

УДК 523.42

ЗЕМЛЕПОДОБНЫЕ МОДЕЛИ ВНУТРЕННЕГО СТРОЕНИЯ ВЕНЕРЫ

©2024 г. D.O. Amorim^{a,*}, T. B. Гудкова^{b,*}

^aМосковский физико-технический университет, Москва, Россия

^bИнститут физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, Москва, Россия

*e-mail: amorim.dargilan@gmail.com

**e-mail: gudkova@ifz.ru

Поступила в редакцию 15.03.2024 г.

После доработки 03.05.2024 г.

Принята к публикации 08.05.2024 г.

На основе модели Земли PREM построены более тысячи моделей внутреннего строения Венеры, отличающихся радиусом и плотностью ядра, плотностью мантии, распределением вязкости и реологией. Радиус ядра варьируется в интервале от 2800 км до 3600 км, плотность в мантии и в ядре меняется в пределах нескольких процентов от значений модели PREM. При расчете приливных чисел Лява для учета неупругости мантии применяется реология Андраде. Используются именно те значения параметров реологической модели Андраде, которые наилучшим образом описывают приливную деформацию Земли. Это заметно снижает погрешность при вычислении чисел Лява. Показано, что у Венеры может быть внутреннее твердое ядро только в том случае, если состав планеты сильно отличается от земного. Сравнение наблюдаемых значений момента инерции и приливного числа Лява k_2 с модельными величинами позволило заключить, что радиус ядра Венеры с большой вероятностью находится в интервале 3288 ± 167 км.

Ключевые слова: Венера, модели внутреннего строения, планетарная геофизика, реология Андраде, момент инерции, приливные числа Лява

DOI: 10.31857/S0320930X24060049, EDN: NHSKNT

ВВЕДЕНИЕ

Венеру когда-то называли планетой-близнецом Земли в связи со сходством этих планет по массе и радиусу. Однако у Венеры обнаружили ряд особенностей, из-за которых планета лишилась такого звания, например, отсутствие собственного магнитного поля, отсутствие текtonики плит и наличие плотной атмосферы вулканического происхождения (Smrekar и др., 2018). Все эти отличия между Землей и Венерой тесно связаны с условиями и процессами в их недрах и, поэтому, исследование внутреннего строения Венеры является важной задачей в области планетарной геофизики.

Первые шаги в изучении внутреннего строения Венеры были сделаны в 1980-е годы в работах (Жарков, Засурский, 1982; Козловская, 1982), где в качестве уравнения состояния Венеры было

использовано уравнение состояния Земли из модели PEM (Preliminary Earth model) (Dziewonski и др., 1975), и было отмечено, что удобство такого выбора заключается в автоматическом учете влияния температуры на уравнение состояния. Радиус ядра землеподобной Венеры составлял примерно 3200 км, а толщина коры принята равной 70 км (Жарков, Засурский, 1982).

В работе (Aitta, 2012) построена модель, мантия которой также основана на модели PREM (Preliminary reference Earth model) (Dziewonski, Anderson, 1981), но с измененным составом ядра. Толщина коры принята равной 30 км. В такой модели радиус ядра равен 3228 км, а момент инерции 0.3380 (выше момента инерции Земли 0.3307). Давление в центре Венеры составляет 275 ГПа, что намного меньше давления на границе внутреннего ядра Земли (примерно 330 ГПа согласно (Dziewonski, Anderson, 1981)).

По этой причине в работе (Aitta, 2012) утверждается, что ядро Венеры находится в полностью расплавленном состоянии.

На Земле образование и рост твердого внутреннего ядра тесно связаны с генерацией магнитного поля (Zhou и др., 2022). Согласно (Aitta, 2012) отсутствие внутреннего ядра у Венеры может служить объяснением отсутствия у нее собственного магнитного поля. В работе (Aitta, 2012) также оценивается интенсивность конвекции в мантии Венеры, которая оказалась почти в два раза меньше земной, что, в свою очередь, может объяснить отсутствие тектоники плит на Венере.

В работе (Dumoulin и др., 2017) построены разнообразные модели внутреннего строения Венеры с химическими составами как близкими, так и сильно отличающимися от земного. В некоторых моделях ядро находится частично или даже полностью в твердом состоянии. Это возможно лишь потому, что в качестве уравнения состояния внутреннего ядра используется уравнение состояния чистого железа при высоких давлениях (Drogokupets и др., 2017). В ядрах планет земной группы должны присутствовать примеси легких элементов, которые, в свою очередь, уменьшают температуру плавления. По этой причине, модели с ядром из чистого железа менее вероятны.

Для некоторых моделей в работе (Dumoulin и др., 2017) было вычислено приливное число Лява k_2 при разных значениях вязкости в мантии. Неупругость в недрах учитывалась с помощью реологии Андраде. Сравнение модельных значений k_2 с измеренным (Konopliv, Yoder, 1996) позволило авторам (Dumoulin и др., 2017) определить правдоподобие построенных моделей.

Набор землеподобных моделей внутреннего строения Венеры и поправки из-за влияния неупругости недр планеты на значение модельного числа Лява k_2 были рассчитаны в работе (Гудкова, Жарков, 2020). В работе (Amorim, Гудкова, 2023) построены десятки моделей внутреннего строения Венеры с составами, близкими, но не совпадающими с земным. Числа Лява были вычислены для различных значений вязкости мантии и параметров реологической модели Андраде. Сравнение модельных и измеренных значений момента инерции (Konopliv, Yoder, 1996; Margot и др., 2021) дало оценку радиуса ядра Венеры в интервале 3100–3500 км.

Одна из главных проблем, возникающих при расчете чисел Лява, это неопределенности в реологической модели планеты. Модель

Андраде активно применяется в задачах планетарной геофизики, так как она была экспериментально подтверждена для разных минералов (Efroimsky, 2012). Однако неизвестно, применима ли она при мантийных условиях (при очень высоких давлениях и температуре) и, в случае если применима, какие значения двух параметров, от которых она зависит, подходят для описания неупругости планетных недр. Неопределенность параметров Андраде вызывает значительный разброс значений модельных чисел Лява, и это препятствовало более точному определению внутреннего строения Венеры в работе (Amorim, Гудкова, 2023).

С целью разрешения этой проблемы авторы провели “калибровку” реологической модели Андраде на Земле (Amorim, Gudkova, 2024). Были определены значения параметров Андраде α и ζ , которые хорошо описывают неупругость и приливную деформацию Земли на частоте полусуточного лунного прилива M2, и именно эти значения следует применять в моделях внутреннего строения планет земной группы.

Данная работа является продолжением работы (Amorim, Гудкова, 2023). Здесь мы заметно увеличили разнообразие моделей по сравнению с (Amorim, Гудкова, 2023) и применили уточненную реологическую модель на основе результатов работы (Amorim, Gudkova, 2024).

В данной статье сначала рассматриваются модели внутреннего строения Венеры. Затем приводится модернизация алгоритма расчета приливной деформации, позволяющая учесть влияние плотной атмосферы Венеры на числа Лява. Далее обсуждается используемая реологическая модель и распределение вязкости. Проводится отбор моделей по числу Лява k_2 , и делается оценка наиболее вероятных моделей на основе совместного анализа момента инерции и k_2 . В заключении обсуждается вклад в задачу исследования внутреннего строения Венеры, который могут внести миссии VERITAS (Caselli и др., 2021) и EnVision (Rosenblatt и др., 2021).

МОДЕЛИ ВНУТРЕННЕГО СТРОЕНИЯ ВЕНЕРЫ

Данные наблюдений, используемые при построении моделей внутреннего строения Венеры, приведены в табл. 1: масса планеты M_0 (без атмосферы), средний радиус R , безразмерный момент инерции I/M_0R^2 , приливное число Лява k_2 , давление P_s и плотность атмосферы ρ_s на поверхности.

Таблица 1. Данные наблюдений для Венеры

Параметры	Значения параметров	Ссылки
Масса M_0 , кг	$4.8673 \pm 0.00011 \times 10^{24}$	Saliby и др., 2023
Средний радиус R , км	6051.8	Saliby и др., 2023
Момент инерции I/M_0R^2	0.337 ± 0.024	Margot и др., 2021
Число Лява k_2	0.295 ± 0.033	Konopliv, Yoder, 1996
Атмосферное давление на поверхности P_s , МПа	9.3	Steinberger и др., 2010
Плотность атмосферы на поверхности ρ_s , кг/м ³	65	Steinberger и др., 2010

Масса, радиус и давление на поверхности – это ограничения, которым должна удовлетворять каждая модель. Момент инерции и число Лява k_2 – критерии, которые применяются для оценки правдоподобия моделей, а плотность атмосферы используется при расчете чисел Лява.

Расчет моделей внутреннего строения планет основан на использовании уравнения для массы и уравнения гидростатического равновесия:

$$\frac{dM(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho(P),$$

$$\frac{dP}{dr} = -g(r)\rho(P) = -\frac{GM(r)}{r^2}\rho(P). \quad (1)$$

Границные условия при решении уравнений имеют вид: $M(R) = M_0$, $M(0) = 0$, $P(R) = P_s$. (2)

Погрешность измерения массы Венеры составляет меньше 0.01%, и для наших целей не имеет смысла ее учитывать. В качестве M_0 мы принимаем фиксированное значение $M_0 = 4.8673 \times 10^{24}$ кг для всех моделей (Saliby и др., 2023). Из этого значения уже вычтена масса атмосферы.

Система (1) содержит уравнение состояния вещества $\rho = \rho(P)$, которое неизвестно для Венеры. За основу наших моделей мы принимаем уравнение состояния из модели Земли PREM (Dziewonski, Anderson, 1981). Варьировать распределение плотности на Венере по отношению к плотности на Земле будем с помощью двух параметров $-A$ и B , аналогично работе (Amorim, Гудкова, 2023).

Уравнения состояния в мантии $\rho_m(P)$ и в ядре $\rho_c(P)$ Венеры определяются как:

$$\rho_m(P) = A \times \rho_m^{PREM}(P), \quad \rho_c(P) = B \times \rho_c^{PREM}(P). \quad (3)$$

Модели с $A > 1$ соответствуют планете с мантией, плотнее земной. Модели с $A < 1$ соответствуют планете с мантией, легче земной.

Аналогично, в случае ядра для параметра B . Разность в уравнении состояния вещества на Венере по сравнению с Землей может быть связана с различиями в составе и в распределении температуры. Если, например, мантия Венеры легче земной, то это может указывать на состав, содержащий меньше железа, на более высокую температуру или на комбинацию этих двух факторов.

На основе различных работ о топографии и гравиметрии Венеры мы принимаем толщину коры равной 25 км, а ее плотность постоянной и равной 2900 кг/м³ (James и др., 2013; Jiménez-Díaz и др., 2015; Yang и др., 2016).

Помимо параметров A и B , каждая из наших моделей внутреннего строения Венеры характеризуется значением радиуса ядра R_c . Модель планеты должна иметь фиксированную массу и поэтому независимо менять A , B и R_c нельзя. Для каждой комбинации двух из этих значений, третье может принимать только одно конкретное значение. В качестве двух основных параметров мы принимаем R_c и B , а значение A подбирается так, чтобы масса модельной планеты совпадала с M_0 .

Итак, при построении модели задаем значения R_c и B . Как начальное приближение считаем, что $A = 1$ и интегрируем систему (1) от поверхности до центра планеты. Далее, с помощью метода Ньютона (итерационный метод нахождения корня заданной функции), ищем значение параметра A , при котором точно выполняется второе условие из (2). Интегрирование системы дифференциальных уравнений (1) и поиск A выполняются с помощью функций библиотеки SciPy (Virtanen и др., 2020).

В моделях Венеры с большим ядром переход от силикатной мантии к железному ядру происходит при меньших давлениях, чем давление на границе ядро-мантия Земли (core mantle boundary, далее СМВ). В таких случаях мы аппроксимируем уравнение состояния внешнего ядра

Земли полиномом 4-го порядка и экстраполируем его в область давлений $P < P_{\text{CMB}}^{\text{PREM}}$. В моделях с маленьkim ядром, граница мантия-ядро имеет место при больших давлениях, чем $P_{\text{CMB}}^{\text{PREM}}$, и, аналогичным образом, экстраполируем уравнение состояния мантии Земли в область с $P > P_{\text{CMB}}^{\text{PREM}}$.

После успешного определения A вычисляются профили плотности, давления, массы и ускорения силы тяжести для данной модели. Профили модулей сжатия K и сдвига μ получаем на основе распределений $K(\rho)$ и $\mu(\rho)$ из модели PREM. Значение радиуса ядра R_c варьируем от 2800 км до 3600 км, а значение B от 0.98 до 1.02 (т.е. плотность ядра Венеры находится в пределах $\pm 2\%$ от плотности ядра Земли). При такой комбинации параметров, всего получается 51 модель внутреннего строения Венеры.

На рис. 1 для трех моделей приведены зависимости $\rho(l)$, $\rho(P)$, $\mu(l)$ и $K(l)$, где l —глубина. Одну из них (с $R_c = 3200$ км и $B = 1$) можно считать землеподобной, а остальные заметно отличаются от модели Земли по уравнениям состояния

мантии и ядра. Модель с очень большим и плотным ядром ($R_c = 3600$ и $B = 1.02$) имеет легкую мантию, а модель с небольшим и легким ядром ($R_c = 2800$ и $B = 0.98$) имеет протяженную и тяжелую мантию. Эти две модели являются предельными, и все остальные находятся между ними. Для сравнения, на рис. 1 приводятся также зависимости для модели Земли PREM.

Рис. 2 показывает значения параметра A для всех моделей. Штриховые линии выделяют “наиболее землеподобные” модели, для которых $A \in [0.98, 1.02]$. Остальные модели имеют мантии либо значительно тяжелее, либо значительно легче земной.

На рис. 3 для всех моделей приведены значения давления в центре планеты. Даже в модели с очень большим и тяжелым ядром ($R_c = 3600$ км, $B = 1.02$) давление в самом центре Венеры примерно на 8 ГПа меньше, чем давление на границе внутреннего ядра Земли. Меньшие значения давления связаны с уменьшенной массой Венеры по сравнению с Землей.

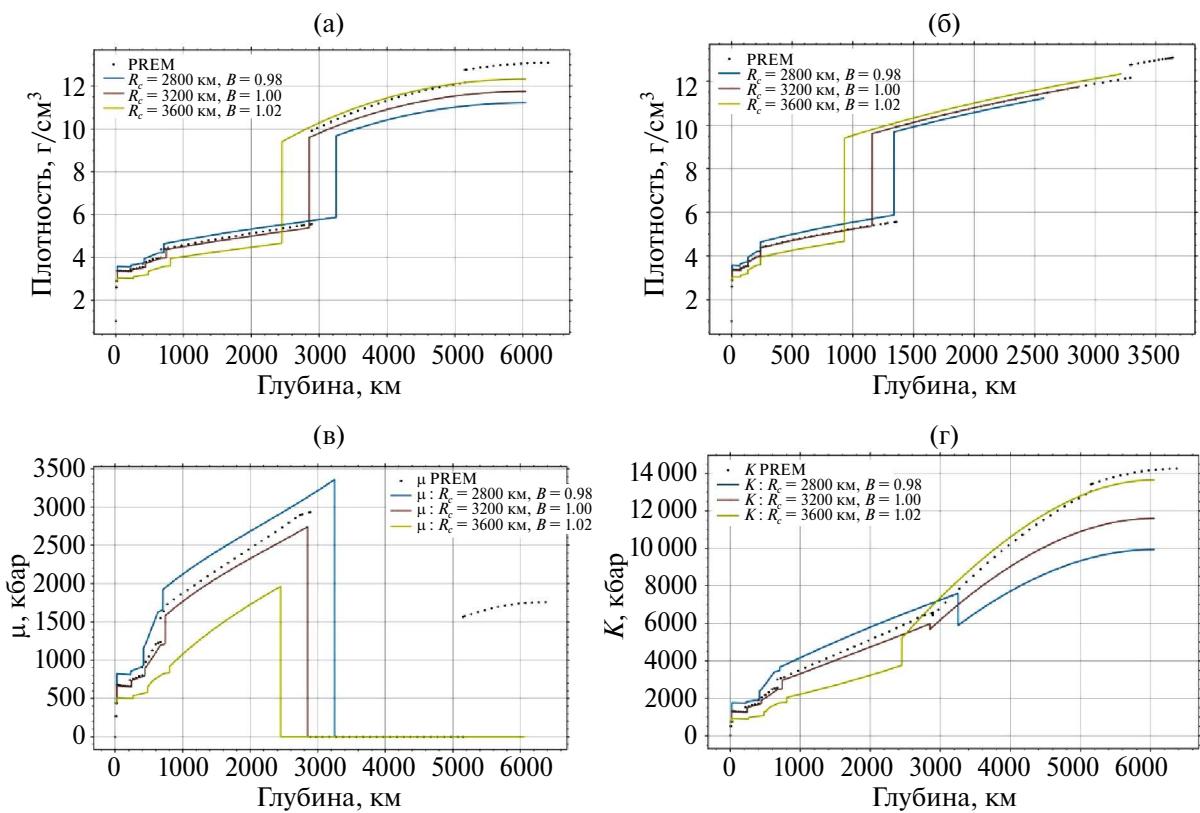


Рис. 1. Для трех моделей Венеры приведены зависимости: (а) – плотности от глубины; (б) – плотности от давления; (в) – модуля сдвига от глубины; (г) – модуля сжатия от глубины. Рассмотрены следующие модели Венеры: с землеподобной структурой ($R_c = 3200$ км, $B = 1$), с небольшим и легким ядром ($R_c = 2800$ км, $B = 0.98$), с большим и плотным ядром ($R_c = 3600$ км, $B = 1.02$).

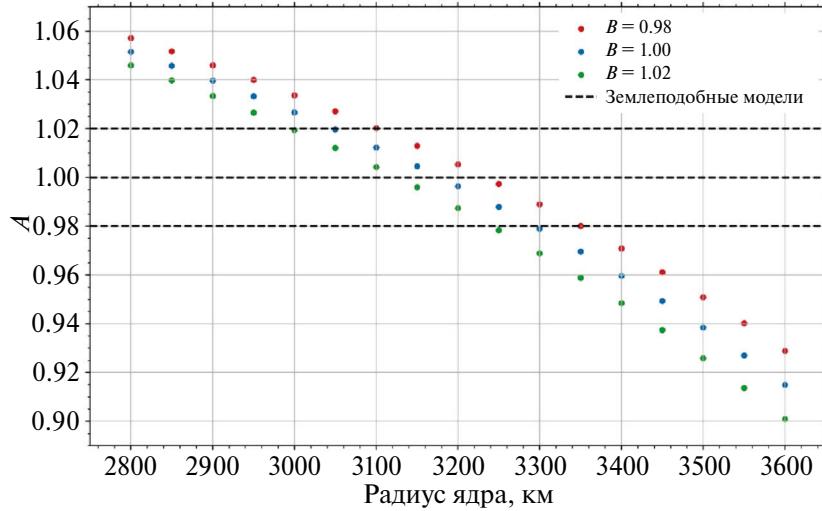


Рис. 2. Значения параметра A для набора моделей внутреннего строения Венеры. Штриховые линии выделяют землеподобные модели с A в интервале от 0.98 до 1.02. Модели с $A = 1$ соответствуют планете с плотностью мантии как в PREM.

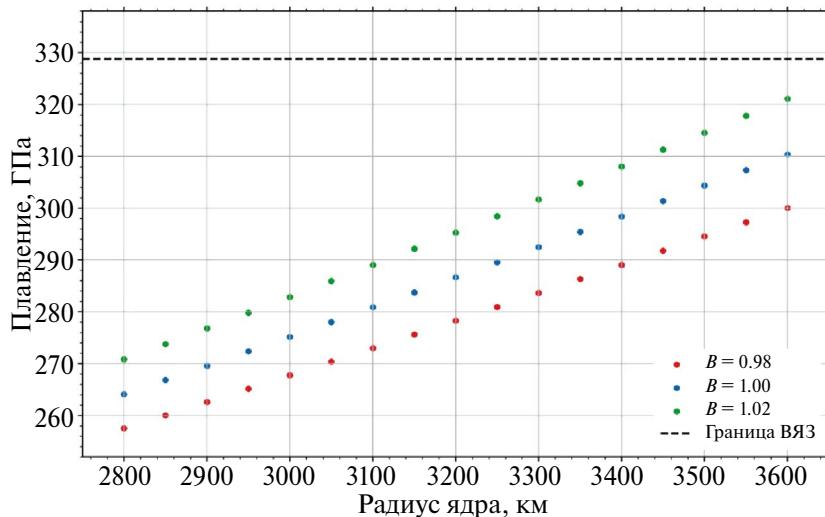


Рис. 3. Значения давления в центре Венеры для набора моделей внутреннего строения. Штриховая линия показывает значение давления на границе внутреннего ядра Земли (граница ВЯЗ).

Из анализа рис. 2 и 3 можно заключить, что наличие у Венеры твердого внутреннего ядра возможно только в трех случаях: 1) доля примесей легких элементов в венерианском ядре значительно меньше, чем у Земли; 2) температуры в ядре Венеры заметно меньше, чем в ядре Земли; 3) комбинация этих двух факторов.

В литературе, однако, часто обсуждается, что отсутствие у Венеры тектоники плит и высокая температура поверхности могут препятствовать эффективной конвекции в мантии, и поэтому температура в недрах Венеры может быть

достаточно высокой (см., например, Smrekar и др., 2018; O'Neill, 2021). В таком случае, внутреннее твердое ядро может существовать только тогда, когда оно содержит очень мало примесей легких элементов по сравнению с земным внутренним ядром. Все наши модели имеют полностью жидкое ядро.

Момент инерции Венеры был измерен совсем недавно (Margot и др., 2021) и составляет 0.337 ± 0.024 . Погрешность пока слишком высокая, чтобы определить внутреннее строение планеты с желаемой точностью, но тем не менее

можно воспользоваться этим наблюдаемым значением, чтобы оценить правдоподобие моделей.

Значения момента инерции всех построенных моделей приведены на рис. 4. Штриховые линии выделяют интервал 0.337 ± 0.024 , а синяя сплошная линия, для сравнения, показывает момент инерции Земли. Можно заметить, что все модели попадают в интервал $\pm 1\sigma$ с запасом. Модели с большим ядром дальше всего от среднего значения 0.337, а ближе всего к нему находятся модели с радиусом ядра в интервале от 3000 км до 3250 км.

В связи с большой погрешностью измеренного значения момента инерции Венеры, мы воспользуемся еще одной наблюдаемой величиной, чтобы продолжить исследование внутреннего строения планеты. Это приливное число Лява k_2 . В следующих разделах обсудим метод расчета приливной деформации, реологическую модель Андраде и распределение вязкости на Венере.

РАСЧЕТ ЧИСЕЛ ЛЯВА И ВЛИЯНИЕ АТМОСФЕРЫ

Метод расчета чисел Лява в этой работе близок к методу вычисления чисел Лява для Земли, и методу, детально изложенному в работе (Amorim, Gudkova, 2024), но с двумя отличиями.

1. В построенных моделях Венеры нет внутреннего ядра, и интегрирование приливной деформации начинается от границы жидкого ядра с начальными условиями из работы (Saito, 1974).

2. Учитывается влияние плотной атмосферы Венеры на числа Лява.

Будем использовать те же обозначения, что и в работе (Amorim, Gudkova, 2024). Приливная деформация выражается через 6 величин: y_1 и y_3 имеют смысл радиального и тангенциального смещений, которые возникают из-за приливной деформации; y_2 и y_4 – радиальная и тангенциальная компоненты напряжения, y_5 – изменение гравитационного потенциала, а y_6 зависит от y_5 , y_1 и от плотности среды. Более детальную информацию об этих величинах и интегрировании приливной деформации по планете можно найти в работах (Alterman и др., 1959; Saito, 1974; Michel, Boy 2022; Amorim, Gudkova, 2024).

При расчете чисел Лява планеты без атмосферы (или с разреженной атмосферой, которая практически не влияет на приливную деформацию) часто используются следующие граничные условия на поверхности:

$$y_2^S = 0, y_4^S = 0, \\ y_6^S = (2n+1)g_0^S - (n+1)y_5^S / R, \quad (4)$$

где R – радиус планеты, а g_0^S обозначает гравитационное ускорение на несмещенной поверхности. Здесь и далее верхний индекс S обозначает значение величины на поверхности.

Первые два неравенства означают, что напряжения на поверхности нет. В случае, если над поверхностью присутствует атмосфера, условие на y_4 никак не изменится, так как эта величина пропорциональна модулю сдвига среды (см. Amorim, Gudkova, 2024), а в газах он равен нулю. Как меняются оставшиеся два условия, обсудим ниже.

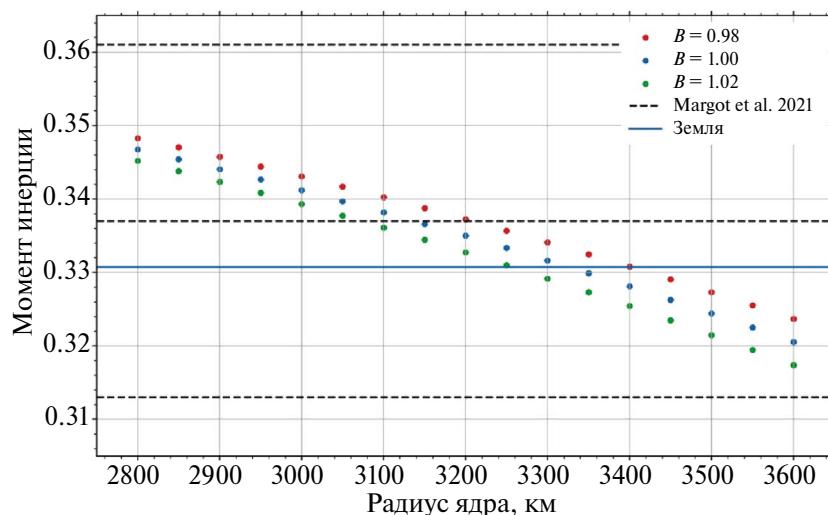


Рис. 4. Значения момента инерции для построенных моделей внутреннего строения Венеры. Штриховые линии выделяют интервал 0.337 ± 0.024 (Margot и др., 2021), синяя сплошная линия – момент инерции Земли.

Новое условие на y_2 получается из таких же соображений, что и условие при переходе от внутреннего ядра Земли к внешнему ядру (Amorim, Gudkova, 2024). В жидких и газовых средах выполняется следующее соотношение (Saito, 1974):

$$y_2 = \rho_0 (g_0 y_1 - y_5). \quad (5)$$

Поэтому, из условия непрерывности y_1 , y_2 и y_5 получаем новое условие на y_2 :

$$y_2^s = \rho_A (g_0^s y_1^s - y_5^s), \quad (6)$$

где ρ_A обозначает плотность атмосферы непосредственно над поверхностью планеты.

Третье условие в (4) получается из свойств потенциалов и скачка производной потенциала y_5 из-за скачка плотности при переходе от коры к вакууму. В случае, если мы не пренебрегаем тем, что над поверхностью присутствует среда с ненулевой плотностью, в третьем условии (4) должно появляться дополнительное слагаемое:

$$y_6^s = (2n + 1)g_0^s - (n + 1)y_5^s / R - 4\pi G \rho_A y_1^s. \quad (7)$$

Новое слагаемое, в случае Венеры, составляет примерно 0.3–0.5% от остальных. В (7) должно присутствовать еще одно слагаемое, которое зависит от изменения потенциала атмосферы из-за приливной деформации. Его значение, однако, неизвестно и может быть вычислено только посредством интегрирования дифференциальных уравнений из работы (Saito, 1974) по атмосфере.

Даже на Венере масса всей атмосферы составляет всего лишь 0.01% от массы планеты. Так как изменение потенциала атмосферы пропорционально массе самой атмосферы, мы считаем, что его вклад в (7) мал и им можно пренебречь. Таким образом, система замыкается на поверхности без необходимости интегрирования деформации атмосферы.

Новые граничные условия на поверхности тогда принимают вид:

$$y_2^s = \rho_A (g_0^s y_1^s - y_5^s), \quad y_4^s = 0, \\ y_6^s = (2n + 1)g_0^s - (n + 1)y_5^s / R - 4\pi G \rho_A y_1^s. \quad (8)$$

Наши расчеты показывают, что эти поправки “за атмосферу” уменьшают числа Лява примерно на 3%, что сравнимо с отношением плотности атмосферы ρ_A к плотности коры планеты. В работе (Dumoulin и др., 2017) атмосфера

учитывается посредством интегрирования ее деформации без того приближения, которое мы сделали, в результате атмосфера уменьшает числа Лява на 3–4%, что очень близко к нашим результатам.

В работе (Saliby и др., 2023) атмосфера также учитывается при расчете чисел Лява, но утверждается, что ее влияние составляет 7–8%, что в два раза больше, чем в работе (Dumoulin и др., 2017) и в данной работе. Объяснение этому, скорее всего, следующее: в (Saliby и др., 2023) атмосфера приближается слоем с постоянной плотностью 36.5 кг/м³ и толщиной 100 км, а масса такой атмосферы примерно в 3.5 раза больше, чем реальная масса атмосферы Венеры 4.77×10²⁰ кг (Taylor, 1985).

Таким образом, мы считаем, что наше приближение позволяет учесть влияние атмосферы при расчете чисел Лява с хорошей точностью и очень простым способом – просто изменения граничные условия на поверхности без дополнительного интегрирования.

РЕОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И ВЯЗКОСТЬ

На длинных периодах, характерных для приливов, неупругость играет важную роль при деформациях и ее необходимо учитывать при расчете чисел Лява (Castillo-Rogez и др., 2011; Efroimsky, 2012). В случае Венеры, период солнечного прилива очень большой, по сравнению с приливами на Земле, и составляет 58.4 дня, что приводит к необходимости учета неупругости в моделях внутреннего строения с помощью подходящей реологической модели.

Эксперименты при разных температурах и давлениях показали, что модель Андраде хорошо описывает неупругость и зависимость модуля сдвига от частоты сдвиговых деформаций в различных минералах (Jackson и др., 2002; Castillo-Rogez и др., 2011; Efroimsky, 2012). Кроме того, модель Андраде экономична по сравнению с другими более сложными моделями и зависит только от двух эмпирических параметров: α и ζ . Именно по этим причинам реология Андраде активно используется в моделях внутреннего строения Венеры и других тел Солнечной системы (Castillo-Rogez и др., 2011; Efroimsky, 2012; Dumoulin и др., 2017; Xiao и др., 2021; Petricca и др., 2022; Saliby и др., 2023; Amorim, Гудкова, 2023; Amorim, Гудкова, 2024).

Значения параметров реологии Андраде измерены для различных минералов (см.,

например, Jackson и др., 2002). Однако лабораторные условия, при которых они были получены, сильно отличаются от мантийных условий (очень высокие температуры и давления), а периоды сдвиговых деформаций в экспериментах значительно меньше, чем характерные периоды приливов в Солнечной системе. По этим причинам возникают две важные проблемы: применима ли реология Андраде в условиях мантий планет и спутников, и, даже если применима, неизвестны значения ее параметров, которые должны использоваться в моделях.

С целью разрешения этих проблем, в работе (Amorim, Gudkova, 2024) была исследована реология недр Земли. Так как внутреннее строение Земли известно значительно лучше, чем любой другой планеты, и ее числа Лява измерены с достаточно хорошей точностью, наша планета является хорошим кандидатом для “калибровки” реологического уравнения.

В работе (Amorim, Gudkova, 2024) были использованы: модель PREM, измерения чисел Лява Земли на частоте полусуточного лунного прилива M2 и современные оценки вязкости в ее недрах. Приливная деформация была рассчитана для тысяч различных комбинаций параметров α и ζ . Сравнение модельных значений с наблюдаемыми позволило нам убедиться, что модель Андраде действительно успешно описывает неупругость мантии Земли, а также определить, какие именно значения параметров подходят лучше всего.

Реология Андраде дает зависимость модуля сдвига μ от частоты деформации χ . Она зависит от упругого значения модуля сдвига μ_0 , от вязкости среды η и от двух безразмерных параметров α и ζ . Закон преобразования упругого модуля сдвига в комплексный имеет вид

$$\mu(\chi) = \mu_0 [1 + (i\chi\tau_M\zeta)^{-\alpha} \Gamma(1 + \alpha) - i(\chi\tau_M)^{-1}]^{-1}, \quad (9)$$

где $\tau_M = \eta/\mu_0$ — время Максвелла, а Γ — гамма-функция.

В работе (Amorim, Gudkova, 2024) мы получили интервалы значений α и ζ , которые успешно описывают неупругость Земли на частоте M2. Параметр ζ варьировался от 1 до 10^5 , и для каждого значения ζ можно выделить некоторый интервал допустимых значений $\alpha \in [\alpha_{\min}, \alpha_{\max}]$. Они приведены в табл. 2, и эти комбинации используются в наших моделях Венеры. Этот подход позволяет уменьшить неопределенность в модельных числах Лява Венеры по сравнению с результатами работы (Amorim, Гудкова, 2023).

Таблица 2. Используемые значения параметров реологии Андраде α и ζ

Параметр Андраде α	Параметр Андраде ζ					
	$\zeta = 1$	$\zeta = 10$	$\zeta = 10^2$	$\zeta = 10^3$	$\zeta = 10^4$	$\zeta = 10^5$
α_{\max}	0.329	0.280	0.240	0.208	0.184	0.118
α_{\min}	0.188	0.168	0.151	0.137	0.126	0.168

Реология Андраде (9) также зависит от вязкости, значения которой неизвестны для недр Венеры. В связи с этим, мы построили два предельных модельных распределения вязкости для Венеры, и реальный профиль вязкости, скорее всего, находится между ними. Распределения вязкости в недрах Венеры обозначим МНВ (модель низкой вязкости) и МВВ (модель высокой вязкости), они приведены в табл. 3. Эти значения основаны на распределении вязкости в недрах Земли, которое используется в работе (Amorim, Gudkova, 2024), но с некоторыми изменениями, что позволяет учесть возможное различие температур в недрах этих двух планет.

Для каждой модели вязкости и для каждой комбинации реологических параметров α и ζ новый профиль модуля сдвига вычисляются по формуле (9), и этот профиль используется при расчете приливной деформации. Так как модуль сдвига μ является комплексной величиной, полученные числа Лява также являются комплексными.

Таблица 3. Предельные модельные распределения вязкости на Венере (в Па \times с)

Модели вязкости	Значения вязкости η			
	Кора	Верхняя мантия	Переходная зона	Нижняя мантия
MVB	10^{22}	10^{21}	10^{22}	10^{23}
MНВ	10^{19}	10^{18}	10^{20}	10^{21}

ОТБОР МОДЕЛЕЙ ПО ЧИСЛУ ЛЯВА k_2

Для каждой из 51 моделей внутреннего строения Венеры вычислены числа Лява для двух распределений вязкости и 12 комбинаций реологических параметров. Всего рассчитаны 1224 неупругие модели Венеры. При фиксированном радиусе ядра R_c имеем некоторый интервал значений k_2 из-за варьирования B , α , ζ и η . На рис. 5 приведены значения действительной части k_2

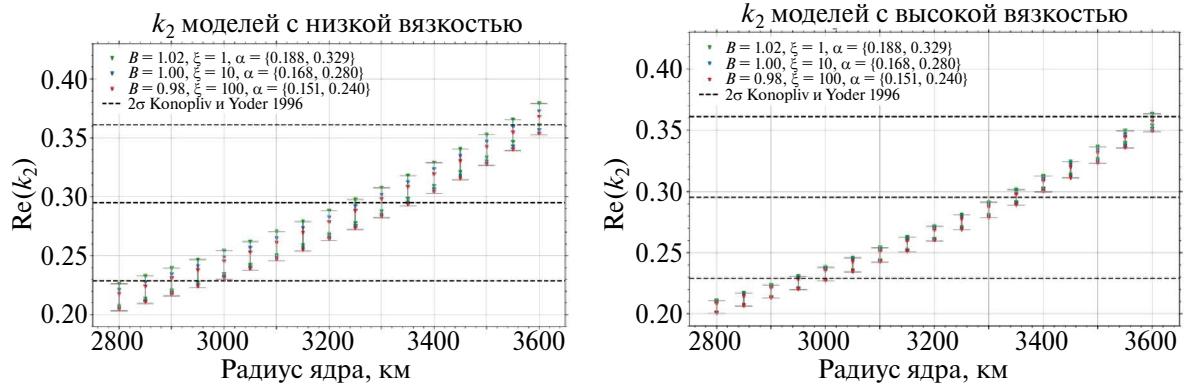


Рис. 5. Значения действительной части приливного числа Лява k_2 для моделей Венеры в зависимости от радиуса ядра для предельных моделей вязкости: (а) – МНВ; (б) – МВВ. Штриховые линии выделяют интервал наблюдаемого значения 0.295 ± 0.066 (2σ) из (Konopliv, Yoder, 1996). Цветными треугольниками изображены значения k_2 для некоторых моделей с конкретными комбинациями B , ξ и α .

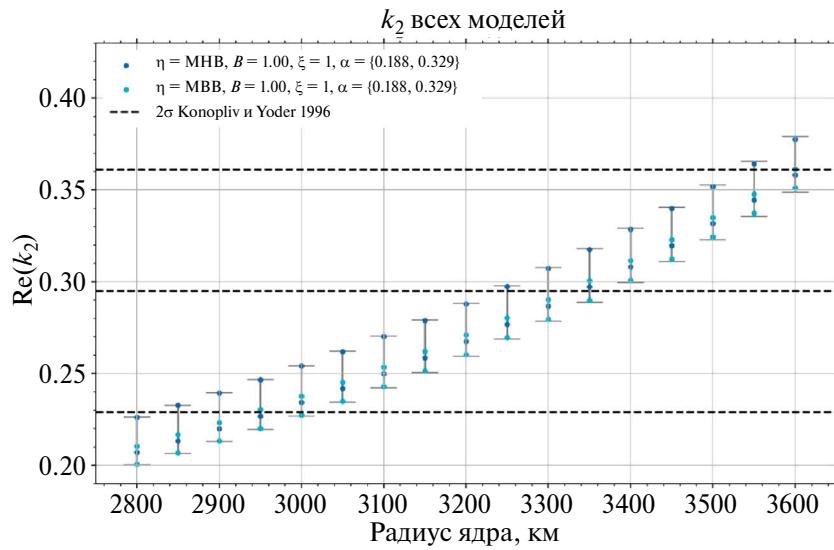


Рис. 6. Значения действительной части приливного числа Лява k_2 построенных моделей Венеры в зависимости от радиуса ядра. Для каждого значения R_c , имеется интервал k_2 , который получается при варьировании вязкости, B , α и ξ в обсуждаемых в тексте пределах. Штриховые линии выделяют интервал наблюдаемого значения 0.295 ± 0.066 (2σ) из (Konopliv, Yoder, 1996). Цветные точки показывают значения k_2 конкретных моделей.

для МНВ и МВВ по отдельности, а на рис. 6 для обоих распределений вязкости.

Из рис. 5 можно сделать следующий вывод: для МНВ, ближе всего к центральному значению 0.295 наблюдаемого значения числа Лява k_2 находятся модели с $R_c = 3300$ км, а для МВВ – с $R_c = 3350$ км. Можно также отметить, что при одинаковых значениях B , α и ξ , для МВВ значения k_2 меньше, чем для МНВ. Действительно, при увеличении вязкости, α или ξ число Лява k_2 стремится к своему упругому значению. Для каждого значения R_c мы имеем интервал k_2 ,

который получается при варьировании вязкости, B , α и ξ в обсуждаемых выше пределах. Из рис. 6 видно, что модели с радиусом ядра 3300 км имеют значения k_2 , ближе всего к центральному значению 0.295, а модели с $R_c \leq 2950$ км или $R_c \geq 3600$ км можно уверенно исключить.

АНАЛИЗ ВЕРОЯТНОСТИ МОДЕЛЕЙ

На основе измеренных значений момента инерции (Margot и др., 2021) и значений числа Лява k_2 (Konopliv, Yoder, 1996) можно оценить

вероятность конкретной модели по следующей формуле:

$$p(k_2, I) = \exp\left(-\frac{(k_2 - \mu_1)^2}{2\sigma_1^2} - \frac{(I - \mu_2)^2}{2\sigma_2^2}\right), \quad (10)$$

где p — вероятность, k_2 и I — число Лява и безразмерный момент инерции данной модели, $\mu_1 = 0.295$, $\sigma_1 = 0.033$, $\mu_2 = 0.337$, $\sigma_2 = 0.024$.

На рис. 7 на плоскости $I \times k_2$ показаны все рассчитанные модели. Цветные линии уровня выделяют области на этой плоскости

с определенными значениями вероятности, рассчитанными по формуле (10). Каждому значению момента инерции на рис. 7 соответствует одна из 51 моделей внутреннего строения Венеры с определенной комбинацией R_c и B , а для каждой из них можно вычислить число Лява при двух распределениях вязкости и 12 комбинациях параметров реологии Андраде. На рис. 7 видно, что значение числа Лява k_2 играет более важную роль в определении вероятности модели. Это связано с тем, что все модели находятся в пределах 1σ наблюдаемого значения момента

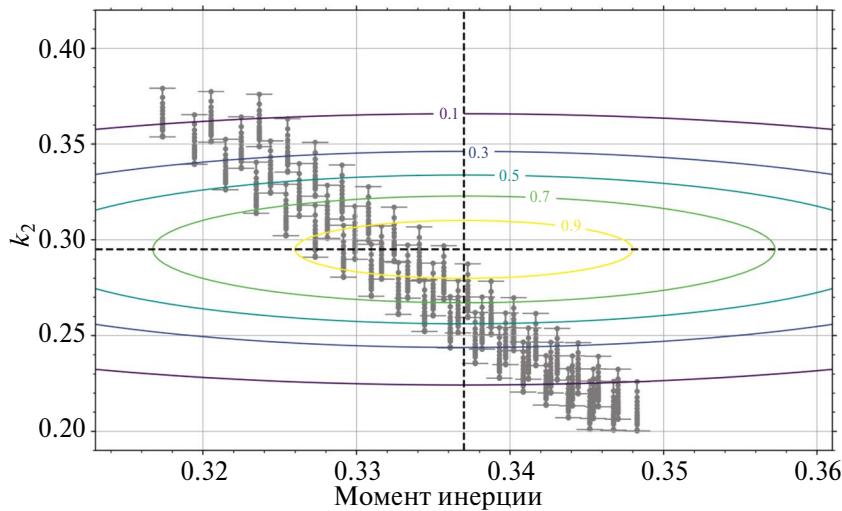


Рис. 7. Все рассчитанные модели внутреннего строения Венеры на плоскости $I \times k_2$. Пересечение штриховых линий указывает на центральные значения $I = 0.337$ и $k_2 = 0.295$. Цветные линии — линии уровня функции вероятности по формуле (10).

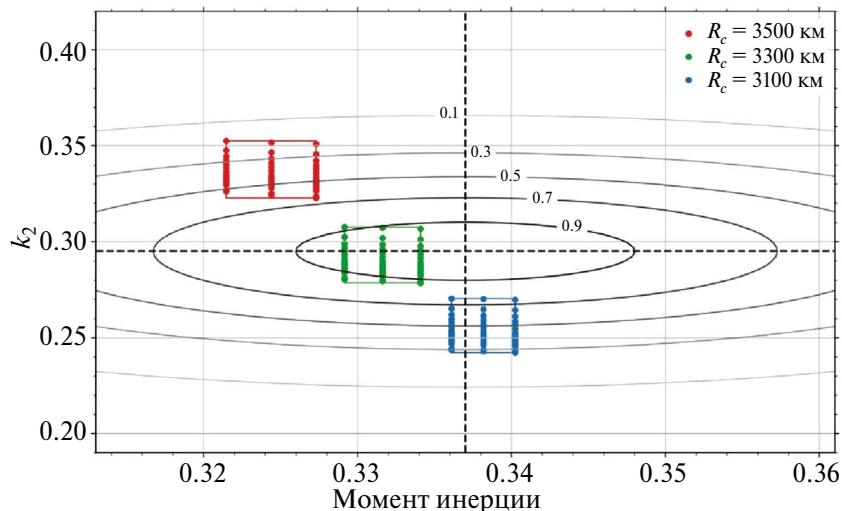


Рис. 8. Модели с конкретными значениями радиуса ядра на плоскости $I \times k_2$. Пересечение штриховых линий указывает на центральные значения $I = 0.337$ и $k_2 = 0.295$. Показаны линии уровня функции вероятности, как на рис. 7.

инерции, но не все модели попадают в интервал 1σ наблюдаемого значения k_2 .

На рис. 8 на плоскости $I \times k_2$ показаны только модели с $R_c = 3100, 3300$ и 3500 км. Для каждого значения R_c имеем три группы моделей, соответствующие $B = 0.98, 1.00, 1.02$, а для каждой из них имеем некоторый интервал k_2 из-за варьирования вязкости и параметров реологии.

Модели, соответствующие одному значению R_c , можно оконтурить некоторым прямоугольником, а вероятность того, что радиус ядра Венеры именно такой, можно оценить, усредняя функцию вероятности (10) по этому прямоугольнику:

$$P(R_c) = \frac{1}{\Delta k_2 \times \Delta I} \int_{k_2^{\min}}^{k_2^{\max}} \int_{I^{\min}}^{I^{\max}} p(k_2, I) dk_2 dI, \quad (11)$$

где k_2^{\min} , k_2^{\max} , I^{\min} и I^{\max} – минимальные и максимальные значения k_2 и I моделей с конкретным рассмотренным значением R_c , $\Delta k_2 = k_2^{\max} - k_2^{\min}$ и $\Delta I = I^{\max} - I^{\min}$.

На рис. 9 изображены вероятности, оцененные по формуле (11), для всех рассмотренных значений R_c . Наивысшую вероятность имеют модели с $R_c = 3300$ км. Действительно, на рис. 8 можно заметить, что именно эти модели практически полностью попадают в область с $p > 0.9$.

Распределение на рис. 9 не является симметричным относительно $R_c = 3300$ км. Это происходит потому, что пик вероятности только по моменту инерции находится около $R_c = 3150$ км

(см. рис. 4). При уменьшении R_c от 3300 км до 3150 км вероятность по k_2 падает, но вероятность по I увеличивается. При увеличении R_c от 3300 км вероятности по двум критериям падают одновременно.

Мы приблизили точки с вероятностью выше 0.3 нормальным распределением и получили следующую оценку для радиуса ядра Венеры: $R_c = 3288 \pm 167$ км.

ПЕРСПЕКТИВЫ УТОЧНЕНИЯ МОДЕЛЕЙ

Момент инерции и приливное число Лява k_2 Венеры пока измерены с большими погрешностями, которые не позволяют определить внутреннюю структуру планеты с желаемой точностью. С целью уточнения этих геофизических параметров планируются миссии VERITAS (Caselli и др., 2021) и EnVision (Rosenblatt и др., 2021).

В работе (Caselli и др., 2021) отмечается, что миссия VERITAS определит момент инерции и k_2 с точностью порядка 0.3% и 0.2%. Миссия EnVision должна измерить k_2 с точностью 0.3%, а момент инерции с точностью 1.4% (Rosenblatt и др., 2021).

Еще один геофизический параметр, который может предоставить ценную информацию – это приливной сдвиг фазы. Он зависит от минимум k_2 , и определяется по формуле:

$$\varepsilon = -\frac{\text{Im}(k_2)}{2|k_2|}. \quad (12)$$

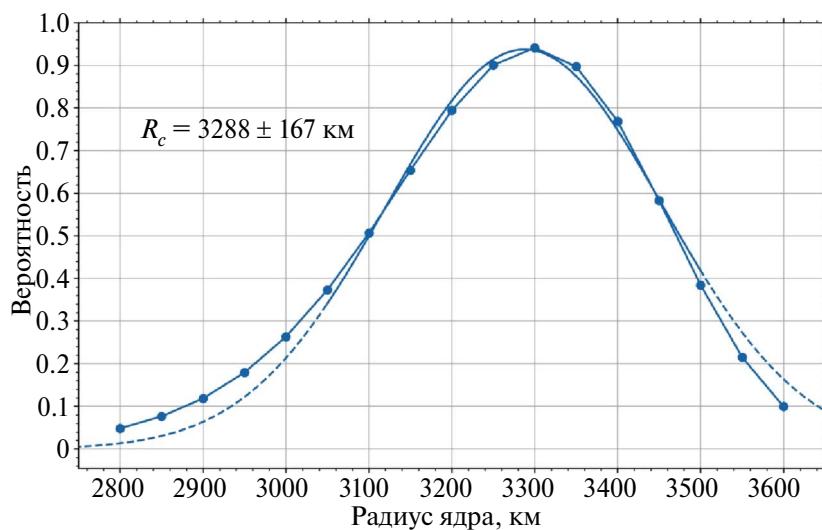


Рис. 9. Вероятность каждого значения радиуса ядра Венеры. Наивысшую вероятность имеют модели с $R_c = 3300$ км. Если приблизить точки с $P > 0.3$ нормальным распределением (штриховая линия), $R_c = 3288 \pm 167$ км.

Приливной сдвиг фазы Венеры еще не измерен, но миссии VERITAS и EnVision планируют его определить с погрешностью не больше 0.1° . В связи с этим мы вычислили его значения для всех рассчитанных моделей и, когда этот параметр будет измерен, сравнение модельных результатов с наблюдаемым значением даст важную информацию о вязкости в недрах Венеры.

На рис. 10 приведены значения ε для всех моделей. Если приливной сдвиг фазы окажется выше 0.5° , то это точно означает, что вязкость

в мантии Венеры достаточно низкая и, соответственно, температуры высокие по сравнению с Землей. При $\varepsilon < 0.5^\circ$ ситуация неоднозначна и выводы о вязкости будут зависеть от значений числа Лява k_2 и момента инерции I .

Миссия VERITAS должна также определить число Лява h_2 с точностью порядка 20–33% (Cas-cioli и др., 2021). Измерение данного параметра, даже с такой точностью, даст важную информацию о недрах Венеры. Его значения для всех рассматриваемых моделей приведены на рис. 11.

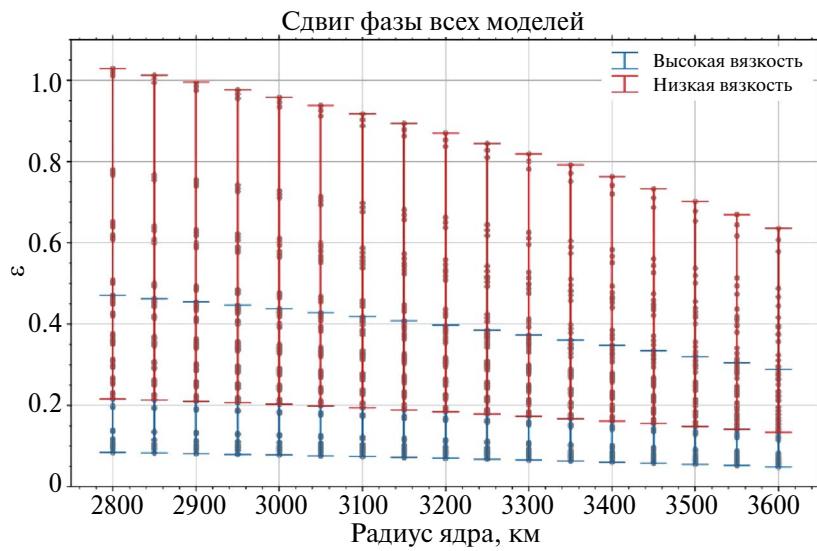


Рис. 10. Значения приливного сдвига фазы ε для всех рассчитанных моделей. Модели с низкой вязкостью имеют большие значения сдвига фазы, а модели с высокой вязкостью — маленькие ε .

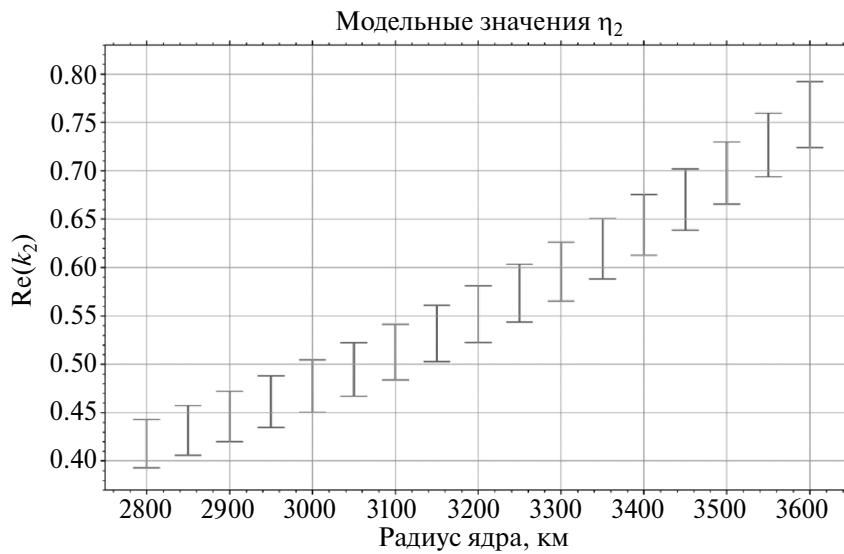


Рис. 11. Значения приливного числа Лява h_2 для всех рассчитанных моделей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследование внутреннего строения Венеры – ключ к пониманию эволюции этой планеты. В связи с этим нами были построены более тысячи моделей ее недр, и оценена их вероятность на основе измеренных значений приливного числа k_2 и момента инерции I .

Основа моделей любой планеты – это ее внутренняя структура, т.е. профили плотности и давления. Наши модели описываются двумя главными параметрами: радиус ядра R_c и коэффициент B , который отражает отношение плотности в ядре Венеры к плотности в земном ядре. Мы варьируем R_c в интервале от 2800 км до 3600 км, а коэффициент B от 0.98 до 1.02. Всего построены 51 модель внутренней структуры Венеры.

Результаты показывают, что даже с очень большим и плотным ядром, давление в самом центре Венеры не достигает давления на границе внутреннего ядра Земли. Это означает, что если состав Венеры близок к земному, то у нее не может быть внутреннего твердого ядра. Это, в свою очередь, может быть связано с отсутствием у Венеры собственного магнитного поля и многое говорит о тепловой эволюции планеты.

В данной работе было предложено приближение, которое позволяет учесть влияние плотной атмосферы Венеры на ее приливную деформацию очень простым способом. Наши результаты показывают, что атмосфера уменьшает k_2 примерно на 3%. Эта величина достаточно значима и, в дальнейшем, не стоит пренебрегать влиянием атмосферы.

Для учета неупругости недр при расчете чисел Лява используется реология Андраде. Неопределенность в значениях параметров этой реологической модели в недрах планет порождает значимые ошибки в конечных результатах при решении различных задач планетарной геофизики. С целью уменьшения этих ошибок, в работе (Amorim, Gudkova, 2024) мы провели “калибровку” реологии Андраде на Земле и получили значения параметров α и ζ , которые наилучшим образом описывают приливную деформацию Земли. Именно эти значения используются в наших моделях Венеры. Благодаря этому, нам удалось заметно уменьшить неопределенность в модельных значениях k_2 по сравнению с результатами работы (Amorim, Гудкова, 2023).

Момент инерции был вычислен для всех построенных моделей (51 модель). Для них рассчитаны числа Лява при двух распределениях вязкости и 12 комбинациях реологических

параметров. Сравнение модельных значений k_2 и момента инерции с наблюдаемыми значениями (Konopliv, Yoder, 1996; Margot и др., 2021) позволило оценить правдоподобие построенных моделей. Получено, что наиболее вероятными являются модели с радиусом ядра в интервале 3288 ± 167 км.

В планах миссий VERITAS (Caselli и др., 2021) и EnVision (Rosenblatt и др., 2021) получение более точных значений k_2 и момента инерции и измерение двух пока неопределенных геофизических параметров – приливной сдвиг фазы и число Лява h_2 . Сравнение результатов этих миссий с представленными в работе моделями Венеры позволит уточнить внутреннее строение Венеры, более подробно исследовать ее эволюцию и понять, почему пути развития Земли и ее близнеца настолько разошлись.

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования ИФЗ РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Гудкова Т.В., Жарков В.Н. Модели внутреннего строения землеподобной Венеры // Астрон. вестн. 2020. Т. 54. № 1. С. 24–32. (Gudkova T.V., Zharkov V.N. Model soft he Internal Structure of the Earth-like Venus // Sol. Syst. Res. 2020. V. 54. № 1. P. 20–27.)
- Жарков В.Н., Засурский И.Я. Физическая модель Венеры // Астрон. вестн. 1982. Т.16. С. 18–28. (Zharkov V.N., Zasurskii I.Ya. 1982. A physical model of Venus // Sol. Syst. Res. 1982. V. 16. P. 14–22.)
- Козловская С.В. Внутреннее строение Венеры и содержание железа в планетах земной группы // Астрон. вестн. 1982. Т. 16. № 1. С. 3–17. (Kozlovskaya S.V. The internal structure of Venus and the iron content in the terrestrial planets // Sol. Syst. Res. 1982. V. 16. № 1. P. 1–14.)
- Aitta A. Venus' internal structure, temperature and core composition // Icarus. 2012. V. 218. P. 967–974.
- Alterman Z., Jarosch H., Pekeris C.L. Oscillations of the Earth // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A. Mathematical and Phys. Sci. 1959. V. 252 (1268). P. 80–95.
- Amorim D.O., Гудкова Т.В. Внутреннее строение Венеры на основе модели PREM // Астрон. вестн. 2023. Т. 57. № 5. С. 403–414. (Amorim D.O., Gudkova T.V. Internal structure of Venus based on the PREM model // Sol. Syst. Res. 2023. V. 57. № 5. P. 414–425.)
- Amorim D.O., Gudkova T. Constraining Earth's mantle rheology with Love and Shida numbers at the M2 tidal frequency // Phys. Earth and Planet. Interiors. 2024. V. 347. Id. 107144.

8. *Cascioli G., Hensley S., De Marchi F., Breuer D., Durante D., Racioppa P., Iess L., Mazarico E., Smrekar S.E.* The determination of the rotational state and interior structure of Venus with VERITAS // *Planet. Sci. J.* 2021. V. 2. P. 220–231.
9. *Castillo-Rogez J.C., Efroimsky M., Lainey V.* The tidal history of Iapetus: Spin dynamics in the light of a refined dissipation model // *J. Geophys. Res.: Planets.* 2011. V. 116. Id. E09008.
10. *Dorogokupets P.I., Dymshits A., Litasov K.D., Sokolova T.S.* Thermodynamics and equations of state of iron to 350 GPa and 6000 K // *Scientific reports.* 2017. V.7(1). Id. 41863.
11. *Dumoulin C., Tobie G., Verhoeven O., Rambaux N.* Tidal constraints on the interior of Venus // *J. Geophys. Res.: Planets.* 2017. V. 122 (6). P. 1338–1352.
12. *Dziewonski A.M., Hales A.L., Lapwond E.R.* Parametrically simple Earth models consistent with geophysical data // *Phys. Earth and Planet. Interiors.* 1975. V. 10. P. 12–48.
13. *Dziewonski A.M., Anderson D.L.* Preliminary reference Earth model// *Phys. Earth and Planet. Interiors.* 1981. V. 25(4). P. 297–356.
14. *Efroimsky M.* Tidal dissipation compared to seismic dissipation: In small bodies, Earths, and super-Earths// *Astrophys. J.* 2012. V. 746(2). Id. 150.
15. *Jackson I., Fitz Gerald J.D., Faul U.H., Tan B.H.* Grain-size-sensitive seismic wave attenuation in polycrystalline olivine // *J. Geophys. Res.: Solid Earth.* 2002. V. 107 (B12). Id. ECV-5.
16. *James P.B., Zuber M.T., Phillips R.J.* Crustal thickness and support of topography on Venus // *J. Geophys. Res.: Planets.* 2013. V. 118(4). P. 859–875.
17. *Jiménez-Díaz A., Ruiz J., Kirby J.F., Romeo I., Tejero R., Capote R.* Lithospheric structure of Venus from gravity and topography // *Icarus.* 2015. V. 260. P. 215–231.
18. *Konopliv A.S., Yoder C.F.* Venusian k_2 tidal Love number from Magellan and PRO tracking data // *Geophys. Res. Lett.* 1996. V. 23 (14). P. 1857–1860.
19. *Margot J.-L., Campbell D.B., Giorgini J.D., Jao J.S., Snedeker L.G., Ghigo F.D., Bonsall A.* Spin state and moment of inertia of Venus // *Nature Astron.* 2021. V. 5(7). P. 676–683.
20. *Michel A., Boy J.P.* Viscoelastic Love numbers and long-period geophysical effects // *Geophys. J. Internat.* 2022. V. 228 (2). P. 1191–1212.
21. *Rosenblatt P., Dumoulin C., Marty J.-C., Genova A.* Determination of Venus' interior structure with EnVision // *Remote Sens.* 2021. V. 13. Id. 1624.
22. *O'Neill C.* End-member Venusian core scenarios: Does Venus have an inner core? // *Geophys. Res. Lett.* 2021. V. 48 (17). Id. e2021GL095499.
23. *Petricca F., Genova A., Goossens S., Iess L., Spada G.* Constraining the internal structures of Venus and Mars from the gravity response to atmospheric loading // *Planet. Sci. J.* 2022. V. 3(7). Id. 164.
24. *Saito M.* Some problems of static deformation of the Earth // *J. Phys. Earth.* 1974. V. 22(1). P. 123–140.
25. *Salibi C., Fienga A., Briaud A., Memin A., Herrera C.* Viscosity contrasts in the Venus mantle from tidal deformations // *Planet. and Space Sci.* 2023. V. 231. Id. 105677.
26. *Smrekar S.E., Davaille A., Sotin C.* Venus interior structure and dynamics // *Space Sci. Rev.* 2018. V. 214. P. 1–34.
27. *Steinberger B., Werner S., Torsvik T.* Deep versus shallow origin of gravity anomalies, topography and volcanism on Earth, Venus and Mars // *Icarus.* 2010. V. 207. P. 564–577.
28. *Taylor F.W.* The atmospheres of the terrestrial planets // *Geophys. Surv.* 1985. V. 7(4). P. 385–408.
29. *Virtanen P., Gommers R., Oliphant T.E., Haberland M., Reddy T., Cournapeau D., Burovski E., Peterson P., Weckesser W., Bright J., and 24 co-authors.* SciPy 1.0: fundamental algorithms for scientific computing in Python // *Nature Meth.* 2020. V.17(3). P. 261–272.
30. *Xiao C., Li F., Yan J., Gregoire M., Hao W., Harada Y., Ye M., Barriot J.-P.* Possible deep structure and composition of Venus with respect to the current knowledge from geodetic data// *J. Geophys. Res.: Planets.* 2021. V. 126(7). Id. e2019JE006243.
31. *Yang A., Huang J., Wei D.* Separation of dynamic and isostatic components of the venusian gravity and topography and determination of the crustal thickness of Venus // *Planet. and Space. Sci.* 2016. V. 129. P. 24–31.
32. *Zhou T., Tarduno J.A., Nimmo F., Cottrell R.D., Bono R.K., Ibanez-Mejia M., Huang W., Hamilton M., Kodama K., Smirnov A.B., Crummins B., Padgett III F.* Early Cambrian renewal of the geodynamo and the origin of inner core structure // *Nature Commun.* 2022. V. 13(1). Id. 4161.