

Многокомпонентный токовый слой магнитопаузы при произвольном распределении частиц по энергиям

А. А. Нечаев⁺¹⁾, Вл. В. Кочаровский⁺, В. В. Кочаровский*, М. А. Гарасёв⁺

⁺Институт прикладной физики РАН, 603950 Н. Новгород, Россия

*Department of Physics and Astronomy, Texas A&M University, TX 77843 College Station, USA

Поступила в редакцию 6 декабря 2022 г.

После переработки 15 декабря 2022 г.

Принята к публикации 18 декабря 2022 г.

Найдено точное решение уравнений Максвелла–Власова для широкого класса многокомпонентных токовых слоев в бесстолкновительной плазме, описывающих пространственную структуру тока в магнитопаузе и согласованные неоднородные анизотропные распределения частиц по импульсам с различными эффективными температурами. Построенные слои допускают немонотонное изменение магнитного поля и могут иметь асимметричные, многогорбые и знакопеременные профили плотности тока. Профили тока различных популяций частиц могут обладать разными масштабами, содержать противотоки и быть сдвинуты друг относительно друга в пространстве. Рассмотренная модель применима для качественного описания магнитопауз, отделяющих магнитосферы планет от звездного ветра или разделяющих области звездного ветра с различными параметрами плазмы и магнитного поля.

DOI: 10.31857/S1234567823030072, EDN: oxbrtj

1. Введение. Сложная структура магнитопауз в космической плазме. Знание структуры границы между двумя областями бесстолкновительной плазмы с различными параметрами и различными магнитными полями важно для многих задач физики космической и лабораторной плазмы, особенно связанных с так называемыми магнитопаузами, где столкновения частиц редки [1–12]. В настоящей статье дано точное аналитическое описание такой плоско-слоистой границы для весьма общего случая многокомпонентной плазмы с произвольными параметрами и энергетическими распределениями частиц и любыми значениями магнитного поля по обе стороны границы. Ранее подобное одномерное описание магнитопауз ограничивалось узким классом функций распределения частиц, в основном максвелловского типа, и не позволяло моделировать сложные профили тока различных популяций частиц и их общего магнитного поля; ср., например, [12–18].

Среди задач, нуждающихся в предлагаемом описании, укажем детальный качественный анализ широкого круга явлений в областях магнитопауз, образованных звездным (солнечным) ветром. Они имеют место при контакте ветра с магнитосферами (экзо)планет, с высокими корональными арками, с окружающей межзвездной плазмой, в том числе

замагниченной, а также при контакте соседних облаков ветра с различными параметрами плазмы и магнитными полями [1–10, 12, 17, 18]. Конечно, натекание звездного ветра на магнито-плазменное препятствие, вообще говоря, не является одномерным и часто приводит к формированию ударной волны и развитой турбулентности, прежде всего в области так называемого магнитослоя. Мы не касаемся этого круга сложных вопросов, а ограничиваем задачу квазиодномерной частью внутренней границы магнитослоя, которую и будем называть ниже магнитопаузой. Для простоты на этой границе считаем отсутствующими поперечное к ней магнитное поле и гидродинамический поток вещества, а также пренебрегаем влиянием турбулентности или какого-либо нарушения электронейтральности плазмы. Соответствующие обобщения полученного решения, несомненно важные для применения к реальным наблюдениям, вряд ли могут быть универсальными, а тем более полностью аналитическими, и будут рассмотрены отдельно.

Об актуальности решения поставленной, пусть упрощенной, магнитостатической задачи в кинетической теории бесстолкновительной плазмы свидетельствуют многочисленные наблюдения магнитопаузы в подсолнечной области земной магнитосферы, осуществленные в последние годы специализированными спутниковыми миссиями, прежде всего THEMIS,

¹⁾e-mail: a.nechaev@ipfran.ru

Cluster, MMS [1–7, 12, 17]. В каждой из них имеется четыре или пять спутников, расположенных на расстоянии вплоть до 10–100 км друг от друга и обеспечивающих согласованные измерения магнитного поля, плотности тока и функций распределения частиц по импульсам. В этой связи упомянем, например, функции распределения электронов по скоростям, полученные MMS [2–4, 12], функции распределения ионов по скоростям, полученные Cluster [5], параметры анизотропии различных популяций частиц, полученные Cluster и THEMIS [6, 7]. Заслуживают упоминания и полученные Parker Solar Probe, WIND, ARTEMIS и MMS [1, 18, 12] данные о токовых слоях для магнитопауз на границе между облаками звездного ветра с различными параметрами плазмы и величинами магнитного поля, а также полученные Voyager 2 данные о магнитном поле [8], скорости потока плазмы [9, 10] и ее концентрации и температуре [11] вблизи гелиопаузы.

Подобные и другие измерения показывают необходимость развития моделей магнитопаузы, включающих непростые (асимметричные и не одномасштабные) токовые слои и сложные функции распределения разных популяций частиц в них с учетом разной степени замагниченности. В качестве шагов на пути интерпретации указанных наблюдений отметим работы [12–14, 17, 18], позволяющие моделировать ряд особенностей изучаемых токовых слоев. Обзор имеющихся частных результатов и возможностей теоретического анализа поставленной задачи выходит за рамки настоящей статьи и будет дан в другом месте. Ниже изложение сосредоточено на описании нового класса аналитических моделей магнитопаузы, открывающего широкие перспективы использования немаксвелловских функций распределения частиц и построения весьма многообразных самосогласованных профилей плотности тока различных популяций частиц и созданного ими магнитного поля.

План статьи следующий. Точное решение задачи о магнитопаузе с многими компонентами и противотоками дано в разделе 2. Раздел 3 содержит его детализацию на примерах максвелловского и каппараспределений частиц по энергиям. В разделе 4 проведено простейшее обобщение на случай шира силовых линий магнитного поля. Проблема локальной устойчивости полученных решений обсуждается в разделе 5. Раздел 6 составляют краткие выводы.

2. Точное решение задачи о границе между областями по-разному замагниченной плазмы с различными параметрами. Рассмотрим плоско-слоистую стационарную ситуацию, когда векторный потенциал имеет единственную ненулевую декартову

компоненту $A_z(x)$. В этом случае токи текут вдоль оси z , а магнитное поле $\mathbf{B}(x) = \text{rot } \mathbf{A}$ параллельно оси y . В подобных электронейтральных токовых слоях частицы движутся по траекториям, на которых сохраняются инварианты движения — величина полного импульса, p , и проекция обобщенного импульса на ось z , $P_z = p_z + e_\alpha A_z/c$, где e_α — электрический заряд частицы сорта α , c — скорость света в вакууме.

Как известно (см., например, [19, 15]), функции распределения электронов и ионов, $f_\alpha(p, P_z)$ при $\alpha = e, i$ соответственно, зависящие только от этих инвариантов, описывают кинетическое равновесие плазмы, т.е. являются точными решениями стационарного уравнения Власова. Выберем их в следующем виде, явно учитывающем “ступенчатый” барьер для частиц, который представляет собой магнитопауза как слой с резким перепадом магнитного поля:

$$f_e(x, p, p_z) = N_{e1} F_{e1}(p) H\left(-p_z + \frac{e}{c}[A_z(x) - A_{e1}]\right) + \\ + N_{e2} F_{e2}(p) H\left(p_z - \frac{e}{c}[A_z(x) - A_{e2}]\right) + \\ + n_{e0}(x) F_{e0}(p), \quad (1)$$

$$f_i(x, p, p_z) = N_{i1} F_{i1}(p) H\left(p_z + \frac{e}{c}[A_z(x) - A_{i1}]\right) + \\ + N_{i2} F_{i2}(p) H\left(-p_z - \frac{e}{c}[A_z(x) - A_{i2}]\right) + \\ + n_{i0}(x) F_{i0}(p). \quad (2)$$

Здесь $H(\xi)$ — функция Хевисайда, равная 1 при $\xi > 0$ и равная 0 в противном случае. Для простоты ионы предполагаются однозарядными, e — элементарный заряд. Последние слагаемые в каждом из выражений не дают вклада в плотность тока и введены для того, чтобы обеспечить электронейтральность построенных токовых слоев. Постоянные $N_{\alpha s}, A_{\alpha s} = \text{const}$, вообще говоря, различны для разных компонент $\alpha = e, i$ и $s = 1, 2$, где последний индекс различает популяции компонент со встречными токами. В общем случае первый индекс α может принимать больше двух значений, если электроны или ионы сами разделены на популяции, — и тогда первые два слагаемых $f_{\alpha s}$ ($s = 1, 2$) в функциях распределения (1), (2) должны быть заменены соответствующими суммами $\sum_{\alpha s} f_{\alpha s}$ подобных функций распределений частиц для этих популяций. Такая возможность всюду ниже подразумевается, но суммы явно не выписываются, чтобы избежать усложнения формул.

Согласованное магнитное поле $\mathbf{B}(x)$ и отвечающий ему вектор-потенциал $\mathbf{A}(x)$, входящий в выражения (1)–(2), определяются в соответствии с зако-

ном Ампера суммарной плотностью тока всех компонент плазмы, $\mathbf{j}(x) = \sum_{\alpha s} e_{\alpha} \int \mathbf{v} f_{\alpha s}(x, \mathbf{p}) d^3\mathbf{p}$:

$$\text{rot } \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}(x) = \frac{4\pi e}{c} \int \mathbf{v} (f_i - f_e) d^3\mathbf{p}, \quad (3)$$

где $\mathbf{v} = (m_{\alpha}\gamma_{\alpha})^{-1}\mathbf{p}$ – скорость частицы, γ_{α} – релятивистский гамма-фактор. Для отдельной компоненты локальная концентрация равна $n_{\alpha s}(x) = \int f_{\alpha s} d^3\mathbf{p}$.

С учетом определения вектор-потенциала, $B_y = -dA_z/dx$, закон Ампера (3) принимает вид уравнения Грэда–Шафранова [16]:

$$\frac{d^2 A_z}{dx^2} = -4\pi \frac{d}{dA_z} P_{xx}(A_z), \quad (4)$$

где функция $P_{xx}(A_z)$ есть компонента тензора давления плазмы вдоль оси неоднородности x (с точностью до постоянной, выбираемой ниже):

$$P_{xx}(A_z) = \sum_{\alpha s} \int p_x v_x f_{\alpha s} d^3\mathbf{p} + \text{const.} \quad (5)$$

Полная плотность тока для функций распределения частиц (1), (2) дается выражением

$$j_z(A_z) = \sum_{\alpha; s=1,2} (-1)^{s+1} 2\pi \frac{e}{m_{\alpha}} N_{\alpha s} \int_{|a_{\alpha s}|p_{\alpha s}}^{+\infty} p F_{\alpha s}(p) \times \\ \times \frac{p^2 - a_{\alpha s}^2 p_{\alpha s}^2}{2} dp, \quad (6)$$

где $a_{\alpha s}(x) = [A_z(x) - A_{\alpha s}]e/(p_{\alpha s}c)$ и введены “тепловой” импульс $p_{\alpha s} = (2m_{\alpha}T_{\alpha s})^{1/2}$ и эффективная температура $T_{\alpha s} = \langle p^2 \rangle_{\alpha s}/(3m_{\alpha})$ частиц αs -компоненты в области ее изотропии, т.е. при $A_z(-1)^{s+1} \rightarrow +\infty$ и $\langle \mathbf{p} \rangle_{\alpha s} = 0$. Здесь $\langle \dots \rangle_{\alpha s} = \int (\dots) f_{\alpha s} d^3\mathbf{p} / n_{\alpha s}$.

Легко видеть, что плотность тока $j_{\alpha s z}$ каждой из компонент, учитываемых суммой (6), обладает одним знаком для всех значений A_z , имеет единственный экстремум, достигаемый при $a_{\alpha s} = 0$, и стремится к 0 при $A_z \rightarrow \pm\infty$. Отметим, что, хотя ниже рассматривается только нерелятивистский случай, выражение (6) обобщается на случай релятивистской плазмы заменой под интегралом $F_{\alpha s}(p) \rightarrow \gamma_{\alpha}^{-1}(p)F_{\alpha s}(p)$, которая не меняет сделанные утверждений о холмообразном виде функции $j_{\alpha s z}(a_{\alpha s})$, стоящей под знаком суммы в формуле (6), и распространяет приведенное ниже решение на релятивистский случай.

Поскольку $j_z(A_z) = c \cdot dP_{xx}/dA_z$, как видно из сравнения (3) и (4), то соответствующий вклад, $P_{\alpha s}(A_z)$, каждой компоненты в формуле (5) есть монотонная функция вектор-потенциала A_z , стремящаяся к двум различным константам при $A_z \rightarrow \pm\infty$.

Общее выражение для давления $P_{xx}(A_z)$ при произвольных энергетических факторах $F_{\alpha s}(p)$ компонент легко получить интегрированием плотности тока $j_z(A_z)$ или непосредственно из выражения (5):

$$P_{xx}(A_z) = \\ = \sum_{\alpha, s} (-1)^{s+1} \frac{\pi}{m_{\alpha}} N_{\alpha s} \left[\text{sign}(a_{\alpha s}) \int_0^{|a_{\alpha s}|p_{\alpha s}} p F_{\alpha s}(p) \frac{2}{3} p^3 dp + \right. \\ \left. + p_{\alpha s} \int_{|a_{\alpha s}|p_{\alpha s}}^{+\infty} p F_{\alpha s}(p) a_{\alpha s} \left(p^2 - \frac{a_{\alpha s}^2}{3} p_{\alpha s}^2 \right) dp \right] + \text{const.} \quad (7)$$

Концентрации частиц каждого сорта, $n_{\alpha s}(a_{\alpha s}) = \int f_{\alpha s} d^3\mathbf{p}$, вычисляются с использованием соотношения $\partial H(\xi)/\partial \xi = \delta(\xi)$, где δ – дельта-функция Дирака, и ведут себя одинаковым образом, являясь монотонными функциями своего аргумента:

$$n_{\alpha s} = N_{\alpha s} \left[H((-1)^{s+1} a_{\alpha s}) - (-1)^{s+1} \text{sign}(a_{\alpha s}) \times \right. \\ \left. \times 2\pi \int_{|a_{\alpha s}|p_{\alpha s}}^{+\infty} p F_{\alpha s}(p) (p - |a_{\alpha s}|p_{\alpha s}) dp \right]. \quad (8)$$

Итак, всякое решение уравнения (4) отвечает самосогласованному токовому слою с плотностью тока в виде суммы (6) холмообразных вкладов каждой компоненты, которые могут иметь разные знаки и быть разнесены в пространстве. Уравнение (4) имеет вид уравнения движения материальной точки в потенциале, что позволяет классифицировать типы токовых конфигураций [16] подобно тому, как в механике делается классификация движения. Это уравнение имеет первый интеграл, выражающий баланс давления магнитного поля и теплового давления частиц в равновесных плоско-слоистых конфигурациях: $B_y^2 + 8\pi P_{xx} = 8\pi P_0 \equiv \text{const.}$ Используя его, можно записать решение для общего магнитного поля:

$$B_y \equiv -\frac{dA_z}{dx} = -(8\pi)^{1/2} [P_0 - P_{xx}(A_z)]^{1/2}. \quad (9)$$

Здесь и далее для построения токовых слоев полагаем постоянную P_0 такой, чтобы выражение в квадратных скобках было положительным, что всегда возможно при выборе $P_0 \geq \max P_{xx}$ (учитывая конечное значение последней величины). Тогда магнитное поле не меняет знака при переходе через токовый слой, изменяясь от одной константы вдали слева от слоя к другой константе справа, что отвечает случаю магнитопаузы. Для определенности направление оси y выбрано так, чтобы этот знак был отрицательным, как написано в формуле (9).

Наконец, зависимость вектор-потенциала от координаты определяется из выражения

$$x(A_z) = \int_0^{A_z} \frac{dA'}{-B_y(A')}, \quad (10)$$

где пределы интегрирования выбраны согласованно с абсолютной величиной вектор-потенциала так, чтобы в условном центре слоя, при $x = 0$, вектор-потенциал был нулевым, $A_z = 0$. Поскольку магнитное поле всюду имеет один знак, зависимость $x(A_z)$ является монотонной и обратимой, а из $x \rightarrow \pm\infty$, как правило, следует $A_z \rightarrow \pm\infty$. Это очевидно для реалистичных, всюду положительных функций распределения $F(p) > 0$. Если $F(p \geq p_*) \equiv 0$, начиная с некоторого граничного значения импульса p_* , то при удалении от токового слоя в положительном направлении оси x , в сторону исчезающего магнитного поля, имеем асимптотически $A_z(x \rightarrow \infty) \rightarrow A_* = p_*c/e$ и $B_y(x \rightarrow \infty) \rightarrow 0$, ибо $B_y(A_z = A_*) = 0$; при удалении в противоположном направлении, где магнитное поле ненулевое, по-прежнему $A_z \propto x$ при $x \rightarrow -\infty$.

Соотношения (6), (9) и (10) дают в параметрическом виде точное решение задачи о нахождении кинетического равновесия в бесстолкновительной плазме, отвечающее случаю магнитопаузы, в том числе с нулевым магнитным полем на одном краю (правом).

Это решение определяет свойства частично замагниченной плазмы при произвольных функциях распределения $f_{\alpha s}$. Для отдельной α -компоненты в общем магнитном поле сохраняется холмообразный профиль плотности тока $j_{\alpha sz}(a_{\alpha s}(x))$, пусть искаженный не строго линейной зависимостью (10) $A_z(x)$, и легко найти пространственную зависимость параметра анизотропии $\tau = 1 - (\langle p_z^2 \rangle - \langle p_x^2 \rangle) / \langle p_x^2 \rangle$:

$$\tau_{\alpha s} = \left[a_{\alpha s} \frac{d}{da_{\alpha s}} \ln \langle p_x^2 \rangle - \frac{\langle p_x^2 \rangle}{p_{\alpha s}^2} \frac{d^2}{da_{\alpha s}^2} \ln n \langle p_x^2 \rangle \right]_{\alpha s}. \quad (11)$$

Ниже приведен пример токового слоя, в котором концентрация плазмы убывает в сторону увеличения магнитного поля, как это бывает в магнитосферах планет. Однако построенная модель не ограничена этим случаем. Действительно, полное изменение плотности энергии поля при переходе через слой, как следует из выражений (9) и (7), определяется величинами энергосодержания компонент плазмы:

$$\frac{1}{8\pi} [B_y^2(x = +\infty) - B_y^2(x = -\infty)] = P_{xx}(-\infty) - P_{xx}(+\infty) = - \sum_{\alpha, s} (-1)^{s+1} N_{\alpha s} T_{\alpha s}. \quad (12)$$

В то же время изменение концентрации плазмы при переходе через слой есть

$$\sum_{\alpha, s} [n_{\alpha s}(x = +\infty) - n_{\alpha s}(x = -\infty)] = \sum_{\alpha, s} (-1)^{s+1} N_{\alpha s}. \quad (13)$$

Таким образом, используя компоненты с противоположно направленными токами ($s = 1, 2$ в выражениях (1), (2)) и независимо задавая концентрации $N_{\alpha s}$ и разные (!) температуры $T_{\alpha s}$ каждой компоненты, можно добиться того, чтобы и величина магнитного поля, и общая концентрация плазмы нарастали при переходе через токовый слой, пусть немонотонно. Это соответствует, например, данным, полученным Voyager 2 при пересечении гелиопаузы [8, 11].

Отметим также, что минимальная толщина магнитопауз рассмотренного класса определяется типичным ионным гирорадиусом компоненты с наибольшим энергосодержанием. Однако полная толщина может быть и больше указанной величины, если ток в магнитопаузе создают различные популяции частиц, значительно разнесенные в пространстве.

3. Примеры магнитопауз с обрезанными максвелловскими или каппа-распределениями частиц. Возьмем функции $F_{\alpha s}(p)$ в виде максвелловских с фиксированными температурами частиц $T_{\alpha s}$:

$$F_{\alpha s}(p) = (2\pi m_{\alpha} T_{\alpha s})^{-3/2} \exp\left(-\frac{p^2}{p_{\alpha s}^2}\right). \quad (14)$$

Тогда плотность тока (6) и магнитное поле (9) в самосогласованном слое получаются следующими:

$$j_z(A_z) = \sum_{\alpha, s} \frac{(-1)^{s+1}}{2\pi^{1/2}} e N_{\alpha s} \frac{p_{\alpha s}}{m_{\alpha}} \exp(-a_{\alpha s}^2), \quad (15)$$

$$B_y = -2\pi^{1/2} \left[2P_0 - \sum_{\alpha, s} (-1)^{s+1} N_{\alpha s} T_{\alpha s} \times \right. \\ \left. \times (\operatorname{erf} a_{\alpha s} - \operatorname{erf} a_{\alpha s}|_{x=0}) \right]^{1/2}, \quad (16)$$

где $\operatorname{erf}(\xi) = 2\pi^{-1/2} \int_0^{\xi} \exp(-t^2) dt$. Концентрации частиц каждого сорта, согласно (8), и их параметр анизотропии (11) также легко находятся [20]:

$$n_{\alpha}(A_z) = \sum_s \frac{1}{2} N_{\alpha s} [1 + (-1)^{s+1} \operatorname{erf}(a_{\alpha s})], \quad (17)$$

$$\tau_{\alpha}(A_z) = \frac{e^{-1} m_{\alpha} n_{\alpha}^{-1} j_{\alpha}^2 + \sum_s p_{\alpha s} a_{\alpha s} j_{\alpha s}}{e \sum_s (-1)^{s+1} N_{\alpha s} T_{\alpha s} \operatorname{erf}(a_{\alpha s})}, \quad (18)$$

где $j_{\alpha} = \sum_s j_{\alpha s}$ и $j_{\alpha s}$ – слагаемые в сумме (15). Для каждой компоненты αs нетрудно убедиться, что

при $x \rightarrow +\infty$ функция распределения изотропна, $\tau_{\alpha s} \rightarrow 0$; в центре при $a_{\alpha s} = 0$ параметр анизотропии равен $2/\pi$; при $x \rightarrow -\infty$, где $a_{\alpha s} \rightarrow -\infty$ и концентрация частиц (17) очень мала, $n_{\alpha} \rightarrow 0$, анизотропия максимальна, $\tau_{\alpha} \rightarrow 1$, поскольку имеются только частицы с большими проекциями скорости на ось z .

На рисунке 1 приведен пример токового слоя, образованного двумя анизотропными популяциями электронов, формирующими противоположно направленные токи, и двумя — протонов, все с обрванными максвелловскими распределениями. Следует обратить внимание на многократное отличие (на полтора порядка) масштабов на левых и правых панелях рис. 1, отвечающее такому же отличию гирорадиусов тепловых электронов и протонов.

В солнечном ветре часто наблюдают избыток надтепловых частиц, для моделирования которого используют капша-распределение по энергиям вместо максвелловского [21]. Для капша-распределения

$$F_{\alpha s}(p) = \frac{M_{\kappa}}{\pi^{3/2} p_{\alpha s}^3} \left(1 + \frac{p^2}{(\kappa - 3/2) p_{\alpha s}^2} \right)^{-\kappa-1}, \quad (19)$$

где $\kappa > 3/2$, по-прежнему $p_{\alpha s} = (2m_{\alpha} T_{\alpha s})^{1/2}$ и введен

$$M_{\kappa} = \left(\kappa - \frac{3}{2} \right)^{-3/2} \frac{\Gamma(\kappa + 1)}{\Gamma(\kappa - 1/2)},$$

интегралы для плотности тока и концентрации без труда вычисляются [21]:

$$j_{\alpha s, z}(A_z) = \frac{(-1)^{s+1}}{2\pi^{1/2}} e N_{\alpha s} \frac{p_{\alpha s}}{m_{\alpha}} M_{\kappa} \times \\ \times \frac{(\kappa - 3/2)^2}{\kappa(\kappa - 1)} \left(1 + \frac{a_{\alpha s}^2}{\kappa - 3/2} \right)^{-\kappa+1}, \quad (20)$$

$$\frac{dn_{\alpha s}}{da_{\alpha s}} = \frac{(-1)^{s+1}}{\pi^{1/2}} N_{\alpha s} M_{\kappa} \frac{\kappa - 3/2}{\kappa} \left(1 + \frac{a_{\alpha s}^2}{\kappa - 3/2} \right)^{-\kappa}. \quad (21)$$

В итоге концентрация и давление плазмы в зависимости от вектор-потенциала A_z выражаются через гипергеометрическую функцию, а профиль магнитного поля находится из баланса давлений (9) с учетом неявной связи (10) вектор-потенциала и координаты. Согласно [21], профили как магнитного поля, так и тока для капша- и максвелловского распределений в случаях подобных наборов популяций частиц с одинаковыми соответствующими температурами $T_{\alpha s}$ и концентрациями $N_{\alpha s}$ качественно похожи, хотя количественно могут значительно различаться.

Разумеется, в найденном общем решении (6)–(10) отдельные популяции могут иметь не только разные эффективные температуры $T_{\alpha s}$ и концентрации

$N_{\alpha s}$, но и разные энергетические профили $F_{\alpha s}$, например, одни — максвелловские, а другие — капша-распределения. Комбинации тех или иных популяций с учетом противотоков и их пространственного разнесения позволяют строить весьма разнообразные аналитические модели магнитопауз со сложными профилями плотности тока и магнитного поля.

Необходимо отметить, что построенные токовые слои не полностью электронейтральны, так как сумма концентраций всех компонент $\sum_{\alpha s} n_{\alpha s}$ оказывается отличной от нуля в узкой области вблизи центра слоя (см., например, зеленый пунктир на рис. 1а, б). Это обусловлено различием пространственных масштабов токов, образованных частицами разной массы, поскольку такие масштабы составляют величину порядка гирорадиуса частиц. Компенсацию указанного заряда могут обеспечить изотропные компоненты плазмы $n_{\alpha 0}$, которые следует выбрать так, чтобы всюду было выполнено соотношение

$$n_i + n_{i0} - n_e - n_{e0} = 0. \quad (22)$$

Если их эффективные температуры, задаваемые факторами $F_{\alpha 0}(p)$, малы, эти изотропные компоненты существенно не нарушат самосогласованность анизотропных функций распределения (1)–(2) и связанных с ними токов и магнитных полей.

4. Обобщение на случай шира силовых линий магнитного поля. Наряду с токами, текущими вдоль оси z , и создаваемыми ими магнитными полями, параллельными оси y , можно взять подобные (6), (9) структуры магнитопаузы с ортогональными ориентациями токов и магнитных полей — вдоль осей y и z соответственно. Для сопряженных таким образом структур магнитные поля одних не влияют на движение частиц других при выбранной функциональной зависимости распределения типа (1)–(2), содержащего в качестве аргументов, кроме полного импульса p , лишь одну из проекций обобщенного импульса, $P_z = p_z + e_{\alpha} A_z/c$ или $P_y = p_y + e_{\alpha} A_y/c$.

Согласно предыдущим разделам, функция распределения частиц в виде суммы таких парных ортогональных распределений для каждой компоненты,

$$f_{\alpha s}(x, \mathbf{p}) = f_{\alpha s}^{(y)}(x, p, P_y) + f_{\alpha s}^{(z)}(x, p, P_z), \quad (23)$$

также является решением стационарного уравнения Власова в общем согласованном поле $\mathbf{B}(x)$, но представляет токовый слой с широм силовых линий магнитного поля. Действительно, подставив (23) в уравнение (3), получим два независимых уравнения типа Грэда – Шафранова для двух компонент вектор-потенциала, $A_y(x)$ и $A_z(x)$, и соответствующих им компонент магнитного поля, $B_z(x)$ и $B_y(x)$.

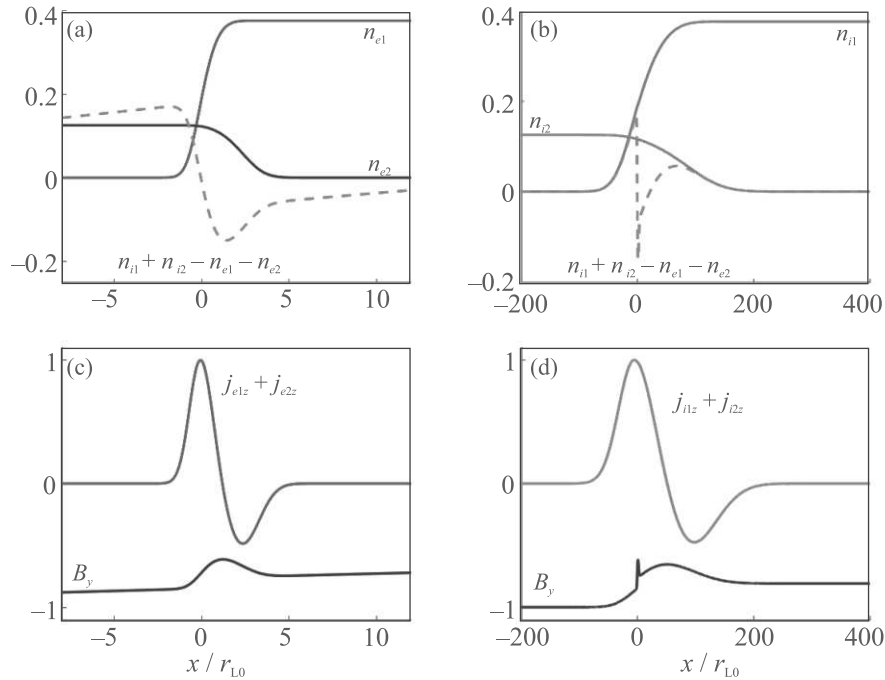


Рис. 1. (Цветной онлайн) Токовый слой, сформированный двумя популяциями протонов и двумя — электронов при $N_{e1,i1} = 3N_{e2,i2}$, $N_{e1} = N_{i1}$, $T_{e2,i2} = 2T_{e1,i1}$ и $T_{i1} = 1.5T_{e1}$. Величина $P_0 = 0.3 \sum N_{\alpha s} T_{\alpha s}$, величины сдвигов $A_{i2} e/c = p_{Ti2}$, $A_{e2} e/c = 2p_{Te1}$ ($A_{i1,e1} = 0$). (a) — Нормированные на $\sum N_{\alpha s}$ профили концентрации электронов первой (синяя кривая) и второй (черная) популяций, а также разности концентраций всех протонов и всех электронов (зеленая). (b) — Нормированные на $\sum N_{\alpha s}$ профили концентрации протонов первой (красная) и второй (фиолетовая) популяций. Зеленая кривая та же, что на панели (a). (c) — Профили магнитного поля (черная) и суммарной плотности тока электронов обеих популяций (синяя), нормированные на максимальные абсолютные значения. (d) — Профили магнитного поля (черная) и суммарной плотности тока протонов обеих популяций (зеленая), нормированные на максимальные абсолютные значения. Величина r_{L0} есть гирорадиус теплового электрона в поле $B_y(0)$

Следовательно, комбинируя найденные токовые слои без шира, можно моделировать структуру плоско-слоистых магнитопауз с широм силовых линий магнитного поля, часто встречающихся, например, в солнечном ветре. На рисунке 2 приведен пример подобного токового слоя, составленного из двух слоев с одинаковыми максвелловскими функциями распределения, температурами и концентрациями частиц в области $x \rightarrow \infty$, но различными значениями постоянной P_0 . Другие примеры такого рода магнитостатических структур можно найти в [22].

5. Локальная устойчивость простейшей модели магнитопаузы. При построении моделей стационарных токовых слоев важным является вопрос их устойчивости. Глобальная (и гидродинамическая) стабильность в случае магнитопаузы может быть обеспечена сильным магнитным полем на одной из сторон слоя и ниже не обсуждается. Вследствие ограниченного объема статьи остановимся только на локальной устойчивости, имея в виду то обстоятельство, что предложенные здесь слои заведомо облада-

ют анизотропными функциями распределения частиц и поэтому могут быть подвержены вейбелевской неустойчивости, имеющей большую скорость роста.

Для простоты выберем максвелловское энергетическое распределение частиц (14) и приведем результаты анализа наиболее быстрой электронной вейбелевской неустойчивости (анализ ионной неустойчивости аналогичен). Несмотря на ее зависимость от вида анизотропного распределения по скоростям [16, 23, 24], для оценок будем считать распределение бимакселловским и пользоваться известной линейной теорией [25, 16], игнорируя в дисперсионном соотношении наличие магнитного поля токового слоя (внешнего для вейбелевских возмущений).

Для распределения вида (1) быстрее всего нарастают возмущения с волновыми векторами, ориентированными вдоль тока (ось z), т.е. в направлении наименьшей дисперсии скоростей частиц (см., например, [25]). Из таких возмущений расти могут только имеющие длину волны меньше определенного значения $\lambda_{\alpha, \min}$, причем при малом по сравне-

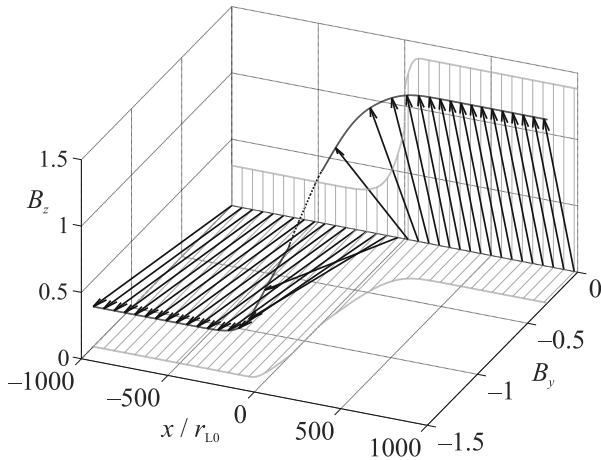


Рис. 2. (Цветной онлайн) Токовый слой с широким диапазоном силовых линий магнитного поля (черные прямые), составленный из двух слоев с планарными полями $B_z(x)$ и $B_y(x) \approx -B_z(-x)$ (синие и оранжевые прямые), каждый из которых сформирован электронной и протонной компонентами с распределениями (14). Для обоих слоев $P_0 = 0.55 \sum_{\alpha} N_{\alpha} T_{\alpha}$, $T_i = 2T_e$, $N_i = N_e$ и $A_{e,i} = 0$. Индукция поля нормирована на величину $B_y(0) = (8\pi P_0)^{1/2}$, координата x – на гирорадиус теплового электрона в этом поле $B_y(0)$

нию с единицей параметре анизотропии (18) τ_{α} наибольшая скорость роста достигается на длинах волн $\lambda_{\alpha} \approx 3^{-1/2} \lambda_{\alpha, \min}$. Их сравнение с гирорадиусом теплового электрона при учете одной компоненты (1) дает

$$\kappa_{\alpha} \equiv \left(\frac{2 r_{L\alpha}}{\lambda_{\alpha, \min}} \right)^2 = \frac{\theta_{\alpha}}{\pi^2} \frac{8\pi N_{\alpha} T_{\alpha}}{B_y^2}, \quad (24)$$

где $\theta_{\alpha} = (n_{\alpha}/N_{\alpha}) \tau_{\alpha} (1 - \tau_{\alpha})^{-1}$. Поскольку, согласно (16), $2P_0 \geq N_{\alpha} T_{\alpha}$, то в фактической области локализации токового слоя, $|a_{\alpha}| \leq 2$, имеем $\kappa_{\alpha} \lesssim 1$. Следовательно, электроны слоя практически являются замagnetиченными и неустойчивость развиваться не может. В общем случае при наличии нескольких компонент, особенно с противотоками и разнесенных в пространстве, нет оснований гарантировать отсутствие локальной вейбелевской неустойчивости в рассмотренном классе моделей магнитопаузы.

Вместе с тем и для сложных, многокомпонентных слоев данного вида оценки показывают, что благодаря локализации токов отдельных компонент в областях толщиной порядка гирорадиуса типичных частиц, т.е. фактически благодаря замagnetичиванию частиц в самосогласованном поле, реализация вейбелевской неустойчивости сильно затруднена. Сделанное утверждение подтверждают выполненные нами численные расчеты методом макрочастиц при по-

мощи кода ЕРОСН [26] для широкого набора параметров двух- и трехкомпонентных моделей магнитопаузы.

6. Выводы. Аналитически построенный класс токовых слоев, разделяющих две области анизотропной бесстолкновительной плазмы с различными параметрами и разными величинами магнитных полей, дает широкие возможности моделирования сложно устроенных магнитопауз. Пространственные профили плотности тока в них могут иметь более одного максимума и быть асимметричными и знакопеременными. Они могут содержать несколько популяций ионов и электронов, разнесенных в пространстве и имеющих противоположно направленные токи, которые локализованы в слоях с существенно различающимися масштабами. Допустим также шир силовых линий магнитного поля, часто встречающийся в магнитопаузах в солнечном ветре.

Особо важной является возможность использования произвольных распределений частиц по энергиям, в том числе не максвелловского типа, и достаточно сильной и разной анизотропии распределения по скоростям для тех или иных популяций, в том числе надтепловых, что типично для токовых слоев в космической плазме. Несмотря на неравновесный характер плазмы, имеются аргументы против развития локальной вейбелевской неустойчивости и глобальной неустойчивости рассмотренных токовых слоев вследствие их выраженной локализации и значительного замagnetичивания частиц достаточно сильным согласованным магнитным полем. Таким образом, есть основания применять найденное точное решение для интерпретации подобных токовых конфигураций в магнитопаузах космических объектов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (соглашение # 075-15-2020-780).

1. A. B. Lotekar, I. Y. Vasko, T. Phan, S. D. Bale, T. A. Bowen, J. Halekas, A. V. Artemyev, Yu. V. Khotyaintsev, and F. S. Mozer, *Astrophys. J.* **929**, 58 (2022).
2. J. L. Burch and T. D. Phan, *Geophys. Res. Lett.* **43**, 8327 (2016).
3. R. Nakamura, A. Varsani, K. J. Genestreti et al. (Collaboration), *Journal of Geophysical Research: Space Physics* **123**, 1260 (2018).
4. C. Norgren, D. B. Graham, Y. V. Khotyaintsev, M. André, A. Vaivads, M. Hesse, E. Eriksson, P.-A. Lindqvist, B. Lavraud, J. Burch, S. Fuselier, W. Magnes, D. J. Gershman, and C. T. Russell, *Journal*

- of Geophysical Research: Space Physics **123**, 9222 (2018).
5. P. Louarn, A. Fedorov, E. Budnik, G. Fruit, J. A. Sauvaud, C. C. Harvey, I. Dandouras, H. Réme, M. C. Dunlop, and A. Balogh, *Geophys. Res. Lett.* **31**, L19805 (2004).
 6. M. W. Dunlop, M. G. G. T. Taylor, Y. V. Bogdanova et al. (Collaboration), *Journal of Geophysical Research: Space Physics* **113**, A07S19 (2008).
 7. S. Haaland, A. Runov, A. Artemyev, and V. Angelopoulos, *Journal of Geophysical Research: Space Physics* **124**, 3421 (2019).
 8. L. F. Burlaga, N. F. Ness, D. B. Berdichevsky, J. Park, L. K. Jian, A. Szabo, E. C. Stone, and J. D. Richardson, *Nat. Astron.* **3**, 1007 (2019).
 9. S. M. Krimigis, R. B. Decker, E. C. Roelof, M. E. Hill, C. O. Bostrom, K. Dialynas, G. Gloeckler, D. C. Hamilton, E. P. Keath, and L. J. Lanzerotti, *Nat. Astron.* **3**, 997 (2019).
 10. J. D. Richardson, J. W. Belcher, P. Garcia-Galindo, and L. F. Burlaga, *Nat. Astron.* **3**, 1019 (2019).
 11. D. A. Gurnett and W. S. Kurth, *Nat. Astron.* **3**, 1024 (2019).
 12. J. R. Shuster, D. J. Gershman, J. C. Dorelli et al. (Collaboration), *Nat. Phys.* **17**, 1056 (2021).
 13. M. M. Echim and J. F. Lemaire, *Phys. Rev. E* **72**, 036405 (2005).
 14. N. Dorville, G. Belmont, N. Aunai, J. Dargent, and L. Rezeau, *Phys. Plasmas* **22**, 092904 (2015).
 15. S. P. Gary, *Theory of space plasma microinstabilities*, Cambridge University Press, Cambridge (1993), 184 p.
 16. V. V. Kocharovskiy, V. V. Kocharovskiy, V. Yu. Martyanov, and S. V. Tarasov, *Phys.-Uspekhi* **59**, 1165 (2016).
 17. O. Allanson, F. Wilson, T. Neukirch, Y.-H. Liu, and J. D. B. Hodgson, *Geophys. Res. Lett.* **44**, 8685 (2017).
 18. T. Neukirch, I. Y. Vasko, A. V. Artemyev, and O. Allanson, *Astrophys. J.* **891**, 86 (2020).
 19. E. M. Lifshitz and L. P. Pitaevskii, *Physical Kinetics*, Pergamon, Oxford (1981), p. 115.
 20. V. V. Kocharovskiy, V. V. Kocharovskiy, V. Yu. Martyanov, and A. A. Nechaev, *Astron. Lett.* **45**, 551 (2019).
 21. V. V. Kocharovskiy, V. V. Kocharovskiy, and A. A. Nechaev, *Dokl. Phys.* **66**, 9 (2021).
 22. V. V. Kocharovskiy, V. V. Kocharovskiy, V. Yu. Martyanov, and A. A. Nechaev, *J. Phys. Conf. Ser.* **932**, 012019 (2017).
 23. T. Silva, B. Afeyan, and L. O. Silva, *Phys. Rev. E* **104**, 035201 (2021).
 24. A. A. Kuznetsov, V. V. Kocharovskii, V. V. Kocharovskii, A. A. Nechaev, and M. A. Garasev, *Plasma Phys. Rep.* **48**, 973 (2022).
 25. K. Yu. Vagin and S. A. Uryupin, *Plasma Phys. Rep.* **40**, 393 (2014).
 26. T. D. Arber, K. Bennett, C. S. Brady, A. Lawrence-Douglas, M. G. Ramsay, N. J. Sircombe, P. Gillies, R. G. Evans, H. Schmitz, A. R. Bell, and C. P. Ridgers, *Plasma Phys. Control. Fusion* **57**, 113001 (2015).