24 октября 2024 г.

Принята к публикации 27 октября 2024 г.

Методом гомодинной оптической томографии изучены квантовые свойства импульсов сверхизлучения, возникающего при излучательной рекомбинации электронно-дырочного конденсата в полупроводниковых гетероструктурах при комнатной температуре. Обнаружены признаки квантовой запутанности сверхизлучающих состояний, состоящих из суперпозиции двух когерентных состояний. Продемонстрировано, что при определенных условиях реконструированные функции Вигнера очень похожи на функции Вигнера состояний Шредингеровского кота.

DOI: 10.31857/S0370274X24120126, EDN: XHPUOQ

Многочисленные достижения последних лет в области квантовой оптики привели к созданию нескольких важных современных технологий, основанных на квантовых свойствах оптического излучения, включая квантовые телекоммуникации, квантовые вычисления, квантовые криптографию и метрологию [1, 2]. Основой этих технологий во многом являются такие фундаментальные эффекты, как квантовые корреляции, сжатые состояния и квантовая запутанность [1, 3, 4]. Несмотря на долгую историю понятия запутанности, предложенного Э. Шредингером почти 100 лет назад, в последние годы квантовая запутанность интенсивно исследовалась в широком спектре квантовых систем, включая ультрахолодные газы, квантовые точки, отдельные спины, сверхпроводящие кубиты и др. [5–7]. Стоит отметить, что запутанными могут быть не только отдельные пары частиц, но и целые ансамбли [8].

Понятие запутанности из-за своей уникальности представляется весьма трудным для понимания, и вопрос, как обнаружить и количественно характеризовать запутанность, является непростым. Для решения этой проблемы был предложен ряд методик на основе факта нарушений неравенства Белла, на основе оценки энтропии фон Неймана, анализе функций Вигнера и др. (см. обзор [6] и ссылки в нем). Функции Вигнера считаются идеальным инструментом для иллюстрации квантовой запутанности [9]. Например, было показано, что величина объема области отрицательных значений функции Вигнера кубитов/бозонных состояний может быть использована

как индикатор их запутанности [10]. Для определенных квантовых состояний было продемонстрировано, что области отрицательных значений функции Вигнера появляются тогда и только тогда, когда эти состояния находятся в режиме запутанности. Более того, в этих состояниях связь между величиной объема области отрицательных значений и запутанностью является не только качественной, но и количественной [11]. Была разработана специальная процедура подтверждения факта запутанности на основе анализа функций Вигнера, и показано, что она является прямым и эффективным тестом квантовых состояний на запутанность [12].

Другим важным эффектом квантовой оптики, в котором неклассичность света может проявляться, является сверхизлучение. В ряде исследований продемонстрировано, что квантовая запутанность является одной из особенностей сверхизлучающего квантового перехода [13, 14]. Наблюдение сверхизлучающего фазового перехода в полупроводниковых гетероструктурах при комнатной температуре выявило ряд замечательных явлений, в том числе неравновесную электронно-дырочную конденсацию в фазовом пространстве, возникновение дальнего порядка в системе электронов и дырок, сверхсветовое распространение импульсов и ряд других [15–19]. Квантовые свойства сверхизлучения недавно были исследованы в работах [20, 21]. С помощью оптической гомодинной томографии во временной области было обнаружено, что сверхизлучение обладает суперпуассонской статистикой фотонов с параметром Манделя Q в диапазоне 1.0–2.0, и что его функция Вигнера имеет значительные области отрицательных значе-

¹⁾e-mail: peter@lebedev.ru

ний. В данной работе проведено дальнейшее исследование квантовых свойств сверхизлучения. Экспериментально показано, что при определенных условиях реконструированные функции Вигнера сверхизлучающих квантовых состояний обладают признаками квантовой запутанности, и весьма похожи на соответствующие функции состояний Шредингеровского кота.

Детали эксперимента были опубликованы в наших предыдущих работах [20–22]. В экспериментах использовались модифицированные лазерные гетероструктуры на основе GaAs/AlGaAs с длиной волны излучения в диапазоне 850–880 нм. Активная область состояла из собственного GaAs толщиной 0.2 микрона. Длина образцов варьировалась от 100 до 450 микрон, ширина излучающей области была в пределах 6–7 микрон. Характерным отличием образцов от обычных лазерных структур являлось наличие трех областей вдоль оси резонатора с разной концентрацией носителей заряда. Независимая накачка этих областей позволяла достичь режима сверхизлучения [23, 24]. Фото типичного образца представлено на рис. 1. Две области, прилегающие к граням структуры, накачивались импульсами тока с амплитудой в несколько раз превосходящей порог лазерной генерации. На центральный электрод образцов подавалось постоянное запирающее напряжение для предотвращения возникновения лазерного излучения и достижения необходимой для сверхизлучающего фазового перехода концентрации электронно-дырочных пар [16, 24].

Получение концентрации электронно-дырочных пар более $(4–6) \times 10^{18} \text{ см}^{-3}$ позволяло достичь выполнения критерия квантового вырождения, наступления режима нестационарной конденсации в фазовом пространстве и сверхизлучающего фазового перехода [22, 24].

Использовалась стандартная схема экспериментальной установки для гомодинной оптической томографии во временной области, подробно описанная в [20, 21]. Основной ее частью являлся интерферометр, состоящий из двух делителей пучков и двух диэлектрических зеркал. Поскольку образцы излучают гигантские импульсы (число фотонов в импульсе $10^7–10^8$), для ослабления входного пучка применялся набор нейтральных фильтров, уменьшивший мощность излучения на несколько порядков до необходимого уровня (число фотонов 20–30). Одно из зеркал помещалось на прецизионном пьезоэлектрическом трансляторе, позволявшим менять задержку между импульсами, соответствующей изменению фазы в пределах от 0 до 2π . Излучение обоих пуч-

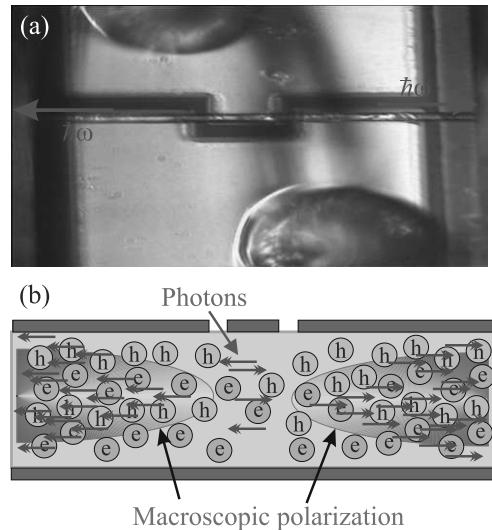


Рис. 1. (Цветной онлайн) Фотография (вид сверху) гетероструктуры (а) и схематическое изображение распределения электронов и дырок (б) в активной области (в разрезе). Две области макроскопической поляризации расположены у граней образца

ков интерферометра фокусировалось на балансный фотодетектор, фототок которого поступал на цифровой осциллограф. За одно измерение обрабатывалось порядка 10^6 экспериментальных точек. В рассматриваемой схеме измеренные при разных значениях фазы гомодина значения разностного фототока соответствуют собственным значениям квадратурного оператора. При этом координата и импульс являются только двумя частными случаями, отвечающими фазам гомодина соответственно 0 и $\pi/2$. С использованием рассматриваемой технологии ранее были измерены однофотонные, двухфотонные, сжатые, смещенные когерентные и другие состояния света [25]. Традиционные способы измерения квантовых состояний основаны на восстановлении функции Вигнера из исходных распределений квадратур путем обратного преобразования Радона, с помощью использования специальных модельных функций или методом максимального правдоподобия. В нашем случае мы воспользуемся методом максимального правдоподобия.

На рисунке 2 представлены экспериментальная реконструированная функция Вигнера сверхизлучающего состояния (рис. 2а) и вычисленная функция для суперпозиции двух когерентных состояний (б)

$$|\Psi\rangle = C(|\alpha_1\rangle + |\alpha_2\rangle) \quad (1)$$

при $C = 1 + i$ и $\alpha_1 = 1.5 - 2.20i$ и $\alpha_2 = 2.9 - 2.22i$.

Определение понятия когерентного состояния фотонов, а также подробное описание квантовой

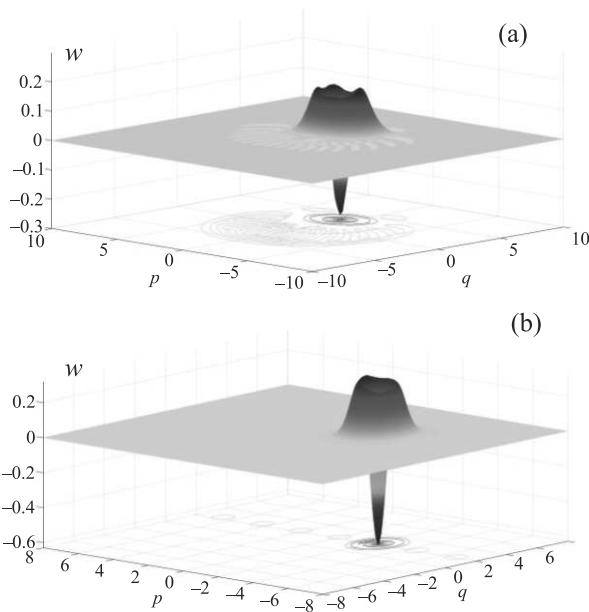


Рис. 2. (Цветной онлайн) Функции Вигнера: (а) – экспериментальная реконструированная в режиме сверхизлучения и (б) – вычисленная для суперпозиции двух когерентных состояний

интерференции двух таких состояний и состояний типа Шредингеровского кота подробно описано в [26]. Функция Вигнера для состояния (1) состоит из суммы

$$W_\Psi = 1/2(W_{|\alpha_1\rangle\langle\alpha_1|} + W_{|\alpha_1\rangle\langle\alpha_2|} + W_{|\alpha_2\rangle\langle\alpha_1|} + W_{|\alpha_2\rangle\langle\alpha_2|}) \quad (2)$$

причем

$$W_\alpha(p, q) = \frac{1}{\pi\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} dy < q - y | \hat{\rho} | q + y > e^{2ipy/\hbar}.$$

Параметр C и конкретные значения действительных и мнимых частей когерентных состояний α_1 и α_2 подобраны таким образом, чтобы как можно лучше аппроксимировать экспериментальное состояние. Хорошо видно, что функции очень похожи – обе функции имеют одинаковую форму, область отрицательных значений в центре и осцилляции в области положительных значений. Последнее обусловлено квантовой интерференцией когерентных состояний [1, 20, 21]. Отметим, что экспериментальная функция (рис. 2а) имеет меньшую амплитуду перепада между положительными и отрицательными значениями, а также более размытую форму по обеим координатам. Это можно объяснить наличием диссипации и дефазировки в эксперименте; теоретическая функция Вигнера построена без их учета.

Было обнаружено, что реконструированные функции Вигнера сверхизлучающих состояний сильно зависят от параметров накачки гетероструктур. Это вполне очевидно, поскольку фазовый переход в сверхизлучающее состояние очень чувствителен к величине плотности электронно-дырочных пар и, соответственно, числу сконденсированных электронов и дырок [16, 24]. Наличие двух областей с высокой концентрацией носителей заряда, расположенных у торцов образцов (см. рис. 1), позволяет получать два пространственно разделенных электронно-дырочных ансамбля. Управляемый поглотитель, расположенный в центре оптического резонатора, дает возможность регулировать поток фотонов, движущихся между этими областями и отражающихся от граней образцов. Общее резонансное оптическое поле наводит когерентность в обеих частях структуры, и при оптимальных параметрах накачки приводит к возникновению двухгорбого сверхизлучающего состояния. Механизм и условия возникновения сверхизлучающего состояния подробно описаны в [16]. Максимальное число электронно-дырочных пар в каждой области составляет около 10^8 [23]. В отличие от опубликованных ранее результатов [20, 21], в данной работе был проведен поиск условий возбуждения полупроводника, при которых реконструированные функции Вигнера были бы наиболее похожи на соответствующие функции Шредингеровского кота. На рисунке 3 представлена реконструированная функция Вигнера сверхизлучающего состояния в трехсекционной гетероструктуре длиной 100 микрон при импульсном токе накачки 720 мА и запирающем напряжении на центральном поглотителе структуры – 4.7 В. В этом случае как положительные, так и отрицательные значения функции в областях между двумя пиками имеют незначительные амплитуды.

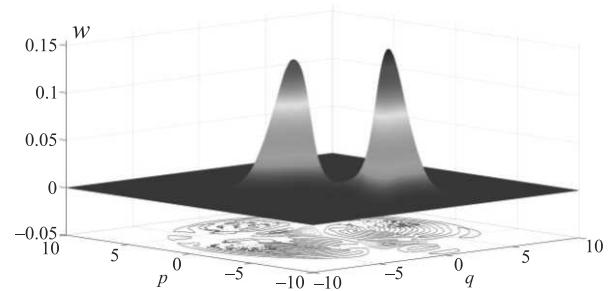


Рис. 3. (Цветной онлайн) Реконструированная функция Вигнера сверхизлучающего состояния

Такой характерный вид реконструированных функций наблюдался на нескольких образцах в ограниченных диапазонах накачки. Величина области взаимодействия между двумя состояниями сильно зависела от запирающего напряжения на центральном электроде образцов. Рисунок 4 иллюстрирует реконструированные функции Вигнера при трех значениях напряжения.

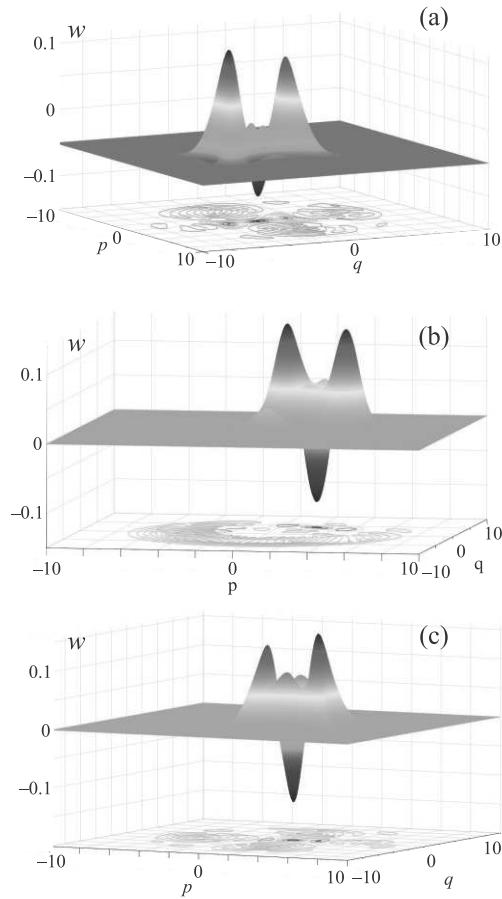


Рис. 4. (Цветной онлайн) Реконструированные функции Вигнера сверхизлучающего состояния при токе накачки 810 мА и запирающем напряжении -4.9 В (а), -5.4 В (б) и -6.1 В (с)

Видно, что область взаимодействия двух состояний, включая пик отрицательных значений, сильно меняется при изменении величины запирающего напряжения. При превышении напряжения определенной величины сверхизлучающий фазовый переход не наступает, а структура генерирует обычное импульсное спонтанное излучение [27]. При этом реконструированная функция Вигнера имеет стандартную гауссовую форму с центром в нуле координат ($q = p = 0$).

Форма обоих пиков на рис. 3 и 4 далека от Гауссовой и имеет асимметричную (сжатую в одном на-

правлении) природу. Это хорошо видно на рис. 5, где показаны проекции трех восстановленных функций Вигнера на плоскость (q, p) .

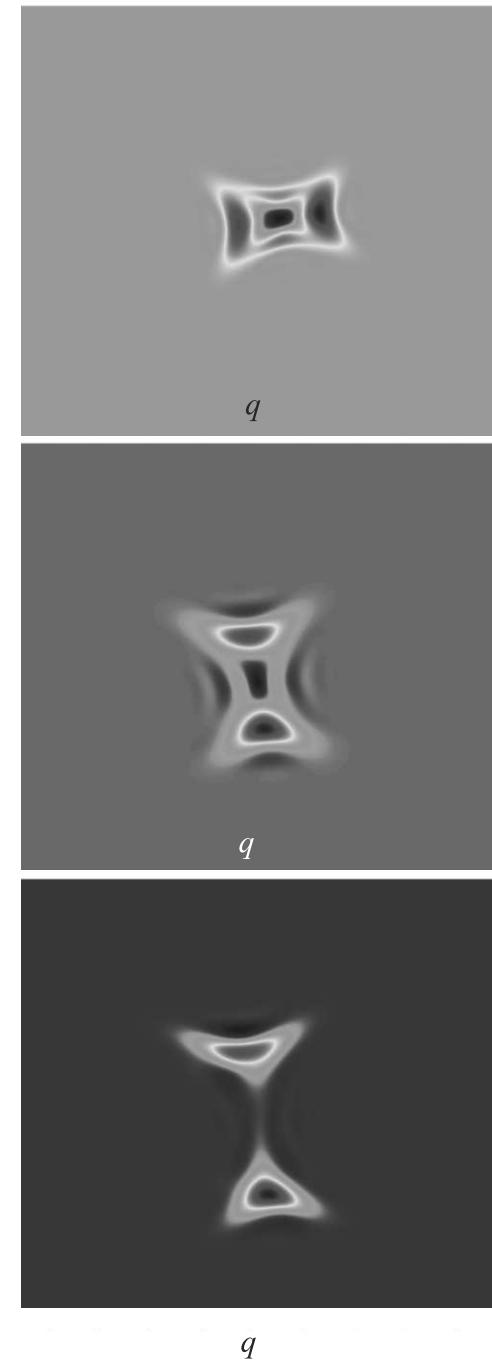


Рис. 5. (Цветной онлайн) Проекции трех реконструированных функций Вигнера на плоскость (q, p)

Видно, что все пики имеют серповидную форму, и их размер в одном направлении в несколько раз превосходит соответствующую величину в ортогональном направлении. Это может говорить о том, что два пространственно разделенных сверхизлучающих со-

стояния являются сжатыми. Расстояние между пиками и их взаимная пространственная ориентация на плоскости (q, p) зависят как от величины тока в усилительных секциях гетероструктуры, так и от запирающего напряжения на центральном электроде.

В нашей предыдущей работе [21] обсуждалось сходство реконструированных функций Вигнера сверхизлучения, аналогичных показанной на рис. 2, с функциями Вигнера смешенных состояний Фока $|\alpha, n\rangle$ при $n = 1$ и 4. Несмотря на почти идеальное сходство в статистике фотонов в обоих случаях, осцилляторный характер реконструированных функций Вигнера, обусловленный квантовой интерференцией, сильно отличается от смешенных состояний Фока. Полученные здесь экспериментальные данные говорят в поддержку предположения, что сверхизлучающие квантовые состояния являются суперпозициями двух когерентных состояний. Два пространственно разделенных состояния формируются за счет трехсекционной геометрии образца и специфического способа накачки полупроводника. К тому же, из-за наличия когерентного электромагнитного поля, взаимодействующего с ними, эти два состояния оказываются связанными друг с другом. Реконструированные функции Вигнера на рис. 3–5 весьма похожи на функции состояний Шредингеровского кота, причем эти состояния изначально тесно связаны с понятием квантовой запутанности [28]. Действительно, функции на рис. 4 по форме практически совпадают с вычисленной в [29] функцией Вигнера для суперпозиции двух запутанных состояний кубита в начальном $|1\rangle$ и возбужденном $|1\rangle$ состояниях и электромагнитного поля амплитудой α

$$|\Psi\rangle = 1/\sqrt{2}(|0\rangle|\alpha\rangle - |1\rangle|-\alpha\rangle) \quad (3)$$

при $\alpha = 1.07$. В [30] обсуждалась возможность создания запутанных состояний типа Шредингеровского кота с использованием схемы когерентного взаимодействия движущихся в оптическом резонаторе импульсов света с атомом, помещенным в резонатор. В нашем случае оптическое поле, распространяющееся в резонаторе, образованном гранями кристалла, кроме фазировки отдельных электронно-дырочных пар связывает две области макроскопической поляризации. Эти два макросостояния в зависимости от длины центральной секции образца и запирающего напряжения на ней могут быть как независимыми, так и связанными друг с другом. В предыдущих работах нами был экспериментально доказан факт наличия дальнего порядка в электронно-дырочном ансамбле и наличие когерентности взаимодействия поля с по-

лупроводниковой средой [17, 23]. Предыдущие опубликованные данные измерений [20, 21] были предварительными, позволившими лишь зарегистрировать факт неклассичности свойств сверхизлучения. В настоящей статье приводятся результаты целенаправленного поиска таких режимов генерации сверхизлучения, которые демонстрируют наличие квантовых состояний, похожих на состояния Шредингеровского кота и признаки квантовой запутанности. Представленные здесь экспериментальные данные говорят о том, что при определенных условиях может формироваться суперпозиция двух сверхизлучающих состояний, функция Вигнера которой качественно совпадает с функцией, характерной для состояний Шредингеровского кота. Причем, как было показано ранее для другого случая [13, 14], сверхизлучающий квантовый переход характеризуется наличием состояний с квантовой запутанностью.

Сверхизлучающее квантовое состояние очень чувствительно к параметрам накачки. Поэтому квантовые состояния, представленные на рис. 2–4 отличаются друг от друга. Причем в некоторых случаях, как оказалось, экспериментальные данные лучше аппроксимируются суперпозицией (1), тогда как в других – суперпозицией (3).

Стоит обратить внимание на еще один аспект. На начальных этапах эволюции сверхизлучение является результатом усиления затравочных флуктуаций поля и поляризации. Казалось бы, оптическое усиление сигнала могло бы испортить неклассические квантовые состояния света, переводя их в классические. Однако в нашем случае это не так. Динамика развития сверхизлучения, изученная нами в предыдущих работах [15–19], характеризуется тем, что сформированные две области макроскопической поляризации (два квантовых состояния) рекомбинируют с такой длиной волны излучения (сильное красное смещение), на которой нет ни усиления, ни индуцированного поглощения, т.е. в фактически пустом резонаторе. Результаты экспериментов являются еще одним следствием нестационарной конденсации в фазовом пространстве электронов и дырок в объемном GaAs при комнатной температуре, обсуждавшейся в наших работах ранее [15–18]. Подводя итог, в данной работе экспериментально изучены квантовые свойства сверхизлучения, генерируемого ансамблем электронно-дырочных пар в трехсекционных полупроводниковых гетероструктурах. С помощью гомодинной оптической томографии продемонстрировано, что наличие двух, пространственно разделенных, областей макроскопической поляризации, позволяет получать суперпозиции когерент-

ных квантовых состояний с экзотическими свойствами. В частности, были обнаружены сверхизлучающие состояния с признаками квантовой запутанности и сжатием по одной из координат. Общеизвестно, что функция Вигнера первого возбужденного состояния гармонического осциллятора также имеет отрицательные значения в окрестности нулей координаты и импульса. Более того, как нами было показано в предыдущих публикациях [20, 21], функции Вигнера смещенных состояний Фока $|\alpha, n\rangle$ тоже имеют области отрицательных значений. Однако, в свете современных многочисленных исследований связи отрицательности функции Вигнера с неклассичностью и квантовой запутанностью [9–12], отрицательность функции Вигнера для реальных состояний вдали от нулей координаты и импульса, наблюдавшихся в эксперименте, является весомым фактором в пользу неклассичности. В нашем эксперименте обширные области отрицательных значений являются лишь дополнительным аргументом. Основным же фактором в пользу проявления запутанности является факт наличия квантовой интерференции и общая форма реконструированных функций Вигнера в виде, характерном для Шредингеровского кота. Вопрос о степени запутанности требует отдельного дополнительного исследования. Кроме того, для полного понимания наблюдаемого явления необходимо построение микроскопической теории, учитывавшей все аспекты взаимодействия коллективного электронно-дырочного состояния с электромагнитным полем. Одним из подходов к решению этой непростой задачи может служить методика, использованная при исследовании образования двух связанных конденсатов – фотонного сверхизлучательного и дипольного из куперовских пар в микроволновом резонаторе [31–33].

С практической точки зрения, сверхизлучающие квантовые состояния могут сыграть важную роль в квантовой метрологии [34] и квантовой криптографии [35]. Для этого потребуются дополнительные как теоретические, так и экспериментальные исследования.

Автор выражает благодарность Х. Кан и Х. Ота за создание образцов гетероструктур и Р. Пенти за поддержку.

Финансирование работы. Данная работа финансировалась за счет средств бюджета Федерального государственного бюджетного учреждения науки Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук. Никаких дополнительных грантов на проведение или руководство данным конкретным исследованием получено не было.

Конфликт интересов. Автор данной работы заявляет, что у него нет конфликта интересов.

1. G. S. Agarwal, *Quantum Optics*, Cambridge University Press, Cambridge (2012).
2. Д. Д. Сукачев, УФН **191**, 1077 (2021).
3. С. Н. Молотков, ЖЭТФ **154**, 738 (2018).
4. Lectures on General Quantum Correlations and their Applications, ebook, ed. by F. F. Fanchini, D. Pinto, and G. Adesso, Germany, Springer (2017).
5. Д. Дж. Вайнленд, УФН **184**, 1089 (2014).
6. T. Guhne and G. Toth, Phys. Rep. **474**(1–6), 1 (2009).
7. D. S. Dovzhenko, S. V. Ryabchuk, Yu. P. Rakovich, and I. R. Nabiev, Nanoscale **10**, 3589 (2018).
8. J. Hald, J. L. Sorensen, C. Schori, and E. S. Polzik, Phys. Rev. Lett. **83**, 1319 (1999).
9. J. Weinbub and D. K. Ferry, Appl. Phys. Rev. **5**, 041104 (2018).
10. I. I. Arkhipov, A. Barasinski, and J. Svozilik, Sci. Rep. **8**, 16955 (2018).
11. P. Dahl, H. Mack, A. Wolf, and W. P. Schleich, Phys. Rev. A **74**, 042323 (2006).
12. R. P. Rundle, P. W. Mills, T. Tilma, J. H. Samson, and M. J. Everitt, Phys. Rev. A **96**, 022117 (2017).
13. D. Bhatti, J. von Zanthier, and G. S. Agarwal, Sci. Rep. **5**, 17335 (2015).
14. M. Aparicio Alcalde, A. H. Cardenas, N. F. Svaiter, and V. B. Bezerra, Phys. Rev. A **81**, 032335 (2010).
15. П. П. Васильев, Х. Кан, Х. Ота, Т. Хирума, ЖЭТФ **120**, 1486 (2001).
16. P. P. Vasil'ev, Phys. Stat. Sol. (b) **241**, 1251 (2004).
17. P. P. Vasil'ev, V. Olle, R. V. Penty, and I. H. White, EPL **104**, 40003 (2013).
18. П. П. Васильев, Письма в ЖЭТФ **82**, 129 (2005).
19. P. P. Vasil'ev, R. V. Penty, and I. H. White, Light Sci. Appl. **5**, e16086 (2016).
20. P. P. Vasil'ev and R. V. Penty, New J. Phys. **22**, 083046 (2020).
21. P. P. Vasil'ev, J. Rus. Las. Res. **42**, 730 (2021).
22. П. П. Васильев, Письма в ЖЭТФ **115**, 424 (2022).
23. P. P. Vasil'ev, Rep. Prog. Phys. **72**, 076501 (2009).
24. П. П. Васильев, Письма в ЖЭТФ **115**, 35 (2022).
25. Ю. И. Богданов, Г. В. Авосопянц, Л. В. Белинский, К. Г. Катамадзе, С. П. Кулик, В. Ф. Лукичев, ЖЭТФ **150**, 246 (2016).
26. M. Esposito, F. Randi, K. Titimbo, G. Kourousias, A. Curri, R. Floreanini, F. Parmigiani, D. Fausti, K. Zimmermann, and F. Benatti, EPJ Quantum Technology **3**, 7 (2016).
27. P. Vasil'ev, *Ultrafast Diode Lasers: Fundamentals and Applications*, Artech House, Norwood (1995).
28. B. C. Sanders, J. Phys. A: Math. Theor. **45**, 244002 (2012).

29. Z. Wang, Z. Bao, Y. Wu, Y. Li, W. Cai, W. Wang, Y. Ma, T. Cai, X. Han, J. Wang, Y. Song, L. Sun, H. Zhang, and L. Duan, *Sci. Adv.* **8**, eabn1778 (2022).
30. B. Wang and L.-M. Duan, *Phys. Rev. A* **72**, 022320 (2005).
31. M. A. Iontsev, S. I. Mukhin, and M. V. Fistul, *Phys. Rev. B* **94**, 174510 (2016).
32. S. I. Mukhin and N. V. Gnezdilov, *Phys. Rev. A* **97**, 053809 (2018).
33. S. S. Seidov and S. I. Mukhin, *Phys. Rev. A* **109**, 022210 (2024).
34. V. Paulisch, M. Perarnau-Llobet, A. Gonzalez-Tudela, and J. I. Cirac, *Phys. Rev. A* **99**, 043807 (2019).
35. C. A. Подошведов, *ЖЭТФ* **137**, 656 (2010).

Р О С С И Й С К А Я А К А Д Е М И Я Н А У К

П И С Ъ М А
В
ЖУРНАЛ
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ
И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

том 120

Выпуск 12

25 декабря 2024

*Журнал издается под руководством
Отделения физических наук РАН*

Главный редактор В. М. Пудалов

Заместители главного редактора
Г. Е. Воловик, В. П. Пастухов

Зав. редакцией *И. В. Подынглазова*

Адрес редакции 119334 Москва, ул. Косыгина 2

тел./факс (499)-137-75-89

e-mail letters@kapitza.ras.ru

Web-страница <http://www.jetletters.ru>

Метод измерения отклонения от закона Ламберта при диффузном рассеянии ультрахолодных нейтронов на материальных стенках

П. Д. Григорьев^{++*1)}, В. Д. Кочев^{*+○}, В. А. Цыплухин^{*}, А. М. Дюгаев⁺, И. Я. Полищук^{○▽}

⁺Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау РАН, 142432 Черноголовка, Россия

^{*}Национальный исследовательский технологический университет “МИСИС”, 119049 Москва, Россия

[×]Национальный исследовательский университет “Высшая школа экономики”, 101000 Москва, Россия

[○]Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, 123182 Москва, Россия

[▽]Московский физико-технический институт, 141701 Долгопрудный, Россия

Поступила в редакцию 16 октября 2024г.

После переработки 5 ноября 2024 г.

Принята к публикации 7 ноября 2024 г.

Моделирование движения ультрахолодных нейтронов важно для оценки их потерь, точного измерения их времени жизни и для описания других экспериментов. В материальных ловушках необходимо учитывать не только зеркальное, но и диффузное упругое отражение ультрахолодных нейтронов от стенок ловушки. Обычно для описания такого диффузного рассеяния применяют косинусоидальный закон Ламберта для углового распределения рассеяющихся нейтронов, который не имеет строгого теоретического вывода и часто нарушается. В нашей работе предложен эксперимент, позволяющий измерить величину отклонения углового распределения ультрахолодных нейтронов при диффузном рассеянии от закона Ламберта. Это отклонение можно определить по разнице числа нейтронов, вылетающих через центральное и торцевое окно длинной узкой ловушки ультрахолодных нейтронов. Проведены Монте-Карло расчеты, соответствующие возможному эксперименту и показывающие значительную величину эффекта для разных форм ловушки.

DOI: 10.31857/S0370274X24120133, EDN: GHEYPQ

1. Введение. Точные измерения времени жизни нейтронов $\tau_n \approx 15$ мин важны для определения констант слабого взаимодействия в нуклонах, а также для различных аспектов астрофизики и космологии [1–4]. Наиболее точными измерениями времени жизни нейтронов считаются эксперименты с ультрахолодными нейтронами (УХН) в материальных [5, 6] или магнитных [7, 8] ловушках. Точность этих измерений определяется, в основном, погрешностью оценки потерь УХН, поскольку измеряемое время жизни нейтрона в ловушке τ даже в самых точных экспериментах на ~ 20 с меньше получаемого τ_n после учета этих потерь. Расхождения в оценках τ_n этими двумя методами сильно превышает их оцениваемые погрешности [6, 7], не говоря уже об известной загадке еще более сильного расхождения с экспериментами на пучках холодных нейтронов [9–11]. Эта загадка, предположительно, связана с систематическими погрешностями в τ_n -экспериментах с нейтронными пучками [12]. Неучтенные потери УХН в материаль-

ных и магнитных ловушках, а также погрешности оценок их скорости потерь, тоже вероятны [13, 14].

Возможным качественным способом снижения скорости поглощения УХН является покрытие стенок ловушки жидким ^4He , единственным материалом, не поглощающим нейтроны [15–21]. Однако покрытие стенок ловушки УХН жидким гелием имеет ряд недостатков [19–21]: (i) малый потенциальный барьер V_0 для нейтронов, что уменьшает их концентрацию, (ii) низкая температура $T < 0.5$ К, необходимая для выключения рассеяния УХН на паре гелия, и (iii) заметное рассеяние УХН риплонами даже при таких низких температурах. Поэтому ниже мы рассмотрим более традиционные и в настоящее время используемые ловушки УХН, где материал стенки поглощает нейтроны.

Для повышения точности оценок интенсивности потерь УХН применяют моделирование методом Монте-Карло, где траектория каждого нейтрона рассчитывается с учетом силы тяжести, как в материальных [6, 22–27] так и в магнитных [7, 3] ловушках. Такие расчеты могут снять имеющиеся вопросы [14]

¹⁾e-mail: grigorev@itp.ac.ru

о погрешности используемых приближенных методов расчета потерь УХН в материальных ловушках.

Монте-Карло расчеты также используют ряд физических приближений о взаимодействии нейтронов с материальной стенкой. Вероятность поглощения нейтрона стенкой $\mu(v_\perp)$ зависит от угла падения и дается известной формулой [28–30]

$$\mu(v_\perp) = \frac{2\eta v_\perp/v_{\lim}}{\sqrt{1 - (v_\perp/v_{\lim})^2}}, \quad (1)$$

где $\eta \sim 10^{-5}$ – коэффициент потерь, зависящий от материала стенки, v_\perp – компонента скорости нейтрона, нормальная к поверхности стенки, а предельная скорость $v_{\lim} = \sqrt{2V_0/m_n}$ нейтронов с массой m_n определяется высотой V_0 “оптического” потенциала стенки, который создает потенциальный барьер V_0 и удерживает УХН в ловушке. Формула (1) не учитывает микроскопическую структуру и шероховатость стенки. Обычно предполагают, что они не меняют зависимости от скорости нейтронов и заложены феноменологически в коэффициенте потерь η и оптическом потенциале стенки V_0 , так что формула (1) приближенно работает даже для шероховатых стенок. К сожалению, лучшего приближения для расчета поглощения УХН стенкой ловушек пока нет. предложено.

С подавляющей вероятностью УХН упруго отражается от стенки, зеркально или диффузно. Вероятность диффузного рассеяния обычно полагается равной $p_d \sim 0.1$. При его моделировании методом Монте-Карло, как правило, применяется косинусоидальный закон Ламберта для угловой зависимости интенсивности диффузного рассеяния УХН [22–27]:

$$I(\theta) = I_0 \cos \theta, \quad (2)$$

где θ – угол между направлением скорости рассеянного нейтрона и нормалью к поверхности стенки. Даже в оптике закон Ламберта не является универсальным, и существует множество отклонений от него [31–33]. Для диффузного рассеяния нейтронов вообще не существует строгого вывода закона Ламберта. Мелкие дефекты в стенах ловушки, имеющие характерный размер, меньший, чем длина волны УХН $\lambda \sim 100$ нм, дают равномерное угловое распределение вероятности диффузного рассеяния УХН, а не закон Ламберта. Подобными дефектами являются в том числе шероховатости поверхности, нанопоры, примеси и т.д. Даже ультрагладкие поверхности, получаемые после их многократной обработки, на субмикронном масштабе $\lesssim 100$ нм всегда имеют шероховатости, хорошо видимые с помощью атомно-

силового и/или сканирующего электронного микроскопа. Например, ультрагладкая поверхность никеля или бериллия, предназначенная для ультрафиолетовых зеркал космических спутников, имеет заметные шероховатости размером $\lesssim 100$ нм, видимые на атомно-силовом микроскопе [34]. Бериллий ранее активно использовался для ловушек УХН [28, 30]. Современные материальные ловушки УХН используют покрытие перфторполиэфиром – маслом марки Fomblin, не содержащим водород [5, 6], поверхность которого на субмикронном масштабе $\lesssim 100$ нм также имеет сильные шероховатости [35–37]. Крупные шероховатости стенок или поры размером $d \gg \lambda$ в материальной ловушке, которые рассеивают с малой передачей волнового вектора $\sim 1/d$, размывают пик зеркального отражения в угловом распределении скорости УХН после диффузного рассеяния и тоже не дают закон Ламберта. Основным аргументом в пользу закона Ламберта является принцип детального баланса распределения скоростей УХН, который требует, чтобы вероятность рассеяния от стен была пропорциональна $\cos \theta$, поскольку частота столкновений также $\propto \cos \theta$ (см. с. 96 книги [28]). При пренебрежении гравитацией закон Ламберта действительно поддерживает изотропное распределение скоростей и даже делает анизотропный газ более изотропным, меняя угловое распределение скоростей нейтронов к их изотропному распределению.

Закон Ламберта обеспечивает изотропное распределение скоростей только в том случае, если сила тяжести пренебрежимо мала. Это условие корректно, например, для небольших ловушек, закрытых сверху. Для больших ловушек, особенно с открытым верхом, наши расчеты показывают сильное отклонение от изотропного и однородного распределения нейтронов по скоростям даже при ламбертовском диффузном рассеянии УХН от материальных стенок. В используемых при измерениях времени жизни нейтрона больших материальных ловушках УХН с открытым верхом [5, 6] изотропия скоростей частично обеспечивается зеркальными отражениями от изогнутых стенок с различной ориентацией поверхности из-за искривленной сложной формы ловушки. Следовательно, диффузное рассеяние и закон Ламберта не требуется для обеспечения угловой изотропии скоростей УХН в таких ловушках, и измерение углового распределения скоростей УХН в них не дало бы информации об отклонениях от закона Ламберта. Теоретический расчет углового распределения скоростей УХН после диффузного рассеяния на реалистичной стенке ловушки представляет собой сложную задачу. Однако совсем оставлять ее без ре-

шения неправильно, поскольку оценка вероятности поглощения УХН стенкой ловушки и соответствующее ограничение на точность измерения времени β -распада нейтрона τ_n зависят от этого распределения из-за зависимости скорости поглощения от угла падения УХН в ур. (1).

Наши расчеты Монте-Карло показывают, что скорость поглощения УХН стенками материальной ловушки простой формы в виде прямоугольного параллелепипеда или прямого цилиндра зависит от закона диффузного отражения из-за его (даже слабого) влияния на угловое распределение нейтронов по скоростям и по высоте. Вероятно, для реальных ловушек сложной геометрии эта зависимость не так существенна, поскольку изотропия распределения УХН по скоростям обеспечивается зеркальными отражениями УХН от стенок, направленных под разными углами. Вопрос о влиянии закона диффузного отражения на точность расчетов Монте-Карло скорости поглощения нейтронов стенками материальной ловушки сложной формы остается открытым и требует проверки для каждой конкретной формы ловушки. Однако прежде нужно ответить на более фундаментальный вопрос о том, насколько сильно отклонение от косинусоидального закона Ламберта, т.е. какой закон диффузного отражения нейтронов от материальных стенок реализуется в природе для разного типа материалов.

В данной работе мы предлагаем простой способ экспериментально проверить выполнение косинусоидального закона Ламберта для диффузного рассеяния УХН на стенах ловушек и количественно оценить отклонение от этого закона.

2. Описание и качественное обоснование предложенного эксперимента. Схема предлагаемого эксперимента по измерению отклонения от закона Ламберта для нейтронов изображена на рис. 1. УХН помещаются в вытянутую материальную ло-

вушку размером $L_x \times L_y \times L_z$, где $L_x \gg L_y, L_z$. Ловушка может быть и цилиндрической формы в виде трубы, по которой нейтроны обычно переносятся от источника к экспериментальной установке. Однако проведенные ниже расчеты Монте-Карло, количественно описывающие предлагаемый эффект, выполнены для прямоугольной ловушки. В отличие от современных экспериментов по измерению времени жизни нейтронов [5, 6], размеры ловушки УХН лучше брать не слишком большими, много меньше максимальной высоты нейтронов $h_{\max} = V_0/m_n g$ в поле тяжести, и без открытого верха. В ловушке сделаны два малых отверстия равной площади, переднее и торцевое (см. рис. 1). За отверстиями стоят детекторы, регистрирующие число вылетевших через них нейтронов, или трубы, ведущие к таким детекторам. Для измерения отклонения от закона Ламберта нужно только отношение числа вылетевших нейтронов через разные отверстия, а не абсолютные значения числа вылетевших нейтронов. Это облегчает эксперимент и повышает его точность.

Если выполняется закон Ламберта диффузного рассеяния нейтронов в ловушке, то для $L_z \ll h_{\max}$, когда можно пренебречь гравитацией, распределение скоростей нейтронов будет изотропным и однородным (см. с. 96 книги [28]), т.е. не зависящим от координаты. Следовательно, число нейтронов, вылетевших через торцевое и переднее отверстие, будет одинаковым. Если закон Ламберта нарушается, то распределение нейтронов по скоростям уже не будет изотропным и однородным, а числа нейтронов вылетевших через разные отверстия, будут различаться.

Рассмотрим вариант, когда вместо закона Ламберта (2) диффузное рассеяние изотропно и не зависит от угла вылета нейтрона: $I(\theta) = \text{const}$. Такое изотропное рассеяние возникает, если размер рассеивающего центра много меньше длины волны налетающей частицы [38], которая для УХН достаточно велика, $\gtrsim 100$ нм. Тогда, поскольку число налетающих на стенку нейтронов пропорционально косинусу угла падения, $n_{in} \propto \cos \theta_{in}$, а число вылетающих нейтронов при изотропном диффузном рассеянии не зависит от направления их скорости, то при таком диффузном рассеянии появляется больше нейтронов, летящих вдоль стенки ловушки. Из-за вытянутой геометрии ловушки нейтроны отражаются намного чаще от ее длинных стенок, т.е. от передней, задней, верхней или нижней, чем от торцевых стенок. Следовательно, при изотропном диффузном рассеянии число нейтронов, летящих вдоль вытянутой ловушки, увеличивается, а поперек – уменьшается. Это приводит к увеличению числа нейтронов N_e ,

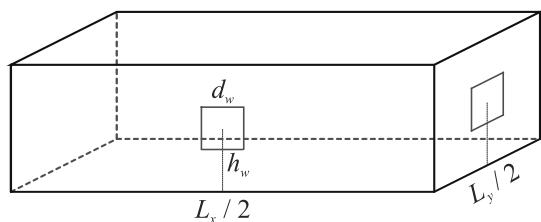


Рис. 1. (Цветной онлайн) Вытянутая материальная ловушка для УХН размером $L_x \times L_y \times L_z$. Отмечены квадратные отверстия (переднее и торцевое) размера d_w , расположенные на высоте h_w , через которые нейтроны вылетают из ловушки

вылетающих через торцевое отверстие, и уменьшению числа нейтронов N_f , прошедших через переднее центральное отверстие. Отношение N_e/N_f мы предлагаем определить экспериментально. Если это измеренное отношение $N_e/N_f > 1$, значит закон Ламберта нарушается в сторону изотропного диффузного рассеяния. Если $N_e/N_f < 1$, значит закон Ламберта нарушается в обратную сторону диффузного рассеяния больше вдоль нормали к поверхности. Для количественной оценки предлагаемого эффекта различия числа вылетающих нейтронов через разные отверстия ловушки УХН в зависимости от закона их диффузного рассеяния и от геометрии ловушки мы провели расчеты Монте-Карло, описанные ниже.

3. Монте-Карло расчет. Материальная ловушка УХН, моделируемая в наших расчетах, представляет из себя длинный прямоугольный ящик с размерами $L_y = L_z = 1$ см, при этом его длина L_x варьируется вплоть до 10 м (см. рис. 1). В ящике на высоте $h_w = 0.5$ см проделаны квадратные отверстия размером $d_w = 1$ мм. Были взяты следующие параметры, близкие к реальным экспериментам [5, 6] и другим расчетам [23, 25]: коэффициент потерь $\eta = 10^{-5}$, $v_{\text{lim}} = 4.85$ м/с, вероятность диффузного рассеяния $p_d = 0.1$. В начале Монте-Карло симуляции нейtron находится на случайном месте на дне ловушки. Его скорость не превышает $v_{\text{max}} = 0.9 v_{\text{lim}}$ и имеет случайное начальное направление. Нейtron двигается в ловушке, согласно уравнениям движения в поле силы тяжести, пока не столкнется с потолком/стенкой/дном ловушки. Попадания нейтрона в малые отверстия (см. рис. 1) подсчитываются. Нейtron может поглотиться стенкой с вероятностью $\mu(v_{\perp})$, дающейся выражением (1). С вероятностью $1 - p_d$ нейtron отражается зеркально, а иначе рассеивается диффузно, в этом случае он может с вероятностью p_L отразиться по закону Ламберта, либо с вероятностью $1 - p_L$ рассеяться с изотропным угловым распределением²⁾.

Вычислив отношение числа нейтронов N_e , подсчитанных в торцевом отверстии, к числу нейтронов N_f , подсчитанных в переднем отверстии, для большого числа нейтронов ($N \gtrsim 10^4$) при различных L_x и p_L , мы получили результат, изображенный на рис. 2. Он подтверждает наши качественные аргументы, что вероятности вылета нейтронов через торцевое и переднее отверстия равны только для ламбертовского закона диффузного рассеяния, т.е. только

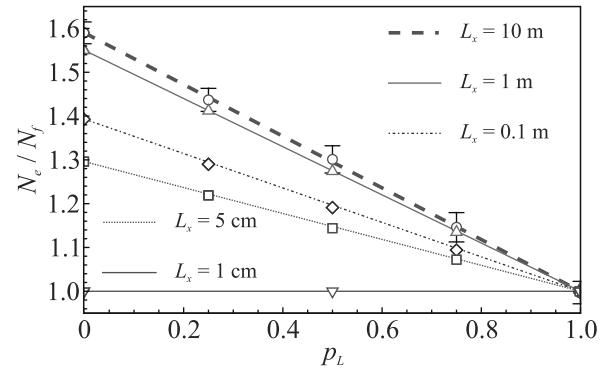


Рис. 2. (Цветной онлайн) Отношение количества нейтронов, прошедших через торцевое отверстие N_e к количеству нейтронов, прошедших через переднее отверстие N_f как функция вероятности ламбертовского рассеяния p_L , для ловушек различной длины L_x . Для $L_x = 10$ м показано стандартное отклонение при усреднении по 10 симуляциям из 10^4 нейтронов

ко при $p_L = 1$. Даже для малого отклонения от закона Ламберта разница между N_e и N_f заметна и измерима. Эта разница составляет десятки процентов и растет линейно с ростом этого отклонения, описываемого параметром $1 - p_L$. Отношение N_e/N_f тем больше, чем более вытянута ловушка УХН, но эффект сильный, даже если отношение линейных размеров ловушки $L_x/L_y = 5$. Дальнейшее увеличение длины ловушки при ее заданной ширине и высоте влияет не так сильно. Например, для $L_x/L_y = 1000$ разница $N_e - N_f$ всего в два раза больше, чем для $L_x/L_y = 5$.

Чтобы убедиться, что полученный результат слабо зависит от размера ловушки, если высота ловушки остается меньше максимальной высоты нейтронов $h_{\text{max}} = v_{\text{max}}^2/2g \sim 1$ м, определяемой их энергией и гравитацией, мы также провели расчеты для больших размеров ловушки $L_y = L_z = 10$ см. Результаты, изображенные на рис. 3, показывают лишь незначительное ослабление эффекта и что отношение N_e/N_f по-прежнему линейно растет с ростом отклонения $1 - p_L$ от закона Ламберта и геометрически определяется отношением L_x/L_y , а не размером ловушки.

4. Обсуждение. Выше мы предложили метод исследования углового распределения диффузного отражения УХН от материальных стенок. Количественные оценки предлагаемого эффекта различия числа вылетающих нейтронов через разные отверстия ловушки УХН в зависимости от закона их диффузного рассеяния и от геометрии ловушки, полученные нами из расчетов методом Монте-Карло, показывают значительную и легко измеряемую величину этого эффекта, составляющую десятки процентов. Ес-

²⁾Полная вероятность ламбертовского рассеяния при условии, что нейtron не поглотился, очевидно, равна $p_d p_L$, а изотропного – $p_d(1 - p_L)$.

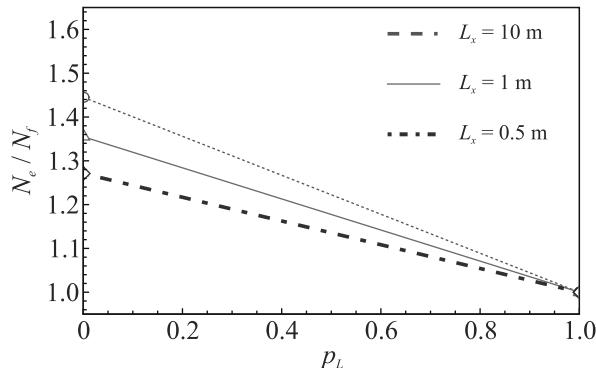


Рис. 3. (Цветной онлайн) То же, что рис. 2, для $L_y = L_z = 10$ см

ли измеренная разница числа нейтронов, вылетающих через разные отверстия длинной ловушки, оказывается мала, то такой эксперимент также является важным физическим результатом, поскольку подтверждает закон Ламберта диффузного рассеяния УХН.

Предлагаемый нами эксперимент не требует большой концентрации нейтронов, как в измерениях их времени жизни [5–8], поскольку нет необходимости долго держать нейтроны в ловушке и определять показатель экспоненты временной зависимости их концентрации. Нужно только найти отношение количества нейтронов, вылетающих через торцевое и боковые отверстия равной площади. Чтобы убрать возможные погрешности, связанные с разными размерами отверстий и расположением детекторов, результаты измерений можно сначала откалибровать на кубической ловушке с $L_x = L_y = L_z$, например, поставив заслонки. Тогда число нейтронов, вылетающих из разных отверстий, должно быть одинаковым, не зависимо от закона диффузного рассеяния (см. сплошную коричневую линию на рис. 2).

Как мы показали на рис. 2 и 3, предлагаемый эффект слабо зависит от размеров и формы ловушки при условии, что (1) длина ловушки значительно больше ее поперечных размеров и (2) вдоль направления x стенки ловушки остаются прямыми. Однако величина предлагаемого эффекта может оказаться меньше наших теоретических расчетов, если внутренние поверхности ловушки имеют очень много крупномасштабных шероховатостей размером $\gtrsim 1$ мкм, которые из-за многократного зеркального отражения перемешивают разные компоненты скорости нейтронов. Поэтому для успешного эксперимента желательно сделать стенки ловушки максимально прямыми вдоль ее длины.

Предлагаемое измерение отклонения от закона Ламберта при диффузном рассеянии УХН от ма-

териальных стенок может оказаться существенным для повышения точности оценки потерь УХН в материальных ловушках и, следовательно, для точных измерений скорости β -распада или времени жизни нейтрона τ_n . Основная альтернатива измерениям τ_n в материальных ловушках – это магнитные ловушки с открытым верхом, которые сейчас уже имеют номинально более высокую точность [7]. Тем не менее, в магнитных ловушках также имеется ряд сложностей [3, 8, 13], например, точная оценка скорости деполяризации (переворота спина) в неоднородном магнитном поле и соответствующих потерь УХН. Возможно, реальная систематическая погрешность измерений τ_n в магнитных ловушках выше, чем ~ 0.2 с, оцененные в работе [7].

Исследование диффузного рассеяния УХН от материальных стенок интересно само по себе, поскольку нет строгих оснований выполнения закона Ламберта для нейтронов, и измерение отклонений от него позволит глубже понять микроскопические процессы при взаимодействии нейтронов с материальной стенкой. Этот фундаментальный вопрос до сих пор очень мало изучался, и мы предлагаем достаточно простой и полезный эксперимент для такого исследования.

Финансирование работы. Работа поддержана грантом Российского научного фонда № 23-22-00312, <https://rscf.ru/project/23-22-00312/>.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. D. Dubbers and M. G. Schmidt, Rev. Mod. Phys. **83**, 1111 (2011); <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.83.1111>.
2. H. Abele, Progress in Particle and Nuclear Physics **60**, 1 (2008); <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0146641007000622>.
3. M. Gonzalez-Alonso, O. Naviliat-Cuncic, and N. Severijns, Progress in Particle and Nuclear Physics **104**, 165 (2019); <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0146641018300735>.
4. M. Gorchtein and C.-Y. Seng, Universe **9**, 422 (2023).
5. A. P. Serebrov, V. E. Varlamov, A. G. Kharitonov, A. K. Fomin, Y. N. Pokotilovski, P. Geltenbort, I. A. Krasnoschekova, M. S. Lasakov, R. R. Taldaev, A. V. Vassiljev, and O. M. Zherebtsov, Phys. Rev. C **78**, 035505 (2008); <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.78.035505>.
6. A. P. Serebrov, E. A. Kolomensky, A. K. Fomin et al. (Collaboration), Phys. Rev. C **97**, 055503 (2018); <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.97.055503>.
7. F. M. Gonzalez, E. M. Fries, C. Cude-Woods et al. (UCN τ Collaboration), Phys. Rev. Lett. **127**, 162501 (2021).

8. V. F. Ezhov, A. Z. Andreev, G. Ban, B. A. Bazarov, P. Geltenbort, A. G. Glushkov, V. A. Knyazkov, N. A. Kovrizhnykh, G. B. Krygin, O. Naviliat-Cuncic, and V. L. Ryabov, JETP Lett. **107**, 671 (2018) [Pis'ma v ZhETF **107**, 707 (2018)].
9. J. S. Nico, M. S. Dewey, D. M. Gilliam, F. E. Wietfeldt, X. Fei, W. M. Snow, G. L. Greene, J. Pauwels, R. Eykens, A. Lamberty, J. V. Gestel, and R. D. Scott, Phys. Rev. C **71**, 055502 (2005); <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.71.055502>.
10. A. T. Yue, M. S. Dewey, D. M. Gilliam, G. L. Greene, A. B. Laptev, J. S. Nico, W. M. Snow, and F. E. Wietfeldt, Phys. Rev. Lett. **111**, 222501 (2013); <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.111.222501>.
11. K. Hirota, G. Ichikawa, S. Ieki et al. (Collaboration), Prog. Theor. Exp. Phys. **2020**, 123C02 (2020); 10.1093/ptep/ptaa169 <https://doi.org/10.1093/ptep/ptaa169>; <https://academic.oup.com/ptep/articlepdf/2020/12/123C02/35931162/ptaa169.pdf>.
12. A. P. Serebrov, M. E. Chaikovskii, G. N. Klyushnikov, O. M. Zherebtsov, and A. V. Chechkin, Phys. Rev. D **103**, 074010 (2021); <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.103.074010>.
13. V. F. Ezhov and V. L. Ryabov, JETP Lett. **117**, 91 (2023) [Pis'ma v ZhETF **117**, 93 (2023)].
14. P. D. Grigoriev, V. D. Kochev, V. A. Tsyplukhin, A. M. Dyugaev, and I. Y. Polishchuk, arXiv:2407.03207 [physics.ins-det].
15. R. Golub, C. Jewell, P. Ageron, W. Mampe, B. Heckel, and I. Kilvington, Zeitschrift für Physik B Condensed Matter **51**, 187 (1983).
16. R. C. Bokun, Sov. J. Nucl. Phys. **40**, 287 (1984); <https://inis.iaea.org/search/searchsinglerecord.aspx?recordsFor=SingleRecord&RN=16073419>.
17. V. P. Alfinenkov, V. K. Ignatovich, L. P. Mezhov-Deglin, V. I. Morozov, A. V. Strelkov, and T. M. I., Communications of Joint Institute for Nuclear Research, Dubna preprint (in Russian) **P3-2009-197** (2009); [http://www1.jinr.ru/Preprints/2009/197\(P3-2009-197\).pdf](http://www1.jinr.ru/Preprints/2009/197(P3-2009-197).pdf).
18. P. D. Grigoriev, O. Zimmer, A. D. Grigoriev, and T. Ziman, Phys. Rev. C **94**, 025504 (2016); <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.94.025504>.
19. P. D. Grigoriev and A. M. Dyugaev, Phys. Rev. C **104**, 055501 (2021).
20. P. D. Grigoriev, A. M. Dyugaev, T. I. Mogilyuk, and A. D. Grigoriev, JETP Lett. **114**, 493 (2021).
21. P. D. Grigoriev, A. V. Sadovnikov, V. D. Kochev, and A. M. Dyugaev, Phys. Rev. C **108**, 025501 (2023).
22. A. K. Fomin and A. P. Serebrov, Technical Physics **68**, S424 (2023).
23. A. K. Fomin and A. P. Serebrov, EPJ Web Conf. **219**, 03001 (2019).
24. N. J. Ayres, E. Chanel, B. Clement, P. G. Harris, R. Picker, G. Pignol, W. Schreyer, and G. Zsigmond, *Monte carlo simulations for the optimization and data analysis of experiments with ultracold neutrons*, in *Proceedings of the International Conference on Neutron Optics (NOP2017)* **22**, 011032 (2018).
25. A. K. Fomin and A. P. Serebrov, Mathematical Models and Computer Simulations **10**, 741 (2018).
26. A. K. Fomin and A. P. Serebrov, Technical Physics **62**, 1903 (2017).
27. A. P. Serebrov, A. K. Fomin, A. G. Kharitonov, V. E. Varlamov, and A. V. Chechkin, Technical Physics **58**, 1681 (2013).
28. V. K. Ignatovich, *The Physics of Ultracold Neutrons*, Clarendon Press, Oxford (1990).
29. R. Golub, D. Richardson, and S. K. Lamoreaux, *Ultra-Cold Neutrons*, CRC Press, N.Y. (1991); <https://doi.org/10.1201/9780203734803>.
30. V. K. Ignatovich, Phys.-Uspekhi **39**, 283 (1996); <https://doi.org/10.1070/pu1996v03n03abeh000138>.
31. T. G. Mayerhöfer, S. Pahlow, and J. Popp, ChemPhysChem **21**, 2029 (2020).
32. H. G. Hecht, J. Res. Natl. Bur. Stand. A Phys. Chem. **80A**, 567 (1976).
33. M. Mamouei, K. Budidha, N. Baishya, M. Qassem, and P. A. Kyriacou, Sci. Rep. **11**, 13734 (2021).
34. N. I. Chkhalo, M. S. Mikhailenko, A. E. Pestov, V. N. Polkovnikov, M. V. Zorina, S. Y. Zuev, D. S. Kazakov, A. V. Milkov, I. L. Strulya, V. A. Filichkina, and A. S. Kozlov, Appl. Opt. **58**, 3652 (2019).
35. J. M. Russell-Tanner, S. Takayama, A. Sugimura, J. M. DeSimone, and E. T. Samulski, J. Chem. Phys. **126**, 244706 (2007); https://pubs.aip.org/aip/jcp/articlepdf/doi/10.1063/1.2743404/15398826/244706_1_online.pdf.
36. V. A. Ganesh, S. S. Dinachali, S. Jayaraman, R. Sridhar, H. K. Raut, A. Góra, A. Baji, A. S. Nair, and S. Ramakrishna, RSC Adv. **4**, 55263 (2014).
37. C. Masciullo, A. Sonato, F. Romanato, and M. Cecchini, Nanomaterials **8**, 609 (2018); 10.3390/nano8080609.
38. L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Quantum Mechanics: Non-Relativistic Theory*, Course of theoretical physics, Elsevier Science, Amsterdam (1991); <https://books.google.de/books?id=J9ui6KwC4mMC>.

Двухфотонная ионизация одиночных атомов, локализованных на оси бесселева пучка

М.Д. Киселев^{†*×1)}, Е.В. Грызлова[†], М.М. Попова[†], А.Н. Грум-Гржимайло^{†*}

[†]Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д.В. Скobelцына,
МГУ имени М.В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия

^{*}Физический факультет, Университет ИТМО, 197101 С.-Петербург, Россия

[×]Лаборатория моделирования квантовых процессов,
Тихоокеанский государственный университет, 680035 Хабаровск, Россия

Поступила в редакцию 2 октября 2024 г.

После переработки 29 октября 2024 г.

Принята к публикации 12 ноября 2024 г.

В статье исследуется влияние закрученности бесселева излучения на двухфотонную ионизацию одиночных атомов, расположенных на оси падающего пучка. Получено выражение для матричного элемента двухфотонной ионизации такого рода при произвольной поляризации и мультипольности падающего излучения. Анализируется дифференциальная и интегральная по углу фотоэмиссии вероятность ионизации атома. Иллюстрирующие расчеты выполнены для атомов гелия и неона в простейшем случае поля круговой поляризации в электрическом дипольном приближении в модели одного активного электрона.

DOI: 10.31857/S0370274X24120144, EDN: IOZHDK

1. Введение. Исследования фотоэлектронной эмиссии – мощный и глубоко развитый метод изучения природы и внутренней структуры материи – перешли на качественно новый уровень с развитием методов детектирования векторных корреляций, таких как угловые распределения продуктов реакции, спиновой поляризации электронов или различного рода дихроизмов [1]. Спектр возможных явлений становится еще шире, когда речь заходит о многофотонных процессах, так как поглощение первого фотона создает поляризованную мишень с определенным неоднородным распределением электронной плотности в пространстве, и последующие электроны работают как зонд для первичного поглощения [2–4]. До недавнего времени основным фактором, влияющим на кинематику многофотонных процессов, была поляризация излучения [5–10]. Однако с развитием методов генерации закрученного излучения открылись новые перспективы [11–15]. Закрученное излучение обладает уникальными характеристиками – неоднородный профиль интенсивности излучения, отличная от плоскости поверхность постоянной фазы, сложная структура потоков энергии внутри пучка – и можно ожидать, что эти характеристики будут проявляться особенным образом в угловых распределениях фотоэмиссии. К настоящему

моменту в литературе исследования двухфотонных процессов с участием закрученного излучения представлены ограниченным кругом работ и преимущественно относятся к комбинации закрученного света и плоской волны [16–18].

Для анализа выбрана фотоионизация бесселевым светом, распространяющимся вдоль оси z (ось квантования), когда атом локализован на этой же оси. Такая геометрия рассматривалась, например, в работах [19–22]. В этом случае бесселево состояние излучения характеризуется линейной проекцией импульса k_z и проекцией полного углового момента m_{tam} на ось z . Абсолютное значение поперечного импульса, $\kappa_{\perp} = |\mathbf{k}_{\perp}|$, фиксировано и вместе с k_z определяет энергию падающего излучения: $\omega = c\sqrt{\kappa_{\perp}^2 + k_z^2}$, где c – скорость света в вакууме. Как показано в работе [22], такое бесселево состояние описывается векторным потенциалом

$$\mathbf{A}_{\kappa_{\perp} m_{\text{tam}} \lambda}^{\text{tw}} = \int \mathbf{u}_{\lambda} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} a_{\kappa_{\perp} m_{\text{tam}}}(\mathbf{k}_{\perp}) \frac{d^2 \mathbf{k}_{\perp}}{4\pi^2}, \quad (1)$$

где

$$a_{\kappa_{\perp} m_{\text{tam}}}(\mathbf{k}_{\perp}) = (-i)^{m_{\text{tam}}} e^{im_{\text{tam}}\phi_k} \sqrt{\frac{2\pi}{k_{\perp}}} \delta(k_{\perp} - \kappa_{\perp}), \quad (2)$$

а \mathbf{u}_{λ} – вектор поляризации со спиральностью $\lambda = \pm 1$.

Бесселеву волну, определяемую уравнениями (1)–(2), в импульсном пространстве можно представить

¹⁾e-mail: md.kiselev@physics.msu.ru

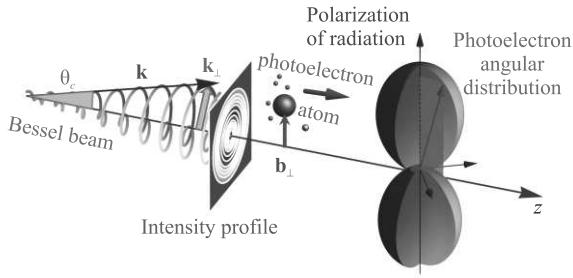


Рис. 1. (Цветной онлайн) Общая схема ионизации атома бесселевым излучением

как когерентную суперпозицию плоских волн, волновые векторы $\mathbf{k} = (k_{\perp}, k_z)$ которых лежат на поверхности некоторого конуса с углом раскрытия $\operatorname{tg} \theta_c = k_{\perp}/k_z$ (см. рис. 1). Положение облучаемой мишени в плоскости xy может быть задано вектором \mathbf{b}_{\perp} .

2. Результаты. В настоящей работе получено общее выражение, позволяющее описывать угловое распределение фотоэлектронов, образуемых при двухфотонной ионизации бесселевыми волнами атома, при расположении последнего на оси падающего пучка (см. формулу (A.9) в Приложении). Под общим выражением имеется в виду, что рассмотрено электромагнитное взаимодействие произвольной мультипольности и поляризации. Здесь для иллюстрации мы рассмотрим ионизацию полем круговой поляризации в дипольном приближении и модели одного активного электрона (детали вывода, а также используемые обозначения, приведены в Приложении):

$$\begin{aligned} \widetilde{W}_{2\gamma, E1}^{(\text{tw, circ})}(\theta_p; \theta_c) = & 45 \times \sum_{\substack{l \gamma L' \gamma k \gamma r \\ l_{\xi} l'_{\xi} l' l}} (-1)^{L_f + l + l'} \frac{\hat{L}''}{L_f} \\ & (11, 1 - 1|L_{\gamma} 0)^2 (11, 1 - 1|L'_{\gamma} 0)^2 (L_{\gamma} 0, L'_{\gamma} 0|k_{\gamma} 0)^2 \\ & (22, 2 - 2|r 0)(l 0, l' 0|r 0) \left\{ \begin{array}{ccc} L_f & l & 2 \\ 1 & 1 & l_{\xi} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{ccc} L_f & l' & 2 \\ 1 & 1 & l'_{\xi} \end{array} \right\} \\ & \left\{ \begin{array}{ccc} l & l' & r \\ 2 & 2 & L_f \end{array} \right\} \times P_r(\cos \theta_p) P_{k_{\gamma}}(\cos \theta_c) \mathcal{R}_{l_0 l_{\xi} l} \mathcal{R}_{l_0 l'_{\xi} l'}^*, \end{aligned} \quad (3)$$

где $P_n(x)$ – полином Лежандра порядка n , $\mathcal{R}_{l_0 l_{\xi} l}$ – радиальный интеграл соответствующего матричного элемента.

Амплитуды двухфотонной ионизации были рассчитаны методом, предложенным в [23, 24]. Этот метод также подробно описан в [25], однако, стоит отметить, что суммирование в формуле (5) этой статьи необходимо начинать с $m = 0$. Волновые функции

были рассчитаны в программе RADIAL [26] с использованием потенциала $2p$ -электрона в конфигурациях $1s2p$ (для гелия) и $1s^22s^22p^53p$ (для неона), полученного с помощью программного пакета MCHF [27].

Ионизация 1s-оболочки атома гелия. В соответствии с формулой (3) угловое распределение фотоэлектронов при ионизации 1s-оболочки атома гелия двумя бесселевыми волнами будет иметь форму:

$$\widetilde{W}_{2\gamma, E1}^{(\text{tw})}(\theta_p; \theta_c) = \frac{9}{8} \cos^8 \frac{\theta_c}{2} \sin^4 \theta_p |\mathcal{R}_{spd}|^2, \quad (4)$$

где \mathcal{R}_{spd} соответствует $\mathcal{R}_{l_0 l_{\xi} l}$ при $l_0 = 0$; $l_{\xi} = 1$ и $l = 2$.

Сечение процесса при этом:

$$\sigma_{2\gamma, E1}^{(\text{tw})}(\theta_c) = \frac{3}{5} \cos^8 \frac{\theta_c}{2} |\mathcal{R}_{spd}|^2. \quad (5)$$

Отметим, что при двойной ионизации s -оболочки полем круговой поляризации единственный разрешенный канал – это εd -волн. Сечения и угловые распределения фотоэмиссии, соответствующие выражениям (4) и (5), представлены на рис. 2.

Ионизация 2p-оболочки атома неона. В соответствии с формулой (3) угловое распределение фотоэлектронов при ионизации 2p-оболочки атома неона ($l_0 = 1$) двумя бесселевыми волнами будет иметь форму:

$$\begin{aligned} \widetilde{W}_{2\gamma, E1}^{(\text{tw})}(\theta_p; \theta_c) = & \frac{1}{800} \cos^8 \frac{\theta_c}{2} \sin^2 \theta_p \left(400 |\mathcal{R}_{psp}|^2 + \right. \\ & + 4 |\mathcal{R}_{pdp}|^2 + 6 |\mathcal{R}_{pdf}|^2 (21 - 5 \cos 2\theta_p) + \sqrt{6} (3 + 5 \cos 2\theta_p) \\ & \times [\mathcal{R}_{pdp} \mathcal{R}_{pdf}^* + \mathcal{R}_{pdf}^* \mathcal{R}_{pdp} + 10 (\mathcal{R}_{psp} \mathcal{R}_{pdf}^* + \mathcal{R}_{pdf}^* \mathcal{R}_{psp})] + \\ & \left. + 40 (\mathcal{R}_{psp} \mathcal{R}_{pdp}^* + \mathcal{R}_{pdp}^* \mathcal{R}_{psp}) \right), \end{aligned} \quad (6)$$

где \mathcal{R}_{psp} соответствует $\mathcal{R}_{l_0 l_{\xi} l}$ при $l_{\xi} = 0$ и $l = 1$; \mathcal{R}_{pdp} – при $l_{\xi} = 2$ и $l = 1$; \mathcal{R}_{pdf} – при $l_{\xi} = 2$ и $l = 3$.

Сечение процесса при этом:

$$\begin{aligned} \sigma_{2\gamma, E1}^{(\text{tw})}(\theta_c) = & \frac{1}{300} \cos^8 \frac{\theta_c}{2} \left(100 |\mathcal{R}_{psp}|^2 + |\mathcal{R}_{pdp}|^2 + \right. \\ & \left. + 36 |\mathcal{R}_{pdf}|^2 + 10 (\mathcal{R}_{pdp} \mathcal{R}_{psp}^* + \mathcal{R}_{pdf}^* \mathcal{R}_{psp}) \right). \end{aligned} \quad (7)$$

Сечения и угловые распределения, соответствующие выражениям (6) и (7), представлены на рис. 3.

Обсуждение. Угловые распределения, представленные на рис. 2б и 3б, выглядят подобно. Для одноканального случая ионизации гелия угловое распределение аналитически пропорционально $\sin^4 \theta_p$, однако, в неоне появляется дополнительная зависимость от энергии излучения (см. выражение (6)), а, значит, и от соотношения сечений каналов psp ,

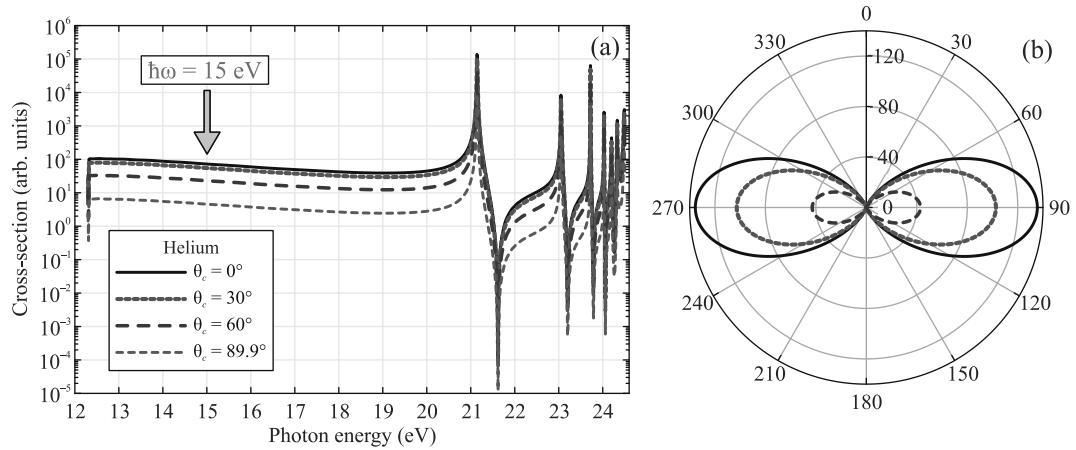


Рис. 2. (Цветной онлайн) (а) – Сечение двухфотонной ионизации гелия для различных углов раскрытия конуса бесселева пучка θ_c . (б) – Угловое распределение фотоэлектронов, соответствующее энергии падающего пучка $\hbar\omega = 15$ эВ, для различных углов раскрытия конуса бесселева пучка θ_c

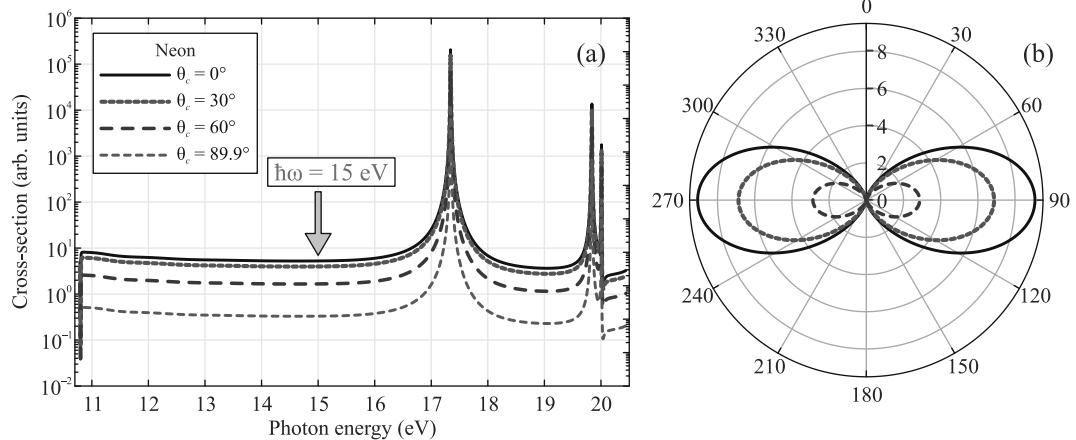


Рис. 3. (Цветной онлайн) (а) – Сечение двухфотонной ионизации неона для различных углов раскрытия конуса бесселева пучка θ_c . (б) – Угловое распределение фотоэлектронов, соответствующее энергии падающего пучка $\hbar\omega = 15$ эВ, для различных углов раскрытия конуса бесселева пучка θ_c

pdp и *pdf*. Но даже для многоэлектронной мишени, какой является неон, волновая функция электрона, испущенного при двухфотонной ионизации по лем круговой поляризации, содержит по меньшей мере $\sin^2 \theta_p$, поэтому угловые распределения имеют схожую форму.

Обнаруженной особенностью двухфотонной ионизации бесселевыми волнами атомов, расположенных на оси падающего пучка, является выделяемая независимо от типа облучаемого атома (или иона) одинаковая зависимость как угловых распределений фотоэлектронов, так и сечений ионизации от угла раскрытия конуса бесселева пучка $\sim \cos^8(\theta_c/2)$ – часть выражения (3), про-суммированная аналитически по L_γ , L'_γ и k_γ . Примечательно, что при этом не возникает никаких дополнительных зависимостей, в результате которых

могли бы стать “разрешенными” переходы, которые “запрещены” в плосковолновом случае (например, переход $1s \rightarrow np \rightarrow \epsilon s$ в гелии). Хотя подобных эффектов можно было ожидать – так, например, в работе [28] было показано, что закрученность падающего излучения приводит к появлению компоненты спиновой поляризации фотоэлектрона, запрещенной в процессе плосковолновой ионизации. Таким образом, закрученность падающего излучения в случае двухфотонной ионизации приводит лишь к уменьшению сечения процесса, но не к усилению или появлению новых качественных особенностей. Нетрудно понять, что при увеличении числа N поглощенных атомом-мишенью бесселевых волн в дипольном приближении зависимость дифференциальных и интегральных по углу фотоэмиссии вероятностей ионизации от параметра θ_c будет

даваться выражением $\sim \cos^{4N}(\theta_c/2)$. Отметим, что хотя иллюстрирующие расчеты выполнены в рамках модели одного активного электрона и для импульса бесконечной длительности, представленные выше выводы носят общий характер. Таким образом, в силу того, что геометрическая часть, связанная с параметром бесселева поля θ_c , аналитически отделяется от энергетической части, можно выполнять расчеты в произвольной модели (это относится к структуре пучка как по длительности, так и по амплитуде, а также к используемой модели атома) и при этом все сделанные выводы останутся в силе.

Анализируя результаты, представленные на рис. 2 и 3, становится ясно, что при фиксированной энергии падающего пучка (для определенности в расчетах эта энергия принята равной 15 эВ для гелия и для неона) сечение процесса может уменьшиться до 16 раз при предельном увеличении параметра θ_c . Вероятность фотоэмиссии под определенным углом также падает с ростом θ_c , но при этом форма угловых распределений полностью сохраняется.

3. Заключение. В результате анализа аналитической формы выражения для углового распределения вероятности фотоэлектронной эмиссии из атомов, расположенных на оси пучка, под действием бесселева излучения было показано, что угловые распределения двухфотонной ионизации сохраняют свою форму при любых параметрах закрученного излучения. Это утверждение, доказанное в текущей статье, и справедливое для любой мультипольности и поляризации рассматриваемого излучения, было проиллюстрировано расчетами для поля круговой поляризации в дипольном приближении. Более того, утверждение легко обобщается на трех- и многофотонные переходы, так как и интегральная вероятность процесса, и угловая зависимость модифицируются бесселевым излучением, как $\cos^{4N}(\theta_c/2)$. Доказанное утверждение демонстрирует важность использования структурированных, т.е. с определенным распределением атомов, мишней для наблюдения эффектов закрученности излучения в векторных характеристиках многофотонных процессов, таких как угловые распределения.

Приложение. Вывод рабочих формул

В приводимых ниже формулах $\mathcal{J}_n(x)$ – функция Бесселя первого рода порядка n ; $D_{lm}^k(\hat{\Omega})$ – D-функция Вигнера поворота $\hat{\Omega}$ на тройку углов Эйлера; $d_{lm}^k(\theta)$ – малая D-функция Вигнера; $\hat{a} = \sqrt{2a+1}$, а также используются стандартные обозначения для коэффициентов Клебша–Гордана и $6j$ -символов Вигнера.

Матричный элемент однофотонной ионизации атома бесселевым излучением, идущей по схеме

$$\hbar\omega + A(\alpha_i J_i M_i) \rightarrow A^+(\alpha_f J_f M_f) + e^-(\mathbf{p} m_s), \quad (\text{A.1})$$

дается выражением, [29]:

$$\begin{aligned} M_{\text{cont}}^{(\text{tw})} = & \sqrt{\kappa_\perp} \sum_{LMp} i^{L+M-2m_{\text{tam}}} \hat{L}(i\lambda)^p e^{i(m_{\text{tam}}-M)\phi_b} \\ & \times \mathcal{J}_{m_{\text{tam}}-M}(\kappa_\perp b_\perp) d_{M\lambda}^L(\theta_c) \sum_{\kappa\mu J_t M_t} \frac{\hat{l}}{\hat{J}_t}(l0, \frac{1}{2}m_s | jm_s) \\ & \times (J_f M_f, j\mu | J_t M_t) (J_t M_t, LM | J_t M_t) D_{\mu m_s}^{j*}(\hat{\mathbf{p}}) \\ & \times \langle (\alpha_f J_f, \epsilon\kappa) J_t | H_\gamma(pL) | \alpha_i J_i \rangle, \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

где $A(A^+)$ означает состояние до (после) ионизации; $\hbar\omega$ – энергия падающего фотона; $J_{i,f}$ и $M_{i,f}$ – полный момент и его проекция для начального (i) и конечного (f) состояний; $\alpha_{i,f}$ – набор квантовых чисел, необходимых для полного описания состояния; m_{tam} – проекция полного углового момента бесселева пучка; $\hat{\mathbf{p}} = (\phi_p, \theta_p, 0)$ – направление вылета фотоэлектрона с орбитальным моментом l и полным моментом j ; $H_\gamma(pL)$ – оператор взаимодействия атомного электрона с магнитным ($p = 0$) или электрическим ($p = 1$) фотоном мультипольности L . Отметим, что приведенный матричный элемент $\langle (\alpha_f J_f, \epsilon\kappa) J_t | H_\gamma(pL) | \alpha_i J_i \rangle$ включает в себя зависимость от фазы рассеяния (детали также можно найти в [29]).

Матричный элемент однофотонного возбуждения атома бесселевым излучением, идущим по схеме

$$\hbar\omega + A(\alpha_i J_i M_i) \rightarrow A^*(\alpha_f J_f M_f), \quad (\text{A.3})$$

дается выражением, [30]:

$$\begin{aligned} M_{\text{discrete}}^{(\text{tw})} = & \sqrt{\kappa_\perp} \sum_{LMp} i^{L+M-2m_{\text{tam}}} \hat{L}(i\lambda)^p e^{i(m_{\text{tam}}-M)\phi_b} \\ & \times \mathcal{J}_{m_{\text{tam}}-M}(\kappa_\perp b_\perp) d_{M\lambda}^L(\theta_c) \frac{1}{\hat{J}_f}(J_t M_t, LM | J_f M_f) \\ & \times \langle (\alpha_f J_f | H_\gamma(pL) | \alpha_i J_i \rangle. \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Далее для краткости записи будем использовать $m_{\text{tam}} \equiv m$. В случае одиночного атома, расположенного на оси бесселева пучка ($b_\perp = 0$), и после интегрирования по азимутальному углу ϕ_b ($\int e^{i(m-M)\phi} \frac{d\phi}{2\pi} = \delta_{mM}$), последовательным перемножением матричных элементов (A.2) и (A.4) можно

получить матричный элемент двухфотонной ионизации атома бесселевым излучением, идущей по схеме, изображенной на рис. 1А, в следующей форме:

$$\begin{aligned}
 M_{2\gamma}^{(\text{tw})} = & \kappa_{\perp} \sum_{\substack{L_1 L_2 \bar{L}_{\gamma} \\ J_{\xi} \mu \bar{M}_{\gamma}}} i^{L_1 + L_2 + 2m} (i\lambda)^{p_1 + p_2} \frac{\hat{L}_1 \hat{L}_2 \hat{l} \hat{L}_{\gamma}}{\hat{J}_t} \\
 & \times (-1)^{-J_0 + L_1 + L_2 - J_t} (l0, \frac{1}{2} m_s | j m_j) D_{\mu m_j}^{j*} (\hat{\mathbf{p}}) \\
 & \times (J_0 M_0, \bar{L}_{\gamma} \bar{M}_{\gamma} | J_t M_t) (J_f M_f, j \mu | J_t M_t) \\
 & \times (L_1 m, L_2 m | \bar{L}_{\gamma} \bar{M}_{\gamma}) d_{m\lambda}^{L_1} (\theta_c) d_{m\lambda}^{L_2} (\theta_c) \left\{ \begin{array}{ccc} L_1 & L_2 & \bar{L}_{\gamma} \\ J_t & J_0 & J_{\xi} \end{array} \right\} \\
 & \times \langle (\alpha_t J_t || H_{\gamma} (p_2 L_2) || \alpha_{\xi} J_{\xi}) \langle (\alpha_{\xi} J_{\xi} || H_{\gamma} (p_1 L_1) || \alpha_0 J_0) \rangle \rangle. \quad (\text{A.5})
 \end{aligned}$$

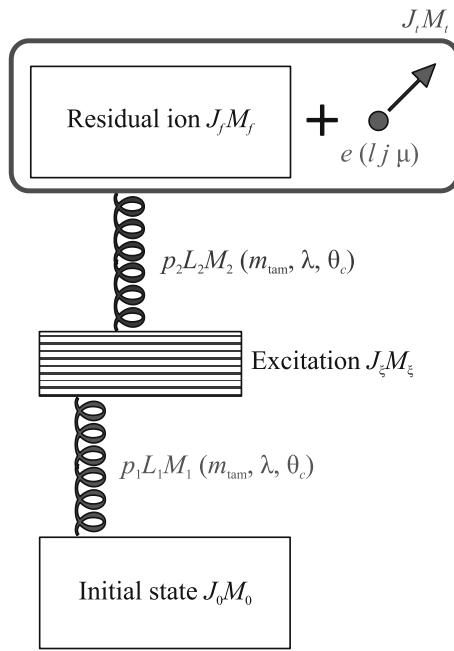


Рис. 1А. (Цветной онлайн) Схема двухфотонной ионизации. \$J_0 M_0\$, \$J_xi M_xi\$ и \$J_f M_f\$ – полный момент и его проекция для начального состояния, промежуточных связанных состояний (возбуждений) и остаточного иона, соответственно. \$J_t M_t\$ – полный момент и его проекция для системы “остаточный ион + фотоэлектрон”

Для удобства записи дальнейших выражений введем обозначение:

$$\begin{aligned}
 \langle J_t || L_1 + L_2 || J_0 \rangle_{2\gamma} \equiv & \\
 \equiv & \sum_{J_xi} i^{L_1 + L_2} (i\lambda)^{p_1 + p_2} \left\{ \begin{array}{ccc} L_1 & L_2 & \bar{L}_{\gamma} \\ J_t & J_0 & J_{\xi} \end{array} \right\} \\
 & \times \langle (\alpha_t J_t || H_{\gamma} (p_2 L_2) || \alpha_{\xi} J_{\xi}) \langle (\alpha_{\xi} J_{\xi} || H_{\gamma} (p_1 L_1) || \alpha_0 J_0) \rangle \rangle. \quad (\text{A.6})
 \end{aligned}$$

Заметим, что малые \$d\$-функции Вигнера в выражении (A.5) могут быть просуммированы таким образом, что итоговое выражение будет содержать только \$d\$-функции с нулевыми проекциями:

$$\begin{aligned}
 d_{m\lambda}^{L_1} (\theta_c) d_{m\lambda}^{L_2} (\theta_c) &= (-1)^{\lambda - m} d_{m\lambda}^{L_1} (\theta_c) d_{-m-\lambda}^{L_2} (\theta_c) = \\
 &= (-1)^{\lambda - m} \sum_{L_{\gamma} M_{\gamma} \Lambda_{\gamma}} d_{M_{\gamma} \Lambda_{\gamma}}^{L_{\gamma}} (\theta_c) \\
 &\times (L_1 m, L_2 - m | L_{\gamma} M_{\gamma}) (L_1 \lambda, L_2 - \lambda | L_{\gamma} \Lambda_{\gamma}) = \\
 &= (-1)^{\lambda - m} \sum_{L_{\gamma}} d_{00}^{L_{\gamma}} (\theta_c) \\
 &\times (L_1 m, L_2 - m | L_{\gamma} 0) (L_1 \lambda, L_2 - \lambda | L_{\gamma} 0). \quad (\text{A.7})
 \end{aligned}$$

Вышеизложенное позволяет переписать выражение (A.5) в форме:

$$\begin{aligned}
 M_{2\gamma}^{(\text{tw})} = & \kappa_{\perp} \sum_{\substack{L_1 L_2 \bar{L}_{\gamma} \bar{L}_{\gamma} \\ M_{\gamma} \mu}} i^{2m} \frac{\hat{L}_1 \hat{L}_2 \hat{l} \hat{L}_{\gamma}}{\hat{J}_t} D_{\mu m_j}^{j*} (\hat{\mathbf{p}}) d_{00}^{L_{\gamma}} (\theta_c) \\
 & \times (-1)^{-J_0 + L_1 + L_2 - J_t + \lambda - m} (l0, \frac{1}{2} m_s | j m_j) \\
 & \times (J_0 M_0, \bar{L}_{\gamma} \bar{M}_{\gamma} | J_t M_t) (J_f M_f, j \mu | J_t M_t) \\
 & \times (L_1 m, L_2 - m | L_{\gamma} 0) (L_1 \lambda, L_2 - \lambda | L_{\gamma} 0) \\
 & \times (L_1 m, L_2 m | \bar{L}_{\gamma} \bar{M}_{\gamma}) \langle J_t || L_1 + L_2 || J_0 \rangle_{2\gamma}. \quad (\text{A.8})
 \end{aligned}$$

Угловое распределение фотоэлектронов, образованных в процессе двухфотонной ионизации бесселевым излучением одиночного атома, расположенного на оси падающего пучка, может быть найдено по базовым квантовомеханическим принципам: \$W_{2\gamma}^{(\text{tw})} (\theta_p; \theta_c) = M_{2\gamma}^{(\text{tw})} M_{2\gamma}^{(\text{tw})*}\$. Используя матричный элемент в форме (A.8) и технику суммирования по проекциям, аналогичную используемой в [29], получаем общее выражение для углового распределения:

$$\begin{aligned}
 W_{2\gamma}^{(\text{tw})} (\theta_p; \theta_c) = & \sum_{\substack{J_f L_1 L_1' L_2 L_2' L_{\gamma} L_{\gamma}' \\ \bar{L}_{\gamma} \bar{L}_{\gamma}' J_t J_t' l l' j j' k_{\gamma} r}} (-1)^{-J_0 - J_f - J_t - J_t' + L_1 + L_1' + \\ & + L_2 + L_2' + 2j - 2m - 1/2} \\
 & \hat{L}_1 \hat{L}_1' \hat{L}_2 \hat{L}_2' \hat{\bar{L}}_{\gamma} \hat{\bar{L}}_{\gamma}' \hat{J}_t \hat{J}_t' \hat{l} \hat{l}' \hat{j} \hat{j}' (L_{\gamma} 0, L_{\gamma}' 0 | k_{\gamma} 0)^2 \\
 & (L_1 m, L_2 m | \bar{L}_{\gamma} 2m) (L_1' m, L_2' m | \bar{L}_{\gamma}' 2m) \\
 & (L_1 m, L_2 - m | L_{\gamma} 0) (L_1' m, L_2' - m | L_{\gamma}' 0) \\
 & (L_1 \lambda, L_2 - \lambda | L_{\gamma} 0) (L_1' \lambda, L_2' - \lambda | L_{\gamma}' 0) \\
 & (\bar{L}_{\gamma} 2m, \bar{L}_{\gamma}' - 2m | r 0) (l 0, l' 0 | r 0) \\
 & \left\{ \begin{array}{ccc} l & l' & r \\ j' & j & \frac{1}{2} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{ccc} j & j' & r \\ J_t' & J_t & J_f \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{ccc} \bar{L}_{\gamma} & \bar{L}_{\gamma}' & r \\ J_t' & J_t & J_0 \end{array} \right\} \\
 & P_r (\cos \theta_p) P_{k_{\gamma}} (\cos \theta_c) \\
 & \langle J_t || L_1 + L_2 || J_0 \rangle_{2\gamma} \langle J_t' || L_1' + L_2' || J_0 \rangle_{2\gamma}^{*}. \quad (\text{A.9})
 \end{aligned}$$

В качестве иллюстрации в настоящей работе рассматривается ионизация $1s$ -оболочки атома гелия и $2p$ -оболочки атома неона в нейтральных состояниях ($J_0 = 0$) в электрическом дипольном приближении ($L_{1,2} = L'_{1,2} = 1$; $p_{1,2} = 1$). В этом случае ($j \pm 1/2$) и J_ξ – целые числа, поэтому выражение (A.9) упрощается и принимает вид:

$$W_{2\gamma, E1}^{(\text{tw})}(\theta_p; \theta_c) = 9 \times \sum_{\substack{J_f J_t J'_t L_\gamma L'_\gamma \\ L_\gamma L'_\gamma l' j j' k_\gamma r}} (-1)^{-J_f - J_t - J'_t + 1/2} \hat{L}_\gamma \hat{L}'_\gamma \hat{J}_t \hat{J}'_t \hat{l}' \hat{j}' (L_\gamma 0, L'_\gamma 0 | k_\gamma 0)^2 (11, 1-1 | L_\gamma 0)^2 (11, 1-1 | L'_\gamma 0)^2 (11, 11 | \bar{L}_\gamma 2) (11, 11 | \bar{L}'_\gamma 2) (11, 1-1 | \bar{L}_\gamma 2, \bar{L}'_\gamma -2 | r 0) (l 0, l' 0 | r 0) \begin{Bmatrix} l & l' & r \\ j' & j & \frac{1}{2} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} j & j' & r \\ J'_t & J_t & J_f \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{L}_\gamma & \bar{L}'_\gamma & r \\ J'_t & J_t & 0 \end{Bmatrix} P_r(\cos \theta_p) P_{k_\gamma}(\cos \theta_c) \mathcal{A}_{2\gamma}^{E1} \mathcal{A}_{2\gamma}^{E1*}, \quad (\text{A.10})$$

где

$$\mathcal{A}_{2\gamma}^{E1} = \sum_{J_\xi} (-1)^{J_\xi} \begin{Bmatrix} J_1 & 1 & \bar{L}_\gamma \\ J_t & 0 & J_\xi \end{Bmatrix} \times \langle (\alpha_t J_t) | H_\gamma(E1) | \alpha_\xi J_\xi \rangle \langle (\alpha_\xi J_\xi) | H_\gamma(E1) | \alpha_0 J_0 \rangle. \quad (\text{A.11})$$

Далее воспользуемся моделью одного активного электрона, представив исходную систему как совокупность ионного остова и ионизируемого (активного) электрона. Для этого в (A.11) разделим моменты по схеме:

$$\begin{aligned} J_0 &= L_0(L_f l_0) + S_0 \\ J_\xi &= L_\xi(L_f l_\xi) + S_\xi \\ J_t &= L_t(L_f l) + S_t, \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

где L_f – орбитальный момент ионного остова (остаточного иона); l_0 , l_ξ и l – орбитальный момент ионизируемого электрона в начальном состоянии атома, в возбужденном состоянии и в непрерывном спектре, соответственно.

Учитывая, что $J_f = L_f + S_f$, $S_0 = S_\xi = S_t = 0$, $S_f = 1/2$, $J_\xi = L_\xi = 1$ и, как следствие, $\bar{L}_\gamma = J_t = L_t$, а также используя формулы (A.72) и (A.73) из [31], легко показать, что амплитуда (A.11) сводится к форме:

$$\widetilde{\mathcal{A}}_{2\gamma}^{E1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{l_\xi} (-1)^{j+l_0+\bar{L}_\gamma-1/2} \frac{\hat{J}_f \hat{j}}{\hat{L}_f} \begin{Bmatrix} J_f & L_f & \frac{1}{2} \\ l & j & \bar{L}_\gamma \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} L_f & l & \bar{L}_\gamma \\ 1 & 1 & l_\xi \end{Bmatrix} \langle l | H_\gamma(E1) | l_\xi \rangle \langle l_\xi | H_\gamma(E1) | l_0 \rangle. \quad (\text{A.13})$$

Тогда в одноэлектронной модели выражение для углового распределения (A.10) принимает вид:

$$\begin{aligned} \widetilde{W}_{2\gamma, E1}^{(\text{tw})}(\theta_p; \theta_c) &= \frac{9}{2} \times \sum_{\substack{L_\gamma L'_\gamma L_\gamma L'_\gamma \\ J_f l'_\xi l' j j' k_\gamma r}} (-1)^{j+j'-J_f-1/2} \frac{\hat{L}_\gamma^2 \hat{L}'_\gamma^2 \hat{j}_f^2 \hat{j}'^2 \hat{l}'^2}{\hat{L}_f^2} (L_\gamma 0, L'_\gamma 0 | k_\gamma 0)^2 (11, 1-1 | L_\gamma 0)^2 \\ &\quad (11, 1-1 | L'_\gamma 0)^2 (11, 11 | \bar{L}_\gamma 2) (11, 11 | \bar{L}'_\gamma 2) \\ &\quad \times (\bar{L}_\gamma 2, \bar{L}'_\gamma -2 | r 0) (l 0, l' 0 | r 0) \times \begin{Bmatrix} l & l' & r \\ j' & j & \frac{1}{2} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} J_f & L_f & \frac{1}{2} \\ l & j & \bar{L}_\gamma \end{Bmatrix} \\ &\quad \times \begin{Bmatrix} J_f & L_f & \frac{1}{2} \\ l' & j' & \bar{L}'_\gamma \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} L_f & l & \bar{L}_\gamma \\ 1 & 1 & l_\xi \end{Bmatrix} \\ &\quad \times \begin{Bmatrix} L_f & l & \bar{L}_\gamma \\ 1 & 1 & l_\xi \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} L_f & l' & \bar{L}'_\gamma \\ 1 & 1 & l'_\xi \end{Bmatrix} \\ &\quad \times \begin{Bmatrix} j & j' & r \\ \bar{L}'_\gamma & \bar{L}_\gamma & J_f \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{L}_\gamma & \bar{L}'_\gamma & r \\ \bar{L}'_\gamma & \bar{L}_\gamma & 0 \end{Bmatrix} \\ &\quad \times P_r(\cos \theta_p) P_{k_\gamma}(\cos \theta_c) \mathcal{R}_{l_0 l_\xi l} \mathcal{R}_{l_0 l'_\xi l'}, \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

где $\mathcal{R}_{l_0 l_\xi l} \equiv \langle l | H_\gamma(E1) | l_\xi \rangle \langle l_\xi | H_\gamma(E1) | l_0 \rangle$.

После снятия суммы по j , j' и J_f получаем окончательно:

$$\begin{aligned} \widetilde{W}_{2\gamma, E1}^{(\text{tw})}(\theta_p; \theta_c) &= 9 \times \sum_{\substack{L_\gamma L'_\gamma L_\gamma L'_\gamma \\ l'_\xi l' l' j j' k_\gamma r}} (-1)^{L_f + l + l'} \frac{\hat{L}_\gamma \hat{L}'_\gamma \hat{l} \hat{l}'}{\hat{L}_f^2} (11, 1-1 | L_\gamma 0)^2 (11, 1-1 | L'_\gamma 0)^2 (L_\gamma 0, L'_\gamma 0 | k_\gamma 0)^2 \\ &\quad (11, 11 | \bar{L}_\gamma 2) (11, 11 | \bar{L}'_\gamma 2) (\bar{L}_\gamma 2, \bar{L}'_\gamma -2 | r 0) (l 0, l' 0 | r 0) \\ &\quad \begin{Bmatrix} L_f & l & \bar{L}_\gamma \\ 1 & 1 & l_\xi \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} L_f & l' & \bar{L}'_\gamma \\ 1 & 1 & l'_\xi \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} l & l' & r \\ \bar{L}'_\gamma & \bar{L}_\gamma & L_f \end{Bmatrix} \\ &\quad P_r(\cos \theta_p) P_{k_\gamma}(\cos \theta_c) \mathcal{R}_{l_0 l_\xi l} \mathcal{R}_{l_0 l'_\xi l'}. \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

Если рассматривать падающее поле круговой поляризации, то с учетом дипольного приближения в (A.15) остаются только $\bar{L}_\gamma = \bar{L}'_\gamma = 2$, т.е.:

$$\begin{aligned} \widetilde{W}_{2\gamma, E1}^{(\text{tw, circ})(\theta_p; \theta_c)} &= 45 \times \sum_{\substack{L_\gamma L'_\gamma L_\gamma L'_\gamma \\ l'_\xi l' l' j j' k_\gamma r}} (-1)^{L_f + l + l'} \frac{\hat{l} \hat{l}'}{\hat{L}_f^2} (11, 1-1 | L_\gamma 0)^2 (11, 1-1 | L'_\gamma 0)^2 (L_\gamma 0, L'_\gamma 0 | k_\gamma 0)^2 \\ &\quad (22, 2-2 | r 0) (l 0, l' 0 | r 0) \begin{Bmatrix} L_f & l & 2 \\ 1 & 1 & l_\xi \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} L_f & l' & 2 \\ 1 & 1 & l'_\xi \end{Bmatrix} \\ &\quad \times \begin{Bmatrix} l & l' & r \\ 2 & 2 & L_f \end{Bmatrix} \times P_r(\cos \theta_p) P_{k_\gamma}(\cos \theta_c) \mathcal{R}_{l_0 l_\xi l} \mathcal{R}_{l_0 l'_\xi l'}. \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

Финансирование работы. Разработка формализма для описания двухфотонной ионизации одиночного атома бесселевыми волнами поддержана Российским научным фондом, проект 23-62-10026 (<https://rscf.ru/project/23-62-10026/>). Анализ сечений и угловых распределений выполнен при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, грант 075-15-2021-1353. Вычислительная часть работы поддержана Министерством науки и высшего образования Российской Федерации в рамках проекта FEME-2024-0005.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. U. Becker and D. A. Shirley, *VUV and Soft X-Ray Photoionization*, Plenum Press, N.Y., London (1996).
2. F. J. Wuilleumier and M. Meyer, *J. Phys. B: At., Mol. Opt. Phys.* **39**, R425 (2006).
3. Н. Б. Делоне, М. В. Федоров, УФН **158**, 215 (1989).
4. H. Kleinpoppen, B. Lohmann, and A. N. Grum-Grzhimailo, *Perfect/Complete Scattering Experiments*, Springer Berlin, Heidelberg (2013).
5. P. Lambropoulos, *Phys. Rev. Lett.* **28**, 585 (1972).
6. V. L. Jacobs, *J. Phys. B: At., Mol. Opt. Phys.* **6**, 1461 (1973).
7. H. R. Reiss, *Phys. Rev. Lett.* **29**, 1129 (1972).
8. Н. Л. Манаков, А. В. Меремьянин, *ЖЭТФ* **111**, 1984 (1997).
9. T. S. Sarantseva, A. A. Romanov, A. A. Silaev, N. V. Vvedenskii, and M. V. Frolov, *Phys. Rev. A* **107**, 023113 (2023).
10. A. S. Maxwell, S. V. Popruzhenko, and C. Figueira de Morisson Faria, *Phys. Rev. A* **98**, 063423 (2018).
11. B. A. Knyazev and V. G. Serbo, *Phys.-Uspekhi* **61**, 449 (2018).
12. M. Babiker, D. L. Andrews, and V. E. Lembessis, *J. Opt.* **21**, 013001 (2018).
13. S. N. Khonina, N. L. Kazanskiy, S. V. Karpeev, and M. A. Butt, *Micromachines* **11**, 997 (2020).
14. W. Fuscaldo, P. Burghignoli, and A. Galli, *Optik* **240**, 166834 (2021).
15. A. Schimmoller, S. Walker, and A. S. Landsman, *Photonics* **11**, 871 (2024).
16. D. Seipt, R. A. Müller, A. Surzhykov, and S. Fritzsche, *Phys. Rev. A* **94**, 053420 (2016).
17. V. P. Kosheleva, V. A. Zaytsev, R. A. Müller, A. Surzhykov, and S. Fritzsche, *Phys. Rev. A* **102**, 063115 (2020).
18. I. P. Ivanov, *Ann. Phys.* **534**, 2100128 (2022).
19. A. Picón, J. Mompart, J. R. Vázquez de Aldana, L. Plaja, G. F. Calvo, and L. Roso, *Opt. Express* **18**, 3660 (2010).
20. A. Picón, A. Benseñy, J. Mompart, J. R. Vázquez de Aldana, L. Plaja, G. F. Calvo, and L. Roso, *New J. Phys.* **12**, 083053 (2010).
21. A. Afanasev, C. E. Carlson, and A. Mukherjee, *J. Opt.* **18**, 074013 (2016).
22. O. Matula, A. G. Hayrapetyan, V. G. Serbo, A. Surzhykov, and S. Fritzsche, *J. Phys. B: At., Mol. Opt. Phys.* **46**, 205002 (2013).
23. B. Gao and A. F. Starace, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 404 (1988).
24. A. E. Orel and T. N. Rescigno, *Chem. Phys. Lett.* **146**, 434 (1988).
25. Е. И. Старосельская, А. Н. Грум-Гржимайло, *Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3. Физ. Астрон.* **5**, 45 (2015).
26. F. Salvat and J. M. Fernández-Varea, *Comput. Phys. Commun.* **240**, 165 (2019).
27. C. Froese Fischer, T. Brage, and P. Jönsson, *Computational Atomic Structure. An MCHF Approach*, Institute of Physics Publishing, Bristol (1997).
28. M. D. Kiselev, E. V. Gryzlova, and A. N. Grum-Grzhimailo, *Phys. Rev. A* **109**, 023108 (2024).
29. M. D. Kiselev, E. V. Gryzlova, and A. N. Grum-Grzhimailo, *Phys. Rev. A* **108**, 023117 (2023).
30. A. Surzhykov, D. Seipt, V. G. Serbo, and S. Fritzsche, *Phys. Rev. A* **91**, 013403 (2015).
31. V. V. Balashov, A. N. Grum-Grzhimailo, and N. M. Kabachnik, *Polarization and Correlation Phenomena in Atomic Collisions: A Practical Theory Course*, Kluwer Academic/Plenum Publishers, N.Y. (2000).

Спектральные свойства трехмерных волноводных структур, изготовленных методом двухфотонной лазерной литографии

А. И. Майдыковский¹⁾, А. С. Андросов*, Д. О. Апостолов⁺, К. А. Смирнов⁺, И. О. Батуев⁺, Т. В. Мурзина⁺

¹⁾Физический факультет, МГУ имени М. В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия

*Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, 115409 Москва, Россия

Поступила в редакцию 5 ноября 2024 г.

После переработки 11 ноября 2024 г.

Принята к публикации 12 ноября 2024 г.

Развитие метода двухфотонной лазерной литографии для создания оптических элементов с характерными размерами в единицы микрометров является актуальной задачей. В данной работе представлены результаты изготовления методом двухфотонной лазерной литографии из гибридного фоторезиста OrmoComp® оптических волноводов микронного диаметра, оптически не связанных с подложкой и совмещенных с системой ввода–вывода оптического излучения, основу которых составляют призменные адаптеры полного внутреннего отражения. Рассчитаны и измерены спектры пропускания всей структуры (адаптер входной–волновод–адаптер выходной) и показано, что коэффициент пропускания в маломодовом режиме составляет 20–40 % в спектральном диапазоне 700–1650 нм. Согласно расчетам, основной механизм потерь в такой структуре определяется сильным рассеянием в зоне перехода конусной части адаптера в волновод из-за сложной структуры оптического поля, нарушением режима полного внутреннего отражения на призмах из-за высокой угловой апертуры фокусируемого пучка излучения. Показана необходимость учета эффекта Гуса–Хенкен при проектировании элементов сопряжения.

DOI: 10.31857/S0370274X24120157, EDN: JQUUTW

1. Введение. Развитие и оптимизация методов создания элементов интегральной фотоники, фотонных интегральных схем (ФИС), уменьшение их размеров и повышение качества привлекают постоянно высокое внимание исследователей. Для изготовления таких структур используются преимущественно методы литографии, такие как фотолитография, ионно-лучевая и электронно-лучевая литография, фемтосекундная лазерная литография [1, 2], нанопечатная и так называемая “мягкая” литография [3, 4]. В последние два десятилетия активно развивается метод двухфотонной лазерной литографии (ДФЛЛ), или direct laser writing [5, 6], основанный на прямой (безмасочной) лазерной печати структур в фоторезисте, реализующей высокое быстродействие, хорошее качество структур с субмикронным пространственным разрешением и позволяющей формировать не только планарные, но и трехмерные [7–9] структуры. В работе [10] авторы использовали ДФЛЛ для создания двухуровневых волноводных соединителей с целью расширения возможностей планарной технологии создания ФИС. Платформа на базе микролинзовых адаптеров и микроконнекторов для эффективного заведения света в оптическое многожиль-

ное волокно была разработана и реализована в работе [11] на базе коммерчески доступного прибора ДФЛЛ. Более того, разрешение ДФЛЛ может быть улучшено за счет избирательного тушения флуоресценции [12]. В обзорах последних лет [8, 9] приведены примеры ДФЛЛ-микроструктур с типичными размерами в десятки и сотни микрометров, обеспечивающие достаточный функционал для их применения в устройствах интегральной фотоники. Изготовить массив функциональных микролинз, работающих в рентгеновском диапазоне, удалось совместив ДФЛЛ с последующим пиролизом [13].

В то же время метод ДФЛЛ пока не получил коммерческого применения для формирования оптических субмикроструктур, что связано с большим числом технологических особенностей процесса, требующих дополнительного изучения. Сложной задачей является развитие способов формирования в одном цикле ДФЛЛ связанных элементов ФИС, таких, например, как эффективные (с низкими потерями) волноводы и системы заведения–вывода оптического излучения. Данный вид исследований находится на стыке науки и технологии и требует тщательного подбора параметров лазерной печати и анализа свойств изготавливаемых структур. Ранее наш коллектив начал развивать данный метод и был до-

¹⁾e-mail: anton@shg.ru

стигнут ряд результатов по формированию функциональных микроструктур с характерными размерами в единицы и десятки микрометров, нанонитей с диаметром в несколько сотен нанометров, а также ДФЛЛ печати в одной структуре активных и пассивных элементов [14, 15].

При разработке ФИС неизбежно возникает вопрос эффективного заведения излучения в волновод, что может быть реализовано с использованием ряда хорошо известных методов. Самым простым, на первый взгляд, является так называемый торцевой ввод излучения, однако он требует наличия свободного, хорошо обработанного торца волновода, а также точной оптомеханики для прецизионного позиционирования элементов оптической схемы. Популярный решеточный метод имеет ограниченную спектральную полосу работы, однако он эффективен для заведения излучения под нормалью к плоскости решетки с помощью высокоапертурного объектива. В то же время перспективной является задача изготовления в одном цикле печати волноводов, оптически не связанных с подложкой, ввод и вывод излучения в которые производится с помощью элементов сопряжения (адаптеров).

В данной работе предложен и реализован метод ДФЛЛ для изготовления маломодовых волноводов, сопряженных с элементами ввода–вывода излучения в направлении нормали к плоскости подложки; оптические свойства такой системы изучены экспериментально и на основе численного моделирования.

2. Методика эксперимента. Структуры, исследованные в данной работе, изготовлены методом ДФЛЛ по методике, описанной в [14, 15]. Здесь отметим только наиболее важные моменты. Источником излучения накачки в установке ДФЛЛ являлся титан-сапфировый лазер TIF-DP фирмы ООО “Аввеста-Проект” с прямой диодной накачкой [16] (длина волны излучения 780 нм, длительность импульсов 70 фс, частота следования 80 МГц). Излучение лазера проходило через акустооптический модулятор, используемый для быстрого включения/выключения лазерного пучка. Далее с помощью пространственного фильтра, совмещенного с телескопом, выделялась основная гауссова мода и лазерное излучение попадало в систему позиционирования перетяжки в латеральной плоскости образца, состоящую из гальваносканера D1105 Sino-Galvo и 4f-системы. Затем излучение фокусировалось на образец с помощью иммерсионного объектива Nikon Plan APO VC 60x/1.4NA, закрепленного на однокоординатном пьезотрансляторе для точного позиционирования перетяжки оптического пуч-

ка в объеме фоторезиста в направлении нормали к поверхности подложки. “Грубое” трехмерное позиционирование образца относительно перетяжки лазерного луча осуществлялось с помощью трансляторов, управляемых шаговыми двигателями. Для изготовления микроструктур использовался гибридный фоторезист OrtoComp® производства “Micro resist technology GmbH”; в твердом состоянии его показатель преломления равен 1.515 (для $\lambda = 656$ нм) [17], т.е. очень близок к показателю преломления покровного стекла SCHOTT D 263 $n_{\text{glass}} = 1.5204$ (для $\lambda = 656$ нм), использованного в качестве подложки. Фоторезист наносился в количестве 5 мкл на покровное стекло толщиной 170 мкм, и далее выдерживался при температуре 60 °C в течение 60 мин. Скорость движения лазерной перетяжки в процессе печати составляла 500 мкм/с при мощности излучения в зоне фоторезиста порядка 10 мВт. Для предотвращения утечек излучения в подложку изготавливались волноводы, приподнятые над подложкой, структура которых аналогична предложенной ранее [15].

3D-модель микроструктур формировалась в программе Solidworks, а затем в программе Simplify3D разбивалась на слои, параллельные плоскости подложки, с односторонней “штриховкой” лазерной перетяжкой в каждом слое. Оптимальные значения шага между слоями (100 нм) и шага штриховки (70 нм) были определены из тестовых измерений. По завершении печати микроструктуры проявлялись в проявителе OrtoDev.

Описанный метод ДФЛЛ был использован в данной работе для изготовления серии трехмерных волноводов длиной 20 мкм и с диаметром до 2 мкм, поднятых над подложкой с помощью призменных адаптеров ввода–вывода излучения на высоту 10 мкм; использованная в работе схема микроструктур описана в [14]. Изображения структур в сканирующем электронном микроскопе (СЭМ) приведены на рис. 1; реализована печать прямых и изогнутых волноводов, свободно расположенных над подложкой, либо с промежуточной опорой (рис. 1c, d). О высоком качестве печати свидетельствуют четкие границы структур и их хорошая воспроизводимость в серии. Призменные адаптеры ввода–вывода излучения, помимо своего основного функционала, обеспечивали расположение волноводов над подложкой на высоте 10 мкм, что резко снижало потери оптического излучения в структуре.

3. Спектры пропускания системы адаптеры + волновод. Измерение спектральной зависимости пропускания волновода проводилось с использованием в качестве источника линейно-

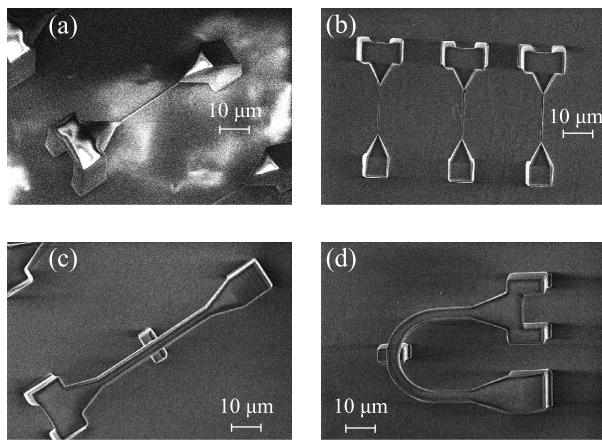


Рис. 1. СЭМ изображения изготовленных методом ДФЛЛ оптических волноводов, приподнятых над поверхностью подложки на призменных адаптерах: (а) – волновод длиной 20 мкм и диаметром 2 мкм с призменными адаптерами; (б) – серия волноводов диаметром 1–2 мкм; (с) – волновод с дополнительной промежуточной поддержкой; (д) – изогнутый волновод с поддержкой

поляризованного излучения параметрического фемтосекундного генератора ТОПОЛ-1050-С фирмы ООО “Авеста-Проект” с перестраиваемой длиной волны излучения в диапазоне 700–1000 нм и 1100–2400 нм и длительностью импульса 130–200 фс в зависимости от длины волны; для контроля поляризации зондирующего излучения использовался двойной ромб Френеля, дополнительный контроль ориентации плоскости поляризации зондирующего излучения обеспечивался призмой Глана–Тейлора, расположенной непосредственно перед фокусирующими объективом. При проведении измерений спектра пропускания *s*- или *p*-поляризованное излучение заводилось в структуру при помощи объектива Mitutoyo M Plan APO 100х/0.7NA, формирующего перетяжку на входном торце волновода. Прошедший через волновод лазерный пучок коллимировался вторым аналогичным объективом и фокусировался тубусной линзой на диафрагму, которая выделяла сигнал с выходного адаптера волновода из области диаметром 20 мкм; измерение мощности выходного и референсного каналов проводилось одновременно с помощью двух интегрирующих сфер Thorlabs S145C на основе InGaAs фотодиода (рабочий диапазон 700–1700 нм). Сканирование спектральных зависимостей проводилось с шагом 5 нм по длине волны сигнального канала параметрического генератора света, подстройка положения пучка относительно входного адаптера проводилась в середине спектральных диапазонов на максимум пропускания структур.

Измеренные спектры пропускания системы адаптеры + волновод нормировались на спектральную зависимость мощности прошедшего излучения для покровного стекла без волноводной структуры при идентичной конфигурации экспериментальной установки.

На рисунке 2а представлен набор изображений волновода с адаптерами в конфокальном микроскопе при заведении *p*-поляризованного излучения накачки во входной призменный адаптер (расположенный на рисунке слева) и регистрацией общей картины рассеяния излучения при длинах волн накачки: 700, 800, 1105, 1188 нм. Модовая картина излучения видна на выходе из призменного адаптера (на рисунке справа). Для излучения с длинами волн 1105 и 1188 нм наблюдаются две моды, при меньших длинах волн модовая структура становится сложнее и менее однородной. Схожая картина модового состава излучения наблюдалась при заведении в структуру *s*-поляризованного излучения. Максимум пропускания такие адаптеры демонстрировали при смещении пучка на входном адаптере приблизительно на 2 мкм от центра основания призмы в сторону наружного края, т.е. при $x \approx 3$ мкм (см. рис. 2а), при этом выходной пучок также был смещен от центра основания призмы в сторону наружного края. Данная особенность связана с проявлением эффекта Гуса–Хенкен при полном внутреннем отражении от грани призменного адаптера. Стоит отметить, что одномодовый режим в представленном волноводе реализуется в диапазоне длин волн 2800–3400 нм.

Полученные спектральные зависимости пропускания структуры (рис. 2б) указывают на относительно высокую эффективность представленных 3D волноводных структур в рассмотренном диапазоне длин волн: их максимальный коэффициент пропускания приближается к 43 % при 850 нм. При этом спектр пропускания имеет осциллирующую зависимость, что связано с изменением модового состава излучения, распространяющегося по волноводу, при сканировании по длине волны.

Эксперимент был дополнен численными расчетами, выполненными методом FDTD в программе Ansys Lumerical 2020; был проведен расчет распределения оптического поля в разных слоях структуры и получен спектр ее пропускания с учетом особенностей прохождения излучения в адаптерах и волноводе. На рисунке 3а представлена 3D модель волноводной структуры, визуализированная в этой программе. Структура представляет собой систему из двух призм, соединенных пирамидальными адаптерами с волноводом прямоугольного сечения с раз-

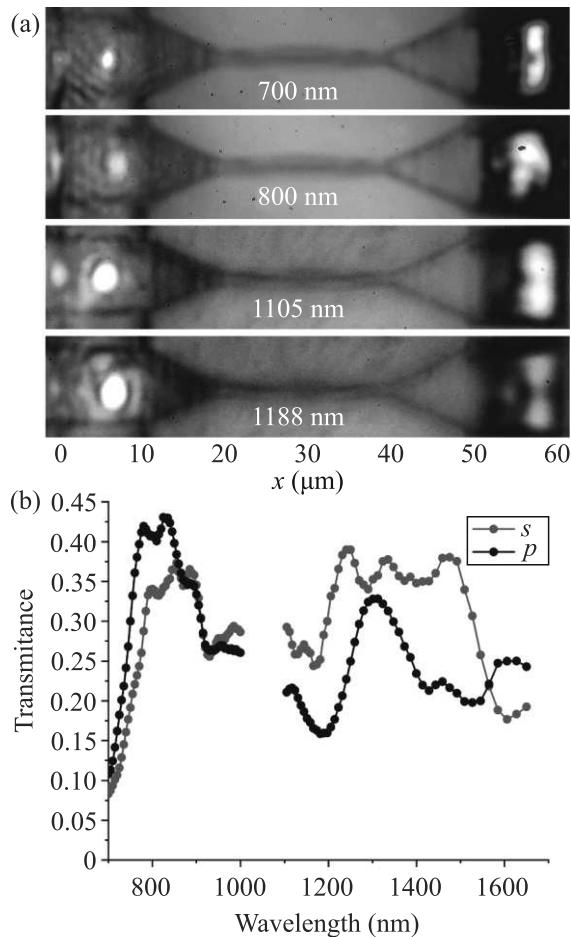


Рис. 2. (Цветной онлайн) (а) – Изображения в установке конфокальной микроскопии, демонстрирующее прохождение света через систему волновод + адаптеры для *p*-поляризованного излучения на 4-х различных длинах волн. Световое пятно слева – излучение накачки, преломленное на входном призменном адаптере при фокусировке объективом Mitutoyo M Plan Aro 100x/0.7NA. Световое пятно справа – излучение, прошедшее через волновод и вышедшее через адаптер в сторону собирающего объектива Mitutoyo Plan Aro 100x/0.7NA. (б) – Измеренные спектры пропускания системы адаптеры + волновод для *p*- и *s*-поляризованного излучения

мерами $20 \times 2 \times 2$ мкм. Фиолетовая стрелка указывает направление распространения падающего излучения, голубая стрелка обозначает его поляризацию (рис. 3а). Оранжевый параллелепипед ограничивает область моделирования, желтые прямоугольники обозначают мониторы наблюдения, строящие пространственное распределение интенсивности (рис. 3а). Было рассмотрено заведение в систему сходящегося оптического пучка с параметрами, реализованными в эксперименте.

На рисунке 3б представлена та же структура, вид сбоку. Следует отметить, что монитор 2 при наличии

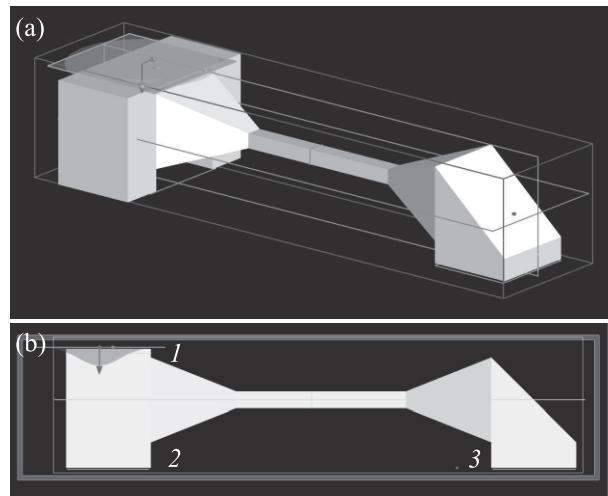


Рис. 3. (Цветной онлайн) (а) – 3D модель волноводной структуры, визуализированная в программе Ansys Lumerical 2020. Излучение накачки падает сверху на адаптер, расположенный слева, отражается от наклонной грани призмы, фокусируется на торец волновода, проходит его и, отражаясь вниз от призменного адаптера, расположенного справа, выходит в сторону монитора 3. (б) – Вид сбоку 3D модели волновода; цифрами указано расположение мониторов, которые показывают распределение интенсивности входного пучка (1), преломленного на первой призме пучка (2) и прошедшего через волноводную структуру (3) соответственно

волновода во всем диапазоне длин волн показывал ненулевое значение мощности излучения, прошедшего через первую призму, тогда как в теории призма должна обеспечивать полное внутреннее отражение. Можно предположить, что наличие прошедшего излучения связано с использованием высокоапertureного объектива при заведении излучения в систему: поскольку пучок падающего излучения сходится очень быстро, на расстояниях порядка размера самой структуры (адаптера), то появляются компоненты пучка, распространяющиеся под углами, для которых условие полного внутреннего отражения не выполняется.

Рассчитанные спектры пропускания приведены на рис. 4а. В области коротких длин волн коэффициент пропускания всей структуры составляет 30–40 %, затем он постепенно уменьшается до ≈ 20 % в окрестности длины волны 1600 нм; при этом пропускание *s*-поляризованного излучения выше, что соответствует данным эксперимента. Снижение пропускания в длинноволновой области спектра может быть связано с малым сечением волновода, сопоставимым с длиной волны света λ .

На рисунке 4б представлено распределение квадрата напряженности электрического поля световой

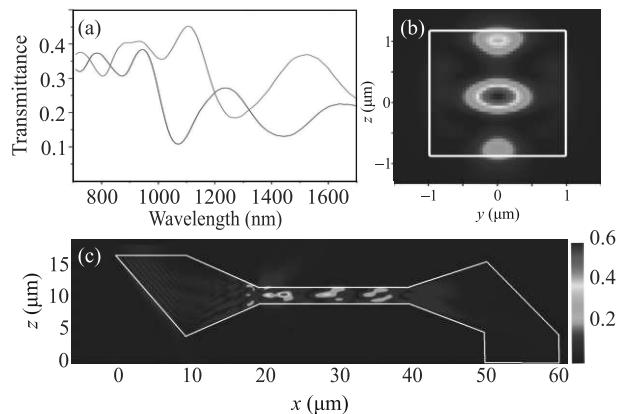


Рис. 4. (Цветной онлайн) Результаты моделирования методом FDTD системы волновод + адаптеры. (а) – Графики коэффициента пропускания системы волновод + адаптеры для *s*- (красные символы) и *p*-поляризованного (черные символы) излучения. (б) – Распределение интенсивности излучения в поперечном сечении волновода на длине волны 1105 нм для *p*-поляризованного излучения. Белым контуром отмечено сечение волновода. (в) – Распределение интенсивности излучения вдоль волновода на длине волны 1105 нм при *p*-поляризованном излучении на входе (на рисунке слева). Белым контуром отмечены границы структуры

волны в поперечном сечении волновода вблизи его середины для $\lambda = 1105$ нм. Видно, что в данном случае реализуется трехмодовый режим распространения излучения. Это также наблюдается на продольном сечении волновода (см. рис. 4в), отражающем неоднородное распределение поля: видны области его локализации, соответствующие маломодовому режиму распространения излучения. В области входного адаптера видна утечка излучения через призму при $x = 10$ мкм, а также в области перехода конуса в волновод при $x = 20$ мкм (см. рис. 4в).

4. Заключение. Таким образом, в данной работе продемонстрированы возможности ДФЛЛ по формированию трехмерных волноводных систем, состоящих из призменных адаптеров ввода и вывода оптического излучения и (прямого или искривленного) волновода, расположенного между ними и поднятого над подложкой приблизительно на 10 микрон. Экспериментальные спектры пропускания показывают, что данные структуры обладают достаточно высоким пропусканием (20–40 %) в широком спектральном диапазоне, что определяет возможность их использования для эффективного и простого заведения излучения в волноводы, используемые для построения ФИС, а также обеспечения оптической связи с такими элементами интегральной фотоники, как

дисковые или кольцевые оптические резонаторы, фотонные кристаллы, и проч. Выполненные расчеты оптических свойств данного вида трехмерных волноводных структур находятся в соответствии с экспериментальными результатами и предсказывают возможность их применения в более длинноволновой части спектра.

Заметим, что в работе использован наиболее простой вид адаптеров с плоской заводящей поверхностью призмы, для которого, очевидно, проявляются различные негативные эффекты, зависящие от длин волн проходящего излучения; к их числу следует отнести частотно-зависимое распределение оптического поля в адаптере, параметры его фокусировки в волновод, рассеяние в области сопряжения конусной части адаптера и волновода, зависимость параметров полного внутреннего отражения от формы адаптера и длины волны излучения. Вопрос оптимизации параметров адаптеров, использующих эффект полного внутреннего отражения для волноводных структур, требует отдельного исследования.

Авторы выражают благодарность Дагесяну С.А. за помощь в получении СЭМ изображений микроструктур.

Финансирование работы. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда, грант # 24-42-02009. Эксперименты были выполнены с использованием оборудования, предоставленного по программе развития МГУ имени М. В. Ломоносова соглашение # 126 от 01/03/2022.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. I. V. Dyakonov, I. A. Pogorelov, I. B. Bobrov, A. A. Kalinkin, S. S. Straupe, S. P. Kulik, P. V. Dyakonov, and S. A. Evlashin, *Phys. Rev. Appl.* **10**, 044048 (2018).
2. A. Kalinkin, M. Saygin, A. Abroskin, I. Radchenko, S. Straupe, and S. Kulik, *Appl. Phys. B* **122**, 09 2016.
3. A. Pimpin and W. Srituravanich, *Engineering Journal* **16**, 37 (2012).
4. E. Sharma, R. Rathi, J. Misharwal, B. Sinhmar, S. Kumari, J. Dalal, and A. Kumar, *Nanomaterials* **12**(16), 2754 (2022).
5. S. Kawata, H.-B. Sun, T. Tanaka, and K. Takada, *Nature* **412**, 697 (2001).
6. A. Selimis, V. Mironov, and M. Farsari, *Microelectronic Engineering* **132**, 01 2014.
7. И. Шишгин, К. Самусев, М. Рыбин, М. Лимонов, Р. Киян, Ч. Чичков, Ю. Кившарь, П. Белов, *Физика твердого тела* **56**(11), 2097 (2014).

8. V. Harimarayana and Y. Shin, *Optics & Laser Technology* **142**, 107180 (2021).
9. A. Jaiswal, C.K. Rastogi, S. Rani, G. P. Singh, S. Saxena, and S. Shukla, *iScience* **26**(4), 106374 (2023).
10. R.D. Zvagelsky, D.A. Chubich, D.A. Kolymagin, E.V. Korostylev, V.V. Kovalyuk, A.I. Prokhodtsov, A.V. Tarasov, G.N. Goltsman, and A.G. Vitukhnovsky, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **53**(35), 355102 (2020).
11. A. Pisarenko, R. Zvagelsky, D. Kolymagin, B. Katanchiev, A. Vitukhnovsky, and D. Chubich, *Optik* **201**, 163350 (2020).
12. A.G. Vitukhnovsky, D.A. Chubich, S.P. Eliseev, V.V. Sychev, D.A. Kolymagin, and A.S. Selyukov, *Journal of Russian Laser Research* **3**(4), 375 (2017).
13. M.I. Sharipova, T.G. Baluyan, K.A. Abrashitova, G.E. Kulagin, A.K. Petrov, A.S. Chizhov, T.B. Shatalova, D. Chubich, D.A. Kolymagin, A.G. Vitukhnovsky, V.O. Bessonov, and A.A. Fedyanin, *Opt. Mater. Express* **11**(2), 371 (2021).
14. А. Майдыковский, Д. Апостолов, Е. Мамонов, Д. Копылов, С. Дагесян, Т. Мурзина, *Письма в ЖЭТФ* **117**(1–2), 37 (2023).
15. A. Maydykovskiy, E. Mamonov, N. Mitetelo, S. Soria, and T. Murzina, *JETP Lett.* **115**(5), 261 (2022).
16. D.A. Kopylov, M.N. Esaulkov, I.I. Kuritsyn, A.O. Mavritskiy, B.E. Perminov, A.V. Konyashchenko, T.V. Murzina, and A.I. Maydykovskiy, *Laser Phys. Lett.* **15**(4), 045001 (2018).
17. Micro resist technology GmbH. [Online]. Available: <http://www.microresist.de/produkt/ormocomp/> (2024).

Инвариантность эволюции спектров ветровых волн в океане как статистический аттрактор

А. Н. Пушкарёв⁺^{*}, В. В. Геогджаев⁺⁺¹⁾, С. И. Бадулин⁺⁺[×]

⁺Сколковский институт науки и технологий, 121205 Москва, Россия

^{*}Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия

[×]Институт океанологии им. П. П. Ширшова РАН, 117997 Москва, Россия

Поступила в редакцию 14 октября 2024 г.

После переработки 1 ноября 2024 г.

Принята к публикации 7 ноября 2024 г.

В численном эксперименте наблюдается феномен инвариантности эволюции спектров ветровых волн в океане. После сильного возмущения происходит быстрое восстановление характеристик автомодельного роста. Такое поведение интерпретируется как проявление статистического аттрактора, связанного с обобщенным спектром Колмогорова–Захарова и подтверждается численным моделированием спектров волнения в рамках кинетического уравнения для волн на воде (уравнения Хассельманна). Это уравнение со специальной функцией накачки, приближенной к обычно используемым в волновых моделях, имеет семейства точных автомодельных решений. Выбранная функция накачки минимизирует “неавтомодельный” фон волновых спектров и позволяет оценить “чистые” скорости стремления решения к автомодельному режиму эволюции. Степенные показатели точных автомодельных решений используются как параметры аттракторов в двумерном фазовом пространстве, моделирующих этот процесс.

DOI: 10.31857/S0370274X24120162, EDN: CDBSPG

1. Моделирование спектров ветровых волн.

Мы рассматриваем кинетическое уравнение для поверхностных гравитационных волн:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial \omega_{\mathbf{k}}}{\partial \mathbf{k}} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{r}} = S_{\text{nl}} + S_{\text{in}} + S_{\text{diss}}. \quad (1)$$

Это уравнение широко используется для моделирования и прогноза морского волнения. Здесь $\varepsilon = \varepsilon(\mathbf{k}, t)$ – спектр энергии волн, S_{nl} – член, описывающий нелинейные четырехволновые взаимодействия, S_{in} – ветровая накачка, S_{diss} – диссипация. Уравнение (1) было выведено Клаусом Хассельманном [1], хотя его аналоги были известны намного раньше [2, 3].

Нелинейный член S_{nl} в (1) описывает четырехволновые нелинейные взаимодействия [1]. Некоторые эффекты, связанные с ограничениями четырехволновыми взаимодействиями и гипотезой гауссости волнового поля были продемонстрированы в [4, 5]. В работе [6] было исследовано влияние квазирезонансных взаимодействий на эволюцию спектра волнения. Тем не менее, мы рассматриваем уравнение (1) как общепринятую физическую модель и основу прогноза волнения.

Нелинейный член S_{nl} был выведен из основных уравнений гидродинамики и хорошо исследован теоретически. В отличие от него, члены S_{in} (накачка) и S_{diss} (диссипация) известны только как эмпирические параметризации; их точная математическая модель отсутствует. Основные усилия в исследований ветровых волн направлены на построение новых параметризаций для этих членов, лучше согласующихся с результатами экспериментов и наблюдений. Считается, что таким образом можно добиться улучшения прогноза волнения с помощью соответствующих моделей (см., например, [7]).

Процесс вывода уравнения (1) предполагает, что внешние воздействия S_{in} и S_{diss} малы по сравнению с S_{nl} . Простое сравнение этих членов дает обратный результат, показывая малость нелинейного члена [8]. Эта проблема была решена в [9, 10] путем сравнения скоростей эволюции спектра, связанных с этими членами. Доминирование столкновительного интеграла S_{nl} в (1) является естественным следствием ряда физических гипотез, на которых строится сам вывод кинетического уравнения.

Уравнение Хассельманна дает хорошие результаты для разнообразных параметров моделирования и прогноза волнения. В этой статье мы занимаемся волнами на глубокой воде. В этом случае (1) по-

¹⁾e-mail: vvg@mail.geogjaev.ru

казывает устойчивые черты: универсальность формы спектра и характерные особенности роста волнения. Некоторые из этих особенностей, такие как инвариантность формы спектра [11] и типичные показатели степенного роста энергии и периода волн [12] наблюдались в предыдущих экспериментальных исследованиях. Связь этих свойств с приближенными автомодельными решениями изучалась как численно [13, 14], так и путем сопоставления с экспериментальными результатами [15]. В настоящей статье мы анализируем автомодельные решения уравнения Хассельманна (1) со специальной функцией источника, воспроизводящей известные функции источника в прогностических моделях [16]. Такая функция источника обеспечивает существование точных автомодельных решений. В рамках такой физической постановки мы демонстрируем релаксацию к “естественному” режиму эволюции как феномен восстановления системы. Мы предлагаем ассоциировать этот феномен восстановления с существованием аттрактора. Параметры семейства автомодельных решений могут считаться физическими характеристиками этого аттрактора. Релаксация системы к этим параметрам характеризует процесс стремления к аттрактору как целое, не обращаясь к деталям эволюции волновых спектров в различных масштабах.

2. Что такое восстановление растущего волнения? Стабильность предполагает способность системы (физической, биологической, социальной и т.п.) противостоять внешнему влиянию, возвращаясь к “естественному” состоянию. Примерами могут являться восстановление леса после пожара или океанской экосистемы после разлива нефти. Под “естественному” обычно понимают устойчивое состояние системы, существенно определяемое небольшим числом параметров. Устойчивость в подобных системах обычно ассоциируется с аттракторами и является объектом теории динамических систем (см., например, [17]).

В настоящей статье мы исследуем феномен роста ветрового волнения в океане. Мы исследуем спектры волнения, определяемые такими характеристиками, как высота, частота и направление волн. В отличие от описанных в предыдущем параграфе случаев, фазовое пространство в данном случае является бесконечномерным, и сами объекты не являются квазистационарными. Мы предлагаем связать нестационарные и неоднородные решения кинетического уравнения (1) с концепцией восстановления физической системы. Параметры, определяющие эволюцию этих решений могут служить индикаторами восстановления, показывая стремление к автомодельности.

Таким образом, сводя задачу к меньшему количеству измерений, мы можем исследовать поведение системы, опираясь на малое количество параметров, как и в случае классических аттракторов.

Более чем 60 лет исследователи пробовали выразить параметры растущих ветровых волн как степенные зависимости от времени t или разгона x : $E \sim t^p$, ($E \sim x^p$) для полной энергии волн и $\omega_p \sim t^q$ ($\omega_p \sim x^q$) для характерной частоты. Такие аппроксимации были направлены на установление соответствия результатов полевых наблюдений и численного моделирования волнения (например, [12, 18, 19]). В отсутствие разработанной теории ветрового волнения, показатели p, q считались независимыми, хотя и лежащими в определенных диапазонах: $0.7 < p < 1.1$, $0.23 < q < 0.33$ [20].

В. Е. Захаров с соавторами выдвинули концепцию автомодельного роста ветрового волнения [14, 20, 21], показавшую замечательное количественное согласие с экспериментами, проведенными в течение более 60 лет. Основным практическим результатом стало обнаружение связи между показателями p and q (так называемого “магического соотношения”). Для простейшей ситуации временного роста (т.е. роста со временем в однородном океане) справедливо:

$$10q_\tau - 2p_\tau = 1. \quad (2)$$

Для пространственного случая (стационарное развитие в одном направлении) аналогично:

$$9q_\chi - 2p_\chi = 1 \quad (3)$$

(см. [14, 20, 22, 23]). В дальнейшем мы ограничимся случаем временного роста, опуская индексы в (2). Справедливость “магических соотношений” (2), (3) для автомодельного роста волн при различных параметризациях накачки и диссипации была установлена в серии работ [13, 14, 20, 24]. Было показано, что автомодельное ядро спектра существует с относительно слабым неавтомодельным фоном. Такое “двуухфазное” состояние не зависит от конкретного вида функции источника $S_{\text{in}} + S_{\text{diss}}$ в уравнении (1). Таким образом, автомодельное решение вида

$$\varepsilon = t^{p+q} F((\omega t)^q) \quad (4)$$

оказывается хорошей аппроксимацией спектра растущего волнения.

Следующий шаг был сделан В. Е. Захаровым и соавторами в работе [25] (далее ZRP – Zakharov–Resio–Pushkarev), где было построено семейство *точных автомодельных решений* (1) со степенной функцией накачки:

$$S_{\text{in}} \sim \omega^{s+1} \quad (5)$$

с показателем s , связанным с параметром роста волн:

$$q = \frac{1}{s+1}. \quad (6)$$

Накачка ZRP (5) построена как чистый случай накачки, быстро реализующей автомодельные решения, свободные от “мусорного” фона. Этим она отличается от других эмпирических параметризаций S_{in} . Легко видеть, что значения $s = 4/3$, $s = 2$, $s = 8/3$ отвечают линейному росту, соответственно, волнового импульса, энергии и волнового действия со временем (или разгоном) [26, 27]. Примеры в статье приведены для случая молодых волн с $s = 4/3$.

3. Автомодельное решение, его восстановление и статистический аттрактор. Мы демонстрируем структурную устойчивость автомодельного решения уравнения (1) посредством численного анализа и сравнения с экспериментом [20]. Целью является изучение восстановления спектра после того, как автомодельное решение было подвергнуто сильному возмущению. Явление быстрого восстановления спектра после резкого изменения скорости и направления ветра ранее изучалось как с использованием уравнения Хассельманна (например, [28]), так и с помощью решения динамических уравнений (реподуцированные уравнения Захарова, см., например, [29]). Наше исследование частично воспроизводит постановку упомянутых исследований, но предлагает альтернативную трактовку результатов. Мы подчеркиваем не столько аномально высокую скорость релаксации, сколько структурную устойчивость возникающих автомодельных решений.

После сильного возмущения решение может как эволюционировать к автомодельному состоянию с теми же параметрами p и q , так и перейти к другому автомодельному решению из того же семейства. Возвращение к исходному автомодельному состоянию может трактоваться как существование в системе аттрактора, обеспечивающего восстановление режима роста. Мы используем “чистую” функцию накачки ZRP, чтобы подчеркнуть переход решения в “чистую” автомодельную форму с теми же параметрами p и q , связанными с показателем ветровой накачки s . Немаловажным вопросом является скорость релаксации, т.е., время возвращения к исходному состоянию. Эта скорость может быть определена как численно, так и экспериментально.

Численные расчеты были выполнены с функцией накачки ZRP [30]

$$S_{\text{in}}(\omega, \theta) = \gamma(\omega, \theta) \cdot \varepsilon(\omega, \theta) \quad (7)$$

$$\gamma(\omega, \theta) = A \frac{\rho_{\text{air}}}{\rho_{\text{water}}} \omega \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^s q(\theta) \quad (8)$$

$$A = 0.05 \quad (9)$$

$$q(\theta) = \begin{cases} \cos^2 \theta & \text{for } -\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2 \\ 0 & \text{иначе} \end{cases} \quad (10)$$

$$\omega_0 = \frac{g}{U_{10}}, \quad \frac{\rho_{\text{air}}}{\rho_{\text{water}}} = 1.3 \cdot 10^{-3} \quad (11)$$

Здесь ρ_{air} и ρ_{water} – плотности воды и воздуха, U_{10} – скорость ветра на стандартной высоте 10 м.

Использовалась сетка из 281 узлов по частоте и 144 по углу. Нелинейные взаимодействия рассчитывались для набора из 49152 квадруплетов. Для ускорения вычислений сетка частот была ограничена сверху частотой 2 Гц. Это ограничение слегка повлияло на показатель p (см. ниже).

Вычисления были организованы следующим образом:

1. В качестве начального условия была взята ступенчатая функция (показана пунктиром на рис. 1).

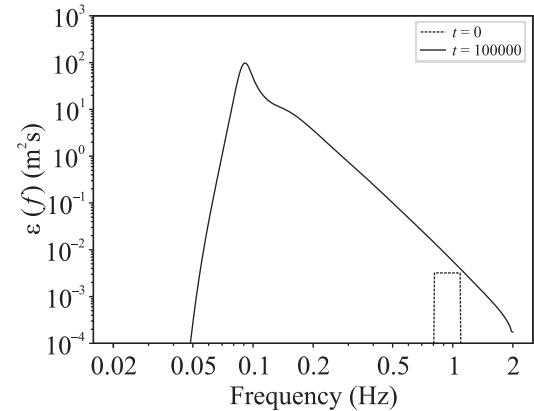


Рис. 1. Начальное условие (пунктир) и развитое автомодельное решение при $t = 100000$ с (сплошная линия)

2. Уравнение (1) решалось для временной задачи (т.е. для пространственно-однородной постановки $\nabla_k N_k \equiv 0$). Скорость ветра $U_{10} = 10$ м/с и его направление считались постоянными. Параметр накачки $s = 4/3$ в (5) был фиксирован;
3. В момент $t_0 = 50000$ с скорость ветра изменялась до более высокого значения $U_{10} = 20$ м/с и вычисления продолжались до $t_f = 100000$ с.
4. Полученные результаты исследовались на соответствие критериям автомодельности, а именно: достижения “магического соотношения” (3) и установление универсальной формы волнового спектра.

На рисунке 2 изображены график полной энергии волн для скорости ветра 10 м/с и график полной энергии после увеличения скорости ветра до 20 м/с. После увеличения скорости ветра при $t_0 \simeq 50000$ с скорость роста волнения резко меняется на большее значение.

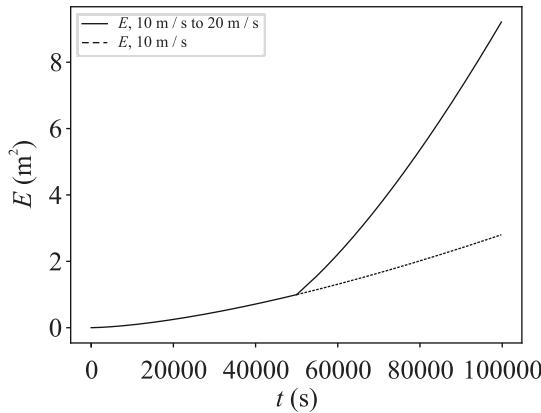


Рис. 2. Полная энергия волн

На рисунке 3 представлены показатели степенных аппроксимаций p и q . До перемены ветра мы используем $E \sim t^p$ для полной энергии и $\omega_m \sim t^{-q}$ для средней частоты. После перемены ветра полагаем, что “начальная точка” автомодельного решения сдвинулась и считаем $E \sim (t - t_0)^p$ и $\omega_m \sim (t - t_0)^{-q}$, где $t_0 = 35000$ с. Сдвиг времени t_0 несущественен на больших временах, но заметно влияет на скорость стремления к автомодельному пределу. Показатели p и q сохраняют свои значения даже после перемены ветра (соответствующие кривые на графике на рис. 3 почти сливаются). Значение p на рис. 3 слегка отклоняется от теоретического значения $10/7$. Причиной этого расхождения является ограниченный частотный диапазон вычислений, из которого по техническим причинам были исключены частоты выше 2 Гц. Тем не менее, результат достаточно близок к теоретическому значению.

На рисунке 4 представлено “магическое значение” подсчитанное по показателям рис. 3. Видно, что магическое значение $M = 9q - 2p \simeq 1$ выдерживается как до, так и после перемены ветра при $t_0 = 50000$ с. Показаны два графика: для перемены ветра и для ее отсутствия. Подчеркнем, что после перемены ветра значение M восстанавливается очень быстро.

4. Стабильность и восстановление спектров ветровых волн. Мы показали быстрое стремление численных решений к автомодельным режимам. При этом, во-первых, показатели p и q приближаются к теоретическим значениям, во-вторых, устанавлива-

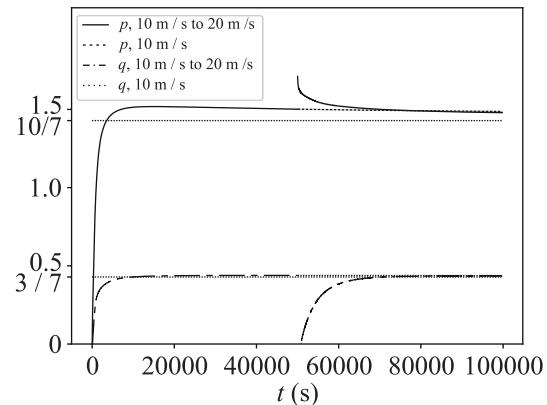


Рис. 3. Локальные значения степенных показателей для полной энергии волн $E \sim t^p$ и средней частоты $\omega_m \simeq t^{-q}$

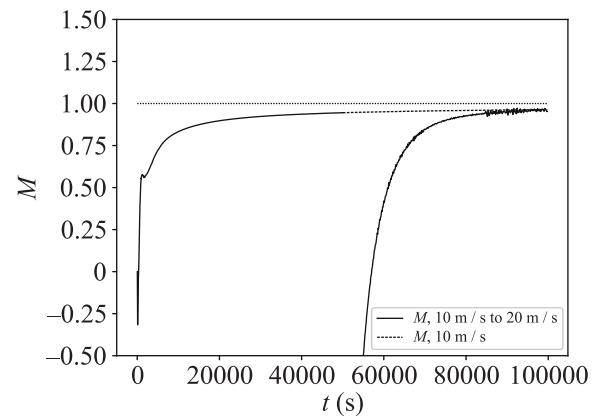


Рис. 4. Магическое значение $M = (2p - 9q)$ до и после перемены ветра

ется универсальная форма автомодельного спектра F . Первый процесс легко увидеть на рис. 3, 4. Для количественной оценки скорости приближения формы спектра к универсальной введем безразмерные энергию и частоту

$$\tilde{\omega}(t) = \frac{\omega}{\omega_{\max}(t)}, \quad (12)$$

$$\tilde{\varepsilon}(\tilde{\omega}, t) = \frac{\varepsilon(\omega, t)}{\varepsilon_{\max}(t)}, \quad (13)$$

нормализованные на максимум энергии ε_{\max} и соответствующую частоту ω_{\max} . Далее вычисляем среднеквадратичное отклонение формы спектра от эталонной в момент времени t_{ref} :

$$\delta(t) = \sqrt{\frac{\int (\tilde{\varepsilon}(\tilde{\omega}, t) - \tilde{\varepsilon}(\tilde{\omega}, t_{\text{ref}}))^2 d\tilde{\omega}}{\int \tilde{\varepsilon}^2(\tilde{\omega}, t_{\text{ref}}) d\tilde{\omega}}}. \quad (14)$$

Величина δ характеризует расхождение между решениями в окрестности спектрального пика. Отклоне-

ния спектрального “хвоста” (высокие частоты) с малыми значениями плотности энергии слабо влияют на δ . Устойчивость формы спектрального “хвоста” поддерживается прямым колмогоровским каскадом.

Результат расчета $\delta(t)$ (14) среднеквадратичного отклонения усредненного по углу нормированного спектра как функции нормированной частоты $\tilde{\omega}(t) = \omega/\omega_p$ (12) от эталонного спектра при $t_{\text{ref}} = 100000$ с показан на рис. 5. Видно, что спектр возвращается к эталонному весьма быстро. Столь замечательный эффект аномально быстрой релаксации волновых спектров наблюдался экспериментально в [31] и был воспроизведен численно в [32].

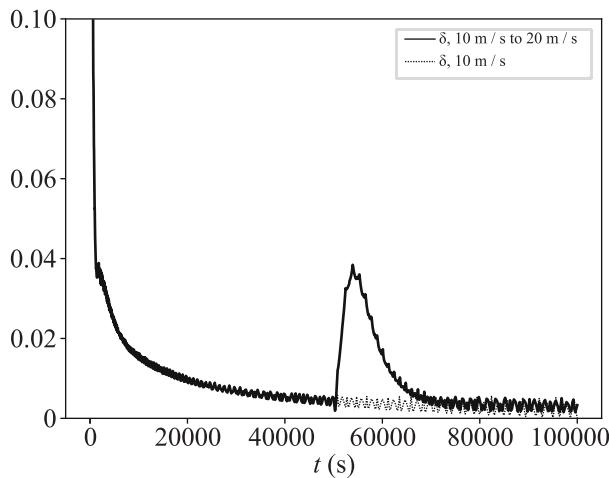


Рис. 5. Среднеквадратичное отклонение спектра от референсного в зависимости от времени. (Мелкие колебания возникают из-за наличия сетки в численных расчетах)

Таким образом, приходим к выводу:

Автомодельное поведение ветрового волнения структурно устойчиво по отношению к изменению ветра и характерное время перехода к этому поведению весьма мало.

Подобное восстановление автомодельного режима имеет глубокие физические следствия. Рисунок 6 показывает усредненный по углу спектр нормированный на спектральный максимум как функцию безразмерной частоты ω/ω_m . Показаны три спектра: до, в момент и после изменения ветра. Видно, что форма спектра остается практически неизменной (кривые почти совпадают); спектр имеет выраженный пик и стабильный “хвост” спектра Колмогорова–Захарова $E(\omega) \sim \omega^{-4}$.

Итак, рис. 6 показывает, что решения кинетического уравнения (1) демонстрируют свойства автомодельного ансамбля (4). Следовательно, стремление к автомодельной асимптотике для нашей бесконеч-

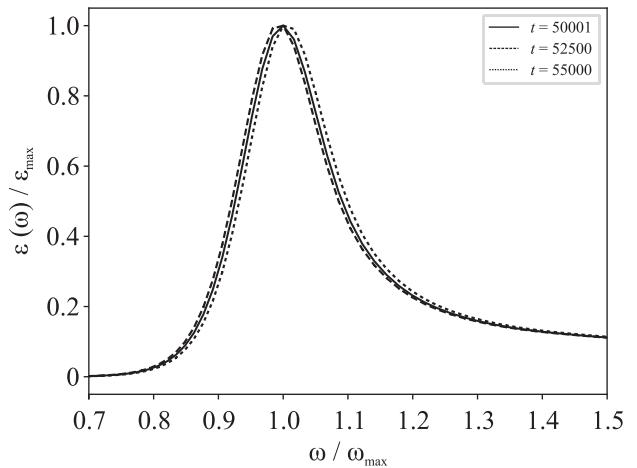


Рис. 6. Форма нормализованного спектра до, в момент и после изменения ветра

номерной системы может быть адекватно охарактеризовано всего двумя безразмерными параметрами: “магическим числом” M и параметром δ (14), отклонением от автомодельной формы спектра. Таким образом, эволюция рассматриваемой системы и ее спектров качественно напоминают динамику классических конечномерных аттракторов.

Примеры статистических аттракторов в нелинейных уравнениях в частных производных хорошо известны. В работе [33] было показано, что солитоны в неинтегрируемых одномерных и двумерных НУШ являются статистическими аттракторами. Недавно этот результат был подтвержден экспериментально в [34].

5. Обсуждение и выводы. Мы рассмотрели восстановление океанского ветрового волнения к “естественному” состоянию после сильного возмущения (перемены ветра). Спектр ветровых волн стремится к автомодельному поведению из-за наличия статистического аттрактора. Мы подтвердили эту интерпретацию, решая численно кинетическое уравнение для волн на воде (уравнение Хассельмана). Выбранная нами накачка для (1) минимизирует неавтомодельный фон, что позволяет выделить феномен восстановления “естественного” состояния распространенного волнения “в чистом виде”. Степенные показатели точных автомодельных решений могут быть интерпретированы как параметры аттракторов системы в двумерном фазовом пространстве.

Использование современных достижений физики волн в моделях оперативного прогноза морского волнения является важной задачей исследований климата. Свойство автомодельности спектра ветрового волнения и быстрое восстановление этого со-

стояния после возмущения известно более полувека со времени проведения классического эксперимента JONSWAP (JOint North Sea WAve Project, [35]). В настоящей статье мы используем концепцию автомодельности морского волнения, чтобы показать ее сходство с такими фундаментальными объектами современной физики, как динамические аттракторы.

Следует подчеркнуть две ключевые точки настоящей работы. Во-первых, это использование специальной функции источника, имитирующей генерацию волн ветром. Эта функция, близкая к используемым в моделях ветрового волнения, обеспечивает точную автомодельность решений для кинетического уравнения для глубокой воды (уравнения Хассельманна), что позволяет избавиться от неавтомодельного фона в численных расчетах.

Во-вторых, мы предлагаем конечномерную (конкретно, двумерную) параметризацию для нестационарной (развивающееся ветровое волнение) и непрерывной среды (волнового спектра), что сводит задачу к классическому динамическому аттрактору. Сама возможность такой редукции была показана для случая молодого ветрового волнения. Это тот режим, который обычно наблюдается в полевых экспериментах. Более полное исследование – предмет наших будущих работ.

Мы показали, что классические решения Колмогорова–Захарова, как и недавние их обобщения, локализованные автомодельные спектры, могут быть описаны как статистические аттракторы, подобные известным статистическим аттракторам для нелинейных уравнений в частных производных (таких, к примеру, как солитоны неинтегрируемого НУШ).

6. Финансирование работы. Настоящее исследование было поддержано грантом Российского научного фонда № 19-72-30028 “Turbulence and coherent structures in the integrable and non-integrable systems” <https://rscf.ru/en/project/19-72-30028/>.

7. Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. K. Hasselmann. *J. Fluid Mech.* **12**, 481 (1962).
2. L. W. Nordheim. *Proc. Roy. Soc. Lond. A* **119**, 689 (1928).
3. R. Peierls. *Annalen der Physik* **395**, 1055 (1929).
4. S. Y. Annenkov and V. I. Shrira. *Phys. Rev. E* **106**, L042102 (2022).
5. S. Yu. Annenkov and V. I. Shrira. *Dokl. Akad. Nauk SSSR* **396**, 1 (2004).
6. P. A. E. M. Janssen, *J. Phys. Oceanogr.* **33**, 863 (2003).
7. A. J. Van der Westhuysen, M. Zijlema, and J. A. Battjes. *Coastal Engineering* **454**, 151 (2007).
8. G. J. Komen, S. Hasselmann, and K. Hasselmann, *J. Phys. Oceanogr.* **14**, 1271 (1984).
9. V. E. Zakharov and S. I. Badulin, *Doklady Earth Sciences* **440**(Part 2), 1440 (2011).
10. V. E. Zakharov, *Phys. Scr.* **T142**, 014052 (2010).
11. K. Hasselmann, D. B. Ross, P. Müller, and W. Sell, *J. Phys. Oceanogr.* **6**, 200 (1976).
12. K. K. Kahma and C. J. Calkoen, *Growth curve observations*, in G. J. Komen, L. Cavalieri, M. Donelan, K. Hasselmann, S. Hasselmann, and P. A. E. M. Janssen (editors), *Dynamics and modeling of ocean waves*, Cambridge University Press, Cambridge, UK (1994), p. 74.
13. S. I. Badulin, A. V. Babanin, D. Resio, and V. Zakharov, *Numerical verification of weakly turbulent law of wind wave growth*, in *IUTAM Symposium on Hamiltonian Dynamics, Vortex Structures, Turbulence*, Springer, Dordrecht (2008), p. 45.
14. S. I. Badulin, A. N. Pushkarev, D. Resio, and V. E. Zakharov. *Nonl. Proc. Geophys.* **12**, 891 (2005).
15. V. E. Zakharov, S. I. Badulin, V. V. Geogjaev, and A. N. Pushkarev, *Earth and Space Science* **6**(4), 540 (2019).
16. L. Cavalieri, J.-H. G. M. Alves, F. Ardhuin et al. (Collaboration), *Progr. Ocean.* **75**, 603 (2007).
17. V. I. Arnold. *Mathematical Methods of Classical Mechanics, Graduate Texts in Mathematics*, Springer-Verlag New York, (1989), v. 60.
18. A. V. Babanin and Yu. P. Soloviev. *Mar. Freshwater Res.* **49**, 89 (1998).
19. P. A. Hwang. *J. Geophys. Res.* **111**(C2)C02005, 1 (2006); doi:10.1029/2005JC003180.
20. S. I. Badulin, A. V. Babanin, D. Resio, and V. Zakharov, *J. Fluid Mech.* **591**, 339 (2007).
21. V. E. Zakharov, S. I. Badulin, P. A. Hwang, and G. Caulliez, *J. Fluid Mech.* **708**, 503 (2015).
22. S. I. Badulin, A. N. Pushkarev, D. Resio, and V. E. Zakharov, *Direct and inverse cascade of energy, momentum and wave action in wind-driven sea*, in *7th International workshop on wave hindcasting and forecasting*, Banff, October 2002 (2002), p. 92; <http://www.waveworkshop.org/7thWaves/>, 2002.
23. V. E. Zakharov, *Nonlinear Process. Geophys.* **12**, 1011 (2005).
24. S. I. Badulin and V. E. Zakharov, *Nonlinear Process. Geophys.* **24**, 237 (2017).
25. V. E. Zakharov, D. Resio, and A. Pushkarev. *Nonlinear Process. Geophys.* **24**, 581 (2017).
26. С. И. Бадулин, *Азбука ветрового волнения. Нелинейные волны-2018*, под ред. А. Г. Литвака, А. В. Слюниняева, Федер. исслед. центр Ин-т приклад. физики РАН, ИПФ РАН, Нижний Новгород (2019), с. 121.

27. E. Gagnaire-Renou, M. Benoit, and S.I. Badulin, *J. Fluid Mech.* **669**, 178 (2011).
28. I.R. Young, S. Hasselmann, and K. Hasselmann, *J. Phys. Oceanogr.* **17**, 1317 (1987).
29. S.Y. Annenkov and V.I. Shrira, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 024502 (2009).
30. A. Pushkarev and V. Zakharov, *Ocean Modelling* **103**, 18 (2016).
31. I.R. Young, *J. Geophys. Res.* **111**, 1(2006); doi:10.1029/2006JC003540.
32. S.I. Badulin, A.O. Korotkevich, D. Resio, and V.E. Zakharov, *Wave-wave interactions in wind-driven mixed seas*, in *Proceedings of the Rogue waves 2008 Workshop*, IFREMER, Brest, France (2008), p. 77.
33. A. Dyachenko, V. Zakharov, A. Pushkarev, V. Shvets, and V. Yankov, *ZhETF* **96**(6), 2026 (1989).
34. M. Zitelli, F. Mangini M. Ferraro, and S. Wabnitz, *Photonics Research* **9**(5), 741 (2021).
35. K. Hasselmann, T.P. Barnett, E. Bouws et al. (Collaboration), Measurements of wind-wave growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP), *Deutsches Hydrographische Zeitschrift Suppl.* **12**(A8) (1973), 95 p.

Неоднородности динамики и локального поля в $\pm J$ изинговских спиновых стеклах¹⁾

В. А. Абалмасов²⁾

Институт автоматики и электрометрии Сибирского отделения РАН, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 17 октября 2024 г.

После переработки 17 октября 2024 г.

Принята к публикации 7 ноября 2024 г.

Вычислен средний размер домена для нулевого и ненулевого абсолютного значения локального поля в $\pm J$ изинговских спиновых стеклах в 2D и 3D при разных температурах, используя симуляции Монте-Карло. Абсолютные значения локального поля определяют вероятности переворота спина и поэтому полученные размеры доменов проливают свет на динамические неоднородности в стеклах, которые сейчас активно изучаются. Оказывается, что средний размер домена для ненулевого абсолютного значения локального поля, соответствующего медленной динамике спина при низких температурах, увеличивается и насыщается при уменьшении температуры главным образом за счет увеличения вероятности существования ненулевого локального поля. Однако также выявлен небольшой эффект пространственной корреляции локального поля. Данные результаты могут быть полезны для понимания природы и особенностей стекольного перехода и динамических неоднородностей в стеклах.

DOI: 10.31857/S0370274X24120172, EDN: CIRHYO

Спиновые стекла были экспериментально обнаружены в разбавленных случайно магнитных сплавах в 1970-х гг. благодаря неожиданному скачку магнитной восприимчивости при определенной температуре, при этом упорядочения магнитных моментов не было обнаружено вплоть до нулевой температуры [1]. Вскоре за этим появились несколько теоретических моделей, описывающих данный эффект. Значительный теоретический прогресс был достигнут в понимании модели Шеррингтона–Киркпатрика со случайными взаимодействиями бесконечного радиуса действия [2] благодаря решающему вкладу метода реплик с нарушением симметрии [3, 4]. В то же время, короткодействующая модель Эдвардса–Андерсона [5], в которой фиксированный беспорядок и фruстрация взаимодействия вызваны случайно распределенными связями между соседними спинами, все еще гораздо менее изучена, несмотря на ее большее соответствие условиям эксперимента [6–9].

Для спиновых стекол, как и для структурных стекол, характерно сильное замедление динамики при низкой температуре, при этом затухание автокорреляционной функции становится неэкспоненциальным [10]. Это происходит из-за определенных кооперативных явлений, при которых движение боль-

ших областей спинов или ионов становится динамически коррелированным [11–14]. В связи с этим динамические неоднородности широко изучались экспериментально и численно как в спиновых стеклах [10, 13, 15–17], так и в структурных стеклах [18–22]. С помощью моделирования методом Монте-Карло (МК) было показано, что масштаб динамической неоднородности, полученный из пространственной корреляции времен релаксации спина в модели Изинга с константами связи $\pm J$ в размерностях $d = 2$ и 3, растет с понижением температуры [10]. Однако из-за замедления спиновой динамики расчеты в статье [10] проводились только выше температуры стеклования, и значения масштаба длины не были явно указаны. Качественные доказательства сильных пространственно-временных неоднородностей в этой модели при низких температурах были получены в численных исследованиях среднего времени переворота спина в статье [16], хотя основное внимание там уделялось временными неоднородностям. Позже динамические неоднородности были связаны со структурой так называемого остова (backbone) [23–26], которая включает в себя набор связей с постоянным состоянием (нарушенные или удовлетворенные), а также солидарные спины, сохраняющие одинаковую относительную ориентацию, во всех конфигурациях основного состояния [27]. Аналогично, динамические неоднородности в структурных стеклах были связа-

¹⁾ См. дополнительный материал к данной статье на сайте нашего журнала www.jetletters.ac.ru

²⁾ e-mail: abalmasov@iae.nsc.ru

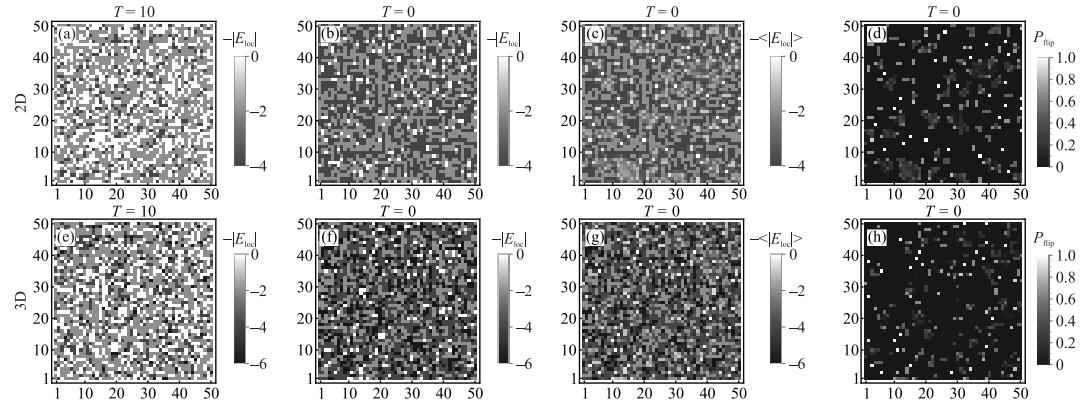


Рис. 1. Типичные конфигурации абсолютной величины локального поля (взятой со знаком минус) для модели стекла $\pm J$ Изинга в 2D и 3D (с изображением одной из плоскостей) при температуре $T = 10$ (а) и (е) и $T = 0$ (б) и (ф) соответственно. Для наглядности показана только четверть образца, полный размер которого $L = 100$. При этом возможны только дискретные значения локального поля, указанные в легендах. (с) – Абсолютное значение локального поля (со знаком минус), усредненное по 10^6 МКШ в 2D и (г) – по 10^4 МКШ в 3D, при нулевой температуре. Эти значения имеют непрерывный спектр вследствие усреднения. (д) – Вероятность переворота спина P_{flip} , измеренная за $t_{\text{cal}} = 10^6$ МКШ в 2D и (х) за 10^4 МКШ в 3D при нулевой температуре. В самых темных областях спины совсем не переворачиваются за время моделирования

ны с локальными равновесными флуктуациями состава [18].

В то же время динамика каждого спина определяется локальным полем в его расположении, и пространственную конфигурацию этого поля легко получить при любой температуре в ходе МК-моделирования. Отметим также, что распределение локального поля важно для некоторых теорий среднего поля [5, 28–31]. Кроме того, распределение локального поля может быть получено экспериментально из интерпретации спектров Мессбауэра и ядерного магнитного резонанса [6]. В данной статье, используя МК-моделирование, вычисляется средний размер доменов локального поля при различной температуре в модели $\pm J$ изинговского спинового стекла (также известной как бимодальная или бинарная модель Эдвардса–Андерсона). В конечном итоге это позволяет нам определить характерный масштаб динамических неоднородностей.

Гамильтониан модели имеет вид

$$H = \sum_{\langle i,j \rangle} J_{ij} s_i s_j, \quad (1)$$

где суммирование производится по всем парам ближайших соседей, все спины $s_i = \pm 1$ – изинговского типа, а связи J_{ij} с равной вероятностью принимают значения $\pm J$ (в наших симуляциях их сумма равна нулю для каждого образца, а в качестве единицы энергии в статье используется $J = 1$).

При МК-моделировании используются алгоритм Метрополиса и периодические граничные условия

во всех направлениях. Спины размещены на квадратной (в 2D) и кубической (в 3D) решетке линейного размера L , равного числу спинов в каждом направлении. Каждый спин s_i адресуется случайным образом во время каждого шага МК на спин (МКШ) и переворачивается с вероятностью $P = \min[\exp(-2s_i E_i/T), 1]$, где $E_i = \sum_{\langle i,j \rangle} J_{ij} s_j$ – локальное поле в расположении спина, а T – температура в энергетических единицах. Абсолютные значения локального поля $|E_i|$ могут быть 0, 2 и 4 в 2D, а также 6 в 3D (в энергетических единицах). При низкой температуре спины ориентированы преимущественно в направлении локального поля и вероятность их переворота (возбуждения) определяется фактором Больцмана $\exp(-2|E_i|/T)$. Таким образом, вся спиновая динамика обусловлена главным образом теми спинами, которые находятся в нулевом локальном поле, и их возможной диффузией вокруг своего местоположения. При более высоких температурах порядка абсолютной величины ненулевого локального поля также начинает действовать процесс активации.

В обоих измерениях исследовались образцы размером $L = 100$, достаточно большие, чтобы минимизировать эффект конечного размера. Моделирование проводилось при 100 температурах с интервалом, экспоненциально уменьшающимся с температурой, от максимальной температуры $T_{\text{max}} = 10$ вниз до $T_{\text{min}} = 0.001$ (которая в дальнейшем называется нулевой, поскольку при этой температуре никакой динамики активации не ожидается). При каждой

температуре термодинамические величины рассчитывались за общее время $t_{\text{cal}} = 10^6$ в 2D и 10^4 МКШ в 3D с предварительной термализацией в течение $t_{\text{th}} = 10^4$ и 10^3 МКШ соответственно. Достигнутые таким образом самые низкие энергии, $\mathcal{E}_{\text{min}} = -1.400$ в 2D и -1.777 в 3D, очень близки к энергиям основного состояния с соответствующими значениями $\mathcal{E}_{\text{GS}} = -1.401$ и -1.787 , полученными с помощью специальных алгоритмов [32].

Снимки конфигураций абсолютных значений локального поля при максимальной и нулевой температурах показаны на рис. 1а и б для 2D, а также на рис. 1е и ф в 3D (где показана одна из плоскостей). При низкой температуре увеличивается количество узлов решетки с ненулевыми абсолютными значениями локального поля, а также типичный размер соответствующих доменов (т.е. последовательных узлов с одинаковым абсолютным значением локального поля по одной из координат). Фактически это соответствует ожидаемому уменьшению полной энергии при понижении температуры. Однако даже при нулевой температуре спины в нулевом локальном поле могут свободно переворачиваться (в литературе эти спины иногда называют свободными (free) [16], отвязанными (loose) [6, 33] или бездельными (idle) [27]). Такой переворот меняет локальное поле в соседних узлах, и если в каком-то из них оно становится равным нулю, соответствующие спины также становятся свободными и могут переворачиваться. Этот процесс выглядит как диффузия свободных спинов и в то же время может рассматриваться как флуктуация формы, размера и расположения доменов с замороженными спинами.

Переворот некоторых свободных спинов не приводит к появлению новых свободных спинов. Эти свободные спины не диффундируют и остаются изолированными. Это видно на рис. 1с и г, где показаны абсолютные значения локального поля, усредненные за все время моделирования t_{cal} при нулевой температуре. Некоторые узлы с нулевым локальным полем, показанные белым цветом на снимках на рис. 1б и ф, теперь имеют ненулевое локальное поле, усредненное по времени, с небольшим изменением цвета, тогда как другие остаются белыми. Более явно это видно на рис. 1д и 1г, где показана вероятность переворота спина P_{flip} , определяемая как отношение общего количества переворотов спина в данном узле ко времени моделирования t_{cal} . Она равна единице для изолированных свободных спинов, имеет ненулевое значение в местах диффузии свободных спинов и нулевое там, где локальное поле всегда имеет конечное значение. При нулевой температуре общая доля сво-

бодных спинов в любой момент времени составляет $n_0 \approx 0.078$ в 2D и 0.055 в 3D, а доля изолированных свободных спинов равна $n'_0 \approx 0.01$ в обоих случаях.

Измерение размера доменов нулевых и ненулевых абсолютных значений локального поля производится явно (подсчетом количества последовательных узлов решетки с соответствующими значениями поля по одной из координат), и их распределение усредняется по 10^4 измерениям за время моделирования t_{cal} . Это распределение оказывается очень близким к экспоненциальному при каждой температуре (см. дополнительные материалы, рис. S1). Оно не зависит от времени после термализации, а усреднение по множеству измерений лишь уменьшает статистические погрешности. Корреляционные функции являются самоусредняющимися, поэтому моделирование производится только для нескольких достаточно больших образцов без усреднения по случайным константам связи J_{ij} . Затем находится средний размер домена, который показан на рис. 2 как функция температуры. Кроме того, вычисляется вероятность нахождения нулевых и ненулевых абсолютных значений локального поля q , что позволяет определить средний размер домена в обоих случаях, предполагая отсутствие пространственной корреляции, как $l_q = \sum_{n=1}^{\infty} nq^n / \sum_{n=1}^{\infty} q^n = (1-q)^{-1}$. Этот размер показан на рис. 2 пустыми маркерами. Он немного меньше фактического среднего размера домена (разница составляет менее примерно 6% в 2D и вдвое меньше в 3D и показана на дополнительных материалах, рис. S2). Это означает, что фактически домены слегка скоррелированы в пространстве. Пространственная корреляция узлов с одинаковой абсолютной величиной локального поля может быть качественно объяснена. Действительно, рассмотрим, например, узел с максимальным абсолютным значением локального поля. При достаточно низкой температуре спин в этом узле параллелен локальному полю и, следовательно, все его связи с соседними спинами удовлетворены, т.е. соответствуют наименьшей энергии. Как следствие, соседние спины гарантированно имеют хотя бы одну удовлетворенную связь, и вероятность максимального значения локального поля в их позиции поэтому выше. При высокой температуре пространственные корреляции исчезают, и обе длины стремятся к своему высокотемпературному пределу, соответствующему случайной конфигурации спинов, который составляет ровно $8/5$ для $E_{\text{loc}} = 0$ и $8/3$ для $E_{\text{loc}} \neq 0$ в 2D и $16/11$ и $16/5$ в 3D соответственно. При этом отличие от этого предела уменьшается обратно пропорционально температуре.

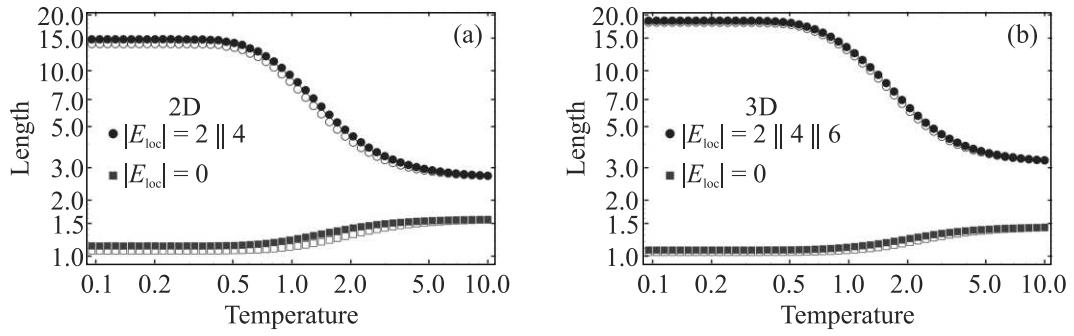


Рис. 2. (Цветной онлайн) Средний размер домена для нулевых и ненулевых абсолютных значений локального поля в зависимости от температуры для модели $\pm J$ Изинга в 2D (а) и 3D (б) (ср. с рис. 1а, б, е и ф). Закрашенные маркеры соответствуют прямым измерениям. Пустые маркеры соответствуют расчету по вероятностям появления этих локальных полей при условии отсутствия их пространственной корреляции. Разница составляет менее 10% в 2D и вдвое меньше в 3D. Температура стеклования равна нулю в 2D и $T_g = 1.102$ в 3D [34]

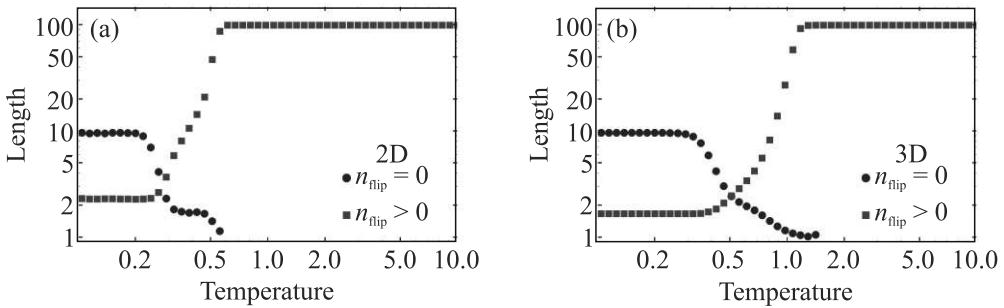


Рис. 3. (Цветной онлайн) Средний размер домена для нулевой и ненулевой частоты переворота спина (ср. с рис. 1д и 1г) в зависимости от температуры для модели $\pm J$ Изинга в 2D при времени моделирования $t_{\text{cal}} = 10^6$ МКШ (а) и 3D при $t_{\text{cal}} = 10^4$ МКШ (б)

Поскольку более высокие значения локального поля соответствуют более низким энергиям спина, температурная зависимость вероятности ненулевого локального поля и среднего размера его домена, показанная на рис. 2, согласуется с температурной зависимостью энергии, которая обратно пропорциональна T при высоких температурах с постепенным насыщением ниже $T \approx 2$, см. дополнительные материалы, рис. S3. При нулевой температуре средний размер домена для нулевого и ненулевого локального поля составляет $l_0 \approx 1.10$ и $l \approx 15$ в 2D и $l_0 \approx 1.14$ и $l \approx 19$ в 3D соответственно. Эти значения практически не меняются при дальнейшем увеличении размера образца. Заметим, что средний размер домена, рассчитанный отдельно для каждого абсолютного значения локального поля, уменьшается с температурой для $|E_{\text{loc}}| \leq 2$ и возрастает при больших абсолютных значениях локального поля, см. дополнительные материалы, рис. S4. Надо отметить, что в модели Изинга средний размер области ненулевого локального поля увеличивается до бесконечности ниже температуры фазового перехода.

Средний размер домена также можно рассчитать по корреляционной функции $f(r) = \langle \overline{E}_{ij} \overline{E}_{ij+r} \rangle$, где $\overline{E}_{ij} = 0$, если $E_{ij} = 0$, иначе $\overline{E}_{ij} = 1$ и $q = \sum_{i,j} \overline{E}_{ij} \overline{E}_{ij}$ — вероятность ненулевого локального поля, как $l_d = \sum_{r=1}^{\infty} r g(r) / \sum_{r=1}^{\infty} g(r)$ с $g(r) = \prod_{r'=1}^r f(r')$. Однако этот подход требует гораздо большего количества вычислений для получения результата.

Распределение размеров доменов для локальной энергии при низкой температуре, когда каждый спин параллелен своему локальному полю, такое же, как и для локального поля. При более высоких температурах лишь часть спинов равная $(1 + \alpha)^{-1}$, где $\alpha = \exp(-2|E_{\text{loc}}|/T)$, находится в состоянии с самой низкой энергией, а остальные находятся в возбужденном состоянии со спинами, антипараллельными локальному полю. Таким образом, средний размер домена для локальной энергии с ростом температуры становится меньше, чем для соответствующего абсолютного значения локального поля.

Чтобы связать полученный средний размер домена локального поля с динамическими неоднородно-

стями, мы находим средний размер доменов, в которых нет переворота спина за время моделирования t_{cal} и доменов с количеством переворотов $n_{\text{flip}} > 0$, как показано на рис. 3. При низкой температуре средняя диффузионная длина свободных спинов составляет около 2.3 в 2D и 1.7 в 3D, тогда как средний размер замороженной спиновой области в обоих случаях составляет $l_{\text{frozen}} \approx 10$, см. также рис. 1d и h для сравнения. Средний размер домена для замороженных спинов начинает уменьшаться при температуре, соответствующей термической активации хотя бы одного спина в ходе моделирования, которая определяется уравнением $t_{\text{cal}}N \exp(-2|E_{\text{loc}}|/T) \sim 1$, где $N = L^d$ – общее количество спинов в образце. При температуре, определяемой тем же уравнением без N , что означает активацию всех спинов, находящихся в заданном локальном поле, устанавливается новое значение l_{frozen} , которое соответствует среднему размеру области более высоких значений локального поля. Например, в 2D средний размер домена для $|E_{\text{loc}}| = 4$ составляет около 2.06, см. дополнительные материалы, рис. S4. В конечном счете, измеренный средний размер области ненулевого локального поля является верхней границей масштаба динамической неоднородности в модели.

Обратите внимание, что фазовый переход для спинового стекла, который происходит при $T_g = 0$ в 2D и $T_g = 1.102$ в 3D [34], не влияет на зависимость среднего размера домена от температуры (рис. 2). В то же время корреляционная длина поля перекрытия двух реплик $q_i^{ab} = s_i^a s_i^b$ при этих температурах расходится [34] (для одной реплики $[\langle s_i s_j \rangle]_{\text{av}} = \delta_{ij}$ при усреднении по времени и беспорядку [33]).

В случае гауссовского распределения констант связи J_{ij} распределение локального поля $P(E_{\text{loc}})$ линейно при $E_{\text{loc}} \rightarrow 0$ с $P(0) \approx 0.065$ в 2D и ≈ 0.055 в 3D [35] (интересно, что эти значения близки к вероятностям нахождения нулевого локального поля, т.е. свободных спинов, n_0 в модели $\pm J$ Изинга, приведенным выше). При любой температуре можно рассматривать области с абсолютными значениями локального поля $|E_{\text{loc}}| < cT$, которые соответствуют почти свободно переворачивающимся активированным спинам, и $|E_{\text{loc}}| > cT$, соответствующие замороженным спинам, где можно выбрать множитель $c \sim 10$. При низкой температуре число активированных спинов уменьшается пропорционально температуре, а доля замороженных спинов q линейно приближается к единице. Это должно привести к тому, что средний размер домена замороженных спинов, $l_q = (1 - q)^{-1} \propto T^{-1}$, будет обратно пропорционален температуре. Этот случай должен быть ближе

к структурным стеклам, где можно найти распределение по размерам доменов с разной второй пространственной производной локальной потенциальной энергии, определяющей частоту колебаний каждой частицы, и частицы с частотой выше определенного порога, пропорционального температуре, можно считать замороженными.

В заключение отметим, что мы связали пространственные динамические неоднородности в бимодальной модели спинового стекла с изинговскими спинами с доменами с нулевыми и ненулевыми локальными полями, в которых спины могут свободно переворачиваться или замерзать соответственно при низкой температуре. Соответствующие средние размеры доменов были получены с помощью моделирования методом Монте-Карло. Установлено, что средний размер домена ненулевого локального поля определяется главным образом вероятностью появления этого поля, а корреляции между соседними узлами решетки малы. Средний размер этого домена увеличивается с понижением температуры и насыщается до конечного значения при низких температурах. Соответствующие домены слегка флюктуируют по размеру, форме и положению даже при нулевой температуре из-за диффузии свободных спинов, находящихся в нулевом локальном поле. Качественно одинаковое поведение для доменов наблюдается в 2D и 3D, и оно оказывается не подверженным влиянию фазового перехода в стеклообразное состояние. Данное исследование проливает свет на пространственные динамические неоднородности в модели $\pm J$ Изинга и дает некоторое представление о них в других моделях стекла.

Автор благодарен Новикову В.Н. и Вугмейстеру Б.Е. за обсуждение работы. Автор также признается Сибирскому суперкомпьютерному центру Сибирского отделения Российской академии наук (СО РАН) за предоставление суперкомпьютерного оборудования.

Финансирование работы. Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-22-00320.

Конфликт интересов. Автор данной работы заявляет, что у него нет конфликта интересов.

-
1. J. A. Mydosh, Rep. Prog. Phys. **78**, 052501 (2015).
 2. D. Sherrington and S. Kirkpatrick, Phys. Rev. Lett. **35**, 1792 (1975).
 3. G. Parisi, Phys. Rev. Lett. B **71**, 471 (1995).
 4. M. Mezard, G. Parisi, and M. A. Virasoro, *Spin Glass Theory And Beyond: An Introduction To The Replica Method And Its Applications*, World Scientific Lecture

- Notes In Physics, World Scientific Publishing Co., Singapore (1987).
5. S. F. Edwards and P. W. Anderson, *Journal of Physics F: Metal Physics* **5**, 965 (1975).
 6. K. Binder and A. P. Young, Spin glasses: Experimental facts, theoretical concepts, and open questions, *Reviews of Modern Physics* **58**, 801 (1986).
 7. N. Kawashima and H. Rieger, *Recent progress in spin glasses*, in *Frustrated Spin Systems*, World Scientific Publishing Co., Singapore (2013), p. 509.
 8. A. Altieri and M. Baity-Jesi, *An introduction to the theory of spin glasses*, in *Encyclopedia of Condensed Matter Physics*, Elsevier, Amsterdam (2024), p. 361.
 9. C. M. Newman and D. L. Stein, *J. Stat. Phys.* **191**, 128 (2024).
 10. S. C. Glotzer, N. Jan, T. Lookman, A. B. MacIsaac, and P. H. Poole, *Phys. Rev. E* **57**, 7350 (1998).
 11. L. Berthier, G. Biroli, J.-P. Bouchaud, L. Cipelletti, D. E. Masri, D. L'Hôte, F. Ladieu, and M. Pierno, *Science* **310**, 1797 (2005).
 12. A. Montanari and G. Semerjian, *J. Stat. Phys.* **125**, 23 (2006).
 13. R. Alvarez-Banos, A. Cruz, L. A. Fernandez et al. (Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **105**, 177202 (2010).
 14. M. Baity-Jesi, E. Calore, A. Cruz et al. (Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **118**, 157202 (2017).
 15. P. H. Poole, S. C. Glotzer, A. Coniglio, and N. Jan, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 3394 (1997).
 16. F. Ricci-Tersenghi and R. Zecchina, *Phys. Rev. E* **62**, R7567 (2000).
 17. L. D. C. Jaubert, C. Chamon, L. F. Cugliandolo, and M. Picco, *J. Stat. Mech.: Theory Exp.* **2007**, P05001 (2007).
 18. W. Kob, C. Donati, S. J. Plimpton, P. H. Poole, and S. C. Glotzer, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 2827 (1997).
 19. G. Parisi, *J. Phys. Chem. B* **103**, 4128 (1999).
 20. L. Berthier and G. Biroli, *Rev. Mod. Phys.* **83**, 587 (2011).
 21. G. Biroli, K. Miyazaki, and D. R. Reichman, *Dynamical Heterogeneity in Glass-Forming Liquids*, in *Spin Glass Theory and Far Beyond*, World Scientific Publishing Co., Singapore (2023), p. 187.
 22. V. N. Novikov, *J. Chem. Phys.* **161**, 054501 (2024).
 23. F. Romá, S. Bustingorry, and P. M. Gleiser, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 167205 (2006).
 24. F. Romá, S. Bustingorry, P. M. Gleiser, and D. Dominguez, *Phys. Rev.* **98**, 097203 (2007).
 25. F. Romá, S. Bustingorry, and P. M. Gleiser, *Phys. Rev. B* **81**, 104412 (2010).
 26. F. Romá and S. Risau-Gusman, *Phys. Rev. E* **88**, 042105 (2013).
 27. J. Vannimenus, J. M. Maillard, and L. de Seze, *Journal of Physics C: Solid State Physics* **12**, 4523 (1979).
 28. B. E. Vugmeister and V. A. Solid State Commun. **63**, 323 (1987).
 29. B. E. Vugmeister and M. D. Glinchuk, *Rev. Mod. Phys.* **62**, 993 (1990).
 30. V. A. Abalmasov and B. E. Vugmeister, *Rev. Mod. Phys. E* **107**, 034124 (2023).
 31. V. Abalmasov, *SciPost Physics* **16**, 151 (2024).
 32. F. Romá, S. Risau-Gusman, A. J. Ramirez-Pastor, F. Nieto, and E. E. Vogel, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* **388**, 2821 (2009).
 33. D. Landau and K. Binder, *A Guide to Monte Carlo Simulations in Statistical Physics*, Cambridge University Press, Cambridge (2021).
 34. M. Baity-Jesi, R. A. Banos, A. Cruz et al. (Collaboration), *Phys. Rev. B* **88**, 224416 (2013).
 35. S. Boettcher, H. G. Katzgraber, and D. Sherrington, *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical* **41**, 324007 (2008).

Soft mode behavior in transition metal doped SrTiO_3 thin films on MgO substrates

A. V. Melentev^{a1)}, E. S. Zhukova^a, B. M. Nekrasov^a, V. S. Stolyarov^{a,b,c}, A. S. Frolov^a, M. Savinov^d, A. A. Bush^e, V. I. Kozlov^{e,f}, B. P. Gorshunov^a, M. V. Talanov^a

^a Moscow Institute of Physics and Technology, 141700 Dolgoprudny, Russia

^b Dukhov Research Institute of Automatics (VNIIA), 127055 Moscow, Russia

^c National University of Science and Technology MISIS, 119049 Moscow, Russia

^d Institute of Physics of the Czech Academy of Sciences, 18221 Prague, Czech Republic

^e Research Institute of Solid-State Electronics Materials, MIREA – Russian Technological University (RTU MIREA), 119454 Moscow, Russia

^f Kapitza Institute for Physical Problems of the Russian Academy of Sciences, 119334 Moscow, Russia

Submitted 26 September 2024

Resubmitted 29 October 2024

Accepted 7 November 2024

The ferroelectric soft mode in polycrystalline pristine SrTiO_3 and weakly doped $\text{SrTiO}_3:\text{M}$ ($\text{M} = 2$ at % Fe, Ni, Mn, Co) thin films on (001) MgO substrates has been studied using time-domain terahertz spectroscopy. Spectra of real and imaginary parts of film permittivity were determined in the frequency range of $5\text{--}100\text{ cm}^{-1}$ at temperatures between 5 and 300 K. Central frequency and dielectric contribution of the ferroelectric soft mode show Barrett-like temperature dependencies similar to crystalline SrTiO_3 . Large negative values of Curie temperature and enhanced positive values of Barrett quantum temperatures are discovered indicating that doped SrTiO_3 thin films are farther from ferroelectric phase transition than SrTiO_3 crystals.

DOI: 10.31857/S0370274X24120183, EDN: DDGMAJ

Strontium titanate (SrTiO_3 , STO) is an archetypal quantum paraelectric with dielectric permittivity reaching values as high as 24000 at 4 K. It has found applications as a material for capacitors, actuators, sensors, memory devices and other electronic and microwave components. More than 95 % of the low-frequency dielectric permittivity in STO single crystals is associated with the ferroelectric soft mode (TO_1 mode, Slater mode). The temperature dependence of the soft mode dielectric contribution $\Delta\epsilon$ follows the Curie–Weiss behavior down to temperature ≈ 50 K, below which it levels off indicating suppression of the phase transition. This behavior was ascribed to quantum fluctuations by Barrett [1]. In addition to the Curie temperature T_C , Barrett's model introduces another parameter T_1 , which is related to the temperature below which quantum fluctuations become essential in determining physical properties of the compound.

Thin films of STO tend to have smaller $\Delta\epsilon$ and higher loss tangent than the bulk samples [2–4]. The same holds for polycrystalline samples compared to sin-

gle crystals. The low frequency $\Delta\epsilon$ of epitaxial films with high degree of crystallinity can reach values of $\approx 10^4$, while the $\Delta\epsilon$ of bulk ceramics or thin polycrystalline films can drop down to $\approx 10^3$ or even lower, depending on microstructure and synthesis procedure. STO polycrystalline thin films combine some of the valuable dielectric properties inherent in STO with low manufacturing cost, compatibility with planar fabrication processes and a variety of suitable substrates. There are several simple ways of tweaking the characteristics of thin films, e.g., using different substrates (misfit strain), changing grain size or chemical substitution. Misfit strain is more applicable to epitaxial films, and the influence of different grain size on the properties of polycrystalline films has been extensively studied in the literature, see, e.g. [3]. Chemical substitution as low as a few atomic percent has a noticeable impact on soft mode dynamics in bulk samples [5–10]. However, the majority of studies consider only radiofrequency dielectric properties, which are important for some applications, but not always representative of the changes in lattice dynamics induced by doping. Contactless tera-

¹⁾e-mail: aleksandr.melentyev@phystech.edu

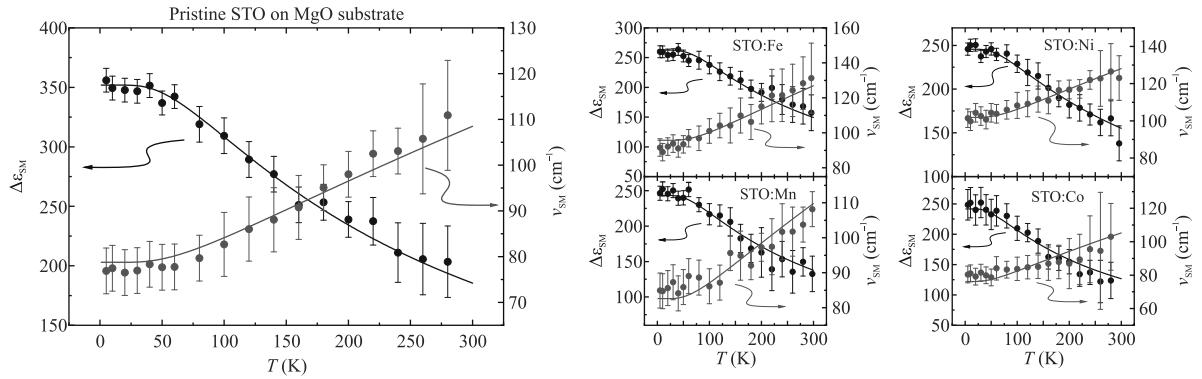


Fig. 1. (Color online) Temperature dependent soft mode frequency ν_{SM} and dielectric contribution $\Delta\epsilon_{SM}$ of pristine and M-doped STO thin films ($M = Fe, Ni, Mn, Co$) on MgO substrates. Dots represent experimental data, obtained from least-square fits of measured ϵ' , ϵ'' spectra. Solid lines represent least-square fit results with Barrett expressions (1), (2)

hertz spectroscopic methods are able to determine intrinsic properties of STO films without contribution of the parasitic effects like depletion layers, and to separate dielectric contribution of the TO_1 soft mode from all other excitations. In the present study, we have used time-domain terahertz (TDS-THz) spectroscopy which allows for the determination of the soft mode parameters (eigenfrequency, dielectric contribution, damping constant) on a quantitative level. We discover that transition metal doping drives STO films farther from the ferroelectric phase transition, which manifests itself as large in absolute values and negative Curie temperature in the Barrett expression. In addition, we find that the soft mode dielectric contribution at 4 K has the same value of ≈ 250 for different substituent cations.

The temperature dependencies of the soft mode parameters for all four studied films are presented in Fig. 1. The dielectric contribution $\Delta\epsilon_{SM}$ is two orders of magnitude lower than in undoped STO crystals, while the soft mode frequency ν_{SM} is higher than in STO crystals at all temperatures. Temperature-driven mode softening is less pronounced in thin films than in crystals; in crystals the ν_{SM} value changes by a factor of ≈ 10 between 300 and 5 K [11]. Despite the apparent differences in the values of the soft mode parameters in crystals and in our films, the behavior is qualitatively similar. The dielectric contribution grows with cooling and levels off below 60 K, and the frequency decreases and levels off below $\approx 100 \text{ cm}^{-1}$ (80 cm^{-1} for STO:Co). According to the Barrett formalism, such behavior is explained by quantum fluctuations suppressing the ferroelectric phase transition with the soft mode dielectric contribution and frequency given as:

$$\Delta\epsilon_{SM}(T) = \frac{C}{\left(\frac{T_1}{2}\right) \coth\left(\frac{T_1}{2T}\right) - T_C}, \quad (1)$$

$$\nu_{SM}(T) = \sqrt{D \left(\left(\frac{T_1}{2} \right) \coth \left(\frac{T_1}{2T} \right) - T_C \right)}. \quad (2)$$

Here C and T_C are the Curie constant and the Curie temperature, respectively, D is the Cochran constant and T_1 characterizes the energy of quantum fluctuations. The results of the simultaneous least-square processing of $\Delta\epsilon_{SM}(T)$ and $\nu_{SM}(T)$ dependencies with Barrett expressions (1), (2) are presented in Fig. 1 by solid lines.

Table 1. Soft mode parameters of STO:M thin films on MgO substrates derived from the least-square fits of experimental dependences $\Delta\epsilon_{SM}(T)$ and $\nu_{SM}(T)$ with the Barrett expressions (1), (2)

	T_1 , K	T_C , K	$C \times 10^{-3}$, K	D , $\text{cm}^{-2} \text{K}^{-1}$
STO	190 ± 20	-150 ± 50	85 ± 5	26 ± 3
STO:Fe	225 ± 20	-150 ± 60	70 ± 7	34 ± 3
STO:Ni	200 ± 30	-260 ± 80	89 ± 7	28 ± 3
STO:Mn	200 ± 20	-150 ± 60	66 ± 5	25 ± 3
STO:Co	150 ± 20	-180 ± 80	62 ± 5	23 ± 3

It is seen that all doped films have the same values of low temperature dielectric contribution, $\Delta\epsilon = 250 \pm 10$, within experimental uncertainties, independent on impurity ion. Pristine STO film, however, has noticeably higher $\Delta\epsilon = 350 \pm 10$, which is close to the values reported for pristine STO films deposited on (001) MgO under slightly different conditions with the same technique [12]. We note that for similarly doped polycrystalline STO films on (0001) oriented sapphire substrates, the dielectric contribution of the soft mode was somewhat smaller and varied from 150 for STO:Co to 200 for STO:Ni [13]. However, on both substrates, Al₂O₃ and MgO, doping resulted in a decrease in permittivity

and a hardening of the soft mode. Differences in microstructure and local strains are major factors, which can lead to the observed difference in dielectric properties. For example, smaller grain size leads to formation of polar nanoregions and larger role of the dead layers [3, 13]. The choice of substrate can influence both of these factors. On the one hand, due to the mismatch between the thermal expansion coefficients of the substrates ($7.5 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ for sapphire, $12.8 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ for MgO) and STO ($10.4 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$), a thermal strain builds up in the films during cooling from the high deposition temperature of 973 K. This strain is biaxial in-plane tensile in STO on sapphire and compressive in STO on MgO . On the other hand, the microstructure of the films also depends on the substrate.

Table 1 features the Barrett parameters obtained for all studied films. The Curie constants are almost twice bigger in the films on MgO than in films on sapphire, approaching the value of the single crystalline STO [13]. The Curie temperature varies from -150 K (STO:Fe, STO:Mn) to -260 K (STO:Ni), while quantum temperature T_1 changes from 150 K (STO:Co) to 225 K (STO:Fe). No apparent correlation with the values reported for STO:M films on sapphire substrates can be seen. However, if in crystals $T_1 < 2T_C$ is the condition for ferroelectric phase formation, then the difference $2T_C - T_1$ can be used to gauge the combined influence of the destabilizing factors. Therefore, our STO films are farther from the phase transition, than crystalline STO. The use of MgO instead of sapphire as a substrate for polycrystalline STO films increases the dielectric contribution of the soft mode, which is beneficial for applications in electronic and microwave devices.

The spectra of the real and imaginary parts of dielectric permittivity of pristine STO and weakly doped polycrystalline STO:M ($\text{M} = \text{Fe, Ni, Mn, Co}$) thin films on MgO substrates have been determined by time-domain terahertz spectroscopy. A single absorption band was observed and identified as a ferroelectric soft mode in all films, and the soft mode parameters were obtained for temperatures between 4 and 300 K. The frequency and the dielectric contribution of the soft mode retain the Barrett-like behavior typical for quantum paraelectrics, like crystalline SrTiO_3 or KTaO_3 . Large difference between the Curie temperature T_C and the Barrett temperature T_1 indicate that the thin films are farther from the ferroelectric phase transition than crystals. Doping further suppresses the soft mode in

STO, reducing low-temperature dielectric contribution from 350 ± 10 in pristine film to $\approx 250 \pm 10$ in doped films. Our results show the absence of a significant effect of the choice of doping metal on the magnitude of the dielectric contribution, which distinguishes the STO films on MgO from the previously studied STO films on sapphire.

We acknowledge T. Kocourek for thin-film preparation and M. Tyunina for valuable discussions.

Funding. This study was supported by Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation, grants FSMG-2021-0005, 075-15-2024-632 (terahertz experiments and analysis), Russian Science Foundation grant 24-12-00239 (atomic force microscopy experiments).

Conflict of interest. The authors of this work declare that they have no conflicts of interest.

1. J. H. Barrett, Phys. Rev. **86**, 118 (1952).
2. J. Petzelt, T. Ostapchuk, I. Gregora et al. (Collaboration), Phys. Rev. B **64**, 184111 (2001).
3. T. Ostapchuk, J. Petzelt, V. Železny et al. (Collaboration), Phys. Rev. B **66**, 235406 (2002).
4. J. Petzelt, T. Ostapchuk, I. Gregora, M. Savinov, D. Chvostova, J. Liu, and Z. Shen, J. Eur. Ceram. Soc. **26**, 2855 (2006).
5. M. V. Talanov, A. I. Stash, S. A. Ivanov, E. S. Zhukova, B. P. Gorshunov, B. M. Nekrasov, V. Stolyarov, V. Kozlov, M. Savinov, and A. Bush, J. Phys. Chem. Lett. **13**, 11720 (2022).
6. A. Tkach, P. M. Vilarinho, and A. Khoklin, Ferroelectrics **304**, 87 (2004).
7. M. Savinov, V. A. Trepakov, P. P. Syrnikov, V. Železny, J. Pokorný, A. Dejneka, L. Jastrabík, and P. Galinetto, J. Phys. Condens. Matter **20**, 095221 (2008).
8. A. Tkach, P. M. Vilarinho, A. L. Khoklin, A. Pashkin, S. Veljko, and J. Petzelt, Phys. Rev. B **73**, 104113 (2006).
9. S. Maletić, D. Maletić, I. Petronijević, J. Dojcilović, and D. M. Popović, Chin. Phys. B **23**, 026102 (2013).
10. S. Kojima, *2022 Photonics & Electromagnetics Research Symposium (PIERS)*, IEEE, Hangzhou, China (2022).
11. J. Petzelt and S. Kamba, Ferroelectrics **503**, 19 (2016).
12. I. Katayama, H. Shimosato, M. Ashida, I. Kawayama, M. Tonouchi, and T. Itoh, J. Lumin. **128**, 998 (2008).
13. E. S. Zhukova, B. M. Nekrasov, M. Tyunina et al. (Collaboration), J. Alloys Compd. **976**, 173255 (2024).

Многоуровневая релаксационная модель для описания кривых намагничивания наночастиц

А. В. Лобачев¹⁾, М. А. Чуев

Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт” –
Отделение физико-технологических исследований имени К. А. Валиева, 117218 Москва, Россия

Поступила в редакцию 23 октября 2024 г.

После переработки 6 ноября 2024 г.

Принята к публикации 10 ноября 2024 г.

Разработана теория для описания кривых намагничивания ансамбля однодоменных частиц, которая учитывает их температурные возбуждения и фактически является обобщением двухуровневой модели Стонера–Вольфарта и ее релаксационного варианта, а также многоуровневой релаксационной модели для описания мессбауэровских спектров. Принципиально новым моментом этой теории является решение системы дифференциальных уравнений для неравновесных заселенностей стохастических состояний. Результирующая модель включает в рассмотрение физические механизмы формирования кривых намагничивания наночастиц в реальной ситуации и самосогласованно описывает качественные особенности трансформации этих кривых в зависимости от температуры, направления и напряженности внешнего поля.

DOI: 10.31857/S0370274X24120191, EDN: JYBKPL

Стандартные магнитные методики обеспечивают получение богатой информации о неравновесной магнитной динамике благодаря измерениям как температурной, так и магнитополевой зависимостей намагнченности ансамбля наночастиц (см., например, [1–5]). Для описания процессов перемагничивания в ряде магнитных сплавов широко используется модель, предложенная еще в 1948 г. Стонером и Вольфартом (СВ) [6]. Согласно этой модели, ферромагнетик рассматривается как совокупность отдельных частиц или кластеров, внутри которых действует сильное обменное взаимодействие, так что каждую частицу можно считать однородно намагниченной с намагнченностью \mathbf{M} . При этом предполагается, что каждая частица имеет форму вытянутого эллипсоида вращения с хаотическим распределением осей в пространстве, так что энергия каждой частицы в магнитном поле \mathbf{H} имеет вид:

$$E = -KV \cos^2 \theta - \mathbf{HMV}, \quad (1)$$

где V – объем частицы, а K – положительная константа магнитной анизотропии, θ – угол между направлением вектора \mathbf{M} и осью легчайшего намагничивания частицы.

В модели СВ предполагается, что при заданной температуре T

$$KV/k_B T \gg 1, \quad (2)$$

так что в отсутствие внешних полей, магнитный момент каждой частицы занимает одно из двух положений вдоль оси легчайшего намагничивания. Переходы между двумя этими состояниями считаются вследствие соотношения (2) очень медленными, так что за время измерения ими можно пренебречь. Для слабых магнитных полей сохраняются два минимума энергии разной глубины, разделенных максимумом. Если же внешнее поле превышает некоторое критическое поле $H_C(\Theta)$, зависящее от угла Θ между внешним магнитным полем и осью анизотропии [6], один из минимумов мгновенно исчезает, и реализуется один минимум энергии. Здесь $H_C(\Theta) = \alpha(\Theta)H_C(0)$, где $H_C(0) = 2K/M_0$, $0.5 \leq \alpha(\Theta) \leq 1$, M_0 – намагнченность насыщения частицы. Из-за такого приближенного описания релаксационного процесса, модель СВ может оказаться неадекватной для описания процесса перемагничивания в реальных ситуациях.

Более точное описание релаксационного процесса было реализовано в обобщенной модели СВ [7–9], в которой предполагается, что резкая переориентация магнитного момента частицы будет происходить не только при магнитных полях, превышающих критическое поле, но и при меньших полях, когда энергия анизотропии KV не слишком велика по отношению к температуре. Такое обобщение модели СВ приводит к резкому изменению магнитных свойств частиц СВ [7–9]. Эта модель была успешно использована для

¹⁾e-mail: andrew_lv_91@mail.ru

анализа кривых намагничивания наночастиц [10–14] и нанопроволок, которые фактически представляют собой упорядоченный ансамбль наночастиц [15–18]. При этом были получены ключевые физические параметры, необходимые для технических приложений наночастиц и нанопроволок, а также установлена их зависимость от условий синтеза этих материалов.

Успешное использование этой модели в случае нанопроволок было обусловлено высокой магнитной анизотропией этих материалов по сравнению с температурой. Однако, как показывают результаты [18], даже в случае столь сильной магнитной анизотропии хорошее (с математической точки зрения) описание экспериментальных кривых достигается только в случае, когда оси нанопроволок (магнитных наночастиц) совпадают с направлением внешнего магнитного поля. С увеличением же угла отклонения вектора магнитного поля от оси проволок качество описания экспериментальных кривых существенно ухудшается. Этот факт во многом обусловлен основным недостатком обобщенной модели, которая учитывает лишь два низколежащих энергетических состояния наночастиц. С увеличением угла отклонения барьер между двумя состояниями магнитной наночастицы становится несимметричным: для состояния с более низкой энергией он повышается, а для состояния с более высокой энергией он понижается (рис. 1). Это приводит к тому, что для более высокого состояния величина эффективного энергетического барьера становится сравнимой или даже меньше температуры, и использование двухуровневой модели становится неадекватным.

Это обстоятельство настоятельно требует развития более общего подхода для описания кривых намагничивания в рамках модели, которая учитывает температурные возбуждения магнитных наночастиц. Отметим, что такого рода модель для описания мессбауэровских спектров наночастиц в магнитном поле уже была разработана [19] и реализована в конкретном численном анализе экспериментальных спектров [10, 20–22], которая фактически является обобщением как двухуровневой модели СВ [6–9], так и многоуровневой модели [19]. В настоящей работе будет проведено обобщение всех этих моделей для описания кривых намагничивания наночастиц.

В полной аналогии с преимуществом использования квантово-механического подхода для описания мессбауэровских спектров наночастиц по сравнению с континуальной моделью, вместо энергии (1) запишем гамильтониан наночастицы в следующем виде [19]:

$$\hat{H} = -KV(\hat{S}_z^2/S^2 + 2h \cos \Theta \hat{S}_z/S + 2h \sin \Theta \hat{S}_x/S). \quad (3)$$

Здесь S – спин наночастицы, \hat{S}_z – оператор проекции этого спина на направление оси анизотропии, \hat{S}_x – оператор проекции спина на ось x , $h = M_0 H/2K$ – нормированная напряженность внешнего магнитного поля. Квазистационарные состояния, соответствующие прецессионным орбитам в континуальной модели, такой частицы описываются собственными функциями гамильтониана (3)

$$|\psi_k(H, \Theta)\rangle = \sum_m c_{km} |m\rangle, \quad (4)$$

т.е. удовлетворяют секулярному уравнению

$$\hat{H}|\psi_k\rangle = E_k|\psi_k\rangle, \quad (5)$$

где $|\psi_k\rangle \equiv |\psi_k(H, \Theta)\rangle$, $E_k \equiv E_k(H, \Theta)$ – собственные значения энергии для каждого состояния (см. рис. 1).

Оставаясь в рамках предположения исходной модели [19] о медленной по сравнению с характерной частотой прецессии диффузии вектора намагченности, состояния (4) можно характеризовать квантовыми характеристиками, т.е. средним спином для каждого состояния

$$\bar{S}_k(H, \Theta) \equiv \bar{S}_{zk} \mathbf{n}_z + \bar{S}_{xk} \mathbf{n}_x = \langle \psi_k^* | \hat{S}_z \mathbf{n}_z + \hat{S}_x \mathbf{n}_x | \psi_k \rangle, \quad (6)$$

где \mathbf{n}_i – орты соответствующих осей,

$$\bar{S}_k(\theta) \mathbf{n}_y = 0 \quad (7)$$

из условия симметрии задачи [19]. При этом, например, равновесное состояние группы частиц с заданными значениями H , Θ и E_k описываются дискретным набором заселенностей квантовых состояний

$$W_k(H, \Theta) = C e^{-E_k/k_B T}, \quad (8)$$

где C – нормировочная константа, удовлетворяющая условию

$$\sum_k W_k(H, \Theta) = 1. \quad (9)$$

Тогда равновесные значения намагченности группы наночастиц с заданными значениями H и Θ можно рассчитать по формуле:

$$M_{eq}(H, \Theta) = \sum_k S_k(H, \Theta) W_k(H, \Theta), \quad (10)$$

где

$$S_k(H, \Theta) = \bar{S}_{zk} \cos \Theta + \bar{S}_{xk} \sin \theta. \quad (11)$$

Описанная выше равновесная ситуация реализуется в случае предельно быстрой релаксации намагченности наночастиц или в пределе высоких

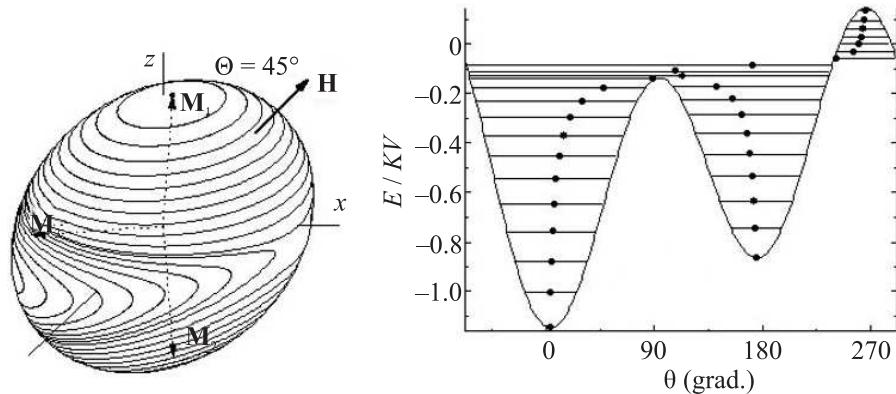


Рис. 1. Траектории прецессии вектора \mathbf{M} частицы (слева), а также схема энергетических уровней (справа) с энергиями $E_k(\Theta)$ и направления среднего спина $\bar{S}_k(\Theta)$ (точки) для каждого уровня в слабом магнитном поле ($h = H/H_C(0) = 0.1$) для $\Theta = 45^\circ$

температур. В этом случае кривые намагничивания для группы наночастиц с заданными значениями Θ и $KV/k_B T$ рассчитываются по формулам (6)–(11), а намагнченность ансамбля наночастиц с хаотической ориентацией осей анизотропии определяется выражением:

$$\bar{M}_{eq}(H) = \int M_{eq}(H, \Theta) \sin \Theta d\Theta. \quad (12)$$

На рисунке 2 представлены равновесные кривые намагничивания, рассчитанные в многоуровневой модели для групп частиц с разными Θ и ансамбля хаотически ориентированных наночастиц в зависимости от параметра $KV/k_B T$. Как видно на этом рисунке, с уменьшением $KV/k_B T$, т.е. с ростом температуры или уменьшением размера частиц кривые намагничивания для всех ориентаций внешнего магнитного поля становятся более пологими.

Теперь рассмотрим случай предельно медленной релаксации, которая соответствует исходной модели СВ. Тогда, оставаясь в рамках парадигмы СВ, будем считать, что если внешнее магнитное поле превышает по модулю критическое поле $H_C(\Theta)$, частица характеризуется одним минимумом энергии и намагнченность ансамбля частиц описывается формулами (6)–(12). В слабых магнитных полях $|H| < H_C(\Theta)$ реализуются два минимума энергии, а переходы между состояниями в разных энергетических ямах (см. рис. 1) отсутствуют. В этом случае при изменении напряженности внешнего поля от значений по модулю выше $H_C(\Theta)$ к значениям $|H| < H_C(\Theta)$ заселенными окажутся только состояния в одной из энергетических ям, и для расчета кривых намагничивания наночастиц по формулам (6)–(12) при суммировании в формулах (9) и (10) надо исключить состояния “незаселенной” ямы.

На рисунке 3 показаны типичные кривые намагничивания для групп частиц с разными Θ и ансамбля хаотически ориентированных наночастиц, рассчитанные в исходной модели СВ и в многоуровневой модели в пределе медленной релаксации для двух значений $KV/k_B T$, удовлетворяющих условию (2). Как видно на этом рисунке, при $\Theta = 0^\circ$ наблюдаются лишь слабые отличия формы петель гистерезиса в двух моделях: (1) небольшое закругление прямоугольной формы, характерной для модели СВ, для напряженностей магнитного поля в окрестности критических полей и (2) слабое изменение самого значения $H_C(0)$. Первое обстоятельство, очевидно, обусловлено небольшой заселенностью возбужденных состояний наночастиц даже при довольно высоких значениях $KV/k_B T$, тогда как второе является следствием чисто квантового эффекта для конечной величины спина частиц. Кривые намагничивания групп наночастиц для других характерных значений Θ , а также результирующая кривая для хаотического ансамбля наночастиц демонстрируют более существенные изменения формы петель гистерезиса в многоуровневой модели в виде их сужения по сравнению с кривыми в модели СВ. И это сужение растет по мере уменьшения параметра $KV/k_B T$, т.е. либо с уменьшением размера частиц, либо с ростом температуры. Такое поведение объясняет, в частности, результаты анализа экспериментальных кривых намагничивания нанопроволок [15–18].

Для описания магнитной динамики и кривых намагничивания ансамбля однодоменных частиц в общем случае необходимо в том или ином виде рассматривать непрерывный релаксационный процесс. В нашем случае наиболее естественно строить модель релаксации в предположении, что релаксация

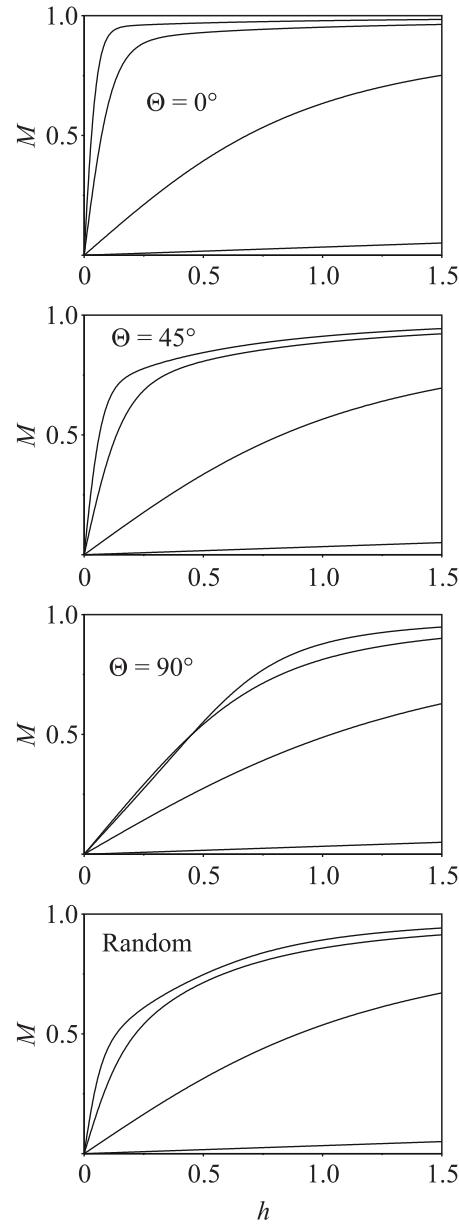


Рис. 2. Равновесные кривые намагничивания групп наночастиц с разными Θ и результирующие кривые для хаотического ансамбля наночастиц в многоуровневой модели для $KV/k_B T = 10, 5, 1, 0.05$ (от верхних к нижним)

вектора \mathbf{M} носит диффузионный характер, т.е. происходит путем бесконечно малых вращений [19]. В квантово-механическом представлении (3)–(8) этому предположению соответствуют стохастические переходы только между соседними квазистационарными состояниями (4). Конкретные значения вероятности переходов в единицу времени между стохастическими состояниями можно определить по аналогии с моделью [19], где релаксационная модель для наночастиц строилась в предположении, что стохастические

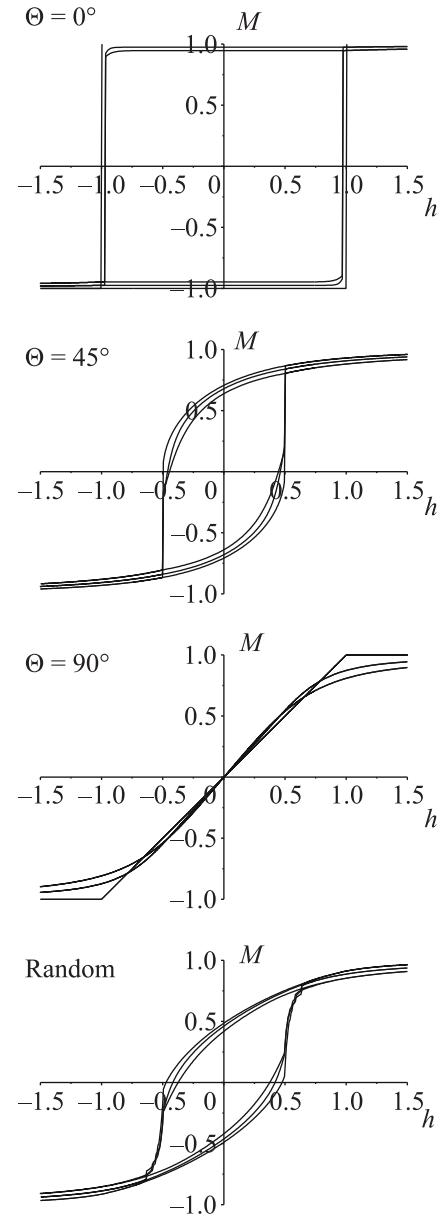


Рис. 3. Кривые намагничивания для разных углов Θ и кривые для хаотического ансамбля наночастиц в модели СВ (внешние кривые) и в многоуровневой модели для $KV/k_B T = 10$ (промежуточные кривые), 5 (внутренние кривые)

переходы между состояниями (4) обусловлены компонентами хаотического магнитного поля, перпендикулярными направлению среднего спина для каждого состояния. Тогда скорость релаксации или вероятность перехода в единицу времени между соседними состояниями (4) определяются следующим выражением:

$$P_{k,k\pm 1}(H, \Theta) = D[S(S+1) - \bar{\mathbf{S}}_k \bar{\mathbf{S}}_{k\pm 1}]f_{k,k\pm 1}, \quad (13)$$

где D – коэффициент диффузии,

$$f_{ij} \equiv f_{ij}(H, \Theta) = \begin{cases} \exp[-(E_j - E_i)/k_B T], & E_j > E_i \\ 1 & E_j < E_i. \end{cases} \quad (14)$$

Наиболее простое описание магнитной динамики группы частиц с заданным значением Θ реализуется в случае, когда $|H| > H_C(\Theta)$. Для каждой частицы из этой группы существует лишь один минимум энергии (1), так что стационарные состояния частицы можно упорядочить по возрастанию энергии от уровня с энергией E_1 , соответствующего абсолютному минимуму энергии (1), до уровня с E_N , соответствующего абсолютному максимуму энергии ($N = 2S + 1$ – число состояний). При этом релаксационная матрица в полной аналогии с моделью [19] является трехдиагональной с ненулевыми недиагональными элементами (13) и диагональными:

$$P_{kk} = -P_{k,k-1} - P_{k,k+1}. \quad (15)$$

Тогда при изменении внешнего магнитного поля истинные заселенности локальных состояний будут отличаться от равновесных значений (8) в зависимости от релаксационных параметров (13) и скорости изменения внешнего поля. В каждый момент времени неравновесные заселенности стохастических состояний можно задать вектором $\langle W(t) \rangle$, а их изменение во времени можно описать системой дифференциальных уравнений (см. [7–9]):

$$\frac{d\langle W(t) \rangle}{dt} = (\langle W(t) \rangle - \langle W_0(t) \rangle) \hat{P}(t). \quad (16)$$

Здесь $\langle W_0(t) \rangle$ – вектор равновесных заселеностей (8) для значения напряженности поля $H(t)$ в момент времени t .

В слабом магнитном поле, когда $|H(t)| < H_C(\Theta)$, для каждой частицы из группы с заданным Θ реализуются два локальных минимума энергии (1) (рис. 1), и в соответствии с (13) релаксационную матрицу в этом случае нельзя представить в трехдиагональной форме [19]. Стационарные состояния частицы можно упорядочить сначала по возрастанию энергии от уровня с энергией E_1 , соответствующего абсолютному минимуму энергии (1), до уровня с E_{l-1} , соответствующего абсолютному максимуму энергии, а затем по убыванию энергии от уровня с E_l до уровня с E_N , соответствующего локальному минимуму энергии (см. рис. 6 в [19]). Для всех стационарных состояний, за исключением состояний с энергией E_1 , E_{l-1} , E_N и состояния с энергией E_k , соответствующего наиболее низкому надбарьерному уровню энергии (рис. 1), реализуются два перехода на соседние уровни энергии. Для состояний с энергией E_1 , E_{l-1} ,

E_N реализуются только по одному переходу с повышением или понижением энергии, а для состояния с энергией E_k – три перехода, один с повышением энергии и два с понижением энергии. В такой ситуации, в релаксационной матрице, помимо трехдиагональных элементов, появляется два дополнительных элемента P_{kl} и P_{lk} , которые фактически описывают переход с наиболее низкого надбарьерного уровня энергии на соседний уровень в яме с локальным минимумом энергии и ему обратный [19].

Следует отметить, что в последнем случае ($|H(t)| < H_C(\Theta)$) число уровней в каждой из потенциальных ям и надбарьерных уровней будет меняться во времени в зависимости от величины $H(t)$. В соответствии с этим будут меняться не только элементы релаксационной матрицы, но и сама ее форма в связи с изменением индексов k и l . Тогда для решения уравнения (16) необходимо провести перестановки в векторах заселенностей $\langle W(t) \rangle$ и $\langle W_0(t) \rangle$ для того, чтобы они соответствовали новой форме релаксационной матрицы в текущий момент времени t .

На рисунке 4 представлены результаты расчета кривых намагничивания для группы частиц с разными Θ и ансамбля хаотически ориентированных наночастиц в многоуровневой модели $KV/k_B T = 5$ и разных значений релаксационного параметра $D_0 T_H$ (T_H – полное время прохода петли гистерезиса). При фиксированных значениях D_0 представленные кривые можно также рассматривать как зависимость намагнченности соответствующих ансамблей наночастиц от времени измерения. Из графиков (рис. 4) видно, что чем большее значение принимает величина $D_0 T_H$, тем более узкой становится каждая петля гистерезиса. Такое поведение вполне естественно объясняется тем, что при больших значениях константы диффузии или времени измерения увеличивается вероятность перескока из одной потенциальной ямы в другую, что приводит к ускорению движения системы наночастиц к равновесному состоянию.

Таким образом, в настоящей работе на основе обобщения двухуровневой модели СВ [6] и ее расширенного варианта на случай более точного описания релаксационного процесса [7–9], а также многоуровневой релаксационной модели для описания мессбауэровских спектров [19] разработана общая теория кривых намагничивания ансамбля наночастиц, которая может быть эффективно использована для анализа экспериментальных спектров. Результирующая модель легко реализуется на персональном компьютере, включает в рассмотрение физические механизмы формирования кривых намагничивания наноча-

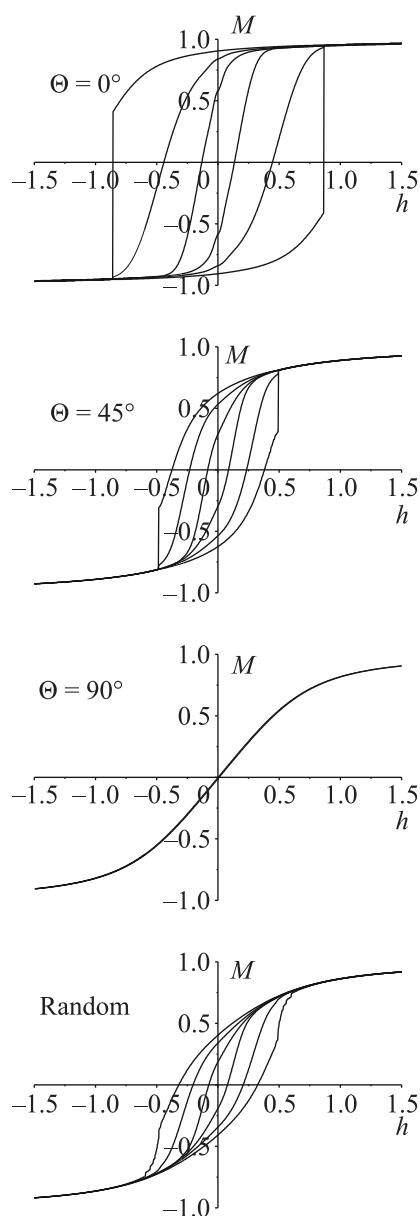


Рис. 4. Кривые намагничивания для разных углов Θ и кривые для хаотического ансамбля наночастиц в многоуровневой модели для $KV/k_B T = 5$ и $D_0 T_H = 2, 20, 200$ (от внешних к внутренним)

стиц в реальной ситуации и самосогласованно описывает качественные особенности трансформации этих кривых в зависимости от температуры, направления и напряженности внешнего поля, которая в течение полувека наблюдается в экспериментах на магнитных наночастицах.

Финансирование работы. Работа выполнена в рамках Государственного задания Физико-технологического института им. К. А. Валиева Российской академии наук Минобрнауки Российской Федерации по теме FFNN-2022-0019.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. J. Hesse, H. Bremers, O. Hupe, M. Veith, E.W. Fritscher, and K. Valtchev, *J. Magn. Magn. Mater.* **212**, 153 (2000).
2. P. Jonsson, M. F. Hansen, and P. Nordblad, *Phys. Rev. B* **61**, 1261 (2000).
3. B. Rellinghaus, S. Stappert, M. Acet, and E.F. Wassermann, *J. Magn. Magn. Mater.* **266**, 142 (2003).
4. O. Michele, J. Hesse, H. Bremers, E.K. Polychroniadis, K.G. Efthimiadis, and H. Ahlers, *J. Phys.: Condens. Matter* **16**, 427 (2004).
5. J. Du, B. Zhang, R. K. Zheng, and X. X. Zhang, *Phys. Rev. B* **75**, 014415 (2007).
6. E.C. Stoner and E.P. Wohlfarth, *Phil. Trans. Royal Soc. London A* **240**, 599 (1948).
7. А. М. Афанасьев, М. А. Чуев, Ю. Гессе, *ЖЭТФ* **116**, 1001 (1999).
8. М. А. Чуев, *Письма в ЖЭТФ* **85**, 744 (2007).
9. М. А. Чуев and J. Hesse, *J. Phys.: Condens. Matter* **19**, 506201 (2007).
10. М. А. Чуев, *J. Magn. Magn. Mater.* **470**, 12 (2019).
11. Н. И. Снегирёв, И. С. Любутин, С. В. Ягупов, М. А. Чуев, Н. К. Чумаков, О. М. Жигалина, Д. Н. Хмеленин, М. Б. Стругацкий, *Журнал неорганической химии* **66**, 1114 (2021).
12. М. А. Чуев, *Proc. SPIE* **12157**, 121571C (2022).
13. I. A. Burmistrov, M. M. Veselov, A. V. Mikheev, T. N. Borodina, T. V. Bukreeva, M. A. Chuev, S. S. Starchikov, I. S. Lyubutin, V. V. Artemov, D. N. Khmelenin, N. L. Klyachko, and D. B. Trushina, *Pharmaceutics* **14**, 65 (2022).
14. Н. И. Снегирёв, А. В. Богач, И. С. Любутин, М. А. Чуев, С. В. Ягупов, Ю. А. Могиленец, К. А. Селезнева, М. Б. Стругацкий, *ФММ* **124**, 141 (2023).
15. К. В. Фролов, Д. Л. Загорский, И. С. Любутин, М. А. Чуев, И. В. Перунов, С. А. Бедин, А. А. Ломов, В. В. Артёмов, С. Н. Сулянинов, *Письма в ЖЭТФ* **105**, 297 (2017).
16. Д. Л. Загорский, К. В. Фролов, С. А. Бедин, И. В. Перунов, А. А. Ломов, М. А. Чуев, И. М. Долуденко, *ФТТ* **60**, 2075 (2018).
17. K. V. Frolov, M. A. Chuev, I. S. Lyubutin, D. L. Zagorskii, S. A. Bedin, I. V. Perunov, A. A. Lomov, V. V. Artemov, D. N. Khmelenin, S. N. Sulyanov, I. M. Doludenko, *J. Magn. Magn. Mater.* **489**, 165415 (2019).

18. Д. Л. Загорский, И. М. Долуденко, К. В. Фролов, И. В. Перунов, М. А. Чуев, Н. К. Чумаков, И. В. Калячикова, В. В. Артёмов, Т. В. Цыганова, С. С. Кругликов, *ФТТ* **65**, 973 (2023).
19. М. А. Чуев, *ЖЭТФ* **141**, 698 (2012).
20. R. Gabbasov, M. Polikarpov, V. Cherepanov, M. Chuev, I. Mischenko, A. Lomov, A. Wang, and V. Panchenko, *J. Magn. Magn. Mater.* **380**, 11 (2015).
21. R. R. Gabbasov, M. A. Polikarpov, M. A. Chuev, A. A. Lomov, I. N. Mischenko, M. P. Nikitin, M. A. Polikarpov, and V. Y. Panchenko, *Hyperfine Interact.* **237**, 54 (2016).
22. R. R. Gabbasov, D. M. Polikarpov, V. M. Cherepanov, M. A. Chuev, I. N. Mischenko, N. A. Loginova, E. V. Losseva, M. P. Nikitin, and V. Y. Panchenko, *J. Magn. Magn. Mater.* **427**, 41 (2017).

Управление брэгговскими резонансами спиновых волн с помощью спинового тока в магнонном кристалле с Pt полосками

М. А. Морозова¹⁾, О. В. Матвеев⁺, Н. Д. Лобанов⁺, Д. В. Романенко⁺, А. М. Медников^{*}, С. А. Гусев[×],
Н. С. Гусев[×], С. А. Никитов^{+o}

¹⁾ Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, 410012 Саратов, Россия

^{*} Московский физико-технический институт, 141701 Москва, Россия

[×] Институт физики микроструктур РАН, 603950 Н. Новгород, Россия

^o Институт радиотехники и электроники имени В. А. Котельникова РАН, 125009 Москва, Россия

Поступила в редакцию 7 октября 2024 г.

После переработки 6 ноября 2024 г.

Принята к публикации 10 ноября 2024 г.

В работе сообщается о частотной перестройке (электрической и магнитной) брэгговского резонанса в спектре спиновых волн в магнонном кристалле на основе пленки (100 нм) и полосок платины (Pt, 10 нм). Действие спинового тока на положение брэгговской запрещенной зоны различно при разной полярности напряжения, приложенного к платине. Напряжение положительной полярности не влияет на положение запрещенной зоны, в то время как при приложении напряжения отрицательной полярности запрещенная зона сдвигается вниз по частоте на величину порядка 5 МГц. На частотах вне запрещенной зоны в зависимости от полярности напряжения, приложенного к платине, наблюдается усиление, либо ослабление спиновой волны.

DOI: 10.31857/S0370274X24120208, EDN: KOITPG

1. Введение. Важной современной задачей СВЧ наноэлектроники является исследование способов управления спиновыми волнами (СВ) в ферромагнитных структурах. Одним из таких направлений исследований является магнонная спINTRоника [1–4], занимающаяся изучением взаимодействия СВ со спин-поляризованным током. Спин-поляризованный электрический ток – это направленное движение электронов, поляризованных по спину (либо “спин–вверх”, либо “спин–вниз”). В качестве одного из базовых элементов для разработки чисто спиновых информационных технологий предлагаются слоистые структуры из магнитных материалов и немагнитных проводников с сильной спин–орбитальной связью [5–11]. В таких элементах, электрический ток, протекающий в немагнитном “нормальном” металле (НМ), за счет спинового эффекта Холла приводит к генерации чисто спинового тока (СТ). Этот СТ, благодаря эффекту передачи спинового момента (*spin transfer torque*), возникающему на интерфейсе НМ/магнитный материал, может приводить к усилению (либо ослаблению) СВ в магнитном материале [5, 6, 12]. Обсуждаемое взаимодействие СВ и СТ

является интерфейсным. Оно наиболее эффективно проявляется в слоистых тонкопленочных структурах типа “ферромагнитный металл/НМ” или “ферромагнитный диэлектрик/НМ”, в случае, если металлический слой имеет большое значение угла Холла, а толщины металлических и ферромагнитных пленок соизмеримы с длиной диффузии спина и имеют значения порядка единиц/десятков нанометров [5]. В слоистых структурах, состоящих из двух слоев ферромагнитного материала, разделенных слоем НМ, СТ приводит к усилению СВ в одном слое ферромагнитного материала и ослаблению в другом [13].

Использование магнонных кристаллов (МК) – ФП с периодической модуляцией параметров создает условия для формирования резонансов на волновых числах удовлетворяющих условию Брэгга: $k_B = \pi/L$ (L – период структуры) [14]. На частотах брэгговских резонансов образуются запрещенные зоны (33), т.е. полосы непропускания в спектре СВ. В таких структурах периодичность может быть создана, например, путем модуляции: геометрических размеров пленок (толщин, ширин) [15–17], параметров материала (намагниченности) [18–20], граничных условий (металлические, сегнетоэлектрические, полупроводниковые нагрузки) [21–23], внешних факторов (маг-

¹⁾ e-mail: mamorozovama@yandex.ru

нитное поле, температура) [24, 25]. В таких структурах спин-волновые резонансы наблюдаются для длин волн, удовлетворяющих условию Брэгга.

МК, созданные на основе ФП и слоев НМ рассматривались ранее в геометрии ФП железо-иттриевого граната (ЖИГ) с периодической модуляцией геометрических параметров (толщины и ширины), разделенных слоем НМ [26, 27]. СТ в НМ в таких структурах приводит к нарушению симметрии во времени и пространстве, а также возможности управления характеристиками ЗЗ [26–29]. В настоящей работе рассматривается МК, представляющий собой ФП ЖИГ с периодической модуляцией граничных условий в виде полосок из НМ на ее поверхности, в которых может протекать СТ. Следует ожидать, что такой МК будет являться динамическим, так как величина СТ влияет на характер периодичности и эффективность взаимодействия прямых и отраженных волн на частотах фазового синхронизма. Целью настоящей работы является исследование взаимодействия СВ в ферромагнитной среде (ЖИГ) и СТ в периодических полосах проводника с сильной спин-орбитальной связью (платина) в условиях брэгговских резонансов. Экспериментально установлена возможность электрического управления характеристиками ЗЗ СВ в ЖИГ за счет влияния СТ в платине. Для объяснения данного эффекта построена теоретическая волновая модель, описывающая дисперсионные характеристики СВ в исследуемой структуре.

2. Эксперимент. Для создания экспериментальных макетов использовалась монокристаллическая пленка железо-иттриевого граната (ЖИГ, $Y_3Fe_5O_{12}$) толщиной 100 нм (намагниченность насыщения 140 Гс, ширина линии ферромагнитного резонанса 0.5 Э), выращенной методом жидкостно-фазовой эпитаксии на подложке галлий-гадолиниевого граната (ГГГ, $Gd_3Ga_5O_{12}$) толщиной 500 мкм. На поверхности ЖИГ с использованием методов оптической взрывной литографии создавалась периодическая система канавок с глубиной 10 нм и периодом $L = 4$ мкм и полоски из платины (Pt), расположенные на столбиках ЖИГ, как показано на рис. 1а. Полоски имели толщину 10 нм, период 4 мкм, ширину 2 мкм. Изготовление волноводов осуществлялось с помощью технологий оптической литографии с использованием вспомогательных многослойных масок из металлических пленок и методов ионного и плазмохимического травления. Волноводы имели длину 90 мкм и ширину 50 мкм. Для возбуждения СВ создавались компланарные GSG антенны из золота (Au) с шириной полоска

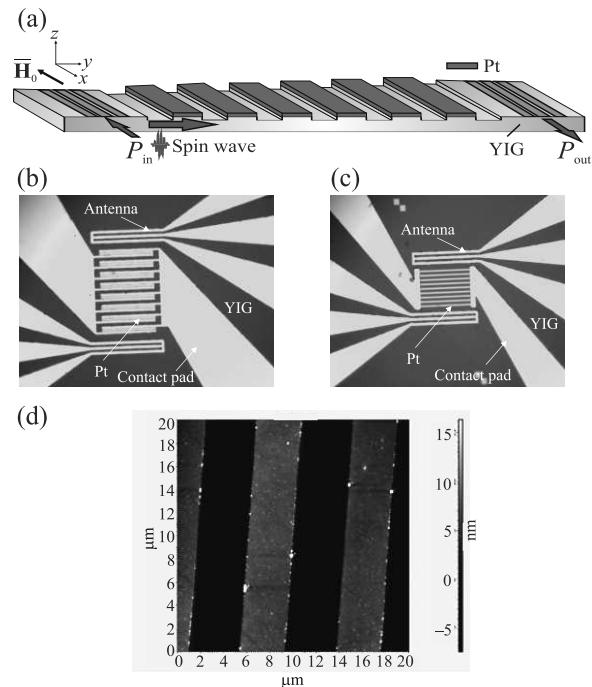


Рис. 1. (Цветной онлайн) (а) – Схема МК на основе пленки ЖИГ с периодической системой полосок платины. Микрофотография во вторичных электронах экспериментального макета: (б) – типа 1 и (в) – типа 2. (д) – Профиль макета типа 2, полученный с помощью атомно-силовой спектроскопии

2.5 мкм и расстоянием между полосками 2 мкм. Внешнее магнитное поле H_0 прикладывалось параллельно возбуждающим антеннам в направлении оси x , так что вдоль оси y распространялись поверхностные СВ.

Для приложения управляющего напряжения к платине на поверхности ЖИГ были созданы контактные площадки из золота. При приложении напряжения к контактным площадкам в полосках платины протекает электрический ток. Созданы макеты двух типов с разным направлением электрического тока в платине. В макетах первого типа контакты для приложения напряжения к полоскам платины созданы так, что ток в платине протекает вдоль оси y , т.е. сонаправлен (либо противоположно направлен) направлению распространения СВ. Микрофотография макета типа 1, полученная в электронном микроскопе приведены на рис. 1б. В макетах второго типа ток в платине направлен вдоль оси x , т.е. перпендикулярен направлению СВ. Микрофотография макета типа 2 приведена на рис. 1в. На рисунке 1д показан профиль макета типа 2, полученный с помощью атомно-силовой микроскопии.

Исследование спектральных характеристик СВ проводилось с помощью микроволновой зондовой

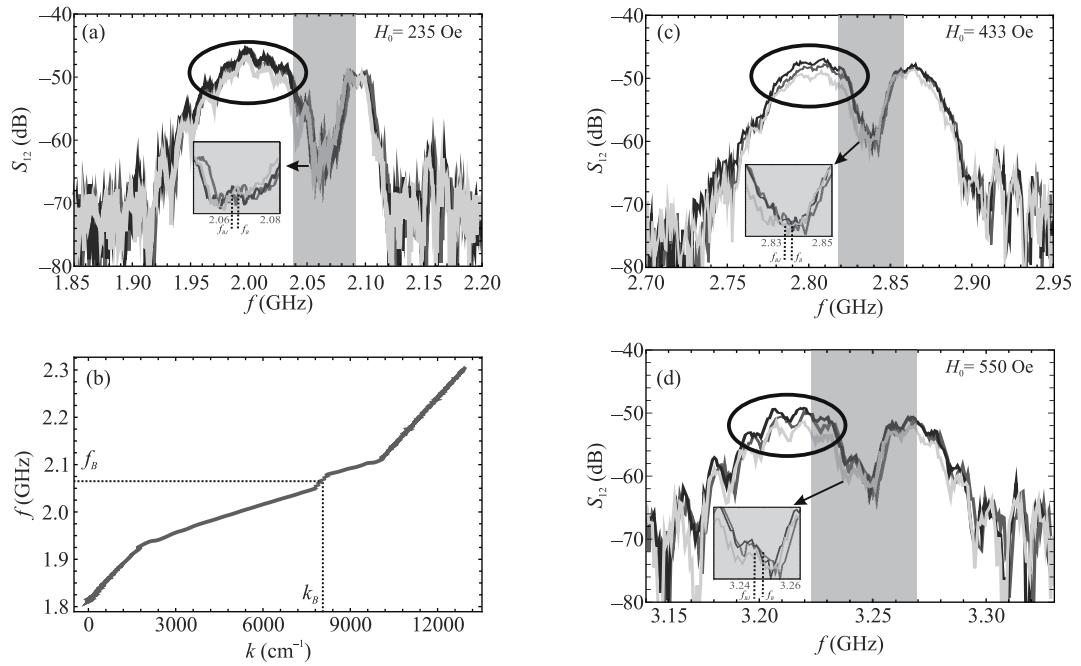


Рис. 2. (Цветной онлайн) Экспериментальные АЧХ СВ в макете типа 1 при входной мощности -30 дБм, напряженности магнитного поля: (а) – $H_0 = 235$ Э; (с) – $H_0 = 433$ Э; (д) – $H_0 = 550$ Э и полярности электрического тока $J = 0$ (красные кривые), $J = 10^9$ А/м 2 (синие кривые), $J = -10^9$ А/м 2 (зеленые кривые). (б) – Дисперсионные характеристики спиновых волн в макете типа 1 при входной мощности -30 дБм, напряженности магнитного поля $H_0 = 235$ Э

контрольно-измерительной станции, включающей четырехполюсный постоянный магнит, 2 СВЧ зонда и 2 DC зонда с держателями, систему позиционирования, микроскоп, а также векторный анализатор цепей. На рисунке 2а, б приведены амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) и соответствующие дисперсионные характеристики СВ для макета типа 1 при разной силе тока в полосах платины, напряженности магнитного поля 235 Э и входной мощности -30 дБм. Из рисунка 2а видно, что при $J = 0$ (красная кривая) на частоте $f_B = 2.067$ ГГц, отмеченной серой заливкой, наблюдается ярко выраженный минимум. На данной частоте f_B также наблюдается скачок на дисперсионной характеристике (рис. 2б), при этом волновое число совпадает с волновым числом первого брэгговского резонанса $k_B = \pi/L = 7853$ см $^{-1}$. Ширина ЗЗ на полуглубине составляет 15 МГц, глубина 17 дБм. На следующем этапе к полоскам платины прикладывалось напряжение U . Напряжение положительной полярности $U > 0$ соответствует направлению электрического тока ($J > 0$), сонаправленному с направлением распространения СВ. Из рисунка 2а видно, что при приложении к полоскам платины напряжения положительной полярности (синяя кривая) имеет место усиление СВ на величину порядка 2 дБм

(выделено окружностью). Что свидетельствует о влиянии СТ в платине на затухание СВ и согласуется результатами, полученными в [30, 31]. При приложении напряжения отрицательной полярности (зеленая кривая) имеет место ослабление СВ на величину порядка 2 дБм (выделено окружностью). Напряжение, приложенное к платине, влияет также на частотное положение ЗЗ. Видно, что приложении напряжения, как положительной, так и отрицательной полярности ЗЗ сдвигается вниз по частоте на величину порядка 3 МГц и наблюдается на частоте f_{BJ} .

На рисунке 2с приведена АЧХ СВ при другом значении внешнего магнитного поля $H_0 = 433$ Э для макета типа 1. Видно, в этом случае в зависимости от полярности напряжения, приложенного к платине, также наблюдается усиление либо ослабление СВ. Однако, действие СТ на положение ЗЗ различно при разной полярности напряжения, приложенного к платине. Напряжение положительной полярности не влияет на положение ЗЗ, в то время как при приложении напряжения отрицательной полярности ЗЗ сдвигается вниз по частоте на величину порядка 5 МГц. На рисунке 2д приведена АЧХ СВ при другом значении внешнего магнитного поля $H_0 = 550$ Э для макета типа 1. Видно, при приложении напряжения

отрицательной полярности ЗЗ сдвигается также на величину порядка 3 МГц, напряжение положительной полярности не влияет на положение ЗЗ.

На рисунке 3 приведена АЧХ СВ при напряженности внешнего магнитного поля при $H_0 = 120$ Э и входной мощности -15 дБм для макета типа 2. Видно, что в этом случае СТ не приводит к усилению (либо ослаблению) СВ. Также СТ не влияет на положение ЗЗ. Данный факт свидетельствует о том, что сдвиг ЗЗ, наблюдавшийся для макета типа 1 вызван не нагревом исследуемой структуры.

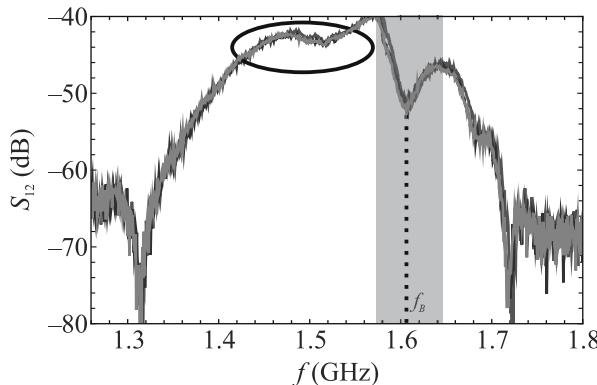


Рис. 3. (Цветной онлайн) Экспериментальные АЧХ СВ при электрическом токе $J = 0$ (красные кривые), $J = 10^9$ А/м² (синие кривые), $J = -10^9$ А/м² (зеленые кривые) в макете типа 2 при входной мощности -30 дБм и напряженности магнитного поля $H_0 = 120$ Э

На рисунке 4 точками показана зависимость отстройки центральной частоты ЗЗ при введении электрического тока от частоты ЗЗ и в отсутствии тока ($\Delta f = f_B - f_{BJ}$) от величины и полярности электрического тока при разной напряженности магнитного поля. Видно, что при увеличении напряженности магнитного поля действие СТ при положительной и отрицательной полярности становится различным.

3. Теория. Динамика намагниченности в ФП, граничащей со слоем НМ, может быть описана с помощью уравнения Ландау–Лифшица–Гилберта с учетом члена Слончевского [13, 5, 6]:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma \mathbf{M} \times \mathbf{H}^{\text{eff}} + \frac{\mathbf{M}}{M_0} \times \left[\alpha \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} + \tau \boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{M} \right], \quad (1)$$

где \mathbf{M} – намагниченность ФП, $\tau = \frac{\gamma \theta_{SH} S \hbar}{2e D M_0} J_E$ – спиновый крутящий момент, J_E – плотность электрического тока, $J_S = \theta_{SH} J_E$ – плотность СТ, D – толщина НМ, M_0 – намагниченность насыщения ФП, γ – гиромагнитное соотношение, e – заряд электрона, θ_{SH} – угол Холла, α – параметр затухания Гильберта, S – прозрачность интерфейса между НМ и

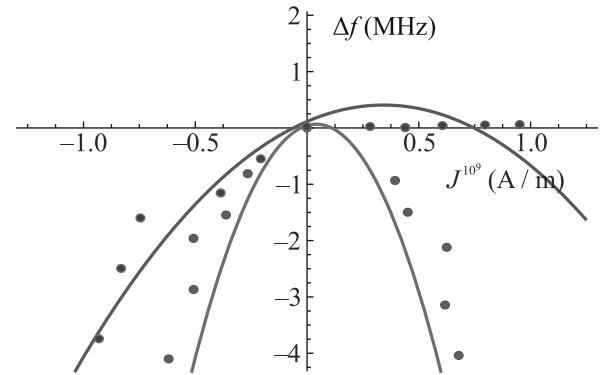


Рис. 4. (Цветной онлайн) Теоретические (сплошные кривые) и экспериментальные (точки) зависимости отстройки центральной частоты ЗЗ от плотности электрического тока при $H_0 = 235$ Э (зеленый цвет), $H_0 = 550$ Э (синий цвет)

ФП, \hbar – приведенная постоянная Планка. Также в соотношении (1) эффективное магнитное поле: $\mathbf{H}^{\text{eff}} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{h} + \frac{2A_{ex}}{M_0} \nabla^2 \mathbf{M}$, включающее внешнее постоянное \mathbf{H}_0 и ВЧ компоненту \mathbf{h} , а также обменное взаимодействие (A_{ex} – постоянная обмена в ФП).

Исследуемая структура помещена во внешнее магнитное поле \mathbf{H}_0 , направленное вдоль оси x , при этом в ФП вдоль оси y распространяется СВ, представляющая собой волну прецессии вектора намагниченности. Представим вектор намагниченности в виде суммы постоянной компоненты, направленной вдоль внешнего магнитного поля, и переменной ВЧ компоненты $\mathbf{M} = \mathbf{M}^0 + \mathbf{m}$.

Считая, что электрический ток направлен вдоль оси y , распишем соотношение (1) в проекциях на оси координат:

$$\begin{aligned} \frac{\partial m_y}{\partial t} &= -\gamma \frac{2A_{ex}}{M_0} \frac{\partial^2 m_z}{\partial y^2} + \gamma H_0 m_z - \gamma M_0 h_z + \\ &\quad + \alpha \frac{\partial m_z}{\partial t} + \tau m_y, \\ \frac{\partial m_z}{\partial t} &= \gamma \frac{2A_{ex}}{M_0} \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} + \gamma H_0 m_y - \gamma M_0 h_y + \\ &\quad + \alpha \frac{\partial m_y}{\partial t} + \tau m_z. \end{aligned} \quad (2)$$

Введем переобозначения $m_+ = m_z + j m_y$, $m_- = m_z - j m_y$. Переменные составляющие магнитного поля и намагниченности связаны соотношениями вида [32]:

$$\begin{aligned} h_+ &= -2\pi(m_+ - m_-) - j4\pi a \frac{\partial m_-}{\partial y}, \\ h_- &= 2\pi(m_+ - m_-). \end{aligned} \quad (3)$$

Подставляя (2) и (3) в (1), получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial m_+}{\partial t} &= j\omega_H^{\text{eff}} m_+ - j\omega_M \left(-\frac{m_+ - m_-}{2} - jd \frac{\partial m_-}{\partial y} \right), \\ \frac{\partial m_-}{\partial t} &= -j\omega_H^{\text{eff}} m_- + j\omega_M \left(-\frac{m_+ - m_-}{2} \right), \end{aligned} \quad (4)$$

где $\omega_M = 4\pi\gamma M_0$, $\omega_H^{\text{eff}} = \gamma H_0 - \gamma \frac{2A_{ex}}{M_0} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \alpha \frac{\partial}{\partial t} + j\tau$. Для переменных намагнченостей $m = m_z/M_0$ система (4) примет вид:

$$\frac{\partial^2 m}{\partial t^2} + \omega_{\perp}^{\text{eff}} m \pm jd \frac{\omega_M^2}{2} \frac{\partial m}{\partial y} = 0, \quad (5)$$

где “+” обозначает положительное направление распространения вдоль оси y , а “-” обозначает отрицательное направление, $\omega_{\perp}^{\text{eff}} = \sqrt{\omega_H^{\text{eff}}(\omega_H^{\text{eff}} + \omega_M)}$. Для структуры, состоящей из ФП с периодической системой полосок НМ с периодом L и шириной c , спиновый крутящий момент, после разложения в ряд Фурье, может быть представлен в виде периодической функции [33]:

$$\tau = \tau_0 \left(1 + \delta_{\tau} \cos \left(\frac{\pi}{L} y \right) \right), \quad (6)$$

где $\tau_0 = \frac{\pi c}{L}$, $\delta_{\tau} = \frac{2\pi}{\pi\tau_0} \sin \left(\frac{\pi c}{L} \right)$, $\delta_d = \frac{2\Delta}{\pi d_0} \sin \left(\frac{\pi c}{L} \right)$, $d_0 = b + \frac{\Delta c}{L}$.

Толщина пленки, после разложения в ряд Фурье, может быть представлена как периодическая функция [33]:

$$d = d_0 \left(1 + \delta_d \cos \left(\frac{\pi}{L} y \right) \right), \quad (7)$$

где $\delta_d = \frac{2\Delta}{\pi d_0} \sin \left(\frac{\pi c}{L} \right)$, $d_0 = b + \frac{\Delta c}{L}$.

Используя метод связанных волн [34], решение уравнений (5) представим в виде суммы прямых волн и волн, отраженных от периодических неоднородностей:

$$m = A \exp[j(\omega t - k_0 y)] + B \exp[j(\omega t + k_{-1} y)], \quad (8)$$

где A и B – медленно меняющиеся комплексные амплитуды огибающих прямых и отраженных волн, k_0 – постоянная распространения “0” гармоники, k_{-1} относится к “-1” гармонике, k_0 и k_{-1} связаны условием Брэгга: $k_{-1} = -k_0 + 2k_B$, где $k_B = \pi/L$ – брэгговское волновое число.

Подставляя соотношения (6), (7) и (8) в (5), в стационарном случае можно получить систему волновых уравнений для амплитуд огибающих прямых и отраженных волн в виде:

$$\begin{cases} j\nu \frac{\partial A}{\partial y} + \eta_0^{\text{eff}} A + \kappa B = 0, \\ -j\nu \frac{\partial B}{\partial y} + \eta_{-1}^{\text{eff}} B + \kappa A = 0, \end{cases} \quad (9)$$

где $\kappa_{0,-1} = \delta_d d \nu k_{0,-1} + j\delta_{\tau}(2\gamma H_0 + \omega_M)$, $\nu = \frac{\omega_M^2 d_0}{2}$, $\eta_{0,-1}^{\text{eff}} = -\omega^2 + (\omega_{\perp 0,-1}^{\text{eff}})^2 + \nu k_{0,-1}$, $\omega_{\perp 0,-1}^{\text{eff}} = \sqrt{\omega_{H 0,-1}^{\text{eff}}(\omega_{H 0,-1}^{\text{eff}} + \omega_M)}$, $\omega_{H 0,-1}^{\text{eff}} = \gamma H_0 + \gamma \frac{2A_{ex}}{M_0} k_{0,-1}^2 \pm j(\omega\alpha + \tau)$ – частоты, связанные с эффективным магнитным полем прямых и отраженных волн в МК, соответственно.

Полагая производные в (9) равными нулю и приравнивая детерминант получившейся системы к нулю, получим дисперсионное соотношение вида:

$$\begin{vmatrix} \eta_0^{\text{eff}} & \kappa \\ \kappa & \eta_{-1}^{\text{eff}} \end{vmatrix} = 0. \quad (10)$$

Диагональные компоненты $\eta_{0,-1}^{\text{eff}}$ определяются (10), приравненные к нулю, представляют собой дисперсионные соотношения для прямой и отраженной СВ в структуре ФП/НМ [35–37]. Компоненты κ описывают связь между прямыми и отраженными волнами в каждом МК. При $\kappa = 0$ (10) описывает дисперсионное соотношение для СВ в структуре без модуляции параметров [13].

При брэгговском волновом числе $k_{0,-1} = k_B$ в отсутствии связи между прямыми и отраженными волнами ($\kappa = 0$) выражим центральную частоту ЗЗ в виде:

$$\omega_B = \frac{\alpha}{2(1+\alpha^2)} (-2\tau + 2j\omega_H + j\omega_M) + \sqrt{\omega_{\perp}^2 + \nu k_B - 4\tau^2 + 4j\tau(2\omega_H + \omega_M)} + \alpha^2 \omega_M^2 (2\nu k_B - 1), \quad (11)$$

где $\omega_{\perp} = \sqrt{\omega_H(\omega_H + \omega_M)}$, $\omega_H = \gamma H_0 + \gamma \frac{2A_{ex}}{M_0} k_B^2$. Частота ω_B является частотой фазового синхронизма прямых и отраженных волн при $k_{0,-1} = k_B$.

Если СТ направлен вдоль оси x , из (1) получим следующие соотношения в проекциях на оси координат:

$$\begin{aligned} \frac{\partial m_y}{\partial t} &= -\gamma \frac{2A_{ex}}{M_0} \frac{\partial^2 m_z}{\partial y^2} + \gamma H_0 m_z - \gamma M_0 h_z + \alpha \frac{\partial m_z}{\partial t} + \frac{\tau}{M_0} m_y m_z, \\ \frac{\partial m_z}{\partial t} &= \gamma \frac{2A_{ex}}{M_0} \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} - \gamma H_0 m_y + \gamma M_0 h_y - \alpha \frac{\partial m_y}{\partial t} - \frac{\tau}{M_0} (M_0^2 + m_y^2). \end{aligned} \quad (12)$$

Пренебрегая квадратичными членами ввиду их малости и переходя к уравнению для вектора намагнченности во вторых производных, получим уравнение, аналогичное (5) за исключением того, что в него входит частота $\omega_H^{\text{eff}} = \gamma H_0 - \gamma \frac{2A_{ex}}{M_0} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \alpha \frac{\partial}{\partial t}$. Таким образом, в уравнениях отсутствует вклад СТ, что согласуется с экспериментом, который демонстрирует отсутствие влияния электрического тока, направленного вдоль оси x на дисперсию СВ.

На рисунке 5 представлены дисперсионные характеристики для СВ в исследуемой структуре, рассчитанные по соотношению (10). Из дисперсионной характеристики видно, формируется ЗЗ – полоса непропускания (показана синей заливкой, рис. 5а) на частоте первого брэгговского резонанса $f_B = 2.06 \text{ ГГц}$ и при брэгговском волновом числе $k_B = \pi/L = 7853 \text{ см}^{-1}$. ЗЗ формируются на частотах

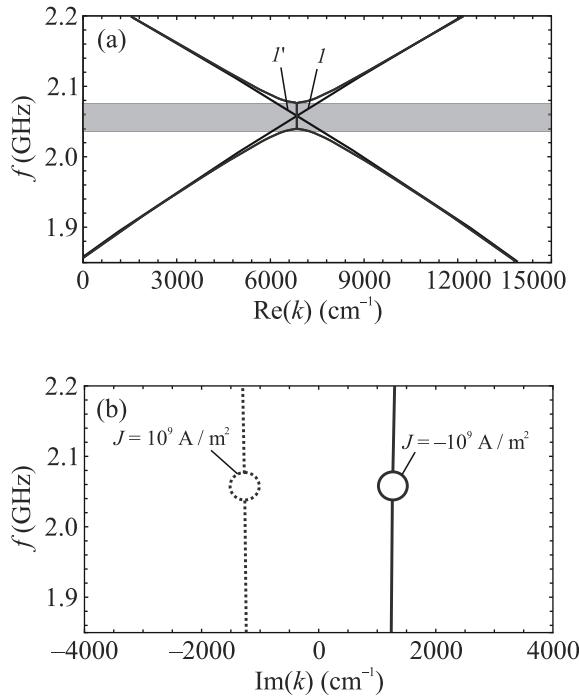


Рис. 5. (Цветной онлайн) Теоретические дисперсионные характеристики СВ при плотности тока $J = 10^9 \text{ A/m}^2$ положительной (пунктирные кривые) и отрицательной (сплошные кривые) полярности при $H_0 = 235 \text{ Э}$. Зависимость от частоты: (а) – $\text{Re}(k)$; (б) – $\text{Im}(k)$. Синяя заливка на рис. 5а обозначает область 33. Дисперсионные характеристики для прямой и отраженной СВ без связи показаны черными линиями 1 и 1' соответственно

фазового синхронизма прямой (линия 1) и отраженной СВ (линия 1', рис. 5а). В данной области частот, как видно из рис. 5б, мнимая часть волнового числа отлична от нуля, что свидетельствует о затухании СВ. Из рисунка 5б видно, что в зависимости от направления спинового тока, возможно усиление ($\text{Im}(k) < 0$), либо ослабление ($\text{Im}(k) > 0$) спиновой волны на частотах, лежащих, как в области 33, так и вне 33.

На рисунке 4 сплошными кривыми приведена теоретическая зависимость отстройки центральной частоты 33 при введении электрического тока от частоты 33 в отсутствии тока ($\Delta f = f_B - f_{B1}$), рассчитанная по соотношению (11), от величины и полярности СТ при разных значениях напряженности магнитного поля. При расчетах вводилась замена $\tau \rightarrow \tau + \tau_0$, где τ_0 – значение тока при котором проявляется эффект ослабления СВ, полученное из эксперимента. Видно, что при малых значениях напряженности магнитного поля наблюдается сдвиг 33 вниз по частоте, как при положительной,

так и при отрицательной полярности. При увеличении напряженности магнитного поля при напряжении отрицательной полярности имеет место сдвиг 33 вниз по частоте, напряжение положительной полярности слабее влияет на положение 33. Данная тенденция соответствует экспериментальной зависимости, показанной на рис. 4 точками.

Таким образом, построенная модель позволяет выявить механизм формирования 33 СВ в исследуемой структуре за счет взаимодействия прямых волн и волн, отраженных от периодических неоднородностей. Зависимость частоты 33 от величины и полярности СТ описывается параболой, несимметричной, относительно нулевого значения СТ, что объясняет зависимости, полученные в эксперименте.

4. Заключение. Таким образом, в работе установлены особенности взаимодействия СВ в слое ЖИГ и СТ в полосах из платины в условиях брэгговского резонанса. Выяснены особенности формирования 33 в спектре СВ в слоистой структуре на основе ФП с периодической системой полосок из НМ. Показано, что в исследуемой структуре, за счет существования прямых и отраженных от неоднородностей СВ, выполняются условия для брэгговского резонанса. Имеет место формирование 33 – полос непропускания СВ, соответствующих условиям брэгговских резонансов. СТ в НМ приводит к изменению эффективного магнитного поля в слое ЖИГ, что позволяет управлять условиями формирования и характеристиками 33. В частности, СТ позволяет осуществлять частотную перестройку 33. При малой напряженности магнитного поля (ниже 250 Э) при приложении напряжения, как положительной, так и отрицательной полярности 33 сдвигается вниз по частоте на величину порядка 3 МГц. При большой напряженности магнитного поля действие СТ на положение 33 различно при разной полярности напряжения, приложенного к платине. Так напряжение положительной полярности не влияет на положение 33, в то время как при приложении напряжения отрицательной полярности 33 сдвигается вниз по частоте на величину порядка 5 МГц. В зависимости от направления СТ, возможно усиление, либо ослабление СВ на частотах, лежащих вне 33. Данная особенность позволяет говорить и частотно-селективном управлении 33 в спектре СВ с помощью СТ. Таким образом, исследуемая структура представляет собой динамический МК, в котором введение СТ разной полярности позволяет перестраивать 33.

Практическая важность результата состоит в том, что управление 33 СВ с помощью СТ, выявленное в структуре МК/НМ, открывает возможность для

использовании такой структуры в качестве базового функционального элемента частотно-селективных СВЧ устройств с двойным (электрическим и магнитным) управлением на принципах спинтраноники.

Финансирование работы. Работа поддержана Российским научным фондом (грант № 23-79-30027, <https://rscf.ru/project/23-79-30027/>).

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

- П. Г. Баранов, А. М. Калашникова, В. И. Козуб, В. Л. Коренев, Ю. Г. Кусраев, Р. В. Писарев, В. Ф. Сапега, И. А. Акимов, М. Байер, А. В. Щербаков, Д. Р. Яковлев, Успехи физических наук **189**(8), 849 (2019).
- C. Felser and G. H. Fecher, *Spintronics: from materials to devices*, Springer Science & Business Media, Dordrecht (2013).
- A. Brataas, B. van Wees, O. Klein, G. de Loubens, and M. Viret, Phys. Rep. **885**, 1 (2020).
- С. А. Никитов, Д. В. Калябин, И. В. Лисенков, А. Н. Славин, Ю. Н. Барабаненков, С. А. Осокин, А. В. Садовников, Е. Н. Бегинин, М. А. Морозова, Ю. П. Шараевский, Ю. А. Филимонов, Ю. В. Хивинцев, С. Л. Высоцкий, В. К. Сахаров, Е. С. Павлов, Успехи физических наук **185**(10), 1099 (2015).
- Y. Zhou, H. Jiao, Y.-t. Chen, G. E. Bauer, and J. Xiao, Physical Review B – Condensed Matter and Materials Physics B **88**(18), 184403 (2013).
- K. Ando, S. Takahashi, K. Harii, K. Sasage, J. Ieda, S. Maekawa, and E. Saitoh, Phys. Rev. Lett. **101**(3), 036601 (2008).
- X.-g. Wang, G.-h. Guo, and J. Berakdar, Phys. Rev. Appl. **15**(3), 034050 (2021).
- K. Szulc, P. Graczyk, M. Mruczkiewicz, G. Gubbiotti, and M. Krawczyk, Phys. Rev. Appl. **14**(3), 034063 (2020).
- H. Liu, D. Sun, C. Zhang, M. Groesbeck, R. McLaughlin, and Z. V. Vardeny, Sci. Adv. **5**(11), eaax9144 (2019).
- Y. V. Nikulin, M. Seleznev, Y. V. Khivintsev, V. K. Sakharov, E. S. Pavlov, S. Vysotskii, A. V. Kozhevnikov, and Y. A. Filimonov, Semiconductors **54**(12), 1721 (2020).
- V. Demidov, S. Urazhdin, G. De Loubens, O. Klein, V. Cros, A. Anane, and S. Demokritov, Phys. Rep. **673**, 1 (2017).
- V. Demidov, S. Urazhdin, E. Edwards, and S. Demokritov, Appl. Phys. Lett. **99**(17), 172501 (2011).
- X.-g. Wang, G.-h. Guo, and J. Berakdar, Nat. Commun. **11**(1), 5663 (2020).
- A. Chumak, A. Serga, and B. Hillebrands, J. Phys. D: Appl. Phys. **50**(24), 244001 (2017).
- P. Frey, A. A. Nikitin, D. A. Bozhko, S. A. Bunyaev, G. N. Kakazei, A. B. Ustinov, B. A. Kalinikos, F. Ciubotaru, A. V. Chumak, Q. Wang, V. S. Tiberkevich, B. Hillebrands, and A. A. Serga, Commun. Phys. **3**(1), 17 (2020).
- F. Ciubotaru, A. Chumak, N. Y. Grigoryeva, A. Serga, and B. Hillebrands, J. Phys. D: Appl. Phys. **45**(25), 255002 (2012).
- K. Di, H. Lim, V. Zhang, S. Ng, M. Kuok, H. Nguyen, and M. Cottam, J. Appl. Phys. **115**(5), 053904 (2014).
- F. Ciubotaru, A. V. Chumak, B. Obry, A. A. Serga, and B. Hillebrands, Phys. Rev. **88**(13), 134406 (2013).
- F. Lisiecki, J. Rychly, P. Kuświk et al. (Collaboration), Phys. Rev. Appl. **11**(5), 054003 (2019).
- H. Qin, G.-J. Both, S. J. Hämäläinen, L. Yao, and S. van Dijken, Nat. Commun. **9**(1), 5445 (2018).
- T. Goto, K. Shimada, Y. Nakamura, H. Uchida, and M. Inoue, Phys. Rev. Appl. **11**(1), 014033 (2019).
- A. B. Ustinov, A. V. Drozdovskii, A. A. Nikitin, A. A. Semenov, D. A. Bozhko, A. A. Serga, B. Hillebrands, E. Lähderanta, and B. A. Kalinikos, Commun. Phys. **2**(1), 137 (2019).
- S. Choudhury, A. K. Chaurasiya, A. K. Mondal, B. Rana, K. Miura, H. Takahashi, Y. Otani, and A. Barman, Sci. Adv. **6**(40), eaaba5457, 2020.
- T. Langner, D. A. Bozhko, S. A. Bunyaev, G. N. Kakazei, A. V. Chumak, A. A. Serga, B. Hillebrands, and V. I. Vasyuchka, J. Phys. D: Appl. Phys. **51**(34), 344002 (2018).
- M. Iwaba and K. Sekiguchi, Appl. Phys. Express **14**(7), 073002 (2021).
- X.-g. Wang, D. Schulz, G.-h. Guo, and J. Berakdar, Phys. Rev. Appl. **18**(2), 024080 (2022).
- M. Morozova, N. Lobanov, O. Matveev, and S. Nikitov, J. Magn. Magn. Mater. **588**, 171418 (2023).
- N. D. Lobanov, O. V. Matveev, and M. A. Morozova, Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys. **88**, 254 (2024).
- O. Temnaya, A. Safin, D. Kalyabin, and S. Nikitov, Phys. Rev. Appl. **18**(1), 014003 (2022).
- L. Liu, T. Moriyama, D. Ralph, and R. Buhrman, Phys. Rev. Lett. **106**(3), 036601 (2011).
- P. Pirro, T. Brächer, A. Chumak, B. Lägel, C. Dubs, O. Surzhenko, P. Görnert, B. Leven, and B. Hillebrands, Appl. Phys. Lett. **104**(1), 012402 (2014).
- M. Morozova, N. Lobanov, O. Matveev, and S. Nikitov, JETP Lett. **115**(12), 742 (2022).
- M. Morozova, A. Y. Sharaevskaya, A. Sadovalnikov, S. Grishin, D. Romanenko, E. Beginin, Y. P. Sharaevskii, and S. Nikitov, J. Appl. Phys. **120**(22), 223901 (2016).
- D. Marcuse, *Light transmission optics*, Van Nostrand Reinhold Company, N.Y. (1982).

35. А. В. Вацковский, В. С. Стальмахов, Ю. П. Шаранский, *Магнитостатические волны в электронике сверхвысоких частот*, Издательство Саратовского университета, Саратов (1993).
36. B. Kalinikos and A. Slavin, Journal of Physics C: Solid State Physics **19**(35), 7013 (1986).
37. H. Qin, S. J. Hämäläinen, K. Arjas, J. Witteveen, and S. van Dijken, Phys. Rev. **98**(22), 224422 (2018).

Сверхпроводящий параметр порядка соединения $\text{RbCa}_2\text{Fe}_4\text{As}_4\text{F}_2$

А. С. Усольцев¹⁾, А. Т. Даниярходжаев, А. А. Гиппиус, А. В. Садаков

Центр высокотемпературной сверхпроводимости и квантовых материалов им. В. Л. Гинзбурга,
Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 4 ноября 2024 г.

После переработки 20 ноября 2024 г.

Принята к публикации 20 ноября 2024 г.

В работе исследован сверхпроводящий параметр порядка соединения $\text{RbCa}_2\text{Fe}_4\text{As}_4\text{F}_2$, относящегося к новому семейству 12442 железосодержащих сверхпроводников с критической температурой $T_c \sim 32$ К. Впервые методом спектроскопии многократных андреевских отражений обнаружено два сверхпроводящих конденсата с параметрами порядка $\Delta_L \sim 6.3$ мэВ и $\Delta_S \sim 2.8$ мэВ. Измерена температурная зависимость плотности сверхпроводящего критического тока $J_c(T)$ в собственном поле. В результате аппроксимации зависимости $J_c(T)$ выявлено соответствие экспериментальных данных с двухщелевой моделью с s -типовим симметрии параметра порядка и щелями $\Delta_L \sim 6$ мэВ и $\Delta_S \sim 2$ мэВ. Полученные двумя различными методиками значения сверхпроводящего параметра находятся в хорошем согласии друг с другом.

DOI: 10.31857/S0370274X24120212, EDN: EESVAM

1. Введение. С момента открытия семейства высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП) на основе железа [1] прошло более 16 лет, но интерес к ним в научном сообществе продолжает оставаться высоким. Во многих соединениях железосодержащих сверхпроводников (Fe-based superconductors, далее – FeBS) на уровень Ферми выходит множество зон (от 3 до 6), формируя сложную квазидвумерную поверхность [2–5], что до этого не встречалось ни в ВТСП соединениях на основе меди, ни в MgB_2 . На текущий момент в научном сообществе, казалось бы, сложился консенсус относительно механизма куперовского спаривания в FeBS, а именно: спаривание на спиновых флюктуациях на $3d$ орбиталах атомов железа [3, 6]. В этом случае притяжение между зарядами и образование куперовских пар происходит не за счет обмена фононами, как в обычновенных сверхпроводниках, а за счет обмена спиновыми флюктуациями. При этом фазы сверхпроводящих конденсатов, образующихся в электронном и дырочном карманах, могут быть как одного знака (модель $s++$), так и разного (модель $s\pm$) [6]. Однако встречаются и более сложные случаи, когда по определенным направлениям в k -пространстве параметр порядка (ПП) обращается в нуль, как, например, для сильно передопированного $(\text{Ba}_{1-x}\text{K}_x)\text{Fe}_2\text{As}_2$ [7] или формируется d -типовим симметрии, как для феррофосфатов и LaOFeAsP [8–11].

Сравнительно недавно были открыты новые семейства FeBS – 1144 [12, 13] и 12442 [14–16]. Струк-

тура сверхпроводников класса 1144 представляет из себя стопку из чередующихся двух различных FeBS типа 122 в направлении с (перпендикулярно слоям). В случае класса 12442, в элементарной ячейке один слой типа 122 чередуется с двойным слоем 1111. Материалы данных семейств имеют общее свойство – за счет внутреннего допирования носителями, они являются сверхпроводниками в стехиометрическом составе. Этот факт совместно с предполагаемыми крайне высокими критическими полями [2, 16, 17] делают соединения семейства 12442 интересными для практического использования. Кроме этого, во многих работах проводится аналогия между сверхпроводниками класса 12442 и купратными ВТСП – большая анизотропия свойств, ячейка вытянута в перпендикулярном сверхпроводящим плоскостям Fe-As направлении и сдвоенные сверхпроводящие плоскости, разделенные изолирующими прослойками (spacers) [16, 18].

По-прежнему остается много вопросов о структуре ПП и типе его симметрии для FeBS семейства 12442. Энергетический спектр представителей класса 12442 является одним из сложнейших среди FeBS. В частности, согласно расчетам ферми-поверхность состоит из 7–8 квазидвумерных поверхностей [18], что подразумевает многокомпонентность сверхпроводящего ПП. При интерпретации результатов, в работах по неупругому рассеянию нейтронов предполагалась либо d -волновая симметрия щели, либо s симметрия с обращением щели в нуль по некоторым направлениям. В работах по мюонной спиновой спек-

¹⁾e-mail: a.s.usoltsev@ya.ru

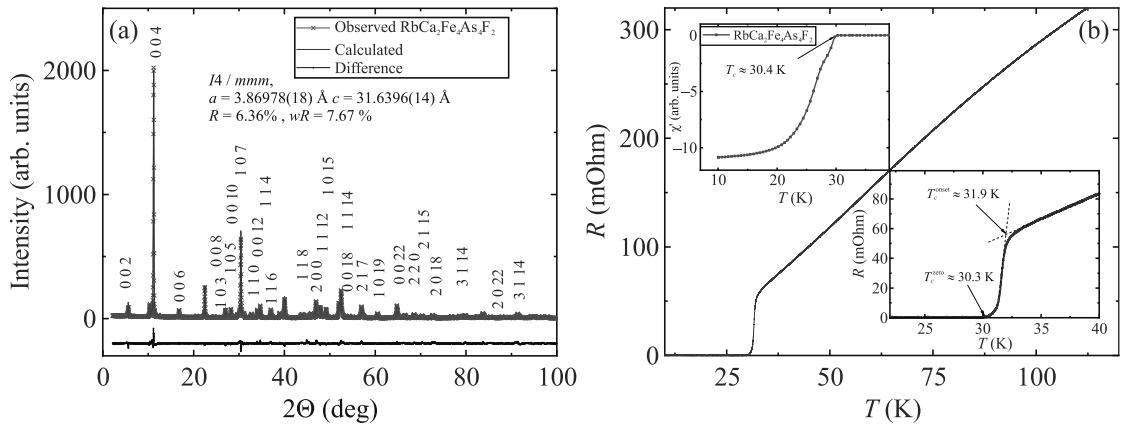


Рис. 1. (Цветной онлайн) (а) – Рентгенограмма (XRD), ее модельный расчет и их разница. (б) – Температурная зависимость сопротивления. Нижняя вставка – увеличенная область вблизи сверхпроводящего перехода. Верхняя вставка – температурная зависимость АС-восприимчивости

троскопии (μ SR) выдвигалось предположение о реализации даже $d+d$ типа симметрии [19–21]. К схожим выводам пришли авторы работы [22, 23] по андреевской спектроскопии точечных контактов (PCAR) и аппроксимации температурной зависимости лондоновской глубины проникновения, полученной в экспериментах по оценке глубины скин-слоя (в резонаторе на копланарном волноводе). В других работах указывалось на реализацию в 12442 более распространенных для FeBS типов симметрии $s++$ или $s\pm$ параметра порядка [24–26].

В измерениях электронной фотоэмиссии (ARPES) в соединении $\text{KC}_{\text{a}2}\text{Fe}_4\text{As}_4\text{F}_2$ [27] было выявлено 5 сверхпроводящих щелей s типа. Более того, в этой работе было сделано заключение о том, что полученный результат не укладывается в модель $s++$ или $s\pm$. Кроме этого, эксперименты по резонансному поглощению нейтронов на $\text{KC}_{\text{a}2}\text{Fe}_4\text{As}_4\text{F}_2$ [28] показывают отношение энергии резонансного пика (ЭПР) к эффективной энергетической щели $E_R/\Delta_{\text{tot}} \geq 1$, что также не укладывается в сценарии $s++$ или $s\pm$. Как видно, данные о ПП (их количество, величина и тип симметрии) в настоящий момент противоречивы и далеки от консенсуса. Это мотивировало нас провести исследование ПП двумя различными методами на одних и тех же образцах $\text{RbCa}_2\text{Fe}_4\text{As}_4\text{F}_2$. Целью исследований было прямое определение количества и величин ПП двумя независимыми методами, а также проверка предположения о более сложном типе симметрии параметра порядка ($d, d+d$), высказанного в [19, 20], и, в-третьих, косвенная проверка применимости для данного сверхпроводника моделей $s++$ и $s\pm$.

2. Образцы и их характеристизация. Образцы $\text{RbCa}_2\text{Fe}_4\text{As}_4\text{F}_2$ выращены методом криогенной ме-

ханактивации. Подробности синтеза указаны в работе [17]. Все операции с образцами проводились в аргоновом перчаточном боксе для предотвращения их деградации. Рентгеноструктурный анализ (XRD) полученных поликристаллических образцов был проведен на установке Rigaku MiniFlex 600. Образцы представляли собой плоские пластинки с размерами порядка $2 \times 3 \times 0.3$ мм. На рисунке 1а представлены результаты XRD измерений и сопоставление с расчетными значениями. Практически все пики интенсивности идентифицированы как рефлексы от фазы $\text{RbCa}_2\text{Fe}_4\text{As}_4\text{F}_2$, что свидетельствует о высоком качестве и однофазности образцов. Последующая характеризация образцов проводилась на СКВИД-магнитометре MPMS XL-7 (с опцией измерения DC-намагнитности и АС-восприимчивости) и самодельной криогенной установке, позволяющей измерять электротранспортные свойства образцов до 1.5 К.

Измерения температурной зависимости АС-восприимчивости $\chi(T)$ в переменном слабом магнитном поле выявляют диамагнитный отклик при сверхпроводящем переходе (рис. 1б, верхняя вставка). Измерения проводились в переменном поле с амплитудой 1 Гаусс и частотой 313 Гц. Видно, что диамагнитный сигнал появляется при температуре $T = 30.4$ К и при понижении температуры выходит на условное “плато” при температуре $T < 20$ К. Такой широкий переход по магнитному отклику является типичным для сильно анизотропных слоистых систем и наблюдался как в купратах [29], так и в FeBS [30]. На рисунке 1б (основная панель) показана температурная зависимость сопротивления образца $R(T)$, которая имеет “металлический” характер с отношением сопротивлений

$R(300\text{ K})/R(T_c) = 9.3$. Начиная с температуры $T = 31.9\text{ K}$, виден резкий скачок сопротивления до нуля. При этом ширина сверхпроводящего перехода по сопротивлению составляет 1.6 K , температура начала перехода $T_c^{\text{onset}} = 31.9\text{ K}$, а температура, при которой сопротивление обращается в ноль, $T_c^{\text{zero}} = 30.3\text{ K}$ (см. нижнюю вставку на рис. 1b).

3. Методики.

3.1. Спектроскопия андреевских отражений. Как уже упоминалось выше, одной из важнейших характеристик любого сверхпроводящего соединения является его ПП. Для СП соединений, у которых на уровне Ферми присутствуют несколько зон, можно ожидать открытие нескольких сверхпроводящих щелей. Существует всего несколько методик, позволяющих извлечь ПП из экспериментальных данных напрямую, т.е. без привлечения их аппроксимации моделями. Одна из них – спектроскопия многократных андреевских отражений в симметричных микроконтактах.

Как было показано в работах [31, 32], на вольтамперных характеристиках (ВАХ) симметричных контактов сверхпроводник–нормальных металлов–сверхпроводник (SnS) формируется субгармоническая щелевая структура (SGS) – серия особенностей при смещениях [33]:

$$V_n = \frac{2\Delta}{en}, \quad (1)$$

где 2Δ – удвоенное значение сверхпроводящего ПП, e – элементарный заряд электрона, n – порядковый номер андреевского отражения ($1, 2, 3, \dots$). При этом, в отличие от контакта сверхпроводник–изолятор–сверхпроводник (S–I–S), в области малых смещений будет наблюдаться избыточный ток. На спектрах динамической проводимости SGS видна как серия минимумов на смещениях V_n из вышеприведенной формулы. При наличии в материале нескольких конденсаторов (со своими ПП) для каждого из них будут формироваться независимые SGS-структуры, что особенно актуально при изучении многозонных сверхпроводящих материалов. Если сформировать цепочку из m таких контактов, подключенных последовательно (S–n–S–n–S–…), то характерные смещения будут описываться следующей формулой:

$$V_{n,m} = \frac{2\Delta}{en}m, \quad (2)$$

где m – количество последовательно включенных контактов в стопке. Таким образом, если в эксперименте есть возможность изменять размер стопки, то, набирая статистику, можно однозначно опреде-

лить величины щелей и количество ПП исследуемого материала. Более того, можно косвенно судить о типе симметрии, реализуемом в исследуемом материале по форме минимумов динамической проводимости [34, 35], а также о наличии анизотропии, если есть расщепление минимумов dI/dV (дублетные особенности [35]).

Для получения микроконтактов была использована методика “break-junction” – формирование криогенной микротрещины в объеме исследуемого материала [34]. Для этого образец помещается на гибкую подложку, к которой он крепится токопроводящим компаундом по четырехточечной схеме (Kelvin probe). Далее образец охлаждается до минимальной температуры ($\sim 1.5\text{ K}$), после чего в нем формируется трещина посредством изгиба подложки с противоположной от образца стороны. На образце заранее делается сужение для контролируемого формирования трещины, а также для получения зависимости $J_c(T)$. После формирования микротрещины, которая является слабой связью (weak link, constriction), есть возможность тонкой механической перестройки местоположения микроконтакта, тем самым получая стопочные контакты с разным количеством включенных цепочек сверхпроводник–сужение–сверхпроводник (S–c–S–c–S–…), т.е. *m*.

3.2. Измерения плотности критического тока и аппроксимация его температурной зависимости. Перед формированием микротрещины для каждого образца исследовалась температурная зависимость плотности критического тока в собственном магнитном поле. Для этого во время монтажа изучаемых образцов надрезом формировался узкий перешеек шириной $\sim 10\text{ мкм}$, на котором впоследствии измерялись ВАХ в диапазоне температур от 1.5 K до критической температуры. Температурная зависимость критического тока определялась из ВАХ, записанных при постоянной стабилизированной температуре с шагом 0.3 K .

Согласно методике, предложенной Таланцевым [36], из температурной зависимости плотности критического тока можно извлечь такие фундаментальные величины, как значения сверхпроводящих щелей и лондоновская глубина проникновения. Было показано, что данный способ дает хорошее согласие извлекаемых параметров как для классических сверхпроводников [36], так и для ВТСП на основе оксида меди [37], FeBS [38] и даже для недавно открытых гидридных ВТСП [39]. Для образца сверхпроводника второго рода с прямоугольным сечением плотность критического тока определяется формулой [37]:

$$J_c(T) = \frac{\Phi_0(\ln \kappa + 0.5)}{4\pi\mu_0\lambda^3(T)} \times \\ \times \left(\frac{\lambda(T)}{a} \tanh \left(\frac{a}{\lambda(T)} \right) + \frac{\lambda(T)}{b} \tanh \left(\frac{b}{\lambda(T)} \right) \right), \quad (3)$$

где Φ_0 – квант магнитного потока, μ_0 – магнитная проницаемость вакуума, κ – параметр Гинзбурга–Ландау, логарифм которого практически не зависит от температуры, $2a$ и $2b$ – толщина и ширина прямоугольного сечения образца.

Из теории БКШ для изотропного сверхпроводника со сферической поверхностью Ферми плотность сверхпроводящих носителей:

$$\rho_S(T) = \frac{\lambda^2(0)}{\lambda^2(T)} = \\ = 1 - \frac{1}{2k_B T} \int_0^\infty \cosh^{-2} \left(\frac{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2(T)}}{2k_B T} \right) d\varepsilon. \quad (4)$$

В случае сверхпроводящего параметра, зависящего от угла, выражение для $\rho_S(T)$ принимает вид:

$$\rho_S(T) = 1 - \frac{1}{\pi 2k_B T} \int_0^{2\pi} d\theta \cos^2(\theta) \times \\ \times \int_0^\infty \cosh^{-2} \left(\frac{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2(T, \theta)}}{2k_B T} \right) d\varepsilon. \quad (5)$$

Для сверхпроводника с двумя сверхпроводящими конденсатами плотность сверхпроводящих носителей может быть представлена в виде:

$$\rho_S(T) = w_1 \cdot \rho_{s,1}(T) + w_2 \cdot \rho_{s,2}(T), w_1 + w_2 = 1. \quad (6)$$

Из-за того, что для поликристаллических образцов невозможно точно определить геометрию протекания тока в сужении, экспериментальная зависимость плотности критического тока аппроксимировалась формулой $J_c(T) = J_c(0) \cdot \rho_s(T)$, где $J_c(0)$ – плотность критического тока при нулевой температуре. Для расчетов использовалась феноменологическая БКШ формула для температурной зависимости щели [40]:

$$\Delta(T) = \Delta(0) \tanh \left(\frac{\pi k_B T_c}{\Delta(0)} \sqrt{\eta C(T_c/T - 1)} \right), \quad (7)$$

где T_c , $2\Delta(0)/k_B T_c$ и C – подгоночные параметры (параметр C имеет смысл скачка электронной теплоемкости при $T = T_c$ [37]), а константа η равна $2/3$ для модели с s -симметрией и $7/5$ для случая d -симметрии.

4. Экспериментальные результаты.

4.1. Спектроскопия андреевских отражений. На рисунке 2а представлена ВАХ и соответствующий спектр динамической проводимости $dI/dV(V)$ для одного из контактов, полученных методом “break-junction”. Видно, что при малых смещениях есть область избыточного тока, характерного для режима андреевских отражений, и нет сверхтока, характерного для джозефсоновского контакта. На представленной ВАХ также присутствуют особенности в области смещений ± 65 мВ, 33 – 42 мВ и 20 мВ. Более ярко эти особенности заметны на спектре динамической проводимости, также представленной на рис. 2а. Видны две SGS, в каждой из которых присутствуют по два андреевских рефлекса в области 66 – 33 мВ и 40 – 20 мВ.

На рисунке 2б представлена подборка спектров динамической проводимости, полученных перестроением образца с помощью тонкой механической подстройки. Для лучшего визуального восприятия зависимости смещены и растянуты по оси y . На рисунке 2б также добавлены кривые, полученные при проведении экспериментов на разных образцах из одного и того же роста, но взятых из разных точек ростовой ампулы (вторая и четвертая по счету снизу кривые). Зависимости нормированы на количество контактов в стопке. Розовыми полосами подсвечены особенности, относящиеся к большой щели, а голубыми полосами – особенности для малой щели. В статистике присутствуют спектры с различными $m = 2, 4, 5, 6, 8, 9, 12$. Как видно из рис. 2б, вне зависимости от образца и от количества S–N–S переходов в стопке, мы наблюдаем регулярно возникающие особенности, что позволяет нам определить амплитуды параметров порядка однозначными.

На рисунке 2с представлена температурная эволюция динамической проводимости для 4-й сверху (синей) кривой на рис. 2б, в диапазоне температур от 1.5 К до чуть выше T_c . Особенности, относящиеся к щелевым, наиболее яркие и находятся при смещениях ± 77 мВ и ± 16.8 мВ для большой и малой щелей соответственно. Видно, как при повышении температуры минимумы начинают постепенно смещаться в сторону малых напряжений и уменьшаться по амплитуде, пока при T_c local ~ 31 К не достигают нуля и исчезают. Из положения минимумов и нормировки их значения на количество контактов в стопке ($m = 8$) была получена температурная зависимость щели, представленная на рис. 2д. Из аппроксимации полученных данных БКШ-подобной зависимостью по формуле (7) и экстраполяции ее к $T = 0$ были определены значения щелей при $T \rightarrow 0$:

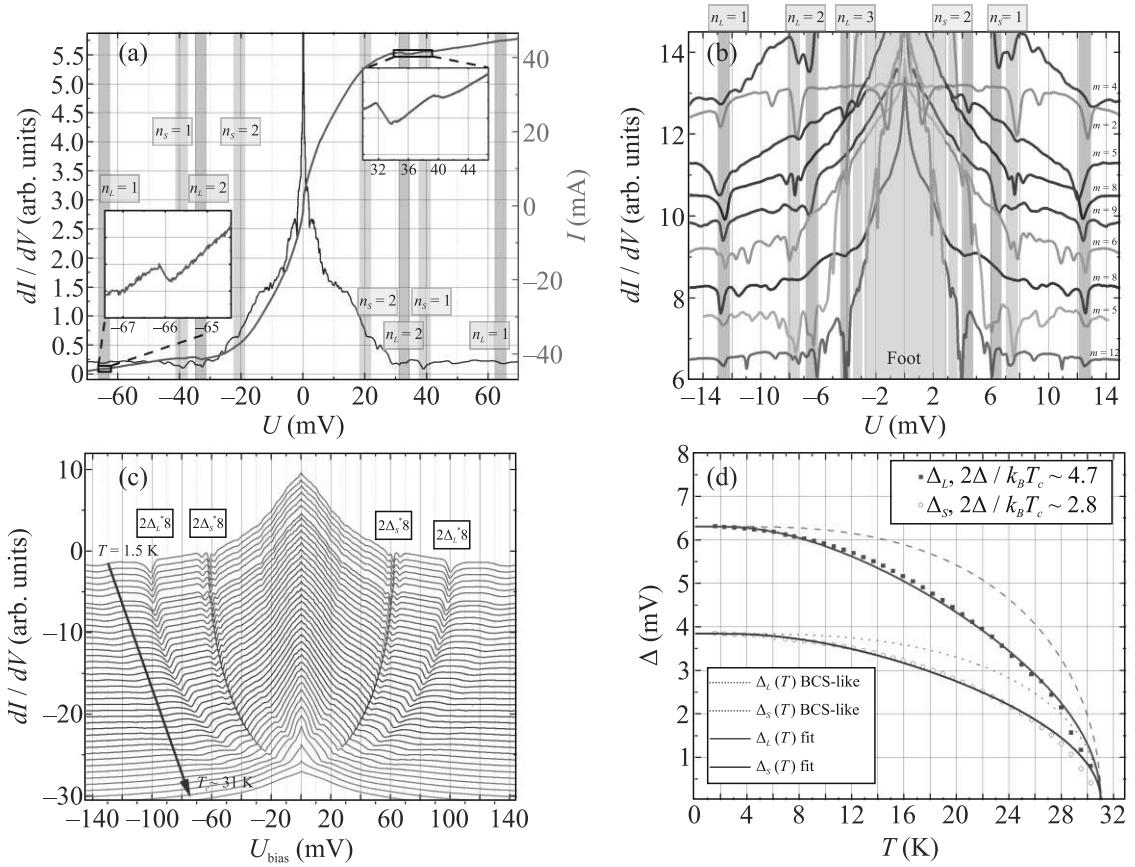


Рис. 2. (Цветной онлайн) (а) – ВАХ и дифференциальная проводимость, измеренные модуляционным методом для одного из контактов. На вставках приведены увеличенные участки ВАХ, содержащие SGS. Вертикальными полосами помечены SGS, содержащие по два андреевских рефлекса. Красным и синим цветами обозначены SGS для большой и малой щели соответственно. (б) – Подборка характеристик дифференциальных проводимостей для разных контактов, нормированными на количество последовательно включенных контактов в стопке – m . (в) – Температурная эволюция дифференциальной проводимости для контакт с $m = 8$ в температурном диапазоне от 1.5 до 31.5 К с шагом 0.7 К. (г) – Извлеченные из данных панели (в) температурные зависимости большой и малой щели, а также пунктирными линиями приведены БКШ-подобные зависимости, а сплошной линией – аппроксимация зависимостью по формуле (7)

$\Delta_L(0) = 6.3$ мэВ и $\Delta_S(0) = 2.1$ мэВ. Соответствующие им характеристические отношения составляют: $2\Delta_L/k_B T_{c_local} = 4.7$ и $2\Delta_S/k_B T_{c_local} = 2.8$. Полученное характеристическое отношение для большой щели является типичным для FeBS [13, 32, 41, 42], тогда как для малой щели значение 2.8 является слегка выше типичного. Наблюдающиеся минимумы SGS симметричны и не проявляют “дублетной” структуры, что свидетельствует об s типе симметрии наблюдаемых щелей [35].

4.2. Температурная зависимость плотности критического тока. Примеры измеренных ВАХ при температурах от 2 до 31 К показаны на рис. 3а. На рисунке 3б представлена измеренная температурная зависимость плотности критического тока и аппроксимирующие ее кривые, полученные по формулам (3)–(5) и учитывающие различные

возможные варианты типа симметрии ПП. Можно видеть, что однощелевая модель с s -волновым типом симметрии не может описать экспериментальную зависимость. Для случая d -волновой симметрии типа $\Delta(\theta) \cos(2\theta)$ было получено неплохое согласие при $2\Delta_{max}/k_B T_c = 6.39 \pm 0.07$ ($\Delta_{max} = (8.4 \pm 0.1)$ мэВ). Стоит отметить, что столь высокое характеристическое отношение заметно превышает значение, свойственное железосодержащим сверхпроводникам. Кроме того, наличие одного сверхпроводящего конденсата противоречит результатам, полученным спектроскопией андреевских отражений, где наблюдаются два сверхпроводящих ПП.

Расширенная однощелевая модель с s -волновой симметрией и угловой зависимостью ПП типа $\Delta(\theta) = (1 + \alpha \cos(4\theta)) / (1 + \alpha)$, где α – анизотропия параметра порядка, может также неплохо описать экспери-

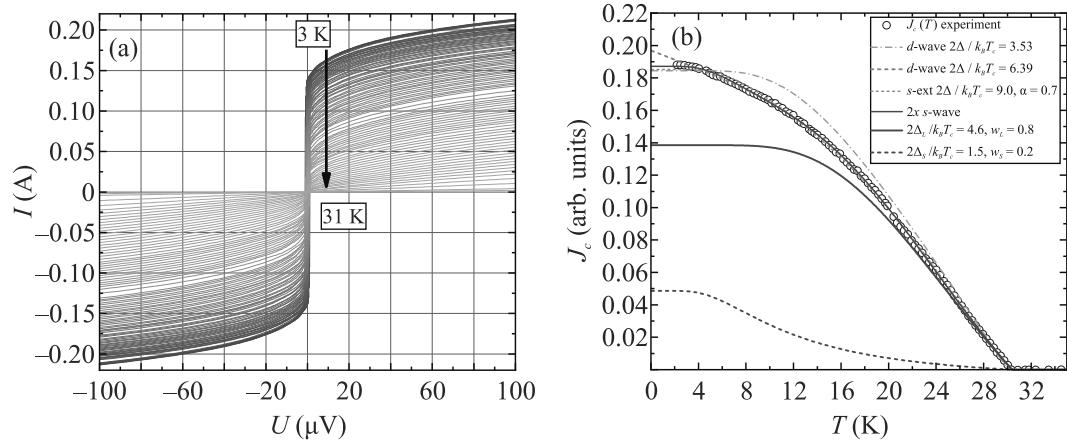


Рис. 3. (Цветной онлайн) (а) – ВАХ контакта с перешейком ~ 10 мкм в температурном диапазоне 3–31 К. (б) – Кружочками показана зависимость плотности критического тока от температуры, полученная из панели (а). Приведены аппроксимации моделями однощелевой БКШ моделью (оранжевая штрихпунктирная линия), однощелевой моделью с *d* типом симметрии ПП (голубая штрихованная линия), двухщелевой моделью с *s* типом симметрии ПП (сплошная тонкая фиолетовая линия), однощелевой моделью с расширенным *s* типом симметрии ПП (короткая штриховая линия голубого цвета)

ментальную зависимость при $2\Delta_{\max}/k_B T_c = 9.0 \pm 1.6$ ($\Delta_{\max} = (12 \pm 2)$ мэВ) и значительной анизотропией $\alpha = 0.70 \pm 0.04$ ($\Delta_{\min}/\Delta_{\max} = 0.18 \pm 0.03$). Однако такое большое характеристическое отношение для большой щели не свойственно для FeBS, а также превышает подобное отношение для купрятных сверхпроводников на треть, что делает реализацию данного сценария маловероятным.

Для модели с двумя сверхпроводящими конденсатами получается хорошее согласие с экспериментальной зависимостью при $2\Delta_L/k_B T_c = 4.6 \pm 0.6$, $\Delta_L = (6.0 \pm 0.8)$ мэВ, весовой вклад $w_L = 0.74 \pm 0.15$ и $2\Delta_S/k_B T_c = 1.5 \pm 0.2$, $\Delta_S = (1.9 \pm 0.3)$ мэВ, $w_S = 0.26 \pm 0.15$, что неплохо согласуется с результатами эксперимента *break junction* для большой щели. Расхождение полученного значения для малой щели может быть объяснено различным направлением протекания тока во время эксперимента.

5. Обсуждение. Определение механизма спаривания в FeBS является важнейшей задачей для понимания сверхпроводимости в этом классе сверхпроводников. Одним из способов проверки модели $s++/s\pm$, является сопоставление энергии большой щели и энергии наблюдаемого пика резонансного рассеяния нейtronов (ЭРП), (см. [24, 28] и ссылки в ней). Более прямым способом могли бы послужить фоточувствительные измерения, в частности эксперимент с двумя туннельными переходами в специальной конфигурации, как, например, было сделано для купрятных ВТСП [43–45]. Однако, ввиду сложности реализации подобного рода исследований, ни

одного подобного эксперимента сделано не было в FeBS.

В таблице 1 сведены литературные данные о величине щелей и их симметрии для соединений семейства 12442 вида $ACa_2Fe_4As_4F_2$ ($A = K, Rb, Cs$). Для этого подвида семейства 12442 имеется согласие в величине характеристического отношения для большой щели и критической температуры $2\Delta_L/k_B T_c \sim 4.7–4.8$. Эксперименты по неупругому рассеянию нейtronов показывают высокое отношение ЭРП к T_c ($E_R/k_B T_c \sim 6$), характерное скорее для купратов [24, 28], как результат $E_R/\Delta_{\text{tot}} > 1$ ($\Delta_{\text{tot}} = |\Delta_L| + |\Delta_S|$ и $\Delta_{\text{tot}} < 2\Delta_L$), что ставит под вопрос применимость модели $s\pm$ механизма спаривания [27, 28].

Следует упомянуть, что в табл. 1 присутствуют не все доступные в литературе данные по величине ПП. Встречаются работы, в которых значения $2\Delta_L/k_B T_c$ значительно превышают полученные в данной работе. В частности, из измерений μ SR [19, 20] найдено аномально большое значение характеристического отношения $2\Delta_L/k_B T_c$ (6.42–11.4). Такую величину $2\Delta_L/k_B T_c$ можно объяснить тем, что эксперименты проводились на поликристаллических образцах с большой анизотропией, характерной для 12442. Так, из измерений μ SR на монокристаллических образцах $Fe_ySe_xTe_{1-x}$ и $Ba_{1-x}K_xFe_2As_2$ [46] было найдено, что температурное поведение лондоновской глубины проникновения (λ) при измерении вдоль *ab*-плоскости и перпендикулярно ей отличаются. Для поликристаллических образцов в эксперименте опре-

Таблица 1. Параметр порядка и тип симметрии соединений вида $ACa_2Fe_4As_4F_2$

Метод	A	$\frac{2\Delta_L}{k_B T_c}$	$\frac{2\Delta_S}{k_B T_c}$	Тип симметрии	Работа
IMARE + $J_c(T)$	Rb	4.7	2.8	$s + s$	Настоящая
IMARE + $J_c(T)$	K	4.7	2.2	$s + s$	[41]
ARPES	K	4.7	1.5	Множество щелей s типа, без нулей (multiple nodeless s)	[27]
STM	K	3.5	—	Одна щель s типа (single s)	[51]
sPCAR	Rb	4.5	1.5	$d + d$	[52]
Оптическая спектроскопия (optical spectroscopy)	Cs	4.8	—	Одна щель s типа (single s)	[53]
Спин резонансная нейтронная спектроскопия (neutron spin resonance)	Cs	$E_R = 4.9k_B T_c$	—	$s++$ или $s\pm$	[24]
Спин резонансная нейтронная спектроскопия (neutron spin resonance)	K	$E_R = 5.5$	—	Not $s++$ или $s\pm$	[28]

деляется некая эффективная глубина проникновения λ_{eff} , которая ведет себя ни как λ_{ab} , ни как λ_c . Данный эффект более явно проявляется для сильно анизотропных поликристаллов, таких как 12442. Поэтому экспериментальные данные по глубине проникновения из μ SR в поликристаллических образцах анизотропных сверхпроводников плохо описываются существующими моделями. Для объяснения аномальной температурной зависимости λ_{eff} привлекались более экзотические модели $s + d$ и $d + d$ из которых следуют аномально большие значения $2\Delta L/k_B T_c$.

Интересным является и тот факт, что внесение прослоек (spacers) разного размера и даже магнитных атомов между сверхпроводящими слоями, как в некоторых представителях 1144 [13] (испытывающих магнитное упорядочение ниже критической температуры) не влияет существенно на характеристическое отношение $2\Delta_L/k_B T_c$ [47–49]. При этом для 1144 отношение ЭРП к критической температуре $E_R/k_B T_c \sim 5.7$ [50], как и для 12442, а для семейств с меньшей толщиной прослойки между сверхпроводящими слоями ЭРП становится еще меньше и $E_R/k_B T_c$ стремится к значению 4.9 [28]. Такое изменение величины $E_R/k_B T_c$ при сохранении $2\Delta L/k_B T_c$ при увеличении прослойки в FeBS представляется интересным и требует дальнейшего изучения.

6. Выводы. В работе проведено исследование параметра порядка в соединении $RbCa_2Fe_4As_4F_2$. Методом андреевской спектроскопии симметричных контактов было установлено наличие двух сверхпроводящих конденсаторов со щелями: $\Delta_L(0) = 6.3$ мэВ и

$\Delta_S(0) = 2.1$ мэВ; $2\Delta_L/k_B T_c = 4.7$ и $2\Delta_S/k_B T_c = 2.8$. Форма резонансных сигналов свидетельствует об s типе симметрии ПП. Сопоставление измеренной зависимости плотности критического тока в собственном поле с моделями подтверждает вывод о двухщелевой сверхпроводимости в $RbCa_2Fe_4As_4F_2$ с параметрами $\Delta_L(0) = 6.0$ мэВ и $\Delta_S(0) = 1.9$ мэВ; $2\Delta_L/k_B T_c = 4.6$ и $2\Delta_S/k_B T_c = 1.5$, а также s типом симметрии для обоих конденсаторов. Эти параметры находятся в хорошем согласии с данными, полученными из андреевских отражений.

Авторы благодарят В. М. Пудалова за обсуждение статьи и ценные замечания. Коллектив благодарит К. С. Первакова за помощь, оказанную в процессе роста исследуемых образцов, а также Власенко В.А. за обучение технике твердофазного синтеза.

Финансирование работы. Данная работа выполнялась в рамках исполнения гранта Российского научного фонда (РНФ # 23-12-00307).

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. Y. Kamihara, H. Hiramatsu, M. Hirano, R. Kawamura, H. Yanagi, T. Kamiya, and H. Hosono, *J. Am. Chem. Soc.* **128**, 10012 (2006); <https://doi.org/10.1021/ja063355c>.
2. X. Yi, M. Li, X. Xing, Y. Meng, C. Zhao, and Z. Shi, *New J. Phys.* **22**, 073007 (2020); <https://doi.org/10.1088/1367-2630/ab9427>.
3. I. I. Mazin, *Nature* **464**, 183 (2010); <https://doi.org/10.1038/nature08914>.

4. A. L. Ivanovskii, *Phys.-Uspekhi* **51**, 1229 (2008); <https://doi.org/10.1070/PU2008v051n12ABEH006703>.
5. M. V. Sadovskii, *Phys.-Uspekhi* **51** 1201 (2008); <https://doi.org/10.1070/PU2008v051n12ABEH006820>.
6. P. J. Hirschfeld, M. M. Korshunov, and I. I. Mazin, *Rep. Prog. Phys.* **74**, 124508 (2011); <https://doi.org/10.1088/0034-4885/74/12/124508>.
7. K. Okazaki, Y. Ota, Y. Kotani et al. (Collaboration), *Science* **337**, 1314 (2012); <https://doi.org/10.1126/science.1222793>.
8. C. W. Hicks, T. M. Lippman, M. E. Huber, J. G. Analytis, J. H. Chu, A. S. Erickson, I. R. Fisher, and K. A. Moler, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 127003 (2009); <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.103.127003>.
9. R. Thomale, C. Platt, W. Hanke, J. Hu, and B. A. Bernevig, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 117001 (2011); <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.107.117001>.
10. J. Ph. Reid, M. A. Tanatar, A. Juneau-Fecteau, R. T. Gordon, S. Rene de Cotret, N. Doiron-Leyraud, T. Saito, H. Fukazawa, Y. Kohori, K. Kihou, C. H. Lee, A. Iyo, H. Eisaki, R. Prozorov, and L. Taillefer, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 087001 (2012); <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.109.087001>.
11. S. Maiti, M. M. Korshunov, T. A. Maier, P. J. Hirschfeld, and A. V. Chubukov, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 147002 (2011); <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.107.147002>.
12. W. R. Meier, T. Kong, U. S. Kaluarachchi et al. (Collaboration), *Phys. Rev. B* **102**, 179904 (2020); <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.102.179904>.
13. T. K. Kim, K. S. Pervakov, D. V. Evtushinsky et al. (Collaboration), *Phys. Rev. B* **103**, 174517 (2021); <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.103.174517>.
14. Z. C. Wang, C. Y. He, S. Q. Wu, Z. T. Tang, Y. Liu, A. Ablimit, C. M. Feng, and G. H. Cao, *J. Am. Chem. Soc.* **138**, 7856 (2016); <https://pubs.acs.org/doi/abs/10.1021/jacs.6b04538>.
15. N. S. Pavlov, K. S. Pervakov, and I. A. Nekrasov, *Comput. Mat. Sci.* **218**, 111916 (2023); <https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2022.111916>.
16. T. Wang, J. Chu, H. Jin, J. Feng, L. Wang, Y. Song, C. Zhang, X. Xu, W. Li, Z. Li, T. Hu, D. Jiang, W. Peng, X. Liu, and G. Mu, *J. Phys. Chem. C* **123**, 13925 (2019); <https://doi.org/10.1021/acs.jpcc.9b04624>.
17. I. V. Zhuvagin, V. A. Vlasenko, A. S. Usoltsev, A. A. Gippius, K. S. Pervakov, A. R. Prishchepa, V. A. Prudkoglyad, S. Yu. Gavrilkin, A. D. Denishchenko, and A. V. Sadakov, *JETP Lett.* **120**, 277 (2024); <https://doi.org/10.1134/S0021364024602021>.
18. A. Ghosh, S. Ghosh, and H. Ghosh, *Comput. Mat. Sci.* **183**, 109802 (2020); <https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2020.109802>.
19. M. Smidman, F. K. K. Kirschner, D. T. Adroja, A. D. Hillier, F. Lang, Z. C. Wang, G. H. Cao, and S. J. Blundell, *Phys. Rev. B* **97**, 060509 (2018); <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.97.060509>.
20. F. K. K. Kirschner, D. T. Adroja, Z. C. Wang, F. Lang, M. Smidman, P. J. Baker, G. H. Cao, and S. J. Blundell, *Phys. Rev. B* **97**, 060506(R) (2018); <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.97.060506>.
21. D. T. Adroja, F. K. K. Kirschner, F. Lang, M. Smidman, A. D. Hillier, Z. C. Wang, G. H. Cao, G. B. G. Stenning, and S. J. Blundell, *J. Phys. Soc. Jpn.* **87**, 124705 (2018); <https://doi.org/10.7566/JPSJ.87.124705>.
22. G. Ghigo, M. Fracasso, R. Gerbaldo, L. Gozzelino, F. Laviano, A. Napolitano, G. H. Cao, M. J. Graf, R. Prozorov, T. Tamegai, Z. Shi, X. Xing, and D. Torsello, *Materials* **15**, 1079 (2022); <https://doi.org/10.3390/ma15031079>.
23. D. Torsello, E. Piatti, M. Fracasso, R. Gerbaldo, L. Gozzelino, X. Yi, X. Xing, Z. Shi, D. Daghero, and G. Ghigo, *Front. Phys.* **11**, 1336501 (2024); <https://doi.org/10.3389/fphy.2023.1336501>.
24. D. T. Adroja, S. J. Blundell, F. Lang, H. Luo, Z. C. Wang, and G. H. Cao, *J. Phys. Condens. Matter* **32**, 435603 (2020); <https://doi.org/10.1088/1361-648X/aba28f>.
25. L. Takeuchi, Y. Yamakawa, and H. Kontani, *Phys. Rev. B* **98**, 165143 (2018); <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.98.165143>.
26. Y. Y. Huang, Z. C. Wang, Y. J. Yu, J. M. Ni, Q. Li, E. J. Cheng, G. H. Cao, and S. Y. Li, *Phys. Rev. B* **99**, 020502(R) (2019); <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.99.020502>.
27. D. Wu, W. Hong, C. Dong et al. (Collaboration), *Phys. Rev. B* **101**, 224508 (2020); <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.101.224508>.
28. W. Hong, L. Song, B. Liu et al. (Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **125**, 117002 (2020); <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.125.117002>.
29. S. Chu and M. E. Mc Henry, *J. Mater. Res.* **13**, 589 (1998); <https://doi.org/10.1557/JMR.1998.0075>.
30. P. M. Shirage, K. Kihou, C. H. Lee, H. Kito, H. Eisaki, and A. Iyo, *Appl. Phys. Lett.* **97**, 172506 (2010); <https://doi.org/10.1063/1.3508957>.
31. T. M. Klapwijk, G. E. Blonder, and M. Tinkham, *Physica B+C* **109–110**, 1657 (1982); [https://doi.org/10.1016/0378-4363\(82\)90189-9](https://doi.org/10.1016/0378-4363(82)90189-9).
32. R. Taborowski, J. Kutchinsky, J. B. Hansen, M. Wildt, C. B. Sorensen, and P. E. Lindelof, *Superlattices Microstruct.* **25**, 829 (1999); <https://doi.org/10.1006/spmi.1999.0712>.
33. R. Kummel, U. Gunsenheimer, and R. Nicolsky, *Phys. Rev. B* **42**, 3992 (1990); <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.42.3992>.
34. T. P. Devereaux and P. Fulde, *Phys. Rev. B* **47**, 14638(R) (1993); <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.47.14638>.
35. S. A. Kuzmichev and T. E. Kuzmicheva, *Low Temp. Phys.* **42**, 1008 (2016); <https://doi.org/10.1063/1.4971437>.

36. E. F. Talantsev and J. L. Tallon, *Nat. Commun.* **6**, 7820 (2015); <https://doi.org/10.1038/ncomms8820>.
37. E. Talantsev, W. P. Crump, and J. L. Tallon, *Ann. Phys.* **529**, 1700197 (2017); <https://doi.org/10.1002/andp.201700197>.
38. E. Talantsev, K. Iida, T. Ohmura, T. Matsumoto, W. Crump, N. Strickland, S. Wimbush, and H. Ikuta, *Sci. Rep.* **9**, 14245 (2019); <https://doi.org/10.1038/s41598-019-50687-y>.
39. E. F. Talantsev, W. P. Crump, J. G. Storey, and J. L. Tallon, *Ann. Phys.* **529**, 1600390 (2017); <https://doi.org/10.1002/andp.201600390>.
40. F. Gross, B. S. Chandrasekhar, D. Einzel, K. Andres, P. J. Hirschfeld, H. R. Ott, J. Beuers, Z. Fisk, and J. L. Smith, *Z. Phys. B* **64**, 175 (1986); <https://doi.org/10.1007/BF01303700>.
41. A. V. Sadakov, A. A. Gippius, A. T. Daniyarkhodzhaev, A. V. Muratov, A. V. Kliushnik, O. A. Sobolevskiy, V. A. Vlasenko, A. I. Shilov, and K. S. Pervakov, *JETP Lett.* **119**, 111 (2024); <https://doi.org/10.1134/S0021364023603676>.
42. V. M. Pudalov, O. E. Omel'yanovskii, E. P. Khlybov et al. (Collaboration), *Phys.-Uspekhi* **54**, 648 (2011); <https://doi.org/10.3367/UFNe.0181.201106h.0672>.
43. D. A. Wollman, D. J. van Harlingen, W. C. Lee, D. M. Ginsberg, and A. J. Leggett, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 2134 (1993); <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.71.2134>.
44. D. A. Wollman, D. J. van Harlingen, J. Giapintzakis, and D. M. Ginsberg, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 797 (1995); <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.74.797>.
45. D. J. van Harlingen, *Rev. Mod. Phys.* **67**, 515 (1995); <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.67.515>.
46. R. Khasanov and Z. Guguchia, *Supercond. Sci. Technol.* **28**, 034003 (2015); <https://doi.org/10.1088/0953-2048/28/3/034003>.
47. A. V. Muratov, A. V. Sadakov, S. Yu. Gavrilkin, A. R. Prishchepa, G. S. Epifanova, D. A. Chareev, and V. M. Pudalov, *Physica B* **536**, 785 (2018); <https://doi.org/10.1016/j.physb.2017.10.041>.
48. M. Abdel-Hafiez, P. J. Pereira, S. A. Kuzmichev, T. E. Kuzmicheva, V. M. Pudalov, L. Harnagea, A. A. Kordyuk, A. V. Silhanek, V. V. Moshchalkov, B. Shen, H. H. Wen, A. N. Vasiliev, and X. J. Chen, *Phys. Rev. B* **90**, 054524 (2014); <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.90.054524>.
49. T. E. Shanygina, Ya. G. Ponomarev, S. A. Kuzmichev, M. G. Mikheev, S. N. Tchesnokov, O. E. Omel'yanovskii, A. V. Sadakov, Yu. F. Eltsev, A. S. Dormidontov, V. M. Pudalov, A. S. Usol'tsev, and E. P. Khlybov, *JETP Lett.* **93**, 94 (2011); <https://doi.org/10.1134/S0021364011020111>.
50. K. Iida, Y. Nagai, S. Ishida et al. (Collaboration), *Phys. Rev. B* **100**, 014506 (2019); <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.100.014506>.
51. W. Duan, K. Chen, W. Hong, X. Chen, H. Yang, S. Li, H. Luo, and H. H. Wen, *Phys. Rev. B* **103**, 214518 (2021); <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.103.214518>.
52. D. Torsello, E. Piatti, G. A. Ummarino, X. Yi, X. Xing, Z. Shi, G. Ghigo, and D. Daghero, *npj Quantum Mater.* **7**, 10 (2022); <https://doi.org/10.1038/s41535-021-00419-1>.
53. B. Xu, Z. C. Wang, E. Sheveleva, F. Lyzwa, P. Marsik, G. H. Cao, and C. Bernhard, *Phys. Rev. B* **99**, 125119 (2019); <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.99.125119>.

Численное моделирование фотонного тензорного ядра для аппаратного ускорения оптических матрично-векторных вычислений¹⁾

Г. А. Колосов, А. С. Шорохов, А. А. Федянин²⁾

Физический факультет, МГУ имени М. В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 11 октября 2024 г.

После переработки 5 ноября 2024 г.

Принята к публикации 12 ноября 2024 г.

Построена реалистичная численная модель фотонного тензорного ядра на основе архитектуры кросс-бар с поглотительными пленками халькогенидного стекла GeSbTe в качестве весовых элементов фотонной матрицы. Продемонстрирована работоспособность модели для совершения операции матрично-векторного умножения. Показана возможность применения тензорного ядра на основе реализованной архитектуры в сверточных нейронных сетях для задач распознавания изображений. Впервые численным моделированием были получены оценки потенциальной производительности и энергоэффективности фотонного аппаратного ускорителя с учетом современной экспериментальной элементной базы.

DOI: 10.31857/S0370274X24120227, EDN: ELSWWI

1. Введение. Технологические сложности при изготовлении структур нанометрового размера, а также проявление квантовых эффектов, например, туннелирование электронов через очень малый затвор, принципиально ограничивают размеры транзисторов. Традиционная компоновка вычислителей на архитектуре фон Неймана предполагает раздельное размещение процессора и памяти, что приводит к ограничению производительности – так называемое “бутылочное горлышко” фон Неймана [1]. Важность задач машинного обучения и искусственного интеллекта, результаты которых используются в большом количестве приложений, таких как распознавание речи и изображений, медицинская диагностика, предсказание свойств материалов и т.д. [2–4], увеличивает спрос на аппаратные ускорители вычислений в нейронных сетях (НС). Большинство производимых вычислений – матрично-векторное умножение (МВУ), поэтому ускорение данной операции имеет наибольший практический смысл.

В задачах обработки изображений использование полносвязных НС не оправдано из-за чрезмерного количества свободных параметров и, как следствие, переобучения – алгоритм подстраивается под обучавшую выборку и плохо работает на целевых данных. Для решения этой проблемы существует подход сверточной нейронной сети (СНС) [5, 6], в которой вход-

ное изображение предобрабатывается системой цифровых фильтров перед поступлением на вход решающей полносвязной НС.

В последние годы было разработано множество электронных цифровых и аналоговых ускорителей [7, 8], однако в них также проявляются проблемы высокого энергопотребления из-за выделения тепла и ограничения скорости вычислений из-за необходимости перезарядки паразитных емкостей.

Фотонные вычислители [9], в том числе в виде фотонного тензорного ядра (ФТЯ) [10] – интегрального ускорителя, нацелены на параллельную обработку данных напрямую в памяти. К преимуществам подобного подхода можно отнести низкую задержку вычислений и высокую параллельность вычислений при использовании мультиплексирования различных длин волн в один канал входного вектора.

Многообещающей физической платформой для реализации весовых элементов матрицы ФТЯ являются фазопеременные материалы, в частности, халькогенидные стекла, такие как GeSbTe [11, 12], Sb₂Se₃ [13] и т.д. Материалы данного класса могут быстро изменять свое фазовое состояние с аморфного на кристаллическое и наоборот под действием оптического или электрического нагрева. У различных фазовых состояний материала отличается показатель преломления, что предоставляет возможность точного контроля оптического излучения вnanoструктурах из фазопеременного материала.

Ключевыми преимуществами структур из фазопеременных материалов являются энергонезависи-

¹⁾ См. дополнительный материал к данной статье на сайте нашего журнала www.jetletters.ac.ru

²⁾ e-mail: fedyanin@nanolab.phys.msu.ru

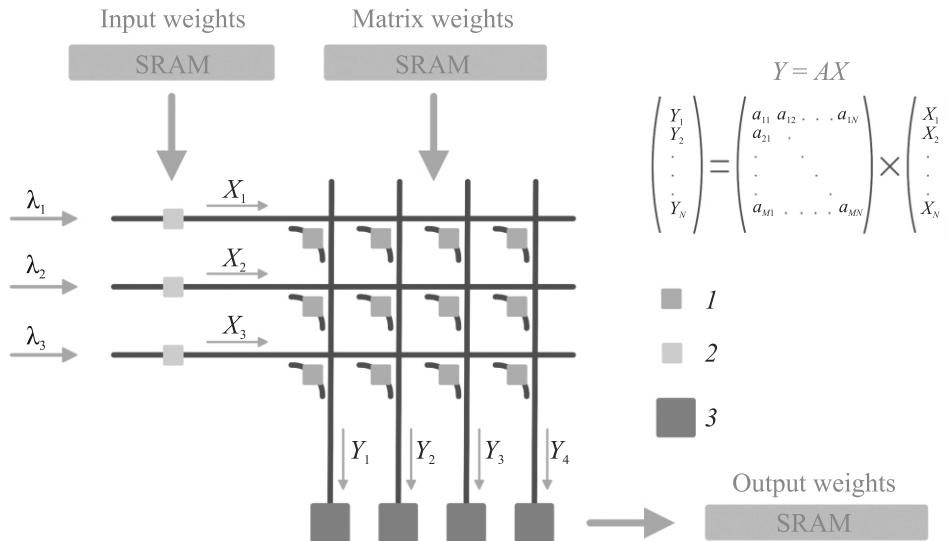


Рис. 1. (Цветной онлайн) Схема архитектуры некогерентного кроссбар-массива. Используемые входные и матричные веса загружаются из оперативной памяти (SRAM). Выходной вектор после считывания массивом детекторов загружается обратно в SRAM. На рисунке обозначения: 1 – идеальный модулятор или GST-поглотитель; 2 – микрокольцевой модулятор или модулятор Маха–Цендера; 3 – PIN-диод с усилителем и фильтром низких частот

мость фазового состояния – энергия потребляется лишь при переключении задаваемого структурой веса, что особенно актуально для вычислений в СНС, специфика которых заключается в умножении множества различных входных векторов на одинаковую весовую матрицу в процессе обработки изображения цифровым фильтром.

Для доказательства конкретноспособности подхода ФТЯ необходимо знать параметры энергоэффективности и производительности ФТЯ. В предыдущих работах данные характеристики оценивались аналитически [14], что могло привести к переоценке этих значений. Целью данной работы является получение ключевых характеристик ФТЯ с помощью численного моделирования.

2. Методы. В данной работе с помощью метода переходных процессов в S-матрицах была построена модель ФТЯ на архитектуре кроссбар (см. рис. 1) [11]. Такую архитектуру возможно реализовать двумя принципиально различными способами: некогерентным и когерентным. В некогерентной архитектуре каждому каналу входного вектора соответствует своя длина волны излучения для возможности демультиплексирования выходного сигнала по длинам волн, а в когерентной архитектуре ФТЯ работает на одной длине волны, что приводит к труднорешаемой проблеме фазовой подстройки системы для обеспечения конструктивной интерференции [15]. Нами был сделан выбор в пользу некогерентной реализации ФТЯ, которая в том числе позволяет применять

методы дополнительного уплотнения потока обрабатываемой информации [16, 17], что схематически представлено на рис. 2.

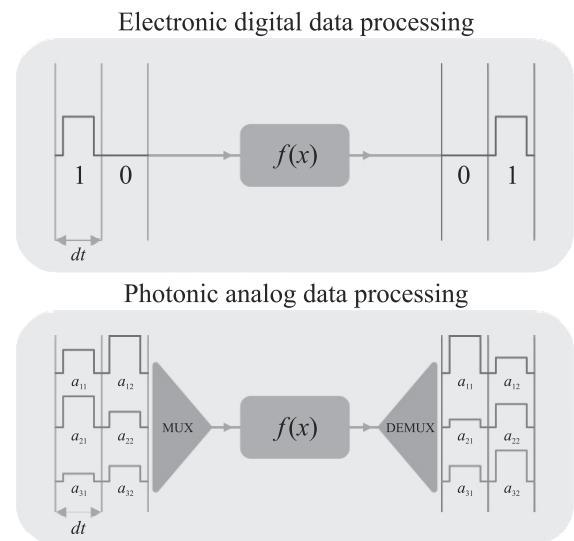


Рис. 2. (Цветной онлайн) Сравнение обработки информации в электронном ускорителе и в ФТЯ. В ФТЯ входной вес представлен в аналоговой форме, в отличие от цифрового представления в электронном ускорителе. Также ФТЯ предоставляет возможность дополнительного уплотнения потока информации с помощью мультиплексирования разных длин волн в один канал – позволяет одновременно умножать несколько входных векторов на весовую матрицу

В качестве поканальных модуляторов излучения входного вектора в работе рассматривались микрокольцевые модуляторы и модуляторы Маха–Цендера. К преимуществам первых можно отнести компактные геометрические размеры (до 10 мкм в диаметре [18]) и высокие частоты модуляции [19], к недостаткам же – высокую добротность резонанса [20], что приводит к необходимости термической подстройки модулятора [18] после изготовления. Модуляторы Маха–Цендера, в свою очередь, имеют существенно большие геометрические размеры [21], что негативно скажется на возможном масштабировании системы. По вышеуказанным причинам в данной работе был сделан выбор в пользу микрокольцевых модуляторов, для которых было экспериментально показано представление веса с точностью до 9 бит [22].

Для корректного детектирования выходного сигнала в некогерентной схеме необходимо сглаживать биения излучения на детекторе, возникающие из-за наличия близких длин волн в одном канале выходного вектора. Для этого на выходе детектора были использованы фильтр низких частот и трансимпедансный усилитель, рабочие параметры которых подбирались путем минимизации коэффициента битовых ошибок (КБО) при МВУ.

В качестве весовых элементов матрицы были выбраны пленки GeSbTe (GST) толщиной 10 нм, помещенные поверх кремниевого волновода – аморфное состояние ($n = 3.98 + 0.042i$ [23]) с большим пропусканием было взято за единицу, а кристаллическое с малым пропусканием – за ноль ($n = 6.49 + 1.054i$ [23]). Затухание волноводной моды в структуре было расчитано методом конечных разностей. Точность задания матричного веса была взята меньшей или равной 6 бит [11], что является максимальным полученным на данный момент в эксперименте значением для интегральных GST-nanoструктур.

При расчетах также были учтены реалистичные потери во всех элементах схемы и дисперсия направленных ответвителей (НО), так как дисперсия остальных элементов схемы существенно меньше (кроме микрокольцевых модуляторов, но их дисперсия компенсируется термоподстройкой). Дисперсия НО была расчитана исходя из выражения [24]:

$$P_{\text{cross}} = \kappa P_{\text{in}} = \sin^2\left(\frac{\pi\delta n}{\lambda}\right) P_{\text{in}}. \quad (1)$$

Здесь P_{in} – мощность излучения на входе ответвителя, P_{cross} – мощность в параллельном волноводе после прохождения ответвителя, κ – коэффициент связи НО, δn – разность эффективных показателей преломления симметричной и антисимметричной мод в

связанной секции НО, которая также была расчитана методом конечных разностей. Коэффициенты связи κ в НО зависят от положения конкретного элемента в фотонной матрице, что отражено на рис. 3. Итоговая связь между входной и выходной мощностями излучения в элементе задается в виде:

$$P_{\text{out}} = P_{\text{in}} \frac{a_{ij}}{(N - i + 1)(M - j + 1)}, \quad (2)$$

где a_{ij} – вес элемента, задаваемый пленкой GST, N, M – число строк и столбцов в матрице, а i, j – индексы строки и столбца элемента соответственно. Подобные коэффициенты связи необходимы для получения каждым элементом матрицы одинаковой мощности излучения [11].

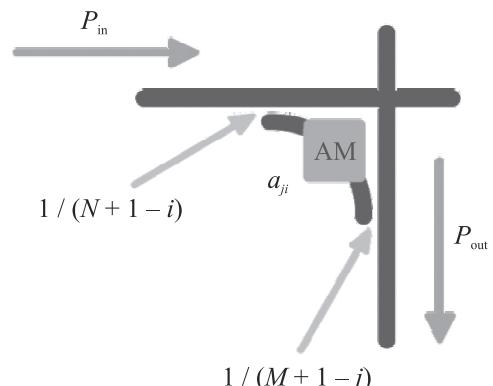


Рис. 3. (Цветной онлайн) Схематичное представление весового элемента ФТЯ. Стрелками отмечены направление распространения излучения и коэффициенты связи направленного ответвителя

При моделировании в систему вносились искусственные шумы и смещения не более половины битового интервала во входные веса и веса матрицы. Это позволило приблизить условия моделирования к реальным и оценить количество битовых ошибок на выходе системы, т.е. ее стабильность и точность работы. Все рабочие параметры модели суммированы в табл. 1.

Таблица 1. Параметры ФТЯ

Параметры модели	Значение
Частота модуляции	до 10 ГГц
Центральная частота лазера	193.1 ТГц
Интервал между частотами	от 0.1 ТГц [14]
Срез фильтра низких частот	18 ГГц
Сопротивление усилителя	2 кОм
Входные веса	до 9 бит [22]
Матричные веса	до 6 бит [11]

3. Результаты. С использованием построенной модели было продемонстрировано умножение случайного входного вектора на случайную матрицу с

весами в диапазоне от 0 до 1 с помощью ФТЯ размерами от 2×2 до 9×9 , подробнее см. дополнительные материалы. С помощью квантователя (с точностью до 6 бит) на выходе усилителя получена картина сигнала в цифровом домене, что позволило рассчитать показатель КБО МВУ аналогового ФТЯ по отношению к контрольному МВУ, произведенному пакетом питчу Python. Битовой ошибкой считалось попадание выходного веса аналогового МВУ и выходного веса контрольного МВУ в различные уровни квантования. Минимизация КБО использовалась для дополнительной оптимизации электронной обвязки детектора.

Результат умножения фотонным ядром показывает высокую точность попадания в доверительный интервал выходного вектора с предельно возможной точностью 6 бит, которая ограничивается сверху битовой точностью задания весов матрицы. По результатам численного моделирования можно сказать, что увеличение точности задания входных весов и весов матрицы выше 5 бит практически не оказывает влияния на КБО, так как начинает существенно влиять дисперсия НО.

Для изучения применимости ФТЯ к задачам глубокого обучения был рассмотрен вопрос эффективности переноса базовых слоев НС в оптический аналоговый домен. Для этого было проведено сравнение эффективности операции свертки с помощью ФТЯ с эталоном, полученным с помощью программного пакета питчу Python. Для этого была проведена свертка различных изображений из датасета CIFAR-10 с помощью четырех горизонтальных и вертикальных фильтров 3×3 , которые были перенесены в фотонную матрицу размером 9×4 элементов, подробнее см. дополнительные материалы. Входной вектор был получен в результате преобразования из двумерной матрицы, соответствующей участку изображения, в одномерный массив значений с последующей нормировкой. Из-за невозможности в выбранной архитектуре реализовать отрицательные веса в матрице ФТЯ проводилась постобработка результата свертки с помощью пакета питчу, используя следующее выражение:

$$B_{\text{real}} = 2B_{\text{core}} - IA_{\text{in}}, \quad (3)$$

где B_{real} – необходимый выходной вектор, B_{core} – результат умножения в ФТЯ, I – единичная матрица, а A_{in} – входной вектор. В будущем реализовать отрицательные веса возможно либо с помощью модоконвертирующей метаповерхности [25], либо с помощью подходов балансного детектирования из архитектуры микрокольцевого весового банка [26]. Результаты

численного моделирования операции свертки представлены на рис. 4.

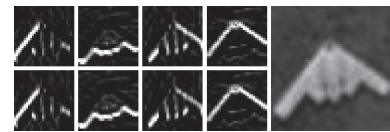


Рис. 4. Сравнение сверток. Верхний ряд изображений – контрольная свертка с помощью питчу. Нижний ряд – свертка с помощью ФТЯ. Справа исходное изображение из CIFAR-10

После демонстрации работоспособности модели в задачах прямого прохождения СНС было проведено исследование потенциала масштабирования кроссбар-матрицы. Для оценки предельного размера ФТЯ при заданных параметрах модели была рассчитана мощность на выходе системы при максимальных значениях входных и матричных весов (т.е. единичных) – оптический бюджет, также было проведено сравнение мощности минимального полезного сигнала на выходе ФТЯ (при максимальных входных весах и диагональной матрице с минимальными отличными от нуля весами) и мощности оптических шумов в системе (при максимальных входных весах и нулевых матричных весах). Подробнее об используемых матрицах и принципе получения максимально-го размера массива см. дополнительные материалы. Результаты расчетов представлены на рис. 5. Немонотонность зависимости полезного сигнала от масштабов кроссбар-матрицы можно объяснить эффектом деструктивных биений из-за наличия в выходном канале множества длин волн.

Как критерий достижения предельного размера ФТЯ было выбрано отношение минимального сигнала к шуму 1:1, т.е. разница в мощности в 3 дБм – подобное отношение позволяет различать два минимальных ненулевых уровня сигнала. Итоговые данные предельно возможного размера ФТЯ изображены на рис. 6. Немонотонное уменьшение размера массива с увеличением точности вычислений вытекает из эффекта деструктивных биений при расчетах минимального полезного сигнала. Оценка проводилась в зависимости от точности задания матричных весов, соответственно, от предельной точности итоговых вычислений. В данном моделировании ключевыми параметрами являются потери на каждом элементе в системе – они сведены в таблице 2.

Для понимания практической применимости ФТЯ необходимо оценить его энергоэффективность и производительность в тераоперациях в секунду. Эти показатели увеличиваются с ростом размера

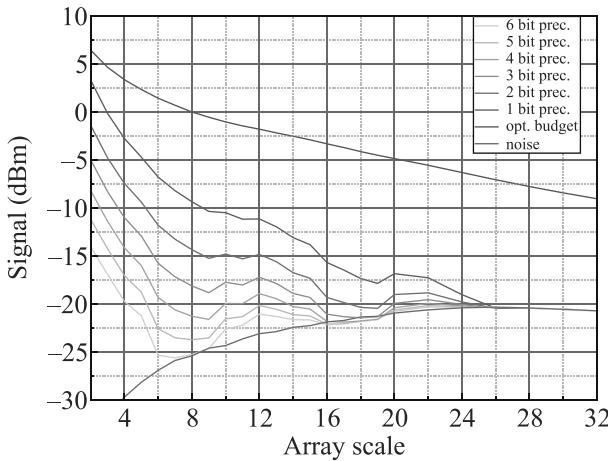


Рис. 5. (Цветной онлайн) Результат численной оценки минимального полезного сигнала в зависимости от размера по одной стороне массива с квадратной матрицей. Минимальный полезный сигнал существенно зависит от точности задания весов в массиве

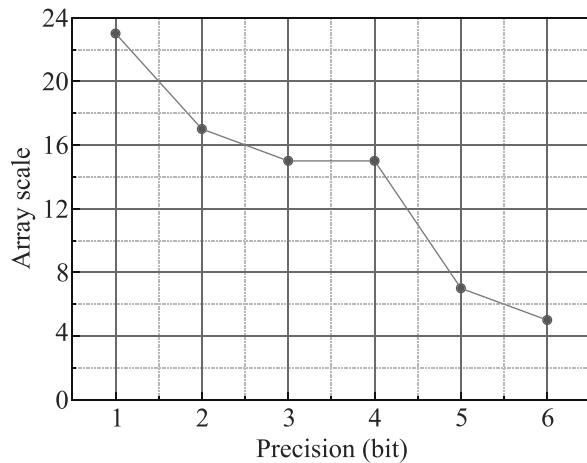


Рис. 6. (Цветной онлайн) Результат численной оценки максимального размера массива по одной стороне в зависимости от точности задания матричных весов

ФТЯ. Соответственно, необходимо использовать данные моделирования по определению максималь-

Таблица 2. Потери на каждом элементе ФТЯ

Потери	Значение, дБм
Лазер (входная мощность)	10 [27]
Волновод	-180/м
Направленный ответвитель	-0.1 [28]
Пересечение волноводов	-0.03 [29]
Шум в пересечении волноводов	-37 [29]
Микрокольцевой модулятор	-0.1 [30]
GST-поглотитель	-0.5 [31]

ного размера ФТЯ. С использованием современных экспериментальных данных по энергопотреблению активных элементов фотонной матрицы из табл. 3 были получены оценки энергоэффективности системы в зависимости от битности матричных весов и, соответственно, предельной точности вычислений. Для обеспечения постоянного потока входных данных и загрузки весовых данных нейросетевой модели необходима развитая иерархия памяти с глобальным буфером в виде DRAM, через который идет обмен информацией с электронной вычислительной частью, а также локальным объемом SRAM для быстрого доступа к входным и матричным весам. Более подробный анализ иерархии памяти и ее параметров может быть найден в работах [32, 33]. Энергопотребление обращения в память [34] также было учтено в модели.

Таблица 3. Энергопотребление элементов ФТЯ

Элемент	Энергопотребление
Лазер	10 мВт, КПД до 25% [35]
Микрокольцевой модулятор	500 фДж/бит с термоподстройкой 40 фДж/бит без термоподстройки [18]
GST-поглотители	20 пДж/переключение [23]
Детектор и усилитель	2.3 пДж/бит [36]
Обращение в память	3.9 пДж/бит [34]

При расчетах принималось, что матричные элементы переключаются один раз в 1000 циклов умножения, что примерно соответствует задаче свертки изображения размером 32×32 пикселей. При расчете оценок производительности ФТЯ в тераоперациях в секунду (ТОВС) за единичную операцию были взяты операции умножения и сложения, производимые в ходе МВУ. Оценки энергоэффективности и производительности представлены на рис. 7, из которого можно сделать вывод о повышении производительности ФТЯ при уменьшении точности вычислений, а также наличии минимального значения энергопотребления ядра при точности вычислений 4 бита.

4. Заключение. По результатам моделирования ФТЯ на архитектуре кросбар показано, что энергетически наиболее оптимально использование ФТЯ размером 15×15 при использовании микрокольцевых модуляторов входного вектора со скоростью модуляции 10 ГГц и точности задания матричных весов 4 бита – при этом производительность ядра составит порядка 4 ТОВС при энергопотреблении менее 0.1 пДж/бит. Производительность одного ФТЯ сравнима с электронными ускорителями, что при нали-

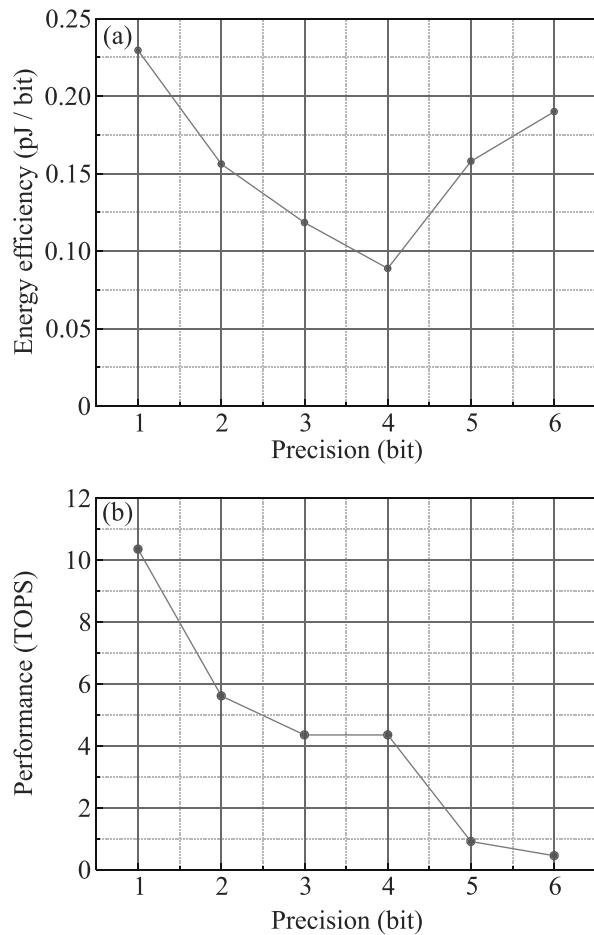


Рис. 7. (Цветной онлайн) (а) – Результат численной оценки энергоэффективности системы в пикоджоулях на операцию в зависимости от требуемой точности вычислений. (б) – Результат численной оценки производительности системы в ТОВС в зависимости от требуемой точности вычислений

ции множества ядер в фотонном ускорителе даст существенный прирост не только в энергоэффективности, но и производительности.

Дополнительно увеличить производительность и энергоэффективность устройства может помочь многопараметрическая оптимизация ФТЯ методами обратной разработки [37, 38], а также использование нескольких пакетов длин волн в параллельном режиме. Также необходима оптимизация отдельных элементов системы, а именно НО, пересечений волноводов, модуляторов и т.д. Это поможет снизить количество шумов в системе и, как следствие, увеличить потенциал масштабирования устройства. Использование метаповерхностей для модовой конверсии позволит снизить потери излучения в весовых элементах, что тоже положительно скажется на максимальном размере матрицы.

Финансирование работы. Исследование выполнено в рамках научной программы Национального центра физики и математики, направление № 1 “Национальный центр исследования архитектур суперкомпьютеров. Этап 2023–2025” и при поддержке Некоммерческого фонда развития науки и образования “Интеллект”.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. W. Aspray, *John von Neumann and the origins of modern computing*, MIT Press, Cambridge (1990).
2. F. Amato, A. Lpez, E. M. Pena-Mndez, P. Vañhara, A. Hampl, and J. Havel, *J. Appl. Biomed.* **11**, 47 (2013).
3. Q. Li, W. Cai, X. Wang, Y. Zhou, D. D. Feng, and M. Chen, *IEEE* **13**, 844 (2014).
4. А. А. Попкова, А. А. Федянин, Письма в ЖЭТФ **118**, 513 (2023).
5. J. Gu, Z. Wang, J. Kuen, L. Ma, A. Shahroudy, B. Shuai, T. Liu, X. Wang, G. Wang, J. Cai, and T. Chen, *Pattern Recognit.* **77**, 354 (2018).
6. H. J. Yoo, *IEIE SPC* **4**, 35 (2015).
7. C. Zhang, P. Li, G. Sun, Y. Guan, B. Xiao, and J. Cong, *Proceedings of the 2015 ACM/SIGDA international symposium on field-programmable gate arrays* **161**, Association for Computing Machinery, N.Y. (2015).
8. K. Ovtahrov, O. Ruwase, J. Y. Kim, J. Fowers, K. Strauss, and E. S. Chung, *Microsoft Research Whitepaper* **2**, 1 (2015).
9. А. И. Мусорин, А. С. Шорохов, А. А. Чежегов, Т. Г. Балуян, К. Р. Сафонов, А. В. Четверухин, А. А. Грунин, А. А. Федянин, Успехи физических наук **193**, 1284 (2023).
10. M. Miscuglio and V. J. Sorger, *Appl. Phys. Rev.* **7**, 31404 (2020).
11. F. Brückerhoff-Plückelmann, J. Feldmann, C. D. Wright, H. Bhaskaran, and W. Pernice, *J. Appl. Phys.* **129**, 151103 (2021).
12. J. Zheng, A. Khanolkar, P. Xu, S. Colburn, S. Deshmukh, J. Myers, J. Frantz, E. Pop, J. Hendrickson, J. Doylend, N. Boehler, and A. Majumdar, *Opt. Mater. Express* **8**, 1551 (2018).
13. M. Delaney, I. Zeimpekis, D. Lawson, D. Hewak, and O. Muskens, *Adv. Funct. Mater.* **30**, 2002447 (2020).
14. J. Feldmann, N. Youngblood, M. Karpov, H. Gehring, X. Li, M. Stappers, M. Le Gallo, X. Fu, A. Lukashchuk, A. S. Raja, J. Liu, C. D. Wright, A. Sebastian, T. J. Kippenberg, W. H. P. Pernice, and H. Bhaskaran, *Nature* **589**, 7840 (2021).
15. N. Youngblood *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* **29**, 1 (2022).
16. B. Dong, S. Aggarwal, W. Zhou, U. E. Ali, N. Farmakidis, J. S. Lee, Y. He, X. Li, D. L. Kwong,

- C. D. Wright, W. Pernice, and H. Bhaskaran, *Nature Photon.* **17**, 1080 (2023).
17. F. Brückerhoff-Plückelmann, J. Feldmann, H. Gehring, W. Zhou, C. D. Wright, H. Bhaskaran, and W. Pernice, *Nanophotonics* **11**, 4063 (2022).
18. P. Dong, R. Shafiiha, S. Liao, H. Liang, N. N. Feng, D. Feng, G. Li, X. Zheng, A. V. Krishnamoorthy, and M. Asghari, *Opt. Express* **18**, 10941 (2010).
19. Y. Zhang, H. Zhang, J. Zhang, J. Liu, L. Wang, D. Chen, N. Chi, X. Xiao, and S. Yu, *Photonics Res.* **10**, 1127 (2022).
20. W. Bogaerts, P. De Heyn, T. van Vaerenbergh, K. De Vos, S.K. Selvaraja, T. Claes, P. Dumon, P. Bienstmann, D. van Thourhout, and R. Baets, *Laser Photonics Rev.* **6**, 47 (2012).
21. M. R. Watts, W.A. Zortman, D.C. Trotter, R.W. Young, and A.L. Lentine, *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* **16**, 159 (2010).
22. W. Zhang, C. Huang, H. T. Peng, S. Bilodeau, A. Jha, E. Blow, T. F. de Lima, B. J. Shastri, and P. Prucnal, *Optica* **9**, 579 (2022).
23. D. Wu, X. Yang, N. Wang, L. Lu, J. Chen, L. Zhou, and B. Rahman, *Nanophotonics* **11**, 3437 (2022).
24. A. Yariv, *IEEE J. Quantum Electron.* **9**, 919 (1973).
25. C. Wu, H. Yu, S. Le, R. Peng, I. Takeuchi, and M. Li, *Nature Commun.* **12**, 96 (2021).
26. A. N. Tait, M. A. Nahmias, B. J. Shastri, and P. R. Pruchal, *J. Light. Technol.* **32**, 4029 (2014).
27. S. Keyvaninia, G. Roelkens, D. van Thourhout, C. Jany, M. Lamponi, A. Le Liepvre, F. Lelarge, D. Make, G. H. Duan, D. Bordel, and J. M. Fedeli, *Opt. Express* **21**, 3784 (2013).
28. M. A. Al-Qadasi, L. Chrostowski, B. J. Shastri, and S. Shekhar, *APL Photonics* **7**, 20902 (2022).
29. S. Wu, X. Mu, L. Cheng, S. Mao, and H. Y. Fu, *Micromachines* **11**, 326 (2020).
30. S. Manipatruni, K. Preston, L. Chen, and M. Lipson, *Opt. Express* **18**, 18235 (2010).
31. Z. Yu, J. Zheng, P. Xu, W. Zhang, and Y. Wu, *IEEE Photonics Technol. Lett.* **30**, 250 (2017).
32. C. Demirkiran, F. Eris, G. Wang, J. Elmhurst, N. Moore, N.C. Harris, A. Basumallik, V.J. Reddi, A. Joshi, and D. Bunadar, *J. Emerg. Technol. Comput. Syst.* **19**, 1 (2023).
33. D. Sturm and S. Mozaeni, *2023 Design, Automation & Test in Europe Conference & Exhibition (DATE)*, **1**, EDA Consortium, San Jose (2023).
34. M. O'Connor, N. Chatterjee, D. Lee, J. Wilson, A. Agrawal, S. W. Keckler, and W. J. Dally, *Proceedings of the 50th Annual IEEE/ACM International Symposium on Microarchitecture*, **41**, Association for Computing Machinery, N.Y. (2017).
35. B. R. Koch, E. J. Norberg, J. E. Roth, B. Kim, A. Ramaswamy, R. S. Guzzon, J. Hutchinson, J. H. Shin, J. Imamura, B. Gomez, G. Fish, and A. Fang, *Novel In-Plane Semiconductor Lasers XIII. – SPIE* **9002**, 72 (2014).
36. S. Nayak, A. H. Ahmed, A. Sharkia, A. S. Ramani, S. Mirabbassi, and S. Shekhar, *IEEE Trans. Circuits Syst. I: Regul. Pap.* **66**, 3162 (2019).
37. К. Р. Сафонов, В. О. Бессонов, А. А. Федягин, *Письма в ЖЭТФ* **114**, 360 (2021).
38. M. Wei, X. Lin, K. Xu, Y. Wu, C. Wang, Z. Wang, K. Lei, K. Bao, J. Li, L. Li, E. Li, and H. Lin, *Nanophotonics* **13**, 2183 (2024).

Авторский указатель томов 119-120 за 2024 г.

EDN: SQTZAU

Agapov D. Deep learning ghost polarimetry. Agapov D., Ivchenko A., Magnitskiy S. - 119/6/417

Agladze K. I. (см. Romanova S. A.) - 119/9/712

Aitova A. A. (см. Romanova S. A.) - 119/9/712

Akhmedzhanov R. A. Single-photon level quantum memory in an isotopically pure $^{143}\text{Nd}^{3+}:\text{Y}^7\text{LiF}_4$ crystal. Akhmedzhanov R.A., Gushchin L.A., Nizov N.A., Nizov V.A., Sobgayda D.A., Zelensky I.V. - 119/11/800

Anisimov V. I. (см. Skornyakov S. L.) - 120/7/547

Avakyants A. A. Surface spin polarization in the magnetic response of GeTe Rashba ferroelectric. Avakyants A.A., Orlova N.N., Timonina A.V., Kolesnikov N.N., Deviatov E.V. - 119/8/614 (см. Orlova N. N.) - 120/5/374

Артамонов А. В. Ограничение на относительную вероятность распада $K^+ \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0 e^+ \nu$. Артамонов А.В., Бычков В.Н., Донсков С.В., Филин А.П., Филиппов С.Н., Горин А.М., Гущин Е.Н., Инякин А.В., Кекелидзе Г.Д., Хаустов Г.В., Холоденко С.А., Худяков А.А., Колесов В.Н., Коноплянников А.К., Кравцов В.И., Куденко Ю.Г., Кулик А.В., Куршецов В.Ф., Липин В.А., Лысан В.М., Медынский М.В., Образцов В.Ф., Охотников А.В., Поляков В.А., Поляруш А.Ю., Романовский В.И., Рыкалин В.И., Садовский А.С., Самойленко В.Д., Шапкин М.М., Тюрин И.С., Уваров В.А., Ющенко О.П., Залиханов Б.Ж. - 120/8/578

Baklanova K. D. (см. Dolganov P. V.) - 120/10/808

Bakumenko S. S. (см. Romanova S. A.) - 119/9/712

Baranov S. P. Double parton scattering versus jet quenching. Baranov S.P., Lipatov A.V., Malyshev M.A., Snigirev A.M. - 119/11/796

Belhaj A. On exchange-correlation energy in DFT scenarios. Belhaj A., Ennadifi S.E. - 120/3/217

Berezhnoy A. K. (см. Romanova S. A.) - 119/9/712

Bobkova I. V. (см. Bobkov G. A.) - 119/3/253

Bobkov A. M. (см. Bobkov G. A.) - 119/3/253

Bobkov G. A. Magnetic eigenmodes in chains of coupled φ_0 -Josephson junctions with ferromagnetic weak links. Bobkov G.A., Bobkova I.V., Bobkov A.M. - 119/3/253

Burtsev A. A. (см. Kiselev A. V.) - 120/6/457

Bush A. A. (см. Melentev A. V.) - 120/12/943

Chang Ch. Enhancement of terahertz radiation from saccharide solutions induced by femtosecond laser pulses. Chang Ch., Shen T., Wang H., Li H., Wang T., Liu J., He G., Zhang Y., Li L. - 119/4/263

Daniyarkhodzhaev A. T. (см. Sadakov A. V.) - 119/2/118

Denishchenko A. D. (см. Zhuvagin I. V.) - 120/4/286

Deviatov E. V. (см. Avakyants A. A.) - 119/8/614 (см. Orlova N. N.) - 120/5/374

Dmitrieva E. A. (см. Dmitriev A. S.) - 119/5/388

Dmitriev A. S. Scattering of linear waves on a soliton. Dmitriev A.S., Dmitrieva E.A., Panin A.G. - 119/5/388

Dolganov P. V. Photonics of two-dimensional structures formed by cholesteric liquid crystals. Dolganov P.V., Baklanova K.D., Dolganov V.K., Kats E.I. - 120/10/808

Dolganov V. K. (см. Dolganov P. V.) - 120/10/808

Eliseev N. N. (см. Kiselev A. V.) - 120/6/457

Ennadifi S. E. (см. Belhaj A.) - 120/3/217

Frolov A. S. (см. Melentev A. V.) - 120/12/943

Gabdrakhmanov I. R. Heavy quark contributions in Bjorken sum rule with analytic coupling. Gabdrakhmanov I.R., Gramotkov N.A., Kotikov A.V., Teryaev O.V., Volkova D.A., Zemlyakov I.A. - 120/11/842

Gavrilkin Yu S. (см. Zhuvagin I. V.) - 120/4/286

Gippius A. A. (см. Sadakov A. V.) - 119/2/118 (см. Zhuvagin I. V.) - 120/4/286

Godunov S. I. On production of heavy charged particles in $\gamma\gamma$ fusion at planned pp colliders. Godunov S.I., Karkaryan E.K., Novikov V.A., Rozanov A.N., Vysotsky M.I., Zhemchugov E.V. - 119/1/7

Gorshunov B. P. (см. Melentev A. V.) - 120/12/943

Gorsky A. Schrödinger-like pair production of baryons in electric field. Gorsky A., Pikalov A. - 119/10/731

Gramotkov N. A. (см. Gabdrakhmanov I. R.) - 120/11/842

Gushchin L. A. (см. Akhmedzhanov R. A.) - 119/11/800

He G. (см. Chang Ch.) - 119/4/263

Ionin V. V. (см. Kiselev A. V.) - 120/6/457

Ivchenko A. (см. Agapov D.) - 119/6/417

Karabassov T. Anisotropic Josephson diode effect in the topological hybrid junctions with the hexagonal warping. Karabassov T. - 119/4/308

Karkaryan E. K. (см. Godunov S. I.) - 119/1/7

Kats E. I. (см. Dolganov P. V.) - 120/10/808

Khrapai V. S. (см. Polyak B. A.) - 119/8/604

Khrapak A. G. (см. Khrapak S. A.) - 120/4/245

Khrapak S. A. Modified Bridgman formula for the thermal conductivity of complex (dusty) plasma fluids. Khrapak S.A., Khrapak A.G. - 120/4/245

Kiselev A. V. Optically controlled fine-tuning phase shift cell based on thin-film $\text{Ge}_2\text{Sb}_2\text{Te}_5$ for light beam phase modulation. Kiselev A.V., Nevezorov A.A., Burtsev A.A., Mikhalevsky V.A., Eliseev N.N., Ionin V.V., Lotin A.A. - 120/6/457

Kiselev Yu. T. First observation of universality of short range nucleon correlations in the production of strange mesons. Kiselev Yu.T. - 120/1/3

Kliushnik A. V. (см. Sadakov A. V.) - 119/2/118

- Kolesnikov N. N.** (см. Avakyants A. A.) - 119/8/614
(см. Orlova N. N.) - 120/5/374
- Komleva E. V.** (см. Ponosov Yu. S.) - 119/7/516
- Kotikov A. V.** Shadowing and antishadowing in the rescaling model. Kotikov A.V., Lipatov A.V., Zhang P.M. - 119/10/729
(см. Gabdrakhmanov I. R.) - 120/11/842
- Kozlov V. I.** (см. Melentev A. V.) - 120/12/943
- Ко Дж. -Х.** (см. Дерец Н. К.) - 120/10/774
- Kuchin A. G.** (см. Mukhachev R. D.) - 119/10/764
- Кравцов В. И.** (см. Артамонов А. В.) - 120/8/578
- Куденко Ю. Г.** (см. Артамонов А. В.) - 120/8/578
- Кулик А. Б.** (см. Артамонов А. В.) - 120/8/578
- Lebed A. G.** Theory of Lee–Naughton–Lebed’s oscillations in moderately strong electric fields in layered quasi-one-dimensional conductors. Lebed A.G. - 119/8/622
- Li H.** (см. Chang Ch.) - 119/4/263
- Li L.** (см. Chang Ch.) - 119/4/263
- Lipatov A. V.** (см. Kotikov A. V.) - 119/10/729
(см. Baranov S. P.) - 119/11/796
Refined TMD gluon density in a proton from the HERA and LHC data. Lipatov A.V., Lykasov G.I., Malyshev M.A. - 119/11/798
- Li S.** (см. Wu X. -X.) - 119/4/265
- Liu J.** (см. Chang Ch.) - 119/4/263
- Lotin A. A.** (см. Kiselev A. V.) - 120/6/457
- Lukyanov A. V.** (см. Mukhachev R. D.) - 119/10/764
- Lykasov G. I.** (см. Lipatov A. V.) - 119/11/798
- Magnitskiy S.** (см. Agapov D.) - 119/6/417
- Malyshev M. A.** (см. Baranov S. P.) - 119/11/796
(см. Lipatov A. V.) - 119/11/798
- Masnev N.** (см. Podivilov E.) - 119/10/766
- Melentev A. V.** Soft mode behavior in transition metal doped SrTiO_3 thin films on MgO substrates. Melentev A.V., Zhukova E.S., Nekrasov B.M., Stolyarov V.S., Frolov A.S., Savinov M., Bush A.A., Kozlov V.I., Gorshunov B.P., Talanov M.V. - 120/12/943
- Mikhailova D.** (см. Ponosov Yu. S.) - 119/7/516
- Mikhailovsky V. A.** (см. Kiselev A. V.) - 120/6/457
- Mukhachev R. D.** Antiferromagnetic-to-ferromagnetic transition in the $\text{GdNiSi}_{1-x}\text{Al}_x$ compound. Mukhachev R.D., Lukyanov A.V., Kuchin A.G. - 119/10/764
- Muratov A. V.** (см. Sadakov A. V.) - 119/2/118
- Медынский М. В.** (см. Артамонов А. В.) - 120/8/578
- Naumov V. D.** (см. Romanova S. A.) - 119/9/712
- Nekrasov B. M.** (см. Melentev A. V.) - 120/12/943
- Nevzorov A. A.** (см. Kiselev A. V.) - 120/6/457
- Nizov N. A.** (см. Akhmedzhanov R. A.) - 119/11/800
- Nizov V. A.** (см. Akhmedzhanov R. A.) - 119/11/800
- Novikov V. A.** (см. Godunov S. I.) - 119/1/7
- Orlova N. N.** (см. Avakyants A. A.) - 119/8/614
Crossover from relativistic to non-relativistic net magnetization for MnTe altermagnet candidate. Orlova N.N., Avakyants A.A., Timonina A.V., Kolesnikov N.N., Deviatov E.V. - 120/5/374
- Образцов В. Ф.** (см. Артамонов А. В.) - 120/8/578
- Охотников А. В.** (см. Артамонов А. В.) - 120/8/578
- Panin A. G.** (см. Dmitriev A. S.) - 119/5/388
- Pankrushina E. A.** (см. Ponosov Yu. S.) - 119/7/516
- Pervakov K. S** (см. Zhuvagin I. V.) - 120/4/286
- Pervakov K. S.** (см. Sadakov A. V.) - 119/2/118
- Petrov A. S.** (см. Safonov I.) - 119/2/148
- Pikalov A.** (см. Gorsky A.) - 119/10/731
- Pimentel D. P.** Structural and magnetic transformations from CuCl to $\text{Cu}_2\text{Cl}(\text{OH})_3$ induced by H_2O and CuCl_2 . Pimentel D.P. - 120/1/49
- Podivilov E.** Impact of domain wall conduction on ferroelectric domain reversal kinetics. Podivilov E., Masnev N., Sturman B. - 119/10/766
- Polyak B. A.** What can we learn from nonequilibrium response of a strange metal? Polyak B.A., Khrapai V.S., Tikhonov E.S. - 119/8/604
- Ponosov Yu. S.** Raman spectroscopy of $\text{Na}_3\text{Co}_2\text{SbO}_6$. Ponosov Yu.S., Komleva E.V., Pankrushina E.A., Mikhailova D., Streletsov S.V. - 119/7/516
- Prishchepa A. R.** (см. Zhuvagin I. V.) - 120/4/286
- Prudkoglyad V. A.** (см. Zhuvagin I. V.) - 120/4/286
- Romanova S. A.** Discrete anisotropy model of heterogeneous cardiac tissue predicting the occurrence of symmetry breaking of reentrant activity. Romanova S.A., Berezhnoy A.K., Ruppel L.E., Aitova A.A., Bakumenko S.S., Semidetnov I.S., Naumov V.D., Slotvitsky M.M., Tsvelaya V.A., Agladze K.I. - 119/9/712
- Rozanov A. N.** (см. Godunov S. I.) - 119/1/7
- Ruppel L. E.** (см. Romanova S. A.) - 119/9/712
- Sadakov A. V.** Multiband superconductivity in $\text{KCa}_2\text{Fe}_4\text{As}_4\text{F}_2$. Sadakov A.V., Gippius A.A., Daniyarkhodzhaev A.T., Muratov A.V., Kliushnik A.V., Sobolevskiy O.A., Vlasenko V.A., Shilov A.I., Pervakov K.S. - 119/2/118
(см. Zhuvagin I. V.) - 120/4/286
- Safonov I.** Selective damping of plasmons in coupled two-dimensional systems by Coulomb drag. Safonov I., Petrov A.S., Svintsov D. - 119/2/148
- Savinov M.** (см. Melentev A. V.) - 120/12/943
- Semidetnov I. S.** (см. Romanova S. A.) - 119/9/712
- Shen T.** (см. Chang Ch.) - 119/4/263
- Shevchenko I. I.** Lyapunov exponents in fundamental models of nonlinear resonance. Shevchenko I.I. - 120/8/650
- Shilov A. I.** (см. Sadakov A. V.) - 119/2/118
- Skornyakov S. L.** Coulomb correlations and the electronic structure of bulk $\text{V}_2\text{Te}_2\text{O}$. Skornyakov S.L., Trifonov I.O., Anisimov V.I. - 120/7/547
- Slotvitsky M. M.** (см. Romanova S. A.) - 119/9/712
- Snigirev A. M.** (см. Baranov S. P.) - 119/11/796
- Sobgayda D. A.** (см. Akhmedzhanov R. A.) - 119/11/800
- Sobolevskiy O. A.** (см. Sadakov A. V.) - 119/2/118
- Stolyarov V. S.** (см. Melentev A. V.) - 120/12/943
- Streltsov S. V.** (см. Ponosov Yu. S.) - 119/7/516
- Sturman B.** (см. Podivilov E.) - 119/10/766

- Svintsov D.** (см. Safonov I.) - 119/2/148
- Talanov M. V.** (см. Melentev A. V.) - 120/12/943
- Teryaev O. V.** (см. Gabdrakhmanov I. R.) - 120/11/842
- Tikhonov E. S.** (см. Polyak B. A.) - 119/8/604
- Timonina A. V.** (см. Avakyants A. A.) - 119/8/614
(см. Orlova N. N.) - 120/5/374
- Trifonov I. O.** (см. Skornyakov S. L.) - 120/7/547
- Tsvelaya V. A.** (см. Romanova S. A.) - 119/9/712
- Тюрин И. С.** (см. Артамонов А. В.) - 120/8/578
- Usoltsev A. S.** (см. Zhuvagin I. V.) - 120/4/286
- Vlasenko V. A.** (см. Sadakov A. V.) - 119/2/118
(см. Zhuvagin I. V.) - 120/4/286
- Volkova D. A.** (см. Gabdrakhmanov I. R.) - 120/11/842
- Volovik G. E.** Fermionic quartet and vestigial gravity.
Volovik G.E. - 119/4/317
Devoted to memory of Alexei Alexandrovich Starobinsky De Sitter local thermodynamics in $f(R)$ gravity. Volovik G.E. - 119/7/560
Devoted to memory of Alexei Alexandrovich Starobinsky Schwinger vs Unruh. Volovik G.E. - 120/9/659
- Vysotsky M. I.** (см. Godunov S. I.) - 119/1/7
- Wang H.** (см. Chang Ch.) - 119/4/263
- Wang T.** (см. Chang Ch.) - 119/4/263
- Wu X. -X.** High-fidelity and robust stimulated Raman transition with parameter-modulated optimal control.
Wu X.-X., Li S., Zhou J., Xue Z.-Y. - 119/4/265
- Xue Z. -Y.** (см. Wu X. -X.) - 119/4/265
- Zakharov B. G.** Jet quenching for hadron-tagged jets in pA collisions. Zakharov B.G. - 120/3/169
- Zelensky I. V.** (см. Akhmedzhanov R. A.) - 119/11/800
- Zemlyakov I. A.** (см. Gabdrakhmanov I. R.) - 120/11/842
- Zhang P. M.** (см. Kotikov A. V.) - 119/10/729
- Zhang Y.** (см. Chang Ch.) - 119/4/263
- Zhemchugov E. V.** (см. Godunov S. I.) - 119/1/7
- Zhou J.** (см. Wu X. -X.) - 119/4/265
- Zhukova E. S.** (см. Melentev A. V.) - 120/12/943
- Zhuvagin I. V.** Synthesis and properties of 12442-family superconductor. Zhuvagin I.V., Vlasenko V.A., Usoltsev A.S., Gippius A.A., Pervakov K.S., Prishchepa A.R., Prudkoglyad V.A., Gavrilkin S.Yu., Denishchenko A.D., Sadakov A.V. - 120/4/286
- Абалмасов Б. А.** Неоднородности динамики и локального поля в $\pm J$ изинговских спиновых стеклах.
Абалмасов Б.А. - 120/12/937
- Абрамов В. В.** Наблюдение поляризации Л-гиперонов, образованных при взаимодействии K^- -мезонов с ядрами. Абрамов В.В., Моисеев В.В., Алексеев И.Г., Бажанов Н.А., Борисов Н.С., Васильев А.Н., Гончаренко Ю.М., Городнов И.С., Гриднев А.Б., Калугин Н.К., Козленко Н.Г., Мельник Ю.М., Мещанин А.П., Минаев Н.Г., Морозов Д.А., Мочалов В.В., Неганов А.Б., Нестеров В.М., Новиков К.Д., Новинский Д.В., Ногач Л.В., Нурушева М.Б., Прудкогляд А.Ф., Рыжиков С.В., Рыков В.Л., Рыльцов В.В., Рязанцев А.В.,
- Самигуллин Э.И., Свирида Д.Н., Семенов П.А., Узунян А.В., Усов Ю.А., Якутин А.Е. - 120/6/393
- Аверкиев Н. С.** (см. Гудков В. В.) - 119/1/54
- Аврамчиков М. О.** (см. Грициенко А. В.) - 119/11/802
- Агапов А. А.** (см. Селемир В. Д.) - 119/11/825
- Агранат М. Б.** (см. Ашитков С. И.) - 120/8/605
- Адищев С. В.** Субтерагерцовый отклик планарных фосфолипидных мембран в неупругом рассеянии света. Адищев С.В., Добрынина Е.А., Суровцев Н.В. - 120/6/470
- Азаревич А. Н.** (см. Хрыкина О. Н.) - 119/2/150
Локализованная сверхпроводимость в гексабориде LaB_6 с динамическими зарядовыми страйпами. Азаревич А.Н., Богач А.В., Хрыкина О.Н., Болотина Н.Б., Гридчина В.М., Шицевалова Н.Ю., Гаврилкин С.Ю., Цветков А.Ю., Габани С., Флахбарт К., Кузнецов А.В., Случанко Н.Е. - 119/12/909
- Айдакина Н. А.** (см. Зудин И. Ю.) - 119/1/27
- Аккуратов В. И.** (см. Элиович Я. А.) - 120/5/377
- Аксенов М. С.** (см. Степина Н. П.) - 120/3/208
- Аксенов С. В.** Особенности отклика майорановских квазичастиц в сверхпроводящих проволоках (Мини-обзор). Аксенов С.В. - 120/1/51
- Аксентьев А. Е.** (см. Филатов Ю. Н.) - 120/10/810
- Алексеева А. С.** (см. Волынский П. Е.) - 119/8/624
- Алексеев И. Г.** (см. Абрамов В. В.) - 120/6/393
- Алещенко Ю. А.** (см. Кривобок В. С.) - 120/5/354
- Алиев Р. М.** (см. Савицкий И. В.) - 120/1/5
- Алисултанов З. З.** Индуцированная беспорядком сингулярность квантовой метрики. Алисултанов З.З. - 119/12/904
- Алоджанц А. П.** (см. Царёв Д. В.) - 120/5/326
- Андреев А. А.** (см. Чумаков Н. К.) - 119/8/598
- Андреева С. А.** (см. Шепетильников А. В.) - 119/11/840
- Андросов А. С.** (см. Майдыковский А. И.) - 120/12/924
- Анохина А.** К теории катастроф для гомологий Хованова–Рожанского. Анохина А. - 119/7/475
- Антонов Н. Н.** Особенности рождения антипротонов с большими поперечными импульсами под углом 40° в $p + A$ взаимодействиях при энергии пучка 50 ГэВ. Антонов Н.Н., Викторов В.А., Гапиенко В.А., Гапиенко Г.С., Лобов И.В., Новосольцев Ф.Н., Прудкогляд А.Ф., Семак А.А., Солововников И.П., Терехов В.И., Уханов М.Н., Шиманский С.С. - 119/1/3
- Апостолов С. С.** (см. Катков Д. С.) - 120/9/681
- Апостолов Д. О.** (см. Майдыковский А. И.) - 120/12/924
- Арбузов А. Б.** Спектр первичных гравитационных волн в квантовой версии конформной ОТО. Арбузов А.Б., Никитенко А.А. - 120/11/895
- Арбузова Е. В.** Открытие новых окон в раннюю Вселенную с помощью многоканальной астрономии (Мини-обзор). Арбузова Е.В., Долгих К.А., Дол-

- гов А.Д., Калашёв О.Е., Корочкин А.А., Панасенко Л.А., Поздняков Н.А., Рубцов Г.И., Руденко А.С., Ткачёв И.И. - 119/7/481
- Аржанов А. И.** (см. Степанов М. Е.) - 120/4/231
- Аринин В. А.** (см. Мочалов М. А.) - 119/11/854
- Аристов Д. Н.** (см. Ниязов Р. А.) - 119/5/364
- Арсланов Н. М.** (см. Хайруллин А. Ф.) - 119/5/336
- Архипов М. В.** (см. Пахомов А. В.) - 119/2/100
- Архипов Р. М.** (см. Пахомов А. В.) - 119/2/100
- Асеев С. А.** “Аномальный” фотоэффект в методе сверхбыстрой электронной дифракции. Асеев С.А., Миронов Б.Н., Пойдашев Д.Г., Ищенко А.А., Рябов Е.А. - 119/7/492
- Астраханцева А. С.** (см. Соколова М. С.) - 119/10/752
- Афанасьев А. Е.** (см. Скакуненко П. И.) - 119/1/20 Атомный гравиметр на основе атомного фонтана и микроволнового перехода. Афанасьев А.Е., Скакуненко П.И., Балыкин В.И. - 119/2/89
(см. Вялых А. П.) - 119/4/273
- Афонин Г. В.** (см. Кончаков Р. А.) - 119/6/446
(см. Макаров А. С.) - 120/10/794
- Ашитков С. И.** (см. Хохлов В. А.) - 120/7/550 Неравновесный нагрев электронов, плавление и модификация нанопленки никеля ультракоротким импульсом терагерцового излучения. Ашитков С.И., Комаров П.С., Овчинников А.В., Ромашевский С.А., Струлева Е.В., Чефонов О.В., Агранат М.Б. - 120/8/605
- Бабкина А. Н.** (см. Щербинин Д. П.) - 120/10/820
- Бабунц Р. А.** (см. Лихачев К. В.) - 119/2/82
(см. Лихачев К. В.) - 120/5/367
- Багаев С. Н.** (см. Юдин В. И.) - 120/1/26
- Багуля А. В.** Спектр неупругих столкновений медленных протонов в области молекулярных возбуждений воды. Багуля А.В., Гришин В.М., Завестовская И.Н., Рябов В.А. - 120/6/465
- Бадулин С. И.** (см. Пушкарёв А. Н.) - 120/12/930
- Бажанов Н. А.** (см. Абрамов В. В.) - 120/6/393
- Баженов А. О.** (см. Степина Н. П.) - 120/3/208
- Байдин И. С.** (см. Паркевич Е. В.) - 120/2/111
- Бакаров А. К.** (см. Похабов Д. А.) - 119/5/372
- Балаев А. Д.** (см. Балаев Д. А.) - 120/10/785
- Балаев Д. А.** Магнитные межчастичные взаимодействия и полевая зависимость температуры суперпарамагнитной блокировки в порошковой системе ультрамалых частиц феррита никеля. Балаев Д.А., Красиков А.А., Князев Ю.В., Столяр С.В., Шохрина А.О., Балаев А.Д., Исхаков Р.С. - 120/10/785
- Балыгин К. А.** Реализация квантового генератора случайных чисел: экстракция доказуемо случайных битовых последовательностей из коррелированных марковских цепочек. Балыгин К.А., Кулик С.П., Молотков С.Н. - 119/7/533
- Балыкин В. И.** (см. Скакуненко П. И.) - 119/1/20
(см. Афанасьев А. Е.) - 119/2/89
(см. Вялых А. П.) - 119/4/273
- Бантыш Б. И.** (см. Бигуаа Л. В.) - 119/12/942
- Барабанов А. Л.** (см. Воробьев А. С.) - 120/6/385
- Баранов П. Г.** (см. Лихачев К. В.) - 119/2/82
(см. Лихачев К. В.) - 120/5/367
- Барулин А. В.** (см. Шуклин Ф. А.) - 120/9/714
- Барулина Е. Ю.** (см. Шуклин Ф. А.) - 120/9/714
- Барышникова К. В.** (см. Дмитриев А. А.) - 119/9/714
- Басалаев М. Ю.** (см. Юдин В. И.) - 120/1/26
(см. Юдин В. И.) - 120/7/498
- Батталова Э. И.** Термометрия разупорядоченных твердых тел на основе электронного комбинационного рассеяния света. Батталова Э.И., Харинцев С.С. - 120/10/760
- Батуева А. В.** (см. Лихачев К. В.) - 119/2/82
- Батуев И. О.** (см. Майдыковский А. И.) - 120/12/924
- Батулин Р. Г.** (см. Бельская Н. А.) - 120/4/252
- Бахарева О. А.** Особенности нейтрализации быстрых протонов в углеводородном пеллетном облаке. Бахарева О.А., Сергеев В.Ю., Шаров И.А. - 119/11/810
- Бахметьев М. В.** (см. Моргунов Р. Б.) - 119/4/289
- Башаров А. М.** Интерференционные резонансы фотона и нелинейности в ангармоническом осцилляторе. Башаров А.М. - 120/6/417
- Безматерных Л. Н.** (см. Бельская Н. А.) - 120/7/530
- Белан С. А.** Метод стохастического уравнения обновления в определении статистики времени ожидания первого появления определенной последовательности состояний, последовательно посещенных чередующимся процессом обновления. Белан С.А. - 120/9/733
- Белов И. В.** (см. Чумаков Н. К.) - 119/8/598
- Белотелов В. И.** (см. Петров П. Е.) - 119/2/129
(см. Грибова Н. И.) - 120/3/190
(см. Буньков Ю. М.) - 120/6/436
- Белотелов Г. С.** (см. Вялых А. П.) - 119/4/273
- Бельская Н. А.** Магнитные свойства наносвичков состава $(Mg_{1-x}Co_x)_3Si_2O_5(OH)_4$ и нанокомпозитов на их основе. Бельская Н.А., Храпова Е.К., Иванова А.А., Еремина Р.М., Батулин Р.Г., Чикуров Д.С., Дегтяренко П.Н., Цветков А.Ю., Кириленко Д.А., Красилин А.А. - 120/4/252
Структурное разнообразие и фазовые переходы в боратах со смешанной валентностью $Mg_{2-x}Mn_{1+x}BO_5$ ($0.0 < x \leq 0.4$). Бельская Н.А., Казак Н.В., Васильев А.Д., Еремин Е.В., Мошкина Е.М., Великанов Д.А., Безматерных Л.Н., Гаврилкин С.Ю., Овчинников С.Г. - 120/7/530
- Беляева Н. А.** (см. Селемир В. Д.) - 119/11/825
- Беляев М. А.** Конические структуры на поверхности жидкости в электрическом поле: влияние объемного и поверхностного зарядов. Беляев М.А., Зубарев Н.М., Зубарева О.В. - 119/8/606
- Бережной П. С.** (см. Кореев А. С.) - 119/3/201
- Бержанский В. Н.** (см. Грибова Н. И.) - 120/3/190
- Бессонов В. О.** Оптический захват и перемещение микрочастиц близким полем блоховских поверх-

- ностных волн в полимерных волноводах. Бессонов В.О., Розанов А.Д., Федягин А.А. - 119/4/257
- Бигуаа Л. В.** Редуцированная характеристика перестраиваемых линейно-оптических интегральных схем. Бигуаа Л.В., Катамадзе К.Г., Бантыш Б.И., Богданов Ю.И. - 119/12/942
- Бикмухаметова М. Р.** (см. Ткачев А. В.) - 120/10/765
- Бисти В. Е.** (см. Голышков Г. М.) - 120/4/279
- Бланк В. Д.** (см. Кудряшов С. И.) - 120/5/340
- Бликов А. О.** (см. Мочалов М. А.) - 119/11/854
- Блуменау М.** (см. Парфеньев В.) - 120/8/627
- Богацкая А. В.** (см. Гулина Ю. С.) - 119/9/638
- Богач А. В.** (см. Азаревич А. Н.) - 119/12/909
- Богачев В. А.** Матрица корреляций градиентов фазы световой волны как способ измерения основных параметров турбулентности. Богачев В.А., Колоколов И.В., Лебедев В.В., Стариков Ф.А. - 120/8/598
- Богданов Ю. И.** (см. Бигуаа Л. В.) - 119/12/942
- Богомолов А. В.** Высотный ход потоков субрелятивистских электронов в области Южно-Атлантической аномалии по данным измерений на спутнике формата кубсат "СириусСат-1". Богомолов А.В., Богомолов В.В., Июдин А.Ф., Калегаев В.В., Коржик М.В., Оседло В.И., Подзолко М.В., Сазонов В.В., Свертилов С.И. - 119/4/310
- Богомолов В. В.** (см. Богомолов А. В.) - 119/4/310
- Боев М. В.** Фотовольтаический эффект Холла в двумерных флюктуирующих сверхпроводниках. Боев М.В., Ковалев В.М. - 120/7/516
- Болдырев И. А.** Конформационное разнообразие липидов. Болдырев И.А. - 119/7/545
(см. Волынский П. Е.) - 119/8/624
- Болдырев К. Н.** Спектры пропускания инфракрасного излучения в TiS_3 : край фундаментального поглощения, фононы и экситоны. Болдырев К.Н., Мостовщикова Е.В., Титов А.Н., Покровский В.Я., Горлова И.Г. - 120/8/590
- Болотина Н. Б.** (см. Хрыкина О. Н.) - 119/2/150
(см. Азаревич А. Н.) - 119/12/909
(см. Васильев А. Л.) - 119/12/917
- Болотов Я. К.** (см. Паркевич Е. В.) - 120/2/111
- Болховитинов Е. А.** Исследование пространственного распределения излучения плазмы Х-пинчей с помощью кодирующей апертуры нового типа. Болховитинов Е.А., Рупасов А.А., Кологривов А.А., Пикуз С.А., Тиликин И.Н., Шелковенко Т.А., Иванов О.П., Потапов В.Н. - 120/6/459
- Больгинов В. В.** (см. Карелина Л. Н.) - 119/8/616
(см. Шуравин Н. С.) - 120/11/863
- Бондаренко С.** Двухпетлевые КЭД/КХД поправки в поляризованном $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ процессе в SANCPHOT. Бондаренко С., Исадыков А., Калиновская Л., Сапронов А., Сеитова Д. - 120/11/833
- Бондаренко С. Г.** Однопетлевые электрослабые радиационные поправки к поляризованному процессу $e^+e^- \rightarrow \gamma Z$. Бондаренко С.Г., Дыдышко Е.В., Ка-линовская Л.В., Румянцев Л.А., Садыков Р.Р., Ермольчик В.Л. - 119/2/75
- Борисков Г. В.** (см. Селемир В. Д.) - 119/11/825
- Борисов М. С.** (см. Макаров Д. Н.) - 120/9/723
- Борисов Н. С.** (см. Абрамов В. В.) - 120/6/393
- Бочин А.** Гигантский эффективный g -фактор в присутствии спиновых бифуркаций в поляритонных конденсатах. Бочин А., Честнов И., Налитов А. - 119/12/890
- Бочкарев А. В.** (см. Селемир В. Д.) - 119/11/825
- Брагинский Л. С.** (см. Кузьмин Н. С.) - 119/12/925
- Бражкин В. В.** (см. Литасов К. Д.) - 119/3/206
(см. Селемир В. Д.) - 119/11/825
Метастабильные объекты во Вселенной и их возможная связь со "стрелой времени". Бражкин В.В. - 119/12/948
- Бричкин А. С.** (см. Голышков Г. М.) - 120/4/279
- Буга С. Г.** (см. Кудряшов С. И.) - 120/5/340
- Булатов К. М.** (см. Старчиков С. С.) - 119/9/668
- Буллер А. С.** Тройки связанных пространственных солитонов в тонкой левоориентированной пленке на правоориентированной подложке с эффектом Керра. Буллер А.С., Литвинов Р.В. - 120/3/171
- Булыга Д. В.** (см. Щербинин Д. П.) - 120/10/820
- Буньков Ю. М.** (см. Петров П. Е.) - 119/2/129
Магнонный сверхток и сброс фазы в пленке железо-иттриевого граната. Буньков Ю.М., Белотелов В.И., Ветошко П.М., Князев Г.А., Кузмичев А.Н., Петров П.Е. - 120/6/436
- Бурдов В. А.** (см. Фомичёв С. А.) - 120/11/856
- Бурмистров И. С.** (см. Катков Д. С.) - 120/9/681
- Буслеев Н. И.** (см. Смирнов Н. А.) - 119/6/411
(см. Гулина Ю. С.) - 119/9/638
(см. Кудряшов С. И.) - 120/5/340
- Бутенко А. В.** (см. Филатов Ю. Н.) - 120/10/810
- Бутенко Е. А.** (см. Филатов Ю. Н.) - 120/10/810
- Быков А. А.** (см. Старчиков С. С.) - 119/9/668
- Быкова Д. В.** (см. Скаакуненко П. И.) - 119/1/20
- Быков А. И.** (см. Селемир В. Д.) - 119/11/825
- Быченков В. Ю.** Самозахват лазерного света для ультрарелятивистских интенсивностей. Быченков В.Ю., Ковалев В.Ф. - 120/5/346
- Бычков В. Н.** (см. Артамонов А. В.) - 120/8/578
- Вагов А. В.** (см. Красавин А. В.) - 119/3/234
- Вайшинен Л. А.** (см. Воробьев А. С.) - 120/6/385
- Валеева А. А.** (см. Садовников С. И.) - 120/3/178
- Валеев В. Г.** (см. Чумаков Н. К.) - 119/8/598
- Валидов А. А.** (см. Камашев А. А.) - 119/4/296
- Вальков В. В.** Квантовые эффекты при спин-флопе переходе в топологическом антиферромагнитном изоляторе $MnBi_2Te_4$. Вальков В.В., Злотников А.О., Гамов А., Федорова Н.А., Томилин Ф.Н. - 120/7/521
- Ваньков А. Б.** (см. Кореев А. С.) - 119/3/201
- Васенко А. С.** (см. Красавин А. В.) - 119/3/234
- Васильев А. Д.** (см. Бельская Н. А.) - 120/7/530
- Васильев А. Л.** (см. Старчиков С. С.) - 119/9/668

- Новый политип вискеров NbS_3 : от простого к сложному. Васильев А.Л., Иванова А.Г., Трунъкин И.Н., Болотина Н.Б., Покровский В.Я., Зыбцев С.Г. - 119/12/917
- Васильев А. Н.** (см. Абрамов В. В.) - 120/6/393
- Васильев В. В.** (см. Чучелов Д. С.) - 119/1/16
(см. Цыганков Е. А.) - 120/1/32
- Васильев П. П.** Квантовая запутанность при сверхизлучении конденсата электронно-дырочных пар в полупроводниковых гетероструктурах. Васильев П.П. - 120/11/902
- Васьковская М. И.** (см. Чучелов Д. С.) - 119/1/16
(см. Цыганков Е. А.) - 120/1/32
- Васюков Д. М.** (см. Жандун В. С.) - 119/4/283
- Введенский Н. В.** (см. Романов А. А.) - 119/3/180
- Вдовин Е. Е.** Проявление послоевой локализации сингулярностей ван Хова в туннелировании между листами двухслойного графена. Вдовин Е.Е., Ханин Ю.Н., Морозов С.В., Кащенко М.А., Соколик А.А., Новоселов К.С. - 120/11/889
- Вейшторт И. П.** (см. Лихачев К. В.) - 119/2/82
- Великанов Д. А.** (см. Бельская Н. А.) - 120/7/530
- Величанский В. Л.** (см. Чучелов Д. С.) - 119/1/16
(см. Цыганков Е. А.) - 120/1/32
- Вергелес С. Н.** Альтернативная идея об источнике барионной асимметрии во Вселенной. Вергелес С.Н. - 120/7/481
- Вергелес С. С.** Корреляционные функции пассивного скаляра как мера статистики градиента скорости. Вергелес С.С. - 120/4/288
- Ветошко П. М.** (см. Петров П. Е.) - 119/2/129
(см. Буньков Ю. М.) - 120/6/436
- Викторов В. А.** (см. Антонов Н. Н.) - 119/1/3
- Винников Л. Я.** (см. Сидельников М. С.) - 119/7/518
(см. Сидельников М. С.) - 120/8/651
- Виноградов С. В.** (см. Филатов Ю. Н.) - 120/10/810
- Винс В. Г.** (см. Кудряшов С. И.) - 119/3/174
(см. Смирнов Н. А.) - 119/6/411
- Витухновский А. Г.** (см. Грищенко А. В.) - 119/11/802
- Владимиров М. В.** Транспорт электронов в фотокатодах как отклик на индуцирующий фотоэффект лазерный импульс. Владимира М.В., Полозов С.М., Ращиков В.И. - 120/6/444
- Власенко В. А.** (см. Сидельников М. С.) - 119/7/518
(см. Сидельников М. С.) - 120/8/651
- Водчиц А. И.** (см. Ходасевич И. А.) - 119/2/94
- Волков Д. А.** Спиновая накачка из $\text{Lu}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$. Волков Д.А., Габриелян Д.А., Матвеев А.А., Сафин А.Р., Калябин Д.В., Хафизов А.А., Маркелова М.Н., Кауль А.Р., Никитов С.А. - 119/5/348
- Володин В. А.** (см. Зиновьева А. Ф.) - 119/9/692
- Волынский П. Е.** Влияние липидных конформаций на энергию взаимодействия мембранны и периферического белка. Волынский П.Е., Алексеева А.С., Болдырев И.А. - 119/8/624
- Воробьев А. С.** Измерение сечения деления ядер ^{237}Np нейтронами с энергиами 0.3–500 МэВ. Воробьев А.С., Гагарский А.М., Щербаков О.А.,
- Вайшнене Л.А., Тягельская А.М., Ольхович Н.М., Барабанов А.Л. - 120/6/385
- Воронин А. А.** (см. Митрофанов А. В.) - 119/3/166
(см. Савицкий И. В.) - 120/1/5
- Воронов В. В.** (см. Кузьмин Е. В.) - 119/4/267
- Воротынцева Ю. С.** Торсионно-вращательные переходы в метаноле как зонды фундаментальных физических постоянных – масс электрона и протона. Воротынцева Ю.С., Левшаков С.А. - 119/9/635
- Высоцкий С. Л.** (см. Никулин Ю. В.) - 119/9/676
- Вялых А. П.** Атомный чип и дифракционная решетка для лазерного охлаждения атомов иттербия. Вялых А.П., Скаакуненко П.И., Шишова М.В., Семенко А.В., Афанасьев А.Е., Белотелов Г.С., Сутырин Д.В., Балыкин В.И. - 119/4/273
- Вяслев О. М.** Низкотемпературная кристаллизация дефектов структуры в LuB_{12} по данным ЯМР спектроскопии ^{175}Lu . Вяслев О.М., Гиппиус А.А., Случанко Н.Е., Шицевалова Н.Ю. - 119/7/524
- Габани С.** (см. Азаревич А. Н.) - 119/12/909
- Габриелян Д. А.** (см. Волков Д. А.) - 119/5/348
- Гаврилкин С. Ю.** (см. Хрыкина О. Н.) - 119/2/150
(см. Азаревич А. Н.) - 119/12/909
(см. Бельская Н. А.) - 120/7/530
(см. Петрова А. Е.) - 120/11/871
- Гагарский А. М.** (см. Воробьев А. С.) - 120/6/385
- Галимов А. И.** (см. Сорокин С. В.) - 120/9/694
- Галоян А. С.** (см. Ужинский В. В.) - 120/11/838
- Гамов А.** (см. Вальков В. В.) - 120/7/521
- Гапиенко В. А.** (см. Антонов Н. Н.) - 119/1/3
- Гапиенко Г. С.** (см. Антонов Н. Н.) - 119/1/3
- Гарифуллин И. А.** (см. Камашев А. А.) - 119/4/296
- Гарифьянов Н. Н.** (см. Камашев А. А.) - 119/4/296
- Гафуров М. Р.** (см. Мурзаханов Ф. Ф.) - 119/8/587
- Гейвандов А. Р.** (см. Симдянякин И. В.) - 120/9/690
- Геогджиев В. В.** (см. Пушкарёв А. Н.) - 120/12/930
- Германенко А. В.** (см. Миньков Г. М.) - 120/5/359
- Гиппиус А. А.** (см. Вяслев О. М.) - 119/7/524
(см. Ткачев А. В.) - 120/10/765
(см. Усольцев А. С.) - 120/12/961
- Гладилович П. А.** (см. Чудакова Т. А.) - 120/4/304
- Гладуш М. Г.** (см. Тарасевич Е. А.) - 120/2/91
- Глек П. Б.** (см. Савицкий И. В.) - 120/1/5
- Глушков А. В.** Оценка состава космических лучей сверхвысоких энергий методом мюонной корреляции по данным Якутской установки ШАЛ. Глушков А.В., Ксенофонтов Л.Т., Лебедев К.Г., Сабуров А.В. - 120/6/409
- Головизин А.** Сличение двух оптических часов на атомах тулия с использованием синхронного опроса. Головизин А., Мишин Д., Проворченко Д., Трегубов Д., Колачевский Н. - 119/9/645
- Голубь А. П.** (см. Попель С. И.) - 120/5/317
- Голышков Г. М.** Возбужденные состояния экситонов в монослоях MoSe_2 и WSe_2 . Голышков Г.М., Брич-кин А.С., Бисти В.Е., Черненко А.В. - 120/4/279
- Гончаренко Ю. М.** (см. Абрамов В. В.) - 120/6/393

- Гордиенко В. М.** (см. Назаров М. М.) - 120/7/490
- Горевой А. В.** (см. Кузьмин Е. В.) - 119/4/267
(см. Смирнов Н. А.) - 119/6/411
(см. Сараева И. Н.) - 119/7/552
- Горин А. М.** (см. Артамонов А. В.) - 120/8/578
- Горлова И. Г.** Логарифмическая релаксация фотопроводимости квазидиодного полупроводника TiS_3 . Горлова И.Г., Зыбцев С.Г., Покровский В.Я., Никонов С.А., Зайцев-Зотов С.В., Титов А.Н. - 120/2/138
(см. Болдырев К. Н.) - 120/8/590
- Городнов И. С.** (см. Абрамов В. В.) - 120/6/393
- Градусов В. А.** Осцилляции Гайлита-Дамбурга в трехчастичной системе $e^-e^+\bar{p}$. Градусов В.А., Яковлев С.Л. - 119/3/151
- Грибова Н. И.** Обратный эффект Фарадея в пленках ферритов-гранатов в ближнем ИК-диапазоне. Грибова Н.И., Бержанский В.Н., Полулях С.Н., Белотелов В.И. - 120/3/190
- Григорьев К. С.** Ленты эллипсов поляризации в непараксиальных оптических полях (Мини-обзор). Григорьев К.С., Кузнецова Н.Ю., Макаров В.А. - 119/8/565
(см. Кузнецова Н. Ю.) - 120/9/661
- Григорьев П. Д.** (см. Дотдаев А. Ш.) - 120/9/701
Метод измерения отклонения от закона Ламберта при диффузном рассеянии ультрахолодных нейтронов на материальных стенках. Григорьев П.Д., Кочев В.Д., Цыплухин В.А., Дюгаев А.М., Полищук И.Я. - 120/12/911
- Гридин А. Б.** (см. Абрамов В. В.) - 120/6/393
- Гридинина В. М.** (см. Хрыкина О. Н.) - 119/2/150
(см. Азаревич А. Н.) - 119/12/909
- Гриценко И. В.** (см. Гулина Ю. С.) - 119/9/638
- Гриценко А. В.** Источники одиночных фотонов внутри пузырьков на гомо-интерфейсе слоев гексагонального нитрида бора. Гриценко А.В., Пугачев М.В., Аврамчиков М.О., Витухновский А.Г., Кунцевич А.Ю. - 119/11/802
- Гришин В. М.** (см. Багуля А. В.) - 120/6/465
- Гришин М. Я.** (см. Ходасевич И. А.) - 119/2/94
- Громов И. В.** (см. Юдин В. И.) - 120/7/498
- Грудцын Я. В.** (см. Киняевский И. О.) - 119/10/733
- Грум-Гржимайло А. Н.** (см. Киселев М. Д.) - 120/12/917
- Грызлова Е. В.** (см. Киселев М. Д.) - 120/12/917
- Грязнов В. К.** (см. Мочалов М. А.) - 119/11/854
- Гудков В. В.** Влияние кристаллографической анизотропии на энергию стабилизации и вклад янтарлеровской подсистемы в модули упругости легированных кристаллов. Гудков В.В., Аверкиев Н.С., Жевостовских И.В., Коростелин Ю.В., Сарычев М.Н. - 119/1/54
- Гулина Ю. С.** (см. Кузьмин Е. В.) - 119/4/267
(см. Смирнов Н. А.) - 119/6/411
Взаимосвязь параметров двулучепреломления и иерархической пространственной структуры микротреков, записанных в объеме плавленого кварца ультракороткими лазерными импульсами. Гулина Ю.С., Рупасов А.Е., Красин Г.К., Буслеев Н.И., Гриценко И.В., Богацкая А.В., Кудряшов С.И. - 119/9/638
- Гундорин В. И.** (см. Зудин И. Ю.) - 119/1/27
- Гурбатов С. О.** Фототермическая конверсия и лазерно-индуцированные трансформации в сплавных кремний-германиевых наночастицах. Гурбатов С.О., Шевлягин А.В., Жижченко А.Ю., Модин Е.Б., Кучмижак А.А., Кудряшов С.И. - 119/12/882
- Гурин А. С.** (см. Лихачев К. В.) - 119/2/82
- Гурылева И. Л.** (см. Филатов Ю. Н.) - 120/10/810
- Гусаков Е. З.** О насыщении неустойчивости индуцированного рассеяния обыкновенной СВЧ волны в транспортном барьере токамака при электронном циклотронном нагреве плазмы. Гусаков Е.З., Попов А.Ю. - 119/7/502
- Гусаревич Е. С.** (см. Макаров Д. Н.) - 120/9/723
- Гусев А. И.** (см. Садовников С. И.) - 120/3/178
- Гусев В. К.** (см. Курскиев Г. С.) - 119/1/34
- Гусев Н. С.** (см. Морозова М. А.) - 120/12/953
- Гусев С. А.** (см. Морозова М. А.) - 120/12/953
- Гущин Е. Н.** (см. Артамонов А. В.) - 120/8/578
- Гущин М. Е.** (см. Зудин И. Ю.) - 119/1/27
- Давидович М. В.** Металлическая пленка на подложке в магнитном поле как магнитоплазменная замедляющая система СВЧ-ТГЧ диапазонов. Давидович М.В. - 119/3/187
- Давыдов А. Б.** (см. Чумаков Н. К.) - 119/8/598
- Давыдов В. А.** (см. Старчиков С. С.) - 119/9/668
- Данилов П. А.** (см. Киняевский И. О.) - 119/1/9
(см. Кудряшов С. И.) - 119/3/174
(см. Кузьмин Е. В.) - 119/4/267
- Даниярходжаев А. Т.** (см. Усольцев А. С.) - 120/12/961
- Дворецкий С. А.** (см. Миньков Г. М.) - 120/5/359
- Двореченский А. В.** (см. Зиновьева А. Ф.) - 119/9/692
- Дегтяренко П. Н.** (см. Бельская Н. А.) - 120/4/252
- Дедов Г. С.** Теоретическое исследование влияния эпитаксиальной деформации на структурные и магнитные свойства тонкой пленки $YFeO_3$ на подложке $SrTiO_3$. Дедов Г.С., Шориков А.О. - 119/9/684
- Делев В. А.** Расщепление солитонов в электроконвективной структуре нематического жидкого кристалла. Делев В.А., Скальдин О.А., Тимиров Ю.И. - 119/1/59
- Демехов А. Г.** (см. Зудин И. Ю.) - 119/1/27
- Дерец Н. К.** Аномальное поведение длинноволновых оптических фононов в релаксорном сегнетоэлектрике $PbNi_{1/3}Nb_{2/3}O_3$. Дерец Н.К., Федосеев А.И., Смирнова Т.А., Ко Дж.-Х., Лушников С.Г. - 120/10/774
- Джикирба К. Р.** (см. Соколова М. С.) - 119/10/752

- Дзебисашвили Д. М.** (см. Федосеев А. Д.) - 120/7/539
- Дмитриев А. А.** Исключительные точки в тримерах диэлектрических цилиндров. Дмитриев А.А., Барышникова К.В., Рыбин М.В. - 119/9/714
- Добринина Е. А.** (см. Адищев С. В.) - 120/6/470
- Долгинцев Д. М.** (см. Щербинин Д. П.) - 120/10/820
- Долгих К. А.** (см. Арбузова Е. В.) - 119/7/481
- Долгов А. Д.** (см. Арбузова Е. В.) - 119/7/481
- Долгова Т. В.** (см. Новиков И. А.) - 119/9/651
- Донсков С. В.** (см. Артамонов А. В.) - 120/8/578
- Дотдаев А. Ш.** Квазиклассическое рассеяние на краевых дефектах в топологических изоляторах в магнитном поле. Дотдаев А.Ш., Родионов Я.И., Рожков А.В., Григорьев П.Д. - 120/9/701
- Дремин И. М.** Рождение позитронов космическими лучами. Дремин И.М., Д.О.Чернышов - 120/2/79
- Дрёмин А. А.** (см. Щепетильников А. В.) - 119/11/840
- Дубовая А. Р.** (см. Кривобок В. С.) - 120/5/354
- Дубровин Р. М.** (см. Звездин А. К.) - 119/5/355
- Дудко Г. М.** (см. Никулин Ю. В.) - 119/9/676
- Дуонг Ф. В.** (см. Кудряшов С. И.) - 119/3/174
- Дыдышико Е. В.** (см. Бондаренко С. Г.) - 119/2/75
- Дюгаев А. М.** (см. Григорьев П. Д.) - 120/12/911
- Егорова Е. Ю.** (см. Чудакова Т. А.) - 120/4/304
- Егоров Н. И.** (см. Селемир В. Д.) - 119/11/825
- Егоров С. В.** (см. Карелина Л. Н.) - 119/8/616 (см. Шуравин Н. С.) - 120/11/863
- Езубченко И. С.** (см. Чумаков Н. К.) - 119/8/598
- Екомасов Е. Г.** (см. Салимов Р. К.) - 119/10/775
- Елисеев И. А.** (см. Лихачев К. В.) - 120/5/367
- Елисеев Л. Г.** (см. Сергеев Н. С.) - 119/11/817
- Елфимов С. Е.** (см. Мочалов М. А.) - 119/11/854
- Еремина Р. М.** (см. Бельская Н. А.) - 120/4/252
- Еремин Е. В.** (см. Бельская Н. А.) - 120/7/530
- Ермаков И.** Влияние квантовой расфазировки на ток через квантовый точечный контакт в периодически меняющемся внешнем поле. Ермаков И., Лычковский О. - 119/1/40
- Ермольчик В. Л.** (см. Бондаренко С. Г.) - 119/2/75
- Ерохин С. В.** Формирование фаз алмаза и/или лон-дейлита из мультиграфена под действием наноин-дентора – моделирование методом машинного обучения. Ерохин С.В., Ращупкин А.А., Чернозатон-ский Л.А., Сорокин П.Б. - 119/11/831
- Ерошенко Г. Н.** (см. Кривобок В. С.) - 120/5/354
- Ерошенко Ю. Н.** Свойства центральных областей гало темной материи в модели с бампом в спектре мощности возмущений плотности. Ерошенко Ю.Н., Лукаш В.Н., Михеева Е.В., Пилипенко С.В., Ткачев М.В. - 120/2/83
- Ерунов С. В.** (см. Мочалов М. А.) - 119/11/854
- Ерыженков А. В.** (см. Естюнина Т. П.) - 119/6/439
- Есеев М. К.** (см. Макаров Д. Н.) - 120/9/723
- Естюнина Т. П.** Модификация топологических по-верхностных состояний в новых синтетических то- пологических системах $Mn_{1-x}A_xBi_2Te_4/MnBi_2Te_4$ ($A = Si, Ge, Sn, Pb$). Естюнина Т.П., Тарасов А.В., Ерыженков А.В., Естюнин Д.А., Шикин А.М. - 119/6/439
- Естюнин Д. А.** (см. Естюнина Т. П.) - 119/6/439
- Жандун В. С.** Магнитная структура Fe_5O_6 : теоретико-групповой анализ и DFT-расчет. Жандун В.С., Казак Н.В., Васюков Д.М. - 119/4/283
- Жданова М. В.** Исследование нелинейности кинети-ческой индуктивности гранулированного алюми-ния. Жданова М.В., Пологов И.Е., Свящий Г.Ю., Чичков В.И., Малеева Н.А. - 119/6/426
- Жданов Е. Ю.** (см. Похабов Д. А.) - 119/5/372 (см. Степина Н. П.) - 120/3/208
- Жевстовских И. В.** (см. Гудков В. В.) - 119/1/54
- Жигарьков В. С.** Лазерный перенос апконвертиру-ющих наночастиц. Жигарьков В.С., Юсупов В.И., Хайдуков Е.В. - 120/2/157
- Жидовцев Н. А.** (см. Пушкарев Д. В.) - 119/8/593
- Жижченко А. Ю.** (см. Павлов Д. В.) - 119/10/738 (см. Гурбатов С. О.) - 119/12/882
- Жильцов Н. С.** (см. Курскиев Г. С.) - 119/1/34
- Журавлев А. С.** (см. Ларионов А. В.) - 120/6/451
- Журавлев В. М.** Поле тяготения сплошной самогра-витирующей среды и “темная материя”. Журавлев В.М. - 120/6/400
- Журенко С. В.** (см. Ткачев А. В.) - 120/10/765
- Жутиков И. Н.** Влияние учета детальной геометрии активной зоны на поток антинейтрино от реакто-ра ВВЭР-1000. Жутиков И.Н., Литвинович Е.А., Хватов В.А. - 119/3/158
- Завестовская И. Н.** (см. Багуля А. В.) - 120/6/465
- Загитова А. А.** (см. Ларионов А. В.) - 120/6/451
- Задорожная Л. А.** (см. Тарасов А. П.) - 119/12/875
- Зайцев-Зотов С. В.** (см. Зыбцев С. Г.) - 119/2/135 (см. Горлова И. Г.) - 120/2/138
- Залиханов Б. Ж.** (см. Артамонов А. В.) - 120/8/578
- Заярный Д. А.** (см. Сараева И. Н.) - 120/1/66
- Заяханов В. А.** (см. Старчиков С. С.) - 119/9/668
- Звездин А. К.** Гигантское параметрическое усиление обратного эффекта Коттона–Мутона в антифер-ромагнитных кристаллах. Звездин А.К., Дубровин Р.М., Кимель А.В. - 119/5/355
- Зверькова И. И.** (см. Сидельников М. С.) - 119/7/518 (см. Сидельников М. С.) - 120/8/651
- Зеленый Л. М.** (см. Попель С. И.) - 120/5/317
- Зибров С. А.** (см. Чучелов Д. С.) - 119/1/16 (см. Цыганков Е. А.) - 120/1/32
- Зиновьев А. Ф.** Рост силицина методом молекулярно-лучевой эпитаксии на подложках $CaF_2/Si(111)$, модифицированных электронным облучением. Зиновьев А.Ф., Зиновьев В.А., Кацюба А.В., Володин В.А., Муратов В.И., Двуреченский А.В. - 119/9/692
- Зиновьев В. А.** (см. Зиновьев А. Ф.) - 119/9/692
- Злотников А. О.** (см. Вальков В. В.) - 120/7/521

- Зубарева О. В.** (см. Беляев М. А.) - 119/8/606
- Зубарев Н. М.** (см. Беляев М. А.) - 119/8/606
- Зудин И. Ю.** Особенности динамического спектра сигналов, возбуждаемых широкоапертурным электронным потоком в замагниченной плазме большого объема. Зудин И.Ю., Гущин М.Е., Стриковский А.В., Айдакина Н.А., Коробков С.В., Николенко А.С., Гундорин В.И., Лоскутов К.Н., Демехов А.Г. - 119/1/27
- Зыбцев С. Г.** Ступеньки Шапиро при скольжении волн зарядовой плотности: осцилляции, смешение частот, особенности в больших электрических полях. Зыбцев С.Г., Покровский В.Я., Никонов С.А., Никитин М.В., Майзлах А.А., Снежко А.В., Павловский В.В., Зайцев-Зотов С.В. - 119/2/135 (см. Семакин А. С.) - 119/6/432 (см. Васильев А. Л.) - 119/12/917 (см. Горлова И. Г.) - 120/2/138
- Зюзин В. А.** Эффект де Гааза-ван Альфена и гигантский температурный пик в тяжелофермионном материале SmB₆. Зюзин В.А. - 120/10/802
- Иванова А. А.** (см. Бельская Н. А.) - 120/4/252
- Иванова А. Г.** (см. Васильев А. Л.) - 119/12/917
- Иванов А. В.** (см. Щербинин Д. П.) - 120/10/820
- Иванова О. С.** Влияние концентрации кобальта на магнитные свойства нанокристаллов семейства Co_{1-x}Mg_xFe₂O₄. Иванова О.С., Эдельман И.С., Овчинников С.Г., Тхакур А., Тхакур П., Сухачев А.Л., Князев Ю.В., Иванцов Р.Д., Молокеев М.С. - 119/2/111
- Иванов О. П.** (см. Болховитинов Е. А.) - 120/6/459
- Иванцов Р. Д.** (см. Иванова О. С.) - 119/2/111
- Ильичев Л. В.** (см. Томилин В. А.) - 119/5/381 (см. Ростом А. М.) - 120/9/728
- Ильиничев Л. В.** (см. Ростом А. М.) - 120/7/560
- Илькаев Р. И.** (см. Мочалов М. А.) - 119/11/854
- Инербаев Т. М.** (см. Литасов К. Д.) - 119/3/206
- Иногамов Н. А.** (см. Хохлов В. А.) - 120/7/550
- Инякин А. В.** (см. Артамонов А. В.) - 120/8/578
- Ионин А. С.** (см. Шуравин Н. С.) - 120/11/863
- Ионин М. В.** (см. Киняевский И. О.) - 119/10/733
- Иосилевский И. Л.** (см. Мочалов М. А.) - 119/11/854
- Исадыков А.** (см. Бондаренко С.) - 120/11/833
- Исхаков Р. С.** (см. Балаев Д. А.) - 120/10/785
- Ищенко А. А.** (см. Асеев С. А.) - 119/7/492
- Ищенко Д. В.** (см. Степина Н. П.) - 120/3/208
- Июдин А. Ф.** (см. Богомолов А. В.) - 119/4/310
- Казак Н. В.** (см. Жандун В. С.) - 119/4/283 (см. Бельская Н. А.) - 120/7/530
- Казарова О. П.** (см. Мурзаханов Ф. Ф.) - 119/8/587
- Казьмина А. С.** (см. Чудакова Т. А.) - 120/4/304
- Какорин И. Д.** Проверка модели “бегущей аксиальной массы” на данных по рассеянию мюонных нейтрино на ядрах в ближнем детекторе NOvA. Какорин И.Д., Наумов В.А., Самойлов О.Б. - 119/11/785
- Калашёв О. Е.** (см. Арбузова Е. В.) - 119/7/481
- Калегаев В. В.** (см. Богомолов А. В.) - 119/4/310
- Калиновская Л.** (см. Бондаренко С.) - 120/11/833
- Калиновская Л. В.** (см. Бондаренко С. Г.) - 119/2/75
- Калугин Н. К.** (см. Абрамов В. В.) - 120/6/393
- Калябин Д. В.** (см. Волков Д. А.) - 119/5/348
- Каляда В. В.** (см. Новопашин С. А.) - 119/7/498
- Камашев А. А.** Эффект сверхпроводящего спинового клапана в гетероструктуре Co/Pb/Co с изолирующими прослойками. Камашев А.А., Гарифьянов Н.Н., Валидов А.А., Катаев В.Е., Осин А.С., Фоминов Я.В., Гарифуллин И.А. - 119/4/296
- Каневский В. М.** (см. Тарасов А. П.) - 119/12/875
- Карабулин А. В.** (см. Степанов М. Е.) - 120/4/231
- Караксина Э. В.** (см. Кузьмин Е. В.) - 119/4/267
- Карелина Л. Н.** Магнитные переключения FSF-мостиков при низких температурах. Карелина Л.Н., Шуравин Н.С., Егоров С.В., Больгинов В.В., Рязанов В.В. - 119/8/616 (см. Шуравин Н. С.) - 120/11/863
- Карпов М. А.** (см. Костюков А. Д.) - 119/5/402
- Катаев В. Е.** (см. Камашев А. А.) - 119/4/296
- Катамадзе К. Г.** (см. Бигуа Л. В.) - 119/12/942
- Катков Д. С.** Связанные состояния и рассеяние магнитонов на сверхпроводящем вихре в гетероструктурах ферромагнетик– сверхпроводник. Катков Д.С., Апостолов С.С., Бурмистров И.С. - 120/9/681
- Кауль А. Р.** (см. Волков Д. А.) - 119/5/348
- Кацюба А. В.** (см. Зиновьева А. Ф.) - 119/9/692
- Качоровский В. Ю.** (см. Ниязов Р. А.) - 119/5/364
- Кашенко М. А.** (см. Вдовин Е. Е.) - 120/11/889
- Квон Э. Д.** (см. Кузьмин Н. С.) - 119/12/925
- Кекелидзе Г. Д.** (см. Артамонов А. В.) - 120/8/578
- Кимель А. В.** (см. Звездин А. К.) - 119/5/355
- Киняевский И. О.** Самофокусировка и фазовая самомодуляция сфокусированного фемтосекундного лазерного луча в плавленом кварце при около критической мощности. Киняевский И.О., Корибут А.В., Данилов П.А., Кудряшов С.И. - 119/1/9
- Преобразование частоты фемтосекундного импульса титан-сапфирового лазера в длинноволновую область среднего ИК диапазона в кристалле BaGa₂GeSe₆. Киняевский И.О., Корибут А.В., Грудцын Я.В., Ионин М.В. - 119/10/733
- Кириенко В. В.** (см. Степина Н. П.) - 120/3/208
- Кириленко Д. А.** (см. Бельская Н. А.) - 120/4/252 (см. Сорокин С. В.) - 120/9/694
- Кирпиченкова Н. В.** (см. Кирпиченков В. Я.) - 119/12/932
- Кирпиченков В. Я.** Знакопеременная девиация одночастичной ВАХ грязного SIN-контакта. Кирпиченков В.Я., Кирпиченкова Н.В., Кулиничев Е.Р. - 119/12/932
- Кирьянов М. А.** (см. Новиков И. А.) - 119/9/651
- Киселев Е. О.** (см. Курскиев Г. С.) - 119/1/34
- Киселев М. Д.** Двухфотонная ионизация одиночных атомов, локализованных на оси бесселева пучка.

- Киселев М.Д., Грызлова Е.В., Попова М.М., Грум-Гржимайло А.Н. - 120/12/917
- Китаева Г. Х.** (см. Сафоненков Д. А.) - 120/1/11
- Клавсюк А. Л.** (см. Сыромятников А. Г.) - 120/4/273
- Клековкин А. В.** (см. Кривобок В. С.) - 120/5/354
- Кленов Н. В.** (см. Терещенко И. А.) - 119/3/219
- Климин С. А.** (см. Попов М. Ю.) - 120/8/615
- Климко Г. В.** (см. Сорокин С. В.) - 120/9/694
- Климов В. В.** Корреляционная теория флюктуаций флуоресценции одиночных молекул, случайно движущихся в наноколодце. Климов В.В. - 120/4/238
- Клумов Б. А.** Об определении твердотельных классов в кристаллизующейся системе Юкавы. Клумов Б.А. - 120/4/267
- Кластеризация дефектов и кристаллитов в двумерной жидкости Юкавы. Клумов Б.А. - 120/9/675
- Князев Г. А.** (см. Петров П. Е.) - 119/2/129
(см. Буньков Ю. М.) - 120/6/436
- Князев Ю. В.** (см. Иванова О. С.) - 119/2/111
(см. Балаев Д. А.) - 120/10/785
- Кобелев Н. П.** (см. Кончаков Р. А.) - 119/6/446
(см. Макаров А. С.) - 120/10/794
- Кобцев С. М.** (см. Юдин В. И.) - 120/7/498
- Ковалев В. М.** (см. Боев М. В.) - 120/7/516
- Ковалев В. Ф.** (см. Быченков В. Ю.) - 120/5/346
- Ковалев В. Ю.** (см. Кузьмин Е. В.) - 119/4/267
- Когай В. Я.** Локальные поверхностные плазмонные резонансы в пленочных структурах Cu/As₂Se₃/. Когай В.Я., Михеев Г.М. - 120/3/197
- Кожевников А. В.** (см. Никулин Ю. В.) - 119/9/676
- Козабаранов Р. В.** (см. Селемир В. Д.) - 119/11/825
- Козленко Н. Г.** (см. Абрамов В. В.) - 120/6/393
- Козловский А. В.** Генерация и поглощение фотонов двухуровневым атомом в режиме ультрасильной связи с ЭМ полем. Козловский А.В. - 120/10/752
- Козловский В. В.** (см. Лихачев К. В.) - 120/5/367
- Колачевский Н.** (см. Головизин А.) - 119/9/645
- Колачевский Н. Н.** (см. Стремоухов С. Ю.) - 119/5/343
- Кологрилов А. А.** (см. Болховитинов Е. А.) - 120/6/459
- Колоколов И. В.** (см. Богачев В. А.) - 120/8/598
Экстремальные флюктуации интенсивности излучения в турбулентной атмосфере. Колоколов И.В., Лебедев В.В. - 120/11/850
- Колосов В. Н.** (см. Артамонов А. В.) - 120/8/578
- Колосов Г. А.** Численное моделирование фотонного тензорного ядра для аппаратного ускорения оптических матрично-векторных вычислений. Колосов Г.А., Шорохов А.С., Федягин А.А. - 120/12/970
- Комаров П. С.** (см. Ашитков С. И.) - 120/8/605
- Комраков В. А.** (см. Мочалов М. А.) - 119/11/854
- Кондратенко А. М** (см. Филатов Ю. Н.) - 120/10/810
- Кондратенко М. А.** (см. Филатов Ю. Н.) - 120/10/810
- Кондратюк Н. Д.** (см. Потапов Д. О.) - 119/12/897
- Конев В. Ю.** (см. Тотьменинов Е. М.) - 120/3/219
- Коноплянников А. К.** (см. Артамонов А. В.) - 120/8/578
- Кончаков Р. А.** Связь фрагильности металлических стекол с энтропией смешения и избыточной энтропией по отношению к материнскому кристаллу. Кончаков Р.А., Макаров А.С., Афонин Г.В., Цзиао Ч.Ч., Кобелев Н.П., Хоник В.А. - 119/6/446
(см. Макаров А. С.) - 120/10/794
- Копнин С. И.** (см. Шохрин Д. В.) - 119/6/419
- Кореев А. С.** Эволюция спинового порядка холловских ферромагнетиков при сильном смешивании уровней Ландау и $1 \leq \nu \leq 2$. Кореев А.С., Бережной П.С., Ваньков А.Б., Кукушкин И.В. - 119/3/201
- Коржик М. В.** (см. Богомолов А. В.) - 119/4/310
- Коржов В. А.** (см. Элиович Я. А.) - 120/5/377
- Корибут А. В.** (см. Киняевский И. О.) - 119/1/9
(см. Киняевский И. О.) - 119/10/733
- Корнилов Н. В.** (см. Кудряшов С. И.) - 120/5/340
- Коробков С. В.** (см. Зудин И. Ю.) - 119/1/27
- Коростелин Ю. В.** (см. Гудков В. В.) - 119/1/54
- Корочкин А. А.** (см. Арбузова Е. В.) - 119/7/481
- Коршунов А. С.** (см. Селемир В. Д.) - 119/11/825
- Коршунов М. М.** Структура сверхпроводящего параметра порядка в нематической фазе соединений железа. Коршунов М.М., Тогушова Ю.Н. - 119/4/302
(см. Кузьмин В. И.) - 120/1/45
- Косарева О. Г.** (см. Пушкирев Д. В.) - 119/8/593
- Костромин С. А.** (см. Филатов Ю. Н.) - 120/10/810
- Костюков А. Д.** Характеристики электромагнитного излучения из образцов кварца, ниобата лития и полиметилметакрилата при их ударном нагружении. Костюков А.Д., Карпов М.А. - 119/5/402
- Кочев В. Д.** (см. Григорьев П. Д.) - 120/12/911
- Крайнов И. В.** (см. Ниязов Р. А.) - 119/5/364
- Крамущенко Д. Д.** (см. Лихачев К. В.) - 120/5/367
- Красавин А. В.** Подавление сверхпроводящих флюктуаций в многозонных сверхпроводниках как механизм повышения критической температуры (Мини-обзор). Красавин А.В., Вагов А.В., Васенко А.С., Столяров В.А., Шаненко А.А. - 119/3/234
- Красиков А. А.** (см. Балаев Д. А.) - 120/10/785
- Красиков К. М.** (см. Хрыкина О. Н.) - 119/2/150
- Красилин А. А.** (см. Бельская Н. А.) - 120/4/252
- Красин Г. К.** (см. Кузьмин Е. В.) - 119/4/267
(см. Гулина Ю. С.) - 119/9/638
- Кривобок В. С.** Одноэлектронный спектр короткопериодной InAs/GaSb сверхрешетки с интерфейсной компенсацией напряжений. Кривобок В.С., Ерошенко Г.Н., Муратов А.В., Николаев С.Н., Клековкин А.В., Минаев И.И., Савин К.А., Пашкеев Д.А., Дубовая А.Р., Алещенко Ю.А., Ченцов С.И. - 120/5/354
- Крикунова П. В.** (см. Сараева И. Н.) - 120/1/66
- Крыжановский А. К.** (см. Кур斯基ев Г. С.) - 119/1/34
- Ксенофонтов Л. Т.** (см. Глушков А. В.) - 120/6/409
- Кудасов Ю. Б.** (см. Селемир В. Д.) - 119/11/825

- Обобщенная теорема Блоха и топология зонной структуры. Кудасов Ю.Б. - 120/6/430
- Куденко М. А.** Аномальные корреляции космических лучей, пересмотренные с использованием полной по всему небу выборки лацертид. Куденко М.А., Троицкий С.В. - 119/5/325
- Кудрявцев А. Г.** О двукратном преобразовании Мутара стационарного уравнения Шредингера с осевой симметрией. Кудрявцев А.Г. - 119/7/529
- Кудряшов С. И.** (см. Киняевский И. О.) - 119/1/9
Однофотонное фемтосекундное лазерное возбуждение фотолюминесценции Н3- и Н4-центров природного алмаза для измерения их концентраций. Кудряшов С.И., Данилов П.А., Винс В.Г., Помазкин Д.А., Пахольчук П.П., Скориков М.Л., Сметанин И.В., Дуонг Ф.В., Минг Ф.Х. - 119/3/174
(см. Кузьмин Е. В.) - 119/4/267
(см. Смирнов Н. А.) - 119/6/411
(см. Сараева И. Н.) - 119/7/552
(см. Гулина Ю. С.) - 119/9/638
(см. Павлов Д. В.) - 119/10/738
(см. Гурбатов С. О.) - 119/12/882
(см. Сараева И. Н.) - 120/1/66
Гибридное фотовозбуждение сверхчистого алмаза фемтосекундными лазерными импульсами среднего ИК-диапазона. Кудряшов С.И., Смирнов Н.А., Буга С.Г., Бланк В.Д., Пахольчук П.П., Буслев Н.И., Корнилов Н.В. - 120/5/340
(см. Щербинин Д. П.) - 120/10/820
- Кузмичев А. Н.** (см. Буньков Ю. М.) - 120/6/436
- Кузмичёв А. Н.** (см. Петров П. Е.) - 119/2/129
- Кузнецов А. В.** (см. Азаревич А. Н.) - 119/12/909
- Кузнецов Н. Ю.** (см. Григорьев К. С.) - 119/8/565
Формула Марбургера для эллиптически поляризованных световых пучков в нелинейной нелокальной среде. Кузнецов Н.Ю., Григорьев К.С., Макаров В.А. - 120/9/661
- Кузнецов С. В.** (см. Кузьмин Е. В.) - 119/4/267
- Кузьмин В. И.** Взаимосвязь концентрационных зависимостей спиновой восприимчивости и электронной структуры в купратах. Кузьмин В.И., Коршунов М.М., Николаев С.В., Овчинникова Т.М., Овчинников С.Г. - 120/1/45
- Кузьмин Е. В.** Структурная микромодификация алмаза фемтосекундными лазерными импульсами через оптический контакт с нелинейной сильнорефрактивной иммерсионной средой. Кузьмин Е.В., Красин Г.К., Гулина Ю.С., Данилов П.А., Помазкин Д.А., Горевой А.В., Кузнецов С.В., Воронов В.В., Ковалев В.Ю., Кудряшов С.И., Левченко А.О., Караксина Э.В., Ширяев В.С. - 119/4/267
- Кузьмин Н. С.** Микроволновая фотопроводимость бесщелевых дираковских фермионов в HgTe квантовых ямах. Кузьмин Н.С., Ярошевич А.С., Брагинский Л.С., Энтин М.В., Квон Э.Д., Михайлов Н.Н. - 119/12/925
- Кузьмичева Т. Е.** Многощелевая сверхпроводи-
- мость немагнитного стехиометрического пниктида CaKFe₄As₄. Кузьмичева Т.Е., Кузьмичев С.А., Медведев А.С. - 119/10/757
(см. Кузьмичев С. А.) - 120/2/130
- Кузьмичев С. А.** (см. Кузьмичева Т. Е.) - 119/10/757
Эволюция сверхпроводящего параметра порядка пниктидов Na(Fe, Co)As вдоль фазовой диаграммы допирования. Кузьмичев С.А., Морозов И.В., Шилов А.И., Рахманов Е.О., Кузьмичева Т.Е. - 120/2/130
- Кукушкин И. В.** (см. Кореев А. С.) - 119/3/201
(см. Соколова М. С.) - 119/10/752
(см. Щепетильников А. В.) - 119/11/840
(см. Ларионов А. В.) - 120/6/451
- Кулик Л. В.** (см. Ларионов А. В.) - 120/6/451
- Куликов А. Г.** (см. Снегирёв Н. И.) - 119/6/452
- Куликова Е. С.** (см. Старчиков С. С.) - 119/9/668
- Кулик С. П.** (см. Балыгин К. А.) - 119/7/533
Интерференция Hong-Ou-Mandel в квантовой оптике, моногамия запутанности, неортогональность, недоверенные узлы. Кулик С.П., Молотков С.Н. - 120/1/17
- Кулиничев Е. Р.** (см. Кирпиченков В. Я.) - 119/12/932
- Кунцевич А. Ю.** (см. Грициенко А. В.) - 119/11/802
- Курскиев Г. С.** Неоканонические профили концентрации и температуры электронов плазмы токамака Глобус-М2 в режиме с горячими ионами. Курскиев Г.С., Яньков В.В., Гусев В.К., Жильцов Н.С., Киселев Е.О., Крыжановский А.К., Минаев В.В., Мирошников И.В., Петров Ю.В., Сахаров Н.В., Солоха В.В., Тельнова А.Ю., Теплова Н.В., Ткаченко Е.Е., Трошин Г.А., Тюхменева Е.А., Щеголев П.Б. - 119/1/34
- Куршецов В. Ф.** (см. Артамонов А. В.) - 120/8/578
- Кучмижак А. А.** (см. Павлов Д. В.) - 119/10/738
(см. Гурбатов С. О.) - 119/12/882
- Ладыгин В. П.** (см. Филатов Ю. Н.) - 120/10/810
- Лазарев А. В.** (см. Назаров М. М.) - 120/7/490
- Ланин А. А.** (см. Савицкий И. В.) - 120/1/5
- Ларионов А. В.** Сверхдолгоживущие нейтральные возбуждения лафлиновской жидкости 1/3. Ларионов А.В., Журавлев А.С., Кулик Л.В., Загитова А.А., Кукушкин И.В. - 120/6/451
- Лебедев В. В.** (см. Богачев В. А.) - 120/8/598
(см. Колоколов И. В.) - 120/11/850
- Лебедев К. Г.** (см. Глушков А. В.) - 120/6/409
- Левашов П. Р.** (см. Мочалов М. А.) - 119/11/854
- Левинштейн М. Е.** (см. Лихачев К. В.) - 120/5/367
- Лев Л. Л.** (см. Чумаков Н. К.) - 119/8/598
- Левченко А. О.** (см. Кузьмин Е. В.) - 119/4/267
- Левшаков С. А.** (см. Воротынцева Ю. С.) - 119/9/635
- Леонидов И. И.** (см. Садовников С. И.) - 120/3/178
- Летунов А. Ю.** Учет нестатичности ионного микрополя на основе теории марковских процессов при описании штарковского уширения спектральных

- линий в плазме. Летунов А.Ю., Лисица В.С., Лобода П.А., Новиков А.А. - 120/2/118
- Лисица В. С.** (см. Летунов А. Ю.) - 120/2/118
- Литасов К. Д.** Уравнения состояния твердых фаз CO_2 при мегабарных давлениях. Литасов К.Д., Бражкин В.В., Сагатов Н.Е., Инербаев Т.М. - 119/3/206
(см. Селемир В. Д.) - 119/11/825
- Литвинович Е. А.** (см. Жутиков И. Н.) - 119/3/158
- Литвинов Р. В.** (см. Буллер А. С.) - 120/3/171
- Лиханов М. С.** (см. Ткачев А. В.) - 120/10/765
- Лихачев К. В.** Полностью оптическая сканирующая спектроскопия антипересечения электронных и ядерных спиновых уровней в кристалле 4Н-SiC. Лихачев К.В., Вейшторт И.П., Учаев М.В., Батуева А.В., Яковлева В.В., Гурин А.С., Бабунц Р.А., Баранов П.Г. - 119/2/82
- Локальная диагностика спиновых дефектов в облученных SiC-диодах Шоттки. Лихачев К.В., Скоморохов А.М., Учаев М.В., Успенская Ю.А., Козловский В.В., Левинштейн М.Е., Елисеев И.А., Смирнов А.Н., Крамущенко Д.Д., Бабунц Р.А., Баранов П.Г. - 120/5/367
- Лихутов М. И.** (см. Мочалов М. А.) - 119/11/854
- Лишин В. А.** (см. Артамонов А. В.) - 120/8/578
- Лобанов И. С.** Динамика “дышащих” скирмионов. Лобанов И.С., Уздин В.М. - 119/10/744
- Лобанов Н. Д.** (см. Морозова М. А.) - 120/12/953
- Лобачев А. В.** Многоуровневая релаксационная модель для описания кривых намагничивания наночастиц. Лобачев А.В., Чуев М.А. - 120/12/946
- Лобов И. В.** (см. Антонов Н. Н.) - 119/1/3
- Лобода П. А.** (см. Летунов А. Ю.) - 120/2/118
- Лозовик Ю. Е.** Слабый хаос в фотон-кубитной системе с анизотропным взаимодействием. Лозовик Ю.Е., Сатанин А.М. - 120/4/296
- Лоскутов К. Н.** (см. Зудин И. Ю.) - 119/1/27
- Лукаш В. Н.** (см. Ерошенко Ю. Н.) - 120/2/83
- Лушников С. Г.** (см. Дерец Н. К.) - 120/10/774
- Лысан В. М.** (см. Артамонов А. В.) - 120/8/578
- Лычковский О.** (см. Ермаков И.) - 119/1/40
- Любутин И. С.** (см. Снегирёв Н. И.) - 119/6/452
(см. Старчиков С. С.) - 119/9/668
- Магницкий С. А.** (см. Фроловцев Д. Н.) - 119/1/66
- Мажорин Г. С.** (см. Чудакова Т. А.) - 120/4/304
- Майдыковский А. И.** Спектральные свойства трехмерных волноводных структур, изготовленных методом двухфотонной лазерной литографии. Майдыковский А.И., Андросов А.С., Апостолов Д.О., Смирнов К.А., Батуев И.О., Мурзина Т.В. - 120/12/924
- Майзлах А. А.** (см. Зыбцев С. Г.) - 119/2/135
- Макарова К. А.** (см. Макаров Д. Н.) - 120/9/723
- Макаров А. С.** (см. Кончаков Р. А.) - 119/6/446
Избыточная энтропия металлических стекол и ее связь со стеклообразующей способностью материнских расплавов. Макаров А.С., Кончаков Р.А.,
- Афонин Г.В., Цзиао Ц.Ч., Кобелев Н.П., Хоник В.А. - 120/10/794
- Макаров В. А.** (см. Григорьев К. С.) - 119/8/565
(см. Кузнецова Н. Ю.) - 120/9/661
- Макаров Г. Н.** Наблюдение резонансной радиационно-столкновительной передачи колебательной энергии в молекулах при лазерном ИК многофотонном возбуждении в двухкомпонентной среде. Макаров Г.Н., Петин А.Н. - 120/8/620
- Макаров Д. Н.** Ультракороткие импульсы в структурном анализе алмазных слоев с NV-центрами. Макаров Д.Н., Есеев М.К., Гусаревич Е.С., Макарова К.А., Борисов М.С. - 120/9/723
- Макаров И. В.** (см. Селемир В. Д.) - 119/11/825
- Максимкин И. П.** (см. Мочалов М. А.) - 119/11/854
- Малеева Н. А.** (см. Жданова М. В.) - 119/6/426
(см. Чудакова Т. А.) - 120/4/304
- Мамин Г. В.** (см. Мурзаханов Ф. Ф.) - 119/8/587
- Маркелова М. Н.** (см. Волков Д. А.) - 119/5/348
- Мартовицкий В. П.** Спинодальный распад вискера NbS₃ с волнами зарядовой плотности. Мартовицкий В.П., Никитин М.В., Покровский В.Я. - 120/1/37
- Мартынов С. Н.** Анизотропные обменные взаимодействия в ферромагнетике PbMnBO₄. Мартынов С.Н. - 119/11/847
- Маслов Д. А.** (см. Селемир В. Д.) - 119/11/825
- Матвеев А. А.** (см. Волков Д. А.) - 119/5/348
- Матвеев О. В.** (см. Морозова М. А.) - 120/12/953
- Матюшенко В. И.** (см. Степанов М. Е.) - 120/4/231
- Медведев А. С.** (см. Кузьмичева Т. Е.) - 119/10/757
- Медников А. М.** (см. Морозова М. А.) - 120/12/953
- Мельников А. А.** (см. Филатов Ю. Н.) - 120/10/810
- Мельников А. В.** (см. Сергеев Н. С.) - 119/11/817
- Мельник Ю. М.** (см. Абрамов В. В.) - 120/6/393
- Мехоношин Д. С.** Механизм самоорганизации доменной структуры в магнитных пленках в модели Гинзбурга–Ландау. Мехоношин Д.С., Памятных Л.А. - 120/4/260
- Мещанин А. П.** (см. Абрамов В. В.) - 120/6/393
- Минаев В. Б.** (см. Курскиев Г. С.) - 119/1/34
- Минаев И. И.** (см. Кривобок В. С.) - 120/5/354
- Минаев Н. Г.** (см. Абрамов В. В.) - 120/6/393
- Минаков Д. Г.** (см. Мочалов М. А.) - 119/11/854
- Минг Ф. Х.** (см. Кудряшов С. И.) - 119/3/174
- Минеев В. П.** Сверхпроводящие состояния в металлах с тороидальным порядком. Минеев В.П. - 120/4/247
- Минин И. В.** (см. Поддубская О. Г.) - 119/9/658
(см. Минин О. В.) - 120/2/152
- Минин О. В.** (см. Поддубская О. Г.) - 119/9/658
Экспериментальная демонстрация микрообработки поверхности полистирола с использованием фотонного крючка. Минин О.В., Минин И.В. - 120/2/152
- Миньков Г. М.** Вклад осцилляций уровня Ферми в шубниковские и магнито-межподзонные осцилляции в одиночных квантовых ямах HgTe. Миньков

- ков Г.М., Рут О.Э., Шерстобитов А.А., Германенко А.В., Дворецкий С.А., Михайлов Н.Н. - 120/5/359
- Миронов А.** Модели β -WLZZ напрямую из интегралов β -ансамблей. Миронов А., Орешина А., Пополитов А. - 120/1/62
- Миронов Б. Н.** (см. Асеев С. А.) - 119/7/492
- Миронов С. А.** Возмущения в теории Хорндески над анизотропным космологическим фоном. Миронов С.А., Штенникова А.М. - 119/5/330
- Мирошников И. В.** (см. Курскиев Г. С.) - 119/1/34
- Митрофанов А. В.** Генерация терагерцового излучения релятивистскими лазерными импульсами на поверхности толстых твердотельных мишеней и тонких фольг. Митрофанов А. В., Рожко М.В., Назаров М.М., Якушкин Н.В., Воронин А.А., Федотов А.Б., Сидоров-Бирюков Д.А. - 119/3/166
(см. Назаров М. М.) - 120/7/490
- Михайлов Н. Н.** (см. Кузьмин Н. С.) - 119/12/925
(см. Миньков Г. М.) - 120/5/359
- Михеева Е. В.** (см. Ерошенко Ю. Н.) - 120/2/83
- Михеев Г. М.** (см. Когай В. Я.) - 120/3/197
- Мицай Е. В.** (см. Павлов Д. В.) - 119/10/738
- Мишин Д.** (см. Головизин А.) - 119/9/645
- Модин Е. Б.** (см. Гурбатов С. О.) - 119/12/882
- Моисеев В. В.** (см. Абрамов В. В.) - 120/6/393
- Моисеев С. А.** (см. Хайруллин А. Ф.) - 119/5/336
- Молокеев М. С.** (см. Иванова О. С.) - 119/2/111
- Молотков С. Н.** О стойкости систем квантового распределения ключей типа RFI (Reference Frame Independent) к атакам активного зондирования. Молотков С.Н., Щербаченко А.А. - 119/5/390
(см. Балыгин К. А.) - 119/7/533
(см. Кулик С. П.) - 120/1/17
О эквивалентности фазовых и поляризационных преобразований в квантовой оптике. Молотков С.Н., Сущев И.С. - 120/7/505
- Моргун Л. А.** (см. Чумаков Н. К.) - 119/8/598
- Моргунов Р. Б.** Эффективное воздействие электрического тока на спектры мандельштам-бриллюэновского рассеяния света в структуре NiFe/IrMn. Моргунов Р.Б., Бахметьев М.В., Чернов А.И., Хутиева А.Б., Садовников А.В. - 119/4/289
- Морозова М. А.** Управление брэгговскими резонансами спиновых волн с помощью спинового тока в магнонном кристалле с Pt полосками. Морозова М.А., Матвеев О.В., Лобанов Н.Д., Романенко Д.В., Медников А.М., Гусев С.А., Гусев Н.С., Никитов С.А. - 120/12/953
- Морозов Д. А.** (см. Абрамов В. В.) - 120/6/393
- Морозов И. В.** (см. Кузьмичев С. А.) - 120/2/130
- Морозов С. В.** (см. Вдовин Е. Е.) - 120/11/889
- Моругин Е. С.** (см. Царёв Д. В.) - 120/5/326
- Мостовщикова Е. В.** (см. Болдырев К. Н.) - 120/8/590
- Мохов Е. Н.** (см. Мурзаханов Ф. Ф.) - 119/8/587
- Мочалов В. В.** (см. Абрамов В. В.) - 120/6/393
- Мочалов М. А.** Свойства криптона при ударноволновом и квазизэнтропическом сжатиях в области давлений до 2700 ГПа. Мочалов М.А., Илькаев Р.И., Ерунов С.В., Бликов А.О., Огородников В.А., Елфимов С.Е., Аринин В.А., Комраков В.А., Лихутов М.И., Максимкин И.П., Грязнов В.К., Иосилевский И.Л., Левашов П.Р., Минаков Д.Г., Парамонов М.А. - 119/11/854
- Мошкина Е. М.** (см. Бельская Н. А.) - 120/7/530
- Музыченко Д. А.** (см. Орешкин С. И.) - 119/3/212
- Мумляков А. М.** (см. Чудакова Т. А.) - 120/4/304
- Муравьев В. М.** (см. Соколова М. С.) - 119/10/752
- Муратов А. В.** (см. Кривобок В. С.) - 120/5/354
- Муратов В. И.** (см. Зиновьева А. Ф.) - 119/9/692
- Мурзаханов Ф. Ф.** Оптическая спиновая инициализация азот-вакансационных центров в изотопно-обогащенном (^{28}Si) кристалле 6Н-SiC для квантовых технологий. Мурзаханов Ф.Ф., Садовникова М.А., Мамин Г.В., Шуртакова Д.В., Мохов Е.Н., Казарова О.П., Гафуров М.Р. - 119/8/587
- Мурзина Т. В.** (см. Майдыковский А. И.) - 120/12/924
- Мутылин О. О.** (см. Тотьменинов Е. М.) - 120/3/219
- Мухамедшин И. Р.** (см. Семакин А. С.) - 119/6/432
- Назаров М. М.** (см. Митрофанов А. В.) - 119/3/166
Ускорение электронов при воздействии тераваттного фемтосекундного лазерного излучения на кластеры азота. Назаров М.М., Семенов Т.А., Таусенев А.А., Чащин М.В., Щеглов П.А., Лазарев А.В., Сидоров-Бирюков Д.А., Митрофанов А.В., Гордиенко В.М., Панченко В.Я. - 120/7/490
- Налитов А.** (см. Бочин А.) - 119/12/890
- Настулявичус А. Н.** (см. Сараева И. Н.) - 120/1/66
- Наумов А. В.** (см. Степанов М. Е.) - 120/4/231
(см. Савостьянов А. О.) - 120/5/333
- Наумов В. А.** (см. Какорин И. Д.) - 119/11/785
- Неганов А. Б.** (см. Абрамов В. В.) - 120/6/393
- Некрасов И. А.** (см. Павлов Н. С.) - 120/2/146
- Нестеров В. М.** (см. Абрамов В. В.) - 120/6/393
- Никитенко А. А.** (см. Арбузов А. Б.) - 120/11/895
- Никитин И.** (см. Парфеньев В.) - 120/8/627
- Никитин М. В.** (см. Зыбцев С. Г.) - 119/2/135
(см. Мартовицкий В. П.) - 120/1/37
- Никитов С. А.** (см. Морозова М. А.) - 120/12/953
- Никитов С. А.** (см. Волков Д. А.) - 119/5/348
(см. Никилин Ю. В.) - 119/9/676
(см. Темная О. С.) - 120/2/125
(см. Темная О. С.) - 120/10/781
- Николаев Г. А.** (см. Щепетильников А. В.) - 119/11/840
- Николаев Н. Н.** (см. Филатов Ю. Н.) - 120/10/810
- Николаев С. В.** (см. Орлов Ю. С.) - 119/3/228
(см. Кузьмин В. И.) - 120/1/45
- Николаев С. Н.** (см. Чумаков Н. К.) - 119/8/598
(см. Кривобок В. С.) - 120/5/354
- Николенко А. С.** (см. Зудин И. Ю.) - 119/1/27
- Никонов С. А.** (см. Зыбцев С. Г.) - 119/2/135
(см. Горлова И. Г.) - 120/2/138

- Никулин Ю. В.** Спиновая накачка в структурах YIG/Pt: роль сингулярностей ван Хова. Никулин Ю.В., Хивинцев Ю.В., Селезнев М.Е., Высоцкий С.Л., Сахаров В.К., Кожевников А.В., Дудко Г.М., Хитун А.Г., Никитов С.А., Филимонов Ю.А. - 119/9/676
- Ниязов Р. А.** Дробовый шум в геликоидальных краевых состояниях в присутствии статического магнитного дефекта. Ниязов Р.А., Крайнов И.В., Аристов Д.Н., Качоровский В.Ю. - 119/5/364
- Новиков А. А.** (см. Летунов А. Ю.) - 120/2/118
- Новиков И. А.** Времяразрешающее детектирование терагерцового отклика фотодинамически сформированных плазмонных метаповерхностей. Новиков И.А., Кирьянов М.А., Стадничук В.И., Долгова Т.В., Федягин А.А. - 119/9/651
- Новиков К. Д.** (см. Абрамов В. В.) - 120/6/393
- Новиков С. М.** (см. Шуклин Ф. А.) - 120/9/714
- Новинский Д. В.** (см. Абрамов В. В.) - 120/6/393
- Новицкий А. В.** (см. Поддубская О. Г.) - 119/9/658
- Новопашин С. А.** Подавление нуклеации в турбулентном потоке газа. Новопашин С.А., Каляда В.В. - 119/7/498
- Новоселов К. С.** (см. Вдовин Е. Е.) - 120/11/889
- Новоскольцев Ф. Н.** (см. Антонов Н. Н.) - 119/1/3
- Ногач Л. В.** (см. Абрамов В. В.) - 120/6/393
- Нурушева М. Б.** (см. Абрамов В. В.) - 120/6/393
- Овсянников Д. А.** (см. Попов М. Ю.) - 120/8/615
- Овчинников С. Г.** (см. Бельская Н. А.) - 120/7/530
- Овчинников А. В.** (см. Ашитков С. И.) - 120/8/605
- Овчинникова Т. М.** (см. Кузьмин В. И.) - 120/1/45
- Овчинников С. Г.** (см. Иванова О. С.) - 119/2/111 (см. Кузьмин В. И.) - 120/1/45
- Огинов А. В.** (см. Паркевич Е. В.) - 120/2/111
- Огородников В. А.** (см. Мочалов М. А.) - 119/11/854
- Ольхович Н. М.** (см. Воробьев А. С.) - 120/6/385
- Орешина А.** (см. Миронов А.) - 120/1/62
- Орешкин А. И.** (см. Орешкин С. И.) - 119/3/212
- Орешкин С. И.** Особенности фторирования поверхности золота Au(111) с использованием молекул фторфуллеренов. Орешкин С.И., Петухов М.Н., Музыченко Д.А., Панов В.И., Суров В.О., Самородский А.В., Орешкин А.И. - 119/3/212
- Орлович В. А.** (см. Ходасевич И. А.) - 119/2/94
- Орлов Ю. С.** Фотоиндуцированная нелинейная динамика сильно коррелированных систем со спиновым кроссовером: автокаталитический спиновый переход. Орлов Ю.С., Николаев С.В., Паклин Н.Н. - 119/3/228
- Оседло В. И.** (см. Богомолов А. В.) - 119/4/310
- Осин А. С.** (см. Камашев А. А.) - 119/4/296
- Осипов А. А.** Массы u , d и s кварков. Осипов А.А. - 119/12/869
- Павлов В. Н.** (см. Селемир В. Д.) - 119/11/825
- Павлов Д. В.** Генерация третьей гармоники в плазмонных метаповерхностях, изготовленных методом прямой фемтосекундной лазерной печати. Павлов Д.В., Черепахин А.Б., Жижченко А.Ю., Сергеев А.А., Мицай Е.В., Кучмижак А.А., Кудряшов С.И. - 119/10/738
- Павлов Н. С.** Каскад фазовых переходов под давлением в BaMn₂P₂ и BaMn₂As₂. Павлов Н.С., Шеин И.Р., Некрасов И.А. - 120/2/146
- Павловский В. В.** (см. Зыбцев С. Г.) - 119/2/135
- Паклин Н. Н.** (см. Орлов Ю. С.) - 119/3/228
- Палто С. П.** (см. Симдянкин И. В.) - 120/9/690
- Пальниченко А. В.** (см. Сидельников М. С.) - 119/7/518 (см. Сидельников М. С.) - 120/8/651
- Пальчиков В. Г.** (см. Юдин В. И.) - 120/1/26
- Памятных Л. А.** (см. Мехоношин Д. С.) - 120/4/260
- Панасенко Л. А.** (см. Арбузова Е. В.) - 119/7/481
- Панов В. И.** (см. Орешкин С. И.) - 119/3/212
- Панченко В. Я.** (см. Назаров М. М.) - 120/7/490
- Парадеженко Г.** Вариационная квантовая оптимизация открытого карьера. Парадеженко Г., Первушко А., Юдин Д. - 119/6/459
- Парамонов М. А.** (см. Мочалов М. А.) - 119/11/854
- Паркевич Е. В.** Пространственно-временная локализация областей эмиссии рентгеновского излучения в протяженном высоковольтном разряде. Паркевич Е.В., Шпаков К.В., Родионов А.А., Байдин И.С., Болотов Я.К., Огинов А.В. - 120/2/111 Особенности структуры искровых каналов в прикатодной зоне. Паркевич Е.В. - 120/7/511
- Парфеньев В.** Реконструкция двумерных турбулентных течений и их параметров с помощью физически-информированных нейронных сетей. Парфеньев В., Блуменау М., Никитин И. - 120/8/627
- Пахольчук П. П.** (см. Кудряшов С. И.) - 119/3/174 (см. Смирнов Н. А.) - 119/6/411 (см. Кудряшов С. И.) - 120/5/340
- Пахомов А. В.** Правило сохранения электрической площади и применимость различных моделей распространения предельно коротких импульсов. Пахомов А.В., Розанов Н.Н., Архипов М.В., Архипов Р.М. - 119/2/100
- Пашкеев Д. А.** (см. Кривобок В. С.) - 120/5/354
- Пегель И. В.** (см. Тотьменинов Е. М.) - 120/3/219
- Перваков К. С.** (см. Сидельников М. С.) - 119/7/518 (см. Сидельников М. С.) - 120/8/651
- Первушко А.** (см. Парадеженко Г.) - 119/6/459
- Переведенцева Е. В.** (см. Сараева И. Н.) - 119/7/552
- Перекалин Д. С.** (см. Старчиков С. С.) - 119/9/668
- Першин С. М.** (см. Ходасевич И. А.) - 119/2/94
- Петин А. Н.** (см. Макаров Г. Н.) - 120/8/620
- Петрова А. Е.** Магнетосопротивление объемного образца FeSi. Петрова А.Е., Гаврилкин С.Ю., Степанов В.А., Стишов С.М., Хасанов С.С. - 120/11/871
- Петров А. С.** Высокочастотный эффект Холла и поперечно-электрические гальваномагнитные волны в двумерных электронных системах с

- постоянным током. Петров А.С., Свинцов Д.А. - 119/10/768
- Петров И. И.** (см. Элиович Я. А.) - 120/5/377
- Петров П. Е.** Переход в магнитный Бозе конденсат. Петров П.Е., Князев Г.А., Кузмичев А.Н., Ветошко П.М., Белотелов В.И., Буньков Ю.М. - 119/2/129 (см. Буньков Ю. М.) - 120/6/436
- Петров Ю. В.** (см. Курскиев Г. С.) - 119/1/34
- Петухов М. Н.** (см. Орешкин С. И.) - 119/3/212
- Пеунков А. А.** (см. Щербинин Д. П.) - 120/10/820
- Пикуз С. А.** (см. Болховитинов Е. А.) - 120/6/459
- Пилипенко С. В.** (см. Ерошенко Ю. Н.) - 120/2/83
- Писаревский Ю. В.** (см. Элиович Я. А.) - 120/5/377
- Платонов В. В.** (см. Селемир В. Д.) - 119/11/825
- Повзнер А. А.** (см. Филанович А. Н.) - 120/3/203
- Погосов А. Г.** (см. Похабов Д. А.) - 119/5/372
- Поддубская О. Г.** Устойчивость формирования изображения с использованием тераструи относительно сдвига пучка. Поддубская О.Г., Новицкий А.В., Минин О.В., Минин И.В. - 119/9/658
- Подзолко М. В.** (см. Богомолов А. В.) - 119/4/310
- Поздняков Н. А.** (см. Арбузова Е. В.) - 119/7/481
- Пойдашев Д. Г.** (см. Асеев С. А.) - 119/7/492
- Покровский В. Я.** (см. Зыбцев С. Г.) - 119/2/135 (см. Семакин А. С.) - 119/6/432
(см. Васильев А. Л.) - 119/12/917
(см. Мартовицкий В. П.) - 120/1/37
(см. Горлова И. Г.) - 120/2/138
(см. Болдырев К. Н.) - 120/8/590
- Полищук И. Я.** (см. Григорьев П. Д.) - 120/12/911
- Пологов И. Е.** (см. Жданова М. В.) - 119/6/426
- Полозов С. М.** (см. Владимиров М. В.) - 120/6/444
- Полулях С. Н.** (см. Грибова Н. И.) - 120/3/190
- Поляков В. А.** (см. Артамонов А. В.) - 120/8/578
- Поляруш А. Ю.** (см. Артамонов А. В.) - 120/8/578
- Помазкин Д. А.** (см. Кудряшов С. И.) - 119/3/174 (см. Кузьмин Е. В.) - 119/4/267
- Померанцев В. Н.** (см. Рубцова О. А.) - 120/8/571
- Попадюк В. И.** (см. Сараева И. Н.) - 119/7/552
- Попель С. И.** (см. Шохрин Д. В.) - 119/6/419
К вопросу о плазменно-пылевых процессах в физике комет. Попель С.И., Голубь А.П., Зеленый Л.М. - 120/5/317
- Попова М. М.** (см. Киселев М. Д.) - 120/12/917
- Попов А. Ю.** (см. Гусаков Е. З.) - 119/7/502
- Попов М. Ю.** Особенности резонансного комбинационного рассеяния света в ультратвердом аморфном углероде. Попов М.Ю., Хоробрых Ф.С., Климин С.А., Овсянников Д.А. - 120/8/615
- Пополитов А.** (см. Миронов А.) - 120/1/62
- Потапов В. Н.** (см. Болховитинов Е. А.) - 120/6/459
- Потапов Д. О.** Влияние ядерных квантовых эффектов на колебательный спектр и структуру эндофуллерена $H_2O@C_{60}$. Потапов Д.О., Кондратюк Н.Д. - 119/12/897
- Похабов Д. А.** Особенности квантования кондактанса многоканальных квантовых точечных контактов. Похабов Д.А., Погосов А.Г., Шевырин А.А., Жданов Е.Ю., Бакаров А.К. - 119/5/372
- Прасолов Н. Д.** (см. Сорокин С. В.) - 120/9/694
- Проворченко Д.** (см. Головизин А.) - 119/9/645
- Прошин Ю. Н.** (см. Туманов В. А.) - 120/8/636
- Прудкогляд А. Ф.** (см. Антонов Н. Н.) - 119/1/3 (см. Абрамов В. В.) - 120/6/393
- Прудников О. Н.** (см. Юдин В. И.) - 120/1/26
- Пугачев М. В.** (см. Грициенко А. В.) - 119/11/802
- Пудалов В. М.** (см. Сидельников М. С.) - 119/7/518 (см. Сидельников М. С.) - 120/8/651
- Пушкарев Д. В.** Формирование О-образной структуры в красном крыле частотно-углового спектра при филаментации на протяженной атмосферной трассе. Пушкарев Д.В., Селезнев Л. В., Ризаев Г.Э., Урюпина Д. С., Жидовцев Н. А., Косарева О. Г., Савельев А. Б. - 119/8/593
- Пушкарев А. Н.** Инвариантность эволюции спектров ветровых волн в океане как статистический аттрактор. Пушкарев А.Н., Геогджаев В.В., Бадулин С.И. - 120/12/930
- Раднаторов Д. А.** (см. Юдин В. И.) - 120/7/498
- Радченко М. Д.** (см. Юдин В. И.) - 120/7/498
- Разорёнов Ф. А.** (см. Шуравин Н. С.) - 120/11/863
- Рахманов Е. О.** (см. Кузьмичев С. А.) - 120/2/130
- Ращиков В. И.** (см. Владимиров М. В.) - 120/6/444
- Рашупкин А. А.** (см. Ерохин С. В.) - 119/11/831
- Репин П. Б.** (см. Селемир В. Д.) - 119/11/825
- Ризаев Г. Э.** (см. Пушкарев Д. В.) - 119/8/593
- Римская Е. Н.** (см. Сараева И. Н.) - 119/7/552
- Родионов А. А.** (см. Паркевич Е. В.) - 120/2/111
- Родионов Я. И.** (см. Дотдаев А. Ш.) - 120/9/701
- Родкин Д. М.** Вычисление сечений резонансного рассеяния нейтронов на ядре ^{9}Be с использованием данных ab initio расчетов асимптотических нормировочных коэффициентов и распадных ширин. Родкин Д.М., Чувильский Ю.М. - 119/10/723
- Рожков А. В.** (см. Дотдаев А. Ш.) - 120/9/701
- Рожко М. В.** (см. Митрофанов А. В.) - 119/3/166
- Розанов А. Д.** (см. Бессонов В. О.) - 119/4/257
- Розанов Н. Н.** (см. Пахомов А. В.) - 119/2/100
- Романенко Д. В.** (см. Морозова М. А.) - 120/12/953
- Романов А. А.** Двухэлектронный механизм генерации высших гармоник атомом в интенсивном инфракрасном поле и аттосекундном импульсе. Романов А.А., Силаев А.А., Введенский Н.В., Фролов М.В. - 119/3/180
- Романовский В. И.** (см. Артамонов А. В.) - 120/8/578
- Ромашевский С. А.** (см. Хохлов В. А.) - 120/7/550 (см. Ашитков С. И.) - 120/8/605
- Ростом А. М.** (см. Томилин В. А.) - 119/5/381
Геометрическая фаза как основа квантовой акселерометрии. Ростом А.М., Томилин В.А., Ильичев Л.В. - 120/7/560
- Квантовые корреляции в коллективных стратегиях взаимного поиска/антипоиска для трех партнё

- ров. Ростом А.М., Томилин В.А., Ильичев Л.В. - 120/9/728
- Рубан В. П.** Столкновения световых пуль разной круговой поляризации. Рубан В.П. - 119/8/579
Стабилизация оптических пузырей вблизи оси винтового световода. Рубан В.П. - 120/2/104
Мелкомасштабные световые структуры в керровской среде. Рубан В.П. - 120/10/745
- Рубцова О. А.** Двухнуклонные импульсные распределения и короткодействующие корреляции нуклонов. Рубцова О.А., Померанцев В.Н. - 120/8/571
- Рубцов Г. И.** (см. Арбузова Е. В.) - 119/7/481
- Руденко А. С.** (см. Арбузова Е. В.) - 119/7/481
- Руденко Н. Ю.** (см. Чудакова Т. А.) - 120/4/304
- Румянцев Л. А.** (см. Бондаренко С. Г.) - 119/2/75
- Рупасов А. А.** (см. Болховитинов Е. А.) - 120/6/459
- Рупасов А. Е.** (см. Гулина Ю. С.) - 119/9/638
- Рут О. Э.** (см. Миньков Г. М.) - 120/5/359
- Рыбин М. В.** (см. Дмитриев А. А.) - 119/9/714
- Рыжиков С. В.** (см. Абрамов В. В.) - 120/6/393
- Рыкалин В. И.** (см. Артамонов А. В.) - 120/8/578
- Рыков В. Л.** (см. Абрамов В. В.) - 120/6/393
- Рыльцов В. В.** (см. Абрамов В. В.) - 120/6/393
- Рябов В. А.** (см. Багуля А. В.) - 120/6/465
- Рябов Е. А.** (см. Асеев С. А.) - 119/7/492
- Рязанов В. В.** (см. Карелина Л. Н.) - 119/8/616
- Рязанцев А. В.** (см. Абрамов В. В.) - 120/6/393
- Сабакарь К. М.** (см. Чучелов Д. С.) - 119/1/16
- Сабуров А. В.** (см. Глушков А. В.) - 120/6/409
- Савельев А. Б.** (см. Пушкирев Д. В.) - 119/8/593
- Савин К. А.** (см. Кривобок В. С.) - 120/5/354
- Савицкий И. В.** Фазочувствительная плазменная нелинейность, управляемая предельно короткими импульсами. Савицкий И.В., Глек П.Б., Алиев Р.М., Степанов Е.А., Воронин А.А., Ланин А.А., Федотов А.Б. - 120/1/5
- Савостьянов А. О.** Индуцированное фонами уширение спектральной линии в примесном стекле в рамках модели резонансных колебательных мод: тетра-трет-бутилтеррилен в полизобутилене. Савостьянов А.О., Наумов А.В. - 120/5/333
- Сагатов Н. Е.** (см. Литасов К. Д.) - 119/3/206
- Садаков А. В.** (см. Усольцев А. С.) - 120/12/961
- Садовников А. В.** (см. Моргунов Р. Б.) - 119/4/289
- Садовникова М. А.** (см. Мурзаханов Ф. Ф.) - 119/8/587
- Садовников С. И.** Покрывающая способность наночастиц сульфида серебра в сульфидных композитах. Садовников С.И., Леонидов И.И., Валеева А.А., Гусев А.И. - 120/3/178
- Садовский А. С.** (см. Артамонов А. В.) - 120/8/578
- Садовский М. В.** Верхняя граница температуры сверхпроводящего перехода в теории Элиашберга–МакМиллана. Садовский М.В. - 120/3/214
- Садыков Р. Р.** (см. Бондаренко С. Г.) - 119/2/75
- Сазонов В. В.** (см. Богомолов А. В.) - 119/4/310
- Сазонов С. В.** Генерация второй гармоники, сопровождаемая формированием высокointенсивных световых пуль. Сазонов С.В. - 120/8/583
- Салецкий А. М.** (см. Сыромятников А. Г.) - 120/4/273
- Салимов Р. К.** О нелинейных двух- и трехкомпонентных уравнениях Клейна–Гордона, допускающих локализованные решения с эффектом биений связанных осцилляторов. Салимов Р.К., Салимов Т.Р., Екомасов Е.Г. - 119/10/775
- Салимов Т. Р.** (см. Салимов Р. К.) - 119/10/775
- Самигуллин Э. И.** (см. Абрамов В. В.) - 120/6/393
- Самойленко В. Д.** (см. Артамонов А. В.) - 120/8/578
- Самойлов О. Б.** (см. Какорин И. Д.) - 119/11/785
- Самородский А. В.** (см. Орешкин С. И.) - 119/3/212
- Самохвалов А. В.** Аномальный эффект Джозефсона в планарной гибридной структуре со спинорбитальным взаимодействием. Самохвалов А.В. - 119/7/508
- Сапронов А.** (см. Бондаренко С.) - 120/11/833
- Сараева И. Н.** Обработка спектров комбинационного рассеяния света новообразований кожи методом лоренцевой аппроксимации: пилотные исследования. Сараева И.Н., Римская Е.Н., Тимурзиева А.Б., Горевой А.В., Шельгина С.Н., Попадюк В.И., Переведенцева Е.В., Кудряшов С.И. - 119/7/552
Фотоэлектрическая природа антибактериальной активности нанокомпозита ZnO/CuO. Сараева И.Н., Заярный Д.А., Настильявикус А.Н., Толордава Э.Р., Ултургашева Е.В., Крикунова П.В., Кудряшов С.И. - 120/1/66
(см. Щербинин Д. П.) - 120/10/820
- Сарычев М. Н.** (см. Гудков В. В.) - 119/1/54
- Сатанин А. М.** (см. Лозовик Ю. Е.) - 120/4/296
- Сафин А. Р.** (см. Волков Д. А.) - 119/5/348
- Сафроненков Д. А.** Измерение корреляций в поле параметрического рассеяния света с помощью аналоговых детекторов. Сафроненков Д.А., Китаева Г.Х. - 120/1/11
- Сахаров В. К.** (см. Никулин Ю. В.) - 119/9/676
- Сахаров Н. В.** (см. Курскиев Г. С.) - 119/1/34
- Свертилов С. И.** (см. Богомолов А. В.) - 119/4/310
- Свинцов Д. А.** (см. Петров А. С.) - 119/10/768
- Свирида Д. Н.** (см. Абрамов В. В.) - 120/6/393
- Свящкий Г. Ю.** (см. Жданова М. В.) - 119/6/426
- Седова И. В.** (см. Сорокин С. В.) - 120/9/694
- Сеитова Д.** (см. Бондаренко С.) - 120/11/833
- Селезнев Л. В.** (см. Пушкирев Д. В.) - 119/8/593
- Селезнев М. Е.** (см. Никулин Ю. В.) - 119/9/676
- Селемир В. Д.** Изоэнтропическое сжатие твердой углекислоты (CO₂) до ультрамегабарных давлений. Селемир В.Д., Бражкин В.В., Литасов К.Д., Репин П.Б., Коршунов А.С., Быков А.И., Борисков Г.В., Егоров Н.И., Кудасов Ю.Б., Макаров И.В., Маслов Д.А., Павлов В.Н., Платонов В.В., Стрелков И.С., Сурдин О.М., Козабаранов

- Р.В., Бочкарев А.В., Агапов А.А., Беляева Н.А. - 119/11/825
- Семак А. А.** (см. Антонов Н. Н.) - 119/1/3
- Семакин А. С.** Особенности низкотемпературной волны зарядовой плотности в моноклинной фазе NbS_3 , проявляющиеся в ЯМР и в транспортных свойствах. Семакин А.С., Мухамедшин И.Р., Зыбцев С.Г., Покровский В.Я. - 119/6/432
- Семенко А. В.** (см. Вялых А. П.) - 119/4/273
- Семенов А. Г.** Спаривание и коллективные возбуждения в изинговских сверхпроводниках. Семенов А.Г. - 119/1/46
- Семенов П. А.** (см. Абрамов В. В.) - 120/6/393
- Семенов Т. А.** (см. Назаров М. М.) - 120/7/490
- Сеничев Ю. В.** (см. Филатов Ю. Н.) - 120/10/810
- Сергеев А. А.** (см. Павлов Д. В.) - 119/10/738
- Сергеев В. Ю.** (см. Бахарева О. А.) - 119/11/810
- Сергеев Н. С.** Магнитная составляющая квазикогерентной моды колебаний омической плазмы токамака Т-10. Сергеев Н.С., Мельников А.В., Елисеев Л.Г. - 119/11/817
- Серегин А. Ю.** (см. Снегирёв Н. И.) - 119/6/452
- Серов Ю. М.** (см. Сорокин С. В.) - 120/9/694
- Сидельников М. С.** Прямое наблюдение пиннинга вихрей Абрикосова в пространственно неоднородном кристалле $EuRbFe_4As_4$. Сидельников М.С., Пальниченко А.В., Перваков К.С., Власенко В.А., Зверькова И.И., Успенская Л.С., Пудалов В.М., Винников Л.Я. - 119/7/518
- Поправка. Сидельников М.С., Пальниченко А.В., Перваков К.С., Власенко В.А., Зверькова И.И., Успенская Л.С., Пудалов В.М., Винников Л.Я. - 120/8/651
- (см. Шуравин Н. С.) - 120/11/863
- Сидоров-Бирюков Д. А.** (см. Митрофанов А. В.) - 119/3/166
- (см. Назаров М. М.) - 120/7/490
- Силаев А. А.** (см. Романов А. А.) - 119/3/180
- Симдянкин И. В.** Обратимый топологически эквивалентный переход в хиральном жидким кристалле с отрицательной диэлектрической анизотропией. Симдянкин И.В., Гейвандов А.Р., Палто С.П. - 120/9/690
- Скакуненко П. И.** Эффективная загрузка атомного чипа из низкоскоростного атомного пучка. Скакуненко П.И., Быкова Д.В., Афанасьев А.Е., Балыкин В.И. - 119/1/20
- (см. Афанасьев А. Е.) - 119/2/89
- (см. Вялых А. П.) - 119/4/273
- Скалдин О. А.** (см. Делев В. А.) - 119/1/59
- Скоморохов А. М.** (см. Лихачев К. В.) - 120/5/367
- Скориков М. Л.** (см. Кудряшов С. И.) - 119/3/174
- Случанко Н. Е.** (см. Хрыкина О. Н.) - 119/2/150
- (см. Вяслев О. М.) - 119/7/524
- (см. Азаревич А. Н.) - 119/12/909
- Сметанин И. В.** (см. Кудряшов С. И.) - 119/3/174
- Смирнова А. М.** (см. Хайруллин А. Ф.) - 119/5/336
- Смирнов А. Н.** (см. Лихачев К. В.) - 120/5/367
- Смирнова Т. А.** (см. Дерец Н. К.) - 120/10/774
- Смирнов К. А.** (см. Майдыковский А. И.) - 120/12/924
- Смирнов М. А.** (см. Хайруллин А. Ф.) - 119/5/336
- Смирнов Н. А.** Прямое многофотонное фемтосекундное ИК-лазерное возбуждение решетки алмаза в двухфононной области и модификация центров окраски. Смирнов Н.А., Гулина Ю.С., Буслеев Н.И., Пахольчук П.П., Горевой А.В., Винс В.Г., Кудряшов С.И. - 119/6/411
- (см. Кудряшов С. И.) - 120/5/340
- Снегирёв Н. И.** Визуализация магнитной доменной структуры в монокристаллах $FeBO_3$ и $Fe_{0.94}Ga_{0.06}BO_3$ методом синхротронной рентгеновской топографии. Снегирёв Н.И., Куликов А.Г., Любутин И.С., Серегин А.Ю., Ягупов С.В., Стругацкий М.Б. - 119/6/452
- (см. Старчиков С. С.) - 119/9/668
- Снежко А. В.** (см. Зыбцев С. Г.) - 119/2/135
- Соколик А. А.** (см. Вдовин Е. Е.) - 120/11/889
- Соколова М. С.** Плазменный отклик металлической "решетчатой" метаповерхности на подложке. Соколова М.С., Джикирба К.Р., Астраханцева А.С., Кукушкин И.В., Муравьев В.М. - 119/10/752
- Солодовников И. П.** (см. Антонов Н. Н.) - 119/1/3
- Солоха В. В.** (см. Курскиев Г. С.) - 119/1/34
- Сорокина Е. А.** Трансформация геодезической акустической моды в присутствии низкочастотного зонального течения в плазме токамака. Сорокина Е.А. - 120/9/667
- Сорокин П. Б.** (см. Ерохин С. В.) - 119/11/831
- Сорокин С. В.** Молекулярно-пучковая эпитаксия метаморфных гетероструктур с квантовыми точками $InAs/InGaAs$, излучающими в телекоммуникационном диапазоне длин волн. Сорокин С.В., Климко Г.В., Седова И.В., Галимов А.И., Серов Ю.М., Кириленко Д.А., Прасолов Н.Д., Торопов А.А. - 120/9/694
- Стадничук В. И.** (см. Новиков И. А.) - 119/9/651
- Стариков Ф. А.** (см. Богачев В. А.) - 120/8/598
- Старчиков С. С.** Термические превращения ферропротона $Fe(C_5H_5)_2$ при давлении 10 ГПа и температурах до 2200 К. Старчиков С.С., Заяханов В.А., Троян И.А., Быков А.А., Булатов К.М., Васильев А.Л., Перекалин Д.С., Снегирёв Н.И., Куликова Е.С., Давыдов В.А., Любутин И.С. - 119/9/668
- Степанов В. А.** (см. Петрова А. Е.) - 120/11/871
- Степанов Е. А.** (см. Савицкий И. В.) - 120/1/5
- Степанов М. Е.** Ближнеполевые эффекты в узлах золотой наносети, выращенной лазерной абляцией в сверхтекучем гелии: кроссовер между "горячими точками" типа "острие" и "зазор". Степанов М.Е., Хоркина С.А., Аржанов А.И., Карабулин А.В., Матюшенко В.И., Наумов А.В. - 120/4/231
- Степина Н. П.** Нелинейный коэффициент Холла в пленках трехмерного топологического изолятора. Степина Н.П., Баженов А.О., Шумилин А.В., Жда-

- нов Е.Ю., Ищенко Д.В., Кириенко В.В., Аксенов М.С., Терещенко О.Е. - 120/3/208
- Стишов С. М.** (см. Петрова А. Е.) - 120/11/871
- Столяров В. А.** (см. Красавин А. В.) - 119/3/234
- Столяр С. В.** (см. Балаев Д. А.) - 120/10/785
- Стрелков И. С.** (см. Селемир В. Д.) - 119/11/825
- Стремоухов С. Ю.** Модель связанных квантовых мемристоров на основе пойманного в ловушку одиночного иона $^{171}\text{Yb}^+$. Стремоухов С.Ю., Форш П.А., Хабарова К.Ю., Колачевский Н.Н. - 119/5/343
- Стриковский А. В.** (см. Зудин И. Ю.) - 119/1/27
- Строков В. Н.** (см. Чумаков Н. К.) - 119/8/598
- Стругацкий М. Б.** (см. Снегирёв Н. И.) - 119/6/452
- Струлева Е. В.** (см. Ашитков С. И.) - 120/8/605
- Сурдин О. М.** (см. Селемир В. Д.) - 119/11/825
- Суров В. О.** (см. Орешкин С. И.) - 119/3/212
- Суровцев Н. В.** (см. Адищев С. В.) - 120/6/470
- Сутырин Д. В.** (см. Вялых А. П.) - 119/4/273
- Сухачёв А. Л.** (см. Иванова О. С.) - 119/2/111
- Суховерхова Д. Д.** Влияние анизотропии на исследование критического поведения спиновых моделей методом машинном обучении. Суховерхова Д.Д., Щур Л.Н. - 120/8/644
- Сухорукова О. С.** Электромагнитная прозрачность магнитной гетероструктуры в условиях многоволновой интерференции. Сухорукова О.С., Тарасенко А.С., Тарасенко С.В., Шавров В.Г. - 119/9/697
- Сущев И. С.** (см. Молотков С. Н.) - 120/7/505
- Сыресин Е. М.** (см. Филатов Ю. Н.) - 120/10/810
- Сыромятников А. Г.** Моделирование процесса формирования нанопроводов Ig на поверхности Ge(001). Сыромятников А.Г., Салецкий А.М., Клавсюк А.Л. - 120/4/273
- Тайченачев А. В.** (см. Юдин В. И.) - 120/1/26
(см. Юдин В. И.) - 120/7/498
- Тарасевич Е. А.** Возможности спектроскопии пробного поля для определения структуры возбужденных состояний в кооперативной системе двух органических молекул. Тарасевич Е.А., Гладуш М.Г. - 120/2/91
- Тарасенко А. С.** (см. Сухорукова О. С.) - 119/9/697
- Тарасенко С. В.** (см. Сухорукова О. С.) - 119/9/697
- Тарасов А. В.** (см. Естюнина Т. П.) - 119/6/439
- Тарасов А. П.** Природа оптического усиления в микростержнях ZnO малого диаметра с модами шепчущей галереи. Тарасов А.П., Задорожная Л.А., Каневский В.М. - 119/12/875
- Тархов М. А.** (см. Чудакова Т. А.) - 120/4/304
- Таусенев А. А.** (см. Назаров М. М.) - 120/7/490
- Тельнова А. Ю.** (см. Курскиев Г. С.) - 119/1/34
- Темная О. С.** Перекачка энергии между связанными планарными магнитными волноводами вблизи осевой точки. Темная О.С., Никитов С.А. - 120/2/125
Влияние спинового эффекта Холла на резонансную частоту и магнитную восприимчивость магнитно-
- го нановолновода. Темная О.С., Никитов С.А. - 120/10/781
- Теплова Н. В.** (см. Курскиев Г. С.) - 119/1/34
- Терехов В. И.** (см. Антонов Н. Н.) - 119/1/3
- Терещенко И. А.** Управление динамическими режимами наноразмерного сверхпроводящего интерферометра. Терещенко И.А., Хренов М.М., Кленов Н.В., Тихонова О.В. - 119/3/219
- Терещенко О. Е.** (см. Степина Н. П.) - 120/3/208
- Тиликин И. Н.** (см. Болховитинов Е. А.) - 120/6/459
- Тимиров Ю. И.** (см. Делев В. А.) - 119/1/59
- Тимофеев Б.** Релаксационные явления в разбавленных, заряженных растворах. Тимофеев Б., Шикин В. - 120/11/877
- Тимурзиева А. Б.** (см. Сараева И. Н.) - 119/7/552
- Титов А. Н.** (см. Горлова И. Г.) - 120/2/138
(см. Болдырев К. Н.) - 120/8/590
- Тихонова О. В.** (см. Терещенко И. А.) - 119/3/219
- Ткачев А. В.** Влияние электрон-дефицитного замещения на спиновую динамику в FeGa₃. Ткачев А.В., Журенок С.В., Бикмухаметова М.Р., Лиханов М.С., Шевельков А.В., Гиппиус А.А. - 120/10/765
- Ткачев М. В.** (см. Ерошенко Ю. Н.) - 120/2/83
- Ткаченко Е. Е.** (см. Курскиев Г. С.) - 119/1/34
- Ткачёв И. И.** (см. Арбузова Е. В.) - 119/7/481
- Тогушова Ю. Н.** (см. Коршунов М. М.) - 119/4/302
- Толордава Э. Р.** (см. Сараева И. Н.) - 120/1/66
(см. Щербинин Д. П.) - 120/10/820
- Толстихина И. Ю.** Процессы ионизации и перезарядки при столкновении протонов с атомами сверхтяжелых элементов. Толстихина И.Ю., Шевелько В.П. - 120/11/844
- Томилин В. А.** Конфигурация “барьер–яма” в схеме квантового гироскопа на основе геометрической фазы атомарного конденсата. Томилин В.А., Ростом А.М., Ильичев Л.В. - 119/5/381
(см. Ростом А. М.) - 120/7/560
(см. Ростом А. М.) - 120/9/728
- Томилин Ф. Н.** (см. Вальков В. В.) - 120/7/521
- Торопов А. А.** (см. Сорокин С. В.) - 120/9/694
- Тотьменинов Е. М.** О возможности умножения частоты колебаний в гигаваттном ультракоротком СВЧ-импульсе. Тотьменинов Е.М., Конев В.Ю., Мутылин О.О., Пегель И.В. - 120/3/219
- Трегубов Д.** (см. Головизин А.) - 119/9/645
- Троицкий С. В.** (см. Куденко М. А.) - 119/5/325
- Трофимов И. В.** (см. Чудакова Т. А.) - 120/4/304
- Трошин Г. А.** (см. Курскиев Г. С.) - 119/1/34
- Троян И. А.** (см. Старчиков С. С.) - 119/9/668
- Трунькин И. Н.** (см. Васильев А. Л.) - 119/12/917
- Туманов В. А.** Критическая температура и параметр порядка в сверхпроводящих гетероструктурах с учетом ненулевой константы связи в полидоменном ферромагнетике. Туманов В.А., Прошин Ю.Н. - 120/8/636
- Тхакур А.** (см. Иванова О. С.) - 119/2/111
- Тхакур П.** (см. Иванова О. С.) - 119/2/111
- Тюхменева Е. А.** (см. Курскиев Г. С.) - 119/1/34

- Тягельская А. М.** (см. Воробьев А. С.) - 120/6/385
- Уваров В. А.** (см. Артамонов А. В.) - 120/8/578
- Ужинский В. В.** К теоретической интерпретации данных о взаимодействиях ядер аргона с ядрами при высоких энергиях. Ужинский В.В., Галоян А.С., Чалый Н.А. - 120/11/838
- Уздин В. М.** (см. Лобанов И. С.) - 119/10/744
- Узунян А. В.** (см. Абрамов В. В.) - 120/6/393
- Ултургашева Е. В.** (см. Сараева И. Н.) - 120/1/66
- Урюпина Д. С.** (см. Пушкирев Д. В.) - 119/8/593
- Усов Ю. А.** (см. Абрамов В. В.) - 120/6/393
- Усольцев А. С.** Сверхпроводящий параметр порядка соединения $RbCa_2Fe_4As_4F_2$. Усольцев А.С., Даниярходжаев А.Т., Гиппиус А.А., Садаков А.В. - 120/12/961
- Успенская Л. С.** (см. Сидельников М. С.) - 119/7/518
(см. Сидельников М. С.) - 120/8/651
- Успенская Ю. А.** (см. Лихачев К. В.) - 120/5/367
- Уханов М. Н.** (см. Антонов Н. Н.) - 119/1/3
- Учаев М. В.** (см. Лихачев К. В.) - 119/2/82
(см. Лихачев К. В.) - 120/5/367
- Федорова Н. А.** (см. Вальков В. В.) - 120/7/521
- Федосеев А. Д.** Связанные состояния магнитных скирмионов высокого порядка и сверхпроводящего вихря Пирла. Федосеев А.Д., Шустин М.С., Дзебисашвили Д.М. - 120/7/539
- Федосеев А. И.** (см. Дерец Н. К.) - 120/10/774
- Федотов А. Б.** (см. Митрофанов А. В.) - 119/3/166
(см. Хайруллин А. Ф.) - 119/5/336
(см. Савицкий И. В.) - 120/1/5
- Федотова Я. В.** (см. Щепетильников А. В.) - 119/11/840
- Федотов И. В.** (см. Хайруллин А. Ф.) - 119/5/336
- Федягин А. А.** (см. Бессонов В. О.) - 119/4/257
(см. Новиков И. А.) - 119/9/651
(см. Колосов Г. А.) - 120/12/970
- Филанович А. Н.** Фононные спектры и решеточная теплопроводность высокоэффективного термоэлектрика $SnSe$. Филанович А.Н., Повзнер А.А. - 120/3/203
- Филатов Ю. Н.** Компенсация влияния несовершенства структуры Нуклotronа/ОИЯИ на поляризацию протонов в области целого спинового резонанса (Миниобзор). Филатов Ю.Н., Кондратенко А.М., Николаев Н.Н., Сеничев Ю.В., Кондратенко М.А., Виноградов С.В., Цыплаков Е.Д., Чернышов А.И., Бутенко А.В., Костромин С.А., Ладыгин В.П., Сыретин Е.М., Бутенко Е.А., Гурылева И.Л., Мельников А.А., Аксентьев А.Е. - 120/10/810
- Филимонов Ю. А.** (см. Никулин Ю. В.) - 119/9/676
- Филин А. П.** (см. Артамонов А. В.) - 120/8/578
- Филипов В. Б.** (см. Хрыкина О. Н.) - 119/2/150
- Филиппов С. Н.** (см. Артамонов А. В.) - 120/8/578
- Флахбарт К.** (см. Азаревич А. Н.) - 119/12/909
- Фоминов Я. В.** (см. Камашев А. А.) - 119/4/296
- Фомичёв С. А.** Пороговая фотогенерация биэкситонов в нанокристаллах на основе прямозонных полупроводников. Фомичёв С.А., Бурдов В.А. - 120/11/856
- Форш П. А.** (см. Стремоухов С. Ю.) - 119/5/343
- Фролов М. В.** (см. Романов А. А.) - 119/3/180
- Фроловцев Д. Н.** Об улучшении степени поляризационной запутанности в двухкристальной схеме СПР. Фроловцев Д.Н., Магницкий С.А. - 119/1/66
- Хабарова К. Ю.** (см. Стремоухов С. Ю.) - 119/5/343
- Хайдуков Е. В.** (см. Жигариков В. С.) - 120/2/157
- Хайдуков З. В.** Дзета-регуляризация в эффекте разделения киральныхностей. Хайдуков З.В. - 119/9/707
- Хайруллин А. Ф.** Источник междиапазонных фотонных пар на основе фотонно-кристаллического волокна с непрерывной накачкой. Хайруллин А.Ф., Смирнова А.М., Арсланов Н.М., Федотов А.Б., Моисеев С.А., Федотов И.В., Смирнов М.А. - 119/5/336
- Ханин Ю. Н.** (см. Вдовин Е. Е.) - 120/11/889
- Харинцев С. С.** (см. Батталова Э. И.) - 120/10/760
- Хасанов С. С.** (см. Петрова А. Е.) - 120/11/871
- Хаустов Г. В.** (см. Артамонов А. В.) - 120/8/578
- Хафизов А. А.** (см. Волков Д. А.) - 119/5/348
- Хватов В. А.** (см. Жутиков И. Н.) - 119/3/158
- Хивинцев Ю. В.** (см. Никулин Ю. В.) - 119/9/676
- Хисамеева А. Р.** (см. Щепетильников А. В.) - 119/11/840
- Хитун А. Г.** (см. Никулин Ю. В.) - 119/9/676
- Ходасевич И. А.** Кратное повышение эффективности пикосекундного ВКР в воде при возбуждении бесселевыми лазерными пучками. Ходасевич И.А., Водчиц А.И., Першин С.М., Орлович В.А., Гришин М.Я. - 119/2/94
- Холоденко С. А.** (см. Артамонов А. В.) - 120/8/578
- Хоник В. А.** (см. Кончаков Р. А.) - 119/6/446
(см. Макаров А. С.) - 120/10/794
- Хоркина С. А.** (см. Степанов М. Е.) - 120/4/231
- Хоробрых Ф. С.** (см. Попов М. Ю.) - 120/8/615
- Хохлов В. А.** Синхронное детектирование нелинейных явлений в оптоакустических осцилляциях наполненки, инициированных фемтосекундным лазерным импульсом. Хохлов В.А., Ромашевский С.А., Ашитков С.И., Иногамов Н.А. - 120/7/550
- Храпова Е. К.** (см. Бельская Н. А.) - 120/4/252
- Хренов М. М.** (см. Терещенко И. А.) - 119/3/219
- Хрыкина О. Н.** Электронный фазовый переход в соединении с тяжелыми фермионами CeB_6 . Хрыкина О.Н., Болотина Н.Б., Гридчина В.М., Азаревич А.Н., Красиков К.М., Шицевалова Н.Ю., Филипов В.Б., Гаврилкин С.Ю., Цветков А.Ю., Случанко Н.Е. - 119/2/150
(см. Азаревич А. Н.) - 119/12/909
- Худяков А. А.** (см. Артамонов А. В.) - 120/8/578
- Хутиева А. Б.** (см. Моргунов Р. Б.) - 119/4/289
- Царёв Д. В.** Случайная лазерная генерация в условиях диссипативного туннелирования в сетевом квантовом материале. Царёв Д.В., Моругин Е.С., Аладжанц А.П. - 120/5/326

- Цветков А. Ю.** (см. Хрыкина О. Н.) - 119/2/150
 (см. Азаревич А. Н.) - 119/12/909
 (см. Бельская Н. А.) - 120/4/252
- Цзиао Ц. Ч.** (см. Кончаков Р. А.) - 119/6/446
 (см. Макаров А. С.) - 120/10/794
- Цыганков Е. А.** (см. Чучелов Д. С.) - 119/1/16
 “Асимметрия ветвления” резонанса когерентного пленения населеностей. Цыганков Е.А., Чучелов Д.С., Васьковская М.И., Зибров С.А., Васильев В.В., Величанский В.Л. - 120/1/32
- Цыплаков Е. Д.** (см. Филатов Ю. Н.) - 120/10/810
- Цыплухин В. А.** (см. Григорьев П. Д.) - 120/12/911
- Чалый Н. А.** (см. Ужинский В. В.) - 120/11/838
- Чащин М. В.** (см. Назаров М. М.) - 120/7/490
- Ченцов С. И.** (см. Кривобок В. С.) - 120/5/354
- Черепахин А. Б.** (см. Павлов Д. В) - 119/10/738
- Черненко А. В.** (см. Голышков Г. М.) - 120/4/279
- Чернов А. И.** (см. Моргунов Р. Б.) - 119/4/289
 (см. Шуклин Ф. А.) - 120/9/714
- Чернозатонский Л. А.** (см. Ерохин С. В.) - 119/11/831
- Черных И. А.** (см. Чумаков Н. К.) - 119/8/598
- Чернышева Л. В.** Задержка электронов при фотоионизации 2s- и 2p-оболочек Ne с учетом рассеяния фотоэлектронов. Чернышева Л.В., Яржемский В.Г. - 120/3/184
- Чернышов А. И.** (см. Филатов Ю. Н.) - 120/10/810
- Чернышов Д. О.** (см. Дремин И. М.) - 120/2/79
- Честнов И.** (см. Бочин А.) - 119/12/890
- Чефонов О. В.** (см. Ашитков С. И.) - 120/8/605
- Чикуров Д. С.** (см. Бельская Н. А.) - 120/4/252
- Чичков В. И.** (см. Жданова М. В.) - 119/6/426
 (см. Чудакова Т. А.) - 120/4/304
- Чичков М. В.** (см. Чудакова Т. А.) - 120/4/304
- Чувильский Ю. М.** (см. Родкин Д. М.) - 119/10/723
- Чудакова Т. А.** Влияние методов травления на диэлектрические потери кубитов-трансмонов. Чудакова Т.А., Мажорин Г.С., Трофимов И.В., Руденко Н.Ю., Мумляков А.М., Казьмина А.С., Егорова Е.Ю., Гладилович П.А., Чичков М.В., Малеева Н.А., Тархов М.А., Чичков В.И. - 120/4/304
- Чуев М. А.** (см. Лобачев А. В.) - 120/12/946
- Чумаков Н. К.** Магнетосопротивление и симметрия двумерного электронного газа гетероструктур AlGaN/AlN/GaN. Чумаков Н.К., Андреев А.А., Белов И.В., Давыдов А.Б., Езубченко И.С., Лев Л.Л., Моргун Л.А., Николаев С.Н., Черных И.А., Шабанов С.Ю., Стреков В.Н., Валеев В.Г. - 119/8/598
- Чучелов Д. С.** Контраст Рэмы-КПН резонансов в тушащих и деполяризующих газах. Чучелов Д.С., Васьковская М.И., Цыганков Е.А., Зибров С.А., Сабакар К.М., Васильев В.В., Величанский В.Л. - 119/1/16
 (см. Цыганков Е. А.) - 120/1/32
- Шабанов С. Ю.** (см. Чумаков Н. К.) - 119/8/598
- Шавров В. Г.** (см. Сухорукова О. С.) - 119/9/697
- Шаненко А. А.** (см. Красавин А. В.) - 119/3/234
- Шапкин М. М.** (см. Артамонов А. В.) - 120/8/578
- Шаров И. А.** (см. Бахарева О. А.) - 119/11/810
- Шевельков А. В.** (см. Ткачев А. В.) - 120/10/765
- Шевелько В. П.** (см. Толстихина И. Ю.) - 120/11/844
- Шевлягин А. В.** (см. Гурбатов С. О.) - 119/12/882
- Шевырин А. А.** (см. Похабов Д. А.) - 119/5/372
- Шеин И. Р.** (см. Павлов Н. С.) - 120/2/146
- Шелковенко Т. А.** (см. Болховитинов Е. А.) - 120/6/459
- Шелыгина С. Н.** (см. Сараева И. Н.) - 119/7/552
- Шерстобитов А. А.** (см. Миньков Г. М.) - 120/5/359
- Шикин А. М.** (см. Естюнина Т. П.) - 119/6/439
- Шикин В.** (см. Тимофеев Б.) - 120/11/877
- Шилов А. И.** (см. Кузьмичев С. А.) - 120/2/130
- Шиманский С. С.** (см. Антонов Н. Н.) - 119/1/3
- Ширяев В. С.** (см. Кузьмин Е. В.) - 119/4/267
- Шицевалова Н. Ю.** (см. Хрыкина О. Н.) - 119/2/150
 (см. Вяслев О. М.) - 119/7/524
 (см. Азаревич А. Н.) - 119/12/909
- Шишова М. В.** (см. Вялых А. П.) - 119/4/273
- Шориков А. О.** (см. Дедов Г. С.) - 119/9/684
- Шорохов А. С.** (см. Колосов Г. А.) - 120/12/970
- Шохрина А. О.** (см. Балаев Д. А.) - 120/10/785
- Шохрин Д. В.** Пылевая плазма у поверхности Энцелада – спутника Сатурна. Шохрин Д.В., Копнин С.И., Попель С.И. - 119/6/419
- Шпаков К. В.** (см. Паркевич Е. В.) - 120/2/111
- Штеникова А. М.** (см. Миронов С. А.) - 119/5/330
- Шуклин Ф. А.** Концепция собирающей металинзы на чипе в качестве миниатюрного сенсора флуоресценции одиночных молекул. Шуклин Ф.А., Барулина Е.Ю., Новиков С.М., Чернов А.И., Барулин А.В. - 120/9/714
- Шумилин А. В.** (см. Степина Н. П.) - 120/3/208
- Шуравин Н. С.** (см. Карелина Л. Н.) - 119/8/616
 Обобщенная модель сверхпроводникового сигмайдиона. Шуравин Н.С., Карелина Л.Н., Ионин А.С., Разорёнов Ф.А., Сидельников М.С., Егоров С.В., Больгинов В.В. - 120/11/863
- Шуртакова Д. В.** (см. Мурзаханов Ф. Ф.) - 119/8/587
- Шустин М. С.** (см. Федосеев А. Д.) - 120/7/539
- Щеглов П. А.** (см. Назаров М. М.) - 120/7/490
- Щеголев П. Б.** (см. Курскиев Г. С.) - 119/1/34
- Щепетильников А. В.** Фазовый переход вблизи нечетного фактора заполнения $\nu = 3$. Щепетильников А.В., Николаев Г.А., Андреева С.А., Хисамеева А.Р., Федотова Я.В., Дрёмин А.А., Кукушкин И.В. - 119/11/840
- Шербаков О. А.** (см. Воробьев А. С.) - 120/6/385
- Шербаченко А. А.** (см. Молотков С. Н.) - 119/5/390
- Шербинин Д. П.** Наноструктурированные микропорошки $\text{Gd}_2\text{O}_3:\text{Yb}$ для антибактериальной гипертермии. Шербинин Д.П., Булыга Д.В., Сараева И.Н., Толордава Э.Р., Пеунков А.А., Долгинцев

Д.М., Бабкина А.Н., Иванов А.В., Кудряшов С.И.
- 120/10/820

Щур Л. Н. (см. Суховерхова Д. Д.) - 120/8/644

Эдельман И. С. (см. Иванова О. С.) - 119/2/111

Элиович Я. А. Новые возможности для анализа деформаций колеблющихся кристаллов с помощью рентгеновской визуализации кривой качания. Элиович Я.А., Петров И.И., Коржов В.А., Аккуратов В.И., Писаревский Ю.В. - 120/5/377

Энтин М. В. (см. Кузьмин Н. С.) - 119/12/925

Юдин В. И. Теория композитных рамсеевских последовательностей радиочастотных импульсов вне рамок резонансного приближения. Юдин В.И., Прудников О.Н., Тайченачев А.В., Басалаев М.Ю., Пальчиков В.Г., Багаев С.Н. - 120/1/26
Рамсеевская спектроскопия резонансов КПН на D₁ линии атомов щелочных металлов в миниатюрных ячейках в поле встречных волн с противоположными круговыми поляризациями.

Юдин В.И., Басалаев М.Ю., Раднатаров Д.А., Громов И.В., Радченко М.Д., Кобцев С.М., Тайченачев А.В. - 120/7/498

Юдин Д. (см. Парадеженко Г.) - 119/6/459

Юдин П. В. (см. Юрков А. С.) - 120/6/424

Юрков А. С. О флексоэлектричестве в многодоменном сегнетоэлектрике. Юрков А.С., Юдин П.В. - 120/6/424

Юсупов В. И. (см. Жигарьков В. С.) - 120/2/157

Ющенко О. П. (см. Артамонов А. В.) - 120/8/578

Ягупов С. В. (см. Снегирёв Н. И.) - 119/6/452

Яковleva B. B. (см. Лихачев К. В.) - 119/2/82

Яковлев С. Л. (см. Градусов В. А.) - 119/3/151

Якутин А. Е. (см. Абрамов В. В.) - 120/6/393

Якушкин Н. В. (см. Митрофанов А. В.) - 119/3/166

Яньков В. В. (см. Курскиев Г. С.) - 119/1/34

Яржемский В. Г. (см. Чернышева Л. В.) - 120/3/184

Ярошевич А. С. (см. Кузьмин Н. С.) - 119/12/925

Предметный указатель томов 119-120 за 2024 г.

EDN: SXXBBW

Рубрики

1. Поля, частицы, ядра

2. Астрофизика и космология

3. Оптика, лазерная физика

3.1. Нелинейная оптика

3.2. Спектры, излучение

3.3. Взаимодействие с веществом излучения, быстрых атомов, ионов и элементарных частиц

3.4. Квантовая оптика

4. Плазма, гидро- и газодинамика

4.1. Гидро- и газодинамика, разное

4.2. Плазма

5. Конденсированное состояние

5.1. Квантовые жидкости, ультрахолодные газы

5.2. Жидкости и жидкие кристаллы

5.3. Структура, фазовые переходы, механические свойства, дефекты

5.4. Динамика решетки, тепловые эффекты

5.5. Электронные свойства объемных твердых тел

5.6. Магнитные свойства и спинtronика

5.7. Сверхпроводимость

5.8. Неоднородные, неупорядоченные и частично-упорядоченные системы

5.9. Низкоразмерные системы, поверхности, интерфейсы

5.10. Одномерные и квазиодномерные системы, квантовые точки

6. Методы физических исследований

6.1. Методы теоретической физики

6.2. Методы экспериментальной физики

7. Нелинейные явления

8. Квантовая информатика

9. Биофизика

10. Разное

12. Мультидисциплинарное

1. Поля, частицы, ядра

- 1.1 Особенности рождения антипротонов с большими попечерными импульсами под углом 40° в $p + A$ взаимодействиях при энергии пучка 50 ГэВ. Антонов Н.Н., Викторов В.А., Гапиенко В.А., Гапиенко Г.С., Лобов И.В., Новоскольцев Ф.Н., Прудкогляд А.Ф., Семак А.А., Соловьев И.П., Терехов В.И., Уханов М.Н., Шиманский С.С. - 119/1/3
- 1.2 On production of heavy charged particles in $\gamma\gamma$ fusion at planned pp colliders. Godunov S.I., Karkaryan E.K., Novikov V.A., Rozanov A.N., Vysotsky M.I., Zhemchugov E.V. - 119/1/7
- 1.3 Однопетлевые электрослабые радиационные поправки к поляризованному процессу $e^+e^- \rightarrow \gamma Z$. Бондаренко С.Г., Дыдышко Е.В., Калиновская Л.В., Румянцев Л.А., Садыков Р.Р., Ермольчик В.Л. - 119/2/75
- 1.4 Осцилляции Гайлитиса–Дамбурга в трехчастичной системе $e^-e^+\bar{p}$. Градусов В.А., Яковлев С.Л. - 119/3/151
- 1.5 Влияние учета детальной геометрии активной зоны на поток антинейтрино от реактора ВВЭР-1000. Жутиков И.Н., Литвинович Е.А., Хватов В.А. - 119/3/158
- 1.6 К теории катастроф для гомологий Хованова–Рожанского. Анохина А. - 119/7/475
- 1.7 Вычисление сечений резонансного рассеяния нейтронов на ядре ${}^9\text{Be}$ с использованием данных *ab initio* расчетов асимптотических нормировочных коэффициентов и распадных ширин. Родкин Д.М., Чувильский Ю.М. - 119/10/723
- 1.8 Shadowing and antishadowing in the rescaling model. Kotikov A.V., Lipatov A.V., Zhang P.M. - 119/10/729
- 1.9 Schwinger-like pair production of baryons in electric field. Gorsky A., Pikalov A. - 119/10/731
- 1.10 Проверка модели “бегущей аксиальной массы” на данных по рассеянию мюонных нейтрино на ядрах в ближнем детекторе NOvA. Какорин И.Д., Наумов В.А., Самойлов О.Б. - 119/11/785
- 1.11 Double parton scattering versus jet quenching. Baranov S.P., Lipatov A.V., Malyshev M.A., Snigirev A.M. - 119/11/796
- 1.12 Refined TMD gluon density in a proton from the HERA and LHC data. Lipatov A.V., Lykasov G.I., Malyshev M.A. - 119/11/798

- 1.13 Массы u , d и s кварков. Осипов А.А. - 119/12/869
- 1.14 First observation of universality of short range nucleon correlations in the production of strange mesons. Kiselev Yu.T. - 120/1/3
- 1.15 Рождение позитронов космическими лучами. Дремин И.М., Д.О.Чернышов - 120/2/79
- 1.16 Jet quenching for hadron-tagged jets in pA collisions . Zakharov B.G. - 120/3/169
- 1.17 Измерение сечения деления ядер ^{237}Np нейтронами с энергиями 0.3–500 МэВ. Воробьев А.С., Гагарский А.М., Щербаков О.А., Вайшнене Л.А., Тягельская А.М., Ольхович Н.М., Барабанов А.Л. - 120/6/385
- 1.18 Наблюдение поляризации Л-гиперонов, образованных при взаимодействии K^- -мезонов с ядрами. Абрамов В.В., Моисеев В.В., Алексеев И.Г., Бажанов Н.А., Борисов Н.С., Васильев А.Н., Гончаренко Ю.М., Городнов И.С., Гриднев А.Б., Калугин Н.К., Козленко Н.Г., Мельник Ю.М., Мещанин А.П., Минаев Н.Г., Морозов Д.А., Мочалов В.В., Неганов А.Б., Нестеров В.М., Новиков К.Д., Новинский Д.В., Ногач Л.В., Нурушева М.Б., Прудкогляд А.Ф., Рыжиков С.В., Рыков В.Л., Рыльцов В.В., Рязанцев А.В., Самигуллин Э.И., Свирида Д.Н., Семенов П.А., Узунян А.В., Усов Ю.А., Якутин А.Е. - 120/6/393
- 1.19 Двухнуcléонные импульсные распределения и короткодействующие корреляции нуклонов. Рубцова О.А., Померанцев В.Н. - 120/8/571
- 1.20 Ограничение на относительную вероятность распада $K^+ \rightarrow \pi^0 \pi^0 e^+ \nu$. Артамонов А.В., Бычков В.Н., Донсков С.В., Филин А.П., Филиппов С.Н., Горин А.М., Гущин Е.Н., Инякин А.В., Кекелидзе Г.Д., Хаустов Г.В., Холodenко С.А., Худяков А.А., Колосов В.Н., Коноплянников А.К., Кравцов В.И., Куденко Ю.Г., Кулик А.В., Куршецов В.Ф., Липшин В.А., Лысан В.М., Медынский М.В., Образцов В.Ф., Охотников А.В., Поляков В.А., Поляруш А.Ю., Романовский В.И., Рыкалин В.И., Садовский А.С., Самойленко В.Д., Шапкин М.М., Тюрин И.С., Уваров В.А., Ющенко О.П., Залиханов Б.Ж. - 120/8/578
- 1.21 Двухпетлевые КЭД/КХД поправки в поляризованном $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ процессе в SANCphot. Бондаренко С., Исадыков А., Калиновская Л., Сапронов А., Сейтова Д. - 120/11/833
- 1.22 К теоретической интерпретации данных о взаимодействиях ядер аргона с ядрами при высоких энергиях. Ужинский В.В., Галоян А.С., Чалый Н.А. - 120/11/838
- 1.23 Heavy quark contributions in Bjorken sum rule with analytic coupling. Gabdrakhmanov I.R., Gramotkov N.A., Kotikov A.V., Teryaev O.V., Volkova D.A., Zemlyakov I.A. - 120/11/842
- 1.24 Процессы ионизации и перезарядки при столкновении протонов с атомами сверхтяжелых элементов. Толстихина И.Ю., Шевелько В.П. - 120/11/844
- 1.25 Метод измерения отклонения от закона Ламберта при диффузном рассеянии ультрахолодных нейтронов на материальных стенках. Григорьев П.Д., Кочев В.Д., Цыплухин В.А., Дюгаев А.М., Полищук И.Я. - 120/12/911

2. Астрофизика и космология

- 2.1 Аномальные корреляции космических лучей, просмотренные с использованием полной по всему небу выборки лацертид. Куденко М.А., Троицкий С.В. - 119/5/325
- 2.2 Возмущения в теории Хорндейки над анизотропным космологическим фоном. Миронов С.А., Штенникова А.М. - 119/5/330
- 2.3 Открытие новых окон в раннюю Вселенную с помощью многоканальной астрономии (Мини-обзор). Арбузова Е.В., Долгих К.А., Долгов А.Д., Калашёв О.Е., Корочкин А.А., Панасенко Л.А., Поздняков Н.А., Рубцов Г.И., Руденко А.С., Ткачёв И.И. - 119/7/481
- 2.4 Торсионно-вращательные переходы в метаноле как зонды фундаментальных физических постоянных – масс электрона и протона. Воротынцева Ю.С., Левшаков С.А. - 119/9/635
- 2.5 Свойства центральных областей гало темной материи в модели с бампом в спектре мощности возмущений плотности. Ерошенко Ю.Н., Лукаш В.Н., Михеева Е.В., Пилипенко С.В., Ткачев М.В. - 120/2/83
- 2.6 К вопросу о плазменно-пылевых процессах в физике комет. Попель С.И., Голубь А.П., Зеленый Л.М. - 120/5/317
- 2.7 Поле тяготения сплошной самогравитирующей среды и “темная материя”. Журавлев В.М. - 120/6/400
- 2.8 Оценка состава космических лучей сверхвысоких энергий методом мюонной корреляции по данным Якутской установки ШАЛ. Глушков А.В., Ксенофонтов Л.Т., Лебедев К.Г., Сабуров А.В. - 120/6/409
- 2.9 Альтернативная идея об источнике барионной асимметрии во Вселенной. Вергелес С.Н. - 120/7/481
- 2.10 *Devoted to memory of Alexei Alexandrovich Starobinsky* *Schwinger vs Unruh*. Volovik G.E. - 120/9/659
- 2.11 Спектр первичных гравитационных волн в кванто-

вой версии конформной ОТО. Арбузов А.Б., Никитенко А.А. - 120/11/895

3. Оптика, лазерная физика

3.1. Нелинейная оптика

- 3.1.1 Самофокусировка и фазовая самомодуляция сфокусированного фемтосекундного лазерного луча в плавленом кварце при около критической мощности. Киняевский И.О., Корибут А.В., Данилов П.А., Кудряшов С.И. - 119/1/9
- 3.1.2 Правило сохранения электрической площади и применимость различных моделей распространения предельно коротких импульсов. Пахомов А.В., Розанов Н.Н., Архипов М.В., Архипов Р.М. - 119/2/100
- 3.1.3 Ленты эллипсов поляризации в непараксиальных оптических полях (Мини-обзор). Григорьев К.С., Кузнецов Н.Ю., Макаров В.А. - 119/8/565
- 3.1.4 Столкновения световых пуль разной круговой поляризации. Рубан В.П. - 119/8/579
- 3.1.5 Времяразрешающее детектирование терагерцового отклика фотодинамически сформированных плазмонных метаповерхностей. Новиков И.А., Кирьянов М.А., Стадничук В.И., Долгова Т.В., Федянин А.А. - 119/9/651
- 3.1.6 Устойчивость формирования изображения с использованием тераструи относительно сдвига пучка. Поддубская О.Г., Новицкий А.В., Минин О.В., Минин И.В. - 119/9/658
- 3.1.7 Преобразование частоты фемтосекундного импульса титан-сапфирового лазера в длинноволновую область среднего ИК диапазона в кристалле BaGa₂GeSe₆. Киняевский И.О., Корибут А.В., Грудцын Я.В., Ионин М.В. - 119/10/733
- 3.1.8 Фазочувствительная плазменная нелинейность, управляемая предельно короткими импульсами. Савицкий И.В., Глек П.Б., Алиев Р.М., Степанов Е.А., Воронин А.А., Ланин А.А., Федотов А.Б. - 120/1/5
- 3.1.9 Стабилизация оптических пузырей вблизи оси винтового световода. Рубан В.П. - 120/2/104
- 3.1.10 Тройки связанных пространственных солитонов в тонкой левоориентированной пленке на правоориентированной подложке с эффектом Керра. Буллер А.С., Литвинов Р.В. - 120/3/171
- 3.1.11 Ближнеполевые эффекты в узлах золотой наносети, выращенной лазерной аблацией в сверхтекучем гелии: кроссовер между “горячими точками” типа “острие” и “зазор”. Степанов М.Е., Хоркина С.А., Аржанов А.И., Карабулин А.В., Матюшенко В.И., Наумов А.В. - 120/4/231
- 3.1.12 Интерференционные резонансы фотона и нелиней-

ности в ангармоническом осцилляторе. Башаров А.М. - 120/6/417

- 3.1.13 Генерация второй гармоники, сопровождаемая формированием высокointенсивных световых пуль. Сазонов С.В. - 120/8/583
- 3.1.14 Матрица корреляций градиентов фазы световой волны как способ измерения основных параметров турбулентности. Богачев В.А., Колоколов И.В., Лебедев В.В., Стариков Ф.А. - 120/8/598
- 3.1.15 Формула Марбургера для эллиптически поляризованных световых пучков в нелинейной нелокальной среде. Кузнецов Н.Ю., Григорьев К.С., Макаров В.А. - 120/9/661
- 3.1.16 Мелкомасштабные световые структуры в керровской среде. Рубан В.П. - 120/10/745
- #### 3.2. Спектры, излучение
- 3.2.1 Полностью оптическая сканирующая спектроскопия антипересечения электронных и ядерных спиновых уровней в кристалле 4Н- SiC. Лихачев К.В., Вейшторт И.П., Учаев М.В., Батуева А.В., Яковлева В.В., Гурин А.С., Бабунц Р.А., Баранов П.Г. - 119/2/82
- 3.2.2 Кратное повышение эффективности пикосекундного ВКР в воде при возбуждении бесселевыми лазерными пучками. Ходасевич И.А., Водчиц А.И., Першин С.М., Орлович В.А., Гришин М.Я. - 119/2/94
- 3.2.3 Однофотонное фемтосекундное лазерное возбуждение фотолюминесценции Н3- и Н4-центров природного алмаза для измерения их концентраций. Кудряшов С.И., Данилов П.А., Винс В.Г., Помазкин Д.А., Пахольчук П.П., Скориков М.Л., Сметанин И.В., Дуонг Ф.В., Минг Ф.Х. - 119/3/174
- 3.2.4 Двухэлектронный механизм генерации высших гармоник атомом в интенсивном инфракрасном поле и аттосекундном импульсе. Романов А.А., Силаев А.А., Введенский Н.В., Фролов М.В. - 119/3/180
- 3.2.5 High-fidelity and robust stimulated Raman transition with parameter-modulated optimal control. Wu X.-X., Li S., Zhou J., Xue Z.-Y. - 119/4/265
- 3.2.6 Источник междиапазонных фотонных пар на основе фотонно-кристаллического волокна с непрерывной накачкой. Хайруллин А.Ф., Смирнова А.М., Арсланов Н.М., Федотов А.Б., Моисеев С.А., Федотов И.В., Смирнов М.А. - 119/5/336
- 3.2.7 Оптическая спиновая инициализация азотвакансационных центров в изотопно-обогащенном (²⁸Si) кристалле 6Н-SiC для квантовых технологий. Мурзаханов Ф.Ф., Садовникова М.А., Мамин Г.В., Шуртакова Д.В., Мохов Е.Н., Казарова О.П., Гафуров М.Р. - 119/8/587

- 3.2.8 Источники одиночных фотонов внутри пузырьков на гомо-интерфейсе слоев гексагонального нитрида бора. Грищенко А.В., Пугачев М.В., Аврамчиков М.О., Витухновский А.Г., Кунцевич А.Ю. - 119/11/802
- 3.2.9 Теория композитных рамсеевских последовательностей радиочастотных импульсов вне рамок резонансного приближения. Юдин В.И., Прудников О.Н., Тайченачев А.В., Басалаев М.Ю., Пальчиков В.Г., Багаев С.Н. - 120/1/26
- 3.2.10 Возможности спектроскопии пробного поля для определения структуры возбужденных состояний в кооперативной системе двух органических молекул. Тарасевич Е.А., Гладуш М.Г. - 120/2/91
- 3.2.11 Покрывающая способность наночастиц сульфида серебра в сульфидных композитах. Садовников С.И., Леонидов И.И., Валеева А.А., Гусев А.И. - 120/3/178
- 3.2.12 Корреляционная теория флюктуаций флуоресценции одиночных молекул, случайно движущихся в наноколодце. Клинов В.В. - 120/4/238
- 3.2.13 Случайная лазерная генерация в условиях дисипативного туннелирования в сетевом квантовом материале. Царёв Д.В., Моругин Е.С., Алоджанц А.П. - 120/5/326
- 3.2.14 Рамсеевская спектроскопия резонансов КПН на D₁ линии атомов щелочных металлов в миниатюрных ячейках в поле встречных волн с противоположными круговыми поляризациями. Юдин В.И., Басалаев М.Ю., Раднаторов Д.А., Громов И.В., Радченко М.Д., Кобцев С.М., Тайченачев А.В. - 120/7/498
- 3.2.15 Спектры пропускания инфракрасного излучения в TiS₃: край фундаментального поглощения, фононы и экситоны. Болдырев К.Н., Мостовщикова Е.В., Титов А.Н., Покровский В.Я., Горлова И.Г. - 120/8/590
- 3.2.16 Особенности резонансного комбинационного рассеяния света в ультратвердом аморфном углероде. Попов М.Ю., Хоробрых Ф.С., Климин С.А., Овсянников Д.А. - 120/8/615
- 3.2.17 Термометрия разупорядоченных твердых тел на основе электронного комбинационного рассеяния света. Батталова Э.И., Харинцев С.С. - 120/10/760
- 3.3. Взаимодействие с веществом излучения, быстрых атомов, ионов и элементарных частиц**
- 3.3.1 Генерация терагерцового излучения релятивистскими лазерными импульсами на поверхности толстых твердотельных мишней и тонких фольг. Митрофанов А.В., Рожко М.В., Назаров М.М., Якушкин Н.В., Воронин А.А., Федотов А.Б., Сидоров-Бирюков Д.А. - 119/3/166
- 3.3.2 Оптический захват и перемещение микрочастиц ближним полем блоховских поверхностных волн в полимерных волноводах. Бессонов В.О., Розанов А.Д., Федягин А.А. - 119/4/257
- 3.3.3 Enhancement of terahertz radiation from saccharide solutions induced by femtosecond laser pulses. Chang Ch., Shen T., Wang H., Li H., Wang T., Liu J., He G., Zhang Y., Li L. - 119/4/263
- 3.3.4 Структурная микромодификация алмаза фемтосекундными лазерными импульсами через оптический контакт с нелинейной сильнорефрактивной иммерсионной средой. Кузьмин Е.В., Красин Г.К., Гулина Ю.С., Данилов П.А., Помазкин Д.А., Горевой А.В., Кузнецов С.В., Воронов В.В., Ковалев В.Ю., Кудряшов С.И., Левченко А.О., Караксина Э.В., Ширяев В.С. - 119/4/267
- 3.3.5 Прямое многофотонное фемтосекундное ИК-лазерное возбуждение решетки алмаза в двухфotonной области и модификация центров окраски. Смирнов Н.А., Гулина Ю.С., Буслеев Н.И., Пахольчук П.П., Горевой А.В., Винс В.Г., Кудряшов С.И. - 119/6/411
- 3.3.6 “Аномальный” фотоэффект в методе сверхбыстрой электронной дифракции. Асеев С.А., Миронов Б.Н., Пойдашев Д.Г., Ищенко А.А., Рябов Е.А. - 119/7/492
- 3.3.7 Формирование О-образной структуры в красном крыле частотно-углового спектра при филаментации на протяженной атмосферной трассе. Пушкарев Д.В., Селезнев Л.В., Ризаев Г.Э., Урюпина Д.С., Жидовцев Н.А., Косарева О.Г., Савельев А.Б. - 119/8/593
- 3.3.8 Взаимосвязь параметров двулучепреломления и иерархической пространственной структуры микротреков, записанных в объеме плавленого кварца ультракороткими лазерными импульсами. Гулина Ю.С., Рупасов А.Е., Красин Г.К., Буслеев Н.И., Грищенко И.В., Богацкая А.В., Кудряшов С.И. - 119/9/638
- 3.3.9 Генерация третьей гармоники в плазмонных металповерхностях, изготовленных методом прямой фемтосекундной лазерной печати. Павлов Д.В., Чепрахин А.Б., Жижченко А.Ю., Сергеев А.А., Мицай Е.В., Кучмижак А.А., Кудряшов С.И. - 119/10/738
- 3.3.10 Фототермическая конверсия и лазерно-индцированные трансформации в сплавных кремний-германиевых наночастицах. Гурбатов

- С.О., Шевлягин А.В., Жижченко А.Ю., Модин Е.Б., Кучмижак А.А., Кудряшов С.И. - 119/12/882
- 3.3.11 Задержка электронов при фотоионизации $2s$ - и $2p$ -оболочек Ne с учетом рассеяния фотоэлектронов. Чернышева Л.В., Яржемский В.Г. - 120/3/184
- 3.3.12 Гибридное фотовозбуждение сверхчистого алмаза фемтосекундными лазерными импульсами среднего ИК-диапазона. Кудряшов С.И., Смирнов Н.А., Буга С.Г., Бланк В.Д., Пахольчук П.П., Буслеев Н.И., Корнилов Н.В. - 120/5/340
- 3.3.13 Ускорение электронов при воздействии тераваттного фемтосекундного лазерного излучения на кластеры азота. Назаров М.М., Семенов Т.А., Таусенев А.А., Чащин М.В., Щеглов П.А., Лазарев А.В., Сидоров-Бирюков Д.А., Митрофанов А.В., Гордиенко В.М., Панченко В.Я. - 120/7/490
- 3.3.14 Неравновесный нагрев электронов, плавление и модификация нанопленки никеля ультракоротким импульсом терагерцового излучения. Ашитков С.И., Комаров П.С., Овчинников А.В., Ромашевский С.А., Струлева Е.В., Чефонов О.В., Агранат М.Б. - 120/8/605
- 3.3.15 Наблюдение резонансной радиационно-столкновительной передачи колебательной энергии в молекулах при лазерном ИК многофотонном возбуждении в двухкомпонентной среде. Макаров Г.Н., Петин А.Н. - 120/8/620
- 3.3.16 Экстремальные флуктуации интенсивности излучения в турбулентной атмосфере. Колоколов И.В., Лебедев В.В. - 120/11/850
- 3.3.17 Двухфотонная ионизация одиночных атомов, локализованных на оси бесселева пучка. Киселев М.Д., Грызлова Е.В., Попова М.М., Грум-Гржимайло А.Н. - 120/12/917
- 3.3.18 Спектральные свойства трехмерных волноводных структур, изготовленных методом двухфотонной лазерной литографии. Майдыковский А.И., Андросов А.С., Апостолов Д.О., Смирнов К.А., Батуев И.О., Мурзина Т.В. - 120/12/924
- 3.4. Квантовая оптика**
- 3.4.1 Контраст Рэмси-КПН резонансов в тушащих и деполяризующих газах. Чучелов Д.С., Васьковская М.И., Цыганков Е.А., Зибров С.А., Сабакары К.М., Васильев В.В., Величанский В.Л. - 119/1/16
- 3.4.2 Эффективная загрузка атомного чипа из низкоскоростного атомного пучка. Скаакуненко П.И., Быкова Д.В., Афанасьев А.Е., Балыкин В.И. - 119/1/20
- 3.4.3 Атомный гравиметр на основе атомного фонтана и микроволнового перехода. Афанасьев А.Е., Скаакуненко П.И., Балыкин В.И. - 119/2/89
- 3.4.4 Атомный чип и дифракционная решетка для лазерного охлаждения атомов иттербия. Вяльых А.П., Скаакуненко П.И., Шишова М.В., Семенко А.В., Афанасьев А.Е., Белотелов Г.С., Сутырин Д.В., Балыкин В.И. - 119/4/273
- 3.4.5 Модель связанных квантовых мемристоров на основе пойманного в ловушку одиночного иона $^{171}\text{Yb}^+$. Стремоухов С.Ю., Форш П.А., Хабарова К.Ю., Колачевский Н.Н. - 119/5/343
- 3.4.6 Deep learning ghost polarimetry. Agapov D., Ivchenko A., Magnitskiy S. - 119/6/417
- 3.4.7 Сличение двух оптических часов на атомах тулия с использованием синхронного опроса. Головизин А., Мишин Д., Проворченко Д., Трегубов Д., Колачевский Н. - 119/9/645
- 3.4.8 Single-photon level quantum memory in an isotopically pure $^{143}\text{Nd}^{3+}:\text{Y}^7\text{LiF}_4$ crystal. Akhmedzhanov R.A., Gushchin L. A., Nizov N.A., Nizov V.A., Sobgayda D.A., Zelensky I.V. - 119/11/800
- 3.4.9 Природа оптического усиления в микростержнях ZnO малого диаметра с модами шепчущей галереи. Тарасов А.П., Задорожная Л.А., Каневский В.М. - 119/12/875
- 3.4.10 Измерение корреляций в поле параметрического рассеяния света с помощью аналоговых детекторов. Сафоненков Д.А., Китаева Г.Х. - 120/1/11
- 3.4.11 Интерференция Hong-Ou-Mandel в квантовой оптике, моногамия запутанности, неортогональность, недоверенные узлы. Кулик С.П., Молотков С.Н. - 120/1/17
- 3.4.12 “Асимметрия ветвления” резонанса когерентного пленения населеностей. Цыганков Е.А., Чучелов Д.С., Васьковская М.И., Зибров С.А., Васильев В.В., Величанский В.Л. - 120/1/32
- 3.4.13 Индуцированное фононами уширение спектральной линии в примесном стекле в рамках модели резонансных колебательных мод: тетра-третибутилтеррилен в полиизобутилене. Савостьянов А.О., Наумов А.В. - 120/5/333
- 3.4.14 О эквивалентности фазовых и поляризационных преобразований в квантовой оптике. Молотков С.Н., Сущев И.С. - 120/7/505
- 3.4.15 Генерация и поглощение фотонов двухуровневым атомом в режиме ультрасильной связи с ЭМ полем. Козловский А.В. - 120/10/752
- 4. Плазма, гидро- и газодинамика**
- 4.1. Гидро- и газодинамика, разное**
- 4.1.1 Подавление нуклеации в турбулентном потоке газа. Новопашин С.А., Каляда В.В. - 119/7/498
- 4.1.2 Реконструкция двумерных турбулентных течений и их параметров с помощью физически-

- информированных нейронных сетей. Парфеньев В., Блуменау М., Никитин И. - 120/8/627
- 4.1.3 Инвариантность эволюции спектров ветровых волн в океане как статистический аттрактор. Пушкарёв А.Н., Геогджаев В.В., Бадулин С.И. - 120/12/930
- 4.2. Плазма**
- 4.2.1 Особенности динамического спектра сигналов, возбуждаемых широкоапertureным электронным потоком в замагниченной плазме большого объема. Зудин И.Ю., Гущин М.Е., Стриковский А.В., Айдакина Н.А., Коробков С.В., Николенко А.С., Гундорин В.И., Лоскутов К.Н., Демехов А.Г. - 119/1/27
- 4.2.2 Неоканонические профили концентрации и температуры электронов плазмы токамака Глобус-М2 в режиме с горячими ионами. Курскиев Г.С., Яньков В.В., Гусев В.К., Жильцов Н.С., Киселев Е.О., Крыжановский А.К., Минаев В.Б., Мирошников И.В., Петров Ю.В., Сахаров Н.В., Солоха В.В., Тельнова А.Ю., Теплова Н.В., Ткаченко Е.Е., Тропшин Г.А., Тюхменева Е.А., Щеголев П.Б. - 119/1/34
- 4.2.3 Пылевая плазма у поверхности Энцелада – спутника Сатурна. Шохрин Д.В., Копнин С.И., Попель С.И. - 119/6/419
- 4.2.4 О насыщении неустойчивости индуцированного рассеяния обыкновенной СВЧ волны в транспортном барьере токамака при электронном циклотронном нагреве плазмы. Гусаков Е.З., Попов А.Ю. - 119/7/502
- 4.2.5 Особенности нейтрализации быстрых протонов в углеводородном пеллетном облаке. Бахарева О.А., Сергеев В.Ю., Шаров И.А. - 119/11/810
- 4.2.6 Магнитная составляющая квазикогерентной модели колебаний омической плазмы токамака Т-10. Сергеев Н.С., Мельников А.В., Елисеев Л.Г. - 119/11/817
- 4.2.7 Пространственно-временная локализация областей эмиссии рентгеновского излучения в протяженном высоковольтном разряде. Паркевич Е.В., Шпаков К.В., Родионов А.А., Байдин И.С., Болотов Я.К., Огинов А.В. - 120/2/111
- 4.2.8 Учет нестацичности ионного микрополя на основе теории марковских процессов при описании штарковского уширения спектральных линий в плазме. Летунов А.Ю., Лисица В.С., Лобода П.А., Новиков А.А. - 120/2/118
- 4.2.9 Modified Bridgman formula for the thermal conductivity of complex (dusty) plasma fluids. Khrapak S.A., Khrapak A.G. - 120/4/245
- 4.2.10 Самозахват лазерного света для ультрарелятивист-

- ских интенсивностей. Быченков В.Ю., Ковалев В.Ф. - 120/5/346
- 4.2.11 Особенности структуры искровых каналов в прикатодной зоне. Паркевич Е.В. - 120/7/511
- 4.2.12 Трансформация геодезической акустической моды в присутствии низкочастотного зонального течения в плазме токамака. Сорокина Е.А. - 120/9/667
- 5. Конденсированное состояние**
- 5.1. Квантовые жидкости, ультрахолодные газы**
- 5.1.1 Конфигурация “барьер-яма” в схеме квантового гироскопа на основе геометрической фазы атомарного конденсата. Томилин В.А., Ростом А.М., Ильинич Л.В. - 119/5/381
- 5.2. Жидкости и жидкие кристаллы**
- 5.2.1 Расщепление солитонов в электроконвективной структуре нематического жидкого кристалла. Делев В.А., Скалдин О.А., Тимиров Ю.И. - 119/1/59
- 5.2.2 Конические структуры на поверхности жидкости в электрическом поле: влияние объемного и поверхностного зарядов. Беляев М.А., Зубарев Н.М., Зубарева О.В. - 119/8/606
- 5.2.3 Свойства криптона при ударно-волновом и квазизэнтропическом сжатиях в области давлений до 2700 ГПа. Мочалов М.А., Илькаев Р.И., Ерунов С.В., Бликов А.О., Огородников В.А., Елфимов С.Е., Аринин В.А., Комраков В.А., Лихутов М.И., Максимкин И.П., Грязнов В.К., Иосилевский И.Л., Левашов П.Р., Минаков Д.Г., Парамонов М.А. - 119/11/854
- 5.2.4 Кластеризация дефектов и кристаллитов в двумерной жидкости Юкавы. Клумов Б.А. - 120/9/675
- 5.2.5 Обратимый топологически эквивалентный переход в хиральном жидкокристалле с отрицательной диэлектрической анизотропией. Симдянкин И.В., Гейвандов А.Р., Палто С.П. - 120/9/690
- 5.2.6 Релаксационные явления в разбавленных, заряженных растворах. Тимофеев Б., Шикин В. - 120/11/877
- 5.3. Структура, фазовые переходы, механические свойства, дефекты**
- 5.3.1 Влияние кристаллографической анизотропии на энергию стабилизации и вклад ян-теллеровской подсистемы в модули упругости легированных кристаллов. Гудков В.В., Аверкиев Н.С., Жевстовских И.В., Коростелин Ю.В., Сарычев М.Н. - 119/1/54
- 5.3.2 Уравнения состояния твердых фаз CO₂ при мегабарных давлениях. Литасов К.Д., Бражкин В.В., Сагатов Н.Е., Инербаев Т.М. - 119/3/206
- 5.3.3 Связь фрагильности металлических стекол с эн-

- тропией смещения и избыточной энтропией по отношению к материнскому кристаллу. Кончаков Р.А., Макаров А.С., Афонин Г.В., Цзиао Ц.Ч., Кобелев Н.П., Хоник В.А. - 119/6/446
- 5.3.4 Термические превращения ферроцена $\text{Fe}(\text{C}_5\text{H}_5)_2$ при давлении 10 ГПа и температурах до 2200 К. Старчиков С.С., Заяханов В.А., Троян И.А., Быков А.А., Булатов К.М., Васильев А.Л., Перекалин Д.С., Снегирёв Н.И., Куликова Е.С., Давыдов В.А., Любутин И.С. - 119/9/668
- 5.3.5 Изоэнтропическое сжатие твердой углекислоты (CO_2) до ультрамегабарных давлений. Селемир В.Д., Бражкин В.В., Литасов К.Д., Репин П.Б., Коршунов А.С., Быков А.И., Борисков Г.В., Егоров Н.И., Кудасов Ю.Б., Макаров И.В., Маслов Д.А., Павлов В.Н., Платонов В.В., Стрелков И.С., Сурдин О.М., Козабаранов Р.В., Бочкарев А.В., Агапов А.А., Беляева Н.А. - 119/11/825
- 5.3.6 Формирование фаз алмаза и/или лонсдейлита из мультиграфена под действием наноиндентора – моделирование методом машинного обучения. Ерохин С.В., Ращупкин А.А., Чернозатонский Л.А., Сорокин П.Б. - 119/11/831
- 5.3.7 Новый политип вискеров NbS_3 : от простого к сложному. Васильев А.Л., Иванова А.Г., Трунъкин И.Н., Болотина Н.Б., Покровский В.Я., Зыбцев С.Г. - 119/12/917
- 5.3.8 Спинодальный распад вискеров NbS_3 с волнами зарядовой плотности. Мартовицкий В.П., Никитин М.В., Покровский В.Я. - 120/1/37
- 5.3.9 Каскад фазовых переходов под давлением в BaMn_2P_2 и BaMn_2As_2 . Павлов Н.С., Шеин И.Р., Некрасов И.А. - 120/2/146
- 5.3.10 Об определении твердотельных кластеров в кристаллизующейся системе Юкавы. Клумов Б.А. - 120/4/267
- 5.3.11 Структурное разнообразие и фазовые переходы в боратах со смешанной валентностью $\text{Mg}_{2-x}\text{Mn}_{1+x}\text{BO}_5$ ($0.0 < x \leq 0.4$). Бельская Н.А., Казак Н.В., Васильев А.Д., Еремин Е.В., Мoshкина Е.М., Великанов Д.А., Безматерных Л.Н., Гаврилкин С.Ю., Овчинников С.Г. - 120/7/530
- 5.4. Динамика решетки, тепловые эффекты**
- 5.4.1 Raman spectroscopy of $\text{Na}_3\text{Co}_2\text{SbO}_6$. Поносов Ю.С., Комлева Е.В., Панкрушина Е.А., Михайлова Д., Стрельцов С.В. - 119/7/516
- 5.4.2 Влияние ядерных квантовых эффектов на колебательный спектр и структуру эндофуллерена $\text{H}_2\text{O}@\text{C}_{60}$. Потапов Д.О., Кондратюк Н.Д. - 119/12/897
- 5.4.3 Фононные спектры и решеточная теплопроводность высокоэффективного термоэлектрика SnSe . Филанович А.Н., Повзнер А.А. - 120/3/203
- 5.4.4 Аномальное поведение длинноволновых оптических фононов в релаксорном сегнетоэлектрике $\text{PbNi}_{1/3}\text{Nb}_{2/3}\text{O}_3$. Дерец Н.К., Федосеев А.И., Смирнова Т.А., Ко Дж.-Х., Лушников С.Г. - 120/10/774
- 5.4.5 Избыточная энтропия металлических стекол и ее связь со стеклообразующей способностью материнских расплавов. Макаров А.С., Кончаков Р.А., Афонин Г.В., Цзиао Ц.Ч., Кобелев Н.П., Хоник В.А. - 120/10/794
- 5.4.6 Soft mode behavior in transition metal doped SrTiO_3 thin films on MgO substrates. Мелентев А.В., Жукова Е.С., Некрасов В.М., Столяров В.С., Фролов А.С., Савинов М., Буш А.А., Козлов В.И., Горшунов В.Р., Таланов М.В. - 120/12/943
- 5.5. Электронные свойства объемных твердых тел**
- 5.5.1 Электронный фазовый переход в соединении с тяжелыми фермионами CeB_6 . Хрыкина О.Н., Болотина Н.Б., Гридчина В.М., Азаревич А.Н., Красиков К.М., Шицевалова Н.Ю., Филипов В.Б., Гаврилкин С.Ю., Цветков А.Ю., Случанко Н.Е. - 119/2/150
- 5.5.2 Эффективное воздействие электрического тока на спектры мандельштам-бриллюэновского рассеяния света в структуре NiFe/IrMn . Моргунов Р.Б., Бахметьев М.В., Чернов А.И., Хутиева А.Б., Садовников А.В. - 119/4/289
- 5.5.3 Особенности низкотемпературной волны зарядовой плотности в моноклинной фазе NbS_3 , проявляющиеся в ЯМР и в транспортных свойствах. Семакин А.С., Мухамедшин И.Р., Зыбцев С.Г., Покровский В.Я. - 119/6/432
- 5.5.4 What can we learn from nonequilibrium response of a strange metal? Polyak В.А., Khrapai V.С., Tikhonov E.S. - 119/8/604
- 5.5.5 Impact of domain wall conduction on ferroelectric domain reversal kinetics. Подивилов Е., Маснев Н., Стурман В. - 119/10/766
- 5.5.6 Индуцированная беспорядком сингулярность квантовой метрики. Алисултанов З.З. - 119/12/904
- 5.5.7 Взаимосвязь концентрационных зависимостей спиновой восприимчивости и электронной структуры в купратах. Кузьмин В.И., Коршунов М.М., Николаев С.В., Овчинникова Т.М., Овчинников С.Г. - 120/1/45
- 5.5.8 Нелинейный коэффициент Холла в пленках трехмерного топологического изолятора. Степина Н.П.,

- Баженов А.О., Шумилин А.В., Жданов Е.Ю., Ищенко Д.В., Кириенко В.В., Аксенов М.С., Терещенко О.Е. - 120/3/208
- 5.5.9 Локальная диагностика спиновых дефектов в облученных SiC-диодах Шоттки. Лихачев К.В., Скоморохов А.М., Учаев М.В., Успенская Ю.А., Козловский В.В., Левинштейн М.Е., Елисеев И.А., Смирнов А.Н., Крамущенко Д.Д., Бабунц Р.А., Баранов П.Г. - 120/5/367
- 5.5.10 О флексоэлектричестве в многодоменном сегнетоэлектрике. Юрков А.С., Юдин П.В. - 120/6/424
- 5.5.11 Обобщенная теорема Блоха и топология зонной структуры. Кудасов Ю.Б. - 120/6/430
- 5.5.12 Транспорт электронов в фотокатодах как отклик на индуцирующий фотоэффект лазерный импульс. Владимиров М.В., Полозов С.М., Рациков В.И. - 120/6/444
- 5.5.13 Coulomb correlations and the electronic structure of bulk V_2Te_2O . Skornyakov S.L., Trifonov I.O., Anisimov V.I. - 120/7/547
- 5.5.14 Эффект де Гааза-ван Альфена и гигантский температурный пик в тяжелофермионном материале SmB_6 . Зюзин В.А. - 120/10/802
- 5.5.15 Пороговая фотогенерация биэкситонов в нанокристаллах на основе прямозонных полупроводников. Фомичёв С.А., Бурдов В.А. - 120/11/856
- 5.5.16 Магнетосопротивление объемного образца $FeSi$. Петрова А.Е., Гаврилкин С.Ю., Степанов В.А., Стишов С.М., Хасанов С.С. - 120/11/871
- 5.6. Магнитные свойства и спинtronика**
- 5.6.1 Влияние концентрации кобальта на магнитные свойства нанокристаллов семейства $Co_{1-x}Mg_xFe_2O_4$. Иванова О.С., Эдельман И.С., Овчинников С.Г., Тхакур А., Тхакур П., Сухачёв А.Л., Князев Ю.В., Иванцов Р.Д., Молокеев М.С. - 119/2/111
- 5.6.2 Переход в магнонный Бозе конденсат. Петров П.Е., Князев Г.А., Кузмичёв А.Н., Ветошко П.М., Белотелов В.И., Буньков Ю.М. - 119/2/129
- 5.6.3 Фотоиндукционная нелинейная динамика сильно коррелированных систем со спиновым кроссовером: автокаталитический спиновый переход. Орлов Ю.С., Николаев С.В., Паклин Н.Н. - 119/3/228
- 5.6.4 Магнитная структура Fe_5O_6 : теоретико-групповой анализ и DFT-расчет. Жандун В.С., Казак Н.В., Васюков Д.М. - 119/4/283
- 5.6.5 Спиновая накачка из $Lu_3Fe_5O_{12}$. Волков Д.А., Габриелян Д.А., Матвеев А.А., Сафин А.Р., Калябин Д.В., Хафизов А.А., Маркелова М.Н., Кауль А.Р., Никитов С.А. - 119/5/348
- 5.6.6 Гигантское параметрическое усиление обратного эффекта Коттона-Мутона в антиферромагнитных кристаллах. Звездин А.К., Дубровин Р.М., Кимель А.В. - 119/5/355
- 5.6.7 Визуализация магнитной доменной структуры в монокристаллах $FeBO_3$ и $Fe_{0.94}Ga_{0.06}BO_3$ методом синхротронной рентгеновской топографии. Снегирёв Н.И., Куликов А.Г., Любутин И.С., Серегин А.Ю., Ягупов С.В., Стругацкий М.Б. - 119/6/452
- 5.6.8 Низкотемпературная кристаллизация дефектов структуры в LuB_{12} по данным ЯМР спектроскопии ^{175}Lu . Вяслев О.М., Гиппиус А.А., Случанко Н.Е., Шицевалова Н.Ю. - 119/7/524
- 5.6.9 Спиновая накачка в структурах YIG/Pt : роль сингулярностей ван Хова. Никулин Ю.В., Хивинцев Ю.В., Селезнев М.Е., Высоцкий С.Л., Сахаров В.К., Кожевников А.В., Дудко Г.М., Хитун А.Г., Никитов С.А., Филимонов Ю.А. - 119/9/676
- 5.6.10 Электромагнитная прозрачность магнитной гетероструктуры в условиях многоволновой интерференции. Сухорукова О.С., Тарасенко А.С., Тарасенко С.В., Шавров В.Г. - 119/9/697
- 5.6.11 Динамика “дышащих” скирмионов. Лобанов И.С., Уздин В.М. - 119/10/744
- 5.6.12 Antiferromagnetic-to-ferromagnetic transition in the $GdNiSi_{1-x}Al_x$ compound. Mukhachev R.D., Lukoyanov A.V., Kuchin A.G. - 119/10/764
- 5.6.13 Анизотропные обменные взаимодействия в ферромагнетике $PbMnBO_4$. Мартынов С.Н. - 119/11/847
- 5.6.14 Гигантский эффективный g -фактор в присутствии спиновых бифуркаций в поляритонных конденсатах. Бочин А., Честнов И., Налитов А. - 119/12/890
- 5.6.15 Structural and magnetic transformations from $CuCl$ to $Cu_2Cl(OH)_3$ induced by H_2O and $CuCl_2$. Pimentel D.P. - 120/1/49
- 5.6.16 Перекачка энергии между связанными планарными магнонными волноводами вблизи особой точки. Темная О.С., Никитов С.А. - 120/2/125
- 5.6.17 Обратный эффект Фарадея в пленках ферритов-гранатов в ближнем ИК-диапазоне. Грибова Н.И., Бержанский В.Н., Полулях С.Н., Белотелов В.И. - 120/3/190
- 5.6.18 Магнитные свойства наносвичков состава $(Mg_{1-x}Co_x)_3Si_2O_5(OH)_4$ и нанокомпозитов на их основе. Бельская Н.А., Храпова Е.К., Иванова А.А., Еремина Р.М., Батулин Р.Г., Чикуров Д.С., Дегтяренко П.Н., Цветков А.Ю., Кириленко Д.А., Красилин А.А. - 120/4/252
- 5.6.19 Механизм самоорганизации доменной структуры в магнитных пленках в модели Гинзбурга-Ландау. Мехонюшин Д.С., Памятных Л.А. - 120/4/260
- 5.6.20 Crossover from relativistic to non-relativistic net

- magnetization for MnTe altermagnet candidate. Orlova N.N., Avakyants A.A., Timonina A.V., Kolesnikov N.N., Deviatov E.V. - 120/5/374
- 5.6.21 Магнонный сверхток и сброс фазы в пленке железо-иттриевого граната. Буньков Ю.М., Белотелов В.И., Ветошко П.М., Князев Г.А., Кузмичев А.Н., Петров П.Е. - 120/6/436
- 5.6.22 Квантовые эффекты при спин-флоп переходе в топологическом антиферромагнитном изоляторе MnBi₂Te₄. Вальков В.В., Злотников А.О., Гамов А., Федорова Н.А., Томилин Ф.Н. - 120/7/521
- 5.6.23 Связанные состояния магнитных скирмионов высокого порядка и сверхпроводящего вихря Пирла. Федосеев А.Д., Шустин М.С., Дзебисашвили Д.М. - 120/7/539
- 5.6.24 Влияние электрон-дефицитного замещения на спиновую динамику в FeGa₃. Ткачев А.В., Журенко С.В., Бикмухаметова М.Р., Лиханов М.С., Шевельков А.В., Гиппиус А.А. - 120/10/765
- 5.6.25 Влияние спинового эффекта Холла на резонансную частоту и магнитную восприимчивость магнитного нановолновода. Темная О.С., Никитов С.А. - 120/10/781
- 5.6.26 Магнитные межчастичные взаимодействия и полевая зависимость температуры суперпарамагнитной блокировки в порошковой системе ультрамалых частиц феррита никеля. Балаев Д.А., Красиков А.А., Князев Ю.В., Столляр С.В., Шохрина А.О., Балаев А.Д., Исхаков Р.С. - 120/10/785
- 5.6.27 Неоднородности динамики и локального поля в $\pm J$ изинговских спиновых стеклах. Абалмасов В.А. - 120/12/937
- 5.6.28 Многоуровневая релаксационная модель для описания кривых намагничивания наночастиц. Лобачев А.В., Чуев М.А. - 120/12/946
- 5.6.29 Управление брэгговскими резонансами спиновых волн с помощью спинового тока в магнонном кристалле с Pt полосками. Морозова М.А., Матвеев О.В., Лобанов Н.Д., Романенко Д.В., Медников А.М., Гусев С.А., Гусев Н.С., Никитов С.А. - 120/12/953
- 5.7. Сверхпроводимость**
- 5.7.1 Спаривание и коллективные возбуждения в изинговских сверхпроводниках. Семенов А.Г. - 119/1/46
- 5.7.2 Multiband superconductivity in KCa₂Fe₄As₄F₂. Sadakov A.V., Gippius A.A., Daniyarkhodzhaev A.T., Muratov A.V., Kliushnik A.V., Sobolevskiy O.A., Vlasenko V.A., Shilov A.I., Pervakov K.S. - 119/2/118
- 5.7.3 Управление динамическими режимами наноразмерного сверхпроводящего интерферометра. Терещенко И.А., Хренов М.М., Кленов Н.В., Тихонова О.В. - 119/3/219
- 5.7.4 Подавление сверхпроводящих флюктуаций в многозонных сверхпроводниках как механизм повышения критической температуры (Миниобзор). Красавин А.В., Вагов А.В., Васенко А.С., Столляров В.А., Шаненко А.А. - 119/3/234
- 5.7.5 Magnetic eigenmodes in chains of coupled φ_0 -Josephson junctions with ferromagnetic weak links. Bobkov G.A., Bobkova I.V., Bobkov A.M. - 119/3/253
- 5.7.6 Эффект сверхпроводящего спинового клапана в гетероструктуре Co/Pb/Co с изолирующими прослойками. Камашев А.А., Гарифьянов Н.Н., Валидов А.А., Катаев В.Е., Осин А.С., Фоминов Я.В., Гарифуллин И.А. - 119/4/296
- 5.7.7 Структура сверхпроводящего параметра порядка в нематической фазе соединений железа. Коршунов М.М., Тогушова Ю.Н. - 119/4/302
- 5.7.8 Anisotropic Josephson diode effect in the topological hybrid junctions with the hexagonal warping. Karabassov T. - 119/4/308
- 5.7.9 Исследование нелинейности кинетической индуктивности гранулированного алюминия. Жданова М.В., Пологов И.Е., Свяцкий Г.Ю., Чичков В.И., Малеева Н.А. - 119/6/426
- 5.7.10 Аномальный эффект Джозефсона в планарной гибридной структуре со спин-орбитальным взаимодействием. Самохвалов А.В. - 119/7/508
- 5.7.11 Прямое наблюдение пиннинга вихрей Абрикосова в пространственно неоднородном кристалле EuRbFe₄As₄. Сидельников М.С., Пальниченко А.В., Перваков К.С., Власенко В.А., Зверькова И.И., Успенская Л.С., Пудалов В.М., Винников Л.Я. - 119/7/518
- 5.7.12 Магнитные переключения FSF-мостиков при низких температурах. Карелина Л.Н., Шуравин Н.С., Егоров С.В., Больгинов В.В., Рязанов В.В. - 119/8/616
- 5.7.13 Многощелевая сверхпроводимость немагнитного стехиометрического пникида CaKFe₄As₄. Кузьмичева Т.Е., Кузьмичев С.А., Медведев А.С. - 119/10/757
- 5.7.14 Локализованная сверхпроводимость в гексабориде LaB₆ с динамическими зарядовыми страйпами. Азаревич А.Н., Богач А.В., Хрыкина О.Н., Болотина Н.Б., Гридчина В.М., Шицевалова Н.Ю., Гаврилкин С.Ю., Цветков А.Ю., Габани С., Флахбарт К., Кузнецов А.В., Случанко Н.Е. - 119/12/909
- 5.7.15 Знакопеременная девиация одночастичной ВАХ грязного SIN-контакта. Кирпиченков В.Я., Кирпиченкова Н.В., Кулиничев Е.Р. - 119/12/932

- 5.7.16 Особенности отклика майорановских квазичастиц в сверхпроводящих проволоках (Миниобзор). Аксенов С.В. - 120/1/51
- 5.7.17 Эволюция сверхпроводящего параметра порядка пниктидов $\text{Na}(\text{Fe}, \text{Co})\text{As}$ вдоль фазовой диаграммы допирования. Кузьмичев С.А., Морозов И.В., Шилов А.И., Рахманов Е.О., Кузьмичева Т.Е. - 120/2/130
- 5.7.18 Верхняя граница температуры сверхпроводящего перехода в теории Элиашберга–МакМиллана. Садовский М.В. - 120/3/214
- 5.7.19 Сверхпроводящие состояния в металлах с тороидальным порядком. Минеев В.П. - 120/4/247
- 5.7.20 Synthesis and properties of 12442-family superconductor. Zhuvagin I.V., Vlasenko V.A., Usoltsev A.S., Gippius A.A., Pervakov K.S., Prishchepa A.R., Prudkoglyad V.A., Gavrilkin S.Yu, Denishchenko A.D., Sadakov A.V. - 120/4/286
- 5.7.21 Фотовольтаический эффект Холла в двумерных флюктуирующих сверхпроводниках. Боев М.В., Ковалев В.М. - 120/7/516
- 5.7.22 Критическая температура и параметр порядка в сверхпроводящих гетероструктурах с учетом ненулевой константы связи в полидоменном ферромагнетике. Туманов В.А., Прошин Ю.Н. - 120/8/636
- 5.7.23 Связанные состояния и рассеяние магнонов на сверхпроводящем вихре в гетероструктурах ферромагнетик–сверхпроводник. Катков Д.С., Апостолов С.С., Бурмистров И.С. - 120/9/681
- 5.7.24 Обобщенная модель сверхпроводникового сигмайдрона. Шуравин Н.С., Карелина Л.Н., Ионин А.С., Разорёнов Ф.А., Сидельников М.С., Егоров С.В., Больгинов В.В. - 120/11/863
- 5.7.25 Сверхпроводящий параметр порядка соединения $\text{RbCa}_2\text{Fe}_4\text{As}_4\text{F}_2$. Усольцев А.С., Даниярходжаев А.Т., Гиппиус А.А., Садakov А.В. - 120/12/961

5.9. Низкоразмерные системы, поверхности, интерфейсы

- 5.9.1 Влияние квантовой расфазировки на ток через квантовый точечный контакт в периодически меняющемся внешнем поле. Ермаков И., Лычковский О. - 119/1/40
- 5.9.2 Металлическая пленка на подложке в магнитном поле как магнитоплазмонная замедляющая система СВЧ-ТГЧ диапазонов. Давидович М.В. - 119/3/187
- 5.9.3 Эволюция спинового порядка холловских ферромагнетиков при сильном смешивании уровней Ландау и $1 \leq \nu \leq 2$. Кореев А.С., Бережной П.С., Ваньков А.Б., Кукушкин И.В. - 119/3/201
- 5.9.4 Особенности фоторирования поверхности золота

$\text{Au}(111)$ с использованием молекул фторфуллеренов. Орешкин С.И., Петухов М.Н., Музыченко Д.А., Панов В.И., Суров В.О., Самородский А.В., Орешкин А.И. - 119/3/212

- 5.9.5 Дробовый шум в геликоидальных краевых состояниях в присутствии статического магнитного дефекта. Ниязов Р.А., Крайнов И.В., Аристов Д.Н., Качоровский В.Ю. - 119/5/364
- 5.9.6 Модификация топологических поверхностных состояний в новых синтетических топологических системах $\text{Mn}_{1-x}\text{A}_x\text{Bi}_2\text{Te}_4/\text{MnBi}_2\text{Te}_4$ ($\text{A} = \text{Si}, \text{Ge}, \text{Sn}, \text{Pb}$). Естюнина Т.П., Тарасов А.В., Ерыженков А.В., Естюнин Д.А., Шикин А.М. - 119/6/439
- 5.9.7 Магнетосопротивление и симметрия двумерного электронного газа гетероструктур $\text{AlGaN}/\text{AlN}/\text{GaN}$. Чумаков Н.К., Андреев А.А., Белов И.В., Давыдов А.Б., Езубченко И.С., Лев Л.Л., Моргун Л.А., Николаев С.Н., Черных И.А., Шабанов С.Ю., Строков В.Н., Валеев В.Г. - 119/8/598
- 5.9.8 Surface spin polarization in the magnetic response of GeTe Rashba ferroelectric. Avakants A.A., Orlova N.N., Timonina A.V., Kolesnikov N.N., Deviatov E.V. - 119/8/614
- 5.9.9 Теоретическое исследование влияния эпитаксиальной деформации на структурные и магнитные свойства тонкой пленки YFeO_3 на подложке SrTiO_3 . Дедов Г.С., Шориков А.О. - 119/9/684
- 5.9.10 Рост силицина методом молекулярно-лучевой эпитаксии на подложках $\text{CaF}_2/\text{Si}(111)$, модифицированных электронным облучением. Зиновьев А.Ф., Зиновьев В.А., Кацюба А.В., Володин В.А., Муратов В.И., Двуреченский А.В. - 119/9/692
- 5.9.11 Плазменный отклик металлической “решетчатой” метаповерхности на подложке. Соколова М.С., Джикирба К.Р., Астраханцева А.С., Кукушкин И.В., Муравьев В.М. - 119/10/752
- 5.9.12 Высокочастотный эффект Холла и поперечно-электрические гальваномагнитные волны в двумерных электронных системах с постоянным током. Петров А.С., Свинцов Д.А. - 119/10/768
- 5.9.13 Фазовый переход вблизи нечетного фактора заполнения $\nu = 3$. Щепетильников А.В., Николаев Г.А., Андреева С.А., Хисамеева А.Р., Федотова Я.В., Дрёмин А.А., Кукушкин И.В. - 119/11/840
- 5.9.14 Микроволновая фотопроводимость бесщелевых дираковских фермионов в HgTe квантовых ямах. Кузьмин Н.С., Ярошевич А.С., Брагинский Л.С., Энтин М.В., Квон Э.Д., Михайлов Н.Н. - 119/12/925
- 5.9.15 Локальные поверхностные плазмонные резонансы

- в пленочных структурах Cu/As₂Se₃. Когай В.Я., Михеев Г.М. - 120/3/197
- 5.9.16 Моделирование процесса формирования нанопроводов Ig на поверхности Ge(001). Сыромятников А.Г., Салецкий А.М., Клавсюк А.Л. - 120/4/273
- 5.9.17 Возбужденные состояния экситонов в монослоях MoSe₂ и WSe₂. Гольшков Г.М., Бричkin А.С., Бисти В.Е., Черненко А.В. - 120/4/279
- 5.9.18 Одноэлектронный спектр короткопериодной InAs/GaSb сверхрешетки с интерфейсной компенсацией напряжений. Кривобок В.С., Ерошенко Г.Н., Муратов А.В., Николаев С.Н., Клековкин А.В., Минаев И.И., Савин К.А., Пашкеев Д.А., Дубовая А.Р., Алещенко Ю.А., Ченцов С.И. - 120/5/354
- 5.9.19 Вклад осцилляций уровня Ферми в шубниковские и магнито-межподзонные осцилляции в одиночных квантовых ямах HgTe. Миньков Г.М., Рут О.Э., Шерстобитов А.А., Германенко А.В., Дворецкий С.А., Михайлов Н.Н. - 120/5/359
- 5.9.20 Сверхдолгоживущие нейтральные возбуждения лафлиновской жидкости 1/3. Ларионов А.В., Журавлев А.С., Кулик Л.В., Загитова А.А., Кукушкин И.В. - 120/6/451
- 5.9.21 Молекулярно-пучковая эпитаксия метаморфных гетероструктур с квантовыми точками InAs/InGaAs, излучающими в телекоммуникационном диапазоне длин волн. Сорокин С.В., Климко Г.В., Седова И.В., Галимов А.И., Серов Ю.М., Кириленко Д.А., Прасолов Н.Д., Торопов А.А. - 120/9/694
- 5.9.22 Квазиклассическое рассеяние на краевых дефектах в топологических изоляторах в магнитном поле. Дотдаев А.Ш., Родионов Я.И., Рожков А.В., Григорьев П.Д. - 120/9/701
- 5.9.23 Photonics of two-dimensional structures formed by cholesteric liquid crystals. Dolganov P.V., Baklanova K.D., Dolganov V.K., Kats E.I. - 120/10/808
- 5.9.24 Проявление послоевой локализации сингулярностей ван Хова в туннелировании между листами двухслойного графена. Вдовин Е.Е., Ханин Ю.Н., Морозов С.В., Кащенко М.А., Соколик А.А., Новоселов К.С. - 120/11/889
- 5.10. Одномерные и квазиодномерные системы, квантовые точки**
- 5.10.1 Ступеньки Шапиро при скольжении волн зарядовой плотности: осцилляции, смешение частот, особенности в больших электрических полях. Зыбцев С.Г., Покровский В.Я., Никонов С.А., Никитин М.В., Майзлах А.А., Снежко А.В., Павловский В.В., Зайцев-Зотов С.В. - 119/2/135
- 5.10.2 Selective damping of plasmons in coupled two-dimensional systems by Coulomb drag. Safonov I., Petrov A.S., Svintsov D. - 119/2/148
- 5.10.3 Особенности квантования кондактанса многоканальных квантовых точечных контактов. Похабов Д.А., Погосов А.Г., Шевырин А.А., Жданов Е.Ю., Бакаров А.К. - 119/5/372
- 5.10.4 Theory of Lee–Naughton–Lebed's oscillations in moderately strong electric fields in layered quasi-one-dimensional conductors. Lebed A.G. - 119/8/622
- 5.10.5 Логарифмическая релаксация фотопроводимости квазиодномерного полупроводника TiS₃. Горлова И.Г., Зыбцев С.Г., Покровский В.Я., Никонов С.А., Зайцев-Зотов С.В., Титов А.Н. - 120/2/138

6. Методы физических исследований

6.1. Методы теоретической физики

- 6.1.1 О двукратном преобразовании Мутара стационарного уравнения Шредингера с осевой симметрией. Кудрявцев А.Г. - 119/7/529
- 6.1.2 Дзета-регуляризация в эффекте разделения киральностей. Хайдуков З.В. - 119/9/707
- 6.1.3 Модели β -WLZZ напрямую из интегралов β -ансамблей. Миронов А., Орешина А., Пополитов А. - 120/1/62
- 6.1.4 On exchange-correlation energy in DFT scenarios. Belhaj A., Ennadifi S.E. - 120/3/217
- 6.1.5 Влияние анизотропии на исследование критического поведения спиновых моделей методом машинного обучения. Суховерхова Д.Д., Щур Л.Н. - 120/8/644

6.2. Методы экспериментальной физики

- 6.2.1 Экспериментальная демонстрация микрообработки поверхности полистирола с использованием фотонного крючка. Минин О.В., Минин И.В. - 120/2/152
- 6.2.2 Лазерный перенос ампертирующих наночастиц. Жигариков В.С., Юсупов В.И., Хайдуков Е.В. - 120/2/157
- 6.2.3 Новые возможности для анализа деформаций колеблющихся кристаллов с помощью рентгеновской визуализации кривой качания. Элиович Я.А., Петров И.И., Коржов В.А., Аккуратов В.И., Писаревский Ю.В. - 120/5/377
- 6.2.4 Optically controlled fine-tuning phase shift cell based on thin-film Ge₂Sb₂Te₅ for light beam phase modulation. Kiselev A.V., Nevezorov A.A., Burtsev A.A., Mikhalevsky V.A., Eliseev N.N., Ionin V.V., Lotin A.A. - 120/6/457
- 6.2.5 Исследование пространственного распределения излучения плазмы X-пинчей с помощью коди-

рующей апертуры нового типа. Болховитинов Е.А., Рупасов А.А., Кологривов А.А., Пикуз С.А., Тиликин И.Н., Шелковенко Т.А., Иванов О.П., Потапов В.Н. - 120/6/459

6.2.6 Синхронное детектирование нелинейных явлений в оптоакустических осцилляциях нанопленки, инициированных фемтосекундным лазерным импульсом. Хохлов В.А., Ромашевский С.А., Ашитков С.И., Иногамов Н.А. - 120/7/550

6.2.7 Геометрическая фаза как основа квантовой акселерометрии. Ростом А.М., Томилин В.А., Ильичёв Л.В. - 120/7/560

6.2.8 Концепция собирающей металинзы на чипе в качестве миниатюрного сенсора флуоресценции одиночных молекул. Шуклин Ф.А., Барулина Е.Ю., Новиков С.М., Чернов А.И., Барулин А.В. - 120/9/714

6.2.9 Ультракороткие импульсы в структурном анализе алмазных слоев с NV-центрами. Макаров Д.Н., Есеев М.К., Гусаревич Е.С., Макарова К.А., Борисов М.С. - 120/9/723

6.2.10 Компенсация влияния несовершенства структуры Нуклотрона/ОИЯИ на поляризацию протонов в области целого спинового резонанса (Миниобзор). Филатов Ю.Н., Кондратенко А.М., Николаев Н.Н., Сеничев Ю.В., Кондратенко М.А., Виноградов С.В., Цыплаков Е.Д., Чернышов А.И., Бутенко А.В., Костромин С.А., Ладыгин В.П., Сыретин Е.М., Бутенко Е.А., Гурылева И.Л., Мельников А.А., Аксентьев А.Е. - 120/10/810

7. Нелинейные явления

7.1 Scattering of linear waves on a soliton. Dmitriev A.S., Dmitrieva E.A., Panin A.G. - 119/5/388

7.2 О нелинейных двух- и трехкомпонентных уравнениях Клейна–Гордона, допускающих локализованные решения с эффектом биений связанных осцилляторов. Салимов Р.К., Салимов Т.Р., Екомасов Е.Г. - 119/10/775

7.3 О возможности умножения частоты колебаний в гигаваттном ультракоротком СВЧ-импульсе. Тотьменинов Е.М., Конев В.Ю., Мутылин О.О., Пегель И.В. - 120/3/219

7.4 Корреляционные функции пассивного скаляра как мера статистики градиента скорости. Вергелес С.С. - 120/4/288

7.5 Lyapunov exponents in fundamental models of nonlinear resonance. Shevchenko I.I. - 120/8/650

7.6 Квантовые корреляции в коллективных стратегиях взаимного поиска/антипоиска для трех партнеров. Ростом А.М., Томилин В.А., Ильичев Л.В. - 120/9/728

7.7 Метод стохастического уравнения обновления в определении статистики времени ожидания первого появления определенной последовательности состояний, последовательно посещенных чередующимся процессом обновления. Белан С.А. - 120/9/733

8. Квантовая информатика

8.1 Об улучшении степени поляризационной запутанности в двухкристальной схеме СПР. Фроловцев Д.Н., Магницкий С.А. - 119/1/66

8.2 О стойкости систем квантового распределения ключей типа RFI (Reference Frame Independent) к атакам активного зондирования. Молотков С.Н., Щербаченко А.А. - 119/5/390

8.3 Вариационная квантовая оптимизация открытого карьера. Парадеженко Г., Первушко А., Юдин Д. - 119/6/459

8.4 Реализация квантового генератора случайных чисел: экстракция доказуемо случайных битовых последовательностей из коррелированных марковских цепочек. Балыгин К.А., Кулик С.П., Молотков С.Н. - 119/7/533

8.5 Редуцированная характеристика перестраиваемых линейно-оптических интегральных схем. Бигуаа Л.В., Катамадзе К.Г., Бантыш Б.И., Богданов Ю.И. - 119/12/942

8.6 Слабый хаос в фотон-кубитной системе с анизотропным взаимодействием. Лозовик Ю.Е., Сатанин А.М. - 120/4/296

8.7 Влияние методов травления на диэлектрические потери кубитов-трансмонов. Чудакова Т.А., Мажорин Г.С., Трофимов И.В., Руденко Н.Ю., Мумляков А.М., Казьмина А.С., Егорова Е.Ю., Гладилович П.А., Чичков М.В., Малеева Н.А., Тархов М.А., Чичков В.И. - 120/4/304

8.8 Квантовая запутанность при сверхизлучении конденсата электронно-дырочных пар в полупроводниковых гетероструктурах. Васильев П.П. - 120/11/902

9. Биофизика

9.1 Конформационное разнообразие липидов. Болдырев И.А. - 119/7/545

9.2 Обработка спектров комбинационного рассеяния света новообразований кожи методом лоренцевой аппроксимации: пилотные исследования. Сараева И.Н., Римская Е.Н., Тимурзиева А.Б., Горевой А.В., Шелыгина С.Н., Попадюк В.И., Переведенцева Е.В., Кудряшов С.И. - 119/7/552

9.3 Влияние липидных конформаций на энергию взаимодействия мембранны и периферического белка.

- Волынский П.Е., Алексеева А.С., Болдырев И.А. - 119/8/624
- 9.4 Discrete anisotropy model of heterogeneous cardiac tissue predicting the occurrence of symmetry breaking of reentrant activity. Romanova S.A., Berezhnoy A.K., Ruppel L.E., Aitova A.A., Bakumenko S.S., Semidetnov I.S., Naumov V.D., Slotvitsky M.M., Tsvelaya V.A., Agladze K.I. - 119/9/712
- 9.5 Фотоэлектрическая природа антибактериальной активности нанокомпозита ZnO/CuO. Сараева И.Н., Заярный Д.А., Настулявичус А.Н., Толордова Э.Р., Ултургашева Е.В., Крикунова П.В., Кудряшов С.И. - 120/1/66
- 9.6 Спектр неупругих столкновений медленных протонов в области молекулярных возбуждений воды. Багуля А.В., Гришин В.М., Завестовская И.Н., Рябов В.А. - 120/6/465
- 9.7 Субтерагерцовый отклик планарных фосфолипидных мембран в неупругом рассеянии света. Адищев С.В., Добрынина Е.А., Суровцев Н.В. - 120/6/470
- 9.8 Наноструктурированные микропорошки $\text{Gd}_2\text{O}_3:\text{Yb}$ для антибактериальной гипертермии. Щербинин Д.П., Булыга Д.В., Сараева И.Н., Толордова Э.Р., Пеунков А.А., Долгинцев Д.М., Бабкина А.Н., Иванов А.В., Кудряшов С.И. - 120/10/820
- 10. Разное**
- 10.1 Высотный ход потоков суб-релятивистских электронов в области Южно-Атлантической аномалии по данным измерений на спутнике формата кубсат “СириусСат-1”. Богомолов А.В., Богомолов В.В., Июдин А.Ф., Калегаев В.В., Коржик М.В., Оседло В.И., Подзолко М.В., Сазонов В.В., Свертилов С.И. - 119/4/310
- 10.2 Характеристики электромагнитного излучения из образцов кварца, ниобата лития и полиметилметакрилата при их ударном нагружении. Костюков А.Д., Карпов М.А. - 119/5/402
- 10.3 *Devoted to memory of Alexei Alexandrovich Starobinsky De Sitter local thermodynamics in $f(R)$ gravity*. Volovik G.E. - 119/7/560
- 10.4 Исключительные точки в тримерах диэлектрических цилиндров. Дмитриев А.А., Барышникова К.В., Рыбин М.В. - 119/9/714
- 10.5 Поправка. Сидельников М.С., Пальниченко А.В., Перваков К.С., Власенко В.А., Зверькова И.И., Успенская Л.С., Пудалов В.М., Винников Л.Я. - 120/8/651
- 12. Мультидисциплинарное**
- 12.1 Fermionic quartet and vestigial gravity. Volovik G.E. - 119/4/317
- 12.2 Метастабильные объекты во Вселенной и их возможная связь со “стрелой времени”. Бражкин В.В. - 119/12/948
- 12.3 Численное моделирование фотонного тензорного ядра для аппаратного ускорения оптических матрично-векторных вычислений. Колосов Г.А., Шорохов А.С., Федягин А.А. - 120/12/970

Содержание
Том 120, выпуск 11
Поля, частицы, ядра

Бондаренко С., Исадыков А., Калиновская Л., Сапронов А., Сейтова Д. Двухпетлевые КЭД/КХД поправки в поляризованном $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ процессе в SANCphot	833
Ужинский В.В., Галоян А.С., Чалый Н.А. К теоретической интерпретации данных о взаимодействиях ядер аргона с ядрами при высоких энергиях	838
Gabdrakhmanov I.R., Gramotkov N.A., Kotikov A.V., Teryaev O.V., Volkova D.A., Zemlyakov I.A. Heavy quark contributions in Bjorken sum rule with analytic coupling	842
Толстихина И.Ю., Шевелько В.П. Процессы ионизации и перезарядки при столкновении протонов с атомами сверхтяжелых элементов	844
Оптика, лазерная физика	
Колоколов И.В., Лебедев В.В. Экстремальные флуктуации интенсивности излучения в турбулентной атмосфере	850
Конденсированное состояние	
Фомичёв С.А., Бурдов В.А. Пороговая фотогенерация биэкситонов в нанокристаллах на основе прямозонных полупроводников	856
Шуравин Н.С., Карелина Л.Н., Ионин А.С., Разорёнов Ф.А., Сидельников М.С., Егоров С.В., Больгинов В.В. Обобщенная модель сверхпроводникового сигма-нейрона	863
Петрова А.Е., Гаврилкин С.Ю., Хасанов С.С., Степанов В.А., Стишов С.М. Магнетосопротивление объемного образца FeSi	871
Тимофеев Б., Шикин В. Релаксационные явления в разбавленных, заряженных растворах	877
Вдовин Е.Е., Ханин Ю.Н., Морозов С.В., Кащенко М.А., Соколик А.А., Новоселов К.С. Проявление послойной локализации сингулярностей ван Хова в туннелировании между листами двухслойного графена	889
Астрофизика и космология	
Арбузов А.Б., Никитенко А.А. Спектр первичных гравитационных волн в квантовой версии конформной ОТО	895
Квантовая информатика	
Васильев П.П. Квантовая запутанность при сверхизлучении конденсата электронно-дырочных пар в полупроводниковых гетероструктурах	902

Содержание
Том 120, выпуск 12
Поля, частицы, ядра

Григорьев П.Д., Кочев В.Д., Цыплюхин В.А., Дюгаев А.М., Полищук И.Я. Метод измерения отклонения от закона Ламберта при диффузном рассеянии ультрахолодных нейтронов на материальных стенках	911
Оптика, лазерная физика	
Киселев М.Д., Грызлова Е.В., Попова М.М., Грум-Гржимайло А.Н. Двухфотонная ионизация одиночных атомов, локализованных на оси бесселева пучка	917
Майдыковский А.И., Андросов А.С., Апостолов Д.О., Смирнов К.А., Батуев И.О., Мурзина Т.В. Спектральные свойства трехмерных волноводных структур, изготовленных методом двухфотонной лазерной литографии	924
Плазма, гидро- и газодинамика	
Пушкарёв А.Н., Геогджаев В.В., Бадулин С.И. Инвариантность эволюции спектров ветровых волн в океане как статистический аттрактор	930
Конденсированное состояние	
Абалмасов В.А. Неоднородности динамики и локального поля в $\pm J$ изинговских спиновых стеклах	937
Melentev A.V., Zhukova E.S., Nekrasov B.M., Stolyarov V.S., Frolov A.S., Savinov M., Bush A.A., Kozlov V.I., Gorshunov B.P., Talanov M.V. Soft mode behavior in transition metal doped SrTiO ₃ thin films on MgO substrates	943
Лобачев А.В., Чуев М.А. Многоуровневая релаксационная модель для описания кривых намагничивания наночастиц	946
Морозова М.А., Матвеев О.В., Лобанов Н.Д., Романенко Д.В., Медников А.М., Гусев С.А., Гусев Н.С., Никитов С.А. Управление брэгговскими резонансами спиновых волн с помощью спинового тока в магнонном кристалле с Pt полосками	953
Усольцев А.С., Даниярходжаев А.Т., Гиппиус А.А., Садаков А.В. Сверхпроводящий параметр порядка соединения RbCa ₂ Fe ₄ As ₄ F ₂	961
Мультидисциплинарное	
Колосов Г.А., Шорохов А.С., Федягин А.А. Численное моделирование фотонного тензорного ядра для аппаратного ускорения оптических матрично-векторных вычислений	970
Авторский и предметный указатели томов 119-120 за 2024 г.	977