

# КОРРЕКЦИЯ ВОЛНОВОГО ФРОНТА ДЛЯ НАБЛЮДЕНИЯ ЭКЗОПЛАНЕТЫ НА ФОНЕ ДИФРАКЦИОННОЙ ОКРЕСТНОСТИ ЗВЕЗДЫ

**A. B. Юдаев<sup>a\*</sup>, И. А. Шашкова<sup>a</sup>, А. В. Киселев<sup>a</sup>, А. А. Комарова<sup>a,b</sup>, А. В. Тавров<sup>a</sup>**

<sup>a</sup> Институт космических исследований Российской академии наук  
117997, Москва, Россия

<sup>b</sup> Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)  
141701, Долгопрудный, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 19 мая 2022 г.,  
после переработки 21 августа 2022 г.  
Принята к публикации 26 августа 2022 г.

Предложен и исследован метод прецизионной коррекции волнового фронта для осуществления астрономического наблюдения экзопланет в дифракционной окрестности звезды. Показана применимость метода для измерения и коррекции волнового фронта в схеме телескопа и интерференционного коронографа без применения гармониковых измерителей волнового фронта. В лабораторном эксперименте получены точность коррекции  $\sim \lambda/50$  и коронографический контраст лучше чем  $10^5$ . Намечены перспективы для увеличения точности коррекции до целевого значения  $\lambda/500$  для визуализации Земли в окрестности Солнца, наблюдавшихся с расстояния 10 пк (в ближайшей окрестности Солнечной системы), за счет дополнительной коррекции амплитуды и учета aberrаций необщего пути.

**DOI:** 10.31857/S0044451023020013

**EDN:** OPNCZA

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В астрономическом изображении для наблюдения экзопланеты (земного типа) в дифракционной окрестности звезды (солнечного типа) в видимом диапазоне длин волн развиваются методы улучшения контраста. Сигнал планеты, имеющий интенсивность  $10^{-9}$ – $10^{-10}$  от максимума функции рассеяния точки (ФРТ) родительской звезды, требуется зарегистрировать на фоне рассеянного света звезды [1–4]. Методы, позволяющие зарегистрировать такой сигнал, называют высококонтрастными или коронографическими, поскольку для регистрации слабого сигнала уменьшают фон более интенсивного сигнала. Применение методики улучшения контраста планеты на фоне звезды обусловлено ограниченным динамическим диапазоном CCD-детектора  $\sim 10^4$ .

Астрономическое изображение формируется оптикой телескопа, для которой характерны дифракционные эффекты и эффекты рассеяния. Дифракционный и рассеянный компоненты изображения звезды создают фон, превышающий сигнал планеты по уровню, выходящему за границы динамического диапазона фотоприемника ( $\sim 10^4$ ). Поэтому детектирование слабого сигнала экзопланеты на этом фоне затруднено и требует специальных мер. Дифракционный компонент изображения звезды от границ круглой апертуры телескопа ослабляют звездным коронографом [5] с использованием специальных масок: фокальной маски и маски Лио, а также экранированием спайдера, границ сегментов главного и вторичного зеркал телескопа и т. п. После ослабления главного максимума дифракционного изображения звезды (ФРТ) коронографом рассеянный компонент изображения физически и визуально приобретает структуру (совершенного) спектр- поля, которое содержит фазовую и амплитудную модуляции в полных диапазонах фазы ( $0 \dots 2\pi$ ) и (нормированной) интенсивности ( $0 \dots 1$ ). В астрономическом изображении эти эффекты маскируют слабый компонент изображения экзопланеты (ФРТ)

\* E-mail: yudaev@phystech.edu

планеты). Этот процесс схематично проиллюстрирован на рис. 1.

В верхней части рисунка, иллюстративно, двумерное распределение электрического поля излучения звезды в плоскости  $(u, v)$  зрачка оптической системы телескопа схематически показано преобразованным из декартовых координат в координаты на сфере. Радиус сферы соответствует величине среднеквадратичной ошибки волнового фронта. Сфера помещена в фазовую плоскость вдоль действительной  $\text{Re}$  и мнимой  $\text{Im}$  осей. Предположим, что среднеквадратичная ошибка фазы рассеянного света составляет примерно  $\sigma = 15^\circ \approx \pi/10$  рад, тогда доля нерассеянного света — около 90%. Как известно, число Штреля  $S$  характеризует энергию главного максимума ФРТ по отношению к энергии всей ФРТ.  $S$  пропорционально квадрату среднеквадратичной ошибки волнового фронта (ВФ)  $\sigma$  в зрачковой плоскости (в зрачке) оптической системы (ОС):

$$S \approx e^{-\sigma^2}. \quad (1)$$

После того как коронограф, размещенный в промежуточной плоскости  $(u', v')$ , ослабит нерассеянный компонент излучения звезды наилучшим образом, фазовая ошибка возрастет от значения  $\phi(u, v)_{p-v} \cong \pi\sigma$  (индекс «р–v» от англ. peak-to-valley обозначает разность максимального и минимального значений) до максимального значения  $2\pi$ , амплитудная ошибка также возрастет в полном диапазоне ( $0 \dots 1$ ) так, что спекл-поле станет из «несовершенного» «совершенным» (partially, fully developed speckle field).

Для целей настоящего анализа следует отметить что «совершенное» спекл-поле от звезды как осевого источника света отличается от электрического поля планеты как неосевого источника (несовершенного спекл-поля) по некоторым характеристикам.

Во-первых, электрическое поле от планеты содержит непогашенную (нерассеянную) часть вдоль действительной оси  $\text{Re}$  (которая существенно не ослаблена коронографом). Во-вторых, планету наблюдают под углом зрения в направлении, после телескопа отличающимся от направления на звезду более чем на  $\lambda/D$  ( $\lambda$  — длина волны,  $D$  — диаметр телескопа), так что пространственные реализации функции рассеяния от планеты и от звезды различаются, и планета формирует другое спекл-поле. На конец, излучения звезды и планеты являются взаимно некогерентными.

Если оптические излучения от звезды и от планеты проходят через корректирующий фазово-амплитудный экран, реализованный пиксельным

корректируемым элементом адаптивной оптики (АО), установленным до коронографа, то становится возможным в некоторой части изображения  $\Omega(u'', v'')$  ослабить компонент звезды и практически не ослабить компонент планеты.

Величина и характеристики ослабления компонентов изображения от звезды и от планеты определяются типом коронографа, но главным образом ошибкой волнового фронта до коронографа. Для ослабления рассеянного компонента используют методы сверхточной АО [3], которые выполняют задачу прецизионной коррекции ВФ с чрезвычайно высокими точностями до  $\lambda/10\,000$  по фазе (по величине среднеквадратичного отклонения — rms (root-mean-square)) и до неоднородности 0.1% rms по амплитуде. Номинально, если исправить ВФ до указанных значений, то с помощью коронографа возможно ослабить фон рассеянного компонента звезды на  $10^{-9}\text{--}10^{-10}$  для решения задачи наблюдения Земли и Солнца с межзвездного расстояния.

Указанные точности коррекции фазы и амплитуды трудно достижимы в эксперименте и тем более в инструменте космического телескопа, но многочисленные усилия и публикации [6] демонстрируют развитие и техническую реализуемость этих принципов. Для указанных точностей коррекции ВФ стандартные классические схемы АО, см., например, рис. 2 *a*, содержащие светоделитель (СД), датчик волнового фронта (ДВФ), активный корректирующий элемент — деформируемое зеркало (ДЗ), алгоритмическую обратную связь между ДВФ и ДЗ, оказываются неприменимы [3]. В частности, это обусловлено наличием так называемых аберраций необщего пути (non-common-path aberrations). Причина аберраций необщего пути — принципиально различные и оптически несопряженные положения плоскостей пиксельного корректора ВФ (исполнительного элемента АО: ДЗ или др.), датчика волнового фронта, например датчика Гартмана, и промежуточных плоскостей элементов оптической системы телескопа, коронографа и др., искажающих коронографическое изображение в канале регистрации иначе, чем в канале ДВФ. Важно, что число элементов оптической системы телескопа с коронографом (точнее, число оптических плоскостей) превышает одну или две плоскости, где практически могут быть установлены корректирующие элементы адаптивной оптики. Без ДВФ в схеме рис. 2 *b* требуются специальные методики измерения ВФ и управления АО, для учета всего пути распространения ВФ (в телескопе, в сопрягающей оптике и в коронографическом инструменте, последние не показаны на ри-

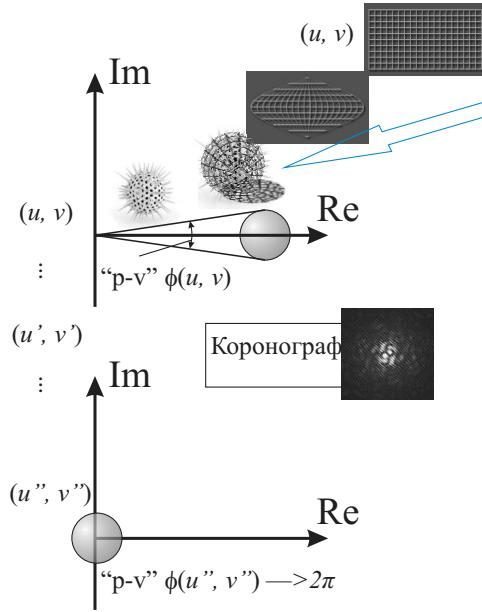


Рис. 1. Эффективное возрастание фазовой ошибки рассеянного компонента излучения звезды при коронографическом погашении

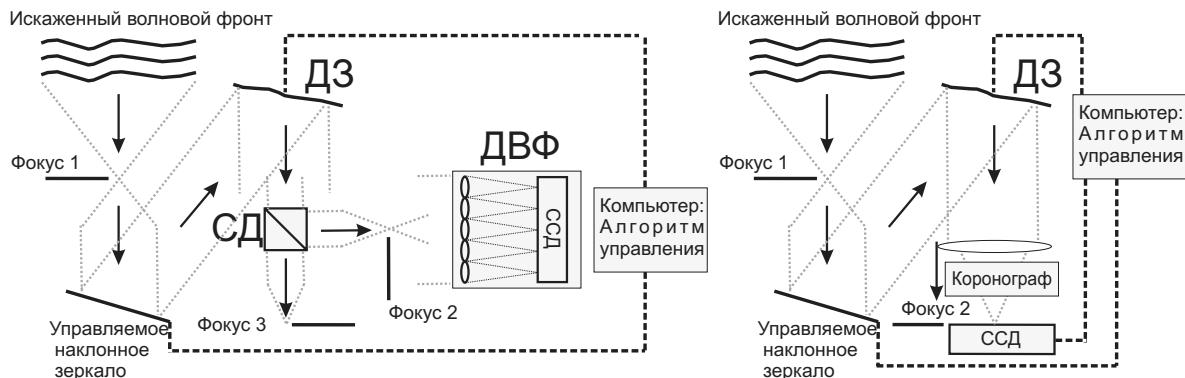


Рис. 2. Схемы коррекции волнового фронта посредством адаптивной оптики (АО). Левая панель (а) — пример построения стандартной схемы АО (с ДВФ). Правая панель (б) — схема АО для коронографического высококонтрастного метода (без ДВФ)

сунке).

В дополнение, ограниченные точность и пространственное разрешение ДВФ недостаточны для достижения требуемого качества скорректированного ВФ. Исполнительный элемент адаптивной оптики — (традиционно) деформируемое зеркало, корректирующее ВФ с точностью  $\lambda/10\,000$  rms [3], чрезвычайно критичный элемент как по режиму эксплуатации (требуется вакуумирование, терmostатирование, стабильность, точное управление и т. п.), так и по его доступности в РФ и его стоимости. На данный момент известно большое число публикаций, посвя-

щенных этой проблематике для коронографа космического телескопа НАСА WFIRST (или The Nancy Grace Roman Space Telescope) с диаметром главного зеркала 2.4 м [6], создаваемого НАСА на запасном зеркале телескопа им. Хаббла (HST).

Для одновременной коррекции фазовых и амплитудных aberrаций известны схемы с двумя ДЗ. Первое ДЗ корректирует фазу ВФ, а второе ДЗ, установленное на некотором расстоянии от первого (около метра), эффективно корректирует амплитуду ВФ, так как оптическое преобразование Френеля переводит фазовую модуляцию в фазово-

амплитудную.

Недавно был рассмотрен коронограф в составе отечественного проекта орбитальной обсерватории космического телескопа Спектр-УФ [7]. Предложенные характеристики коронографа без АО в составе обсерватории «Спектр-УФ» ограничивали разрешение и контраст на уровне, близком к уже достигнутому наземными обсерваториями, оснащенными системами с АО. Сейчас очевидна необходимость использования прецизионной коррекции ВФ, для того чтобы пространственное разрешение и контраст стали значительно лучше и имели бы характеристики, необходимые для наблюдения землеподобных экзопланет.

Сегодня наиболее распространенная схема звездного коронографа — различные модификации коронографа Лио и аподизационные схемы. Обобщенно они относятся к масочным коронографам, так как принципиально схемы содержат различные маски в фокальной и зрачковой плоскостях [5]. Модификации масок обеспечивают различные свойства коронографа. Оптика масочного коронографа содержит несколько линз или зеркал для построения сопряженных фокальной и зрачковой плоскостей, где размещены маски, и CCD-камеры поля, спектрографы и дополнительные анализаторы. Мaska в плоскости, оптически сопряженной со зрачком телескопа, имеет историческое название маски Лио — это простейший вариант аподизации, более сложные варианты которой имеют функциональные преимущества наряду со сложностью их реализаций.

Альтернатива масочному коронографу, интерференционный коронограф — это интерферометр темного поля для осевого источника света (звезды в нулевом порядке интерференции), но условие темного поля не переносится на неосевой источник (планету, наблюданную под некоторым углом, большим чем  $0.38 \dots 5\lambda/D$ , что зависит от конструкции интерферометра, где  $D$  — диаметр телескопа). Интерференционный коронограф менее распространен, чем масочные коронографы, так как он содержит большее число оптических элементов (зеркал и апертур). Более подробное сравнение недостатков и преимуществ интерференционного и масочного коронографов приведено в работе [5]. Основной недостаток — это ограничение коронографического ослабления при конечном (не бесконечно малом) наблюдаемом размере осевого источника. Так, для модельных Солнце–Земля, наблюдавшихся с расстояния 10 пк телескопом с апертурой 1 м, максимальный оптический контраст  $\sim 10^{-5} (\lambda = 500 \text{ нм})$ . Для преодоления этого ограничения предложены схемы интер-

ферометра темного поля врацательного сдвига на углы, меньшие  $180^\circ$ , например на  $10^\circ$ , который имеет улучшенный контраст [8]. Интерферометр врацательного сдвига реализует наложение (суперпозицию) изображений с поворотом. В качестве преимуществ интерференционного коронографа можно указать, например, ахроматизм, возможность гидрирования через светлый порт, технологическую доступность в РФ и некоторые другие преимущества.

Прецизионная коррекция ВФ принципиально и технически связана со схемой коронографа. АО компенсирует aberrации и дефекты, учитывая оптику и апертуры коронографа. Также измерение ВФ происходит после коронографа. Методы АО, разработанные для функционирования в составе масочного коронографа Лио следует доработать для коронографа другого типа. В настоящей работе мы предлагаем и исследуем метод управления АО в составе интерференционного коронографа, включая моделирование и лабораторный эксперимент.

## 2. ВОЗМОЖНОСТИ ПОГАШЕНИЯ РАССЕЯННОГО ФОНА ЗВЕЗДЫ В ОГРАНИЧЕННОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ОБЛАСТИ ИЗОБРАЖЕНИЯ

Визуализация слабого компонента изображения (экзопланеты) в дифракционной окрестности звезды требует высокого контраста; космический телескоп оснащают адаптивной оптикой и коронографом для максимального ослабления фона звезды. Физически фон звезды — это вторичные максимумы, «крылья» ФРТ, которые обусловлены дифракционным компонентом (вследствие эффектов дифракции на апертурах оптики) и компонентом спекл-поля от рассеянного света (вследствие рассеяния на дефектах, микрорельефе и микрощероховатостях оптических поверхностей). С помощью пространственного (фазового) модулятора света (деформируемого зеркала или жидкокристаллического пиксельного модулятора (LC-SLM, (phase-only) liquid crystal spatial light modulator)) спекл-поле возможно ослабить до достижения требуемого коронографического контраста в ограниченной пространственной области  $\Omega$  плоскости изображения, т. е. провести зональную коррекцию. Ограничение области коррекции происходит вследствие ограниченного числа актуаторов ДЗ или SLM, что по теореме Котельникова определяет размеры корректируемой области  $\Omega$ . Также на размер  $\Omega$  влияют величина и характер фазово-амплитудной ошибки ВФ, которую технически возможно скорректировать используя-

мой АО с реализованной точностью и посредством примененных алгоритмов управления АО.

Основываясь на принципах фурье-оптики [9], где пространственные частоты — наклоны ВФ в зрачковой плоскости — соответствуют линейным координатам изображения (в фокальной плоскости), можно сделать вывод, что существует некоторое тривиальное решение зональной коррекции ВФ, когда в волновом фронте достаточно ослабить пространственные частоты, перенаправляя или рассеивая компоненты ВФ с локальными наклонами, соответствующими зоне погашения спектрального шума. Пример такой тривиальной коррекции был показан как в моделировании, так и в эксперименте, см. рис. 3.

На рис. 3 справа четко видны две симметричные прямоугольные области с ослабленным уровнем спектрального шума. Очевидно, что компоненты изображения, соответствующие пространственным частотам в зонах погашения, были перенаправлены или, точнее, рассеяны в направлении других пространственных частот. Об этом свидетельствует, в частности, возросший уровень интенсивности спектрального поля в периферийной области по сравнению с областью на левой половине рисунка, где видна некоторая концентрация энергии вокруг центра (см. цветовую шкалу, характеризующую уровень интенсивности). Справа центральная концентрация энергии спектрального поля отсутствует. Для спектрального поля на рис. 3 был применен стохастический метод оптимизации по генетическому алгоритму [10, 11], по типу алгоритма Монте-Карло для поиска глобального экстремума (алгоритм «отжига», annealing). Стохастические алгоритмы могут быть более устойчивы к помехам, шуму, нестабильности, неточности измерений и т.п., однако взамен они требуют для реализации большое число итераций и измерений, а также гиперпараметров оптимизируемой функции. При компьютерном моделировании этими недостатками можно пренебречь и использовать их, например, для проверки существования решения и исследования его свойств, в частности, точности коррекции (в зависимости от начальных условий, качества ВФ на входе, ошибок измерения, числа актуаторов и т. п.).

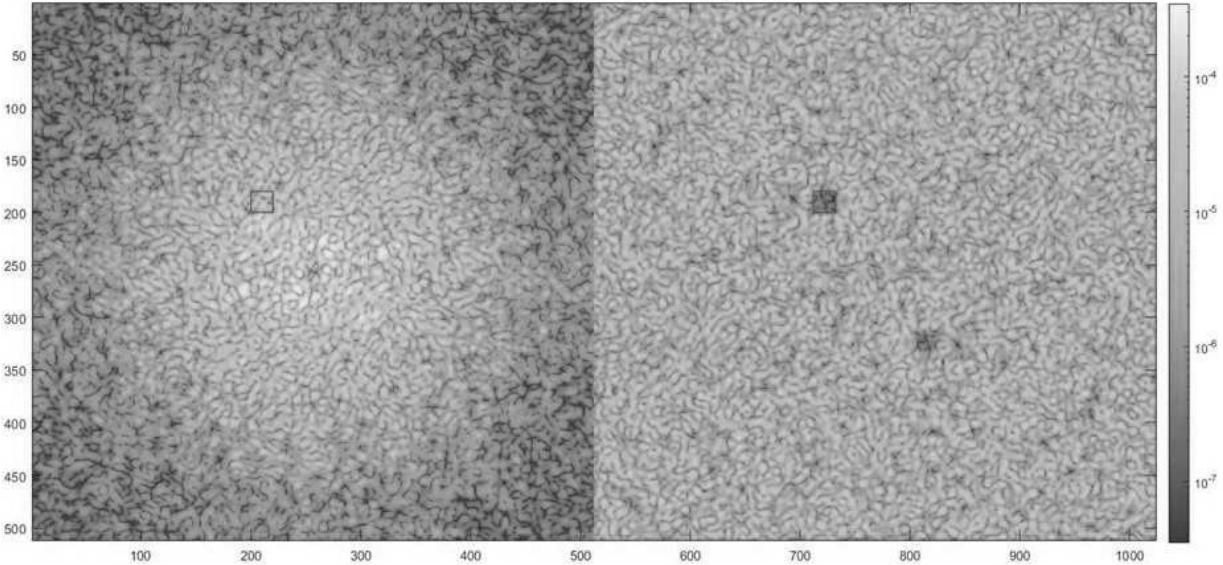
Очевидно, что тривиальное решение неприменимо для решения задачи контрастирования области, где поставлена цель наблюдения экзопланеты, так как ФРТ экзопланеты также может быть ослаблена. Поэтому, для того чтобы исключить ослабление ФРТ планеты, следует корректировать волновой фронт на основании измерения распределения ВФ в зрачковой плоскости. Это распределение следует измерить после коронографа, так как оно

должно содержать искажения ВФ в том числе и в оптике коронографа. Актуаторы ДЗ или пиксели LC-SLM аддитивной оптики должны иметь конфигурацию, противоположную локальной деформации ВФ в плоскости зрачка. Очевидно, что для этого необходимо определить распределение ВФ в плоскости зрачка (до коронографа), причем корректируемый ВФ также должен (с обратным знаком) учитывать aberrации внутри оптики коронографа, которые приобретет ВФ при последующем распространении до плоскости изображения.

Существование такого решения известно [12] для режима малых деформаций ВФ:  $\sigma \ll \lambda$ . Решение для коррекции ВФ представляет собой матрицу управляющих напряжений, подаваемых на соответствующие актуаторы ДЗ или пиксели SLM. Решение возможно получить итерационным способом с регистрацией некоторого набора изображений на CCD-камере, установленной в плоскости изображения после коронографа.

Если упростить задачу и временно исключить факторы наличия шума и ограниченной точности непосредственно АО, а также исключить так называемые aberrации необщего пути (дополнительные aberrационные экраны в плоскостях Френеля), то возможно точное решение без применения итерационных методов в линейном приближении фурье-оптики, через преобразование Фурье. В реальной ситуации итерационные алгоритмы измеряют все более слабый компонент рассеянного поля (спектральный шум), что требует усреднений и длительных экспозиций, как следствие возрастают требования к времени настройки и стабильности системы интерференционного инструмента.

При использовании ДЗ число актуаторов составляет матрицу с числом элементов равным или большим  $N \times N = 100 \times 100$  пикселей, положение каждого из которых контролируют с шагом  $2^{8-16}$  положений в диапазоне порядка длины волны  $\lambda$ . Для целей прецизионной коррекции ВФ (см., например, [12]), в режиме слабых начальных aberrаций  $\lambda/1000$  «р-v» (от максимума до минимума) показано, что пиксельный фазовый модулятор (ДЗ, фазовый LC-SLM), размещенный в зрачке ОС может скорректировать спектральное поле в ограниченной области  $\Omega$  плоскости изображения. Эта область ограничена числом актуаторов  $N^2$  со стороны высоких пространственных частот ( $(N/2)\lambda/D$ ). В соответствии с теоремой Котельникова, в оптике преобразование Фурье реализовано так, что единичный пиксель зрачка соответствует угловой частоте и число пикселей  $N$  определяет так называемый внешний рабочий угол



**Рис. 3.** Результаты моделирования (тривиальной зональной) коррекции волнового фронта, содержащего спекл-поле. Слева — нескорректированное спекл-поле в плоскости изображения после интерференционного коронографа, где красным квадратом показана область коррекции. Справа — ослабленное спекл-поле в зоне коррекции и симметричной области для интерференционного коронографа по схеме интерферометра вращательного сдвига (ИВС 180°), см. [2]

(OWA, outer working angle) вдоль одной из координатных осей.

Центральная область изображения, состоящая главным образом из нулевой и первых пространственных частот, практически не ослабляется, вследствие конструктивных особенностей пиксельной модуляции. У ДЗ модуляция отдельного пикселя (актуатора) связана с положением соседнего актуатора ДЗ и определена функцией отклика (crosstalk). У LC-SLM существует граница пикселя — немодулируемая область между пикселями, размер которой определяет fill factor. (У LC-SLM, используемого в этой работе типа HOLOEYE Pluto VIS640 fill factor = 93%, т.е. граница пикселя — это 7% от размера пикселя.)

В монохроматическом приближении пространственное распределение электрического поля  $E$  в зрачковой плоскости  $(u, v)$  телескопа имеет вид

$$E(u, v) = P(u, v)e^{i\phi(u, v)}. \quad (2)$$

При малых искажениях фазы и амплитуды  $P$  в (2) в зрачке телескопа справедливо следующее линейное приближение для поля в плоскости изображения с координатами  $(\alpha, \beta)$ :

$$\hat{E}(\alpha, \beta) = \hat{P}(\alpha, \beta) + iP\hat{\phi}(\alpha, \beta). \quad (3)$$

где значение  $\hat{P} = \hat{P}(0, 0)$  равно максимуму ФРТ звезды, пространственные распределения фазы  $\hat{\phi}(\alpha, \beta)$  и амплитуды  $\hat{P}(\alpha, \beta)$  являются фурье-преобразованиями  $F\{\dots\}$ :

$$\hat{\phi}(\alpha, \beta) = F\{\phi(u, v)\}, \quad \hat{P}(\alpha, \beta) = F\{P(u, v)\}.$$

Первое слагаемое в правой части (3)  $\hat{P}(\alpha, \beta)$  — это изображение звезды без aberrаций, так называемая дифракционная ФРТ без aberrаций, которую погашает коронограф (без AO). Второе слагаемое  $iP\hat{\phi}(\alpha, \beta)$  составляет спекл-поле, состоящее из полностью рассеянного света, что эквивалентно интерференции на микропроцессоре — случайному экране. Спекл-поле имеет хаотичную структуру наложенных друг на друга искаженных ФРТ со случайными aberrациями (см. рис. 2). Поскольку в главном максимуме ФРТ содержится до 95% энергии, спекл-поле имеет средний размер зерна, равный диаметру главного максимума ФРТ  $\sim \lambda/D$ . Вклад нулевой пространственной частоты в среднюю интенсивность спекл- поля зависит от случайной реализации спектра мощности микрорельефа (эквивалентной микропроцессоре).

Для ослабления фона звезды (спекл- поля) в зоне изображения, ограниченной областью  $\Omega(\alpha, \beta)$ , ВФ корректируют посредством пространственного фазового модулятора (ДЗ или SLM), состоящего из

$N \times N$  управляемых пикселей (актуаторов). Эта коррекция в первом приближении может быть описана фазовой функцией  $\psi(u, v)$ :

$$\psi(u, v) = \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{N-1} \alpha_{kl} f_{kl}(u, v), \quad (4)$$

где

$$f_{kl}(u, v) = f\left(u - \frac{kd}{\lambda}, v - \frac{ld}{\lambda}\right),$$

$d$  — расстояние между пикселями ДЗ или SLM,  $\alpha_{kl}$  — значение фазовой модуляции в каждом пикселе с номерами  $k$  и  $l$ .

Точность модуляции  $\delta\psi(u, v)$  определяет степень погашения спектр-поля — контраст фона относительно непогашенного максимума ФРТ  $\hat{P}$  составляет приблизительно квадрат точности коррекции  $(\delta\psi(u, v))^2$ . Например, при точности фазовой модуляции  $\delta\psi(u, v) \approx \lambda/100$  (1% от  $2\pi$ ) уровень спектрального шума, характеризующийся начальными аберрациями  $(p-v) \sim \lambda/1000$ , может быть ослаблен в  $10^4$  раз (на длине волны  $\lambda$  оптического диапазона). При начальном уровне оптических аберраций, превышающих  $(p-v) \sim \lambda/1000$ , приближение (3) оказывается нестрогим, увеличивается нелинейность, которая может быть решена итерационным способом. Одна из важных причин нелинейности — это амплитудная модуляция вследствие аберраций необходящего пути. Фазовые дефекты оптических плоскостей, несопряженных со зрачком, по причине дифракции Френеля вызывают фазово-амплитудные искажения. Также в оптической системе могут быть и изначально амплитудные дефекты.

В линейном режиме конфигурацию актуаторов АО для коррекции ВФ,  $\psi(u, v) = -\phi(u, v)$  [12], находят, детектируя изображения в фокальной плоскости и определяя как минимум три интенсивности  $\{I_0(\alpha, \beta), I_1(\alpha, \beta), I_2(\alpha, \beta)\}$ , соответствующие трем пробным модуляциям волнового фронта  $\{\psi_0(u, v), \psi_1(u, v), \psi_2(u, v)\}$ . Для коронографа Лио, например, известна методика EFC (electric field conjugation), детали которой можно найти в [13].

Для интерференционного коронографа [14], в частности ИВС  $180^\circ$ , мы используем трехшаговый метод [15] (или метод с большим числом шагов) для определения фазового и амплитудного распределений в плоскости, оптически сопряженной с детектором CCD. В результате определяют искомое распределение электрического поля:

$$P(u, v), \phi(u, v). \quad (5)$$

Похожие алгоритмы продолжают совершенствоваться, стимулируемые главным образом планами

НАСА по созданию космического телескопа  $\varnothing 2.4$  м [6] с коронографом WFIRST-CGI для наблюдения экзопланет, в перспективе землеподобных планет в так называемой зоне обитаемости. Разработаны алгоритмические методы также с двумя адаптивными зеркалами (ДЗ) в несопряженных плоскостях для фазовой коррекции амплитудной модуляции [16]. Точность измерения фазы  $\psi(u, v)$  ограничена точностью измерения слабого сигнала, нелинейностью задачи при наличии дополнительных оптических элементов в промежуточных плоскостях, искажающих ВФ, френелевских экранов, составляющих аберрации необщего пути. В схеме телескопа при астрономических наблюдениях ограничение точности вызвано нестабильностью гидрирования при визировании на родительскую звезду.

Фазовая коррекция ВФ в коронографе использует измерение фазового экрана  $\psi(u, v) = -\phi'(u, v)$ , такого, что с обратным знаком минимизирует интенсивность ФРТ звезды. Упрощенно, без дополнительных аберраций, под распределением фазы  $-\phi'(u, v)$  понимают ВФ, который может быть рассчитан обратным фурье-преобразованием электрического поля из плоскости изображения в плоскость зрачка:

$$P'(u, v)^{i\phi'(u, v)} = F^{-1}\{\hat{P}(\alpha, \beta)^{i\hat{\phi}(\alpha, \beta)}\}. \quad (6)$$

В реальности в промежуточных плоскостях  $\{u', v'\}, \{u'', v''\}, \dots$  между зрачковой плоскостью  $\{u, v\}$  и плоскостью изображения  $\{\alpha, \beta\}$  находятся фазово-амплитудные экраны: апертуры и оптические элементы с аберрациями. Оптическое преобразование будет описываться комбинацией прямых и обратных (нелинейных) математических преобразований Френеля и (линейного) прямого преобразования Фурье, так что преобразование (6) выражается нелинейным оператором  $\mathbf{C}$ . Преобразование  $\mathbf{C}$  содержит линейную часть  $\mathbf{F}$  фурье-преобразования и нелинейную часть  $\Delta$ , которая по порядку величины варьируется в зависимости от глубины модуляции фазово-амплитудными экранами в плоскостях  $\{u', v'\}, \{u'', v''\}, \dots$ :

$$\begin{aligned} P'(u, v)^{i\phi'(u, v)} &= \mathbf{C}\{\hat{P}(\alpha, \beta)^{i\hat{\phi}(\alpha, \beta)}\} = \\ &= \mathbf{F}^{-1}\{\hat{P}(\alpha, \beta)^{i\hat{\phi}(\alpha, \beta)}\} + \Delta\{\hat{P}(\alpha, \beta)^{i\hat{\phi}(\alpha, \beta)}\}. \end{aligned} \quad (7)$$

Для интерференционного коронографа мы предлагаем и исследуем методику измерения амплитудного и фазового распределений электрического поля в плоскости зрачка, принципиально отличающуюся от (7) и заключающуюся в регистрации нескольких изображений (интенсивностей) в плоскости, сопря-

женной со зрачком, полученных при наборе контролируемых фазовых сдвигов.

### 3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФАЗОВОГО И АМПЛИТУДНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЙ В ЗРАЧКОВОЙ ПЛОСКОСТИ С ПОМОЩЬЮ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ $N$ ФАЗОВЫХ СДВИГОВ

Рассмотрим применение интерференционного коронографа со схемой интерферометра вращательного сдвига с поворотом на  $180^\circ$  [2, 14] в задаче измерения волнового фронта. В ИВС  $180^\circ$  возможна последовательная пошаговая фазовая модуляция половины поля в сопряженной зрачковой плоскости, где установлен пиксельный элемент АО (LC-SLM) для измерения распределений фазы  $\phi(u, v)$  и амплитуды  $P(u, v)$ .

В интерферометрии широко известны (см., например, [16]) шаговые методы измерения распределения фазы (PSI, phase-shifting interferometry). Так, например, в одном плече интерферометра Майклельсона положение референтного зеркала фиксировано, а в другом плече интерферометра зеркало циклически смещают вдоль оптического пути на кратную величину фазового сдвига  $\alpha$  и при этом измеряют соответствующие распределения интенсивности  $I_i(u, v)$ . Известны [16] трех-, четырех- и многошаговые методы.

Простейший трехшаговый PSI-метод предполагает постоянный «шаг» модуляции фазы:  $-\alpha, 0, \alpha$ . При  $\alpha = \pi/2$ , измерив три последовательных значения интенсивности  $I(u, v)_{\alpha=-\pi/2} = I_1$ ,  $I(u, v)_{\alpha=0} = I_2$  и  $I(u, v)_{\alpha=\pi/2} = I_3$ , можно вычислить распределение фазы

$$\phi(u, v) = \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{I_1 - I_3}{2I_2 - I_1 - I_3}\right) \quad (8)$$

и модуль функции когерентности (взаимную амплитуду интерферирующих волн)

$$\gamma(u, v) = \frac{\sqrt{(I_1 - I_3)^2 + (2I_2 - I_1 - I_3)^2}}{I_1 + I_3}. \quad (9)$$

Известно [15], что трехшаговый алгоритм (8), (9) имеет наибольшую погрешность к ошибкам измерения интенсивностей  $I_{1\dots 3}$ . Более точным является, например, четырехшаговый метод с тем же шагом  $\alpha = \pi/2$ , когда измеряют четыре распределения интенсивности  $I_{1\dots 4}$  соответственно с фазовыми сдвигами  $-\pi/2, 0, \pi/2, \pi$ . Реализация трехшагового метода в ИВС  $180^\circ$  показана на рис. 4. Здесь алгоритм

четырехшагового метода дополнен синей пунктирной линией.

При малых искажениях волнового фронта изменение интенсивности  $I_4$  при  $\alpha = 0$  затруднено, так как это режим темного поля, однако при больших искажениях волнового фронта  $\sim \lambda$  условие темного поля не выполняется, так что четырехшаговый режим становится более надежным. Для четырехшагового метода

$$\phi(u, v) = \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{I_4 - I_2}{I_1 - I_3}\right), \quad (10)$$

$$\gamma(u, v) = 2 \frac{\sqrt{(I_4 - I_2)^2 + (I_1 - I_3)^2}}{I_1 + I_2 + I_3 + I_4}. \quad (11)$$

Рассмотрим волновой фронт, который имеет пространственное распределение фазы  $\phi'(u, v)$ . Интерференционный коронограф со схемой ИВС  $180^\circ$  сравнивает электрические поля  $E$  из центрально-симметричных зон, добавляя фазовый сдвиг  $\pi$ , так что интенсивность  $I(u, v) \rightarrow 0$  при равенстве модулей амплитуд  $|E(u, v)| = |E(-u, -v)|$ , ( $P(u, v) = P(-u, -v)$ ) и фаз  $\phi(u, v) = \phi(-u, -v)$  записывается как

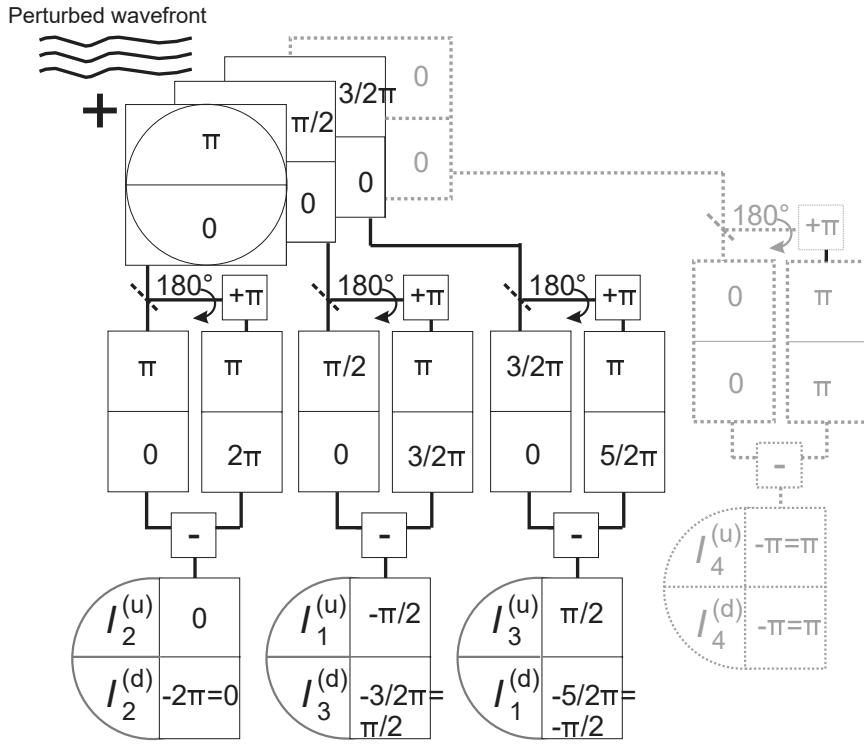
$$I = \langle E(u, v)\dot{E}(-u, -v) \rangle, \quad (12a)$$

$$I = |E(u, v)|^2 + |E(-u, -v)|^2 + 2|E(u, v)||E(-u, -v)| \times \cos(\phi(u, v) - \phi(-u, -v) \pm \pi), \quad (12b)$$

где оператор  $\langle \dots \rangle$  обозначает усреднение по ансамблю, а  $\dot{E}$  обозначает комплексное сопряжение.

Измеренное таким образом (см. (8) или (10)) распределение  $\phi(u, v)$  разности фаз двух полуплоскостей зрачка достаточно отобразить в одной полу平面 зрачка посредством АО как  $-\phi'(u, v)$ . Тогда в случае только фазовых искажений (и в отсутствие aberrаций необщего пути) слабый компонент изображения от неосевого источника экзопланеты будет проявлен или контрастирован на погашенном фоне звезды (осевого источника). Поскольку фотоприемная CCD-камера для регистрации  $L$  последовательных изображений  $I_{1\dots L}$  пошагового PSI-метода установлена в оптически сопряженной зрачковой плоскости после интерференционного коронографа, учитывается суммарный вклад в фазовое распределение всех значимых оптических поверхностей, в том числе и вклад aberrаций необщего пути внутри оптической схемы коронографа.

Дополнительно к фазе  $\phi(u, v)$ , в зрачковой плоскости присутствуют еще и амплитудные искажения



**Рис. 4.** Схема фазовой модуляции в зрачковой плоскости и соответствующие трехшаговому алгоритму (8), (9) значения интенсивностей  $I_{1\dots 3}^{(u)}, I_{1\dots 3}^{(d)}$  для верхней ( $u$ ) и нижней ( $d$ ) половин поля вторичного зрачка. Синим цветом дополнены модуляция и интенсивности  $I_4^{(u)}, I_4^{(d)}$  для четырехшагового алгоритма (10), (11)

$P(u, v)$ . Применяя LC-SLM как АО, можно использовать внешние настройки поляризации для осуществления фазово-амплитудной модуляции.

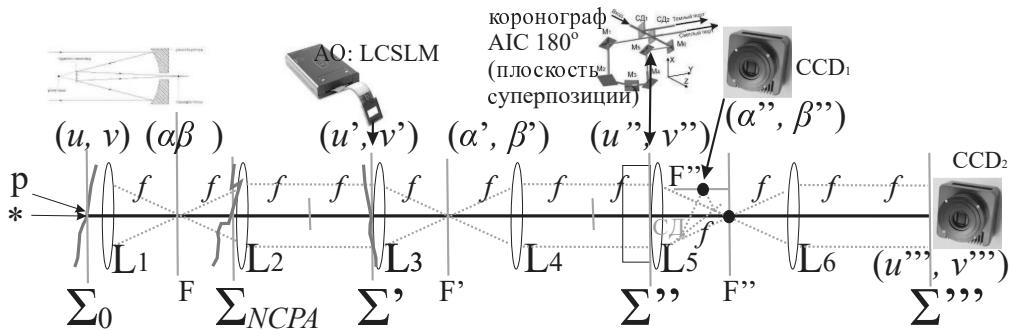
Рисунок 4 иллюстрирует трех- и четырехшаговый методы модуляции на полуплоскостях зрачковой плоскости. При интерференции использована фазовая модуляция половины поля, согласно с алгоритмами (8)–(11).

Здесь волновой фронт, имеющий некоторое фазовое распределение  $\phi(u, v)$ , получает дополнительный фазовый сдвиг  $\alpha$  половины поля (в зрачковой плоскости). Распространение волн в плечах интерферометра привносит поворот изображения на  $180^\circ$  и дополнительный сдвиг фаз на  $\pi$  радиан, что схематично показано на рис. 4. Внизу обозначены соответствующие разности фаз на полуполях (с условными индексами « $d$ » — нижнее и « $u$ » — верхнее полуполя соответственно), слева — соответствующие значения интенсивностей, регистрируемые трех- (и четырех-) шаговым методом в обозначениях  $I_{1\dots 3,4}$ . Реализация четырехшагового метода (10), (11) показана пунктиром синего цвета справа.

#### 4. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗМЕРЕНИЯ И КОРРЕКЦИИ ВФ В ОПТИЧЕСКОЙ СХЕМЕ С ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫМ КОРОНОГРАФОМ

##### 4.1. Принципиальная оптическая схема для расчета коронографических изображений в присутствии и компенсации искажений ВФ

Для проверки применимости пошагового PSI-метода в случае интерференционного коронографа ИВС  $180^\circ$  было проведено численное моделирование. Мы дополнили пакет программ Proper [17], используемый в проекте НАСА WFIRST [6] блоками: PSI — шагового метода определения фазы и амплитуды, интерференционного коронографа (ИВС  $180^\circ$ ) и другими вспомогательными опциями. Была смоделирована оптическая схема, показанная на рис. 5, содержащая телескоп (показан линзой  $L_1$ ), оптические элементы (линзы  $L_2 \dots L_6$ ) для формирования оптических зрачковых плоскостей  $\Sigma' = (u', v')$ ,  $\Sigma'' = (u'', v'')$  и  $\Sigma''' = (u''', v''')$ , сопряженных с первичным зрачком  $\Sigma_0 = (u, v)$ . В зрачке  $\Sigma_0$  смоделированы aberrации телескопа, во вторичном зрачке  $\Sigma'$  установлен корректирующий фазовый элемент АО: пиксельный корректор



**Рис. 5.** Принципиальная оптическая схема коррекции ВФ, содержащая телескоп, корректор ВФ (АО), интерференционный коронограф, CCD-камеры для регистрации изображений в фокусе и в зрачке

ВФ (LC-SLM). В следующем оптически сопряженном зрачке  $\Sigma''$  помещен интерференционный коронограф, так что плоскость  $\Sigma'' = (u'', v'')$  соответствует сложению ВФ. В зрачке  $\Sigma'''$  установлена  $CCD_2$  для анализа ВФ путем регистрации серии PSI-изображений  $I_{1\dots L}$  для реализации шагового метода для измерения распределений фазы  $\phi(u, v)$  и взаимной амплитуды  $\gamma(u, v)$ . В схеме перед фокусом  $F''$  показан (синей пунктирной линией) переключаемый или стационарный светоделитель СД для установки CCD-камеры поля ( $CCD_1$ ). При моделировании учтены aberrации необщего пути NCPA (non-common path aberrations), привнесенные в плоскость  $\Sigma_{NCPA}$ , оптически несопряженную со зрачком. Таких взаимно несопряженных плоскостей ( $\Sigma_{NCPA}^1, \dots$  не показаны на рисунке) может быть несколько, что учитывает микрорельеф, микрошероховатости и дефекты оптических элементов.

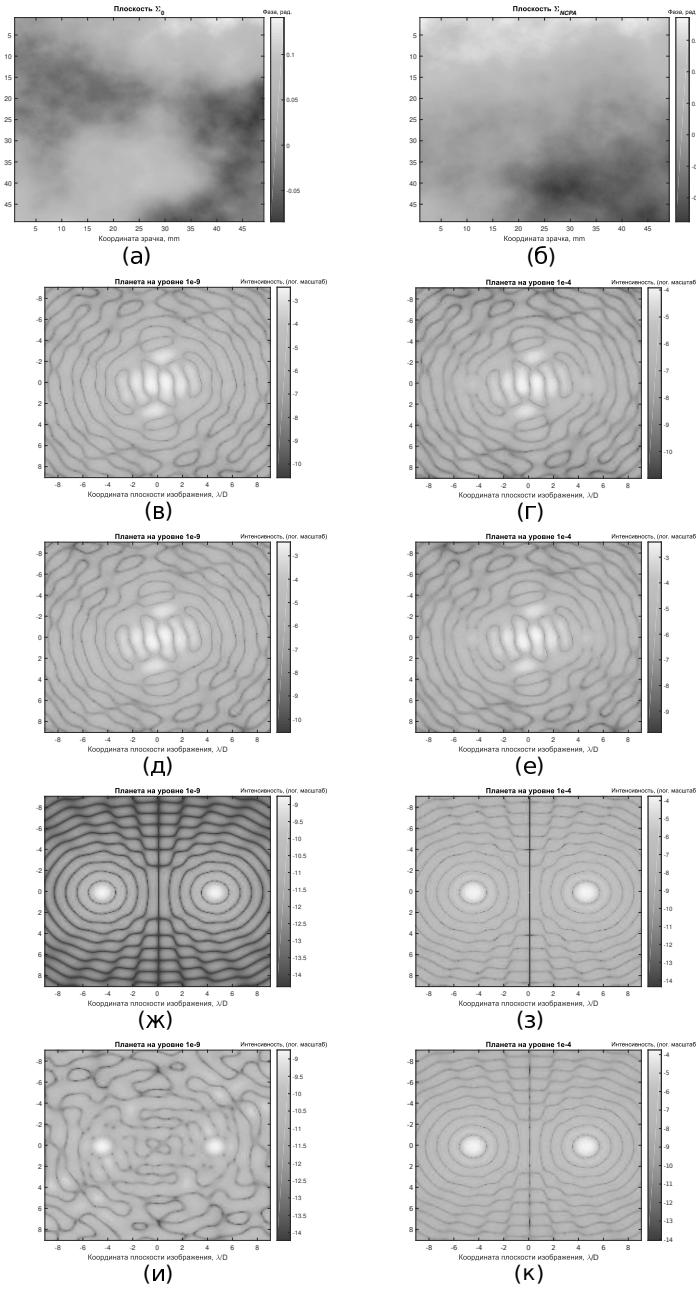
С целью упрощения анализа влияния aberrаций, коррекции ВФ на коронографическое изображение, на рис. 5 показана принципиальная оптическая система с единичным увеличением, с равными фокусными расстояниями  $f$  оптических элементов. На практике увеличения и масштабы изображений отличаются от моделируемых параметров. Так же практическая схема упрощена.

#### 4.2. Примеры aberrационных экранов в различных плоскостях оптической схемы и возможность фазовой коррекции ВФ

На рис. 6 приведены некоторые результаты моделирования схемы рис. 5. Примеры некоррелированных aberrационных экранов в плоскостях  $\Sigma_0$  и в  $\Sigma_{NCPA}$  показаны соответственно на рис. 6 *a* и *b*. Среднеквадратичная ошибка ВФ  $\Sigma_0 \sigma = 10$  нм, а ВФ  $\Sigma_{NCPA} \sigma = 1$  нм. В модели ВФ  $\Sigma_0$  на главном зеркале телескопа учитывали два типа геометриче-

ских и статистических aberrаций. Геометрические aberrации соответствовали классическим низкочастотным aberrациям: дефокусировке, сферической aberrации, коме, астигматизму, дисторсии и т. д., для которых полиномы Цернике до 10 порядка имеют выраженную сходимость. Статистические aberrации характеризуются спектром мощности ошибок в области средних и высоких пространственных частот  $f$ , убывающих по закону  $f^{-2}$ . Среднеквадратичную ошибку ВФ (СКО — среднее квадратичное отклонение)  $\sigma = 10$  нм вычисляли на характеристической длине  $0.05D$ .

Звезду (\*) и планету ( $p$ ) размещали на астроцентрическом расстоянии  $5\lambda/D$  и моделировали с различными интенсивностями, соответственно  $I_*$  и  $I_p$ , так что контрасты  $C$  между ними имели значения  $C = I_{*,@/\lambda}/I_{p,@/\lambda} \approx 10^6$  и  $10^9$ . Здесь  $I_{*,@/\lambda}/I_{p,@/\lambda}$  — отношение световых потоков в максимумах ФРТ звезды и планеты на фиксированной длине волны  $\lambda = 500$  нм. На рис. 6 *в–к* показаны коронографические изображения с учетом волновых фронтов:  $\Sigma_0$  и  $\Sigma_0 + \Sigma_{NCPA}$  без компенсации фазы в плоскости  $\Sigma' = (u', v')$  (рис. 6 *в–е*), и с компенсацией фазы (рис. 6 *ж–к*). Если присутствует только aberrация ВФ в зрачке  $\Sigma_0 = (u, v)$ , то компенсация фазы в сопряженном зрачке  $\Sigma' = (u', v')$  приводит к чистому (без спекл-поля) изображению планеты и ее симметричной копии (рис. 6 *ж, з*). Если присутствуют обе aberrации, как в зрачке  $\Sigma_0$ , так и в промежуточной (не в зрачковой) плоскости  $\Sigma_{NCPA}$ , то не удается только фазовой модуляцией получить чистое изображение планеты. Фазовые aberrации необщего пути  $\Sigma_{NCPA}$  обусловливают фазово-амплитудное распределение поля в плоскости зрачка (рис. 6 *и, к*). Этот эффект визуально заметен при существенно больших контрастах между звездой и планетой  $C = 10^9$  и практически незаметен при малых контрастах  $C = 10^4$ , ср. рис. 6 *и* и *к*. В частности,



**Рис. 6.** Аберрационные экраны и соответствующие коронографические изображения, использованные и вычисленные согласно схеме рис. 5. Аберрационные экраны (фазовые распределения  $\phi(u, v)$  в  $\Sigma_0$  и в  $\Sigma_{NCPA}$ ): а)  $\Sigma_0$  ( $\sigma = 10$  нм) и б)  $\Sigma_{NCPA}$  ( $\sigma = 1$  нм). Коронографические изображения  $I(\alpha'', \beta'')$  в фокусе  $F''$  на камере поля CCD<sub>1</sub>, вычисленные с учетом искажения ВФ  $\Sigma_0$  с разными начальными контрастами планеты и звезды  $C^{-1}$ : в)  $10^{-9}$  и г)  $10^{-4}$ ; вычисленные с учетом искажений ВФ  $\Sigma_0$  и  $\Sigma_{NCPA}$  с контрастами планеты и звезды  $C^{-1}$ : д)  $10^{-9}$  и е)  $10^{-4}$ . Коронографические изображения  $I(\alpha'', \beta'')$ , вычисленные с учетом коррекции ВФ  $\Sigma_0$  посредством АО, постановкой фазового экрана  $-\phi(u', v')$  в плоскости  $\Sigma'(u', v')$  для начальных контрастов планеты и звезды  $C^{-1}$ : ж)  $10^{-9}$  и з)  $10^{-4}$ . Коронографические изображения  $I(\alpha'', \beta'')$  при коррекции ВФ  $\Sigma_0 + \Sigma_{NCPA}$  постановкой фазового экрана  $-\phi_1(u', v') \neq \phi(u', v')$  (учитывающего суммарный эффект  $\Sigma_0 + \Sigma_{NCPA}$ ) в плоскости  $\Sigma'(u', v')$ ) для  $C^{-1}$ : и)  $10^{-9}$  и к)  $10^{-4}$

если смоделировать дополнительную компенсацию интенсивности в зрачке  $\Sigma' = (u', v')$ , то коронографическое изображение будет иметь вид чистого, без спектр-поля, распределения интенсивности аналогично рис. 6 *ж* и *з*.

Следует отметить два важных аспекта: во-первых, моделирование на рис. 6 было проведено с известными распределениями фазы  $\phi(u', v')$  и амплитуды  $P(u', v')$  в плоскости, где была коррекция ВФ  $\Sigma' = (u', v')$  — что возможно при моделировании, а на практике требуется измерение этих распределений. Во-вторых, компенсация фазы повторяла точное решение без учета шума, неточностей модуляции, достаточного числа пикселей и т. п. Ниже мы учитываем эти замечания.

#### 4.3. Определение фазового экрана для коррекции волнового фронта шаговым методом модуляции фазы (PSI)

В этом численном эксперименте показано (см. рис. 7), что четырехшаговый метод модуляции фазы, примененный на половине зрачковой плоскости (см. рис. 4 и разд. 3) успешно определяет требуемые для осуществления коррекции ВФ пространственные распределения фазы  $\phi(u', v')$  и амплитуды  $P(u', v') \sim \gamma(u', v')$  в плоскости  $\Sigma'$ . Рисунок 7 иллюстрирует методику измерения ВФ после коронографа и демонстрирует коррекцию ВФ при использовании измеренных таким образом  $\phi(u', v')$  и  $P(u', v')$ . Так, на рис. 7 *а*, *в*, *д*, *ж* показаны четыре фазовых экрана в плоскости  $\Sigma'$  для каждого шага модуляции  $\alpha = -\pi/2, 0, \pi/2, \pi$  соответственно. Соответственно им, справа на рис. 7 *б*, *г*, *е*, *з* показаны распределения фаз в сопряженной зрачковой плоскости  $\Sigma''' = (u''', v''')$ . Далее вычисляют распределение фазы  $\phi(u', v')$ , которое при передаче на пиксели AO LC-SLM с обратным знаком  $-\phi(u', v')$  корректирует ВФ.

На рис. 7 *и*–*л* показаны коронографические изображения для начального контраста  $C = 10^9$ , когда поданы aberrации  $\Sigma_0$  или  $(\Sigma_0 + \Sigma_{NCPA})$ , определен и подан корректирующий фазовый компонент  $-\phi(u', v')$ . Так, при вычислении изображения на рис. 7 *и* учтены aberrации в зрачке  $\Sigma_0$  (рис. 6 *а*) и использован соответствующий корректирующий экран — как результат наблюдаем чистое коронографическое изображение без спектр-шума. На рис. 7 *к* активны aberrации в зрачке  $\Sigma_0$  и в несопряженной плоскости  $\Sigma_{NCPA}$ , но использован корректирующий экран, вычисленный в предыдущем случае, *и*, учи-

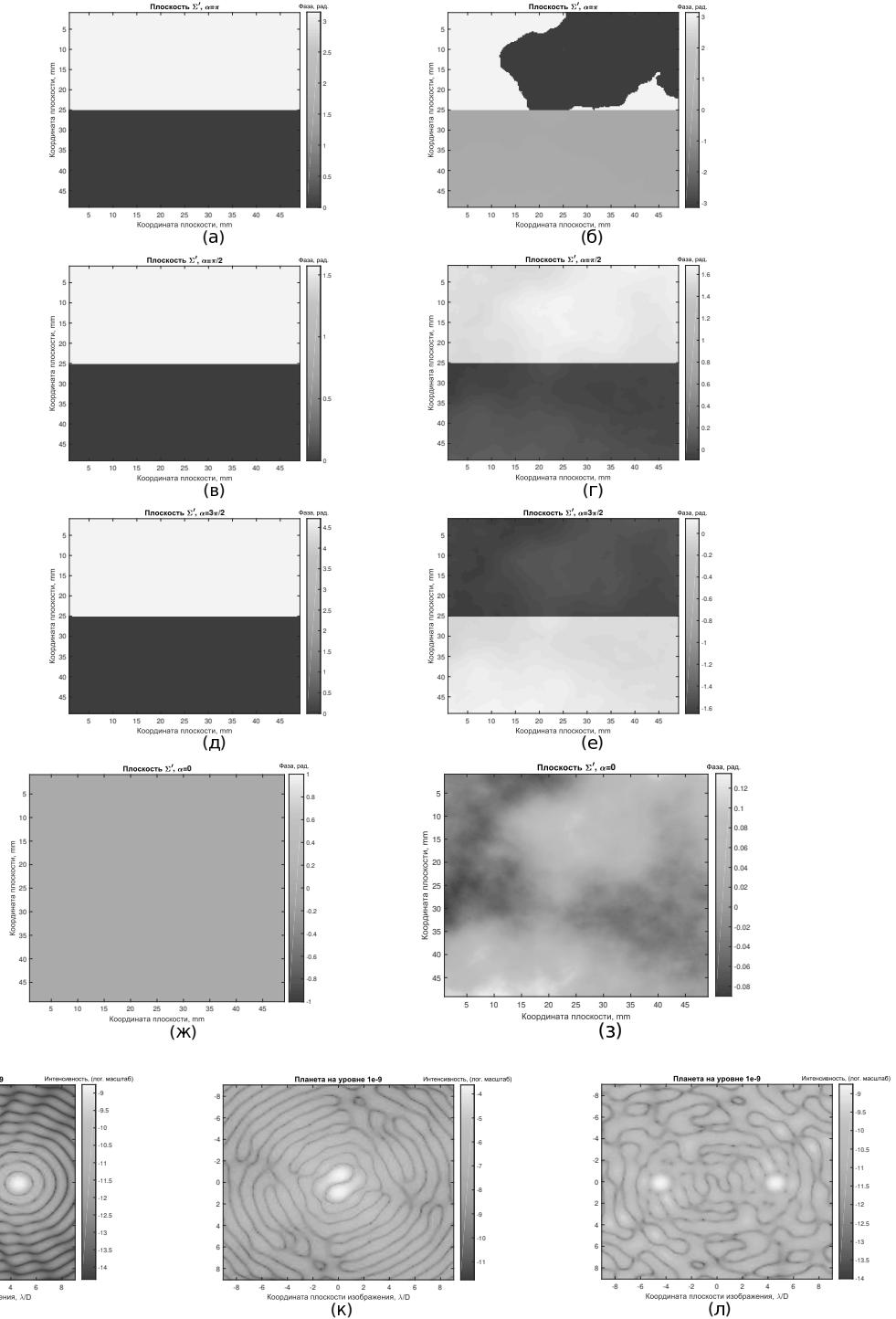
тывающий только  $\Sigma_0$  — как результат изображение планеты неразличимо на уровне спектр-шума. Наконец, при вычислении изображения на рис. 7 *л* учтены также две aberrации в зрачке и в несопряженной плоскости  $(\Sigma_0 + \Sigma_{NCPA})$  и использован определенный четырехшаговым методом PSI корректирующий экран — как результат уровень сигнала планеты превосходит уровень спектр-шума, так что модельная планета визуально различима над уровнем шума.

Промежуточный вывод: метод PSI пошагового сдвига на половине зрачковой плоскости и сопряженной с плоскостью сложения волн в интерферометре вращательного сдвига на  $180^\circ$  хорошо применим для определения фазового распределения, используемого для коррекции ВФ, в том числе и искаций ВФ, обусловленных aberrациями необщего пути ( $\Sigma_{NCPA}$ ) в несопряженных плоскостях.

#### 4.4. Неточности и ошибки, допустимые при коррекции ВФ для визуализации планеты на рассеянном фоне звезды

В качестве критерия визуализации планеты на рассеянном фоне звезды можно считать усредненное по радиусу сечение (2D radial average). Так, если максимум, обусловленный сигналом планеты (на астроцентрическом расстоянии  $5\lambda/D$  в рассмотренном случае), превышает другие максимумы, обусловленные спектр-шумом, то планету будем считать визуализированной или различимой на фоне звезды. Поэтому для последующего анализа приведены вычисленные как двумерные коронографические изображения, так и соответствующие усредненные по радиусу сечения.

На рис. 8 показано ухудшение качества коронографического изображения при неточности коррекции ВФ, вследствие возрастающего биннирования (binning). При биннировании шаг пикселя огрубляется, т. е. учитывается меньшее число пикселей в изображении. Физически при биннировании группа пикселей работает как один пиксель с усредненным значением. На рис. 8 *а*, *б* вычисления проводили с корректирующим экраном  $\Sigma'$ , учитывающим  $\sim 400 \times 400$  пикселей (биннирование 1). Здесь имеющая начальный контраст  $C^{-1} = 10^{-9}$  планета (и ее копия) на астроцентрическом расстоянии  $5\lambda/D$  достоверно визуализированы на уровне фона. На рис. 8 *в*, *г* учтены  $\sim 200 \times 200$  пикселей в зрачке  $\Sigma'$  (биннирование 2), на рис. 8 *д*, *е*  $\sim 100 \times 100$  пикселей на зрачок  $\Sigma_0$  (биннирование 4), как следствие планета (на  $5\lambda/D$ ) становится все менее заметной

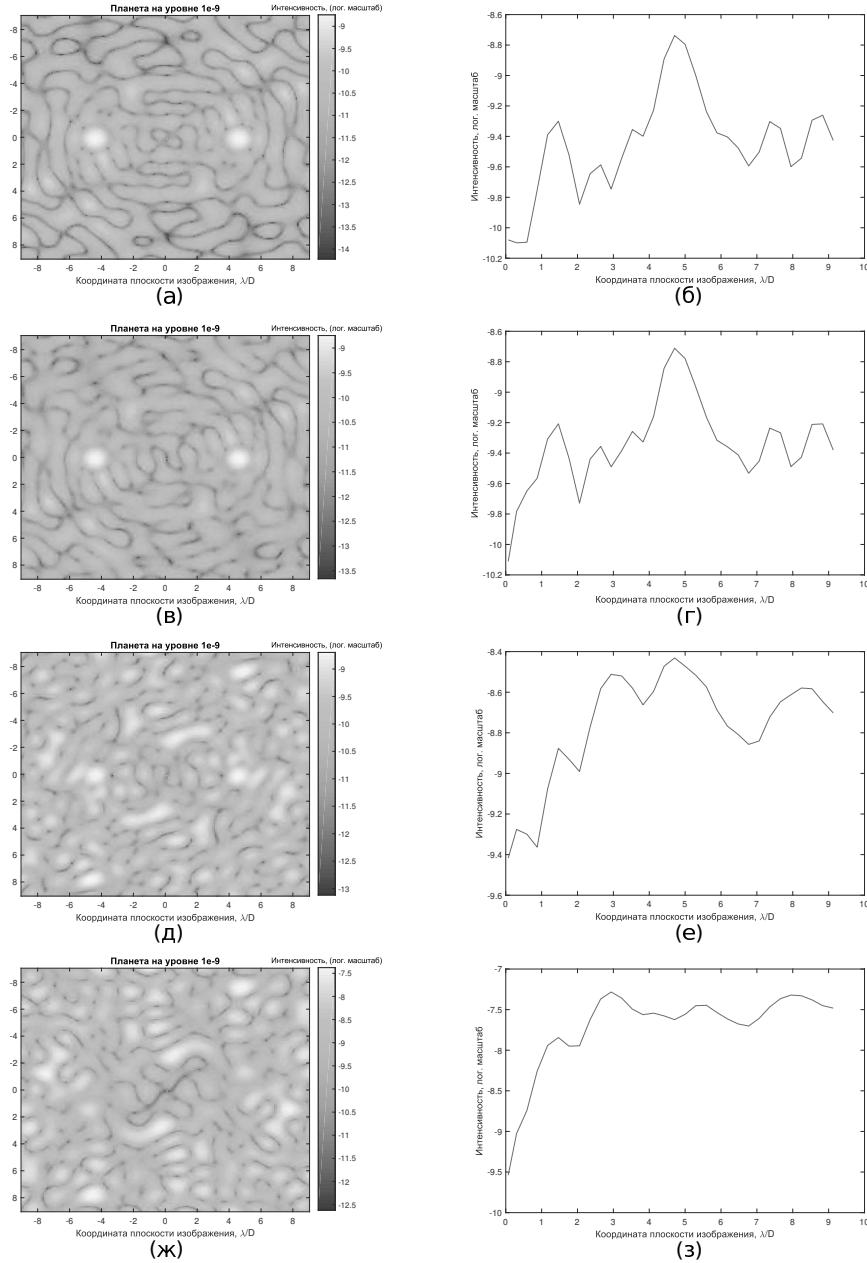


**Рис. 7.** Коронографические изображения для начального контраста  $C = 10^9$ , когда поданы аберрации  $\Sigma_0$  или  $(\Sigma_0 + \Sigma_{NCPA})$ , определен и подан корректирующий фазовый компонент  $-\phi(u', v')$

на уровне спектрального шума. При биннировании 8, когда корректируют только  $50 \times 50$  пикселей (рис. 8 ж, з), сигнал планеты в усредненном радиальном сечении не превышает уровень шума — планета не визуализи-

зирована, согласно принятому выше критерию.

Таким образом, при рассмотренных уровнях искажений ВФ (СКО:  $\sigma = 10$  нм в зрачке  $\Sigma_0$  и  $\sigma = 1$  нм в несопряженной плоскости  $\Sigma_{NCPA}$ ) для визуализа-



**Рис. 8.** Коронографические изображения (слева) планеты на астроцентрическом расстоянии  $5\lambda/D$  с начальным контрастом  $C^{-1} = 10^{-9}$  и соответствующие им радиальные сечения, усредненные по углу, (справа) при различных параметрах биннирования как уменьшения числа пикселей в зрачке  $\Sigma'$ , где находится АО. а), б) Биннирование = 1,  $\approx 400 \times 400$  пикселей в  $\Sigma'$ . в), г) Биннирование = 2,  $\approx 200 \times 200$  пикселей в  $\Sigma'$ . д), е) Биннирование = 4,  $\approx 100 \times 100$  пикселей в  $\Sigma'$ . ж), з) Биннирование = 8,  $\approx 50 \times 50$  пикселей в  $\Sigma'$

ции планеты с начальным контрастом  $C^{-1} = 10^{-9}$  на астроцентрическом расстоянии  $5\lambda/D$  достаточно не менее  $100 \times 100$  управляемых по фазе пикселей в зрачке. На первый взгляд этот вывод противоречит теореме Котельникова о достаточности  $2N \times N$ , где  $N = 5$ , т. е.  $10 \times 10$  пикселей в зрачке оптиче-

ской системы для коррекции угловой частоты  $f_{5\lambda/D}$ . Но очевидно, что только фазовая коррекция зрачка не полностью решает поставленную задачу с теоретической точностью, так как aberrации  $\Sigma_{NCPA}$  в несопряженной плоскости имеют дополнительный эффект амплитудных aberrаций, которые остаются

некорректированными.

На рис. 9 показано ухудшение качества коронографического изображения при неточности коррекции ВФ, вследствие возрастающей ошибки корректирующего ВФ  $\Sigma'$ . Здесь в каждом  $(k, l)$  пикселе плоскости  $\Sigma' = (u', v')$  вместо правильного корректирующего значения  $-\phi(u', v')$  учтено значение фазы  $-\phi(u', v') \pm \Delta\phi_{k,l}$  с ошибкой  $\Delta\phi_{k,l}$ , которая распределена по нормальному случайному закону и рассчитывается в долях длины волны ( $\lambda/n$ ). Чтобы проследить допустимую ошибку коррекции ВФ, обусловленную неточностью АО, на рис. 9 биннирование = 1 везде, кроме последних рис. 9 *и*, *к* (биннирование = 4), для оценки совместного вклада биннирования и вклада неточности коррекции. На рис. 9 *а*, *б* ошибка АО составила малую величину  $\Delta\phi \leq \lambda/10000$ , так что наблюдают качественную коррекцию ВФ с уверенной визуализацией планеты (с начальным контрастом  $C^{-1} = 10^{-9}$ ). На рис. 9 *в*, *г* ошибка коррекции АО составила уже величину  $\Delta\phi \leq \lambda/1000$ , так что коррекция ВФ все еще достаточна для визуализации планеты с  $C^{-1} = 10^{-9}$ . На рис. 9 *д*, *е* ошибка АО составила величину  $\Delta\phi \leq \lambda/500$ , и точность коррекции ВФ становится недостаточной для визуализации планеты с  $C^{-1} = 10^{-9}$ . В то же время, точность коррекции ВФ с ошибкой  $\Delta\phi \leq \lambda/500$  достаточна для визуализации планеты с меньшим начальным контрастом  $C^{-1} = 10^{-8}$ , см. рис. 9 *ж*, *з*.

Совместный эффект биннирования = 4 и ошибки коррекции ВФ АО  $\Delta\phi \leq \lambda/500$  показаны на рис. 9 *и*, *к*, что несколько ухудшает предыдущий результат, но остается удовлетворительным для визуализации планеты с контрастом  $C^{-1} = 10^{-8}$  на фоне звезды. Возможно, более точным практическим критерием влияния ошибок может быть уровень спекл-шума на заданном астроцентрическом расстоянии при усреднении нескольких реализаций. Численное моделирование показывает, что для визуализации планеты с начальным контрастом  $C^{-1} = 10^{-9}$  предъявляют очень высокие требования к точности коррекции ВФ фазовой адаптивной оптики, допустимая ошибка не ниже  $\lambda/1000$  и число активных пикселей с фазовой коррекцией не менее  $100 \times 100$  на площадь зрачка.

#### 4.5. Эксперимент по измерению и коррекции ВФ в интерференционном коронографе

##### 4.5.1. Схема лабораторного эксперимента

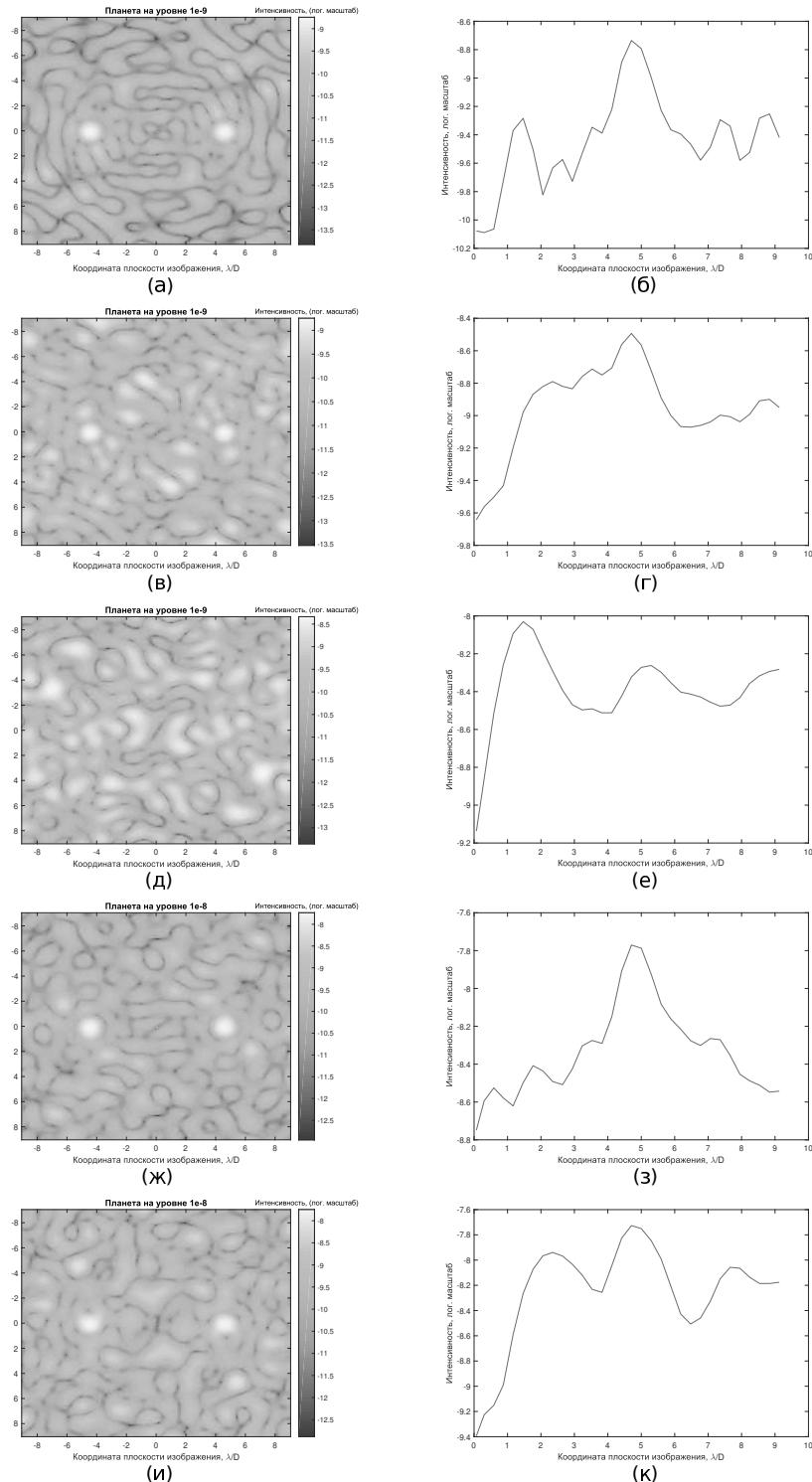
Схема интерференционного коронографа AIC-180° и фотография лабораторного эксперимента по-

казаны на рис. 10.

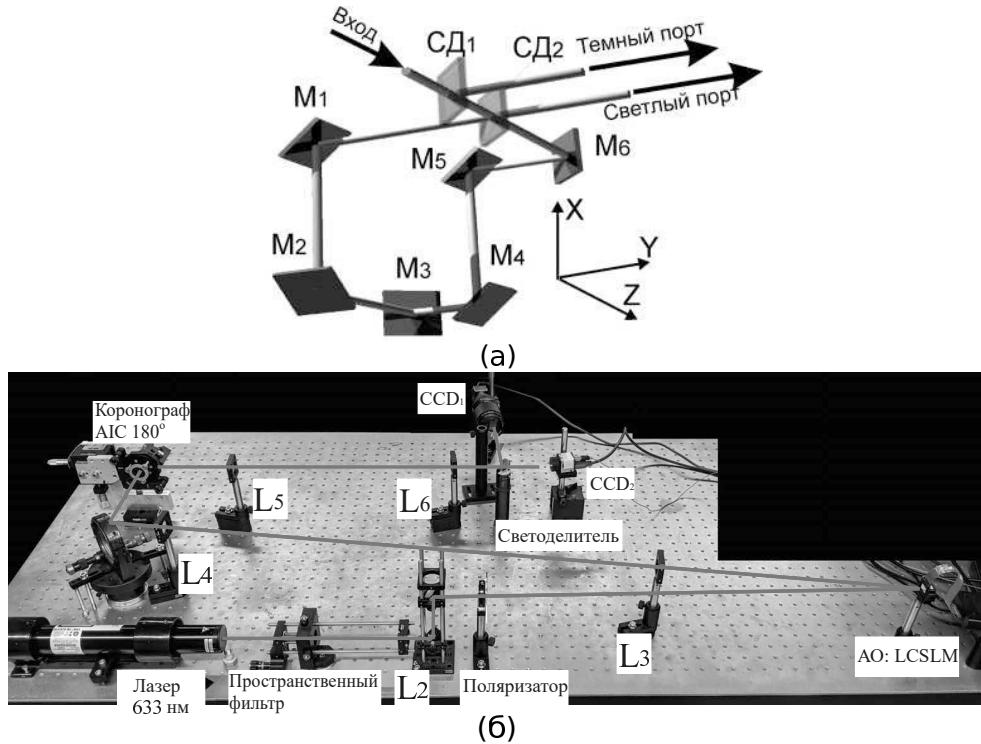
В эксперименте свет от гелий-неонового лазера проходит через пространственный фильтр и далее через коллимационную линзу ( $L_2$ ), линейный поляризатор, фазовый пространственный модулятор LC-SLM в направлении интерференционного коронографа ИВС 180° (achromatic interferometric coronagraph (AIC-180°)). Линзы  $L_3-L_4$  оптически переносят зрачковую плоскость  $\Sigma'$  (рис. 5) (где установлен LC-SLM) в плоскость светоделителя ИВС 180°, где происходит сложение волн. После коронографа расположен еще один светоделитель (СД). В одном направлении (после светоделителя) создана плоскость изображения, там расположена  $CCD_1$  (камера поля), с помощью которой наблюдают коронографическое изображение в фокальной плоскости. В другом направлении после светоделителя (СД) расположены дополнительная линза ( $L_6$ ) для создания оптической плоскости вторичного зрачка, где расположена вторая  $CCD_2$ . В этой плоскости, оптически сопряженной со зрачком, определяли распределение ВФ, согласно алгоритмам (8)–(11). Между LC-SLM и коронографом линзы ( $L_3-L_4$ ) согласовывают оптические плоскости зрачка  $\Sigma'$  (рис. 5), где установлен LC-SLM, и плоскость зрачка  $\Sigma''$  (рис. 5), где установлен коронограф. Плоскость  $\Sigma''$  совмещена с плоскостью светоделителя ИВС 180°, где происходит суперпозиция (сложение) интерферирующих волн.

В лабораторном эксперименте мы использовали более доступный (в коммерческом плане в России) жидкокристаллический (ЖК) фазовый пространственный модулятор, вместо прецизионного деформируемого зеркала. Это имеет некоторые преимущества и некоторые недостатки, которые целесообразно отметить в контексте функционирования АО для коронографа.

В числе преимуществ ЖК фазового пространственного модулятора (phase-only LC-SLM [18]) следует отметить существенно большее число адресуемых пикселей более  $1500 \times 1000 = 1.5 \cdot 10^6$  по сравнению с меньшим числом актуаторов  $D3 \sim 10^3 \dots 10^4$ . Также возможна амплитудно-фазовая и поляризационная модуляция при использовании поляризационных устройств. Амплитудно-фазовая модуляция происходит, например, при постановке поляризатора до и после LC-SLM, при углах пропускания, отличающихся от направления главной (поляризационной) оси LC-SLM. Возможна реализация произвольной поверхности ВФ, в том числе и с разрывами ВФ, что практически невозможно с  $D3$ . В числе основных недостатков следует от-



**Рис. 9.** Коронографические изображения (слева) планеты на астроцентрическом расстоянии  $5\lambda/D$  с начальными конtrастами  $C^{-1} = 10^{-9}$  а)-е) и  $10^{-8}$  ж)-к) и соответствующие им радиальные сечения, усредненные по углу (справа), при различной величине ошибки  $\Delta\phi$  АО в зрачке  $\Sigma'$  при подаче корректирующей фазы  $-\phi$  (по величине СКО): а), б)  $\Delta\phi \leq \lambda/10000$  (биннирование = 1); в), г)  $\Delta\phi \leq \lambda/1000$  (биннирование = 1); д), е), ж), з)  $\Delta\phi \leq \lambda/500$  (биннирование = 1); и), к)  $\Delta\phi \leq \lambda/500$  (биннирование = 4)

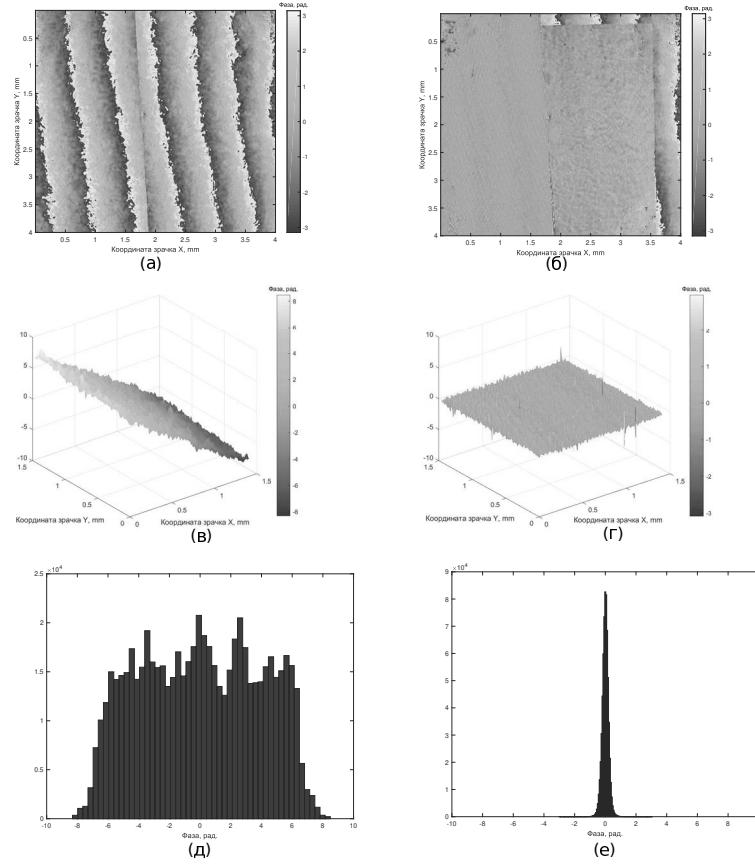


**Рис. 10.** Оптическая схема интерференционного коронографа вращательного сдвига на  $180^\circ$  (а) и фотография (б) лабораторного эксперимента по коррекции ВФ с измерением искажений ВФ после интерференционного коронографа. Обозначены лазер, пространственный фильтр: линза  $L_1$ , линза-коллиматор  $L_2$ , линейный поляризатор, ЖКК пиксельный (пространственный) модулятор света (phase-only LC-SLM), интерференционный коронограф (AIC- $180^\circ$ ) (показан в увеличенном размере на рис. а)), светоделитель, фокусирующие линзы  $L_3-L_5$ ,  $CCD_1$  (камера поля), фокусирующая линза  $L_6$  для формирования зрачковой плоскости,  $CCD_2$  (в зрачковой плоскости)

метить, в первую очередь, существенно меньшую точность фазовой модуляции, номинально  $\lambda/100-\lambda/200$  ( $\approx 5\pi/2^8 = 2.5\lambda/256$ ), что недостаточно для наблюдения экзопланет, наличие фликера (дрожания) фазы. Также имеются отличные от ДЗ краевые эффекты пикселей, обусловленными физическими границами пикселей, относительные размеры модулируемой и не модулируемой зон описывает fill factor. Между актуаторами ДЗ нет видимых границ (со стороны мембранныго зеркала), но применяют функцию (form-factor), которая наиболее точно аппроксимирует фазовое распределение по дискретному числу актуаторов, учитывая особенности соединения актуаторов с мембранным с ДЗ и реакцию соседней зоны (crosstalk). Наконец, следует учитывать хроматизм LC-SLM, вследствие дисперсионных свойств материала ЖК, по сравнению с ДЗ с эффективной свободной дисперсией  $d$  оптической длины пути,  $d/\lambda$ .

Проанализируем основной недостаток по точности ЖКК пространственного модулятора и указа-

жем возможные способы функционирования LC-SLM для звездного коронографа. Для эффективного увеличения точности фазовой модуляции (более чем на порядок) возможно применение принципа (существенно) несбалансированного интерферометра [19]. Так, в двухлучевом интерферометре можно сложить две когерентные волны с неравными амплитудами, например, различающимися на порядок (в общем случае в  $k$  раз). Внутри несбалансированного интерферометра в одном плече fazу волны, с меньшей амплитудой, корректируют, при этом учитывают точность фазовой модуляции. В другом плече интерферометра модуляцию фазы волны не проводят и интерференционно складывают волны на светоделителе. Если измерить глубину фазовой модуляции результирующей волны (после сложения), то она окажется меньше чем глубина фазовой модуляции слабой по амплитуде волны. Таким образом, возможно эффективно уменьшить ошибку модуляции. Подробное описание этого метода можно найти в [19]. В настоящей работе



**Рис. 11.** Коррекция ВФ, содержащего наклон плоскости зрачка более чем на  $2.5\lambda$ : а) нескорректированный ВФ, б) скорректированный ВФ, в), г) нескорректированный и скорректированный фрагменты ВФ с соответствующими гистограммами отсчетов д, е

отметим, что под атмосферой ВФ искажен турбулентцией и содержит значительную ошибку ВФ, превышающую несколько длин волн оптического диапазона. Метод несбалансированного интерферометра увеличит точность коррекции ВФ, если ошибка ВФ существенно меньше длины волны  $\lambda$  (хотя бы на порядок  $\sim \lambda/10\dots \sim \lambda/100$ ). Поэтому для точной коррекции ВФ в режиме наземного телескопа возможно использовать два пиксельных исполнительных элемента с точностью порядка  $\lambda/100$ , один из которых установлен на входе перед несбалансированным интерферометром, а другой внутри интерферометра в плече с меньшей амплитудой. В заатмосферном космическом телескопе получают дифракционно-ограниченное изображение, так что искажение ВФ обычно в несколько раз меньше центральной длины волны  $\lambda$ . Здесь также можно использовать LC-SLM в несбалансированном интерферометре, в квазистатическом режиме по быстродействию корректирующей АО.

#### 4.5.2. Экспериментальные результаты по коррекции ВФ

Вначале покажем некоторые результаты коррекции ВФ по измерениям в зрачковой плоскости на  $CCD_2$ , см. рис. 10.

На рис. 11 показан результат эксперимента по коррекции больших искажений волнового фронта, превосходящих по диапазону длину волны  $\lambda$  (одну полосу интерференции), в данном случае, наклон плоскости зрачка был в диапазоне более чем  $2.5\lambda$ . Нескорректированное распределение ВФ, показанное на рис. 11 а, было скорректировано, см. рис. 11 б, в активной области модулятора LC-SLM с применением методики, описанной выше. Достигнутая точность ( $\sigma \approx \lambda/30$ ) восстановления ВФ получена в результате двух итераций. Вторая итерация эффективно компенсирует нелинейность фазового отклика LC-SLM при искажениях в большом диапазоне. На рис. 11 в, г показаны профили фазовых поверхно-

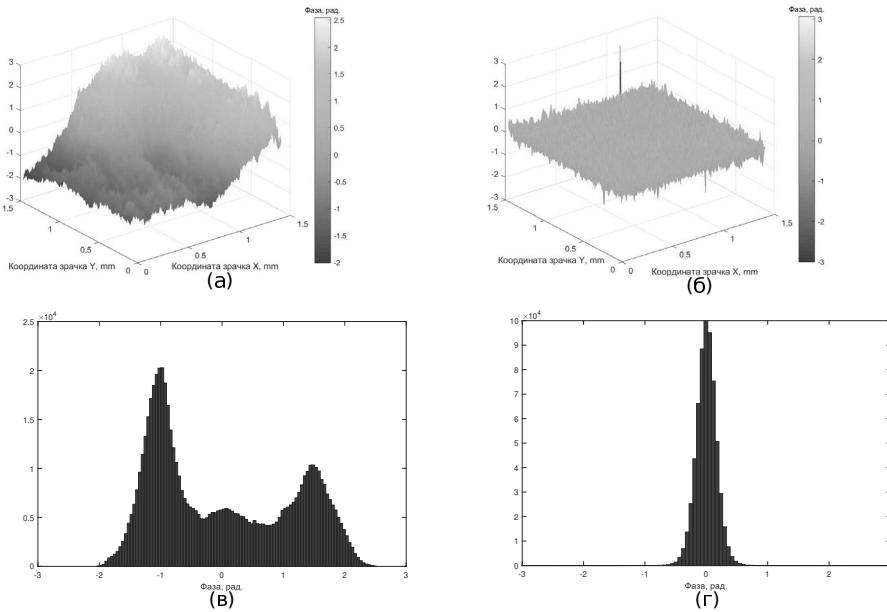


Рис. 12. Коррекция ВФ: а) нескорректированный ВФ, б) скорректированный ВФ, с соответствующими гистограммами отсчетов в, г

стей фрагмента предыдущих изображений до коррекции и после соответственно. На рис. 11 *д, е* приведены соответствующие гистограммы. После коррекции волновой фронт имеет среднеквадратичное отклонение  $\sigma \approx \lambda/30$ .

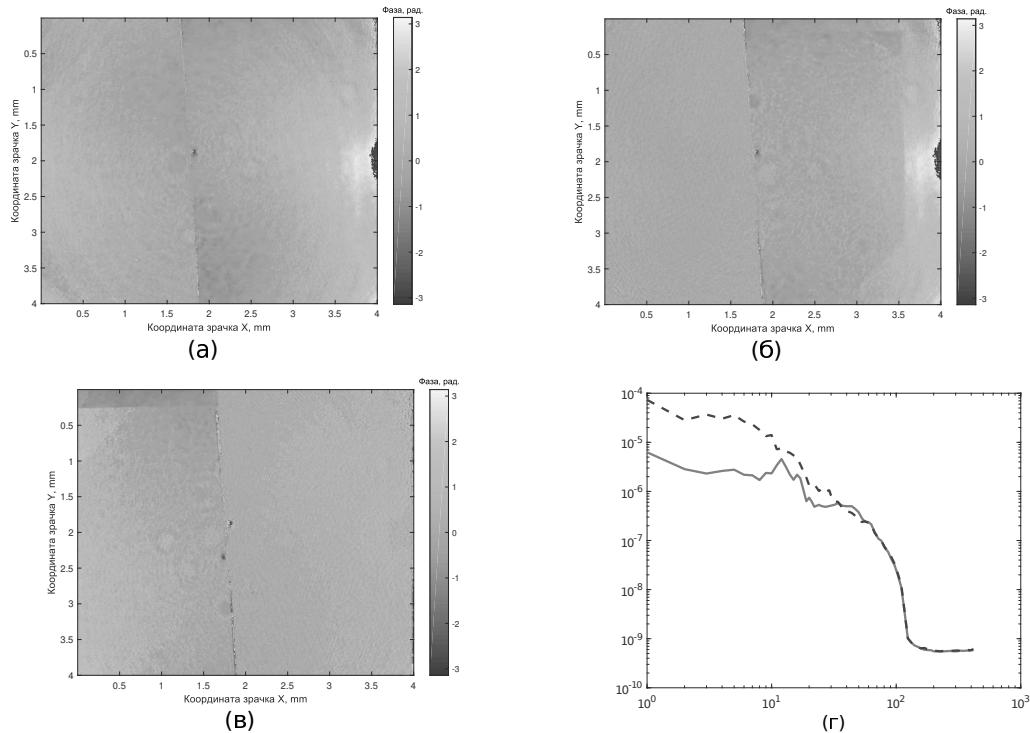
Результат коррекции распределения ВФ, более сложного, чем наклон, показан на рис. 12. Нескорректированное распределение ВФ, показанное на рис. 12 *а*, было скорректировано, как показано на рис. 12 *б*. Соответствующие гистограммы отсчетов фазы ВФ приведены на рис. 12 *в* и *г*. После коррекции волновой фронт имеет среднеквадратичное отклонение  $\sigma \approx \lambda/40$ .

На рис. 13 показана коррекция практически плоского ВФ со среднеквадратичным отклонением  $\sigma \approx \lambda/5$  (по фрагменту нескорректированного ВФ). Нескорректированный ВФ показан на рис. 13 *а*, скорректированные поочередно левая и правая части показаны на рисунках *б* и *в* соответственно. В оптической схеме данного эксперимента (см. рис. 10) пространственный модулятор фазы был установлен до ИВС  $180^\circ$ , что позволяет скорректировать симметричные искажения ВФ одновременно на двух половинах зрачковой плоскости. Но несимметричные искажения ВФ (возникающие непосредственно внутри интерферометра) можно скорректировать только поочередно или на левой, или на правой половинах зрачковой плоскости, рис. 13 *б* и *в* со-

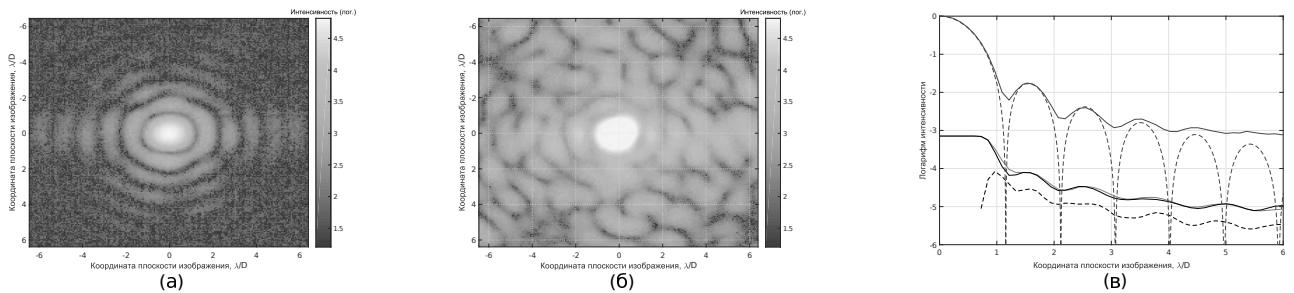
ответственно. При анализе спектра мощности ошибок, усредненного по радиальным сечениям (radially averaged power spectrum density, PSD), на полуплоскости зрачка до коррекции (показан синей пунктирной линией) и после (показан красной сплошной линией) видно на рис. 13 *г*, что эффективно корректируются (более чем на порядок) неоднородности с пространственными частотами (с характерным размером) менее  $1/10$  полуапerture, тогда как более высокие пространственные частоты не корректируются.

Отсутствие коррекции средних и высоких частот можно объяснить присутствием aberrаций необщего пути, которые обусловливают нескорректированные амплитудные ошибки на средних и высоких частотах.

Эксперименты по коррекции ВФ (аналогично, показанным выше в зрачковой плоскости) также наблюдали в фокальной плоскости на  $CCD_1$ , где фиксировали коронографические изображения. Так, на рис. 14 показаны изображения (в логарифмическом масштабе по вертикальной шкале интенсивности), полученные в эксперименте: *а* — некоронографическое изображение (аналогично изображению на светлом порте интерферометра) — фактически изображение точечного источника (ФРТ) с хорошо наблюдаемыми кольцами Эйри, при экспозиции 0.02 мс; *б* — коронографическое изображение,



**Рис. 13.** Коррекция плоского ВФ: а) нескорректированный ВФ; б), в) скорректированные левая и правая полуплоскости; г) усредненный по радиальным сечениям спектр мощности ошибок (PSD), синяя штриховая линия — до коррекции, красная сплошная линия — после коррекции



**Рис. 14.** Экспериментальные изображения. а) Некоронографическое изображение (экспозиция 0.02 мс). б) Коронографическое изображение, при коррекции ВФ приблизительно с  $\sigma \approx \lambda/40$  (экспозиция  $\approx 30$  мс). в) Усредненные радиальные сечения: синяя сплошная линия для некоронографического изображения а, красная сплошная линия для коронографического изображения б, синяя штриховая линия для радиального сечения теоретической ФРТ, черная сплошная линия — сечение другой реализации в другой момент времени коронографического изображения, черная штриховая линия — усредненное сечение разности двух коронографических изображений

полученное при коррекции ВФ приблизительно со среднеквадратичным отклонением  $\sigma \approx \lambda/40$ . Здесь при экспозиции  $\approx 30$  мс хорошо видно спекл-поле на астроцентрическом расстоянии (от центра ФРТ) на месте колец Эйри. По изображениям рис. 14 а и б были построены усредненные радиальные сечения, показанные на рис. 14 в синей сплошной и

красной сплошной линиями соответственно. Также на рис. 14 в показаны радиальное сечение теоретической ФРТ ( $2J_1(r)/r$ )<sup>2</sup> — синяя штриховая линия, усредненное радиальное сечение другой реализации в другой момент времени изображения, аналогично б — черная сплошная линия и радиально усредненное сечение разности двух коронографических

изображений, полученных в разные моменты времени — черная штриховая линия. Разность коронографических изображений подразумевает постобработку, при которой так называемые статистические (statsic) спеклы допускают вычитание и показывают возможность дополнительного выигрыша в коронографическом контрасте.

В астроцентрической области шире, чем второе кольцо Эйри ( $< 2\lambda/D$ ), нами экспериментально получен контраст, в  $10^5$  превышающий значение ФРТ в максимуме. При достаточной статистике спекл-поля постобработка способна улучшить это значение еще на два порядка, что пока не показано в данном лабораторном эксперименте и, по-видимому, потребует большей статистики изображений.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы исследовали как теоретически, так и в модельном, а также и в лабораторном экспериментах новую методику коррекции ВФ для задачи наблюдения экзопланет в астрономическом дифракционно-ограниченном изображении в окрестности звезды на астроцентрическом расстоянии в несколько дифракционных радиусов от родительской звезды. Предложенная методика работоспособна в части измерения и коррекции волнового фронта. В частности, для визуализации Земли в окрестности Солнца с контрастом  $10^9$  требуется получить точность коррекции лучше  $\lambda/500$  на управляемых  $500 \times 500$  пикселях.

Согласно приведенным зарубежным публикациям практически возможно получить ограниченную зону в плоскости изображения, где рассеянный фон излучения звезды (спекл-поле) ослаблен до уровня детектирования слабого сигнала от экзопланеты и где неосевой сигнал экзопланеты практически не ослаблен. Это достигается комбинацией сверхточных систем АО и масочного коронографа Лио. В процессе коррекции ВФ нетривиальной задачей является измерение ВФ после коронографа, где учтены aberrации необщего пути, из-за чего стандартные измерители ВФ (датчики Гартмана и др.) оказываются неточными и содержат дополнительные источники ошибок. Предложенный нами новый метод измерения и коррекции ВФ в настоящее время доведен до экспериментального качества волнового фронта лучше  $\lambda/40$ , что пока примерно на порядок хуже целевого показателя ( $\lambda/500$ ). Несмотря на это достижение целевой точности коррекции ВФ будет совершенствоваться в дальнейшей работе с возможным привлечением дополнительных методик. При

достигнутой точности коррекции показан экспериментальный коронографический контраст, лучше, чем  $10^5$ , на астроцентрическом расстоянии более 2 дифракционных радиусов  $2\lambda/D$  на длине волны 633 нм.

**Финансирование.** Авторы признательны Правительству Российской Федерации и Министерству высшего образования и науки РФ за поддержку в рамках гранта № 075-15-2020-780 (№ 13.1902.21.0039).

## ЛИТЕРАТУРА

1. W. Traub and B. Oppenheimer, in *Exoplanets*, ed. by S. Seager, University of Arizona Press, Tucson, Arizona, (2011), pp. 111–156.
2. A.V. Yudaev, O.Y. Yakovlev, A.V. Kiselev et al., Sol. Syst. Res. **55**, 367 (2021).
3. O. Guyon, Annu. Rev. Astron. Astrophys. **56**, 315 (2018).
4. D. Mawet, L. Pueyo, P. Lawson et al., ArXiv astroph/arXiv:1207.5481.
5. O. Guyon, E.A. Pluzhnik, M.J. Kuchner et al., Astrophys. J. **167**, 81 (2006).
6. N.J. Kasdin, V.P. Bailey, B. Mennesson et al., Proc. SPIE **11443**, *Space Telescopes and Instrumentation 2020: Optical, Infrared, and Millimeter Wave*, 114431U (2020).
7. A. Tavrov, S. Kameda, A. Yudaev et al., J. Astron. Telesc. Instrum. Syst. **4**, 044001 (2018).
8. P.N. Frolov, B.B. Shkurskii, A.V. Kiselev et al., Sol. Syst. Res. **47**, 477 (2013).
9. Дж. Гудмен, *Введение в фурье-оптику*, Мир, Москва (1970).
10. H. Yang and X. Li, in *Simulated Annealing, Theory with Applications*, ed. by R. Chibante, IntechOpen, London, UK (2010), Ch. 15, p. 275.
11. Y. Liu, J. Ma, B. Li et al., Proc. SPIE **8415**, *6th International Symposium on Advanced Optical Manufacturing and Testing Technologies: Large Mirrors and Telescopes*, 841504 (2012).
12. P.J. Bordé and W.A. Traub, Astrophys. J. **638**, 488 (2006).
13. Jo. L. Sayson, G. Ruane, D. Mawet et al., J. Astron. Telesc. Instrum. Syst. **5**, 019004 (2019).
14. A.V. Tavrov, Y. Kobayashi, Y. Tanaka et al., Opt. Lett. **30**, 2224 (2005).

15. *Оптический производственный контроль*, под ред. Д. Малакары, Машиностроение, Москва (1985).
16. M. Beaulieu, L. Abe, P. Martinez et al., Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **469**, 218 (2017).
17. J. Krist, A.J. Riggs, J. McGuire et al., Proc. SPIE **10400**, *Techniques and Instrumentation for Detection of Exoplanets VIII*, 1040004 (2017).
18. <https://holoeye.com/spatial-light-modulators/>.
19. I. Shashkova, B. Shkursky, P. Frolov et al., J. Astron. Telesc. Instrum. Syst. **2**, 011011 (2015).