

УДК 550.385.4

## СОПОСТАВЛЕНИЕ НИЗКОЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК МОДЕЛЬНОГО СПИРАЛЬНОГО МАГНИТНОГО ОБЛАКА СОЛНЕЧНОГО ВЕТРА С НАБЛЮДАЕМЫМИ ВОЗМУЩЕНИЯМИ

© 2023 г. Н. А. Бархатов<sup>1, \*</sup>, С. Е. Ревунов<sup>1</sup>, О. М. Бархатова<sup>2</sup>, Е. А. Ревунова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
“Нижегородский государственный педагогический университет имени К. Минина”, Нижний Новгород, Россия

<sup>2</sup>Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
“Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет”, Нижний Новгород, Россия

\*E-mail: nbarkhatov@inbox.ru

Поступила в редакцию 17.09.2022 г.

После доработки 05.10.2022 г.

Принята к публикации 26.10.2022 г.

Представлены результаты сопоставления аналитического исследования особенностей радиального распределения магнитогидродинамические возмущений компонент магнитного поля в теле модельного магнитного облака солнечного ветра с данными по реальному облаку, зарегистрированному на космическом аппарате. Аналитико-численное решение для возмущений выполнено в цилиндрической системе координат для облака, представленного бессиловой цилиндрической трубкой со спиральным магнитным полем. Полученное общее представление о радиальном распределении компонент магнитного поля в теле магнитного облака согласуется с зарегистрированными параметрами возмущений магнитного поля на патрульном космическом аппарате и подтверждается объективным корреляционным анализом. Совместная постобработка результатов счета и сопоставляемых с ними реальных данных усиливает согласованность, что свидетельствует об адекватности примененного магнитогидродинамического подхода к анализу колебаний в модельном теле магнитного облака.

DOI: 10.31857/S0367676522700429, EDN: AIAEME

### ВВЕДЕНИЕ

Известно, что магнитное облако является наиболее геомагнитоэффективным корональным плазменным потоком, вызывающим глобальные геомагнитные бури. Впервые такие потоки были обнаружены достаточно давно [1] и введение термина было позднее [2]. Магнитные облака представляют собой магнитные трубки, имеющие в эклиптическом сечении размеры, превышающие несколько тысяч радиусов Земли (рис. 1а). В 1974 г. по прямым измерениям межпланетного магнитного поля (ММП) на космических аппаратах (КА) были обнаружены специфические структурные области межпланетных возмущений, характеризующиеся сильными регулярными ММП и резким фронтом (сильным разрывом) [3, 4]. Эти области были условно названы “магнитными областями”. В дальнейшем, начиная с 1981 г., их стали называть “магнитными облаками” по терминологии, предложенной в 50-х гг. [5]. Эти выбросы солнечного коронального вещества характеризуются значительным вращением вектора магнитного поля, сильным магнитным полем, низкой температурой ионов и низким динамиче-

ским давлением [6, 7]. Они могут содержать в своем объеме значительную отрицательную вертикальную  $V_z$  компоненту ММП [8] и поэтому вызывают наиболее интенсивные магнитные бури [9, 10]. В наших работах [11–13] также обращено внимание на физическую связь суббуревоего процесса с магнитными облаками.

В настоящее время существует несколько моделей для описания структуры магнитных облаков. Наиболее распространенным является бессиловой подход [14]. Он предполагает, что токи в облаке параллельны (антипараллельны) линиям магнитного поля, а перпендикулярная компонента тока отсутствует. Этот подход используют для тороидальной [15, 16] или цилиндрической [17, 18] конфигураций поля в облаке. Для более точного приближения рассматриваемых моделей к реальному магнитному облаку для учета особенностей его переноса в межпланетном пространстве в модель облака добавляют его взаимодействие с солнечным ветром. В результате этого форма модельного облака меняется, отклоняясь от цилиндрической [19, 20]. Описание магнитных облаков выполняется также на не бессиловых мо-

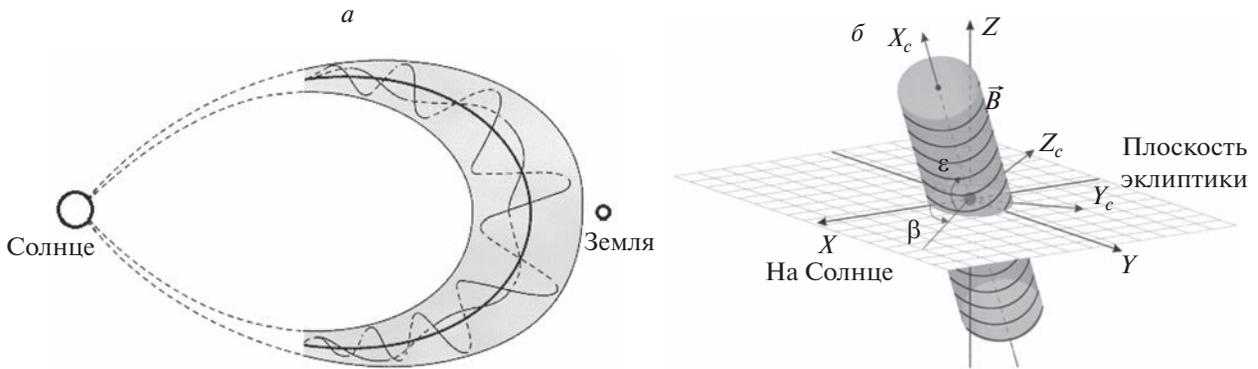


Рис. 1. Схематическое изображение облака в виде магнитной трубки (а); фрагмент модельного цилиндрического магнитного облака (б).

делях, в которых учитывается наличие в облаке ненулевой перпендикулярной компоненты тока [21]. Все эти модели и приближения согласуются друг с другом и, как показано в [19], усложнение модели в действительности не ведет к существенным уточнениям основных параметров облаков — величины магнитного поля на оси облака, его радиуса, прицельного параметра по отношению к Земле, углов наклона к плоскости эклиптики (углы  $\beta$ ,  $\epsilon$  на рис. 1б). Поскольку именно эти характеристики облаков являются ключевыми с точки зрения их геоэффективности [22–25], то в своих исследованиях мы используем простейшую бессиловую цилиндрическую модель [26–28].

Уравнения, описывающие распределение магнитного поля в бессиловой модели облака, получают исходя из уравнений Максвелла. Модельное представление цилиндрического магнитного облака показано на рис. 1б.

Работа посвящена аналитическому определению радиального распределения азимутальных и продольных возмущений компонент магнитного поля в теле коронального потока типа магнитного облака солнечного ветра. Найденные распределения далее сопоставляются с зарегистрированными параметрами возмущений магнитного поля на патрульном космическом аппарате (КА), пересекаемом телом магнитного облака. Инструментом для оценки качества выполненных аналитических расчетов выступает корреляционный анализ.

#### АНАЛИТИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ В РАМКАХ МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ПОДХОДА

Получим аналитические особенности радиального распределения магнитогиродинамических (МГД) возмущений компонент магнитного поля в модельном теле облака солнечного ветра в виде бессиловой бесконечной цилиндрической трубки со спиральным магнитным полем. Исследование возмущений выполняем в цилиндриче-

ской системе координат. Магнитогиродинамический подход дает возможность искать решение системы уравнения в виде радиальной зависимости малых гармонических азимутальных и продольных возмущений. В заключение аналитических расчетов получена система уравнений для радиальных зависимостей компонент возмущения магнитного поля в модельном облаке, которая позволяет перейти к уравнению второго порядка для смещения среды. Далее полученное уравнение решается численным методом.

Запишем исходную систему магнитогиродинамических уравнений в виде:

$$\rho \frac{d\vec{u}}{dt} = -\nabla p + \frac{1}{c} [\vec{j} \times \vec{B}], \quad \frac{dp}{dt} + \rho \operatorname{div} \vec{u} = 0,$$

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{j}, \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0, \quad \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.$$

Модель спирального магнитного поля облака представляется следующими выражениями для компонент магнитного поля в цилиндрической системе координат [29]:  $\operatorname{rot} \vec{B} = \alpha \vec{B}$ ,  $B_r = 0$ ,  $B_z = B_0 J_0(\alpha r)$ ,  $B_\phi = B_0 J_1(\alpha r)$ , где  $\alpha = \frac{2.4}{a}$ ,  $a$  — радиус цилиндрического облака, коэффициент 2.4 является первым корнем функции Бесселя.  $J_0$ ,  $J_1$  — функции Бесселя нулевого и первого порядка, являющихся каноническими решениями дифференциального уравнения Бесселя.

Обозначим смещение среды через  $\vec{\xi}$ , тогда скорость  $\vec{u} = \frac{\partial \vec{\xi}}{\partial t}$ . При этом примем, что среда магнитного облака удовлетворяет следующим условиям:

$$\nabla p = 0, \quad \operatorname{div} \vec{u} = 0, \quad \operatorname{div} \vec{\xi} = 0,$$

где  $p$  — давление.

Считаем возмущения параметров среды (смещения  $\vec{\xi}$ ) и магнитного поля ( $\vec{b} \ll \vec{B}$ ) малыми, а поток среды отсутствующим. Последнее допущение возможно, поскольку за время пересечения облака космическим аппаратом оно практически

не меняет свою геометрию. Тогда, исходя из уравнения магнитной гидродинамики  $\text{rot } \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ , обобщенного уравнения Ома  $\vec{E} = \frac{1}{c} [\vec{u} \times \vec{B}] + \frac{\vec{j}}{\sigma}$  в условиях бесконечной проводимости  $\sigma \rightarrow \infty$  для малых возмущений магнитного поля и смещения среды и, учитывая, что  $\vec{u} = \frac{\partial \vec{\xi}}{\partial t}$ , получим соотношение  $\frac{\partial \vec{b}}{\partial t} = \text{rot} \left[ \frac{\partial \vec{\xi}}{\partial t} \times \vec{B} \right]$ , дающее соотношение рассматриваемых возмущений:  $\vec{b} = \text{rot} [\vec{\xi} \times \vec{B}]$ .

В этом случае, согласно оставшимся МГД уравнениям, уравнение для возмущения смещения будет иметь вид:

$$\frac{\partial^2 \vec{\xi}}{\partial t^2} = \frac{1}{4\pi\rho} \left[ (\text{rot} (\text{rot} [\vec{\xi} \times \vec{B}])) \times \vec{B} \right] + \frac{1}{4\pi\rho} [\text{rot } \vec{B} \times \text{rot} [\vec{\xi} \times \vec{B}]]. \quad (1)$$

Поскольку вычисления проводятся в цилиндрической системе координат, то для малых гармонических возмущений следует принять [29, 30]:  $\vec{b}, \vec{\xi} \sim \exp(-i\omega t + im\varphi + ikz)$ . Далее вычисляем члены, входящие в уравнение (1) для смещения:

$$1) \text{rot} [\vec{\xi} \times \vec{B}] = (\vec{B}\nabla)\vec{\xi} - (\vec{\xi}\nabla)\vec{B}.$$

Учитывая  $\nabla\Psi = \frac{\partial\Psi}{\partial r}\vec{r}_0 + \frac{1}{r}\frac{\partial\Psi}{\partial\varphi}\vec{\varphi}_0 + \frac{\partial\Psi}{\partial z}\vec{z}_0$  для произвольной скалярной функции  $\Psi$  получаем

$$\begin{aligned} (\vec{B}\nabla)\vec{\xi} &= \left( B_\varphi \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial\varphi} + B_z \frac{\partial}{\partial z} \right) \vec{\xi} = \\ &= \left( B_\varphi \frac{im}{r} + ikB_z \right) \vec{\xi} = B_0 q(r) \vec{\xi}, \end{aligned}$$

$$\text{где } q = \frac{im}{r} J_1 + ikJ_0$$

$$(\vec{\xi}\nabla)\vec{B} = \left( \xi_r \frac{\partial}{\partial r} + \xi_\varphi \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial\varphi} \right) (B_\varphi \vec{\varphi}_0 + B_z \vec{z}_0).$$

Принимая во внимание модель магнитного поля, учтем следующие выражения:

$$\frac{dJ_0(\alpha r)}{dr} = -\alpha J_1(\alpha r), \quad \frac{\partial}{\partial r} B_r = -\alpha B_0 J_1(\alpha r),$$

$$\frac{dJ_1(\alpha r)}{dr} = \frac{\alpha}{2} [J_0(\alpha r) - J_2(\alpha r)],$$

$$\frac{\partial B_\varphi}{\partial r} = \frac{\alpha B_0}{2} (J_0 - J_2) = \alpha B_0 f(r),$$

$$\text{где } f = \frac{1}{2} (J_0 - J_2).$$

Учитывая, что, согласно [29, 30],  $\frac{\partial \vec{\varphi}_0}{\partial \varphi} = -\vec{r}_0$ , получаем

$$(\vec{\xi}\nabla)\vec{B} = \alpha B_0 \xi_r (f\vec{\varphi}_0 - J_1 \vec{z}_0) - \frac{\xi_\varphi}{r} B_0 J_1 \vec{r}_0$$

и далее запишем выражение для ротора в уравнении (1)

$$\text{rot} [\vec{\xi} \times \vec{B}] = B_0 \left[ q\vec{\xi} + \alpha \xi_r (-f\vec{\varphi}_0 + J_1 \vec{z}_0) + \frac{\xi_\varphi}{r} J_1 \vec{r}_0 \right].$$

2) Принимая во внимание, что  $\text{rot } \vec{\varphi}_0 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \times 1_\varphi) \vec{z}_0 = \frac{\vec{z}_0}{r}$ .

Вычисляем члены, возникающие вследствие действия второго ротора в (1)

$$\text{rot} (\text{rot} [\vec{\xi} \times \vec{B}]): \text{rot} ((\vec{B} \times \nabla)\vec{\xi}) = B_0 \text{rot} (q\vec{\xi}) = B_0 (q \text{rot } \vec{\xi} + [\nabla q \times \vec{\xi}]), \quad \text{где } \nabla q = \frac{\partial q}{\partial r} \vec{r}_0,$$

$$[\nabla q \times \vec{\xi}] = \begin{vmatrix} \vec{r}_0 & \vec{\varphi}_0 & \vec{z}_0 \\ \frac{\partial q}{\partial r} & 0 & 0 \\ \xi_r & \xi_\varphi & \xi_z \end{vmatrix} = \frac{\partial q}{\partial r} (\xi_\varphi \vec{z}_0 - \xi_z \vec{\varphi}_0),$$

$$q \text{rot } \vec{\xi} = q \left\{ \left( \frac{im}{r} \xi_z - ik\xi_\varphi \right) \vec{r}_0 + \left( ik\xi_r - \frac{\partial \xi_z}{\partial r} \right) \vec{\varphi}_0 + \frac{1}{r} \left[ \xi_\varphi + r \frac{\partial \xi_\varphi}{\partial z} - im\xi_r \right] \vec{z}_0 \right\}.$$

Применим сокращение записи для  $\text{rot} (q\vec{\xi}) = A\vec{r}_0 + B\vec{\varphi}_0 + C\vec{z}_0$ ,

$$\text{где } \begin{cases} A = q \left( \frac{im}{r} \xi_z - ik\xi_\varphi \right) \\ B = q \left( ik\xi_r - \frac{\partial \xi_z}{\partial r} \right) - \frac{\partial q}{\partial r} \xi_z \\ C = \frac{q}{r} \left( \xi_\varphi + r \frac{\partial \xi_\varphi}{\partial r} - im\xi_r \right) + \frac{\partial q}{\partial r} \xi_r \end{cases}.$$

Далее вычисляем члены, входящие в выражение:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot}((\xi \nabla) \vec{B}) &= \operatorname{rot} \left( \alpha B_0 \xi_r (f \vec{\Phi}_0 - J_1 \vec{z}_0) - \frac{\xi_\varphi}{r} B_0 J_1 r_0 \right), \\ \operatorname{rot}(\xi_r f \vec{\Phi}_0) &= \xi_r f \operatorname{rot} \vec{\Phi}_0 + [\nabla(\xi_r f) \times \vec{\Phi}_0], \quad \text{где } \operatorname{rot} \vec{\Phi}_0 = \frac{\vec{z}_0}{r}, \\ \nabla(\xi_r f) &= f \nabla \xi_r + \xi_r \nabla f = f \left( \frac{\partial \xi_r}{\partial r} \vec{r}_0 + \frac{1}{r} \frac{\partial \xi_r}{\partial \varphi} \vec{\Phi}_0 + \frac{\partial \xi_r}{\partial z} \vec{z}_0 \right) = \\ &= f \left( \frac{\partial \xi_r}{\partial r} \vec{r}_0 + \frac{im}{r} \frac{\partial \xi_r}{\partial \varphi} \vec{\Phi}_0 + ik \xi_r \vec{z}_0 \right) + \xi_r \frac{\partial f}{\partial r} \vec{r}_0, \\ \nabla(\xi_r f) &= \left( f \frac{\partial \xi_r}{\partial r} + \xi_r \frac{\partial f}{\partial r} \right) \vec{r}_0 + f \frac{im}{r} \xi_r \vec{\Phi}_0 + \left( ik f \xi_r + \frac{\xi_r f}{r} \right) \vec{z}_0, \\ [\nabla(\xi_r f) \times \vec{\Phi}_0] &= \begin{pmatrix} \vec{r}_0 & \vec{\Phi}_0 & \vec{z}_0 \\ f \frac{\partial \xi_r}{\partial r} + \xi_r \frac{\partial f}{\partial r} & \frac{im}{r} f \xi_r & \frac{\xi_r f}{r} + ik f \xi_r \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = -f \xi_r \left( \frac{1}{r} + ik \right) \vec{r}_0 + \left( f \frac{\partial \xi_r}{\partial r} + \xi_r \frac{\partial f}{\partial r} \right) \vec{z}_0. \end{aligned}$$

$$\text{Тогда } \operatorname{rot}(\xi_r f \vec{\Phi}_0) = -f \xi_r \left( \frac{1}{r} + ik \right) \vec{r}_0 + -f \xi_r \left( \frac{1}{r} + ik \right) \vec{r}_0 + \left( f \frac{\partial \xi_r}{\partial r} + \xi_r \frac{\partial f}{\partial r} + \xi_r \frac{f}{r} \right) \vec{z}_0$$

$$\operatorname{rot}(\xi_r J_1 \vec{z}_0) = \xi_r J_1 \operatorname{rot} \vec{z}_0 + [\nabla(\xi_r J_1) \times \vec{z}_0].$$

Здесь  $\operatorname{rot} \vec{z}_0 = 0$

$$\begin{aligned} \nabla(\xi_r J_1) &= \xi_r \nabla J_1 + J_1 \nabla \xi_r = \xi_r \frac{\partial J_1}{\partial r} \vec{r}_0 + J_1 \left( \frac{\partial \xi_r}{\partial r} \vec{r}_0 + \frac{im}{r} \xi_r \vec{\Phi}_0 + ik \xi_r \vec{z}_0 \right) = \left( \xi_r \frac{\partial J_1}{\partial r} + J_1 \frac{\partial \xi_r}{\partial r} \right) \vec{r}_0 + \\ &+ J_1 \frac{im}{r} \xi_r \vec{\Phi}_0 + J_1 ik \xi_r \vec{z}_0, \quad [\nabla(\xi_r J_1) \times \vec{z}_0] = \begin{pmatrix} \vec{r}_0 & \vec{\Phi}_0 & \vec{z}_0 \\ \frac{\partial}{\partial r}(\xi_r J_1) & \frac{im}{r} J_1 \xi_r & ik J_1 \xi_r \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \\ &= \frac{im}{r} J_1 \xi_r \vec{r}_0 - \left( \frac{\partial}{\partial r}(\xi_r J_1) \right) \vec{\Phi}_0, \quad \operatorname{rot} \left( \xi_\varphi \frac{J_1}{r} \vec{r}_0 \right) = \xi_\varphi \frac{J_1}{r} \operatorname{rot} \vec{r}_0 + \left[ \nabla \left( \xi_\varphi \frac{J_1}{r} \right) \times \vec{r}_0 \right]. \end{aligned}$$

Здесь  $\operatorname{rot} \vec{r}_0 = 0$

$$\begin{aligned} \nabla \left( \xi_\varphi \frac{J_1}{r} \right) &= \xi_\varphi \nabla \left( \frac{J_1}{r} \right) + \frac{J_1}{r} \nabla \xi_\varphi = \xi_\varphi \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{J_1}{r} \right) \vec{r}_0 + \frac{J_1}{r} \left( \frac{\partial \xi_\varphi}{\partial r} \vec{r}_0 + \frac{im}{r} \xi_\varphi \vec{\Phi}_0 + ik \xi_\varphi \vec{z}_0 \right) = \\ &= \left[ \xi_\varphi \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{J_1}{r} \right) + \frac{J_1}{r} \frac{\partial \xi_\varphi}{\partial r} \right] \vec{r}_0 + \frac{J_1 \xi_\varphi}{r} \left( \frac{im}{r} \vec{\Phi}_0 + ik \vec{z}_0 \right) \left[ \nabla \left( \xi_\varphi \frac{J_1}{r} \right) \times \vec{r}_0 \right] = \\ &= \begin{pmatrix} \vec{r}_0 & \vec{\Phi}_0 & \vec{z}_0 \\ \left[ \xi_\varphi \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{J_1}{r} \right) + \frac{J_1}{r} \frac{\partial \xi_\varphi}{\partial r} \right] & \frac{J_1 \xi_\varphi im}{r^2} & \frac{J_1 \xi_\varphi ik}{r} \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = -\frac{J_1 \xi_\varphi ik}{r} \vec{\Phi}_0 - \frac{J_1 \xi_\varphi im}{r^2} \vec{z}_0 = \\ &= -\frac{J_1 \xi_\varphi}{r} \left( ik \vec{\Phi}_0 + \frac{im}{r} \vec{z}_0 \right) = \operatorname{rot} \left( \xi_\varphi \frac{J_1}{r} \vec{r}_0 \right). \end{aligned}$$

Таким образом найдены все члены уравнения для смещения:

$$\frac{\partial^2 \vec{\xi}}{\partial t^2} = \frac{1}{4\pi\rho} [(\operatorname{rot}(\operatorname{rot}[\vec{\xi} \times \vec{B}])) \times \vec{B}] + \frac{1}{4\pi\rho} [\operatorname{rot} \vec{B} \times \operatorname{rot}[\vec{\xi} \times \vec{B}]] = \frac{1}{4\pi\rho} \vec{h} + \frac{1}{4\pi\rho} \vec{g}.$$

В скалярной форме, после введения в обозначения составляющих  $h_i$  и  $g_i$  компонент векторов  $\vec{h}$  и  $\vec{g}$ , уравнение примет вид:

$$-\frac{\omega^2}{V_A^2} \xi_r = h_{1r} + \alpha h_{2r} + \alpha h_{3r} + h_{4r} + \alpha g_{1r} + \alpha g_{2r} + \alpha g_{3r};$$

$$-\frac{\omega^2}{V_A^2} \xi_\varphi = h_{1\varphi} + \alpha h_{2\varphi} + \alpha h_{3\varphi} + \alpha g_{1\varphi} + \alpha g_{4\varphi}; \quad -\frac{\omega^2}{V_A^2} \xi_z = h_{1z} + \alpha h_{2z} + \alpha h_{3z} + \alpha g_{1z} J_1 \xi_r q + \alpha g_{4z}.$$

Выполним вычисление составляющих вектора  $\vec{h} = [\text{rot}(\text{rot}[\vec{\xi} \times \vec{B}]) \times \vec{B}]$ , следуя модели  $\text{rot} \vec{B} = \alpha \vec{B} = \beta B_0 (J_1 \vec{\Phi}_0 + J_0 \vec{z}_0)$  магнитного поля в облаке:

$$\vec{h}_1 = \begin{pmatrix} \vec{r}_0 & \vec{\Phi}_0 & \vec{z}_0 \\ A & B & C \\ 0 & J_1 & J_0 \end{pmatrix} = \vec{r}_0 (BJ_0 - CJ_1) - \vec{\Phi}_0 AJ_0 + \vec{z}_0 AJ_1,$$

$$\vec{h}_3 = \begin{pmatrix} \vec{r}_0 & \vec{\Phi}_0 & \vec{z}_0 \\ \frac{im}{r} J_1 \xi_r & -\frac{\partial}{\partial r} (\xi_r J_1) & 0 \\ 0 & J_1 & J_0 \end{pmatrix} = -J_0 \frac{\partial}{\partial r} (\xi_r J_1) \vec{r}_0 - J_0 \frac{im}{r} J_1 \xi_r \vec{\Phi}_0 + \frac{im}{r} J_1^2 \xi_r \vec{z}_0,$$

$$\vec{h}_4 = \begin{pmatrix} \vec{r}_0 & \vec{\Phi}_0 & \vec{z}_0 \\ 0 & -\frac{J_1 \xi_\varphi}{r} ik & -\frac{J_1 \xi_\varphi im}{r^2} \\ 0 & J_1 & J_0 \end{pmatrix} = \vec{r}_0 \left( \frac{J_1^2 \xi_\varphi im}{r^2} - \frac{J_1 J_0 \xi_\varphi ik}{r} \right) = \frac{J_1 \xi_\varphi}{r} \left( \frac{J_1 im}{r} - J_0 ik \right) \vec{r}_0.$$

Вычисление составляющих вектора  $\vec{g} = [\text{rot} \vec{B} \times \text{rot}[\vec{\xi} \times \vec{B}]]$ , следуя модели  $\text{rot} \vec{B} = \alpha \vec{B} = \beta B_0 (J_1 \vec{\Phi}_0 + J_0 \vec{z}_0)$  магнитного поля в облаке:

$$\vec{g}_1 = \begin{pmatrix} \vec{r}_0 & \vec{\Phi}_0 & \vec{z}_0 \\ 0 & J_1 & J_0 \\ \xi_r & \xi_\varphi & \xi_z \end{pmatrix} = \vec{r}_0 (J_1 \xi_z + J_0 \xi_\varphi) + \vec{\Phi}_0 J_0 \xi_r - \vec{z}_0 \xi_r J_1,$$

$$\vec{g}_2 = \begin{pmatrix} \vec{r}_0 & \vec{\Phi}_0 & \vec{z}_0 \\ 0 & J_1 & J_0 \\ 0 & -f & 0 \end{pmatrix} = \vec{r}_0 J_0 f, \quad \vec{g}_3 = \begin{pmatrix} \vec{r}_0 & \vec{\Phi}_0 & \vec{z}_0 \\ 0 & J_1 & J_0 \\ 0 & 0 & J_1 \end{pmatrix} = \vec{r}_0 J_1^2,$$

$$\vec{g}_4 = \begin{pmatrix} \vec{r}_0 & \vec{\Phi}_0 & \vec{z}_0 \\ 0 & J_1 & J_0 \\ \frac{\xi_\varphi J_1}{r} & 0 & 0 \end{pmatrix} = \vec{\Phi}_0 \frac{\xi_\varphi J_0 J_1}{r} - \vec{z}_0 \frac{\xi_\varphi J_1^2}{r}.$$

Окончательно система уравнений для расчета смещений имеет следующий вид:

$$-\frac{\omega^2}{V_A^2} \xi_r = (J_0 B - J_1 C) + \alpha J_1 \left( \frac{\partial}{\partial r} (f \xi_r) + \frac{\xi_r f}{r} \right) - \alpha J_0 \frac{\partial}{\partial r} (\xi_r J_1) +$$

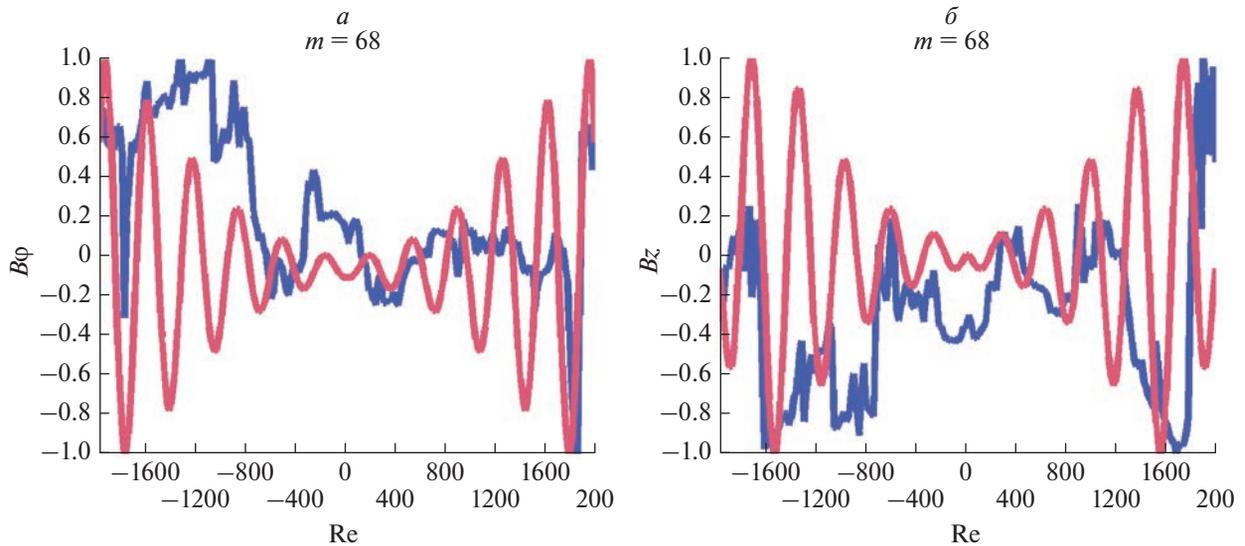
$$+ \left( J_1 \frac{im}{r} - J_0 ik \right) \frac{J_1 \xi_\varphi}{r} + \alpha \left( q (J_1 \xi_z - J_0 \xi_\varphi) + \alpha J_0 f \xi_r + \alpha J_1^2 \xi_r \right);$$

$$-\frac{\omega^2}{V_A^2} \xi_\varphi = -AJ_0 - \alpha J_0 f \xi_r (1 + ik) - \alpha J_0 J_1 \frac{im}{r} \xi_r + \alpha J_0 \xi_r q + \alpha \xi_\varphi \frac{J_0 J_1}{r};$$

$$-\frac{\omega^2}{V_A^2} \xi_z = AJ_1 + \alpha J_1 f \xi_r (1 + ik) + \alpha J_1^2 \frac{im}{r} \xi_r - \alpha J_1 \xi_r q - \alpha \xi_\varphi \frac{J_1^2}{r};$$

$$A = q \left( \frac{im}{r} \xi_z - ik \xi_\varphi \right); \quad B = q \left( ik \xi_r - \frac{\partial \xi_z}{\partial r} \right) - q \xi_z;$$

$$C = \frac{q}{r} \left( \xi_\varphi + r \frac{\partial \xi_\varphi}{\partial r} - im \xi_r \right) + \frac{\partial q}{\partial r} \xi_\varphi; \quad q = \frac{im}{r} J_1 + ik J_0; \quad f = \frac{1}{2} (J_0 - J_2).$$



**Рис. 2.** Сопоставление результатов счета (красные кривые –  $B\varphi$  выч,  $Bz$  выч) с реальными данными (синие кривые –  $B\varphi$  реал,  $Bz$  реал) для тела 22.01.2000. Сопоставление  $B\varphi$  реал,  $B\varphi$  выч,  $R = 0.43$  (а); сопоставление  $Bz$  реал,  $Bz$  выч,  $R = 0.47$  (б).

Интересующее нас распределение возмущения магнитного поля определяется согласно уравнению

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \text{rot} [\vec{u} \times \vec{B}]$$

и записывается в виде

$$\begin{aligned} \vec{b} &= \text{rot} [\vec{\xi} \times \vec{B}] = \\ &= B_0 \left[ q\vec{\xi} + \alpha\xi_r (-f\vec{\Phi}_0 + J_1\vec{z}_0) + \frac{\xi_\varphi}{r} J_1\vec{r}_0 \right], \end{aligned}$$

где  $\vec{B}$  – значение фонового магнитного поля в конкретных точках внутри магнитного облака.

#### СОПОСТАВЛЕНИЕ РАСЧЕТНЫХ НИЗКОЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК МОДЕЛЬНОГО СПИРАЛЬНОГО МАГНИТНОГО ОБЛАКА СОЛНЕЧНОГО ВЕТРА С ЗАРЕГИСТРИРОВАННЫМИ ВОЗМУЩЕНИЯМИ

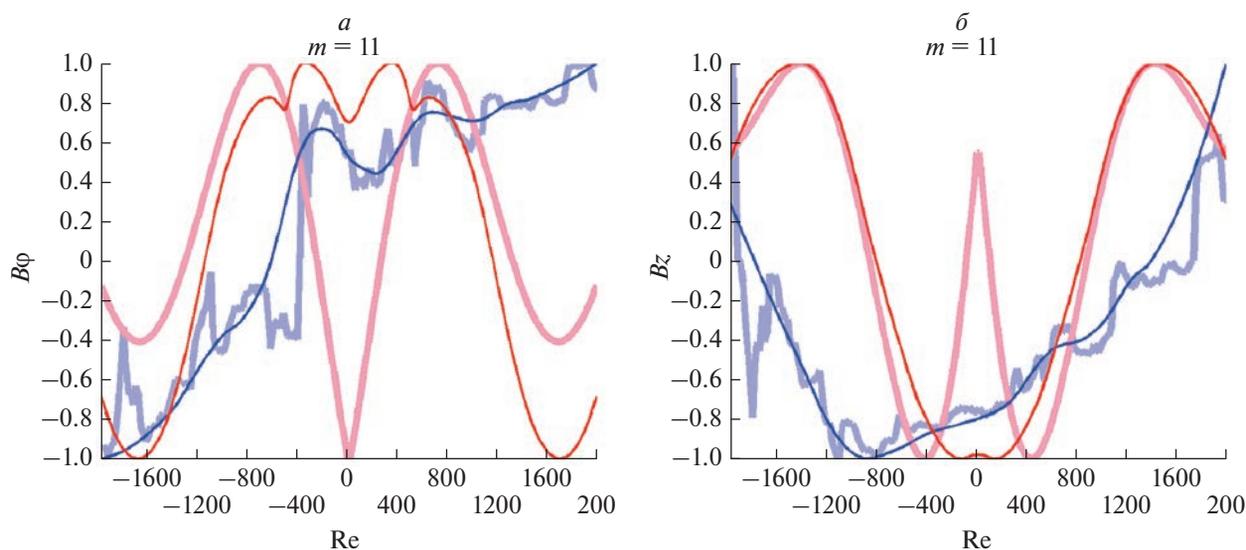
Решение системы уравнений с целью получения радиального распределения компонент смещения для возмущений на разных частотах как параметров продолжено итерационным алгоритмом Эйлера [31]. В качестве граничного условия было выбрано отсутствие смещения на поверхности магнитной трубки  $\xi_r(r = a) = 0$ .

Известно, что метод Эйлера применяется для решения систем дифференциальных уравнений или дифференциальных уравнений высших порядков с предварительным приведением к системам уравнений первого порядка. Используя форму-

лы Эйлера вычисляются параметры для следующей итерации и на каждой последующей итерации записываются значения найденных функций и их производных. Расчет прекращался при выполнении одного из условий: достигнуто предельное число итераций или граница расчетной области. Как показал численный счет, метод Эйлера продемонстрировал устойчивое решение системы уравнений для расчетной области согласующейся с областями реально наблюдаемых тел облаков. Результаты численного счета приведены ниже на рис. 2 и 3.

Сопоставление рассчитанного радиального распределения компонент смещения магнитного поля в теле модельного облака с распределением компонент магнитного поля в теле зарегистрированного МО выполнялась для двух среднестатистических МО, зарегистрированных 22.01.2000 и 10.11.2004. Указаны начальные даты зарегистрированных событий.

Из всего объема имеющихся данных в общедоступных каталогах по МО далеко не все удовлетворяют модельному представлению. Критериями отбора были спиральность магнитного поля и минимальный наклон оси цилиндрического облака к плоскости эклиптики. Это означает, что тела магнитных облаков не всегда вписываются в выбранную идеализированную математическую модель. Найденные нами два МО близкие к идеальной модели мы считаем своей большой удачей. Указанные среднестатистические МО наиболее близки к идеальной математической модели. Данные возмущений взяты с минутным разрешением с КА ACE с узла [ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ том 87 № 2 2023](http://cdaweb.gs-</a></p>
</div>
<div data-bbox=)



**Рис. 3.** Сопоставление результатов счета с реальными данными для тела МО 10.11.2004 показано толстыми линиями. Постобработка цифровым сглаживающим фильтром расчетных и реальных данных представлена тонкими линиями. Красные кривые –  $B_r$  выч,  $B_z$  выч, синие кривые –  $B_r$  реал,  $B_z$  реал. Сопоставление  $B_r$  реал и  $B_r$  выч дает  $R = 0.31$ , после обработки сопоставление  $B_r$  реал и  $B_r$  выч дает  $R = 0.51$  (а); сопоставление  $B_z$  реал,  $B_z$  выч дает  $R = 0.44$ , после обработки сопоставление  $B_z$  реал и  $B_z$  выч дает  $R = 0.58$  (б).

fs.nasa.gov. Особенностью рассматриваемых облаков является ориентация их потоковой магнитной трубки близкая к вертикальной в солнечно-эклиптической системе координат. Особенностью сопоставления является необходимость замены регистрируемой динамики, т.е. временной зависимости возмущений, регистрируемых при пересечении облаком космического аппарата, на пространственное распределение возмущений. Это можно делать для низкочастотных возмущений с периодами сопоставимыми со временем пересечения. Для анализируемых в исследовании событий МО, время пересечения тела облака космическим аппаратом, составляло приблизительно 10 часов, что и определяло характерные периоды исследуемых возмущений.

Предварительные оценки величин волнового числа  $k$  и номера моды  $m$ , которые являются независимыми переменными в решаемой системе МГД уравнений, а также сам процесс сопоставления вычисленных и наблюдаемых радиальных распределений установили физические ограничения на диапазон их значений. В численных экспериментах волновое число  $k$  для НЧ флуктуаций выбиралось исходя из диапазона периодов, сопоставимых со временем пересечения МО космическим аппаратом. При заданном  $k$  номера подходящих мод  $m$  подбирались экспериментально таким образом, чтобы при сопоставлении пар азимутальных  $B_r$  и продольных  $B_z$  компонент реальных (реал) и вычисленных (выч) возмущений магнитного поля отмечалась согласованность.

Так, для МО 10.11.2004 оказалось, что  $m = 11$ , для МО 22.01.2000 –  $m = 68$ .

Необходимость исключения из рассмотрения незначительных высокочастотных колебаний для концентрации внимания на анализе НЧ флуктуаций компонент межпланетного магнитного поля, потребовала дополнительной обработки получаемых решений. Постобработка результатов счета и сопоставляемых с ними реальных данных выполнялась цифровым сглаживающим фильтром. Из них количественно по результатам корреляционного анализа выбирался наиболее удачный вариант описания связи соответствующих  $B_r$  и  $B_z$  компонент. На рисунках 2 и 3 по оси ординат представлена условная амплитуда значений компонент поля, по оси абсцисс – радиальная развертка в масштабах радиуса Земли (Re) по срезу цилиндрической потоковой трубки с осью симметрии в центре. На рис. 2 демонстрируются результаты счета и сопоставляемых с ними реальных данных для тела МО 22.01.2000 без дополнительной обработки. Получены следующие коэффициенты корреляции:  $R = 0.43$  между зарегистрированным  $B_r$  реал и вычисленным  $B_r$  выч;  $R = 0.47$  между зарегистрированным  $B_z$  реал и вычисленным  $B_z$  выч. На рис. 3 демонстрируется постобработка результатов счета и сопоставляемых с ними реальных данных для тела МО 10.11.2004 цифровым сглаживающим фильтром при анализе периода НЧ флуктуаций 600 мин. Получены следующие коэффициенты корреляции:  $R = 0.44$  между  $B_r$  реал и  $B_r$  выч;  $R = 0.31$  между  $B_z$  реал и  $B_z$  выч. Постобработка цифро-

вым сглаживающим фильтром расчетных и реальных данных повысила корреляцию:  $R = 0.51$  между  $B\varphi$  реал и  $B\varphi$  выч;  $R = 0.58$  между  $Bz$  реал и  $Bz$  выч.

Сопоставление показало, что аналитико-численное решение дает общее представление о радиальном распределении возмущенных компонент магнитного поля в теле МО, согласующееся с реально зарегистрированной динамикой параметров МО на патрульном КА.

### ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Как видно из представленных графиков, аналитико-численное решение дает общее представление о радиальном распределении компонент смещения магнитного поля в теле магнитного облака для НЧ возмущений, согласующееся с реально зарегистрированной динамикой параметров на патрульном КА. Это подтверждается корреляционным анализом результатов. Совместная постобработка результатов счета и сопоставляемых с ними реальных данных усиливает их согласованность. В ходе исследования обнаружилось, что из всего объема имеющихся данных в общедоступных каталогах по МО далеко не все удовлетворяют модельному представлению в виде цилиндра со спиральным распределением магнитного поля. Это означает, что тела магнитных облаков не всегда вписываются в выбранную идеализированную математическую модель. Разумеется, существует достаточное количество магнитных облаков, которые достаточно близки к этим моделям. Их качественные особенности изучаемых возмущений совпадают с экспериментальными данными, но они формально не дают высокой степени корреляции с экспериментом. В связи с этим мы эти результаты не приводим. Выполненные исследования подтверждают обоснованность выбранной модели для тела магнитного облака и примененного МГД подхода к анализу колебаний в нем. Предлагаемый в исследовании метод может считаться дополнительным к анализу низкочастотных характеристик параметров магнитных облаков методами Фурье- и вейвлет-спектрального анализа.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иванов К.Г. // УФН 1974. Т. 114. № 2. С. 382.
2. Burlaga L.F., Klein L., Sheeley N.R. Jr. et al. // Geophys. Res. Lett. 1982. V. 9. P. 1317.
3. Иванов К.Г., Микерина Н.В., Евдокимова Л.В. // Геомагн. и аэроном. 1974. Т. 14. № 5. С. 777.
4. Иванов К.Г. // Геомагн. и аэроном. 2000. Т. 40. № 4. С. 3.
5. Piddington J.H. // Geophys. J. Royal Astron. Soc. 1959. V. 2. No. 3. P. 173.
6. Bothmer V., Schwenn R. // Ann. Geophys. 1998. V. 16. P. 1.
7. Burlaga L., Sittler E., Mariani F., Schwenn N. // J. Geophys. Res. 1981. V. 86. P. 6673.
8. Echer E., Gonzalez W. // Geophys. Res. Lett. 2004. V. 31. Art. No. L09808.
9. Wu C., Lepping R. // J. Geophys. Res. 2002. V. 107. No. A10. P. 1314.
10. Zhang J., Liemohn M., Kozyra J. et al. // J. Geophys. Res. 2004. V. 109. Art. No. A09101.
11. Бархатов Н.А., Воробьев В.Г., Ревунов С.Е., Ягодкина О.И. // Геомагн. и аэроном. 2017. Т. 57. № 3. С. 273.
12. Бархатов Н.А., Ревунов С.Е., Воробьев В.Г., Ягодкина О.И. // Геомагн. и аэроном. 2018. Т. 58. № 2. С. 155.
13. Бархатов Н.А., Воробьев В.Г., Ревунов С.Е. и др. // Геомагн. и аэроном. 2019. Т. 59. № 4. С. 427.
14. Lundquist S. // Ark. Fys. 1950. No. 2. P. 361.
15. Romashets E. P., Vandas V. // J. Geophys. Res. 2001. V. 106. No. A6. Art. No. 10615.
16. Vandas M., Odstrcil D., Watari S. // J. Geophys. Res. 2002. V. 107. No. A9. P. 1236.
17. Vandas M., Fischer S., Dryer M. et al. // J. Geophys. Res. 1995. V. 100. No. A7. Art. No. 12285.
18. Vandas M., Fischer S., Dryer M. et al. // J. Geophys. Res. 1996. V. 101. No. A2. P. 2505.
19. Hidalgo M.A., Nieves-Chinchilla T., Cid C. // Geophys. Res. Letters. 2002. V. 29. No. 13. P. 1637.
20. Hidalgo M.A. // J. Geophys. Res. 2003. V. 108. No. A8. P. 1320.
21. Hidalgo M.A., Vinas A.F., Sequeiros J. // J. Geophys. Res. 2002. V. 106. No. A1. P. 1002.
22. Posch J.L., Engebretson M.J., Pilipenko V.A. et al. // J. Geophys. Res. 2003. V. 108. Art. No. A1.
23. Wawrzaszek A., Macek W.M. // J. Geophys. Res. 2010. V. 115. Art. No. A07104.
24. Tessein J.A., Smith C.W., Vasquez B.J., Skoug R.M. // J. Geophys. Res. 2011. V. 116. Art. No. A10104.
25. Steed K., Owen C.J., Demoulin P., Dasso S. // J. Geophys. Res. Space Phys. 2011. V. 116. No. A1. Art. No. A01106.
26. Бархатов Н.А., Калинина Е.А. // Геомагн. и аэроном. 2010. Т. 50. № 4. С. 477.
27. Бархатов Н.А., Виноградов А.Б., Ревунова Е.А. // Косм. иссл. 2014. Т. 52. № 4. С. 286.
28. Бархатова О.М., Воробьев В.Г., Бархатов Н.А., Ревунов С.Е. // Изв. РАН. Сер. физ. 2021. Т. 85. № 3. С. 331; Barkhatova O.M., Vorobjev V.G., Barkhatov N.A., Revunov S.E. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2021. V. 85. No. 3. P. 238.
29. Михайловский А.Б. Теория плазменных неустойчивостей. Т. 1. Неустойчивости однородной плазмы. М.: Атомиздат, 1975. 272 с.
30. Михайловский А.Б. Неустойчивости плазмы в магнитных ловушках. М.: Атомиздат, 1978. 296 с.
31. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. М.: Наука, 1985.

## **Comparison of the low-frequency characteristics of the model solar wind spiral magnetic cloud with observed disturbances**

**N. A. Barkhatov<sup>a,\*</sup>, S. E. Revunov<sup>a</sup>, O. M. Barkhatova<sup>b</sup>, E. A. Revunova<sup>b</sup>**

<sup>a</sup> *Kozma Minin Nizhny Novgorod State Pedagogical University, Nizhny Novgorod, 603002 Russia*

<sup>b</sup> *Nizhny Novgorod State University of Architecture and Civil Engineering, Nizhny Novgorod, 603000 Russia*

*\*e-mail: nbarkhatov@inbox.ru*

We presented the results of a comparison of the analytical study of the features of the radial distribution of MHD disturbances of the magnetic field components in the body of a model solar wind magnetic cloud with data on a real cloud recorded by a spacecraft. The analytical-numerical solution for perturbations is performed in a cylindrical coordinate system for a cloud represented by a force-free cylindrical tube with a helical magnetic field. The obtained general idea of the radial distribution of the magnetic field components in the MC body is consistent with the registered parameters of the magnetic field disturbances on the patrol spacecraft and is confirmed by an objective correlation analysis. Joint post-processing of the counting results and real data compared with them enhances the consistency, which indicates the adequacy of the applied MHD approach to the analysis of oscillations in the model body of the magnetic cloud.