

## ДИНАМИКА СФЕРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ В КАВИТИРУЮЩЕЙ ЖИДКОСТИ С НЕПРЕРЫВНО ИЗМЕНЯЮЩЕЙСЯ КОНЦЕНТРАЦИЕЙ КАВИТАЦИОННЫХ ЗАРОДЫШЕЙ

© 2024 г. В. К. Кедринский<sup>а,\*</sup>, А. А. Черевко<sup>а,\*\*</sup>

<sup>а</sup>Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, проспект акад. Лаврентьева 15, Новосибирск, 630090 Россия

\*e-mail: kedr@hydro.nsc.ru

\*\*e-mail: cherevko@mail.ru

Поступила в редакцию 22.12.2023 г.

После доработки 15.05.2024 г.

Принята к публикации 19.06.2024 г.

Получено уравнение и впервые решена задача о динамике формирования и излучения квазипустой пульсирующей сферической полости в кавитирующей жидкости с влиянием изменяющейся скорости звука в зоне кавитации и концентрации кавитационных зародышей. Данные по динамике полости, по излучению и скорости схлопывания для спектра значений внутреннего начального давления показали, что при максимальной концентрации газовой фазы пульсации отличаются степенью сжатия. Они имеют практически одинаковый характер — после первого схлопывания совершается только один полупериод с выходом на различные постоянные равновесные радиусы. Условие равенства давления в зоне кавитации и внутри сферической полости на ее границе позволило впервые установить динамическую связь объемной концентрации (скорости звука) в зоне кавитации с радиусом сферической полости. При расчете и построении решения меняется условие, согласно которому начальный размер полости принимает значение, соответствующее величине начального давления. Построены зависимости амплитуды излучения по всему диапазону прилагаемых давлений. Оказалось, что амплитуда излучения увеличивается на 5 порядков при изменении начального давления в полости на 3 порядка с  $10^{-2}$  атм до  $10^{-5}$  атм.

*Ключевые слова:* пузырьковая кавитация, сферическая полость, динамика, излучение

DOI: 10.31857/S0320791924040063 EDN: XFPSRM

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Интенсивное развитие математического направления по взрывным процессам [1] в гидродинамических лабораториях США начато в 40-ых годах прошлого века, включая динамику состояния волнового поля, возникающего при подводном взрыве сферических [2] и цилиндрических зарядов [3]. Динамика взрывной полости в сжимаемой жидкости в этих моделях составляла базовую основу исследований. Значительную роль в решении этой задачи сыграла математическая модель Кирквуда–Бете [2], на базе которой был рассчитан процесс формирования волнового поля и сформулировано условие равенства 3-х времен. Оно состоит в том, что время достижения фронтом ударной волны конкретной точки  $r$  в пространстве равно

сумме времени, связанного с динамикой взрывной полости, и времени задержки на распространение. В результате этих исследований был найден инвариант на характеристике, распространяющейся со скоростью звука. Далее Кирквудом и Бете было высказано принципиально новое физически обоснованное предположение, что та же функция

$$G = r^{\frac{v}{2}} \left( h + \frac{v^2}{2} \right)$$

является инвариантом на характеристике, распространяющейся со скоростью  $c + v$ , превышающей скорость фронта ударной волны :

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + (c + v) \frac{\partial}{\partial r} \right) \left[ r^{v/2} \left( h + \frac{v^2}{2} \right) \right] = 0. \quad (1)$$

Раскрываем (1), делаем замену  $r$  на  $y$ ,  $v$  на  $\frac{dy}{dt}$  и энтальпии  $h$  на  $H$ , частные производные на основе законов сохранения заменяем на полные и в итоге получаем общее уравнение

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{\dot{y}}{c}\right) y \ddot{y} + \frac{3}{4} v \dot{y}^2 \left(1 - \frac{\dot{y}}{3c}\right) = \\ = \frac{v}{2} \left(1 + \frac{\dot{y}}{c}\right) H + \left(1 - \frac{\dot{y}}{c}\right) \frac{y}{c} \frac{dH}{dt} \end{aligned} \quad (2)$$

одиночной полости для  $v = 0, 1, 2$ .

**Случай цилиндрической симметрии**  $v = 1$ . Приближенное уравнение с коэффициентом  $3/4$  возникло в результате ликвидации О. К. Rice, R. Ginell [3] 3-го члена  $v(2 - v)\Phi/4r^2$  в точном уравнении Кирквуда–Бете [2] при построении системы законов сохранения через потенциал скорости. Проведенные эксперименты со шнуровыми зарядами и численный анализ показали, что вместо коэффициента  $3/4$  перед квадратом скорости должна стоять единица. Таким образом, более точным приближением является уравнение [4]

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{\dot{y}}{c}\right) y \ddot{y} + \left(1 - \frac{\dot{y}}{3c}\right) \dot{y}^2 = \\ = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\dot{y}}{c}\right) H + \left(1 - \frac{\dot{y}}{c}\right) \frac{y}{c} \dot{H}. \end{aligned} \quad (3)$$

**Случай сферической симметрии**  $v = 2$ . В этом случае получаем уравнение

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{\dot{R}}{c}\right) R \ddot{R} + \frac{3}{2} \left(1 - \frac{\dot{R}}{3c}\right) \dot{R}^2 = \\ = \left(1 + \frac{\dot{R}}{c}\right) H + \left(1 - \frac{\dot{R}}{c}\right) \frac{R}{c} \dot{H}, \end{aligned} \quad (4)$$

которое часто называют уравнением F.R. Gilmore [5].

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматриваемая ниже математическая модель учитывает результаты экспериментальных исследований, выполненные на уникальной электромагнитной гидродинамической ударной трубке [6] (рис. 1). Схема включает оптически прозрачные кюветы 1 с металлическим дном 2, слой дистиллированной воды 3, содержащей свободные микропузырьки (радиус

около 1.5 мкм, объемное содержание порядка  $10^6$  на  $\text{см}^3$ ), и батарею высоковольтных конденсаторов 4 с энергией до 5 кДж. Под дном, непосредственно в контакте с ним, находится электродинамический бумер в виде плоской спирали 5, на которую при замыкании контактного разрыва 6 разряжается батарея конденсаторов. В результате скин-эффекта пластина (дно) «мгновенно» генерирует мощную ударную волну. Апериодичность схемы установки позволяет пластине за короткое время (порядка 10 микросекунд) вернуться в исходное состояние, а жидкость, в результате инерции, начинает отслаиваться от пластины, формируя квазипустую полость с непрерывным понижением давления в ней [6]. В результате остановки процесса формирования полости ее поверхность оказывается покрыта плотным слоем кавитационных пузырьков с максимальным значением их концентрации. Это 1-ый этап накопления на поверхности полости кавитационных зародышей. Оценки их объемной концентрации проводились в рамках математической модели IKvanW (Иорданского, Когарко, ван Вайнгаардена). Эта упрощенная система законов сохранения неразрывности и импульса, динамической системы состояния с уравнением второго порядка для объемной концентрации [7] предложена автором на основе анализа близких по физическому смыслу моделей многофазных сред С.В. Иорданского (1960 г.), Б.С. Когарко (1961 г.) и Leen van Wijngaarden (1964 г.) более 50 лет назад и названа им IKvanW–моделью. На базе этой системы исследована динамика структуры сходящейся волны разрежения (цилиндрическая симметрия) при ее фокусировке на центр и развитие за ее фронтом объемной концентрации пузырьков. Ее максимальное значение 16% с остановкой на 10 см до центра фокусировки указывает на вероятность значительного роста этого параметра. Таким образом, результаты [6] можно рассматривать как начальную постановку исследований 2–го периода задачи фокусировки в зоне кавитации квазипустой полости с максимальной концентрацией пузырьков на ее поверхности.

В уравнении (4) скорость звука рассматриваем как скорость в пузырьковой среде  $c = c_b$ , которая окружает газовую полость. Вводим безразмерные радиус  $\bar{R} = \frac{R}{R_0}$  и производную по времени

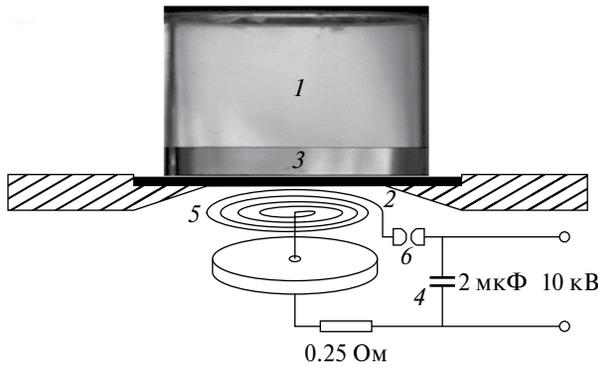


Рис. 1. Принципиальная схема электромагнитной гидродинамической ударной трубки.

$$d\tau = R_0^{-1} \sqrt{\frac{p_0}{\rho_0}} dt. \text{ В энтальпии } H = \frac{p_0}{\rho_0} \left[ \bar{p}(0) \bar{R}^{-3\gamma} - 1 \right]$$

выносим член  $\frac{p_0}{\rho_0}$  и получаем безразмерное выражение в квадратных скобках. Не трогая в (4) выражения в скобках, делим все члены уравнения на  $R_0^2$ . Тогда все радиусы становятся безразмерными, а общая размерность становится обратно пропорциональной квадрату времени. Заметим, что в правой части уравнения выражение для энтальпии  $H$  и член с производной  $\dot{H}$  имеют коэффициенты  $p_0 / R_0^2 \rho_0$ . Делим на этот коэффициент все части уравнения и получаем производные по  $\tau$ . Выражения в круглых скобках также безразмерны, но за счет деления размерных скорости динамики стенки  $\dot{R}$  и скорости звука  $c_b$  в пузырьковой среде. Значение  $\dot{R}$  несложно преобразовать, используя переход к безразмерным переменным, в результате получаем  $\bar{R}_\tau \sqrt{p_0 / \rho_0}$ . Скорость звука в пузырьковой среде по Ляхову [8] (индекс 1 — газовая фаза, 2 — жидкая,  $k$  — объемная концентрация газовой фазы) при  $p = p_0$  представляется выражением

$$c_b^2 = \frac{1}{\rho_0} \left( \frac{k}{\rho_1 c_1^2} + \frac{1-k}{\rho_2 c_2^2} \right)^{-1}. \text{ Отсюда несложно получить}$$

более простой вариант  $c_b^2 \approx \gamma p_0 / k_0 \rho_0$ , деление которого на коэффициент  $\sqrt{p_0 / \rho_0}$ , приводит к безразмерной скорости звука  $\bar{c}_b \approx \sqrt{\gamma / k}$ . Здесь концентрация газовой фазы с индексом  $k_0$  сохраняется в качестве наименьшей концентрации, определяющей скорость звука в однородной жидкости.

Таким образом, в безразмерном виде уравнение динамики сферической полости (4) переписывается следующим образом:

$$\begin{aligned} & \left( 1 - \frac{\bar{R}_\tau}{\bar{c}_b} \right) \bar{R} \bar{R}_\tau + \frac{3}{2} \left( 1 - \frac{\bar{R}_\tau}{3\bar{c}_b} \right) \bar{R}_\tau^2 = \\ & = \left( 1 + \frac{\bar{R}_\tau}{\bar{c}_b} \right) \left[ \bar{p}(0) \bar{R}^{-3\gamma} - 1 \right] - \\ & - 3\sqrt{\gamma k} \left( 1 - \frac{\bar{R}_\tau}{\bar{c}_b} \right) \bar{p}(0) \bar{R}^{-3\gamma} \bar{R}_\tau. \end{aligned} \quad (5)$$

### АНАЛИЗ ДИНАМИКИ ПОЛОСТИ И ЕЕ ИЗЛУЧЕНИЯ ДЛЯ СИСТЕМЫ ФИКСИРОВАННЫХ ПАРАМЕТРОВ

Исследование влияния фиксированных значений скоростей звука и начальных концентраций проводится в рамках расчета уравнения (5) без «поправочных коэффициентов» выражений в круглых скобках, для более четкого выделения динамики излучения:

$$\bar{R} \bar{R}_\tau + \frac{3}{2} \bar{R}_\tau^2 = \left[ \bar{p}(0) \bar{R}^{-3\gamma} - 1 \right] - 3\sqrt{\gamma k} \bar{p}(0) \bar{R}^{-3\gamma} \bar{R}_\tau. \quad (6)$$

Рассматривается набор констант (концентраций и скоростей в кавитирующей среде), начиная практически с однородной среды ( $k_0 = 6 \times 10^{-5}$  м соответствует скорости  $1.5 \times 10^5$  см/с для однородной жидкости). Далее, рассматриваются варианты с кавитирующей средой при концентрациях на порядок больше, продолжая последовательно с  $6 \times 10^{-4}$  ( $0.5 \times 10^5$  см/с) и заканчивая немногим более  $k_0 = 8 \times 10^{-1}$  ( $1.3 \times 10^3$  см/с). Исследование начинается с анализа влияния спектра начального давления  $\bar{p}_1(0) = 10^{-3} \dots 10^{-6}$  в полости на излучение, динамику полости и скорость ее схлопывания. Расчет проводился при  $k(0) = 8 \times 10^{-1}$ .

Анализ результатов (рис. 2) показал, что для предельно большой начальной концентрации газовой фазы  $k(0) = 0.8$  пульсации  $\bar{R}(\tau)$  отличаются степенью сжатия и имеют практически одинаковый характер после первого схлопывания — совершается только один полупериод с выходом на различные постоянные равновесные радиусы. Амплитуда излучения увеличивается на 4 порядка от  $\text{Rad} = 5.3 \times 10^2$  (для  $\bar{p}_1(0) = 10^{-3}$ ) до  $\text{Rad} = 2.3 \times 10^6$  (для  $\bar{p}_1(0) = 10^{-6}$ ) — вакуум на 3 порядка. Ширина импульса радиации для самого высокого начального давления 0.1 в полости меняется во 2-ом порядке от 0.924 до 0.9 ( $\Delta \approx 2.4 \times 10^{-2}$ ), при самом высоком вакууме  $10^{-6}$  меняется в 5-ом порядке после запятой: от 0.914695 до 0.914680

**Таблица 1.** Максимальное излучение как функция объемной концентрации  $k(0) = 10^{-5} - 8 \times 10^{-1}$  при  $\bar{p}_1(0) = 10^{-5}$ .

$k(0)$	$\text{Rad}_{\max}$	$ \bar{R}_\tau _{\max}$	$\bar{R}_{\min}$	$\tau_{\max}$
$1 \times 10^{-5}$	$1.2 \times 10^8$	$6.65 \times 10^3$	0.00125	0.9146907
$1 \times 10^{-4}$	$3.15 \times 10^7$	$3.25 \times 10^3$	0.00198	0.9146915
$1 \times 10^{-3}$	$8.25 \times 10^6$	$1.68 \times 10^3$	0.003	0.91469645
$5 \times 10^{-3}$	$3.1 \times 10^6$	$1.036 \times 10^3$	0.004	0.914695724
$1 \times 10^{-2}$	$2.4 \times 10^6$	$7 \times 10^2$	0.0055	0.914697776
$5 \times 10^{-2}$	$7.627 \times 10^5$	$5.19 \times 10^2$	0.0068	0.9147058
$1 \times 10^{-1}$	$5 \times 10^5$	$4.2 \times 10^2$	0.0075	0.9147114
$8 \times 10^{-1}$	$1.44 \times 10^5$	$1.46 \times 10^2$	0.012	0.9147428

( $\Delta = 1.5 \times 10^{-5}$ ). Абсолютное значение максимальной скорости схлопывания  $2.26 \times 10^2$  достигнуто при  $\bar{p}_1(0) = 10^{-6}$ .

Характер динамики основных параметров пульсации зависит от значений  $k(0)$  (рис. 3б), задаваемых на внешней стороне границы сферической полости. Проведен расчет и выполнен анализ динамики параметров (табл. 1) при  $k(0) = 8 \times 10^{-1}$ : излучения  $-\text{Rad}_{\max}$ , скорости схлопывания  $|\bar{R}_\tau|_{\max}$ , минимального радиуса сжатия  $\bar{R}_{\min}$ , времени достижения минимального радиуса  $\tau_{\max}$ . Заметим, что данные на последней строке табл. 1 ( $\bar{p}_1(0) = 10^{-5}$ ) в развернутом виде представлены на рис. 2г.

#### ДИНАМИКА СОСТОЯНИЯ ГАЗОВОЙ ФАЗЫ $k(0)$ НА ГРАНИЦЕ ПУЛЬСИРУЮЩЕЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ В КАВИТИРУЮЩЕЙ СРЕДЕ

Рассматривается модель, в которой давление в зоне кавитации на границе полости полностью отслеживает динамику давления газа внутри сферической полости. Это дает возможность при условии непрерывности по времени равенства давлений на границе полости (представлено в виде равенства адиабат)

$$\left(\frac{k(0)}{k_0}\right)^{-\gamma} = \left(\frac{R}{R_0}\right)^{-3\gamma} \quad (7)$$

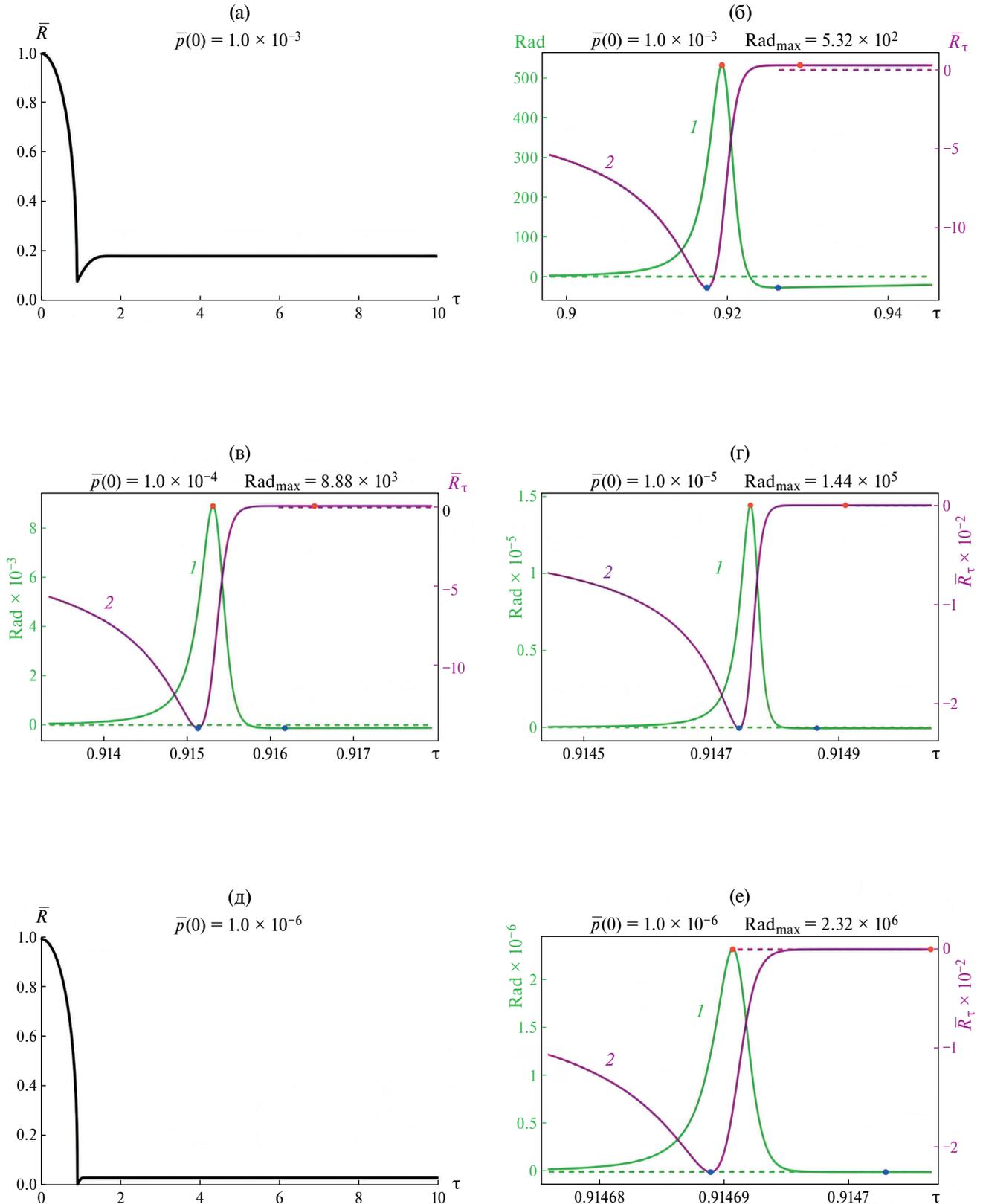
заменить объемную концентрацию  $k(0)$  (7) в уравнении динамики сферической полости (5) на относительный радиус  $\bar{R}$  и в определении скорости звука  $\bar{c}_b$ . Новое уравнение с динамически изменяющейся объемной концентрацией газовой фазы при пульсации полости принимает вид:

$$\begin{aligned} & \left(1 - \sqrt{\frac{k_0}{\gamma}} \bar{R}^{3/2} \bar{R}_\tau\right) \bar{R} \bar{R}_{\tau\tau} + \frac{3}{2} \left(1 - \frac{1}{3} \sqrt{\frac{k_0}{\gamma}} \bar{R}^{3/2} \bar{R}_\tau\right) \bar{R}_\tau^2 = \\ & = \left(1 + \sqrt{\frac{k_0}{\gamma}} \bar{R}^{3/2} \bar{R}_\tau\right) \left[p(0) \bar{R}^{-3\gamma} - 1\right] - \\ & - 3p(0) \sqrt{\gamma k_0} \left(1 - \sqrt{\frac{k_0}{\gamma}} \bar{R}^{3/2} \bar{R}_\tau\right) \bar{R}^{-3\gamma + 3/2} \bar{R}_\tau. \end{aligned} \quad (8)$$

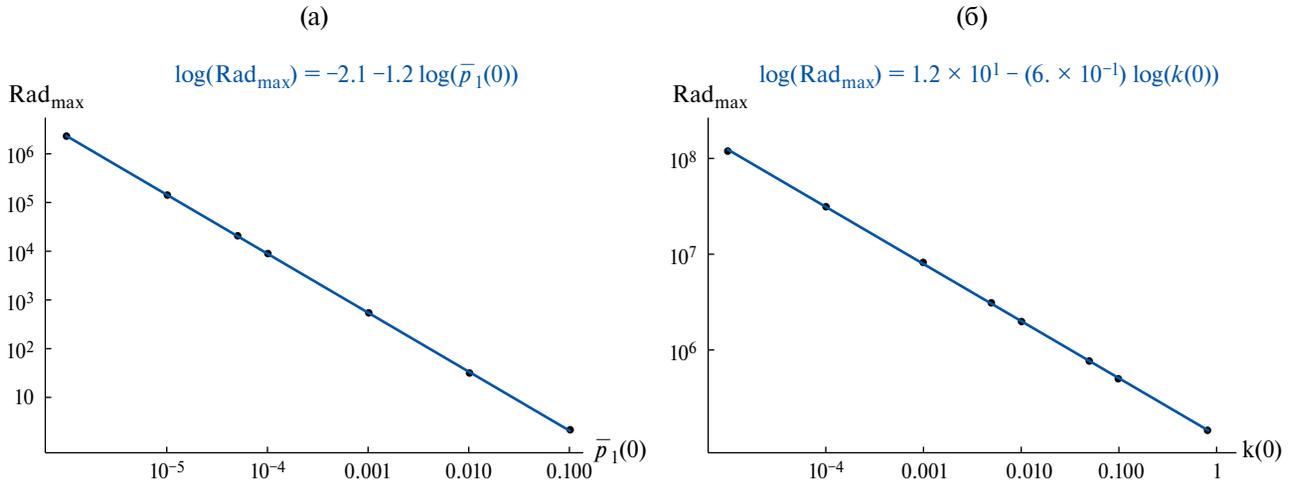
Для основной части уравнения (8) (без выражений в круглых скобках) проведен расчет динамики формы полости, излучения и скорости звука на границе полости

$$\begin{aligned} \bar{R} \bar{R}_{\tau\tau} + 3/2 \bar{R}_\tau^2 &= \left[\bar{p}(0) \bar{R}^{-3\gamma} - 1\right] - \\ &- 3\bar{p}(0) \sqrt{\gamma k_0} \bar{R}^{-3\gamma + 3/2} \bar{R}_\tau. \end{aligned} \quad (9)$$

Результаты расчетов по формуле (9) приведены на рис. 4. Несложно заметить, что характер структуры пульсации и амплитуда излучения определяются объемной концентрацией зародышей в зоне кавитации. Довольно резко теряется осцилляционная структура и уменьшается амплитуда излучения по мере роста объемной концентрации  $k(0)$ . Сравнение излучения и концентрации показывает, что при понижении начального давления внутри полости нарушается следующий физический принцип. С физической точки зрения скорость звука в зоне кавитации не может превышать скорость звука в чистой жидкости при любом уменьшении объемной концентрации относительно предельно малой величины. В процессе расчета естественно ожидать появления фазы понижения динамического значения концентрации относительно предельно малой величины (соответствует скорости звука в чистой жидкости).



**Рис. 2.** Представлены данные по динамике полости для 2-х начальных значений давления внутри нее  $10^{-3}$  и  $10^{-6}$ , и данные по излучению и скорости схлопывания последовательно для 4-х значений внутреннего начального давления  $\bar{p}_1(0) = 10^{-3}, 10^{-4}, 10^{-5}$  и  $10^{-6}$ .



**Рис. 3.** (а) — Излучение как функция спектра значений давления газа в полости при фиксированном значении  $k(0) = 8 \times 10^{-1}$  и (б) — как функция спектра значений объемной концентрации газа в зоне при давления в полости  $\bar{p}_1(0) = 10^{-5}$  растет с уменьшением соответствующих характеристик.

Этот результат является следствием упрощенного уравнения состояния, согласно которому формула для безразмерной скорости звука  $\bar{c}_b \approx \sqrt{\gamma/k}$  сохраняется в пространстве, где на значение концентрации  $k$  накладывается ограничение, согласно которому значения более низкого порядка, чем предельно малая объемная концентрация  $k_0 = 6 \times 10^{-5}$ , «замораживаются» на этом пределе. Условие предельно высокой скорости звука в чистой жидкости 1.5 км/с будет сохраняться и расчет продолжается, пока концентрация не начнет превышать значения выше предельно малого. Текущая концентрация вычисляется по следующей формуле:

$$k(\bar{R}) = \begin{cases} k_0, & \bar{R} \leq 1, \\ k_0 \bar{R}^3, & \bar{R} > 1. \end{cases}$$

Численный анализ динамики распределения излучения Rad и объемной концентрации  $k(0)$  проведен по уравнению (10) для  $\gamma = 1.33$ ,  $k_0 = 6.0 \times 10^{-5}$ :

$$\begin{aligned} \bar{R} \bar{R}_{\tau\tau} + \frac{3}{2} \bar{R}_{\tau}^2 &= \left[ \bar{p}(0) \bar{R}^{-3\gamma} - 1 \right] - \\ &- 3 \bar{p}(0) \sqrt{\gamma k_0} \left( 1 - \sqrt{\frac{k_0}{\gamma}} \bar{R}^{3/2} \bar{R}_{\tau} \right) \bar{R}^{-3\gamma + 3/2} \bar{R}_{\tau}. \end{aligned} \tag{10}$$

При расчете и построении решения меняется условие, согласно которому начальный размер полости принимает значение, соответствующее величине начального давления. Результат в дискретном виде для начальных значений приведен в табл. 2.

Интересен результат для двух значений начального давления газа в полости:  $10^{-2}$  и  $10^{-5}$  (рис. 5, 6). Согласно данным рис 6, при начальном давлении  $\bar{p}(0) = 1.0 \times 10^{-5}$  амплитуда излучения  $\text{Rad}_{\max} = 2.23 \times 10^{10}$  превышает максимум

**Таблица 2.** Развитие процесса в зоне ограничений по объемной концентрации.

$\bar{p}(0)$	$k(0)/k_0$	$k(0)$	$\bar{R}(0)$	$\bar{c}(0)$	$c(0)$
1	1	$6.00 \times 10^{-5}$	1	$1.49 \times 10^2$	$1.49 \times 10^5$
$1.0 \times 10^{-1}$	5.65	$3.39 \times 10^{-4}$	1.78	$6.26 \times 10^1$	$6.26 \times 10^4$
$1.0 \times 10^{-2}$	$3.19 \times 10^1$	$1.91 \times 10^{-3}$	3.16	$2.64 \times 10^1$	$2.64 \times 10^4$
$1.0 \times 10^{-3}$	$1.80 \times 10^2$	$1.08 \times 10^{-2}$	5.62	$1.1 \times 10^1$	$1.1 \times 10^4$
$1.0 \times 10^{-4}$	$1.02 \times 10^3$	$6.12 \times 10^{-2}$	$1.00 \times 10^1$	4.66	$4.66 \times 10^3$
$1.0 \times 10^{-5}$	$5.75 \times 10^3$	$3.45 \times 10^{-1}$	$1.78 \times 10^1$	1.96	$1.96 \times 10^3$

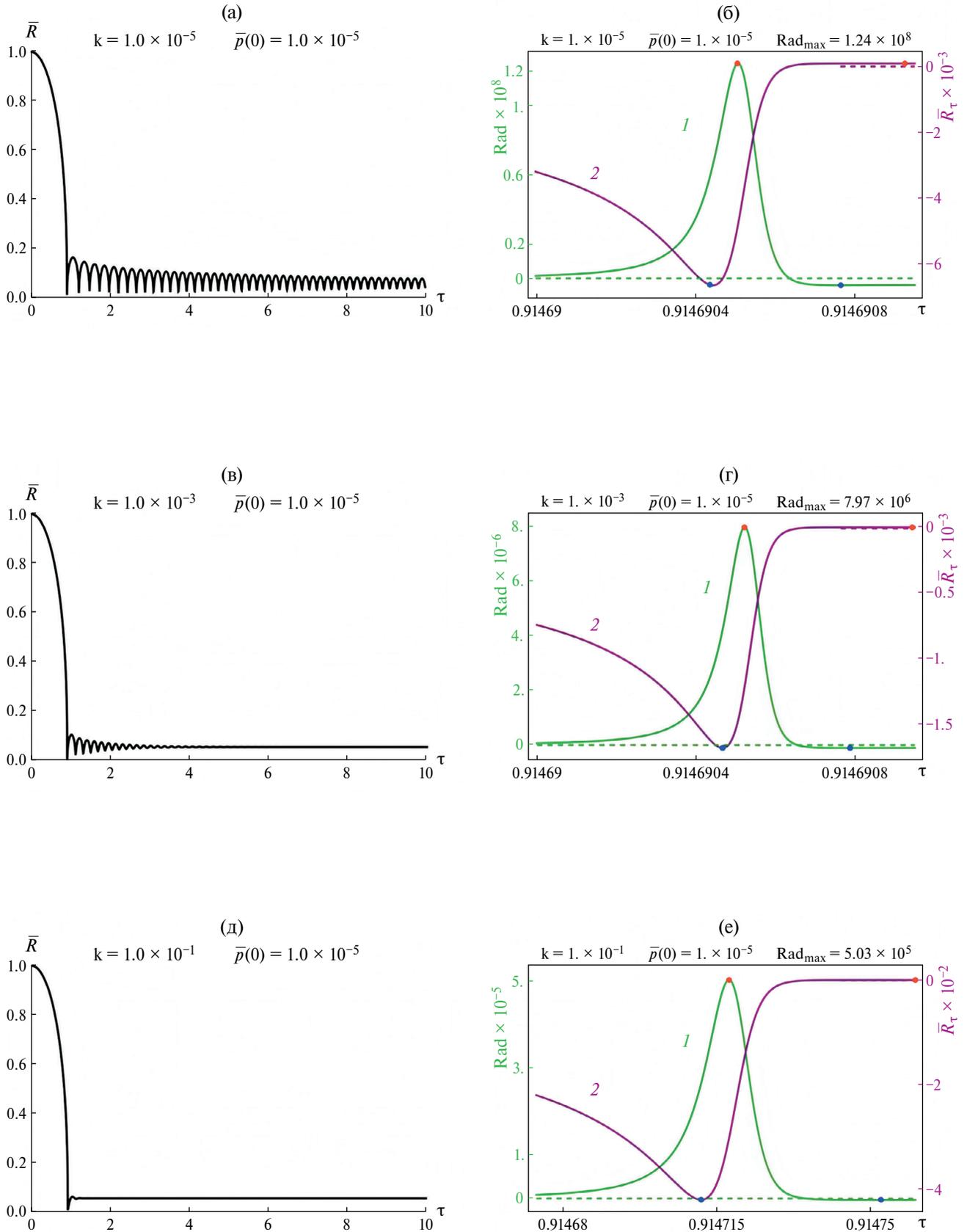
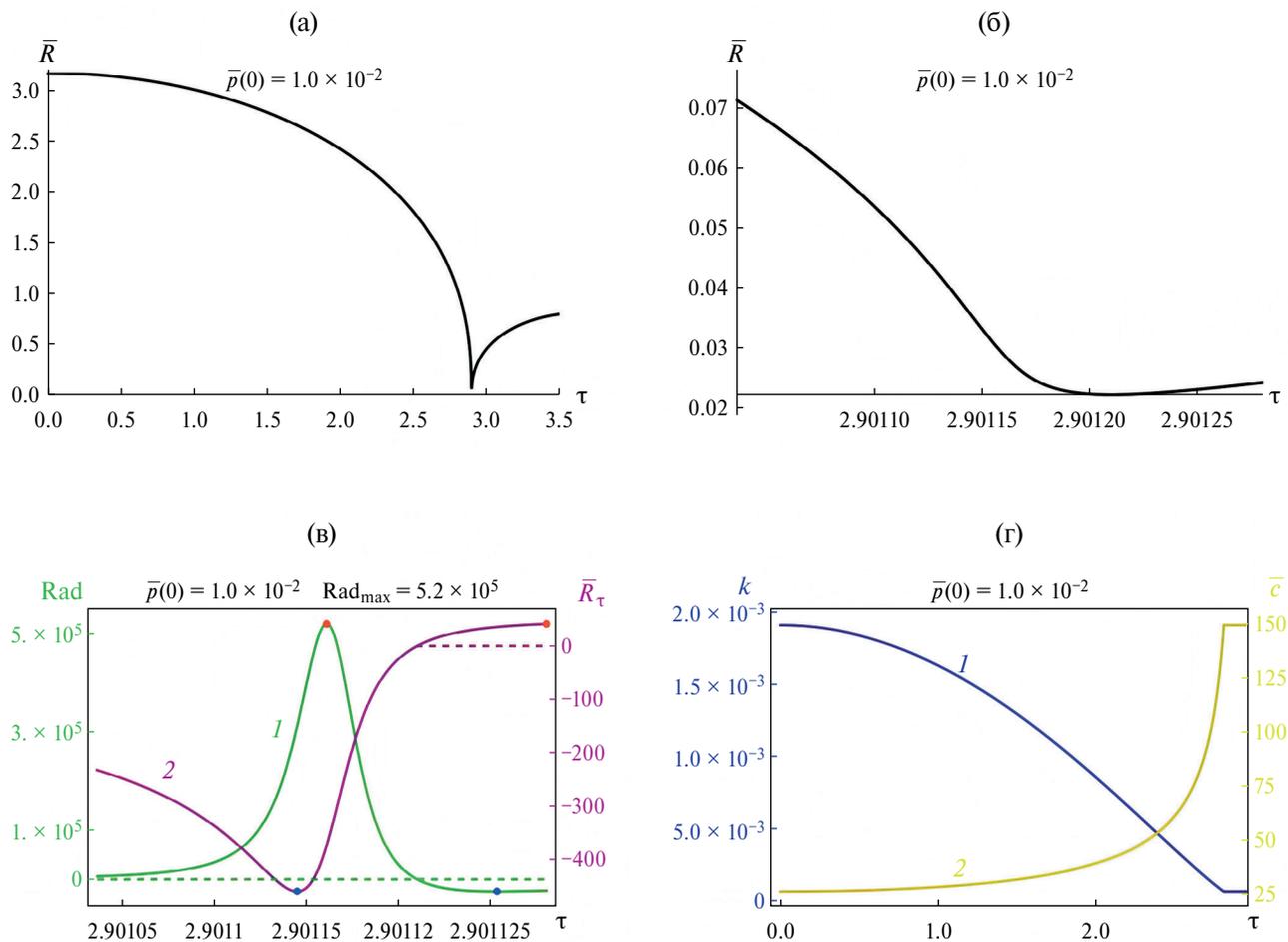


Рис. 4. Динамика формы пульсации и зависимость излучения от концентрации  $k$  на границе полости.



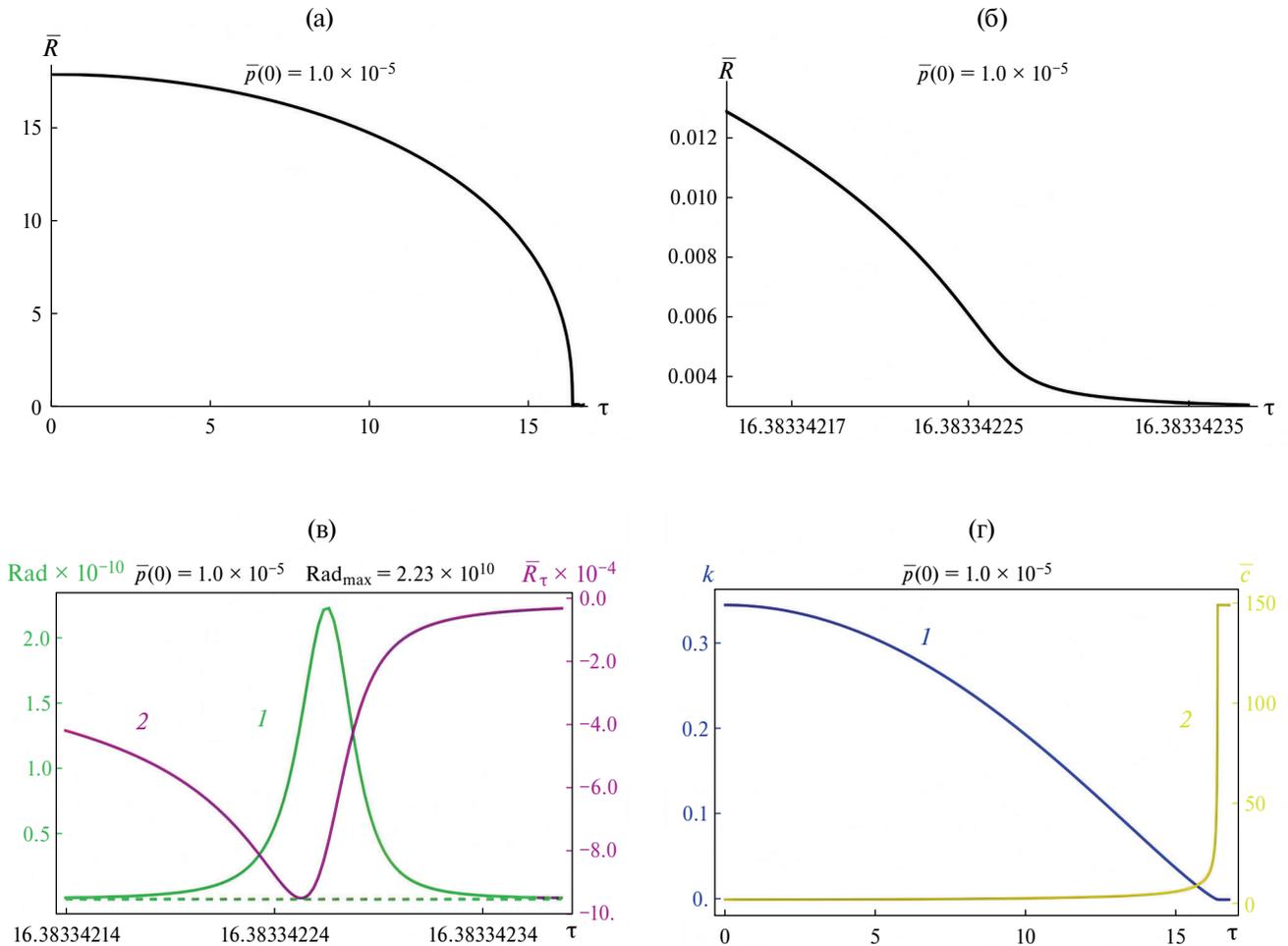
**Рис. 5.** При постоянном давлении  $\bar{p}(0) = 1.0 \times 10^{-2}$  показаны динамика схлопывания сферической полости с выходом на начало второго периода пульсации, динамика радиальной скорости и излучения, развитие объемной концентрации  $k$  и скорости звука в кавитационной зоне.

излучения при давлении  $\bar{p}(0) = 1.0 \times 10^{-2}$  на 5 порядков:  $\text{Rad}_{\max} = 5.2 \times 10^5$ . Объемная концентрация  $k$  на 4 порядка плавно уменьшает свое значение с  $k = 3.45 \times 10^{-1}$  до  $k = 6 \times 10^{-5}$ . На рис. 5 и 6 представлено по 2 графика  $\bar{R}(\tau)$ : на левом графике приведена структура полной пульсации, на правом — разрешение тонкой структуры пульсации в окрестности точки схлопывания. На рис. 5 несложно видеть эту область с детальным «выходом» на следующий период пульсации, на рис. 6 — с плавным «выходом» на незначительный по величине равновесный радиус.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Впервые получено уравнение и решена задача о динамике формирования и излучения

квазипустой пульсирующей сферической полости в жидкости с влиянием изменяющейся скорости звука в зоне кавитации и концентрации кавитационных зародышей. Данные по динамике полости, по излучению и скорости схлопывания для 4-х значений внутреннего начального давления  $\bar{p}(0) = 10^{-3}, 10^{-4}, 10^{-5}$  и  $10^{-6}$  показали, что при концентрации газовой фазы  $k(0) = 0.8$  пульсации  $\bar{R}(\tau)$  отличаются степенью сжатия и имеют практически одинаковый характер — после первого схлопывания совершается только один полупериод с выходом на различные постоянные равновесные радиусы. Условие равенства давления в зоне кавитации и внутри сферической полости на ее границе позволило впервые установить динамическую связь объемной концентрации (скорости звука) в зоне кавитации с радиусом сферической полости.



**Рис. 6.** При постоянном давлении  $\bar{p}(0) = 1.0 \times 10^{-5}$  показана динамика схлопывания сферической полости, динамика радиальной скорости и излучения, развитие объемной концентрации  $k$  и скорости звука в кавитационной зоне.

При расчете и построении решения меняется условие, согласно которому начальный размер полости принимает значение, соответствующее величине начального давления. Показано, что значение  $k(0)$  меняется на 4 порядка от  $6 \times 10^{-5}$  до  $3.45 \times 10^{-1}$  при изменении начального радиуса полости от 1 до 17.8. Построены зависимости амплитуды излучения по всему диапазону прилагаемых давлений: амплитуда излучения  $\text{Rad}_{\max}$  увеличивается от  $5.2 \times 10^5$  до  $2.23 \times 10^{10}$  при изменении давления от  $\bar{p}(0) = 10^{-2}$  до  $\bar{p}(0) = 10^{-5}$ , а объемная концентрация  $k$  на 4 порядка уменьшает свое значение с  $k = 3.45 \times 10^{-1}$  до  $k = 6 \times 10^{-5}$ .

Авторы признательны А. Л. Куперштоху за полезные замечания при редактировании статьи.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коул Р. Подводные взрывы. Издательство Иностранной Литературы, 1950.
2. Kirkwood J. G., Bethe H. A. Основание теории распространения // OSRD, No. 588, S1 (1942).
3. Rice O. K., Ginell R. Расчеты для цилиндрической симметрии // OSRD, No. 3950, S1 (1944).
4. Кедринский В. К., Кузавов В. Т. Динамика цилиндрической полости в сжимаемой жидкости // ПМТФ. 1977. № 4. С. 102–106.
5. Gilmore F.R. The Collaps and Rebound of a Spherical Bubble in a Viscous Compressible Liquid // Californ. Tech. Univ. Hydrodynamics Lab. 1952. Rep. No. 26 – 4.
6. Кедринский В. К., Большакова Е. С. Структура сходящейся волны разрежения и развитие кавитации за ее фронтом в многофазной жидкости // Акуст. журн. 2021. Т. 67. № 3. С. 260–264.

7. Кедринский В. К. Распространение возмущений в жидкости, содержащей пузырьки газа // ПМТФ. 1968. № 4. С. 29–38.
8. Ляхов Г. М. Ударные волны в многокомпонентных средах // Изв. АН СССР. Сер. Механика и машиностроение. 1959. № 1. С. 46.

## DYNAMICS OF A SPHERICAL CAVITY IN A CAVITATING LIQUID WITH A CONTINUOUSLY CHANGING CONCENTRATION OF CAVITATION NURSES

V. K. Kedrinsky<sup>a,\*</sup>, A. A. Cherevko<sup>a,\*\*</sup>

<sup>a</sup>*Federal State Budgetary Institution of Science Institute of Hydrodynamics  
named after. M.A. Lavrentiev SB RAS, acad. prospect. Lavrentyeva 15, Novosibirsk, 630090 Russia*

<sup>\*</sup>*e-mail: kedr@hydro.nsc.ru*

<sup>\*\*</sup>*e-mail: cherevko@mail.ru*

An equation was obtained and the problem of the dynamics of the formation and radiation of a quasi-empty pulsating spherical cavity in a cavitating liquid under the influence of the changing speed of sound in the cavitation zone and the concentration of cavitation nuclei was solved for the first time. Data on the dynamics of the cavity, on radiation and the speed of collapse for the spectrum of internal initial pressure values showed that at the maximum concentration of the gas phase, the pulsations differ in the degree of compression. They have almost the same character — after the first collapse, only one half-cycle occurs, reaching different constant equilibrium radii. The condition of equality of pressure in the cavitation zone and inside the spherical cavity at its boundary made it possible for the first time to establish a dynamic relationship between the volumetric concentration (speed of sound) in the cavitation zone and the radius of the spherical cavity. When calculating and constructing a solution, the condition changes, according to which the initial size of the cavity takes on a value corresponding to the value of the initial pressure. The dependences of the radiation amplitude over the entire range of applied pressures were plotted. It turned out that the radiation amplitude increases by 5 orders of magnitude when the initial pressure in the cavity changes by 3 orders of magnitude from  $10^{-2}$  atm to  $10^{-5}$  atm.

*Keywords:* bubble cavitation, spherical cavity, dynamics, radiation