

УДК 621.385.69

## ВЛИЯНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ДВУХСЕКЦИОННЫХ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ СВЕРХРАЗМЕРНЫХ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ДИФРАКЦИОННЫХ ГЕНЕРАТОРОВ НА ИХ ВЫХОДНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

© 2023 г. О. В. Галлямова<sup>1</sup>, \*, С. В. Худяков<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
“Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова”, физический факультет, Москва, Россия

\*E-mail: gallyamova@physics.msu.ru

Поступила в редакцию 28.10.2022 г.

После доработки 15.11.2022 г.

Принята к публикации 26.12.2022 г.

Рассмотрено влияние изменения длины трубы дрейфа двухсекционной структуры осесимметричного релятивистского дифракционного генератора на выходную мощность и устойчивость генерации. Проведено сравнение распределения напряженности электрического поля для структур с двумя типами неоднородности: синусоидальная гофрировка и “полуторы на пьедестале”.

DOI: 10.31857/S0367676522701058, EDN: MDPWUW

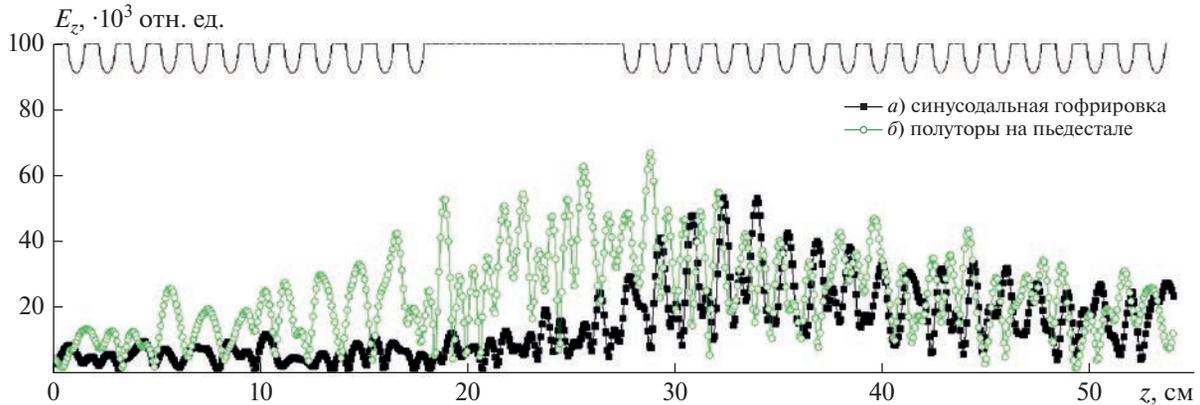
### ВВЕДЕНИЕ

Мощные источники СВЧ-излучения имеют широкое практическое применение: они используются в связи, энергетике, средствах радиоэлектронной борьбы, исследовании материалов, воздействии на биосистемы и других отраслях. Применение источников СВЧ-излучения в научных, гражданских и военных областях постоянно расширяется. Наибольшую эффективность при длительности импульса излучения, сравнимой с длительностью импульса тока, показали осесимметричные устройства с поперечными размерами, значительно превышающими рабочую длину волны, в которых необходимо учитывать когерентное излучение релятивистских электронных потоков в сверхразмерных электродинамических структурах. Особенностью рассматриваемых типов источников микроволнового излучения является то, что сильноточный электронный поток коренным образом изменяет резонансные свойства электродинамической системы и структуру возбуждаемых полей. В релятивистских дифракционных генераторах (РДГ), рабочий режим которых лежит на частотах вблизи границы второй полосы прозрачности, увеличение длительности импульса достигается благодаря взаимодействию пучка с объемными волнами во всем объеме пространства взаимодействия замедляющей системы. Проблема неустойчивости процесса установления генерации решается благодаря секционированию структуры. Именно на 2-секционном волноводе со сверхразмерной структурой “полу-

торы на пьедестале” был достигнут рекордный уровень мощности в 4.5 ГВт при КПД в 30% [1]. В настоящей работе отношение среднего диаметра структуры  $D$  к длине волны  $\lambda$  генерируемого излучения колеблется в диапазоне от 7 до 8. В целях повышения эффективности и устойчивости генерации в дальнейших экспериментах представляет интерес выяснение зависимостей выходных характеристик генерации в двухсекционных РДГ от геометрических параметров структуры, таких как длины секций и соотношения между ними. Это должно внести вклад в построение оптимальной геометрии устройств. В данной работе численно исследуется влияние длины трубы дрейфа и выбор формы неоднородности в двухсекционной структуре РДГ на мощность излучения и устойчивость генерации.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

При построении численной модели рассматривалось решение краевой задачи для аксиально-симметричных волн ТМ-поляризации в цилиндрической системе координат, продольная ось  $z$  которой совпадает с осью симметрии периодической структуры с периодом  $d$ . Вид замедляющей структуры с одним из рассматриваемых типов неоднородностей “полуторы на пьедестале” приведен на рис. 1, вверху. В качестве модели источника возбуждения было выбрано поле распространяющегося вблизи стенки тонкого трубчатого электронного потока радиусом  $R_b$ , который



**Рис. 1.** Продольное распределение продольной компоненты  $E_z$  по линии  $r = 3.825$  см для двух типов неоднородности: синусоидальная гофрировка (а); полуторы на пьедестале (б). Длины секций 12 и 18 периодов (18 и 27 см),  $R_{max} = 5.55$  см, длина трубы дрейфа  $L = 7$  см,  $2d/\lambda = 1.892$ .

транспортируется внутри структуры во внешнем постоянном однородном магнитном поле, силовые линии которого параллельны оси системы. В области, где распространены источники, падающее, полное и отраженное поля должны удовлетворять системе уравнений Максвелла с граничными условиями на идеально проводящей поверхности замедляющей структуры и условиями излучения на бесконечности.

**МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ**

С математической точки зрения поставленная выше задача – это задача дифракции поля на периодических неоднородностях. Для ее решения разработано несколько методов. Первый из применявшихся нами был метод интегральных уравнений [2]. В рамках этого метода возбуждающий структуру поток считался промодулированным на заданной частоте, и с учетом поляризации возбуждающего поля волной электрического типа  $E_{0m}$  стационарная задача от векторной для однородных уравнений Максвелла сводилась к скалярной для уравнения типа Гельмгольца относительно азимутальной компоненты магнитного поля  $H_\phi$

$$\frac{\partial^2 H_\phi}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial H_\phi}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 H_\phi}{\partial z^2} + \left(k^2 - \frac{1}{\rho^2}\right) H_\phi = 0. \quad (1)$$

Далее с использованием аппарата сопряженных дифференциальных операторов и при переходе к неоднородному уравнению с учетом распределения источников возбуждающего поля осуществлялся переход к уравнению, позволяющему выразить величину полного поля в объеме через его значения на поверхности. Оно является интегральным уравнением Фредгольма II рода с ядром в виде функции источника для свободного пространства, зависящим только от расстояния

между точками наблюдения ( $M$ ) и интегрирования ( $P$ ):

$$H_\phi(M) = \frac{1}{2\pi} \int_L (G(M, P) \frac{\partial H_\phi(P)}{\partial n_P} - H_\phi(P) \left( \frac{\partial G(M, P)}{\partial n_P} - \frac{1}{\rho} G(M, P) \cos(n, \rho) \right)) dl_P - \frac{1}{2\pi} \int_S G(M, P) f(P) dq_P, \quad (2)$$

где  $n$  – нормаль к поверхности контура  $L$ .

Здесь  $G(M, P)$  – фундаментальное решение уравнения (1) для свободного пространства, представимое в виде интеграла по азимутальной координате  $\phi$ :

$$G(M, P) = \rho_M \int_0^{2\pi} \frac{e^{ikR}}{R} \cos \phi d\phi, \quad (3)$$

$$R = \sqrt{\rho_M^2 + \rho_P^2 - 2\rho_M \rho_P \cos \psi + (z_M - z_P)^2},$$

где  $R$  – расстояние между точками интегрирования ( $M$ ) и наблюдения ( $P$ ),  $\psi$  – угол между азимутальными координатами точек  $M$  и  $P$ :  $\psi = \phi_M - \phi_P$ .

С помощью математического аппарата сопряженных операторов это уравнение преобразуется в операторный вид и затем интегрируется по объему, ограниченному контуром, который совпадает с границами замедляющей структуры. В результате преобразований получается обобщенное интегральное уравнение Фредгольма II рода:

$$H_\phi(M) = \frac{1}{2\pi} \int_L (G(M, P) \frac{\partial H_\phi(P)}{\partial n_P} - H_\phi(P) \left( \frac{\partial G(M, P)}{\partial n_P} - \frac{1}{\rho} G(M, P) \cos(n, \rho) \right)) dl_P - \frac{1}{2\pi} \int_S G(M, P) f(P) dq_P. \quad (4)$$

Его решение задает распределение компонент  $H_\varphi$  электромагнитного поля, величина которого пропорциональна значениям токов, наведенных на внутренней поверхности структуры. Последнее слагаемое в уравнении определяется полем, создаваемым в объеме системы. Полученное интегральное уравнение преобразуется в систему линейных уравнений, записанную в матричном виде  $AX = B$ , где элементы матрицы  $A$  соответствуют параметрам поля на поверхности, а столбец “правых частей”  $B$  – значениям поля источников, распределенных в объеме замедляющей структуры. По результатам решения данной системы можно определить значения амплитуд наведенных токов, которые используются затем для построения РЧХ структуры.

Поиск режимов резонансного отклика структуры на возбуждение предварительно промодулированным на заданной частоте сильноточным потоком производился методом электронного зонда [3], который заключается в следующем: при фиксированном продольном волновом числе  $k_z$  варьируется величина скорости  $v$ , при этом частота модуляции  $\omega = k_z v_z$  выбирается так, чтобы для различных скоростей волновое число было постоянным. Затем меняется волновое число, и процедура повторяется для нового  $k_z$ . В результате мы получаем набор данных, благодаря которому можем осуществлять вариацию нормированной частоты  $\omega$  при постоянной скорости потока. На основе полученных данных были построены графики зависимости максимумов  $J_{max}$  наведенных на поверхностях токов от нормированной частоты  $\omega = 2d/\lambda$ , т.е. резонансно-частотные характеристики (РЧХ) структуры.

При построении нестационарной математической модели самосогласованного взаимодействия потока и поля использовался матричный многомодовый метод, разработанный в [4] и являющийся одним из вариантов метода поперечных сечений.

В его основе лежит представление произвольного нерегулярного цилиндрического волновода в виде последовательности участков гладких волноводов и построение матрицы трансформации полей от входного к выходному концу структуры. В пределах каждого участка фиксированного радиуса, обозначенного номером  $s$ , вихревые электрическое и магнитное поля разлагались по полной для решения уравнений Максвелла системе функций – прямым и обратным волнам гладкого волновода:

$$\begin{aligned} \vec{E}_{b,s} &= \sum_{n=1}^N \left[ C_{n,s}^+(z,t) E_{n,s}^+ + C_{n,s}^-(z,t) \vec{E}_{n,s}^- \right], \\ \vec{H}_s &= \sum_{n=1}^N \left[ C_{n,s}^+(z,t) \vec{H}_{n,s}^+ + C_{n,s}^-(z,t) \vec{H}_{n,s}^- \right], \end{aligned} \quad (5)$$

где  $C_{n,s}^\pm(z,t)$  – комплексные коэффициенты разложения,  $E_{n,s}^\pm, \vec{H}_{n,s}^\pm$  – векторы электрического и магнитного поля моды  $E_{0n}$ ,  $N$  – число рассматриваемых мод. Сшивание полей на скачке радиуса волновода производится с учетом непрерывности потока вектора Умова–Пойнтинга. После подстановки разложений (5) в уравнения Максвелла уравнения возбуждения электромагнитного поля электродинамической системы РДГ записываются в матричном виде относительно векторов  $\vec{x}^\pm = (C_1^\pm, C_2^\pm, \dots, C_N^\pm)$  и приводятся к системе матричных уравнений, удобной для численного анализа с помощью метода прогонки. Процессы в электронном пучке описываются с помощью модели крупных частиц в форме бесконечно тонких колец с зарядом  $q = \frac{2\pi J}{\omega M_k}$  и массой  $m = m_0 \frac{q}{e}$ , где  $m_0, e$  – масса и заряд электрона,  $M_k$  – число частиц, приходящееся на длину волны.

Для каждой крупной частицы в пренебрежении силами пространственного заряда записывается релятивистское уравнение движения  $\frac{dp}{d\tau} = \frac{q}{\omega} \text{Re}(E_{bz} e^{i\tau})$ , в котором  $p = mv_0\gamma$  – импульс крупной частицы,  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_0}{c}\right)^2}}$  – релятивистский фактор,  $\tau = \omega t$  – нормированное время,  $E_{bz}$  – продольная составляющая напряженности вихревого поля.

## РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Из ограничений метода интегральных уравнений можно указать требование достаточной гладкости поверхности, его достоинство в скорости и возможности рассматривать также открытые системы с многосвязным контуром поверхности [5], в то время как метод поперечных сечений применяется для односвязных контуров и особенно эффективен при наличии участков гладкого волновода. Синусоидально гофрированная поверхность, несмотря на отсутствие участков разбиения фиксированного радиуса, удовлетворяет требованиям как первого, так и второго из рассмотренных методов. Это позволило для этой поверхности реализовать сравнение двух методов расчета. Такое исследование было проведено в [6], где было показано, что положение резонансных пиков на построенных двумя этими методами РЧХ в односекционной синусоидально гофрированной структуре имели отличия не более чем на 5%.

В настоящей работе сравнение по видам формы неоднородности замедляющей структуры

проводилось для двух типов экспериментально реализованных поверхностей реальных двухсекционных РДГ [1]: структур с синусоидальной гофрировкой и с неоднородностями типа полутора на пьедестале. Поскольку точное геометрическое сравнение этих двух типов структур затруднительно, то было лишь обеспечено равенство таких параметров, как минимальный и максимальный радиус структуры, длины соответствующих секций и трубы дрейфа, период структуры.

На рис. 1 представлен один из результатов сравнительного эксперимента по выяснению вида распределения продольной компоненты электрического поля от длины трубы дрейфа в структурах с неоднородностями двух указанных видов: а) синусоидальной гофрировка и б) “полуторы на пьедестале”. Нормированная частота соответствовала максимальному резонансному пику РЧХ рассмотренной структуры, а именно  $2d/\lambda = 1.892$ . Длина трубы дрейфа составляла 7 периодов. Продольные распределения выводились по линиям вдоль оси волновода вблизи канала транспортировки электронного пучка. Из сравнения двух графиков видно, что в структуре “полуторы на пьедестале” достигается большее по амплитуде значение величины поля по сравнению с синусоидально гофрированной структурой, максимум распределения расположен ближе к началу второй секции, т.е. при данном отношении длин секций ближе к центру структуры. На графиках поперечных распределений для синусоидальной структуры в начале 2-й секции волновода (не указаны на рис. 1) наблюдалась трансформация аксиально-симметричной моды к моде с меньшим индексом, в то время как для “полуторы на пьедестале” сохраняется структура объемной моды с тем же индексом, что и на входе и выходе из структуры.

Основной целью настоящей работы было выяснить влияние длины трубы дрейфа на характеристики работы РДГ. В вычислительном эксперименте варьировалось значение этой длины при постоянных значениях длин секций и диаметра структуры. В частности, использовалась двухсекционная структура с длиной первой секции 12 периодов, второй — 18 периодов. Соотношение между длинами секций 1 : 1.5 было выбрано на основании исследования [7], чтобы обеспечить условия устойчивости генерации при максимальной выходной мощности. Мы перешли к варьированию величины трубы дрейфа с дробным отношением величины периода шагом. В частности, в нашем эксперименте максимальный радиус составлял  $R_{max} = 5.55$  см, минимальный радиус  $R_{min} = 5.1$  см, период структуры  $d = 1.5$  см, величину трубы дрейфа мы изменяли в пределах значений от 7 до 11 периодов с шагом в 0.05 периода или 0.75 мм.

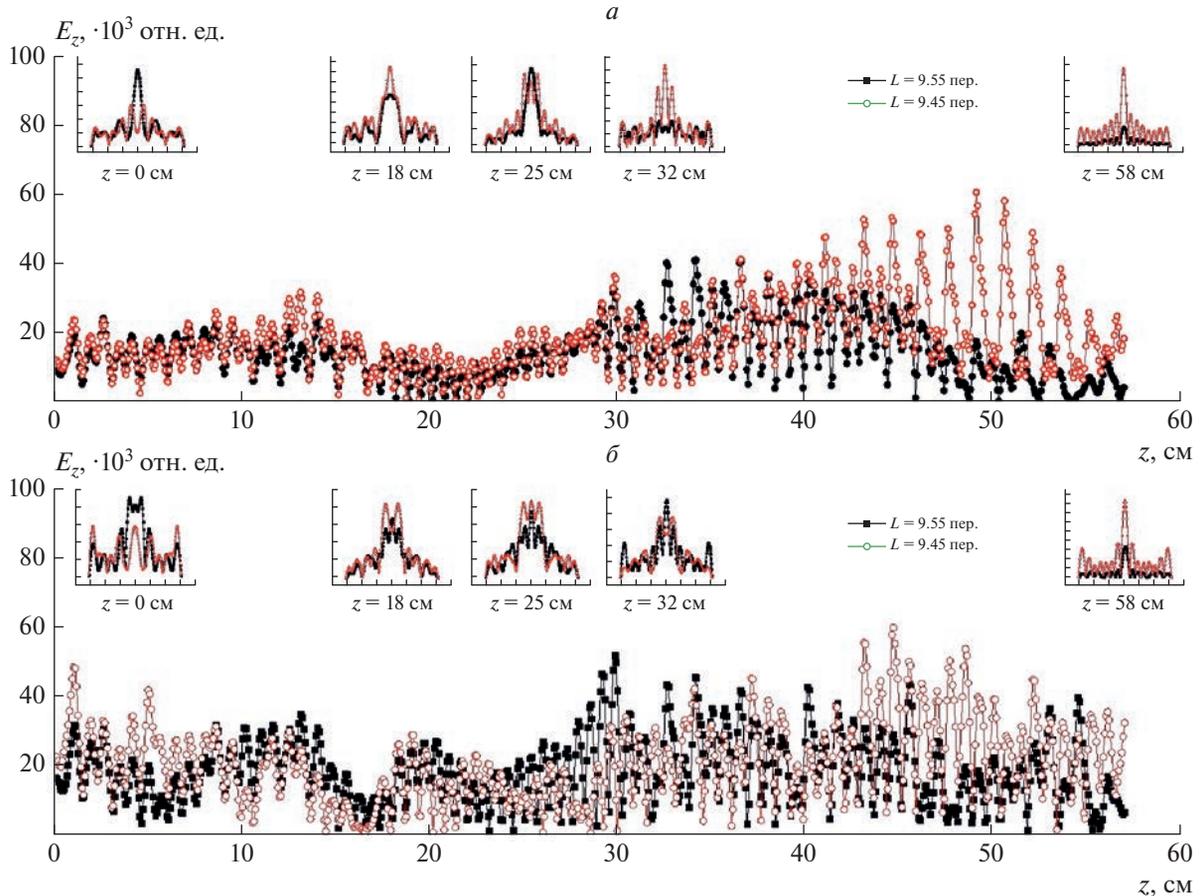
На первом этапе были получены РЧХ вблизи границы второй полосы прозрачности в интервале нормированных частот  $2d/\lambda$  от 1.7 до 2.0 и определены значения частот резонансных пиков в зависимости от величины длины трубы дрейфа. Для каждого значения длины из указанного интервала были определены значения частот этих резонансных пиков  $J_{max}(2d/\lambda)$ .

Все возникающие пики могут быть представлены на так называемой частотной диаграмме, то есть массив таких упорядоченных наборов значений резонансных частот структуры укладывается на диаграмму в координатах “нормированное волновое число  $2d/\lambda$ ” — “длина трубы дрейфа  $L_{тр.др}$ ”. Каждый такой набор точек на диаграмме соответствует резонансным пикам РЧХ для определенного значения длины, и на графике эти точки выстроены вдоль вертикальных прямых, возрастая вместе с ростом нормированного волнового числа. По мере последовательного увеличения длины трубы дрейфа в эксперименте состав и положение резонансных пиков на РЧХ изменяется, что связано с последовательным открытием продольных колебательных мод и их конкуренцией.

Можно отметить возникновение пиков двух видов: часть из них сдвигается вниз по шкале нормированных частот по мере увеличения длины трубы дрейфа, тогда как есть и неизменные по положению пики, в которых нормированная частота  $2d/\lambda$  меняется слабо с изменением длины трубы дрейфа, так что ее значение можно считать практически постоянным во всем изученном диапазоне длин. С целью выделить механизмы, отличающие такое поведение двух типов пиков, были построены поперечные и продольные распределения компонент электрического поля в пространстве взаимодействия потока и поля для двух случаев.

На рис. 2 представлены графики распределений для двух близких значений длины трубы дрейфа  $L_{тр.др} = 9.45d$  и  $L_{тр.др} = 9.55d$  в ближайшем к  $2\pi$ -виду резонансном пике, сохраняющем свое значение при плавном изменении длины трубы дрейфа (рис. 2а) и в движущемся пике (рис. 2б).

Поперечные распределения строились для сечений структуры в начале и в конце первой секции, в середине трубы дрейфа, а также в начале и в конце второй секции. Продольные распределения выводились по линиям внутри волновода по линии вдоль оси на расстоянии  $r = 5.425$  см от нее между электронным пучком и внутренней поверхностью структуры. Из графиков видно, что амплитуда напряженности продольной компоненты электрического поля  $E_z$  имеет максимум в середине 2 секции волновода, значение этого максимума растет с уменьшением длины трубы дрейфа. Из характера продольного распределения поля можно сделать вывод, что наблюдается



**Рис. 2.** Продольное распределение продольной компоненты  $E_z$  по линии  $r = 5.425$  см для двух значений длины трубы дрейфа  $L$  и для двух значений нормированной частоты:  $2d/\lambda = 1.924$  (а),  $1.938$  (б). Длины секций 12 и 18 периодов (18 и 27 см),  $R_{max} = 7.0$  см.

вынос энергии вперед и сдвиг точки кинематического синхронизма в сторону режима бегущей волны. Когда частота сохраняет свое значение при различных длинах трубы дрейфа — суперпозиция объемной моды с поверхностной волной наблюдается только на входе в структуру. Мода трансформируется от входа к выходу структуры. При сдвиге частоты резонансного пика поверхностная волна вносит значительный вклад по всей длине структуры. Именно она поддерживает связь поля структуры с потоком, обеспечивая условия синхронизма.

Завершающий этап работы был посвящен нахождению зависимости средней выходной мощности от длины трубы дрейфа. В статье [8] было показано, что длина трубы дрейфа влияет на мощность и модовый состав колебаний в МВЧГ. Мы также исследовали среднюю мощность  $P_{cp}$  в рабочих режимах РДГ при вычислениях в самосогласованном режиме, усредняя значения мощности на интервале времени от 150 до 400 итераций. Вариации по длине трубы дрейфа составили от 7 до 11 периодов структуры. Из полученного таким

образом графика зависимости  $P_{cp}(L_{тр. др.})$  следует, что изменение средней мощности носит квазипериодический характер с частотой примерно в 3 раза выше частоты структуры неоднородностей.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При исследовании двухсекционных осесимметричных периодических замедляющих структур с неоднородностями типа “синусоидальной гофрировки” и “полторы на пьедестале” в качестве составных частей РДГ мы пришли к следующим выводам: при варьировании длины трубы дрейфа на малые значения в интервале периода структуры изменение средней выходной мощности имеет квазипериодический характер; путем варьирования длины трубы дрейфа при постоянных величинах длин секций можно добиться повышения мощности и устойчивости работы РДГ; в двухсекционных гофрированных структурах открытие волноводных мод происходит не только в процессе изменения радиуса, но и при изменении длины трубы дрейфа; в замедляющей структуре

типа “полуторы на пьедестале” продольная компонента напряженности электрического поля  $E_z$  распределена более равномерно вдоль длины и объема структуры по сравнению со структурой с синусоидальной гофрировкой.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бугаев С.П., Канавец В.И., Кошелев В.И., Черепенин В.А. Релятивистские многоволновые СВЧ-генераторы. Новосибирск: Наука. 1991. 293 с.
2. Slepков А.И., Gallyamova О.В. // Phys. Wave Phenom. 2010. V. 18. No. 2. P. 105.
3. Канавец В.И., Сlepков А.И., Федоров А.В. // Вестник МГУ. Сер. 3. Физ. и астроном. 1990. Т. 31. № 4. С. 30.
4. Slepков А.И. // Изв. РАН. Сер. физ. 2003. Т. 67. № 12. С. 1678.
5. Худяков С.В. Галлямова О.В. // Учен. зап. физ. факта МГУ. 2022. № 1. С. 2211201.
6. Slepков А.И., Gallyamova О.В. // Proc. Int. Conf. Days on Diffraction. (Saint-Petersburg, 2009). P. 172.
7. Slepков А.И., Галлямова О.В. // Вестник МГУ. Сер. 3. Физ. и астроном. 2009. № 4. С. 30.
8. Корниенко В.Н., Черепенин В.А. // Изв. вузов. Физ. 2014. Т. 57. № 12/2. С. 216.

**Effect of geometric parameters  
of two-section axisymmetric overdimensional relativistic diffraction generators  
on their output characteristics**

**O. V. Gallyamova<sup>a, \*</sup>, S. V. Khudyakov<sup>a</sup>**

<sup>a</sup> Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia

\*e-mail: gallyamova@physics.msu.ru

The effect of variation the length of drift tube of two-section structure of axisymmetric relativistic diffraction generator on its output power operation and sustainability of generation is considered. A comparison is made of the electromagnetic field strength distribution for structures with two types of discontinuity: sinusoidal corrugation and half-torus on pedestal.