

## УПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ПРОТОНОВ НА ЯДРАХ ${}^3\text{He}$ В МОДЕЛИ ГЛАУБЕРА С УЧЕТОМ СПИНОВ

© 2024 г. М. Н. Платонова<sup>1), 2)</sup>, Н. Т. Турсунбаев<sup>2), 3), 4)\*</sup>, Ю. Н. Узиков<sup>2), 3), 4)\*</sup>

Поступила в редакцию 27.09.2023 г.; после доработки 03.10.2023 г.; принята к публикации 03.10.2023 г.

Дифференциальные сечения и анализирующие способности упругого  $p^3\text{He}$ -рассеяния при энергиях  $156 \leq T_p \leq 1000$  МэВ рассчитаны на основе дифракционной модели Глаубера с учетом спиновой зависимости  $NN$ -амплитуд. Впервые получены явные формулы для всех шести инвариантных амплитуд  $p^3\text{He}$ -рассеяния для механизмов одно-, дву- и трехкратного рассеяния падающего протона с нуклонами ядра-мишени. Найдено хорошее согласие с экспериментальными данными как для сечений, так и для спиновых наблюдаемых в передней полусфере углов рассеяния. Также получены явные выражения для амплитуд  $p^3\text{He}$ -рассеяния с нарушением инвариантности относительно обращения времени, но с сохранением  $P$ -четности, которые могут быть использованы для тестирования  $T$ -инвариантности в этом и других процессах.

DOI: 10.31857/S0044002724010087, EDN: KEANTE

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Упругое  $p^3\text{He}$ -рассеяние, наряду с  $pd$ -рассеянием, является одним из простейших процессов соударения нуклона с ядром. Исследование таких процессов позволяет получить новую информацию о структуре легчайших ядер и о природе нуклон-нуклонного взаимодействия. Особенно важными в этом отношении являются измерения с поляризованным протоном и/или ядром-мишенью, позволяющие получить спиновые наблюдаемые, чувствительные к тонким деталям двух- и трехнуклонных сил. В отличие от дейтрона, имеющего спин 1, ядро  ${}^3\text{He}$  имеет спин  $1/2$ . Поэтому если в  $pd$ -рассеянии, с учетом инвариантности относительно обращения времени и пространственного отражения, имеются 12 спин-зависящих инвариантных амплитуд, то в  $p^3\text{He}$ -рассеянии таких амплитуд всего шесть, т.е. структура полной амплитуды  $p^3\text{He}$ -рассеяния аналогична структуре амплитуды  $NN$ -рассеяния.

Надежно апробированным подходом для описания рассеяния нуклонов достаточно высоких энергий на ядрах является дифракционная

модель Глаубера, учитывающая процессы всех кратностей рассеяния — одно-, дву- и т.д., вплоть до  $A$ -кратных соударений падающего нуклона с нуклонами мишени, где  $A$  — число нуклонов в ядре-мишени. Глауберовская модель хорошо работает для достаточно “рыхлых” ядер и небольших углов рассеяния, когда элементарные соударения нуклонов происходят вблизи энергетической поверхности, а отдача ядра несущественна. Обобщение модели упругого  $pd$ -рассеяния в теории Глаубера на случай учета спиновой структуры  $NN$ -амплитуд и  $D$ -волновой дейтронной функции было сделано в работах [5–7]. Позже в рамках этой модели было получено хорошее описание дифференциальных сечений и различных спиновых наблюдаемых  $pd$ -рассеяния в переднюю полусферу углов в широком интервале энергий  $135 \leq T_p \leq 1000$  МэВ [3, 4]. В данной работе развит формализм и получены результаты численных расчетов для упругого  $p^3\text{He}$ -рассеяния в той же области энергий в рамках глауберовской модели с учетом спиновой зависимости  $NN$ -амплитуд. Волновая функция дейтрона имеет более простую структуру и лучше изучена, чем волновая функция  ${}^3\text{He}$ . Поэтому большая часть известных в литературе расчетов для ядра  ${}^3\text{He}$  проводилась с простой гауссовой параметризацией его  $S$ -волновой функции, подогнанной под описание зарядового формфактора  ${}^3\text{He}$ . Мы здесь используем аналогичную параметризацию.

Расчеты дифференциальных сечений и протонных анализирующих способностей  $A_y$  в спин-зависящей модели Глаубера были уже ранее сделаны в работах [5–7]. Однако в настоящей работе были впервые получены явные формулы для всех инвариантных  $p^3\text{He}$ -амплитуд

<sup>1)</sup> Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д. В. Скобельцына, МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, 119991, Россия.

<sup>2)</sup> Лаборатория ядерных проблем им. В. П. Дзелепова, Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, 141980, Россия.

<sup>3)</sup> Физический факультет, МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, 119991, Россия.

<sup>4)</sup> Государственный университет “Дубна”, Дубна, 141980, Россия.

\*E-mail: uzikov@jinr.ru

с учетом одно-, дву- и трехкратного рассеяния падающего протона на нуклонах ядра-мишени. Вычисление амплитуд трехкратного рассеяния (не требовавшееся в случае  $pd$ -соударений) с учетом спиновой зависимости  $NN$ -амплитуд представляет собой весьма трудоемкую задачу. Кроме того, мы впервые получили явные формулы для инвариантных  $p^3\text{He}$ -амплитуд с нарушением  $T$ -инвариантности, но с сохранением  $P$ -четности (Time Violating Parity Conserving — TVPC), которые могут быть использованы для вычисления сигнала нарушения  $T$ -инвариантности в  $^3\text{He}d$ -рассеянии по аналогии с  $pd$ -рассеянием [8, 9].

## 2. ВЫЧИСЛЕНИЕ ИНВАРИАНТНЫХ АМПЛИТУД УПРУГОГО $p^3\text{He}$ -РАССЕЯНИЯ

Полная амплитуда упругого  $p^3\text{He}$ -рассеяния в модели Глаубера определяется суммой амплитуд, соответствующих одно-, дву- и трехкратному рассеянию падающего протона на нуклонах мишени:

$$F_{p\tau} = F_{p\tau}^{(1)} + F_{p\tau}^{(2)} + F_{p\tau}^{(3)}. \quad (1)$$

Амплитуды  $F_{p\tau}^{(i)}$ ,  $i = \overline{1,3}$  имеют вид [5]

$$\begin{aligned} F_{p\tau}^{(1)} &= \sum_i \left\langle \Psi^A \left| \frac{k}{k_i} e^{i\mathbf{q}_i \cdot \mathbf{s}_i} f_i(\mathbf{q}) \right| \Psi^A \right\rangle; \\ F_{p\tau}^{(2)} &= -\frac{1}{2} \sum_{\{ij\}} \left\langle \Psi^A \left| \frac{k}{2\pi i k_i k_j} \times \right. \right. \\ &\times \left. \int d^2 q_j e^{i\mathbf{q}_j \cdot \mathbf{s}_j} e^{i\mathbf{q}_j \cdot (\mathbf{s}_j - \mathbf{s}_i)} f_i(\mathbf{q} - \mathbf{q}_j) f_j(\mathbf{q}_j) \right| \Psi^A \right\rangle; \\ F_{p\tau}^{(3)} &= -\frac{1}{6} \sum_{\{ijk\}} \left\langle \Psi^A \left| \frac{k}{4\pi^2 k_i k_j k_k} \times \right. \right. \\ &\times \left. \int \int d^2 q_j d^2 q_k e^{i\mathbf{q}_j \cdot \mathbf{s}_j} e^{i\mathbf{q}_j \cdot (\mathbf{s}_j - \mathbf{s}_i)} e^{i\mathbf{q}_k \cdot (\mathbf{s}_k - \mathbf{s}_i)} \times \right. \\ &\times \left. f_i(\mathbf{q} - \mathbf{q}_j - \mathbf{q}_k) f_j(\mathbf{q}_j) f_k(\mathbf{q}_k) \right| \Psi^A \right\rangle, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $k$  — импульс в с.ц.и. протона и ядра;  $k_i$  — импульс в с.ц.и. падающего протона и  $i$ -го нуклона мишени;  $\mathbf{s}_i$  — компонента радиус-вектора  $i$ -го ядерного нуклона, перпендикулярная направлению падающего пучка.

Мы использовали в расчетах полностью антисимметричную волновую функцию ядра  $^3\text{He}$  [10]

$$\Psi^A = \Psi_X^S \xi^a, \quad (3)$$

где  $\Psi_X^S$  — симметричная координатная функция с параметром  $c^{-1} = 1.56\sqrt{2}$  фм [11]:

$$\Psi_X^S = N e^{-c^2(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2)}, \quad N = \frac{2\sqrt{2}c^3}{(\sqrt{3}\pi)^{3/2}}, \quad (4)$$

а  $\xi^a$  — антисимметричная спин-изоспиновая функция, построенная из состояний  $\chi'(\zeta')$  и  $\chi''(\zeta'')$  с фиксированной проекцией спина (изоспина) ядра и фиксированным спином (изоспином) подсистемы нуклонов  $\{23\}$ , равным 0 и 1 соответственно [10];

$$\xi^a = \frac{1}{\sqrt{2}}(\chi'\zeta'' - \chi''\zeta'). \quad (5)$$

Вводя формфактор

$$S(q) = \left\langle \Psi_X^S \left| e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_1} \right| \Psi_X^S \right\rangle = e^{-q^2/12c^2} \quad (6)$$

и полагая в приближении Глаубера  $\mathbf{q}\mathbf{r}_1 = \mathbf{q}\mathbf{s}_1$ , мы можем выполнить интегрирование по координатам ядерных нуклонов в формулах (2). В результате получаем следующие формулы:

$$\begin{aligned} F_{p\tau}^{(1)} &= \frac{3k}{k_{pN}} S(q) \left\langle \xi^a \left| f_1(\mathbf{q}) \right| \xi^a \right\rangle; \\ F_{p\tau}^{(2)} &= -\frac{3k}{2\pi i (k_{pN})^2} S\left(\frac{q}{2}\right) \int d^2 q' S(\sqrt{3}q') \times \\ &\times \left\langle \xi^a \left| f_1(\mathbf{q}_1) f_2(\mathbf{q}_2) \right| \xi^a \right\rangle; \\ F_{p\tau}^{(3)} &= -\frac{k}{4\pi^2 (k_{pN})^3} \int \int d^2 q' d^2 q'' S(\sqrt{3}q') S\left(\frac{3q''}{2}\right) \times \\ &\times \left\langle \xi^a \left| f_1(\mathbf{q}_1) f_2(\mathbf{q}_2) f_3(\mathbf{q}_3) \right| \xi^a \right\rangle, \end{aligned} \quad (7)$$

где векторы  $\mathbf{q}_1$  и  $\mathbf{q}_2$  в амплитуде двукратного рассеяния определены как

$$\mathbf{q}_1 = \mathbf{q} / 2 - \mathbf{q}', \quad \mathbf{q}_2 = \mathbf{q} / 2 + \mathbf{q}', \quad (8)$$

а векторы  $\mathbf{q}_1$ ,  $\mathbf{q}_2$  и  $\mathbf{q}_3$  в амплитуде трехкратного рассеяния определены следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_1 &= \mathbf{q} / 3 - \mathbf{q}' - \mathbf{q}'' / 2, \quad \mathbf{q}_2 = \mathbf{q} / 3 + \mathbf{q}' - \mathbf{q}'' / 2, \\ \mathbf{q}_3 &= \mathbf{q} / 3 + \mathbf{q}'' \end{aligned} \quad (9)$$

Раскрывая явно изоспиновую структуру волновой функции  $\xi^a$  (см. формулу (5)) и  $NN$ -амплитуд

$$f_j = \frac{1}{2} \left( 1 + \tau_{z_j} \right) f_p + \frac{1}{2} \left( 1 - \tau_{z_j} \right) f_n, \quad (10)$$

где  $\tau_z$  — изоспиновая матрица Паули;  $f_p(f_n)$  —  $pp$ - ( $pn$ -) амплитуда,

находим:

$$\begin{aligned}
\langle \xi^a | f_1 | \xi^a \rangle &= \frac{1}{6} \langle \chi' | f_p | \chi' \rangle + \\
&+ \frac{1}{2} \langle \chi'' | f_p | \chi'' \rangle + \frac{1}{3} \langle \chi' | f_n | \chi' \rangle; \\
\langle \xi^a | f_1 f_2 | \xi^a \rangle &= \\
&= \frac{1}{4} \left[ \begin{aligned} &\frac{1}{3} \langle \chi' | f_p (f_p + f_n) + 4 f_n f_p | \chi' \rangle + \\ &+ \langle \chi'' | f_p (f_p + f_n) | \chi'' \rangle - \\ &-\frac{1}{\sqrt{3}} \langle \chi' | f_p (f_p - f_n) | \chi' \rangle - \\ &-\frac{1}{\sqrt{3}} \langle \chi'' | f_p (f_p - f_n) | \chi'' \rangle \end{aligned} \right]; \\
\langle \xi^a | f_1 f_2 f_3 | \xi^a \rangle &= \\
&= \frac{1}{4} \left[ \begin{aligned} &\frac{1}{3} \langle \chi' | f_p (f_p f_n + f_n f_p) + 4 f_n f_p f_p | \chi' \rangle + \\ &+ \langle \chi'' | f_p (f_p f_n + f_n f_p) | \chi'' \rangle - \\ &-\frac{1}{\sqrt{3}} \langle \chi' | f_p (f_p f_n - f_n f_p) | \chi' \rangle - \\ &-\frac{1}{\sqrt{3}} \langle \chi'' | f_p (f_p f_n - f_n f_p) | \chi'' \rangle \end{aligned} \right] -
\end{aligned} \tag{11}$$

В выражениях (11) мы не приводим зависимость  $NN$ -амплитуд от импульсов, переданных в каждом соударении (см. (7)).

Для нахождения спиновой структуры амплитуд  $F_{p\tau}^{(i)}$ , используя выражения (7) и (11), удобно представить  $pN$ -амплитуды в следующем виде [2]:

$$\begin{aligned}
f_N &= A_N + C_N (\sigma_p \cdot \hat{n}) + C'_N (\sigma_N \cdot \hat{n}) + \\
&+ B_N (\sigma_p \cdot \hat{k}) (\sigma_N \cdot \hat{k}) + (G_N + H_N) (\sigma_p \cdot \hat{q}) (\sigma_N \cdot \hat{q}) + \\
&+ (G_N - H_N) (\sigma_p \cdot \hat{n}) (\sigma_N \cdot \hat{n}) \equiv \\
&\equiv X_N (\sigma_p) + \mathbf{Y}_N (\sigma_p) \cdot \sigma_N, \tag{12}
\end{aligned}$$

$$\text{где } \hat{k} = \frac{\mathbf{p} + \mathbf{p}'}{|\mathbf{p} + \mathbf{p}'|}, \quad \hat{q} = \frac{\mathbf{p} - \mathbf{p}'}{|\mathbf{p} - \mathbf{p}'|}, \quad \hat{n} = (\hat{k} \times \hat{q}). \tag{13}$$

Далее мы выражаем матричные элементы произведений спиновых операторов  $\sigma_N$  для нуклонов мишени по состояниям  $\chi'$  и  $\chi''$  через матричные элементы спинового оператора ядра  $\sigma_\tau$  по состояниям ядра с фиксированной проекцией спина. После несложных, но довольно громоздких вычислений, получаются следующие выражения:

$$\langle \xi^a | f_1 | \xi^a \rangle = \frac{1}{3} (2X_p + X_n + \mathbf{Y}_n \cdot \sigma_\tau);$$

$$\begin{aligned}
\langle \xi^a | f_1 f_2 | \xi^a \rangle &= \\
&= \frac{1}{3} \left( \begin{aligned} &X_p X_p + X_p X_n + X_n X_p - \mathbf{Y}_p \cdot \mathbf{Y}_p \\ &+ [X_p \mathbf{Y}_n + \mathbf{Y}_n X_p] \cdot \sigma_\tau \end{aligned} \right); \\
\langle \xi^a | f_1 f_2 f_3 | \xi^a \rangle &= \\
&= \frac{1}{3} \left( \begin{aligned} &(X_p X_p - \mathbf{Y}_p \cdot \mathbf{Y}_p) (X_n + \mathbf{Y}_n \cdot \sigma_\tau) + \\ &+ (X_n + \mathbf{Y}_n \cdot \sigma_\tau) (X_p X_p - \mathbf{Y}_p \cdot \mathbf{Y}_p) + \\ &+ X_p (X_n + \mathbf{Y}_n \cdot \sigma_\tau) X_p - \\ &- \sum_i \mathbf{Y}_{pi} (X_n + \mathbf{Y}_n \cdot \sigma_\tau) \mathbf{Y}_{pi} \end{aligned} \right). \tag{14}
\end{aligned}$$

Спиновая структура амплитуды упругого  $p^3\text{He}$ -рассеяния выглядит аналогично выражению (12):

$$\begin{aligned}
F_{p\tau} &= A_1 + A_2 (\sigma_p \cdot \hat{n}) + A_3 (\sigma_\tau \cdot \hat{n}) + \\
&+ A_4 (\sigma_p \cdot \hat{k}) (\sigma_\tau \cdot \hat{k}) + (A_5 + A_6) (\sigma_p \cdot \hat{q}) (\sigma_\tau \cdot \hat{q}) + \\
&+ (A_5 - A_6) (\sigma_p \cdot \hat{n}) (\sigma_\tau \cdot \hat{n}). \tag{15}
\end{aligned}$$

Теперь, подставляя  $X_N$  и  $\mathbf{Y}_N$  из (12) в (14) и затем в (2) и сопоставляя структуру амплитуды  $F_{p\tau}^{(1)}$  с формулой (15), легко выписать инвариантные амплитуды однократного рассеяния:

$$\begin{aligned}
A_i^{(1)} &= \frac{k}{k_{pN}} S(q) \tilde{A}_i^{(1)}, \quad i = \overline{1, 6}; \\
\tilde{A}_1^{(1)} &= 2A_p + A_n; \\
\tilde{A}_2^{(1)} &= 2C_p + C_n; \\
\tilde{A}_3^{(1)} &= C'_n; \\
\tilde{A}_4^{(1)} &= B_n; \\
\tilde{A}_5^{(1)} &= G_n; \\
\tilde{A}_6^{(1)} &= H_n. \tag{16}
\end{aligned}$$

Здесь мы получили ожидаемый результат, следующий из принципа Паули для пары нуклонов, что в  $S$ -волновом приближении для основного состояния ядра  $^3\text{He}$  его спин определяется спином нейтрона.

Чтобы найти явные выражения для спин-зависящих инвариантных амплитуд дву- и трехкратного рассеяния, нужно еще разложить векторы (или тензоры второго ранга), на которые умножаются спиновые матрицы  $\sigma_p$  и  $\sigma_\tau$  (или их произведения) в формулах для амплитуд  $F_{p\tau}^{(i)}$ ,  $i = 2, 3$ , по

базисным векторам (или тензорам), построенным из ортов  $\hat{k}$ ,  $\hat{q}$ ,  $\hat{n}$  (см. формулу (15)).

В результате получаем инвариантные амплитуды двукратного рассеяния (в приближении  $\hat{k}_1 \approx \hat{k}_2 \approx \hat{k}$ ):

$$\begin{aligned}
 A_i^{(2)} &= -\frac{k}{2\pi i(k_{pN})^2} S\left(\frac{q}{2}\right) \tilde{A}_i^{(2)}, \quad i = \overline{1,6}, \\
 \tilde{A}_1^{(2)} &= \int d^2 q' S(\sqrt{3}q') \times \\
 &\quad \times \left\{ \begin{aligned} &A_p A_p + 2A_p A_n + \\ &+ [C_p C_p + 2C_p C_n - C'_p C'_p] (\hat{q}_1 \cdot \hat{q}_2) - \\ &- B_p B_p - 2G_p G_p - 2H_p H_p \times \\ &\times \left[ (\hat{q}_1 \cdot \hat{q}_2)^2 - (\hat{q}_1 \times \hat{q}_2)^2 \right] \end{aligned} \right\}; \\
 \tilde{A}_2^{(2)} &= 2 \int d^2 q' S(\sqrt{3}q') \times \\
 &\quad \times \left\{ \begin{aligned} &[A_p C_p + A_p C_n + A_n C_p] \times (\hat{q} \cdot \hat{q}_2) - C'_p G_p (\hat{q} \cdot \hat{q}_1) + \\ &+ C'_p H_p \left[ (\hat{q}_1 \cdot \hat{q}_2) (\hat{q} \cdot \hat{q}_2) - (\hat{q}_1 \times \hat{q}_2) (\hat{q} \times \hat{q}_2) \right] \end{aligned} \right\}; \\
 \tilde{A}_3^{(2)} &= 2 \int d^2 q' S(\sqrt{3}q') \times \\
 &\quad \times \left\{ \begin{aligned} &A_p C'_n (\hat{q} \cdot \hat{q}_2) + C_p G_n - \\ &- C_p H_n \left[ (\hat{q}_1 \cdot \hat{q}_2) (\hat{q} \cdot \hat{q}_2) - \right. \\ &\left. - (\hat{q}_1 \times \hat{q}_2) (\hat{q} \times \hat{q}_2) \right] \end{aligned} \right\}; \\
 \tilde{A}_4^{(2)} &= 2 \int d^2 q' S(\sqrt{3}q') A_p B_n; \\
 \tilde{A}_5^{(2)} &= 2 \int d^2 q' S(\sqrt{3}q') \left\{ \frac{1}{2} C_p C'_n (\hat{q}_1 \cdot \hat{q}_2) + A_p G_n \right\}; \\
 \tilde{A}_6^{(2)} &= 2 \int d^2 q' S(\sqrt{3}q') \times \\
 &\quad \times \left\{ \begin{aligned} &-\frac{1}{2} C_p C'_n \left[ (\hat{q} \cdot \hat{q}_1) (\hat{q} \cdot \hat{q}_2) - \right. \\ &\left. - (\hat{q} \times \hat{q}_1) (\hat{q} \times \hat{q}_2) \right] + \\ &+ A_p H_n \left[ (\hat{q} \cdot \hat{q}_2)^2 - (\hat{q} \times \hat{q}_2)^2 \right] \end{aligned} \right\}, \quad (17)
 \end{aligned}$$

где в произведениях двух  $pN$ -амплитуд первая зависит от  $q_1$ , а вторая — от  $q_2$ .

При использовании гауссовой параметризации для амплитуд  $pN$ -рассеяния в сочетании с гауссовой формой  $S$ -волновой функции ядра  ${}^3\text{He}$  (4) амплитуда трехкратного  $p^3\text{He}$ -рассеяния в бесспиновом случае может быть вычислена аналитически [12]. При учете всех спиновых членов в  $pN$ -амплитудах точный расчет этой амплитуды — технически

очень громоздкая задача. Поэтому на первом этапе этой работы инвариантные амплитуды трехкратного рассеяния были получены нами в приближении  $\hat{k}_1 \approx \hat{k}_2 \approx \hat{k}_3 \approx \hat{k}$  и дополнительно  $\mathbf{q}_1 \approx \mathbf{q}_2 \approx \mathbf{q}_3 \approx \mathbf{q} / 3$ , которое далее называем приближением  $q / 3$ , что позволило вынести  $pN$ -амплитуды из-под знака интеграла. В работе [5] аналогичное приближение было использовано не только для трехкратного, но и для двукратного рассеяния. Явные формулы для инвариантных амплитуд трехкратного рассеяния в данном приближении принимают вид

$$\begin{aligned}
 A_i^{(3)} &= -\frac{k}{4\pi^2(k_{pN})^3} \tilde{S} \tilde{A}_i^{(3)}, \quad i = \overline{1,6}; \\
 \tilde{A}_1^{(3)} &= \Sigma_p^2 A_n + 2\Lambda_{pp} C_n; \\
 \tilde{A}_2^{(3)} &= \Sigma_p^2 C_n + 2\Lambda_{pp} A_n; \\
 \tilde{A}_3^{(3)} &= \Sigma_p^2 C'_n + 2\Lambda_{pp} (G_n - H_n); \\
 \tilde{A}_4^{(3)} &= \Sigma_p^{2''} B_n; \\
 \tilde{A}_5^{(3)} &= \Sigma_p^{2+} G_n + \Sigma_p^{2-} H_n + \Lambda_{pp} C'_n; \\
 \tilde{A}_6^{(3)} &= \Sigma_p^{2-} G_n + \Sigma_p^{2+} H_n - \Lambda_{pp} C'_n, \quad (18)
 \end{aligned}$$

где  $\tilde{S} = \frac{64}{3} \pi^2 c^4$ ;

$$\begin{aligned}
 \Sigma_p^2 &= A_p^2 + C_p^2 - C_p'^2 - B_p^2 - 2G_p^2 - 2H_p^2; \\
 \Lambda_{pp} &= A_p C_p + (G_p - H_p) C'_p; \\
 \Sigma_p^{2'} &= A_p^2 + C_p^2 - C_p'^2 - \frac{1}{3} B_p^2 - \\
 &\quad - \frac{4}{3} (G_p^2 + H_p^2 - G_p H_p); \\
 \Sigma_p^{2''} &= A_p^2 + \frac{1}{3} C_p^2 - C_p'^2 - B_p^2 - \frac{2}{3} (G_p^2 + H_p^2); \\
 \Sigma_p^{2+} &= A_p^2 + \frac{2}{3} C_p^2 - C_p'^2 - \frac{1}{3} B_p^2 - \frac{4}{3} (G_p^2 + H_p^2); \\
 \Sigma_p^{2-} &= -\frac{1}{3} C_p^2 - \frac{4}{3} G_p H_p. \quad (19)
 \end{aligned}$$

Все  $pN$ -амплитуды в формулах (18) и (19) зависят от  $q / 3$ .

Для оценки погрешности используемого приближения  $q / 3$  мы выполнили точное интегрирование по переданному импульсам для того слагаемого в доминирующей амплитуде  $p^3\text{He}$ -рассеяния  $A_1$  (15), в которое входят только не зависящие от спинов амплитуды  $pN$ -рассеяния  $A_N$  в виде произведения  $A_p A_p A_n$ . При этом приближенное выражение  $\tilde{S} A_p A_p A_n$ , присутствующее в формуле (18) для амплитуды  $A_1$  с учетом

члена  $\Sigma_p^2$  из (19), заменяется на соответствующее аналитическое выражение. Мы не приводим здесь это громоздкое выражение, как и гауссовы параметры  $pN$ -амплитуд, но демонстрируем далее численные результаты. Соответствующий расчет полной амплитуды трехкратного рассеяния обозначаем как  $TS(q/3)$ , если все слагаемые вычислены в приближении  $q/3$ , и как  $TS$  — когда бесспиновая часть амплитуды  $A_1$  вычислена аналитически точно, а ее спин-зависящая часть и все остальные спиновые амплитуды получены в приближении  $q/3$ .

С найденными инвариантными амплитудами были вычислены дифференциальное сечение и протонная анализирующая способность в упругом  $p^3\text{He}$ -рассеянии:

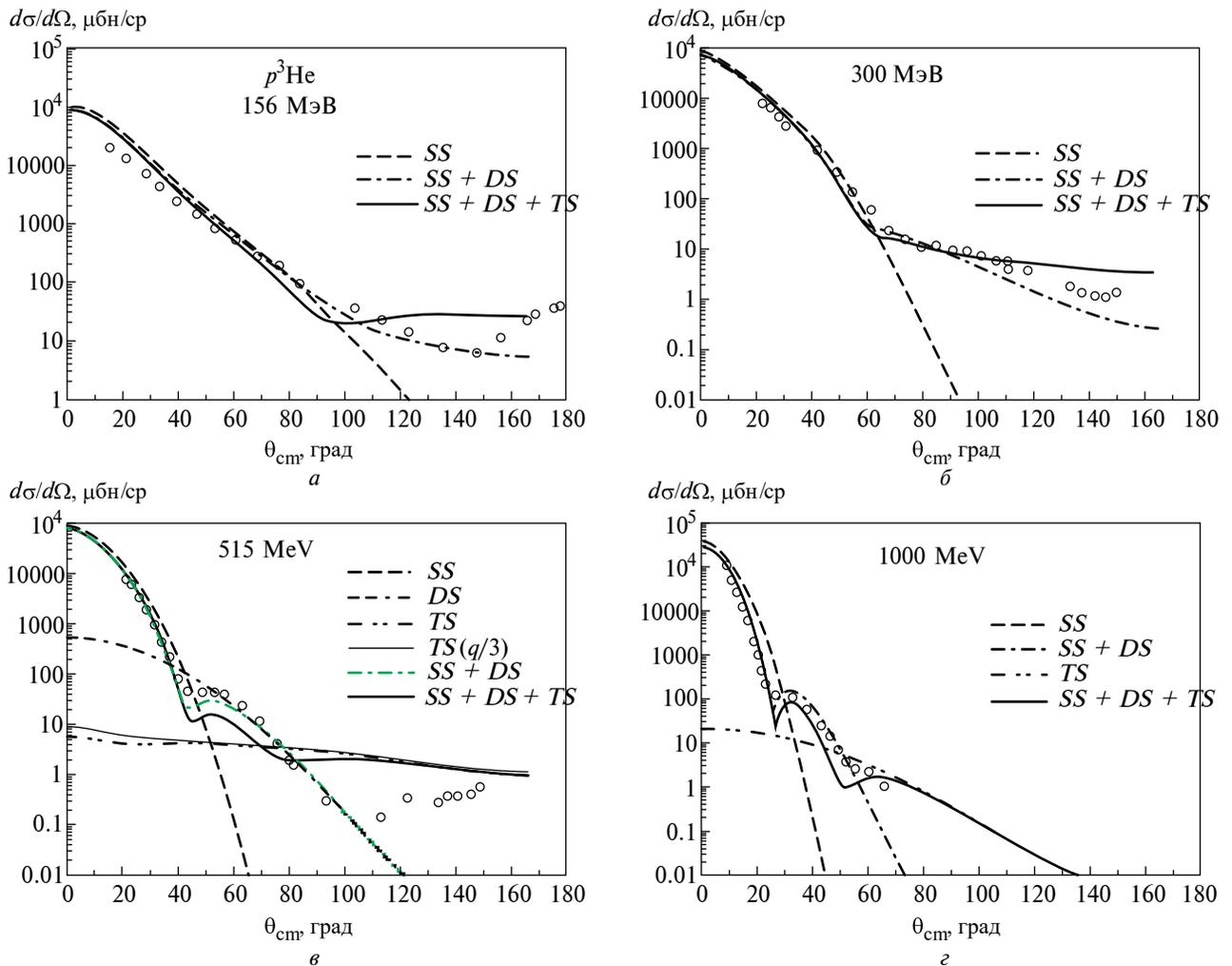
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{4} \text{Tr} F_{p\tau} F_{p\tau}^\dagger \equiv \Sigma;$$

$$\Sigma = |A_1|^2 + |A_2|^2 + |A_3|^2 + |A_4|^2 + |A_5 + A_6|^2 + |A_5 - A_6|^2; \quad (20)$$

$$A_y^p = \frac{\text{Tr} F_{p\tau} (\sigma_p)_y F_{p\tau}^\dagger}{\text{Tr} F_{p\tau} F_{p\tau}^\dagger} = 2\text{Re} [A_1 A_2^* + (A_5 - A_6) A_3^*] \Sigma^{-1}. \quad (21)$$

### 3. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ

На рис. 1 приведены результаты расчетов дифференциальных сечений упругого  $p^3\text{He}$ -рассеяния при четырех энергиях падающего протона от 156



**Рис. 1.** Дифференциальные сечения упругого  $p^3\text{He}$ -рассеяния при энергиях падающего протона  $T_p = 156$  (а), 300 (б), 515 (в) и 1000 (г) МэВ. Показаны вклады однократного (штриховые кривые,  $SS$ ), двукратного (пунктирштрихштриховые,  $DS$ ), трехкратного (штрихпунктирпунктирные,  $TS$ ), трехкратного в приближении  $q/3$  (тонкая сплошная,  $TS(q/3)$ ) соответственно (см. текст). Штрихпунктирными кривыми показан суммарный вклад одно- и двукратного рассеяния, а сплошными кривыми — полный расчет (сумма всех трех кратностей). Точки — экспериментальные данные из работы [5].

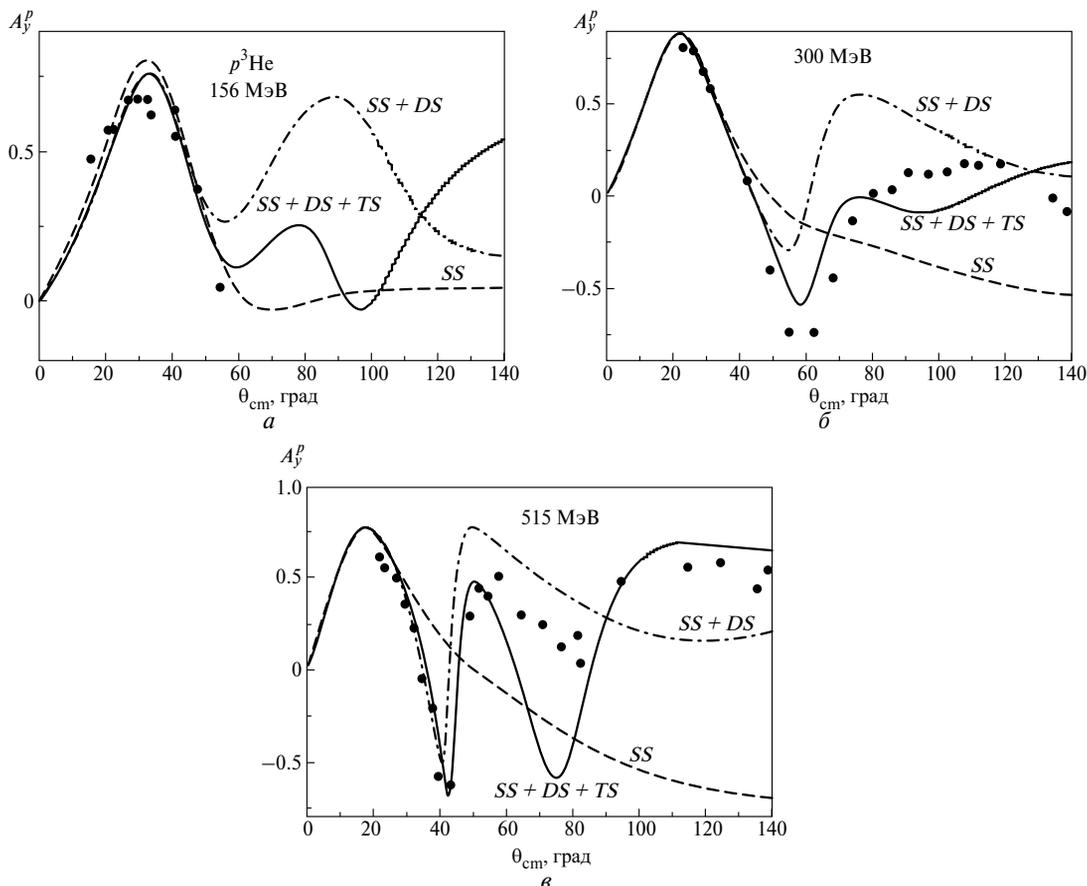


Рис. 2. Протонные анализирующие способности в упругом  $p^3\text{He}$ -рассеянии при энергиях падающего протона  $T_p = 156$  (а), 300 (б), 515 (в) МэВ. Описание точек и кривых см. в подписи к рис. 1.

до 1000 МэВ. Во всех расчетах были использованы спин-зависящие  $NN$ -амплитуды, полученные из парциально-волнового анализа (SAID) [13]. Видно, что глауберовская модель с учетом спиновой зависимости в целом хорошо описывает дифференциальные сечения рассеяния в переднюю полусферу углов, где доминирует сумма механизмов одно- и двукратного рассеяния. Вместе с тем имеется расхождение при средних углах, которое, вероятно, связано с ограничением  $S$ -компонентой волновой функции ядра  $^3\text{He}$ . Использованное нами приближение равных переданных импульсов в последовательных соударениях нуклонов для спин-зависящих амплитуд механизма трехкратного рассеяния в (15) несколько завышает соответствующий вклад в сечение. Однако, как видно из сравнения точного ( $TS$ ) и приближенного ( $TS(q/3)$ ) расчетов доминирующей (спин-независящей) части сечения трехкратного рассеяния на рис. 1, в, этот эффект незначителен в суммарном сечении. С другой стороны, трехкратное рассеяние начинает доминировать в той области, где применимость глауберовского подхода уже не оправдана. Отметим, что при энергиях  $\sim 1000$  МэВ вклад трехкратного рассеяния заметно убывает с ростом угла рассеяния (рис. 1, г), в то время как при 515 МэВ (см. рис. 1, в) и более

низких энергиях этот вклад практически не зависит от угла.

На рис. 2 показаны результаты для протонной анализирующей способности  $A_y$  при тех же энергиях (кроме энергии  $T_p = 1000$  МэВ, для которой отсутствуют экспериментальные данные). Мы получили хорошее описание данных [5] по  $A_y$  вплоть до первого минимума при всех рассматриваемых энергиях, причем вклад трехкратного рассеяния существенен при больших углах ( $>50^\circ$ ). Найденное согласие с данными дает основание использовать полученные нами амплитуды  $p^3\text{He}$ -рассеяния для вычисления нуля-тест-сигнала нарушения  $T$ -инвариантности в  $d^3\text{He}$ -рассеянии по аналогии с  $dp$ -рассеянием [8, 9]. Для этого, помимо  $T$ - и  $P$ -инвариантных амплитуд, нужно также вычислить амплитуды  $p^3\text{He}$ - и  $n^3\text{He}$ -рассеяния, сохраняющие  $P$ -четность, но нарушающие  $T$ -инвариантность.

#### 4. АМПЛИТУДЫ С СОХРАНЕНИЕМ $P$ -ЧЕТНОСТИ, НО С НАРУШЕНИЕМ $T$ -ИНВАРИАНТНОСТИ

Снятие требования сохранения инвариантности по отношению к обращению времени приводит

к появлению дополнительных членов в полной спин-зависящей амплитуде упругого  $NN$ -, а также  $p^3\text{He}$ -рассеяния. В работе [14] и затем в [8, 9] были рассмотрены следующие  $NN$ -амплитуды, нарушающие  $T$ -инвариантность:

$$f_N^{TV} = h_N \left[ \begin{aligned} & (\boldsymbol{\sigma}_p \cdot \hat{\mathbf{k}})(\boldsymbol{\sigma}_N \cdot \hat{\mathbf{q}}) + (\boldsymbol{\sigma}_p \cdot \hat{\mathbf{q}})(\boldsymbol{\sigma}_N \cdot \hat{\mathbf{k}}) - \\ & - \frac{2}{3}(\boldsymbol{\sigma}_p \cdot \boldsymbol{\sigma}_N)(\hat{\mathbf{q}} \cdot \hat{\mathbf{k}}) \end{aligned} \right] + \\ + g_N [\boldsymbol{\sigma}_p \times \boldsymbol{\sigma}_N] [\hat{\mathbf{q}} \times \hat{\mathbf{k}}] (\boldsymbol{\tau}_p - \boldsymbol{\tau}_N)_z + \\ + g'_N (\boldsymbol{\sigma}_p - \boldsymbol{\sigma}_N) i [\hat{\mathbf{q}} \times \hat{\mathbf{k}}] [\boldsymbol{\tau}_p - \boldsymbol{\tau}_N]_z. \quad (22)$$

Амплитуда  $g'_N$  дает вклад только в процесс перезарядки  $pn \leftrightarrow np$ , который мы здесь не рассматриваем. Соответственно можно ввести аналогичные члены в амплитуду  $p^3\text{He}$ -рассеяния:

$$F_{p\tau}^{TV} = h_{p\tau} \left[ \begin{aligned} & (\boldsymbol{\sigma}_p \cdot \hat{\mathbf{k}})(\boldsymbol{\sigma}_\tau \cdot \hat{\mathbf{q}}) + (\boldsymbol{\sigma}_p \cdot \hat{\mathbf{q}})(\boldsymbol{\sigma}_\tau \cdot \hat{\mathbf{k}}) - \\ & - \frac{2}{3}(\boldsymbol{\sigma}_p \cdot \boldsymbol{\sigma}_\tau)(\hat{\mathbf{q}} \cdot \hat{\mathbf{k}}) \end{aligned} \right] + \\ + g_{p\tau} [\boldsymbol{\sigma}_p \times \boldsymbol{\sigma}_\tau] [\hat{\mathbf{q}} \times \hat{\mathbf{k}}] + \\ + g'_{p\tau} (\boldsymbol{\sigma}_p - \boldsymbol{\sigma}_\tau) i [\hat{\mathbf{q}} \times \hat{\mathbf{k}}] [\boldsymbol{\tau}_p \times \boldsymbol{\tau}_\tau]_z. \quad (23)$$

Здесь  $g'$ -член относится к перезарядке  $p^3\text{H} \rightarrow n^3\text{He}$ . В приближении Глаубера полная  $TVPC$ -амплитуда также складывается из амплитуд одно-, дву- и трехкратного рассеяния, при этом в каждую из этих амплитуд мы включаем только одно  $T$ -нечетное столкновение ввиду малости его амплитуды:

$$F_{p\tau}^{TV} = F_{p\tau}^{TV(1)} + F_{p\tau}^{TV(2)} + F_{p\tau}^{TV(3)}. \quad (24)$$

Мы получили явные выражения для инвариантных амплитуд  $h_{p\tau}$  и  $g_{p\tau}$  через инвариантные  $pN$ -амплитуды:

$$h_{p\tau}^{(1)} = \frac{k}{k_{pN}} S(q) h_n(q); \\ g_{p\tau}^{(1)} = \frac{k}{k_{pN}} S(q) g_n(q); \\ h_{p\tau}^{(2)} = \frac{k}{\pi i k_{pN}^2} S\left(\frac{q}{2}\right) \int d^2 q' S(\sqrt{3}q') \times \\ \times A_p(q_1) h_n(q_2) (\hat{\mathbf{q}} \cdot \hat{\mathbf{q}}_2); \\ g_{p\tau}^{(2)} = \frac{k}{\pi i k_{pN}^2} S\left(\frac{q}{2}\right) \times \\ \times \int d^2 q' S(\sqrt{3}q') A_p(q_1) g_n(q_2) (\hat{\mathbf{q}} \cdot \hat{\mathbf{q}}_2); \quad (25)$$

$$h_{p\tau}^{(3)} = -\frac{1}{3} \frac{k}{4\pi^2 k_{pN}^3} \tilde{S} \left\{ \begin{aligned} & \bar{\Sigma}_p^2 h_n + (B_p + G_p + H_p) \times \\ & \times \left[ \begin{aligned} & (B_n + G_n + H_n) h_p + \\ & + 2(B_p - G_p - H_p) g_n \end{aligned} \right] \end{aligned} \right\}; \\ g_{p\tau}^{(3)} = -\frac{1}{3} \frac{k}{4\pi^2 k_{pN}^3} \tilde{S} \left\{ \begin{aligned} & 2\bar{\Sigma}_p^2 g_n + (B_p + G_p + H_p) \times \\ & \times \left[ \begin{aligned} & (B_n - G_n - H_n) h_p + \\ & + (B_p - G_p - H_p) h_n \end{aligned} \right] \end{aligned} \right\},$$

где

$$\bar{\Sigma}_p^2 = 3A_p^2 + C_p^2 - 3C_p'^2 - 2B_p^2 - \\ - 3G_p^2 - 3H_p^2 - 2G_p H_p, \quad (26)$$

а  $\tilde{S}$  определено в формуле (19).

Все амплитуды трехкратного рассеяния в формулах (25) зависят от спинов и, как и  $T$ -четные спиновые амплитуды, получены в приближении  $q/3$ . Соответственно  $pN$ -амплитуды входят в них при значении аргумента  $q/3$ . Интересно отметить, что суперпозиция  $pN$ -амплитуд  $h_N$  и  $g_N$  возникает только в амплитуде трехкратного рассеяния.

Выражения для амплитуд  $n^3\text{He}$ -рассеяния, как  $T$ -четных, так и  $T$ -нечетных, получаются из соответствующих выражений для амплитуд  $p^3\text{He}$ -рассеяния путем замены в них  $pp$ -амплитуд на  $np$ -амплитуды, а  $pn$ - — на  $nn$ -амплитуды, которые, без учета кулоновского взаимодействия, считаем равными  $pp$ -амплитудам. В наших обозначениях это соответствует замене в формулах (16)–(19) и (25) и (26) всех амплитуд  $A_p$ ,  $B_p$  и т.д., а также  $h_p$  на амплитуды  $A_n$ ,  $B_n$  и т.д.,  $h_n$ , и наоборот. Формулы (25) получены с учетом факта обращения в нуль  $NN$ -амплитуд  $g$ -типа для соударения тождественных нуклонов ( $g_p = 0$ ). Для правильного учета соответствующих членов в  $T$ -нечетных  $n^3\text{He}$ -амплитудах следует произвести замену индексов  $n \leftrightarrow p$  в исходных выражениях для  $T$ -нечетных  $p^3\text{He}$ -амплитуд, содержащих амплитуды  $g_N$  вместе с изоспиновыми факторами  $(\boldsymbol{\tau}_p - \boldsymbol{\tau}_N)_z$  (см. формулу (22)), не только для всех инвариантных  $NN$ -амплитуд, но и для изоспиновой матрицы падающего нуклона. После этого вычисляем явно значения изоспиновых факторов, что снова приводит к занулению вклада  $g_p$  (в  $n^3\text{He}$ -рассеянии этот вклад соответствует  $nn$ -амплитуде). В итоге получаем следующие выражения для  $T$ -нечетных  $n^3\text{He}$ -амплитуд:

$$h_{n\tau}^{(1)} = \frac{k}{k_{nN}} S(q) h_p(q);$$

$$\begin{aligned}
h_{n\pi}^{(2)} &= \frac{k}{\pi i k_{nN}^2} S\left(\frac{q}{2}\right) \times \\
&\times \int d^2 q' S(\sqrt{3}q') A_n(q_1) h_p(q_2) (\hat{q} \cdot \hat{q}_2); \\
h_{n\pi}^{(3)} &= -\frac{1}{3} \frac{k}{4\pi^2 k_{nN}^3} \tilde{S} \left\{ \begin{aligned} &\left[ \sum_n^2 h_p + (B_p + G_p + H_p) \right] \times \\ &\times \left[ \begin{aligned} &(B_n + G_n + H_n) h_n - \\ &-2(B_n - G_n - H_n) g_n \end{aligned} \right] \end{aligned} \right\}; \\
g_{n\pi}^{(3)} &= -\frac{1}{3} \frac{k}{4\pi^2 k_{nN}^3} \tilde{S} \times \\
&\times \left\{ \begin{aligned} &\left[ B_n^2 - (G_n + H_n)^2 \right] h_p + \\ &+ (B_p - G_p - H_p) \left[ \begin{aligned} &(B_n + G_n + H_n) h_n - \\ &-2(B_n - G_n - H_n) g_n \end{aligned} \right] \end{aligned} \right\}, \quad (27)
\end{aligned}$$

где  $\sum_n^2$  определено формулой (26) с заменой  $p \rightarrow n$ . Мы получили, что  $T$ -нечетная амплитуда  $g$ -типа  $n^3\text{He}$ -рассеяния не обращается в нуль только при учете механизма трехкратных соударений и, следовательно, много меньше соответствующей амплитуды  $p^3\text{He}$ -рассеяния.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе развит формализм вычисления спин-зависящих амплитуд упругого  $p^3\text{He}$ -рассеяния на основе дифракционной модели Глаубера с учетом спиновой зависимости  $NN$ -амплитуд. Впервые были получены явные формулы для всех инвариантных амплитуд  $p^3\text{He}$ -рассеяния для механизмов одно-, дву- и трехкратных соударений падающего протона с нуклонами ядра-мишени. Найденные явные выражения для инвариантных амплитуд позволили значительно упростить расчеты наблюдаемых. Кроме того, эти амплитуды могут быть использованы для вычисления характеристик  $d^3\text{He}$ -рассеяния путем замены в формализме для  $dp$ -рассеяния  $Np$ -амплитуд на  $N^3\text{He}$ -амплитуды. На основе развитого здесь формализма были рассчитаны дифференциальные сечения и анализирующие способности упругого  $p^3\text{He}$ -рассеяния при энергиях  $156 \leq T_p \leq 1000$  МэВ. Найдено хорошее согласие с экспериментальными данными как для сечений, так и для спиновых наблюдаемых в передней полусфере углов рассеяния. Имеющиеся

расхождения могут быть связаны с упрощенной гауссовой параметризацией  $S$ -волновой функции ядра  $^3\text{He}$  и учетом вклада  $D$ -компонент.

Наряду с  $T$ -инвариантными амплитудами, в работе получены явные выражения для амплитуд  $N^3\text{He}$ -рассеяния с нарушением  $T$ -инвариантности, но с сохранением  $P$ -четности. Эти амплитуды могут быть использованы для вычисления сигнала нарушения  $T$ -инвариантности в  $d^3\text{He}$ -рассеянии при условии достаточно хорошего описания анализирующей способности  $A_y$  в  $p^3\text{He}$ -рассеянии в переднюю полусферу углов. Нам удалось получить такое описание  $A_y$  при всех рассматриваемых энергиях. Расчет нуль-тест-сигнала нарушения  $T$ -инвариантности в  $d^3\text{He}$ -рассеянии будет опубликован в нашей следующей работе.

Исследование выполнено за счет средств гранта Российского научного фонда No. 23-22-00123, <https://rscf.ru/project/23-22-00123/>.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. M. N. Platonova and V. I. Kukulín, Phys. At. Nucl. **73**, 86 (2010).
2. M. N. Platonova and V. I. Kukulín, Phys. Rev. C **81**, 014004 (2010), Phys. Rev. C **94**, 069902 (Erratum) (2016), arXiv:1612.08694.
3. A. A. Temerbayev and Y. N. Uzikov, Phys. Atom. Nucl. **78**, 35 (2015).
4. M. N. Platonova and V. I. Kukulín, Eur. Phys. J. A **56**, 132 (2020), arXiv:1910.05722.
5. D. K. Hasell *et al.*, Phys. Rev. C **34**, 236 (1986).
6. R. Frascaria, D. Legrand, V. Comparat, M. Morlet, N. Marty, and A. Willis, Nucl. Phys. A **264**, 445 (1976).
7. G. Bizard and A. Osmont, Nucl. Phys. A **364**, 333 (1981).
8. Y. N. Uzikov and A. Temerbayev, Phys. Rev. C **92**, 014002 (2015), arXiv:1506.08303.
9. Y. N. Uzikov and J. Haidenbauer, Phys. Rev. C **94**, 035501 (2016), arXiv:1607.04409.
10. Y. N. Uzikov, J. Haidenbauer, and B. A. Prmantayeva, Phys. Rev. C **84**, 054011 (2011), arXiv:1107.3906.
11. L. A. Kondratyuk and M. Z. Shmatikov, Yad. Fiz. **38**, 216 (1983).
12. W. Czy'z and L. Le'sniak, Phys. Lett. B **24**, 227 (1967).
13. R. A. Arndt, W. J. Briscoe, I. I. Strakovsky, and R. L. Workman, Phys. Rev. C **76**, 025209 (2007), arXiv:0706.2195.
14. M. Beyer, Nucl. Phys. A **560**, 895 (1993), nucl-th/9302002.

**ELASTIC SCATTERING OF POLARIZED PROTONS ON  $^3\text{He}$  NUCLEUS  
WITHIN THE GLAUBER MODEL WITH SPIN DEPENDENCE**

© 2024 M. N. Platonova<sup>1), 2)</sup>, N. T. Tursunbayev<sup>2)</sup>, Yu. N. Uzikov<sup>2), 3), 4)</sup>

<sup>1)</sup>*Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia*

<sup>2)</sup>*Dzheleпов Laboratory of Nuclear Problems, Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russia*

<sup>3)</sup>*Lomonosov Moscow State University, Faculty of Physics, Moscow, Russia*

<sup>4)</sup>*Dubna State University, Dubna, Russia*

Differential cross sections and vector analyzing powers of elastic  $p^3\text{He}$  scattering at energies  $156 \leq T_p \leq 1000$  MeV are calculated on the basis of the Glauber diffraction model with accounting of spin dependence of the  $NN$ -scattering amplitudes. Explicite formulae for all six invariant amplitudes of the  $p^3\text{He}$  scattering for mechanisms of single-, double- and triple-scattering are obtained for the first time. A good agreement with the experimental data both for the differential cross sections and spin observables was found for scattering into the forward hemisphere. Furthermore, explicite formulae for the  $p^3\text{He}$  scattering amplitudes with violation of the time-reversal invariance but conservation of  $P$ -parity are obtained and can these be used to test the  $T$ -invariance in this and others processes.