

УДК 539.17.012

АСТРОФИЗИЧЕСКИЙ S -ФАКТОР В МОДЕЛИ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЯМЫ

© 2023 г. С. Ю. Ториллов¹, *, Н. А. Мальцев¹, В. И. Жеребчевский¹

¹Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
“Санкт-Петербургский государственный университет”, Санкт-Петербург, Россия

*E-mail: s.torilov@spbu.ru

Поступила в редакцию 28.02.2023 г.

После доработки 24.03.2023 г.

Принята к публикации 28.04.2023 г.

Выполнен анализ астрофизического S -фактора для слияния легких ядер, имеющих важное значение в реакциях звездного нуклеосинтеза, в рамках модели с прямоугольным потенциалом. Данная модель позволила получить хорошее описание экспериментальных данных в подбарьерной области энергий для известных на сегодняшний день реакций слияния четно-четных ядер с массовым числом в диапазоне $12 \leq A \leq 28$. Получены функциональные зависимости для систематики параметров потенциала.

DOI: 10.31857/S0367676523702150, EDN: ZDJLDG

ВВЕДЕНИЕ

В последние годы появилось большое число экспериментальных работ, посвященных исследованию реакций слияния при энергиях ниже кулоновского барьера [1]. Особый интерес к таким работам возникает в силу их важности для анализа процессов звездного нуклеосинтеза, изучения формирования сверхтяжелых элементов и экзотических состояний ядерной материи. Для описания наблюдаемых функций возбуждения в реакциях слияния (РС), был предложен ряд подходов, опирающихся как на феноменологические модели [2], так и на различные приближения в рамках потенциальной модели. В простейшем случае, сечение для РС можно оценить, задав граничное условие для волновой функции и введя некоторое значение радиуса, при котором происходит полное поглощение. Учет связанных каналов в этом случае, позволяет эффективнее описать сечение РС в широком диапазоне масс и энергий [3]. Преимуществом такого подхода является отсутствие мнимого потенциала, что существенно снижает количество параметров модели. С другой стороны, остается некоторый произвол в выборе действительной части потенциала [4, 5]. Неопределенность, возникающую в этом случае, можно снизить, если учитывать известные резонансы в изучаемой системе [6]. Подходы, связанные с применением потенциалов на основе свертки [7] и унифицированных потенциалов [8], позволяют сократить число параметров, однако такой подход затруднителен для мнимой части потенциала.

Интересным способом, позволяющим учесть реальный и мнимый потенциалы при небольшом числе параметров, является применение простейшего варианта потенциала — прямоугольной ямы, причем радиусы мнимой и реальной части совпадают. Это была одна из первых моделей, с помощью которой анализировались РС, важные для астрофизических целей [9]. В работе [10], посвященной вопросу обоснованности применения такой модели, рассматривался ряд возникающих в процессе описания сечения РС артефактов и был сделан вывод о допустимости такого описания. Одним из главных следствий такой модели является наличие кора — реальная часть потенциала берется со знаком плюс [11], так что данный тип потенциала получил обозначение “мелкий”. В то же время, в работе [10] было отмечено, что такое поведение потенциала не обусловлено проявлением его микроскопической природы (например, запретом Паули).

Мы рассмотрели вопрос о систематике параметров модели с прямоугольным потенциалом, которая была использована для описания подбарьерного слияния ядер. До сих пор данный подход применялся к одиночным ядрам, не позволяя получить зависимость параметров потенциала от заряда и массовых чисел участвующих в реакции ядер. В настоящей работе был проведен анализ РС между бесспиновыми ядрами, играющими важную роль в процессах звездного нуклеосинтеза, при энергиях ниже кулоновского барьера, в массовом диапазоне $A = 12-28$.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ФОРМАЛИЗМ

Вычисления проводили в рамках формализма, предложенного в работе [12], для прямоугольной ямы радиуса R и потенциала с реальной и мнимой частью $(V + iW)$.

Коэффициент проницаемости для парциальной волны l , в данном случае, можно записать в виде:

$$T_l = \frac{4P_l \text{Im}(f_l)}{(1 - S_l \text{Re}(f_l) + P_l \text{Im}(f_l))^2 + (P_l \text{Re}(f_l) + S_l \text{Im}(f_l))^2}. \tag{1}$$

Функции P_l и S_l определяются через регулярные и нерегулярные кулоновские волновые функции F и G :

$$P_l = \frac{kR}{F_l^2 + G_l^2}, \tag{2}$$

$$S_l = kR \frac{F_l F_l' + G_l G_l'}{F_l^2 + G_l^2}, \tag{3}$$

где волновой вектор свободной частицы $k = \sqrt{2\mu E/\hbar^2}$. Волновой вектор внутри ямы можно записать в виде:

$$K = \sqrt{2\mu(E - V + iW)/\hbar^2}. \tag{4}$$

Здесь μ – приведенная масса, E – энергия в системе центра масс, V – реальная часть потенциала, а W – мнимая, f_l – комплексная логарифмическая производная волновой функции в области потенциальной ямы. Как указано в [10], такую волновую функцию можно считать пропорциональной $\exp(-iKr)$. Выполненное нами сравнение данного приближения с волновой функцией, полученной при численном решении уравнения Шредингера с рассматриваемым потенциалом, описанным с помощью сплайнов [13], показало корректность выбранного подхода. В этом случае логарифмическую производную на границе потенциала можно записать в виде $f_l = i/KR$.

Для оценки сечения РС имеем [10]:

$$\sigma_{fus}(E) = \frac{\pi}{k^2} \sum_l w_l (2l + 1) T_l. \tag{5}$$

Множитель $w_l = 1 + (-1)^l$ применяется для случая слияния идентичных ядер.

Используя полученные формулы, можно вычислить величины астрофизического S -фактора:

$$S(E) = E \sigma_{fus}(E) \exp(2\pi\eta(E)), \tag{6}$$

где $\eta(E)$ – параметр Зоммерфельда, $\eta(E) = Z_p Z_t e^2 / (\hbar v)$ для заданных зарядов, мишени Z_t , пучка Z_p и их относительной скорости v .

Поскольку предполагалось рассматривать только энергии ниже кулоновского барьера, удобно провести соответствующую нормировку E/V_C при сравнении теоретических результатов с

экспериментом. Величина кулоновского барьера полагалась равной:

$$V_C = \frac{Z_t Z_p e^2}{1.36(A_t^{1/3} + A_p^{1/3}) + 0.5}, \tag{7}$$

где A_t, A_p – массовые числа ядер мишени и пучка.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Рассматривались процессы слияния комбинаций ядер: ^{12}C , $^{16}, ^{18}\text{O}$, ^{20}Ne , ^{24}Mg , $^{28}, ^{30}\text{Si}$. Экспериментальные данные были взяты из базы EXFOR [14]. Параметры потенциала R, V, W определялись минимизацией величины χ^2 , которая, в свою очередь, характеризует расхождение между теоретически вычисленными по формуле (6) величинами S -фактора и его экспериментальными значениями. Подгонка при этом была ограничена областью энергий ниже кулоновского барьера. Сравнение полученного астрофизического S -фактора с экспериментальными данными показано на рис. 1. Как можно видеть, во всем рассмотренном диапазоне масс и энергий существует такой набор параметров R, V, W , который позволяет удовлетворительно описать зависимость S -фактора от энергии. Тем не менее, имеет место неопределенность для всех параметров, поскольку небольшие изменения их величин не приводят к существенному изменению получаемого S -фактора и, кроме того, было бы неверно требовать идеального описания экспериментальных данных в рамках такой простой модели.

Следует особо отметить возможность описания обнаруженного недавно явления подавления сечения при малых энергиях по сравнению с расчетами на основе оптических потенциалов [15, 16]. Как указано в работе [15], подавление приводит к наличию, при некоторой энергии, максимума значения астрофизического S -фактора, и далее, для более низких энергий, предполагается его плавное падение. В численных экспериментах подобное поведение S -фактора для прямоугольной потенциальной ямы в области рассматриваемых ядер оказывается невозпроизводимо. Однако можно описать существование локального максимума для S -фактора, с наличием локального минимума при меньших энергиях

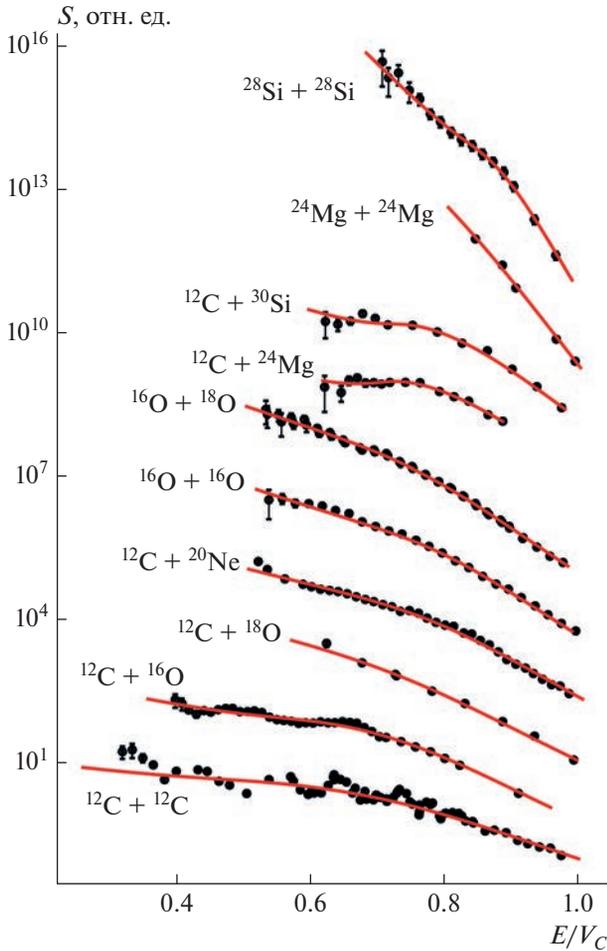


Рис. 1. Зависимость астрофизического S -фактора от энергии, нормированной на высоту кулоновского барьера. Точки – экспериментальные результаты [14]. Сплошная линия – данные подгонки.

и плавным ростом S -фактора при стремлении энергии к нулю. На рис. 1 такое поведение функций возбуждения (наличие локального максимума) можно наблюдать для реакций $^{12}\text{C} + ^{30}\text{Si}$ и $^{12}\text{C} + ^{24}\text{Mg}$.

Особый интерес представляет возможная систематика полученных параметров, приведенная на рис. 2.

Для всех рассмотренных реакций наблюдается повышенное значение радиуса канала реакции (рис. 2а). Зависимость полученного параметра от величины $A_t^{1/3} + A_p^{1/3}$ может быть приближенно представлена линейной функцией с величиной параметра наклона 1.35 ± 0.22 фм и сдвигом 0.92 ± 1.12 фм, что хорошо согласуется со значением кулоновского радиуса в таких системах. С другой стороны, согласно работе [10], повышенное значение радиуса обусловлено наличием скачка потенциала и является артефактом модели. Это, в силу ра-

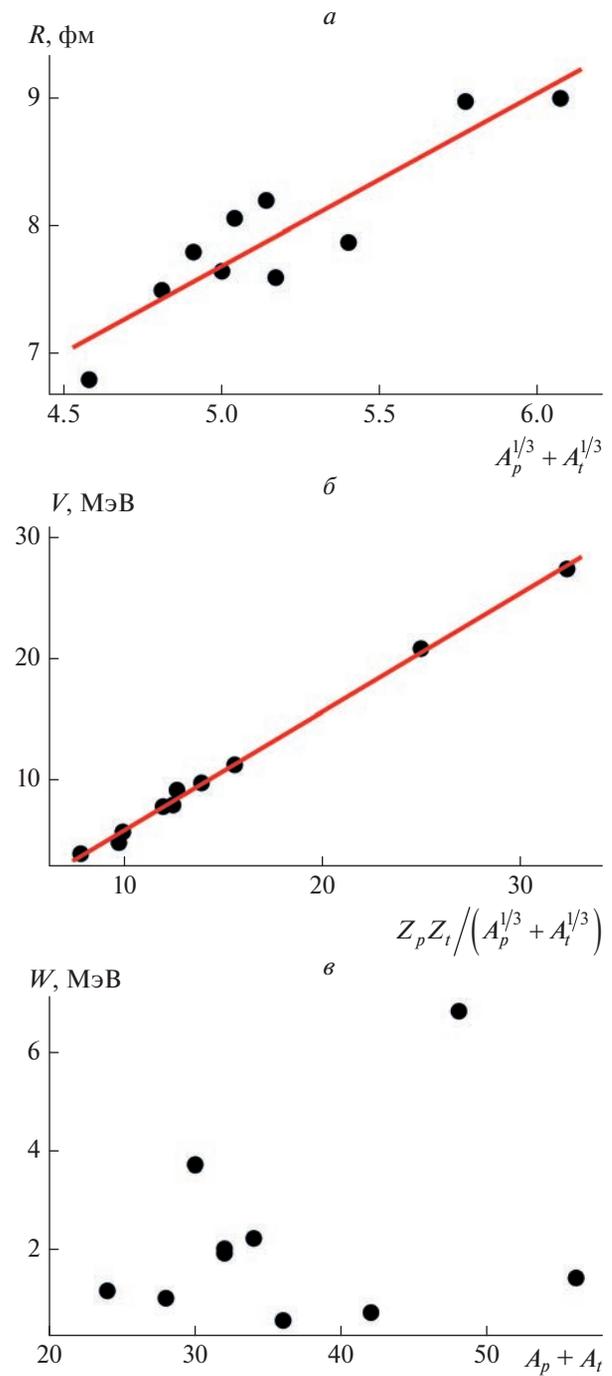


Рис. 2. Полученные в работе параметры потенциала. Точки – значения подгонки, сплошная линия – аппроксимация линейной функцией (см. пояснения в тексте): а – зависимость радиуса R от величины $A_t^{1/3} + A_p^{1/3}$; б – зависимость действительной части потенциала V от величины $Z_t Z_p / (A_t^{1/3} + A_p^{1/3})$; в – зависимость мнимой части потенциала W от массы компаунд-ядра.

венства радиусов действительной и мнимой части потенциала, приводит к увеличению поглощения на больших расстояниях по сравнению с потенциалом Вудса–Саксона. Учет данного эффекта может помочь объяснить значительный разброс в величинах астрофизического S -фактора для систем рассмотренного массового диапазона.

Как показано на рис. 2б, действительная часть потенциала определяется, в основном, кулоновским вкладом, и имеет хорошо проявляющуюся линейную зависимость от величины $Z_t Z_p / (A_t^{1/3} + A_p^{1/3})$, что приводит к возникновению отталкивающего ко-ра. Параметр наклона полученной зависимости составляет 0.98 ± 0.02 МэВ, параметр сдвига $-4.0 \pm \pm 0.3$ МэВ. Наблюдаемый небольшой отрицательный вклад оказывается почти постоянным для всех рассмотренных в работе ядер.

В то же время, для глубины мнимой части потенциала (рис. 2в), наблюдается достаточно широкий разброс величин, не демонстрирующий какой-либо строгой систематической зависимости. Как видно из рис. 2в, для тяжелых ядер встречаются малые значения мнимого потенциала, в то время как для легких ядер, в среднем, наблюдается рост, пропорциональный массе компаунд-ядра. Следует отметить, что в ряде случаев удавалось добиться удовлетворительного описания величины S -фактора при нулевой глубине мнимого потенциала.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, рассмотрено применение модели прямоугольной потенциальной ямы для определения астрофизического S -фактора реакции слияния легких беспиновых ядер, важных, с точки зрения описания процессов, протекающих в звездах. Получено хорошее описание S -фактора для всех рассмотренных ядер при энергиях ниже кулоновского барьера. Показано, что величина действительной части потенциала является линейной функцией величины $Z_t Z_p / (A_t^{1/3} + A_p^{1/3})$, а

величина радиуса линейно изменяется с радиусом канала реакции $A_t^{1/3} + A_p^{1/3}$.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 20-02-00295).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Jiang C.L., Back B.B., Rehm K.E. et al. // Eur. Phys. J. A. 2021. V. 57. Art. No. 235.
2. Jiang C.L. // Eur. Phys. J. A. 2022. V. 58. Art. No. 72.
3. Hagino K., Rowley N., Kruppa A.T. // Comput. Phys. Commun. 1999. V. 123. P. 143.
4. Ториллов С.Ю., Мальцев Н.А., Жеребчевский В.И. // Изв. РАН. Сер. физ. 2021. Т. 85. № 5. С. 710; Torilov S.Yu., Maltsev N.A., Zhrebchevsky V.I. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2021. V. 85. No. 5. P. 548.
5. Ториллов С.Ю., Мальцев Н.А., Жеребчевский В.И. // Изв. РАН. Сер. физ. 2022. Т. 86. № 8. С. 1166; Torilov S.Yu., Maltsev N.A., Zhrebchevsky V.I. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2022. V. 86. No. 8. P. 966.
6. Ториллов С.Ю., Мальцев Н.А., Жеребчевский В.И. // ЭЧАЯ. 2022. Т. 53. № 2. С. 358; Torilov S.Yu., Maltsev N.A., Zhrebchevsky V.I. et al. // Phys. Part. Nucl. 2022. V. 53. No. 2. P. 403.
7. Kocak G., Karakoc M., Boztosun I., Balantekin A.B. // Phys. Rev. C. 2010. V. 81. Art. No. 024615.
8. Chamon L.C., Carlson B.V., Gasques L.R. // Comput. Phys. Commun. 2021. V. 267. P. 108061.
9. Michaud G., Fowler W.A. // Phys. Rev. C. 1970. V. 2. P. 2041.
10. Ogura R., Hagino K., Bertulani C.A. // Phys. Rev. C. 2019. V. 99. Art. No. 065808.
11. Fowler W.A., Caughlan G.R., Zimmerman B.A. // Annu. Rev. Astron. Astrophys. 1975. V. 13. P. 69.
12. Michaud G., Scherk L., Vogt E. // Phys. Rev. C. 1970. V. 1. P. 864.
13. Salvat F., Fernández-Varea J.M. // Comput. Phys. Commun. 2019. V. 240. P. 165.
14. <https://www-nds.iaea.org/exfor>.
15. Gasques L.R., Brown E.F., Chieffi A. et al. // Phys. Rev. C. 2007. V. 76. Art. No. 035802.
16. Montagnoli G., Stefanini A.M., Jiang C.L. et al. // Phys. Rev. C. 2020. V. 101. Art. No. 044608.

Astrophysical S -factor in a square-well potential model

S. Yu. Torilov^a, *, N. A. Maltsev^a, V. I. Zhrebchevsky^a

^a St. Petersburg State University, St. Petersburg, 199034 Russia

*e-mail: s.torilov@spbu.ru

The astrophysical S -factor for the fusion of light nuclei, important for stellar nucleosynthesis reactions was analyzed within the framework of a model with a square-well potential. Using this model, one can obtain a good description of the experimental data in the sub-barrier energy region for the even-even nuclei fusion reactions in a mass number range of $12 \leq A \leq 28$. Also, the functional dependencies for the systematics of potential parameters were obtained.