

Механизм самоорганизации доменной структуры в магнитных пленках в модели Гинзбурга–Ландау

Д. С. Мехоношин¹⁾, Л. А. Памятных

Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина, 620002 Екатеринбург, Россия

Поступила в редакцию 6 июня 2024 г.

После переработки 12 июля 2024 г.

Принята к публикации 14 июля 2024 г.

Методом численного моделирования в рамках феноменологической модели Гинзбурга–Ландау в тонкой ферромагнитной пленке, подвергнутой действию осциллирующего магнитного поля, выявлены процессы спонтанного формирования динамических спиральных доменов, что является одним из видов самоорганизации магнитной доменной структуры. В рамках численной модели качественно воспроизведены особенности самоорганизации доменной структуры, экспериментально наблюдавшиеся в пленках ферритов-гранатов: существование двух типов спиральных доменов (одно- и двурукавных спиральных доменов), формирование плотной упаковки спиральных доменов и их цепочек в неоднородном магнитном поле. Описан механизм образования спиральных доменов, не требующий действия гиротропной силы.

DOI: 10.31857/S0370274X24080173, EDN: QJUTSF

1. Введение. В работах [1, 2] впервые было показано, что многодоменные магнитные среды являются объектами синергетики [3]. В этих средах наблюдается самоорганизация магнитных доменных структур, в результате чего формируются динамически устойчивые структуры (спиральные, кольцевые концентрические домены, ведущие центры и др.). Возможным приложением явлений самоорганизации доменной и микромагнитной структуры является контролируемое создание магнитных текстур с заданными свойствами для использования в устройствах обработки информации, основанных на принципах магноники [4]. Носителями информации в таких устройствах являются спиновые волны, а вычисления выполняются в результате их взаимодействия со спиновыми текстурами. Топологические дефекты магнитных структур, такие как доменные границы, магнитные скирмионы [5], магнитные дислокации [6, 7] и дисклинации [8–10] рассматриваются как строительные блоки для этих устройств, а контролируемое создание требуемых структур является важной научно-технической задачей. Так, например, в работах [11, 10] методами деформационной инженерии формировали упорядоченные доменные структуры в виде полосовых, спиральных, кольцевых доменов микро/наномасштаба и их решеток.

Данная работа посвящена исследованию зарождения магнитных спиральных доменов (СД) в пере-

менном магнитном поле в магнитных пленках. Экспериментальные исследования проведены на монокристаллической пленке феррита-граната.

Устойчивость спиральных доменов в постоянных и переменных полях теоретически рассматривалась в работах [12–15], неисследованным остается вопрос условий зарождения СД в неупорядоченной доменной структуре. Применение микромагнитного подхода к исследованию процессов самоорганизации магнитной доменной структуры ферромагнитной пленки с параметрами, близкими к параметрам экспериментально исследованных пленок ферритов-гранатов, затруднено в связи с необходимостью рассмотрения динамики областей большого размера (десятки и сотни периодов доменной структуры) на больших временных интервалах (десятки периодов магнитного поля). Феноменологическая модель доменной структуры тонкой магнитной пленки с перпендикулярной анизотропией, подходящая для численного моделирования больших областей, была предложена в работах [16, 17]. В модели вводится скалярный параметр порядка, которому придается смысл перпендикулярной к плоскости пленки компоненты вектора намагниченности. Использование только одной компоненты вектора намагниченности делает использование данной модели вычислительно более эффективным, чем полный микромагнитный расчет.

Ранее модель [16] применялась для исследования условий возникновения концентрических кольцевых

¹⁾e-mail: dmitry.mehonoshin@urfu.ru

доменов вокруг точечного дефекта [18] и поступательного смещения неупорядоченного массива доменов в переменном магнитном поле [19], анализа распределения скачков Баркгаузена при перемагничивании тонкой пленки с учетом структурных дефектов [20], исследования обменного смещения в системе ферромагнетик/антиферромагнетик [21], движения доменных границ в режиме крипа и депиннинга [22].

2. Описание модели. Используемая модель может быть описана как модифицированная модель Гинзбурга–Ландау для динамики намагниченности пленки с перпендикулярной анизотропией [23]. В модели учитывается обменное взаимодействие, перпендикулярная магнитная анизотропия и взаимодействие с внешним магнитным полем и полями рассеяния, а существование магнитной доменной структуры является результатом конкуренции между действующим на коротких расстояниях обменным взаимодействием и дальнедействующим диполь-дипольным взаимодействием [24, 25]. Рассматривается тонкая ферромагнитная пленка толщиной L , вводится двумерная скалярная переменная $\phi(\mathbf{r})$, которая отождествляется с нормальной компонентой приведенного вектора намагниченности пленки: $\phi(\mathbf{r}) = m_z(\mathbf{r}) = M_z(\mathbf{r})/M_s$, где M_s — намагниченность насыщения. Переменная $\phi(\mathbf{r})$ принимает непрерывный спектр значений в диапазоне $[-1, 1]$. Свободная энергия системы имеет вид

$$F[\phi(\mathbf{r})] = F_{\text{ex}} + F_{\text{an}} + F_e + F_{\text{ms}}, \quad (1)$$

где F_{ex} , F_{an} , F_e и F_{ms} соответствуют энергиям обменного взаимодействия, перпендикулярной одноосной анизотропии, взаимодействия с внешним магнитным полем $H(t)$, перпендикулярным плоскости пленки, и магнитостатического взаимодействия. Слагаемые, входящие в (1), могут быть выражены следующим образом [17, 26]:

$$F_{\text{ex}} = \frac{a}{2} \int |\nabla \phi(\mathbf{r})|^2 d^2 \mathbf{r}, \quad (2)$$

$$F_{\text{an}} = -k \int \frac{\phi(\mathbf{r})^2}{2} d^2 \mathbf{r}, \quad (3)$$

$$F_e = - \int h(t) \phi(\mathbf{r}) d^2 \mathbf{r}, \quad (4)$$

$$F_{\text{ms}} = \frac{1}{4\pi} \iint G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \phi(\mathbf{r}) \phi(\mathbf{r}') d^2 \mathbf{r} d^2 \mathbf{r}', \quad (5)$$

где

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} - \frac{1}{\sqrt{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')^2 + 1}}.$$

Интегрирование в выражениях (2)–(5) выполняется в плоскости пленки. Безразмерные параметры a , k , $h(t)$, входящие в (2)–(4), могут быть связаны с реальными параметрами пленки следующим образом [26]: $k = 2K_u/(\mu_0 M_s^2)$, $a = 2A/(\mu_0 M_s^2 L^2)$, $h(t) = H(t)/M_s$, где K_u — константа одноосной анизотропии, A — обменный параметр, $H(t)$ — напряженность внешнего магнитного поля, μ_0 — магнитная постоянная СИ. Время и длина в используемой модели являются безразмерными, единица длины соответствует толщине пленки L , единица времени — величине $\Delta\tau = 1/(\alpha\gamma\mu_0 M_s)$, где α — параметр затухания Гильберта, γ — гиромагнитное отношение [26]. Уравнение динамики имеет следующий вид [17, 26]:

$$\frac{\partial \phi(\mathbf{r})}{\partial t} = (1 - \phi(\mathbf{r})^2) B + a \nabla^2 \phi(\mathbf{r}), \quad (6)$$

где

$$B = h(t) + k\phi(\mathbf{r}) - \frac{1}{2\pi} \int G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \phi(\mathbf{r}') d^2 \mathbf{r}'.$$

На уравнение (6) накладывались периодические граничные условия, уравнение решалось с использованием псевдоспектрального метода, было получено следующее уравнение в пространстве Фурье:

$$\frac{\partial \phi(\mathbf{k})}{\partial t} = \mathcal{F} \{ (1 - \phi(\mathbf{r})^2) B_N \} - a |\mathbf{k}|^2 \phi(\mathbf{k}), \quad (7)$$

где

$$B_N = h(t) + k\phi(\mathbf{r}) - \mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{1 - e^{-|\mathbf{k}|}}{|\mathbf{k}|} \phi(\mathbf{k}) \right\},$$

$\mathcal{F}\{\cdot\}$, $\mathcal{F}^{-1}\{\cdot\}$ — прямое и обратное преобразования Фурье соответственно, $\phi(\mathbf{k}) = \mathcal{F}\{\phi(\mathbf{r})\}$, $\mathbf{k}$ — волновой вектор в пространстве Фурье. Для решения уравнения (7) использовалась схема экспоненциальной временной разности (*exponential time differencing*) первого порядка [27]. Размер рассматриваемой области составлял 1024×1024 ячеек, шаг пространственной сетки был выбран $\Delta x = \Delta y = 0.04$, временной шаг составлял $\Delta t = 0.25$. Значения параметров модели имели следующие значения: $a = 3.2 \cdot 10^{-3}$, $k = 2.5$. Пленки ферритов-гранатов, исследованные в [2], характеризовались фактором качества $Q = 2K_u/(\mu_0 M_s^2)$; в данном случае $Q = k = 2.5$, т.е. рассматривается пленка с умеренной величиной одноосной анизотропии.

3. Результаты и обсуждение. В работе исследовалось зарождение спиральных динамических доменов в неупорядоченной (лабиринтной) доменной структуре в результате воздействия однородного поля накачки $h(t) = h_0 \sin(\omega t)$. На первом этапе моделирования задавались исходные неупорядоченные

доменные структуры. Для этого использовалось известное явление потери устойчивости формы цилиндрического домена в постоянном магнитном поле и его дальнейшее ветвление [24, 16]. Исходно в системе с однородным распределением переменной $\phi(\mathbf{r}) = 1$ создавалось небольшое количество цилиндрических доменов с $\phi(\mathbf{r}) = -1$ (рис. 1а). При отсутствии магнитного поля $h = 0$ с течением времени размер домена начинает увеличиваться (рис. 1б), форма цилиндрического домена искажается (рис. 1с) и вся исследуемая область заполняется лабиринтной доменной структурой (рис. 1д–ф). Метастабильное состояние (рис. 1ф), возникшее после завершения переходных процессов, использовалось как исходное состояние для приложения переменного поля.

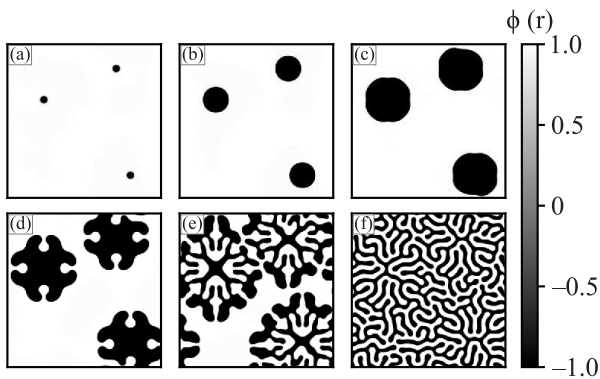


Рис. 1. Распределение фазовой переменной $\phi(\mathbf{r})$ в процессе развития лабиринтной структуры в различные моменты времени t : (а) – 0; (б) – $0.25 \cdot 10^3$; (с) – $0.75 \cdot 10^3$; (д) – $1.25 \cdot 10^3$; (е) – $2.0 \cdot 10^3$, (ф) – $25 \cdot 10^3$

В эпитаксиальных пленках ферритов-гранатов в переменном магнитном поле наблюдаются два типа спиральных доменов: однорукавные и двурукавные СД [28]. Отличие заключается в устройстве ядра СД: у однорукавного СД в ядре находится один конец домена со значением перпендикулярной компоненты приведенного вектора намагниченности $m_z = +1$ и один конец домена с $m_z = -1$, тогда как у двурукавного СД в ядре находится два конца домена с одинаковым значением m_z и ни одного конца домена с противоположным значением m_z . Изображения однорукавных и двурукавных СД, которые наблюдались нами в эпитаксиальной пленке феррита-граната $(\text{YLuBi})_3(\text{FeGa})_5\text{O}_{12}$ с фактором качества $Q = 73$ в осциллирующем магнитном поле $H(t) = H_0 \sin(2\pi ft)$ с помощью магнитооптического эффекта Фарадея с применением стробоскопической методики, приведены на рис. 2: однорукавный (рис. 2а) и двурукавный (рис. 2б) спиральные домены.

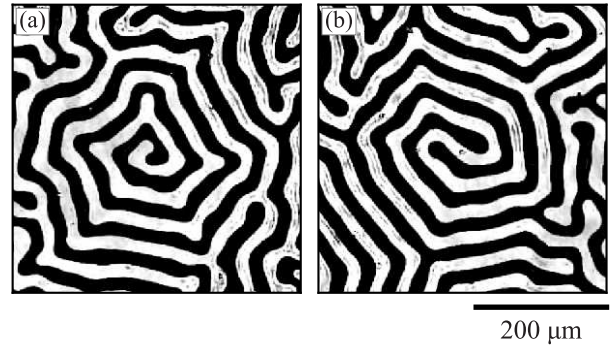


Рис. 2. Магнитооптические изображения однорукавного (а) и двурукавного (б) спиральных доменов, существующих в пленке феррита-граната $(\text{YLuBi})_3(\text{FeGa})_5\text{O}_{12}$ в переменном магнитном поле $H(t) = H_0 \sin(2\pi ft)$ с частотой $f = 4.8$ кГц, амплитудой H_0 : (а) – 2.7 кА/м, (б) – 2.5 кА/м, температура пленки $T = 297$ К

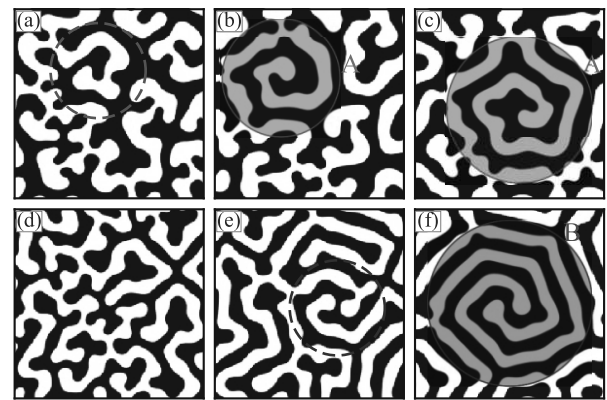


Рис. 3. (Цветной онлайн) Мгновенные распределения переменной $\phi(\mathbf{r})$ в осциллирующем магнитном поле $h(t) = h_0 \sin(\omega t)$ при $\omega = 7.9 \cdot 10^{-4}$, $h_0 = 0.45$ (а)–(с), и при $\omega = 6.3 \cdot 10^{-4}$, $h_0 = 0.41$ (д)–(ф). Размер области 600×600 точек. Моменты времени после начала приложения поля t : (а) – T ; (б) – $5T$; (с) – $35T$; (д) – T ; (е) – $25T$; (ф) – $125T$, где $T = 2\pi/\omega$. А – однорукавный спиральный домен, В – двурукавный спиральный домен

В рамках используемой численной модели в гармоническом магнитном поле $h(t) = h_0 \sin(\omega t)$ нами наблюдались процессы спонтанного зарождения СД обоих типов. Примеры возникновения однорукавных СД при параметрах магнитного поля $\omega = 7.9 \cdot 10^{-4}$ и $h_0 = 0.45$ приведены на рис. 3а–с. На рисунке 3а показана лабиринтная доменная структура пленки через один период $T = 2\pi/\omega$ после начала приложения переменного поля $h(t)$, видно, что в результате воздействия поля доменная структура приобретает более искаженный вид, чем исходная (рис. 1ф), в ней возникает зародыш СД (отмечен пунктиром

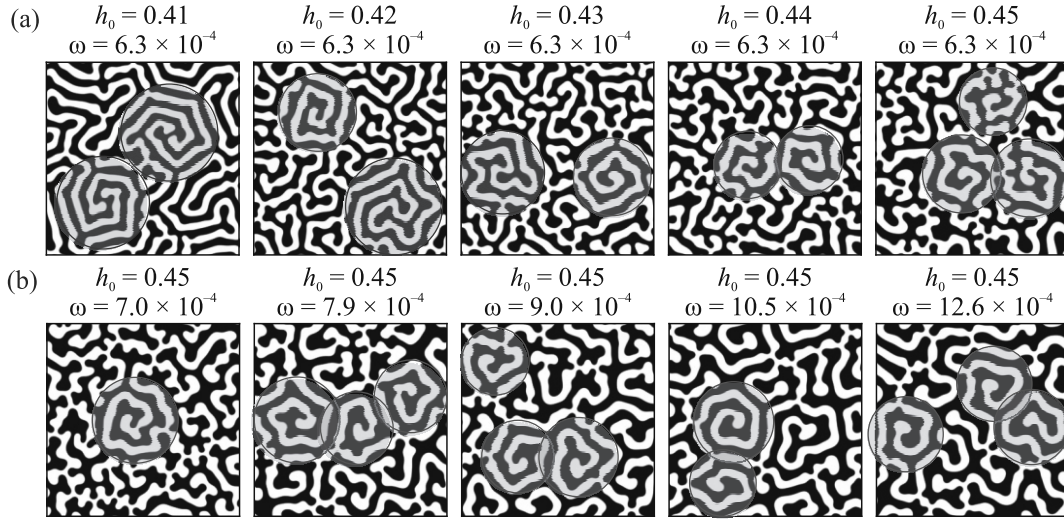


Рис. 4. (Цветной онлайн) Мгновенные изображения моделируемых доменных структур при различных амплитудах h_0 и частотах ω переменного магнитного поля: (a) – при фиксированной частоте $\omega = 6.3 \cdot 10^{-4}$ и изменении амплитуды h_0 в диапазоне 0.41–0.45; (b) – при фиксированной амплитуде $h_0 = 0.45$ и изменении частоты ω в диапазоне $(7.0\text{--}12.6) \cdot 10^{-4}$. Размер области на приведенных рисунках 1024×1024 , изображения доменных структур приведены в моменты времени t , соответствующие мгновенному значению поля $h(t) = 0$. Примеры двурукавных спиральных доменов выделены синим цветом, однорукавных спиральных доменов – красным

на рис. 3а). В момент времени $t = 5T$ в системе доменов существует маловитковый однорукавный спиральный домен А в окружении лабиринтной доменной структуры (рис. 3b). Возникший СД существует в течении как минимум 30 периодов магнитного поля (рис. 3с)), при этом его размер увеличивается, а сам спиральный домен смещается относительно его начального положения. Пример возникновения двурукавного СД в осциллирующем поле с $\omega = 6.3 \cdot 10^{-4}$, $h_0 = 0.41$ показан на рис. 3d–f. Зародыш двурукавного СД возникает после приложения поля в течение 25 периодов (рис. 3е, выделен пунктирной линией), в момент времени $t = 125T$ в системе существует крупный двурукавный СД (рис. 3f) Следует отметить, что форма спиральных доменов часто искажена и отличается от идеализированной архимедовой спирали, в структуре спирали имеются отростки полосовых доменов, подобные экспериментально наблюдавшимся в [29].

Формирование одно- и двурукавных СД возможно в ограниченном диапазоне амплитуд h_0 и частот ω осциллирующего поля. При частоте $\omega = 6.3 \cdot 10^{-4}$ двурукавные СД возникают в диапазоне амплитуд $h_0 = (0.41\text{--}0.43)$ (см. рис. 4а), а однорукавные СД существует в более широком диапазоне $h_0 = (0.42\text{--}0.52)$. Возможность существования однорукавных СД при более высоких амплитудах поля, чем двурукавные, ранее была экспериментально продемонстрирована в [28]. На рисунке 4b показаны од-

норукавные СД, формирующиеся при фиксированной амплитуде поля $h_0 = 0.45$ при вариации частоты ω , при этом для данного значения амплитуды при частотах $\omega > 12.6 \cdot 10^{-4}$ СД не возникают. Следует отметить, что при увеличении амплитуды поля или уменьшении частоты форма СД и окружающей их лабиринтной доменной структуры становится более искаженной с большим числом отростков (рис. 4а, b). Общий амплитудный диапазон существования СД обоих типов, выраженный через статическое поле насыщения h_s , имеющее значение $h_s = 0.50$ для выбранных значений параметров модели a и k , составляет $h_0 = (0.82\text{--}1.04) h_s$, что качественно соответствует диапазону амплитуд формирования СД $H_0 = (0.87\text{--}0.95) H_s$, установленному экспериментально в высокоанизотропных пленках ферритов-гранатов [1, 2].

При определенных значениях параметров магнитного поля зарождение СД происходит почти во всей моделируемой области, таким образом образуются плотная упаковка спиральных доменов (рис. 5а), подобная исследованной экспериментально решеткам СД [30]. Плотные упаковки СД можно использовать для контролируемого зарождения СД при наложении пространственных ограничений на область существования доменной структуры. На рисунке 5b показана доменная структура, возникающая в результате одновременного воздействия постоянного неоднородного поля h_{inh} и однородного осциллирующего

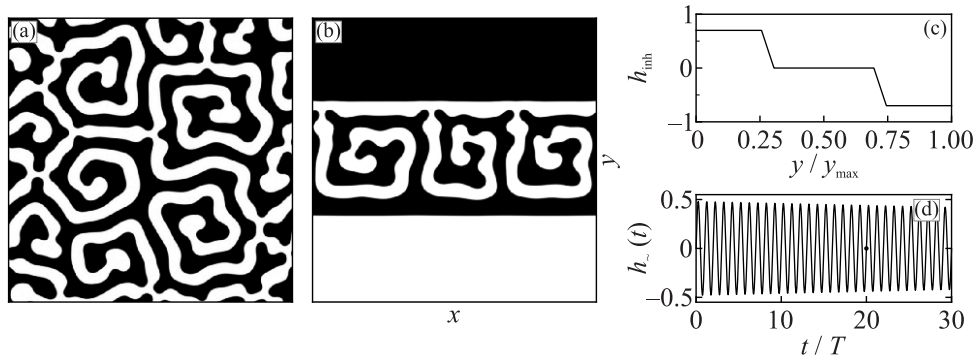


Рис. 5. (а) – Пример плотной упаковки спиральных доменов, частота поля $\omega = 1.05 \cdot 10^{-3}$, амплитуда поля $h_0 = 0.45$. (б) – Цепочка спиральных доменов в результате воздействия постоянного неоднородного поля h_{inh} и переменного поля с убывающей амплитудой $h_{\sim}(t)$ с частотой $\omega = 7.9 \cdot 10^{-4}$; (с) – зависимость неоднородного поля h_{inh} от y -координаты; (д) – временная зависимость переменного поля с убывающей амплитудой $h_{\sim}(t)$, точкой отмечен момент времени, соответствующий состоянию, показанному на рисунке (б). Размер области на рисунках (а), (б) 1024×1024 точек

поля $h_{\sim}(t)$ с линейно убывающей с течением времени амплитудой (рис. 5d). Неоднородное поле h_{inh} не зависит от x -координаты в плоскости, но зависит от y -координаты как показано на рис. 5с, а его величины в верхней и нижней части области на рис. 5b достаточно для насыщения. Таким образом, доменная структура может существовать лишь в узкой средней части моделируемой области, где в результате воздействия переменного поля $h_{\sim}(t)$ возникает цепочка СД, подобная наблюдавшимся экспериментально в [31] в пленках ферритов-гранатов под действием поля с линейным градиентом напряженности.

В [2, 32] в качестве возможного механизма формирования СД в переменном поле указывалось действие гиротропной силы $\mathbf{F}_g$ на конец движущегося полосового домена [33]:

$$\mathbf{F}_g = \frac{\mu_0 M_s}{\gamma} [\mathbf{G} \times \mathbf{V}], \quad (8)$$

$$\mathbf{G} = - \int \sin \theta (\nabla \theta) \times (\nabla \varphi) dV,$$

где $\mathbf{G}$ – гиротропный вектор, θ, φ – полярный и азимутальный углы ориентации вектора намагниченности, $\mathbf{V}$ – скорость движения некоторого распределения намагниченности. В рамках модели, используемой в настоящей работе, действия гиротропной силы не возникает вследствие того, что параметр порядка $\phi(\mathbf{r})$ является скалярной величиной (в рамках данной модели нет аналога азимутального угла φ в (8)). Формирование СД в данной модели связано с неустойчивостями формы доменов, вызываемых магнитостатическим взаимодействием. Для иллюстрации данных процессов было рассмотрено изменение формы СД в течение одного периода магнитного поля (рис. 6). В момент времени $t = 0.25T$ (рис. 6а),

что соответствует максимальному мгновенному значению поля $h(t)$ за период (см. рис. 6g) ширина домена с $\phi(\mathbf{r}) = -1$ (темный домен на рис. 6) близка к минимальной, при этом длина домена сокращается и конец домена движется в направлении, обозначенном стрелкой, и останавливается в положении, изображенном на рис. 6b. К моменту времени $t = 0.4T$ на конце домена появляется утолщение (рис. 6с), которое с течением времени резко увеличивается, формируя следующий виток спирали (рис. 6d–f). Подобные процессы имеют место на начальных этапах формирования СД из уединенного полосового домена.

Следует подчеркнуть отличия механизма образования спиральных доменов, рассматриваемого в настоящей статье, от описанных в литературе механизмов. Известны аналитические модели возникновения спиральных доменов [12], спиральных вихрей и их решеток в ферромагнетиках [34–37], спиральных спиновых текстур в геликоидальных магнетиках [38, 39], однако в большинстве перечисленных работ не учитывалось магнитостатическое взаимодействие, которое является необходимым для описанных выше неустойчивостей формы доменов. СД наблюдались в [9] в перфорированных тонких пленках NdCo, имеющих вид сотовых структур, однако их возникновение связывалось авторами [9] с существованием вихревой структуры для плоскостной компоненты намагниченности, тогда как в рамках используемой в настоящей статье модели плоскостная компонента намагниченности не учитывается.

4. Заключение. В рамках модели Гинзбурга–Ландау дано объяснение причины одного из видов самоорганизации магнитной доменной структуры – формирования спиральных магнитных доменов в пленке с перпендикулярной магнитной ани-

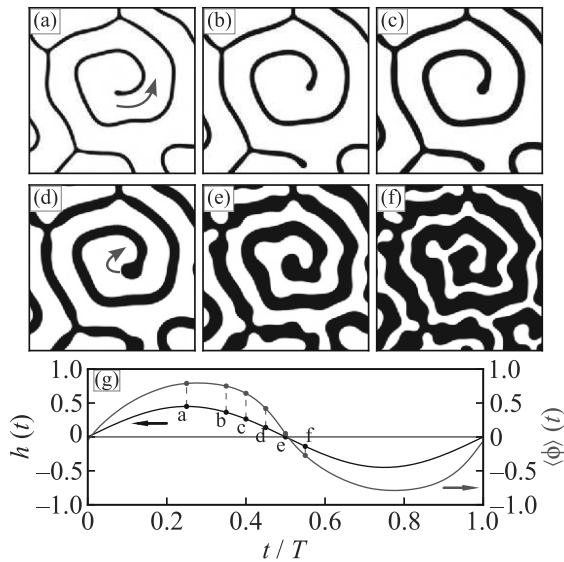


Рис. 6. (Цветной онлайн) Эволюция спирального домена в течение периода T магнитного поля $h(t)$. Параметры поля: $\omega = 7.8 \cdot 10^{-4}$, $h_0 = 0.45$, моменты времени t : (a) – $0.25T$; (b) – $0.35T$; (c) – $0.40T$; (d) – $0.45T$; (e) – $0.50T$; (f) – $0.55T$; (g) – временные зависимости магнитного поля $h(t)$ и усредненного по моделируемой области значения переменной $\phi(\mathbf{r})$. Размер области на рис. (a)–(f) 500×500 ячеек

зотропией в осциллирующем магнитном поле. Показано, что самоорганизация доменной структуры связана с магнитостатической неустойчивостью формы динамических доменов, а действие гиротропных сил не является необходимым для зарождения спиральных доменов. Качественно воспроизведены закономерности самоорганизации магнитной доменной структуры, наблюдавшиеся экспериментально в пленках ферритов-гранатов: существование двух видов динамических спиральных доменов (одно- и двурукавных), плотная упаковка спиральных доменов, формирование цепочек спиральных доменов при одновременном воздействии однородного осциллирующего и неоднородного постоянного поля. Диапазон амплитуд поля существования спиральных доменов качественно соответствует установленному экспериментально.

Финансирование работы. Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках Программы развития Уральского федерального университета имени первого Президента России Б.Н. Ельцина в соответствии с программой стратегического академического лидерства «Приоритет-2030».

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. Г. С. Кандаурова, А. Э. Свицерский, Письма в ЖЭТФ **47**, 410 (1988).
2. Г. С. Кандаурова, УФН **172**, 1165 (2002).
3. А. Лоскутов, А. Михайлов, *Введение в синергетику*, Наука, М. (1990).
4. H. Yu, J. Xiao, and H. Schultheiss, Phys. Rep. **905**, 1 (2021).
5. A. Fert, N. Reyren, and V. Cros, Nat. Rev. Mater. **2**, 1 (2017).
6. L. A. Pamyatnykh, B. N. Filippov, L. Y. Agafonov, and M. S. Lysov, Sci. Rep. **7**, 18084 (2017).
7. L. Pamyatnykh, M. Lysov, S. Pamyatnykh, and G. Shmatov, JMMM **542**, 168561 (2022).
8. P. Schoenherr, J. Müller, L. Köhler, A. Rosch, N. Kanazawa, Y. Tokura, M. Garst, and D. Meier, Nat. Phys. **14**, 465 (2018).
9. F. Valdes-Bango, M. Velez, L. M. Alvarez-Prado, and J. Martin, New J. Phys. **20**, 113007 (2018).
10. L. Zhao, H. Huang, X. Wang, T. Lei, G. Bo, S. Dong, J. Guo, X. Liu, D. Chen, L. Ji, R. Zhao, J. Zhang, X. Zhang, and Y. Jiang, Acta Mater. **265**, 119579 (2024).
11. J. Zhang, W.-K. Lee, R. Tu, D. Rhee, R. Zhao, X. Wang, X. Liu, X. Hu, X. Zhang, T. W. Odom, and M. Yan, Nano Lett. **21**, 5430 (2021).
12. А. Б. Борисов, Ю. И. Ялышев, ФММ **79**, 18 (1995).
13. В. Н. Мальцев, Г. С. Кандаурова, Л. Н. Картагулов, ФТТ **45**, 658 (2003).
14. В. Н. Мальцев, А. А. Нестеренко, ФММ **117**, 233 (2016).
15. К. В. Ламонова, Ю. А. Мамалуй, ФТВД **7**, 82 (1997).
16. E. A. Jagla, Phys. Rev. E **70**, 046204 (2004).
17. E. A. Jagla, Phys. Rev. B **72**, 094406 (2005).
18. K. Kudo, Phys. Rev. E **80**, 016209 (2009).
19. K. Kudo and K. Nakamura, Phys. Rev. E **76**, 036201 (2007).
20. A. Benassi and S. Zapperi, Phys. Rev. B **84**, 214441 (2011).
21. A. Benassi, M. A. Marioni, D. Passerone, and H. J. Hug, Sci. Rep. **4**, 4508 (2014).
22. N. B. Caballero, E. E. Ferrero, A. B. Kolton, J. Curiale, V. Jeudy, and S. Bustingorry, Phys. Rev. E **97**, 062122 (2018).
23. P. C. Guruciaga, N. Caballero, V. Jeudy, J. Curiale, and S. Bustingorry, J. Stat. Mech.: Theory Exp. **2021**, 033211 (2021).
24. M. Seul and D. Andelman, Science **267**, 476 (1995).
25. D. Andelman and R. E. Rosensweig, J. Phys. Chem. B **113**, 3785 (2009).
26. A. Benassi, Model. Simul. Mater. Sci. Eng. **22**, 025004 (2014).

27. S. M. Cox and P. C. Matthews, J. Comput. Phys. **176**, 430 (2002).
28. О. П. Щетников, Л. Ю. Агафонов, Д. С. Мехоношин, Л. А. Памятных, Изв. РАН. Сер. физ. **78**, 1194 (2014).
29. М. В. Логунов, М. В. Герасимов, ФТТ **44**, 1627 (2002).
30. Y. A. Mamalui and E. N. Soika, Physica Status Solidi (a) **184**, 437 (2001).
31. A. G. Pashko, R. Bareev, V. Osadchenko, N. Lobasheva, and G. Kandaurova, Solid State Phenomena **168**, 227 (2011).
32. В. Е. Иванов, Г. С. Кандаурова, ФММ **87**, 57 (1999).
33. A. P. Malozemoff and J. C. Slonczewski, *Magnetic domain walls in bubble materials: advances in materials and device research*, Academic Press, N.Y. (1979).
34. A. G. Shagalov, Phys. Lett. A **235**, 643 (1997).
35. A. G. Shagalov, Phys. Met. Metallogr. **84**, 471 (1997).
36. А. Б. Борисов, Письма в ЖЭТФ **73**, 279 (2001).
37. А. Б. Борисов, И. Г. Бострем, А. С. Овчинников, Письма в ЖЭТФ **80**, 112 (2004).
38. А. Б. Борисов, Ф. Н. Рыбаков, Письма в ЖЭТФ **96**, 572 (2012).
39. А. Б. Борисов, УФН **190**, 291 (2020).