

# О возможности умножения частоты колебаний в гигаваттном ультракоротком СВЧ-импульсе

Е. М. Тотменинов<sup>1)</sup>, В. Ю. Конев, О. О. Мутылин, И. В. Пегель

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки

Институт сильноточной электроники Сибирского отделения РАН, 634055 Томск, Россия

Поступила в редакцию 17 мая 2024 г.

После переработки 1 июля 2024 г.

Принята к публикации 1 июля 2024 г.

Показана возможность удвоения частоты ультракороткого СВЧ-импульса низшей осесимметричной моды электрического типа при взаимодействии со встречным трубчатым релятивистским электронным пучком в условиях циклотронного резонанса за счет переизлучения в моду, имеющую резонанс на второй гармонике гирочастоты. В численном эксперименте продемонстрировано преобразование гигаваттного СВЧ-импульса 3-см диапазона длительностью 1 нс в круглом волноводе из моды  $TM_{01}$  в моду  $TM_{02}$  с удвоением частоты, сокращением длительности до 0.22 нс и достижением пиковой мощностью выше исходной. Для более протяженных исходных импульсов с субнаносекундным фронтом показана возможность формирования интенсивного ультракороткого фронтального всплеска колебаний с удвоенной частотой.

DOI: 10.31857/S0370274X24080114, EDN: EMJFHY

**1. Введение.** Взаимодействие мощных ультракоротких СВЧ-импульсов (с длительностью  $\sim 10^{-9}$  с и менее, числом периодов колебаний  $\sim 10$ ) с релятивистскими электронными пучками в условиях циклотронного резонанса подробно исследовано в целом ряде теоретических и экспериментальных работ (см., например, [1–3] и ссылки в них). Для таких импульсов, распространяющихся попутно с электронным пучком, наблюдались эффекты нестационарного усиления, компрессии и формирования солитонов самоиндущей прозрачности. В случае встречного движения волны и пучка в численном моделировании были продемонстрированы эффекты остановки волнового импульса и формирования периодической последовательности ультракоротких СВЧ-импульсов. В этих работах рассматривались преимущественно волны магнитного типа, в частности несимметричная низшая мода круглого волновода  $TE_{11}$ .

Возникают вопросы, возможно ли получение солитона самоиндущей прозрачности для волн электрического типа ( $TM$ ), и можно ли вместе с компрессией ультракороткого СВЧ-импульса осуществить преобразование частоты колебаний. Покажем в численном расчете, что формирование солитона возможно, а для преобразования частоты можно использовать циклотронный механизм умножения частоты. Метод опирается на использование поперечной

неоднородности поля волны в масштабе орбитального движения электронов, которая приводит к появлению в этом движении гармоник циклотронной частоты, что, в свою очередь, делает возможным резонансное электронно-волновое взаимодействие на соответствующих частотах с доплеровским сдвигом. Метод успешно применяется в источниках СВЧ-изучения гиротронного типа (см., например, работы [4–6] и ссылки в них), позволяя получать колебания на высоких гармониках циклотронной частоты, чаще всего для волновых мод с большими азимутальными индексами.

Для циклотронного умножения частоты волновых импульсов осесимметричных мод можно попробовать использовать радиальную неоднородность волнового поля. Ограничивааясь волнами электрического типа с небольшими радиальными индексами, попробуем реализовать ситуацию, когда раскачка циклотронных колебаний в трубчатом электронном пучке происходит под действием поля ультракороткого СВЧ-импульса волновой моды  $TM_{01}$ , а затем получившийся высокочастотный ток возбуждает на второй циклотронной гармонике волну  $TM_{02}$ . Сначала покажем, какие условия наиболее выгодны для резонансного взаимодействия электронов с волной  $TM_{02}$  на этой гармонике.

**2. Условия низших двух циклотронных резонансов для волны  $TM_{02}$ .** Рассмотрим циклотронное вращение электрона (компактного сгустка электронов) в релятивистском пучке, направляемом

<sup>1)</sup>e-mail: totm@lfe.hcei.tsc.ru

однородным магнитным полем  $\mathbf{H}_0 = H_0 \mathbf{z}_0$ , в присутствии бегущей вдоль  $z$  волны с модой  $\text{TM}_{02}$ . Для простоты будем пренебречь влиянием магнитной компоненты поля волны на движение электрона, а также считать, что изменение амплитуды циклотронных колебаний происходит адиабатически медленно.

Поперечное электрическое поле волны  $\text{TM}_{02}$  представлено радиальной компонентой

$$E_r(r, z, t) = E_0 J_1(\kappa_{02} r) \operatorname{Re} e^{i(\omega t - hz)},$$

где  $E_0$  – амплитуда,  $\omega = 2\pi f$ ,  $f$  – частота колебаний волны,  $h$  – продольное волновое число,  $\kappa_{02} = \nu_{02}/R_w$  – поперечное волновое число,  $\nu_{02} \approx 5.52$ ,  $R_w$  – радиус волновода. Здесь и далее  $\nu_{nm}$  есть  $m$ -й корень функции Бесселя  $J_n$ . Ограничимся ситуациями (рис. 1), когда радиус циклотронного вращения  $r_c$  мал по сравнению с радиальной координатой центра орбиты  $R_b$  (невозмущенный радиус тонкостенного трубчатого электронного пучка), который, в свою очередь, не слишком отличается от радиуса  $R_0 = (\nu_{11}/\nu_{02})R_w$ , где компонента поля  $E_r$  рассматриваемой моды переходит через ноль ( $\nu_{11} \approx 3.83$ ).

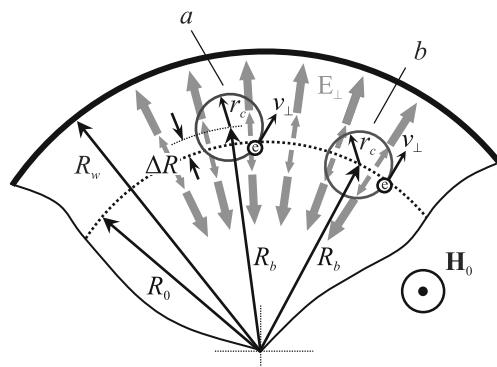


Рис. 1. (Цветной онлайн) Положение циклотронной орбиты в поле волны  $\text{TM}_{02}$ : *a* – со смещением относительно радиуса вариации поперечного электрического поля (возможны резонансы на первой и второй гармониках циклотронной частоты); *b* – без смещения (преобладает резонанс на второй гармонике)

Для получения условий циклотронных резонансов запишем выражение для мощности работы, совершающей электрическим полем волны над электроном. Линейно аппроксимируя в окрестности радиуса  $r = R_0$  функцию  $J_1(\kappa_{02}r) \approx ax$ , где  $\alpha = J'_1(\nu_{11})$  и  $x = \kappa_{02}(r - R_0)$ , запишем:

$$E_r(r, z, t) \approx E_0 \alpha \kappa_{02} (r(t) - R_0) \cos \theta_w,$$

здесь  $\theta_w = \omega t - hz$  – фаза волны. Радиальная координата электрона  $r(t) = R_b + r_c \cos \theta_H$ , где  $\theta_H =$

$\omega_H t + \varphi_0$  – циклотронная фаза,  $\omega_H = eH_0/mc\gamma$  – циклотронная частота,  $e$  и  $m$  – заряд и масса электрона,  $\gamma$  – релятивистский фактор,  $c$  – скорость света в вакууме,  $\varphi_0$  – начальная фаза. После подстановки, опуская простые преобразования, получаем мощность в виде:

$$\begin{aligned} e \dot{r} E_r = & -\frac{A}{2} \delta \{\sin(\theta_w - \theta_H) + \sin(\theta_w + \theta_H)\} - \\ & -\frac{A}{4} \{\sin(\theta_w - 2\theta_H) + \sin(\theta_w + 2\theta_H)\}, \end{aligned} \quad (1)$$

здесь  $A = -e\omega_H r_c^2 E_0 \alpha \kappa_{02}$ ,  $\delta = \Delta R/r_c$ ,  $\Delta R = R_b - R_0$ . Постоянному во времени аргументу какого-либо из синусов будет соответствовать резонанс. Видно, что имеются резонансы на первой и второй гармониках циклотронной частоты при условиях, соответствующих,

$$\omega - h\nu_z = \pm \omega_H, \quad \omega - h\nu_z = \pm 2\omega_H,$$

или иначе

$$\omega(1 - \beta_z/\beta_\phi) = \pm \omega_H, \quad \omega(1 - \beta_z/\beta_\phi) = \pm 2\omega_H,$$

здесь  $\beta_z = \nu_z/c$  – безразмерная продольная скорость электронов,  $\beta_\phi = \omega/hc$  – безразмерная фазовая скорость волн. Левые части последних соотношений всегда положительны, поскольку для волн в гладком волноводе при любом направлении распространения положительна величина  $1 - \beta_z/\beta_\phi$ . В случае равенств должны быть положительными и правые части. Знак величины  $\omega_H$  определяется направлением однородного магнитного поля. Далее, понимая под  $\omega_H$  абсолютную величину и оставляя подходящий знак в правой части, будем записывать условия резонансов в виде

$$\omega(1 - \beta_z/\beta_\phi) = \omega_H, \quad (2)$$

$$\omega(1 - \beta_z/\beta_\phi) = 2\omega_H. \quad (3)$$

Из (1) видно, что отношение мощностей, соответствующих резонансам на первой и второй гармониках, есть  $2\delta = 2(R_c - R_0)/r_c$ . Если центр циклотронной орбиты лежит на радиусе  $R_0$  (случай *b* на рис. 1), резонанс на первой гармонике отсутствует. При этом резонанс на второй гармонике, обеспечиваемый радиальным градиентом поля  $E_r$  (максимальным при  $r = R_0$ ) тем сильнее, чем больше величина  $r_c$ .

При линейной локальной аппроксимации  $E_r(r)$  и пренебрежении кривизной  $r_c \ll R_b$  получаются резонансы лишь на первых двух гармониках. Без этих приближений число резонансных гармоник будет, по-видимому, бесконечным.

### 3. Постановка численного эксперимента.

Попытаемся реализовать ситуацию, когда в электронном пучке под действием поля встречного СВЧ-импульса с модой  $\text{TM}_{01}$  возбуждаются поперечные колебания в условиях резонанса на первой циклотронной гармонике, а затем энергия вращательного движения частиц передается возбуждаемой волне  $\text{TM}_{02}$  (также встречной пучку) при резонансном условии (3) на второй гармонике.

Моделируемая конфигурация изображена на рис. 2. В гладкий круглый волновод радиусом 1.6 см и длиной 200 см инжектируется в положительном направлении трубчатый электронный пучок с начальным радиусом  $R_b = 1.0$  см, энергией частиц 290 кэВ, длительностью фронта тока 0.5 нс, направляемый однородным продольным магнитным полем  $H_0 \mathbf{z}_0$ . Толщина стенки инжектируемого пучка 0.5 мм. Начальные поперечные скорости у электронов отсутствуют. Ток инжекции изменялся в пределах 1 кА.

Навстречу электронному пучку запускается волна  $\text{TM}_{01}$  с частотой  $f = 11.74$  ГГц в виде импульса с огибающей в форме трапеции, мощностью на плоском участке  $\approx 1$  ГВт, длительностью на половине амплитуды 1.0 нс и фронтами по 0.5 нс (рис. 2a). Для формирования такого импульса использовался коаксиально-волноводный преобразователь 3, запитываемый импульсом ТЕМ-волны с соответствующим образом подобранными параметрами. Импульс, излученный преобразователем в волновод, на расстоянии порядка его диаметра приобретал структуру волны  $\text{TM}_{01}$ . Поскольку торец внешнего проводника преобразователя одновременно служил коллектором электронного пучка, это позволяло избежать нежелательного попадания заряженных частиц на границу расчетной области, предназначенной для пропускания электромагнитных волн, не прибегая к отклонению пучка неоднородным магнитным полем. На всех рисунках, кроме рис. 2a, преобразователь как вспомогательный элемент не показан. Благодаря относительно большой длине волновода отражение попутных электронному пучку волн (и так достаточно слабых, как будет видно из дальнейшего) от преобразователя не успевало влиять на происходящее в основном волновом импульсе, бегущем в отрицательном направлении. Чтобы не допустить отражения волн от левого закороченного края волновода, перед ним размещался резистивный поглотитель 2.

Запуск СВЧ-импульса производится с запаздыванием 8 нс относительно электронного пучка, чтобы их встреча произошла ближе к правому краю волновода и далее на пути импульса параметры пуч-

ка были постоянными. Величина однородного магнитного поля  $H_0 = 10.7$  кЭ соответствует условию циклотронного резонанса на первой гармонике для встречной волны  $\text{TM}_{01}$ .

Расчеты выполнялись в осесимметричной версии электромагнитного РиС-кода KARAT [7]. Использована пространственная сетка с числом разбиений  $N_r = 60$ ,  $N_z = 3000$ . Также осуществлялась выборочная проверка в трехмерных расчетах с использованием декартовой версии кода KARAT и кода Microwave CST Studio.

**4. Результаты моделирования.** Численные расчеты показали, что эффект преобразования моды и частоты волнового импульса действительно возникает. Он носит пороговый характер по току электронного пучка, проявляется в узком диапазоне магнитных полей и максимальен при радиусе пучка, близком к  $R_0$ . Сначала, зафиксировав указанные выше магнитное поле и радиус электронного пучка, продемонстрируем возникновение эффекта при наращивании тока пучка.

Проходя по волноводу навстречу электронному пучку, импульс волны  $\text{TM}_{01}$  раскачивает в нем циклотронные колебания. Если ток пучка мал, сам волновой импульс на рассматриваемой длине не успевает значительно измениться. Начиная с тока примерно 100 А, длительность импульса сокращается, а пикировка мощности возрастает без изменения моды и частоты колебаний. При токе 200–250 А длительность получаемого импульса минимальна (0.4 нс), а пикировка мощности в 1.5 раза больше исходной (рис. 3a). Сжатый СВЧ-импульс распространяется в виде солитона самоиндцированной прозрачности (рис. 2b), как, например, в работе [3]. Формирование солитона при токе пучка 200 А происходит на длине пробега импульса около 30 см. Скорость сформированного солитона  $\approx 0.7$  с немного ниже групповой скорости волны  $\text{TM}_{01}$  на исходной частоте 11.74 ГГц в пустом волноводе ( $\approx 0.8$  с). Эффект преобразования частоты и волновой моды наблюдается в довольно узком интервале величин однородного магнитного поля 10–12 кЭ (рис. 3b). Максимальные пикировки мощности импульса на удвоенной частоте (и минимальные – на исходной частоте) приходятся на еще более узкий диапазон полей шириной  $\sim 0.2$  кЭ вблизи резонансной величины. На отдалении от максимума наблюдается некоторая компрессия исходного импульса с сохранением частоты колебаний, лучше выраженная со стороны более низких магнитных полей.

Мощность и длительность трансформированного импульса, как и ожидалось, зависят от радиуса электронного пучка. На рисунке 3 показана такая за-

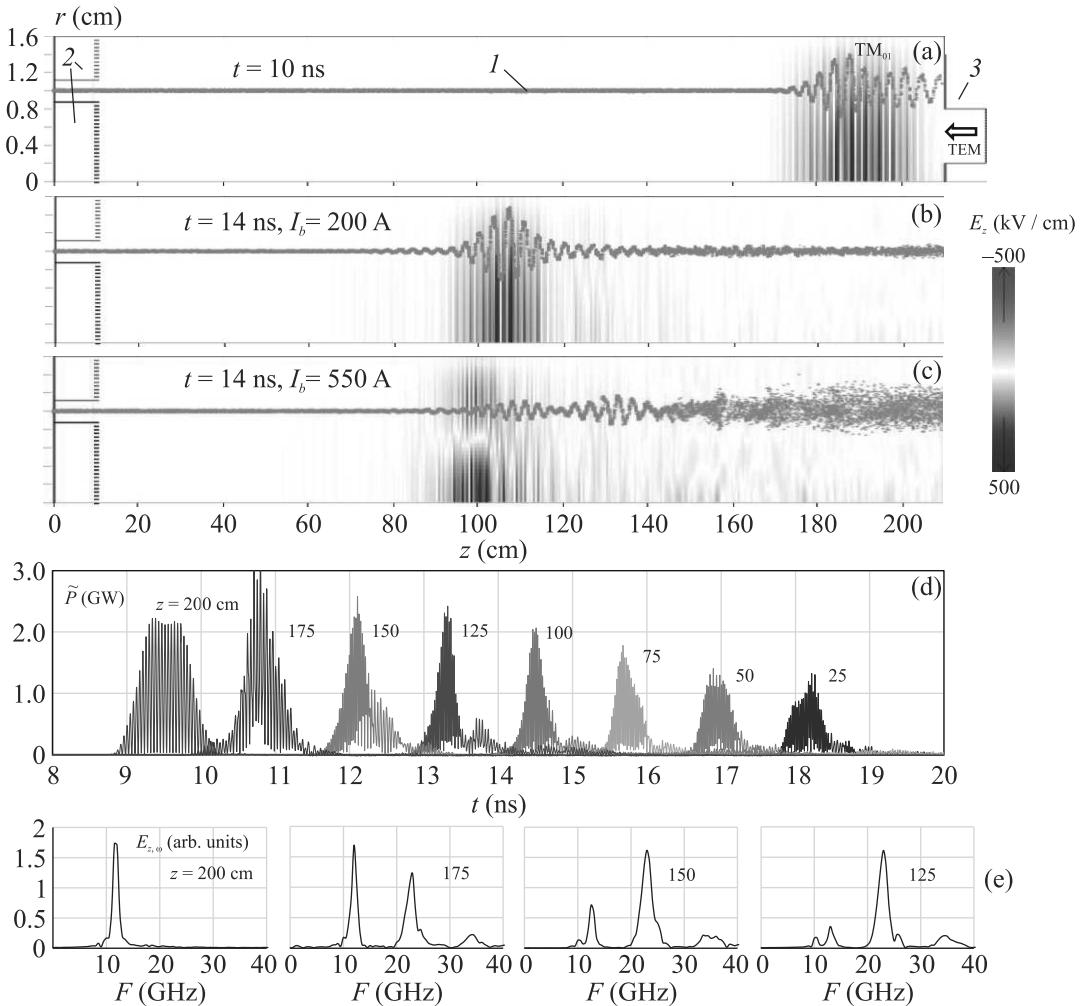


Рис. 2. (Цветной онлайн) Конфигурации СВЧ-импульсов (компоненты поля  $E_z$ ) с электронным пучком: (а) – импульс волны  $TM_{01}$  вблизи входа в волновод; (б) – солитон самоиндукционной прозрачности волны  $TM_{01}$  при токе пучка 200 А; (в) – импульс после трансформации в моду  $TM_{02}$  при токе пучка 550 А. Ниже – соответствующие случаю (в) зависимости от времени мгновенной мощности потока электромагнитного поля (обратным знаком) в поперечных сечениях волновода (д) и спектры колебаний компоненты поля  $E_z$  на радиусе 0.2 см во временном окне 2 нс в четырех сечениях (е). 1 – электронный пучок; 2 – резистивный волновой поглотитель; 3 – коаксиально-волноводный преобразователь

вимость при зафиксированной величине тока пучка 550 А. Видно, что излучение на удвоенной частоте, достигая максимума при радиусах пучка вблизи величины  $R_0 \approx 1.1$  см, появляется уже при малых радиусах, начиная от 0.4 см, что не противоречит рассуждениям в п. 2. Резкое падение мощности как трансформированной, так и первичной волны при радиусах пучка более 1.15 см вызвано осаждением части электронов пучка на стенку волновода.

Минимальная длительность трансформированного импульса составила 0.22 нс, что примерно в 5 раз меньше, чем у исходного импульса, а максимальная пиковая мощность – 1.42 ГВт (в исходном импульсе  $\approx 1$  ГВт).

Зафиксировав оптимальные напряженность магнитного поля и радиус электронного пучка, можно наблюдать преобразование моды и частоты колебаний, одновременно снижая ток электронного пучка и мощность падающего СВЧ-импульса до уровня примерно 100 А и 150 МВт соответственно, однако энергетическая эффективность преобразования при этом ухудшается.

Длина области взаимодействия, необходимая для почти полной трансформации импульса при токе пучка 550–600 А, составляет около 70 см (эволюция спектра колебаний по длине представлена на рис. 2е), т.е.  $\sim 20$  волноводных длин волн первичной волны  $TM_{01}$  или  $\sim 40$  длин волн вторичной волны  $TM_{02}$ .

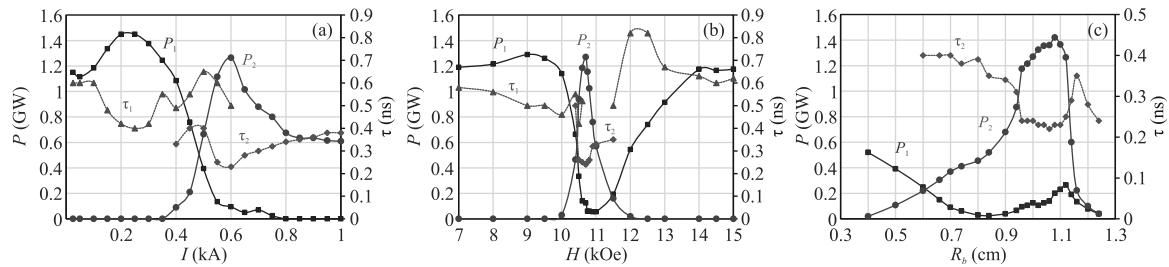


Рис. 3. (Цветной онлайн) Зависимости пиковой мощности импульсов мод  $\text{TM}_{01}$  и  $\text{TM}_{02}$  ( $P_1$  и  $P_2$  соответственно) и их длительности на половинном уровне мощности (соответственно,  $\tau_1$  и  $\tau_2$ ) от тока пучка (а), магнитного поля (б) и радиуса электронного пучка (с)

Все зависимости, представленные на рис. 3, получены при такой длине взаимодействия. При этом ограничение длины взаимодействия выполнено не путем изменения места ввода электронного пучка, а путем обрывания его тока в момент времени 5 нс. Такой прием вполне возможен и на практике.

Ограничение длины области взаимодействия при сохранении общей длины волновода оказалось удобным для диагностики, поскольку позволило разделить импульсы разночастотных волн  $\text{TM}_{01}$  и  $\text{TM}_{02}$  при их пробеге (рис. 4а, б) за счет разности групповых скоростей ( $\approx 0.8$  с у волны  $\text{TM}_{01}$  и  $\approx 0.7$  с у волны  $\text{TM}_{02}$ ) и получить раздельную информацию об их длительности и мощности, которая и представлена на рис. 3.

При практическом преобразовании СВЧ-импульсов целесообразно избегать избыточной пространственной протяженности электронного пучка, в том числе во избежание развития в нем азимутальных неустойчивостей. Имеется и другая причина, связанная со следующим.

Расчет показывает, что если трансформированный импульс с модой  $\text{TM}_{02}$  продолжает бежать на встречу электронному пучку, то скорость его движения имеет величину  $\approx 0.7$  с, характерную для пустого волновода. С одной стороны, это говорит о том, что взаимодействие между импульсом и пучком слабое. Действительно, поскольку радиус невозмущенного тонкостенного пучка электронов соответствует переходу поперечных полей моды  $\text{TM}_{02}$  через ноль, связь между ними мала.

С другой стороны, поскольку в электронном пучке возбуждается не только радиальный, но и азимутальный высокочастотный ток, можно ожидать и излучения волн магнитного типа. Действительно, в расчете видны “волны отдачи” с мощностью на уровне 50 МВт, исходящие из области бегущего импульса  $\text{TM}_{02}$  в положительном направлении (попутно электронному пучку), среди которых выделяется

волна  $\text{TE}_{01}$  с частотой  $\approx 14$  ГГц. Несмотря на небольшую мощность, такие волны могут постепенно отнимать энергию у трансформированного импульса. По-видимому, это одна из причин того, что форма импульса волны  $\text{TM}_{02}$  не столь совершенна, как у солитона  $\text{TM}_{01}$ , а затухание сильнее.

В расчете обнаруживается и два слабых импульса “предвестника” встречного электронному пучку направления перед импульсом  $\text{TM}_{02}$ , оба длительностью  $\approx 0.3$  нс и с частотами, соответствующими второй циклотронной гармонике. На рисунках 2, 4 эти импульсы не отображены. Первым следует импульс моды  $\text{TM}_{01}$  с частотой колебаний  $\approx 22$  ГГц и пиковой мощностью до 10 МВт (что составляет  $\approx 1\%$  от мощности импульса  $\text{TM}_{02}$ ), вторым – импульс моды  $\text{TE}_{01}$  с частотой  $\approx 23$  ГГц и пиковой мощностью около 20 МВт. Эти предвестники, рождающегося вместе с основным импульсом  $\text{TM}_{02}$ , отделяются от него по мере пробега за счет более высоких групповых скоростей.

Столь низкую эффективность возбуждения встречных волн  $\text{TM}_{01}$  и  $\text{TE}_{01}$  на второй циклотронной гармонике (условия для которого имеются) можно объяснить следующим образом. Согласно подходу, изложенному в п. 2, резонансное взаимодействие волны осесимметричной моды с электронами-осцилляторами на второй циклотронной гармонике тем интенсивнее, чем больше радиальная неоднородность поперечной компоненты электрического поля волны в пределах циклотронной орбиты. В случае, когда  $R_b \approx R_0$  (в расчетах максимальная мощность импульса  $\text{TM}_{02}$  достигается при этом условии) можно оценить неоднородность полей мод  $\text{TM}_{01}$  и  $\text{TE}_{01}$  сравнительно с модой  $\text{TM}_{02}$  соответствующими отношениями, которые оказываются существенно меньше единицы:

$$|J'_1(\kappa_{\text{TM}_{01}} R_b) / J'_1(\kappa_{\text{TM}_{02}} R_b)| \approx 0.35,$$

$$|J'_1(\kappa_{\text{TE}_{01}} R_b) / J'_1(\kappa_{\text{TM}_{02}} R_b)| \approx 0.5.$$

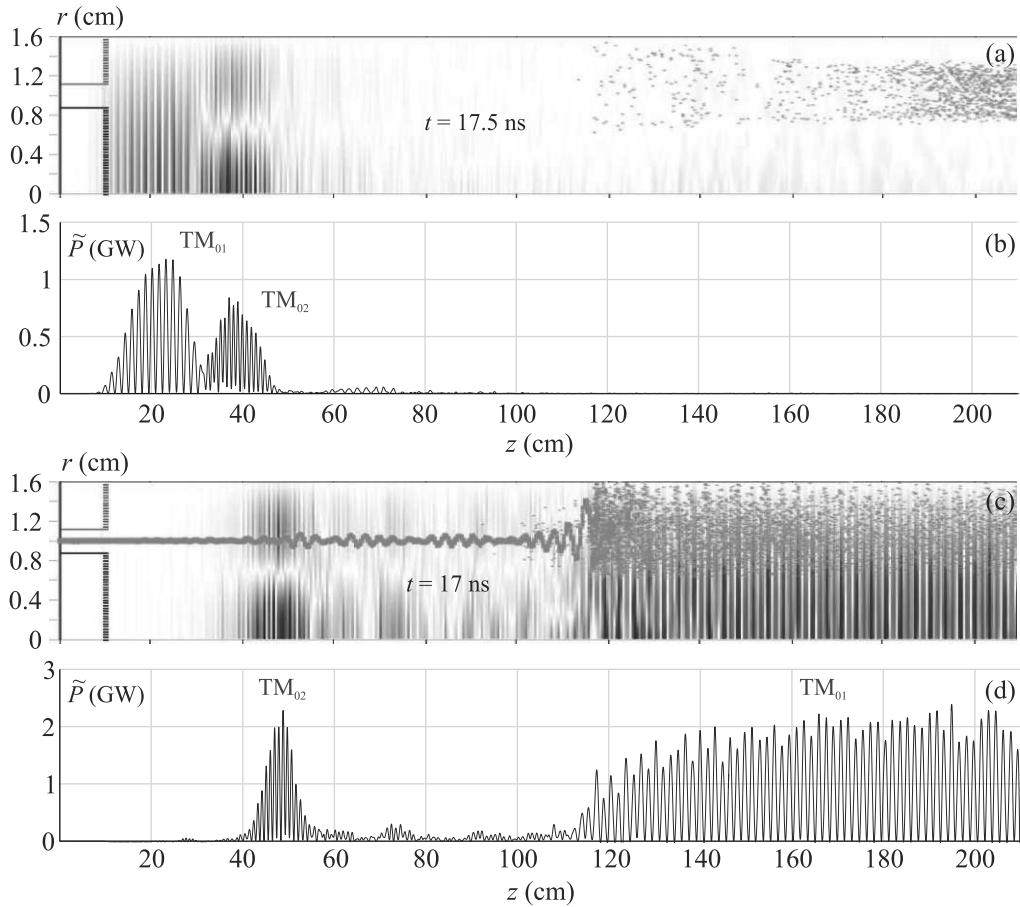


Рис. 4. (Цветной онлайн) Вверху (а), (б) – разделение импульсов волн  $\text{TM}_{01}$  и  $\text{TM}_{02}$  при пробеге за счет разности групповых скоростей после обрыва электронного пучка. Двухчастотный режим при токе пучка 550 А и напряженности магнитного поля 10.5 кЭ. Ниже (с), (д) – генерация уединенного субнаносекундного волнового импульса на удвоенной частоте моды  $\text{TM}_{02}$  на фронте исходного протяженного волнового импульса (длительность фронта 0.5 нс) при токе электронного пучка 550 А

Меньшими будут и инкременты колебаний на второй циклотронной гармонике для этих мод по отношению к моде  $\text{TM}_{02}$ ; это, по-видимому, и обуславливает их слабую конкурентоспособность в рассматриваемой задаче. Кроме того, волны-предвестники  $\text{TM}_{01}$  и  $\text{TE}_{01}$ , не имеющие, в отличие от  $\text{TM}_{02}$ , перехода поперечного электрического поля через ноль вблизи радиуса электронного пучка, а из-за малости амплитуды не способные перейти в форму солитона самоиндукционной прозрачности, более подвержены циклотронному поглощению на невозмущенном встречном пучке, пусть и с некоторой отстройкой от резонанса.

Возвращаясь к основному эффекту трансформации частоты и моды колебаний, отметим, что он наблюдается не только для короткого падающего импульса, но и на фронте протяженного импульса, если длительность фронта мала. Зафиксируем ток инжек-

тируемого пучка 550 А и мощность падающей волны 1 ГВт. Тогда при длительности фронта падающей волны 3 нс имеем пиковую мощность фронтального всплеска колебаний на удвоенной частоте около 50 МВт; при фронте 2 нс – 150 МВт, при фронте 1 нс – 800 МВт. На рисунке 4с, д представлен случай при длительности фронта падающей волны 0.5 нс, когда происходит формирование уединенного импульса волны  $\text{TM}_{02}$  с длительностью на половинном уровне мощности 0.3 нс и пиковой мощностью 1.1 ГВт. Этот импульс, двигаясь со скоростью  $\approx 0.7$  с, отделяется от породившего его импульса волны  $\text{TM}_{01}$ , который в результате циклотронного поглощения затормаживается до скорости  $\approx 0.3$  с.

Выборочная проверка в трехмерных расчетах показала, что возбуждение несимметричных волн в рассматриваемых условиях незначительно и система сохраняет состояние, близкое к осесимметричному.

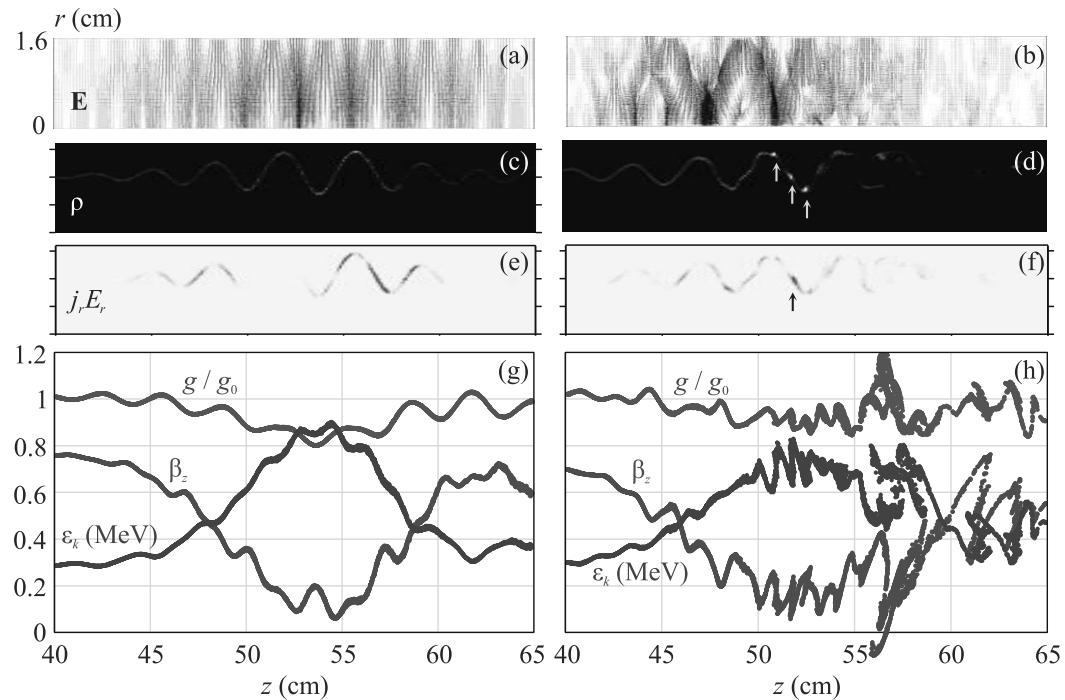


Рис. 5. (Цветной онлайн) Картинки векторов электрического поля (а), (б), объемной плотности заряда электронов (с), (д), плотности мощности работы радиальной компоненты поля волны (е), (ф), а также фазовые портреты электронов (г), (х) в области СВЧ-импульса. Левая колонка: солитон моды ТМ<sub>01</sub> в момент времени 4.4 нс. Правая колонка: формирующийся импульс моды ТМ<sub>02</sub> в момент времени 4.85 нс

**5. Особенности электронно-волнового процесса.** Рассмотрим в сравнении область солитона волны ТМ<sub>01</sub>, получающегося при токе пучка 200 А (рис. 5, левая колонка), и область, в которой при токе пучка 550 А происходит преобразование волнового импульса волны ТМ<sub>01</sub> в волну ТМ<sub>02</sub> на удвоенной частоте (правая колонка). В продольном сечении волновода показаны картины векторов электрического поля, объемной плотности заряда электронов и плотности мощности работы радиальной компоненты поля волны. Также изображены фазовые портреты электронов по продольной скорости, релятивистскому фактору и отношению  $g/g_0$ , которое для каждой частицы характеризует отклонение от исходно имеющегося циклотронного резонанса с волной ТМ<sub>01</sub> (здесь  $g = \gamma^{-1}(1 - \beta_z/\beta_\phi)^{-1} = \omega/\omega_{H,0}$ , где  $\omega_{H,0} = eH/mc$  – циклотронная частота без учета релятивистского фактора; резонансное значение  $g_0 \approx 2.45$  соответствует величинам  $\gamma, \beta_z$  электронов в невозмущенном пучке).

Солитон волны ТМ<sub>01</sub> имеет симметричную форму. На его фронте происходит раскачка (поначалу резонансная) циклотронных колебаний электронов, кинетическая энергия которых в середине солитона превышает 800 кэВ (при исходной 290 кэВ).

В продольном направлении частицы испытывают глубокое торможение. На спаде импульса происходит обратное: уменьшение кинетической энергии электронов, ее переход в энергию электромагнитной волны, восстановление продольной скорости частиц. В середине солитона величина  $g$  уменьшается на 20 % относительно резонансного (на периферии импульса). Заметим, что такое отклонение сопоставимо с относительной спектральной шириной ультракороткого СВЧ-импульса.

В пределах солитона формируется встречная электронному пучку волна высокочастотного тока, фазовая скорость которой близка к фазовой скорости волны ТМ<sub>01</sub>. Знак плотности мощности энергобмена электронов с волной различен на фронте импульса (раскачка колебаний электронов) и на спаде (передача энергии обратно в волну).

В правой колонке на рис. 5 для сравнения представлена область формирования импульса волны ТМ<sub>02</sub> при токе пучка 550 А в момент времени 4.85 нс. Примерно до середины области картина сходна с имеющейся на фронте рассмотренного выше солитона, однако правее уже другая. В электронном пучке развивается стратификация, в продольном движении части появляются развороты. Каждая страта

(отмечены стрелками на рис. 5d) представляет собой кольцо из вращающихся электронов, пульсирующее по радиусу и несущее в разные моменты времени различные компоненты тока: на минимальном и максимальном радиусах азимутальную, в середине между ними – радиальную. Страты перемещаются в положительном направлении со скоростью  $\approx 0.15$  с, близкой к скорости наиболее продольно заторможенных частиц. Расстояние между стратами  $\approx 0.8$  см близко к половине длины волны  $\text{TM}_{02}$  на частоте 23 ГГц.

Радиальные пульсации страт сфазированы таким образом, что они подобно цепочке осцилляторов формируют волну радиального и азимутального токов, бегущую в отрицательном направлении синхронно с волной  $\text{TM}_{02}$ . Вместе с ней бежит и волна энергообмена с этой волной, который идет через радиальную компоненту поля и который преимущественно локализован в стратах (например, в отмеченной стрелкой на рис. 5f).

Пороговый характер эффекта частотно-модовой трансформации по величине тока электронного пучка и появление коротковолновой группировки частиц указывают на вынужденный характер процесса переизлучения. Заметим, что при токах пучка, меньше оптимального, формированию импульса с модой  $\text{TM}_{02}$  на второй гармонике все же предшествуют непродолжительная стадия компрессии падающего импульса и формирования солитона волны  $\text{TM}_{01}$  с исходной частотой колебаний. Однако в оптимальном режиме эти стадии уже трудно разделить. Волна  $\text{TM}_{02}$ , конкурируя с  $\text{TM}_{01}$ , быстро отбирает энергию электронных осцилляций, возбужденных фронтом волны  $\text{TM}_{01}$ .

Примерная дисперсионная диаграмма электронно-волнового взаимодействия изображена на рис. 6. Отмечены предполагаемые “рабочие” точки процессов: 1 – раскачка циклотронных колебаний в пучке под действием волны  $\text{TM}_{01}$  с частотой 11.74 ГГц; 2 – излучение возбужденными осцилляторами встречной волны  $\text{TM}_{02}$  на второй циклотронной гармонике ( $\approx 23$  ГГц); 3 – излучение попутной “волны отдачи”  $\text{TE}_{01}$  на основной гармонике ( $\approx 14$  ГГц); 4, 5 – излучение “предвестников”  $\text{TM}_{01}$  и  $\text{TE}_{01}$  на второй гармонике (22–23 ГГц). Величина  $g_0$  соответствует исходному состоянию пучка (290 кэВ,  $v_z = 0.77$  с), а величина  $g_1$  – возбужденным осцилляторам, заторможенным в продольном направлении (700 кэВ,  $v_z = 0.15$  с – рис. 5h); при этом достигается хорошее соответствие с численным экспериментом по частотам генерируемых волн  $\text{TM}_{02}$  и  $\text{TE}_{01}$ .

**6. Заключение.** Продемонстрированный в численном эксперименте эффект может быть

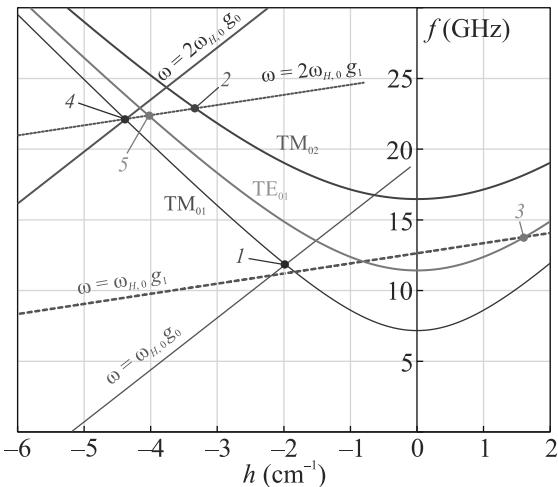


Рис. 6. (Цветной онлайн) Дисперсионная диаграмма электронно-волнового взаимодействия

использован для практического преобразования частоты ультракоротких гигаваттных импульсов СВЧ-излучения, например, генерируемых источниками на основе релятивистских ламп обратной волны в режиме сверхизлучения [8, 9]. Возможны как удвоение частоты, так и двухчастотный режим с наносекундным интервалом между импульсами. При этом эффективное преобразование достигается при мощности электронного пучка намного меньшей мощности исходного СВЧ-импульса.

Расчет возможной практической конфигурации системы, в которой вывод электронного пучка осуществляется непосредственно на стенку волновода по искривленной траектории на коротком участке спадающего магнитного поля, показал, что описанные выше эффекты и закономерности в основном сохраняются.

Дополнительные расчеты также показали, что возможно получение колебаний на гармониках циклотронной частоты вплоть до пятой, пока что с невысокой эффективностью.

Подробное рассмотрение группировки электронов, энергообмена, конкуренции волновых мод, влияния объемного заряда пучка, определение места механизма переизлучения волн на условной шкале “спонтанное–вынужденное”, а также поиск путей повышения эффективности частотно-модового преобразования ультракоротких СВЧ-импульсов на циклотронных гармониках выше второй составляет задачу продолжающегося исследования.

**Финансирование работы.** Работа выполнена при поддержке грантом Российского научного фонда, проект # 24-29-00059.

**Конфликт интересов.** Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. Н. С. Гинзбург, И. В. Зотова, А. С. Сергеев, Е. Р. Кочаровская, М. И. Яландин, С. А. Шунайлов, К. А. Шарыпов, Н. М. Рыскин, Известия вузов. Радиофизика **54**(8–9), 588 (2011).
2. Н. С. Гинзбург, И. В. Зотова, Е. Р. Кочаровская, А. С. Сергеев, И. В. Железнов, В. Ю. Заславский, Известия вузов. Радиофизика **63**(9–10), 796 (2020).
3. A. S. Sergeev, L. A. Yurovskiy, N. S. Ginzburg, I. V. Zотова, I. V. Zheleznov, R. M. Rozental, A. A. Rostuntsova, and N. M. Ryskin, Chaos **32**, 053123 (2022).
4. Ю. К. Калынов, В. Н. Мануилов, И. В. Ошарин, А. В. Савилов, А. Ш. Фикс, Известия вузов. Радиофизика **63**(5–6), 357 (2020).
5. I. V. Bandurkin, V. L. Bratman, A. V. Savilov, S. V. Samsonov, and A. B. Volkov, Phys. Plasmas **16**(7), 070701 (2009).
6. М. Ю. Глявин, Г. Г. Денисов, И. В. Железнов, И. В. Зотова, А. М. Малкин, А. С. Сергеев, Известия вузов. Радиофизика **66**(7–8), 527 (2023).
7. В. П. Тараканов, Универсальный электромагнитный код КАРАТ, в Математическое моделирование. Проблемы и результаты, Наука, М. (2003), с. 456.
8. А. А. Ельчанинов, С. Д. Коровин, В. В. Ростов, И. В. Пегель, Г. А. Месяц, М. И. Яландин, Н. С. Гинзбург, Письма в ЖЭТФ **77**(6), 314 (2003).
9. Е. М. Тотьменинов, В. Ю. Конев, А. И. Климов, И. В. Пегель, Письма в ЖЭТФ **115**(8), 479 (2022).