

Том 69, Номер 8

ISSN 0033-8494

Август 2024



РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА



НАУКА

— 1727 —

СОДЕРЖАНИЕ

Том 69, Номер 8, 2024

Поздравление юбиляру 699

К 90-летию М.С. Ярлыкова

Ошибки квазиоптимальных алгоритмов с обратными связями по дискретным параметрам для приема и обработки ВОС-сигналов в глобальных навигационных спутниковых системах
М. С. Ярлыков 701

Анализ фазовой структуры сигнала с линейной частотной модуляцией при обработке в радиолокаторах с высокой разрешающей способностью
К. Ю. Гаврилов, М. А. Митькин 714

Определение аномальных измерений псевдодалности до навигационного космического аппарата в аппаратуре приема сигналов спутниковой радионавигационной системы
А. В. Иванов, С. П. Москвитин, А. А. Иванов, Н. А. Лежнева 727

Пространственно-временные марковские модели в оценочно-корреляционно-компенсационной обработке сигналов в дискретном времени
В. В. Костров, Ю. Н. Паршин 741

Авиационные радиоэлектронные системы управления. Концептуальный подход к оптимизации
В. И. Меркулов 754

Синтез алгоритма комплексного сопровождения-распознавания аэродинамических целей
А. В. Аврамов, В. Ю. Шишкин 763

Оптимальная дискретная интерполяция с постоянным запаздыванием отсчётов дискретно-непрерывного марковского процесса на фоне коррелированного марковского шума
А. Н. Детков 773

Комплексная обработка сигналов глобальной навигационной системы и модулей позиционирования 5G в целях навигационного обеспечения полетов беспилотных летательных аппаратов в условиях массовой застройки современных мегаполисов
Э. А. Болелов, А. Т. Кудинов, Н. М. Романенко 785

Оценка помехозащитной эффективности адаптивной антенной решетки при действии двухточечной когерентной помехи
В. Н. Юдин, Д. А. Савченко 792

Адаптация порогов обнаружения по результатам межобзорного накопления радиолокационных сигналов на фоне негауссовских шумов
В. И. Кошелев, В. А. Белокуров 802

К расчету дисперсионных характеристик экранированной микрополосковой линии <i>А. Н. Коваленко, А. Д. Ярлыков</i>	809
Математическое ожидание ошибок имитации шумов угловых координат распределенного радиолокационного объекта, замещаемого двухточечной геометрической моделью <i>А. В. Киселев, А. В. Таюров</i>	817
Распознавание морских объектов в тепловизионных обзорно-прицельных системах летательных аппаратов <i>В. А. Бухалёв, И. Ф. Хисматов, А. А. Скрынников, В. А. Болдинов, К. Ю. Рожков</i>	824

ПОЗДРАВЛЕНИЕ ЮБИЛЯРУ



31 июля 2024 г. исполнилось 90 лет со дня рождения крупного российского ученого в области статистической радиотехники, навигации, связи и радиоэлектронных комплексов прицеливания и управления вооружением летательных аппаратов, доктора технических наук, заслуженного деятеля науки и техники РСФСР, генерал-майора авиации в отставке, члена редколлегии журнала “Радиотехника и электроника” профессора Михаила Семеновича Ярлыкова.

М.С. Ярлыков родился 31 июля 1934 г. в Ташкенте. В 1952 г. окончил с серебряной медалью среднюю школу № 34 им. Алишера Навои в Намангане и поступил на радиотехнический факультет Харьковского высшего авиационно-инженерного военного училища, которое окончил с золотой медалью в 1957 г.

Научной и педагогической деятельностью Михаил Семенович начал заниматься с 1957 г., когда был назначен помощником ведущего инженера-испытателя в Научно-испытательном институте Военно-воздушных сил. С 1961 г. он проходил службу в Военно-воздушной инженерной академии (ВВИА) им. проф. Н.Е. Жуковского и одновременно поступил в адъюнктуру академии. В 1964 г. он защитил кандидатскую диссертацию, а в 1973 г. — докторскую диссертацию. С 1976 г.

по 1994 г. М.С. Ярлыков возглавлял одну из ведущих кафедр академии, а с 1995 г. и по 2012 г. являлся профессором той же кафедры.

Михаил Семенович внес существенный вклад в становление и развитие в России и за рубежом одной из наиболее заметных теорий синтеза радиотехнических систем различного назначения — марковской теории оптимального нелинейного оценивания случайных процессов и полей, которая базируется на математическом аппарате условных марковских процессов, созданном Р.Л. Стратоновичем.

В период 1968–1980 гг. на базе марковской теории оптимального оценивания М.С. Ярлыковым разработаны и обобщены методы и соответствующие алгоритмы обработки радиосигналов для систем авиационной помехоустойчивой радиосвязи.

Научные исследования Михаила Семеновича в 1980–1988 гг. привели к становлению и развитию статистической теории радионавигации. Разработанные им статистические методы анализа и синтеза позволили существенно расширить возможности структурной оптимизации, расчета и конструирования авиационных помехоустойчивых систем радионавигации и пилотажно-навигационных комплексов современных и перспективных самолетов.

В период 1988–1994 гг. М.С. Ярлыковым разработаны теоретические основы построения информационных систем радиоэлектронных комплексов навигации, прицеливания и управления вооружением летательных аппаратов, сформирована марковская теория оптимального комплексирования устройств и систем, предложены марковский метод оценивания гауссовских разделимых случайных полей и метод поэтапного решения уравнения Стратоновича.

Научные работы М.С. Ярлыкова в 1995–2007 гг. были направлены на развитие и применение методов марковской теории оптимального оценивания для приема и комплексной нелинейной обработки радиосигналов спутниковых радионавигационных систем типа ГЛОНАСС; обобщение методов марковской теории оценивания смешанных случайных процессов на случай многокомпонентных дискретных субвекторов состояния, а также разработку субоптимальных алгоритмов функционирования пилотажно-навигационных комплексов для обеспечения захода на посадку и посадки самолетов по сигналам ГЛОНАСС.

Научные исследования, проводимые Михаилом Семеновичем с 2007 г. и по настоящее время, посвящены развитию теории и оценке возможностей меандровых шумоподобных радиосигналов, их разновидностей и обобщений (ВОС-сигналов, СВОС-сигналов, AltВОС-сигналов и GВОС-сигналов) для спутниковых радионавигационных систем.

М.С. Ярлыков основал признанную в стране и за рубежом научную школу по авиационным радиоэлектронным комплексам, в рамках которой подготовил 6 докторов наук и 26 кандидатов наук.

Основные научные результаты профессора М.С. Ярлыкова отражены в 10 монографиях, среди которых следует выделить: «Применение марковской теории нелинейной фильтрации в радиотехнике» (Сов. радио, 1980 г.); «Статистическая теория радионавигации» (М.: Радио и связь, 1985 г.);

«Марковская теория оценивания случайных процессов» (в соавторстве с М.А. Мироновым. М.: Радио и связь, 1993 г.), которая была переведена на английский язык: M.S. Yarlykov and M.A. Mironov, “The Markov Theory of Estimating Random Processes”, N. Y.: Begell House, Inc., 1996; “Радиоэлектронные комплексы навигации, прицеливания и управления вооружением летательных аппаратов”, Т. 1 и Т. 2. (в соавторстве с А.С. Богачевым, В.И. Меркуловым, В.В. Дрогалиным. Радиотехника, 2012 г.); “Меандровые шумоподобные сигналы (ВОС-сигналы) и их разновидности в спутниковых радионавигационных системах” (Радиотехника, 2017 г.).

Научная и общественная деятельность Михаила Семеновича отмечена орденом “Красной звезды” и многими медалями. М.С. Ярлыков — действительный член Академии инженерных наук им. А.М. Прохорова и Международной академии связи; лауреат премии С.И. Мосина (2001 г.); лауреат премии А.М. Прохорова (2008 г.). За большой вклад в развитие инженерной науки России ему присуждена настольная Золотая медаль им. В.Г. Шухова (2004 г.). М.С. Ярлыков удостоен почетных званий “Заслуженный деятель науки и техники РСФСР”, “Почетный профессор ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского”.

Михаил Семенович продолжает активно трудиться — в этом номере опубликована работа юбилера по ошибкам алгоритмов при приеме и обработке ВОС-сигналов.

По решению Редколлегии данный выпуск журнала посвящен юбилею М.С. Ярлыкова.

Редколлегия и редакция журнала “Радиотехника и электроника” вместе с коллегами, учениками и последователями поздравляют дорогого Михаила Семеновича со знаменательной датой, желают ему доброго здоровья, счастья, благополучия в жизни, творческого долголетия и новых успехов в науке.

УДК 621.391.2

ОШИБКИ КВАЗИОПТИМАЛЬНЫХ АЛГОРИТМОВ С ОБРАТНЫМИ СВЯЗЯМИ ПО ДИСКРЕТНЫМ ПАРАМЕТРАМ ДЛЯ ПРИЕМА И ОБРАБОТКИ ВОС-СИГНАЛОВ В ГЛОБАЛЬНЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СПУТНИКОВЫХ СИСТЕМАХ

© 2024 г. М. С. Ярлыков

Редакция журнала “Радиотехника и электроника”,
ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125009 Российская Федерация
E-mail: red@cplire.ru

Поступила в редакцию 27.05.2023 г.

После доработки 14.06.2023 г.

Принята к публикации 25.06.2023 г.

Выполнена оценка потенциальной точности и помехоустойчивости синтезированных на базе марковской теории оценивания с использованием метода с обратными связями по дискретным параметрам квазиоптимальных алгоритмов приема и обработки шумоподобных сигналов и, в частности, ВОС-сигналов, предназначенных для применения в глобальных навигационных спутниковых системах, таких как GPS (США), Galileo (Евросоюз), ГЛОНАСС (Россия) и BeiDou (Китай). Получены аналитические соотношения для дисперсии квазиоптимальной ошибки оцениваемой случайной фазы и вероятности ошибочного приема дискретного параметра принимаемых ВОС-сигналов. Приведены результаты расчета характеристик точности этих параметров. Построены соответствующие графики.

Ключевые слова: ВОС-сигнал, глобальная навигационная спутниковая система, шумоподобный сигнал, апостериорная плотность вероятности, марковская теория оценивания, вероятность ошибочного приема, дисперсия квазиоптимальной ошибки, ГЛОНАСС, Galileo, GPS, BeiDou

DOI: 10.31857/S0033849424080017, EDN: HPCZGG

ВВЕДЕНИЕ

Функционирование глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС), таких как GPS (США), Galileo (Евросоюз), ГЛОНАСС (Россия) и BeiDou (Китай), а также региональных спутниковых систем NavIC (Индия) и QZSS (Япония) основано на использовании шумоподобных сигналов (ШПС) [1, 2]. В настоящее время применительно к ГНСС все более широкое распространение получает класс меандровых ШПС – ВОС-сигналов (binary offset carrier modulated signals) [3–6].

Отличительная особенность ВОС-сигналов, которая выделяет их из традиционных ШПС, заключается в наличии в составе модулирующей функции (МФ) меандрового поднесущего колебания (МПК). Длительность меандровых импульсов МПК в N_M раз короче длительности элемента псевдослучайной последовательности (ПСП) ВОС-сигналов, где N_M – коэффициент кратности меандровых импульсов [3–6].

На базе марковской теории оценивания (МТО) [7–10] задача структурного синтеза оптимальных и квазиоптимальных алгоритмов с обратными

связями по дискретным параметрам (ДП) для приема и обработки ВОС-сигналов решена в [11, 12].

Структурный синтез в [11, 12] выполнен применительно к марковскому векторному дискретно-непрерывному процессу (ДНП) для случая, когда его непрерывная часть представляет собой векторный диффузионный марковский процесс, а ДП характеризуется простой цепью Маркова на несколько положений.

Важной составной частью разработки синтезированных алгоритмов является анализ их потенциальной точности и помехоустойчивости. Количественной мерой точности и помехоустойчивости таких алгоритмов приемников служат дисперсии оптимальных и квазиоптимальных ошибок оценивания непрерывных параметров (НП) и, в частности, случайной фазы $\varphi(t)$, а также вероятность ошибочного приема ДП.

Основной характеристикой, которая определяет точность приемников, является зависимость названных показателей от отношения сигнал/шум на входе приемника.

Для упрощения задачи и простоты описания НП полагаем, что приемник ВОС-сигналов ГНСС

размещается на стационарном объекте, например маяке, морском буре и т.п. При этом НП представляет собой случайную фазу $\varphi(t)$ принимаемого ВОС-сигнала, описываемую винеровским процессом.

Определение текущих координат объекта, как обычно, в ГНСС основывается на псевдодалномерном беззапросном методе, при котором требуется одновременная видимость минимум четырех навигационных космических аппаратов (НКА) [1, 2]. Кроме того, для вычисления на основе измеренных псевдодалностей прямоугольных координат объекта (например, в системе ПЗ-90 или WGS-84) в приёмнике необходимо располагать служебной информацией (СИ), которая представляет собой для каждого НКА сведения об эфемеридах, альманахе, поправках к бортовой шкале времени (ШВ) и т.д., получаемые с помощью ДП [1, 2]. При этом ДП представляет собой манипулируемую фазу принимаемого ВОС-сигнала $s(t)$ от какого-либо одного НКА.

В работе рассматриваем упрощенную постановку задачи, при которой полагаем, что принимается сигнал только от одного НКА, а оцениваемые НП и ДП представляют собой скаляры. Как обычно, принимаем, что выполняется оправдываемое практикой ограничение на скорость изменения фазы сигнала $s(t)$: $\tau_{\text{кор}} \gg T$, где $\tau_{\text{кор}}$ – время корреляции случайной фазы $\varphi(t)$, T – длительность тактового интервала ВОС-сигнала $s(t)$ [7–10]. При такой постановке задачи результаты анализа точности приёмников ВОС-сигналов удастся получить в виде аналитических соотношений.

Цель данной работы – на базе МТО с использованием метода синтеза с обратной связью по ДП рассчитать дисперсию квазиоптимальной ошибки оценивания НП $\varphi(t)$ и вероятность ошибочного приема ДП Θ_k применительно к синтезированным квазиоптимальным алгоритмам для приема и обработки ВОС-сигналов приёмников ГНСС, а также построить соответствующие графики.

В определенной мере данная работа является продолжением и развитием [11, 12].

В примерах рассматриваются двоичные фазоманипулированные ШПС, используемые в ГНСС типа ГЛОНАСС и GPS, а также sinВОС-сигналы типа ВОС(1,1) и ВОС(10,5), которые применяются GPS и Galileo [3–6].

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Как отмечали, для упрощения выкладок всюду полагаем, что объект, на котором установлен приёмник ГНСС является стационарным. Кроме того, принимаем, что на входе приёмника наблюдается ВОС-сигнал от какого-либо одного НКА. В такой постановке наблюдение на входе приёмника ГНСС представляет собой аддитивную смесь полезного ВОС-сигнала и шума:

$$\xi(t) = s(t) + n(t), t \in [t_0, t], \quad (1)$$

где $s(t)$ – принимаемый полезный ВОС-сигнал от НКА на входе приёмника ГНСС; $n(t)$ – аддитивная флуктуационная помеха.

Флуктуационная помеха $n(t)$, аппроксимируемая стационарным белым гауссовским шумом (БГШ), имеет статистические характеристики, которые представим в виде

$$M[n(t)] = 0; M[n(t)n(t + \tau)] = \frac{1}{2} N_0 \delta|\tau|, \quad (2)$$

где N_0 – интенсивность БГШ, $M[\cdot]$ – символ математического ожидания (МО), $\delta|\tau|$ – дельта-функция.

Принимаемый ВОС-сигнал $s(t)$ с использованием для передачи СИ двоичной фазовой манипуляции (ФМ) определяется следующим соотношением [4, 6, 11]:

$$s(t) = s(t, \Theta(t_k), \varphi(t)) = A_0 d(t) \cos[\omega_0 t + \Theta(t_k) \pi + \varphi(t)], \quad (3)$$

где A_0 – амплитуда ВОС-сигнала от НКА на входе приёмника ГНСС; $d(t)$ – МФ ВОС-сигнала $s(t)$, отражающая специфику навигационных ШПС и собственно ВОС-сигналов; $\omega_0 = 2\pi f_0$ – круговая несущая частота ВОС-сигнала; f_0 – несущая частота ВОС-сигнала; $\Theta_k = \Theta(t_k)$ – ДП, содержащий СИ от НКА; $\varphi(t)$ – фаза принимаемого ВОС-сигнала $s(t)$; $t_k = t_0 + kT$ ($T = \text{const}$, $k = 0, 1, 2, \dots$). Начало отсчета в (3) принято равным $t_0 = 0$.

Применительно к (3) имеем, что ДП Θ_k представляет собой последовательность двоичных символов длительностью $T = t_{k+1} - t_k$. Длительность такта T ДП Θ_k для ГНСС типа GPS, Galileo и ГЛОНАСС равна длительности посылки СИ: $T = \tau_{\text{СИ}} = 20$ мс [1, 2].

Принимаемый ВОС-сигнал $s(t)$ (3) можно представить в виде:

$$s(t) = s(t, \Theta(t_k), \varphi(t)) = \begin{cases} s_1(t, \varphi(t)) = A_0 d(t) \cos[\omega_0 t + \varphi(t)] & \text{при } \Theta_k = \vartheta_1 = 0; \\ s_2(t, \varphi(t)) = -A_0 d(t) \cos[\omega_0 t + \varphi(t)] & \text{при } \Theta_k = \vartheta_2 = 1. \end{cases} \quad (4)$$

Видно, что для двоичных противоположных ФМ-сигналов и, в частности, ВОС-сигналов $s(t)$ согласно (4) выполняется равенство

$$s_1(t, \varphi(t)) = -s_2(t, \varphi(t)). \quad (5)$$

Полагаем, что ДП Θ_k описывается простой симметричной цепью Маркова на два состояния

и может принимать одно из значений ϑ_i , где $i = 1$ или 2 , с одношаговыми вероятностями переходов, равными $1/2$.

Возможные переходы ДП Θ_k из одного состояния в другое являются дискретными и определяются выражением $t_k = t_0 + kT$, где $k = 0, 1, 2$,

На каждом тактовом полуинтервале времени $[t_k, t_{k+1})$, где $k = 0, 1, 2, \dots$, ДП $\Theta(t_k)$ остается постоянным и описывается априорным уравнением

$$\frac{d\Theta(t_k)}{dt} = 0, \text{ где } t \in [t_k, t_{k+1}), k = 0, 1, 2, \dots \quad (6)$$

Матрица однотоковых вероятностей перехода и вектор вероятностей начального состояния ДП $\Theta(t_k)$ известны и соответственно имеют вид [9, 10]:

$$\pi(t_k) = [\pi_{il}(t_k)], \text{ где} \\ \pi_{il}(t_k) = P\{\Theta(t_k + 0) = \vartheta_l \mid \Theta(t_k - 0) = \vartheta_i\}, \\ i, l = \overline{1, 2};$$

$$P_\Theta(t_0) = \begin{bmatrix} P(\Theta = \vartheta_1) \\ P(\Theta = \vartheta_2) \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Для двоичных сигналов матрицу однотоковых вероятностей перехода можно записать:

$$\pi(t_k) = [\pi_{il}(t_k)] = \begin{bmatrix} p & q \\ q & p \end{bmatrix}, \text{ где } p + q = 1.$$

Часто принимают, что $p = q = 1/2$.

Случайная фаза $\varphi(t)$ принимаемого ВОС-сигнала $s(t)$ (3) описывается винеровским процессом и определяется уравнением [8–10]

$$\frac{d\varphi(t)}{dt} = n_\varphi(t), \quad \varphi(t_0) = \varphi_0, \quad (8)$$

где $n_\varphi(t)$ – стационарный БГШ с известными характеристиками:

$$M[n_\varphi(t)] = 0; M[n_\varphi(t)n_\varphi(t + \tau)] = \frac{1}{2} N_\varphi \delta|\tau|, \quad (9)$$

N_φ – односторонняя спектральная плотность фазовых флуктуаций.

Применительно к ГНСС МФ $d(t)$ у ВОС-сигналов $s(t)$ (3) в типовом случае является результатом перемножения двух двоичных последовательностей: собственно ПСП дальномерного кода $g(t)$ и МПК $r(t)$ (специфика ВОС-сигналов) [3, 4, 6].

В таком случае МФ $d(t)$ ВОС-сигнала $s(t)$ (3) записывается в виде [3, 4, 6]

$$d(t - t_0) = g(t - t_0)r(t - t_0), \quad (10)$$

где $g(t)$ – ПСП дальномерного кода, характеризующая специфику навигационных ШПС, и $r(t)$ – МПК, отражающее специфику ВОС-сигналов $s(t)$.

Формула, описывающая один период ПСП дальномерного кода $g(t)$, имеет вид [1, 2, 6]

$$g(t - t_0) = \sum_{k=0}^{L-1} v_k \text{rect}_{\tau_C}[t - k\tau_C - t_0], \quad (11)$$

где L – коэффициент расширения спектра, т.е. число элементов на периоде ПСП $g(t)$; τ_C – длительность элемента (символа) ПСП $g(t)$; $k = 0, 1, 2, \dots, (L - 1)$.

Кодовые коэффициенты v_k , образующие ПСП дальномерного кода $g(t)$ (11), принимают на каждом ее элементе длительностью τ_C значения $+1$ или -1 согласно закону чередования элементов на ее периоде. Функция $\text{rect}_{\tau_C}[\cdot]$ в (11) представляет собой импульс единичной амплитуды и длительностью τ :

$$\text{rect}_{\tau_C}[t - k\tau_C] = \begin{cases} 1 & \text{при } k\tau_C \leq t < (k+1)\tau_C; \\ 0 & \text{при } k\tau_C > t \geq (k+1)\tau_C, \end{cases} \text{ где} \\ k = 0, 1, 2, \dots, (L - 1). \quad (12)$$

Частота следования элементов ПСП $g(t)$ равна $f_C = 1/\tau_C$. Для длительности периода ПСП $g(t)$ (10) выполняется соотношение

$$T_L = L\tau_C. \quad (13)$$

Например, дальномерный код стандартной точности в ГНСС типа ГЛОНАСС представляет собой периодическую последовательность максимальной длины (М-последовательность) с периодом $T_L = 1$ мс и частотой следования элементов ПСП $f_C = 511$ кГц [2, 5, 6]. В ГНСС типа GPS дальномерный С/А код является периодической последовательностью Голда с периодом $T_L = 1$ мс и частотой следования элементов ПСП $f_C = 1.023$ МГц [2, 5, 6]. У ГНСС ГЛОНАСС длительность элемента ПСП $g(t)$ $\tau_C \approx 2$ мкс и длительность информационной посылки ДП $\Theta(t_k)$ $T_L = \tau_{\text{си}} = 20$ мс [1, 2, 6]. У ГНСС Galileo для E1OS сигналов и ГНСС GPS для L1C сигналов длительность элемента ПСП $g(t)$ $\tau_C \approx 1$ мкс и длительность информационной посылки ДП $\Theta(t_k)$ равна $\tau_{\text{си}} = 20$ мс [1, 2, 6].

В формуле (10) МПК $r(t)$ определяется следующим выражением [3–6]:

$$r(t) = \text{sign}[\sin(\omega_M t)], \quad (14)$$

где $\omega_M = 2\pi f_M$ – круговая частота МПК $r(t)$, $f_M = 1/T_M$ – частота МПК $r(t)$, $T_M = 2\tau_M$ – период МПК, τ_M – длительность импульса МПК (меандрового импульса), функция «сигнум» z равна

$$\text{sign } z = \begin{cases} 1, & z > 0; \\ 0, & z = 0; \\ -1, & z < 0. \end{cases} \quad (15)$$

Видно, что выполняется соотношение

$$f_M = \frac{1}{2\tau_M}. \quad (16)$$

Различные типы ВОС-сигналов характеризуются коэффициентом кратности меандровых импульсов N_M , который равен количеству импульсов МПК $r(t)$, укладываемых на длительности элемента ПСП $g(t)$ [3–6]:

$$N_M = \frac{\tau_C}{\tau_M} = \frac{2f_M}{f_C} = \frac{2\alpha}{\beta}, \quad (17)$$

где $\alpha = \frac{f_M}{f_{оп}}$ и $\beta = \frac{f_C}{f_{оп}}$ – параметры меандровой модуляции ВОС-сигналов.

На рис. 1 представлены графики МПК $r(t)$, ПСП дальномерного кода $g(t)$ (при произвольно заданной в примере реализации) и МФ $d(t)$ ВОС-сигналов при коэффициенте кратности меандровых

импульсов $N_M = 4$, что соответствует, например, типу меандровой модуляции ВОС(10, 5), характерной для ВОС-сигналов М-кода ГНСС GPS [3, 5].

Оптимальную (квазиоптимальную) оценку фазы $\varphi(t)$ (8) принимаемого ВОС-сигнала $s(t)$ (3) получим в соответствии с критерием минимума дисперсии оптимальной (квазиоптимальной) ошибки оценивания фазы $\varphi(t)$ [10–13].

Применительно к ДП Θ_k принимаемого ВОС-сигнала $s(t)$ (3) пороговый уровень решающего устройства приемника устанавливается таким, чтобы вероятность $P_{e\theta}$ ошибочного приема двоичных символов ДП Θ_k была бы минимальной [10–13].

Таким образом, поставленная задача в соответствии с (1)–(3), (6)–(9) заключается в нахождении ошибок оптимальных (соответствующих квазиоптимальных) оценок компонент векторного марковского ДНП $[\varphi(t), \Theta(t_k)]^T$.

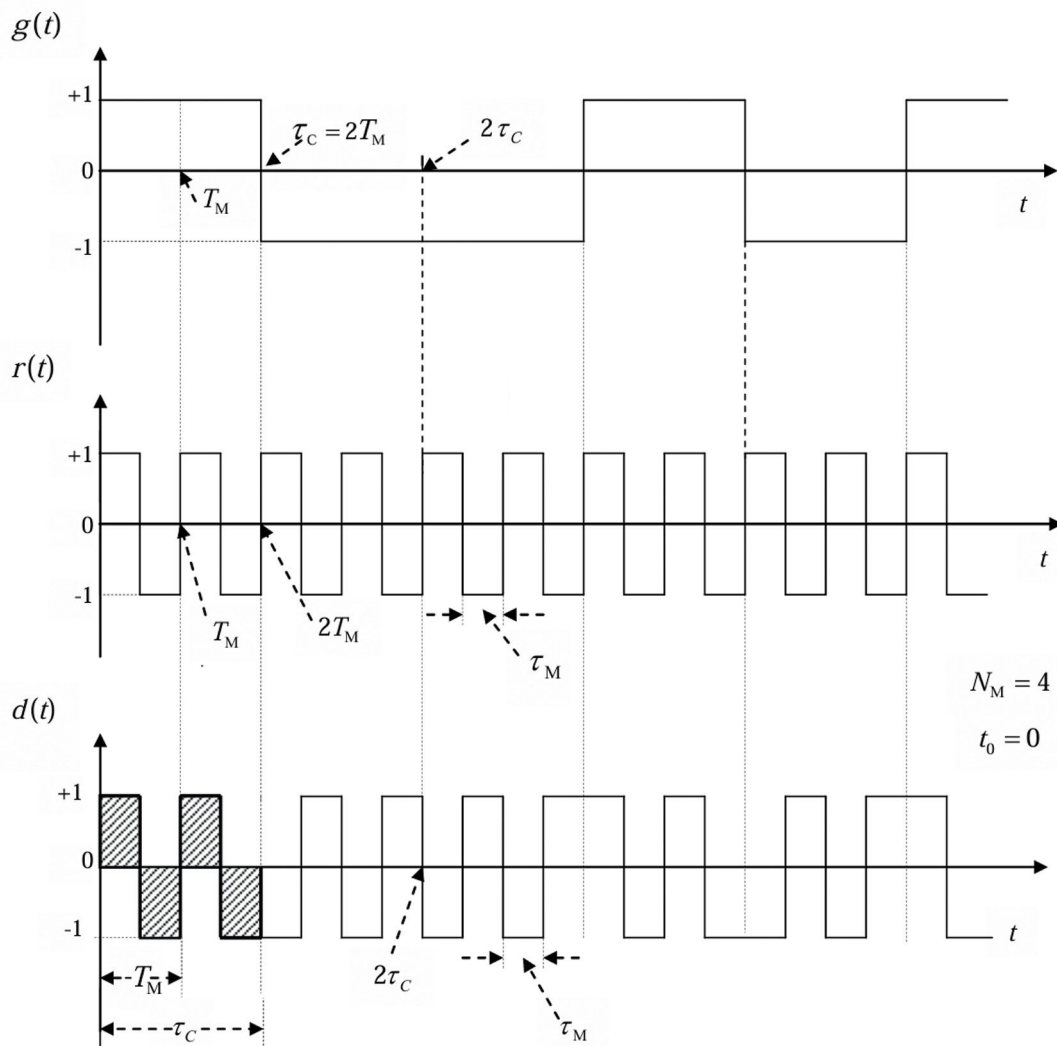


Рис. 1.

2. ОПТИМАЛЬНЫЕ И КВАЗИОПТИМАЛЬНЫЕ ОЦЕНКИ ДИСКРЕТНО-НЕПРЕРЫВНОГО ПРОЦЕССА $[\varphi(t), \Theta(t_k)]^T$

Задача оптимального оценивания состоит в том, чтобы, имея наблюдение $\xi(t)$ (1)–(3) и располагая априорными сведениями о ДНП $[\varphi(t), \Theta(t_k)]^T$ (6)–(9), получить оптимальные оценки НП $\varphi(t)$ и ДП $\Theta(t_k)$. Отметим, что в работе всюду каждый вектор представляет собой вектор-столбец.

Оптимальная оценка НП $\varphi(t)$ должна удовлетворять критерию минимума апостериорного риска при квадратичной функции потерь [8–10]. Оптимальной оценкой $\varphi(t)$ случайной фазы $\varphi(t)$, удовлетворяющей этому критерию, является ее апостериорное МО:

$$\hat{\varphi}(t) = M_{ps} \{ \varphi(t) \} = \int \varphi p_{ps}(t, \varphi) d\varphi, \quad (18)$$

где

$$p_{ps}(t, \varphi) \triangleq p(t, \varphi | \xi_{t_0}^t) \quad (19)$$

– АПВ случайной фазы $\varphi(t)$; $\xi_{t_0}^t = \{ \xi(\tau) : \tau \in [t_0, t] \}$ – реализация наблюдения $\xi(t)$ на отрезке $[t_0, t]$.

Если АПВ $p_{ps}(t, \varphi)$ является унимодальной и гауссовской, то оптимальная оценка $\hat{\varphi}(t)$ согласно критерию (18) и критерию максимума АПВ совпадают [9, 10, 14], что и используем в дальнейшем.

Оптимальная оценка $\Theta(t_k)$ ДП $\Theta(t_k)$ должна удовлетворять критерию минимума апостериорного риска при простой функции потерь, что эквивалентно критерию максимума апостериорной вероятности (АВ) ДП $\hat{\Theta}(t_k)$ [8–10]:

$$\hat{\Theta}(t_{k+1} - 0) = \vartheta_i : \max_{\vartheta_1 \text{ и } \vartheta_2} \{ P_{ips}(t_{k+1} - 0) \}, \quad (20)$$

где $P_{ips}(t_{k+1} - 0)$ – АВ состояния ДП $\Theta(t)$ в момент времени $t = t_{k+1} - 0$.

Применительно к методу синтеза с обратными связями по ДП, если в (18) и (19) АПВ $p_{ps}(t, \varphi)$ принимается гауссовской и выполняются при достаточно высокой апостериорной точности оценивания $P_{ips}(t_k)$ приближенные равенства

$$P_{ips}(t_k) \approx P_{ips}(t_k | \varphi) \approx P_{ips}(t_k | \hat{\varphi}(t)), \quad (21)$$

то формируются квазиоптимальные оценки НП $\varphi^*(t)$ и ДП $\Theta^*(t_k)$ [8–11].

Таким образом, чтобы получить квазиоптимальную оценку фазы $\varphi^*(t)$, полагаем, что выполняется условие

$$p_{ps}^*(t, \varphi) = \mathcal{N} \{ \varphi(t) - \varphi^*(t); K(t) \}, \quad (22)$$

где $\mathcal{N}$ – символ гауссовского закона распределения; звездочка * означает, что АПВ $p_{ps}(t, \varphi)$ (19) аппроксимирована гауссовской кривой (22);

$$\varphi^*(t) = M_{ps} \{ \varphi(t) \} = \int \varphi p_{ps}^*(t, \varphi) d\varphi \quad (23)$$

– квазиоптимальная оценка фазы $\varphi(t)$:

$$K(t) = M_{ps} \left\{ \left[\varphi(t) - \varphi^*(t) \right]^2 \right\} = \quad (24)$$

$$\int \left(\varphi(t) - \varphi^*(t) \right)^2 p_{ps}^*(t, \varphi) d\varphi$$

– апостериорный одномерный центральный момент второго порядка (дисперсия) квазиоптимальной ошибки оцениваемой фазы $\varphi(t)$.

Согласно (22) АПВ $p_{ps}^*(t, \varphi)$ полностью описывается первыми двумя моментами, которые с учетом (1), (3), (6), (8) характеризуются следующими уравнениями [8–10]:

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi^*(t)}{dt} &= K(t) \left. \frac{\partial F_{\Theta}(t, \varphi)}{\partial \varphi} \right|_{\varphi=\varphi^*}, \varphi^*(t_0) = \varphi_0; \\ \frac{dK(t)}{dt} &= K^2(t) \left. \frac{\partial^2 F_{\Theta}(t, \varphi)}{\partial \varphi^2} \right|_{\varphi=\varphi^*} + \frac{N_{\varphi}}{2}, \end{aligned} \quad (25)$$

где

$$F_{\Theta}(t, \varphi) = \sum_{i=1}^2 F_i(t, \varphi) P_{ips}(t | \varphi)$$

– производная по времени от усредненного по ДП $\Theta(t_k)$ парциального (i -го) логарифма функционала правдоподобия (ЛФП) $F_i(t, \varphi)$ оцениваемой фазы $\varphi(t)$.

Парциальный (i -й) ЛФП $\Theta_i(t, \varphi)$ оцениваемой фазы $\varphi(t)$ равен [9, 11–13]

$$\Phi_i(t, \varphi) = \int_{t_k}^t F_i(\tau, \varphi) d\tau, \text{ где } i = \overline{1, 2}. \quad (26)$$

Для двоичных противоположных ФМ-сигналов (binary phase shift keying signals – BPSK-сигналов) и, в частности, ВОС-сигналов производная по времени от усредненного по ДП $\Theta(t_k)$ парциального (i -го) ЛФП $F_{\Theta}(t, \varphi)$ характеризуется следующей формулой [13]:

$$F_{\Theta}(t, \varphi^*) = F_1(t, \varphi^*) \text{th}\Phi_1(t, \varphi^*), \quad (27)$$

где $F_1(t, \varphi)$ согласно (1)–(5) и с учетом того, что $\varphi(t)$ – неэнергетический параметр, определяется на основе следующего выражения [10, 11–13]:

$$F_i(t, \varphi) = \frac{2}{N_0} \xi(t) s_i(t, \varphi(t)), \text{ где } i = \overline{1, 2}, \quad (28)$$

а парциальный ЛФП $\Phi_1(t, \varphi)$ вычисляется в соответствии с (26).

Видно, что согласно (5) для двоичных противоположных ФМ-сигналов и, в частности, ВОС-сигналов $s(t)$ выполняется равенство

$$F_1(t, \varphi) = -F_2(t, \varphi). \quad (29)$$

Квазиоптимальную оценку ДП $\Theta(t_k)$ сформируем на основе критерия (20).

При этом полагаем, что согласно (21) помимо выполнения условия (22) имеет место приближенное равенство

$$P_{ips}(t_k) \approx P_{ips}(t_k | \varphi^*(t)), \text{ где } i = \overline{1, 2}. \quad (30)$$

Решение о квазиоптимальной оценке ДП $\Theta_{(k+1)}^*$ на k -м такте, где $t \in [t_k, t_{k+1})$, принимается в конце первого этапа обработки, т.е. в момент времени $t = t_{k+1} - 0$, согласно критерию (20) с учетом (30):

$$\Theta_{(k+1)}^* = \vartheta_i: \max \left\{ P_{1ps}(t_{k+1} - 0 | \varphi^*(t_{k+1})); P_{2ps}(t_{k+1} - 0 | \varphi^*(t_{k+1})) \right\}. \quad (31)$$

Выражение для квазиоптимальной оценки ДП $\Theta_{(k+1)}^*(t_{k+1} - 0)$ применительно к приемникам двоичных противоположных ФМ-сигналов и, в частности, ВОС-сигналов $s(t)$ (3) записывается в следующем виде [8, 10, 13–15]:

$$\Theta_{(k+1)}^*(t_{k+1} - 0) = \text{sign} z_{\Theta}^*(t_{k+1} - 0), \quad (32)$$

где

$$z_{\Theta}(t) \triangleq P_{1ps}(t | \varphi) - P_{2ps}(t | \varphi) \quad (33)$$

— разность условных АВ состояния ДП $\Theta(t_k)$.

Формула для условных АВ $P_{ips}(t | \varphi)$ применительно к методу синтеза с обратной связью по ДП имеет вид [11–13]

$$P_{ips}(t | \varphi) = \frac{P_{ips}(t_k + 0 | \varphi) \exp \left[\int_{t_k}^t F_i(\tau, \varphi) d\tau \right]}{\sum_{l=1}^2 P_{lps}(t_k + 0 | \varphi) \exp \left[\int_{t_k}^t F_l(\tau, \varphi) d\tau \right]}, \quad (34)$$

где функция $F_i(t, X_k)$ определяется согласно (28), $i = \overline{1, 2}$, $t \in [t_k, t_{k+1})$, $k = 0, 1, 2, \dots$

Начальное условие $P_{ips}(t_k + 0 | \varphi)$ для (33) с учетом (6) и (7) характеризуется соотношением [9, 11–13]:

$$P_{ips}(t_k + 0 | \varphi) =$$

$$= \sum_{m=1}^2 \pi_{mi}(t_k) P_{mps}(t_k - 0 | \varphi), \quad i = \overline{1, 2}. \quad (35)$$

В случае квазиоптимальных алгоритмов приема и обработки двоичных противоположных ФМ-сигналов и, в частности, ВОС-сигналов $s(t)$ (3) при равных априорных вероятностях гипотез $P_{pr}(\Theta(t_k) = \vartheta_1) = P_{pr}(\Theta(t_k) = \vartheta_2) = 1/2$ формула разности условных АВ $z_{\Theta}(t)$ (33) принимает вид [13]

$$z_{\Theta}(t) = \text{th} \Phi_1(t, \varphi), \quad (36)$$

где $\Phi_1(t, \varphi)$ определяется согласно (26).

При реализации структур квазиоптимальных приемников обычно алгоритм (36) упрощают, заменяя его приближенным, при котором, в частности, функция $\text{sign} z_{\Theta}^*(t_{k+1} - 0)$ в (32) принимается той же самой, что и сама случайная величина $z_{\Theta}^*(t_{k+1} - 0)$. Приближенный алгоритм формирования квазиоптимальной оценки $z_{\Theta}^*(t)$ согласно (4), (26), (28) и (36) и с учетом того, что фаза $\varphi(t)$ является неэнергетическим параметром, характеризуется следующим соотношением [9, 10, 13]:

$$z_{\Theta}^*(t) \approx \Phi_1(t, \varphi^*) \approx \frac{2A_0 d(t)}{N_0} \int_{t_k}^t \xi(\tau) \cos[\omega_0 \tau + \varphi^*] d\tau. \quad (37)$$

Квазиоптимальная оценка разности условных АВ $z_{\Theta}^*(t)$ определяет сигнал в приемнике на выходе канала ФМ-сигналов. Процесс $z_{\Theta}^*(t)$ в моменты времени $t = t_{k+1} - 0$, $k = 0, 1, 2, \dots$, сравнивается с порогом H для принятия решения о значениях ДП Θ_{k+1} . При двоичных противоположных ФМ-сигналах и, в частности, ВОС-сигналах $s(t)$ (3) порог равен $H = 0$. Тогда применительно к (36) можем записать:

$$z_{\Theta}^*(t) \geq 0. \quad (38)$$

Таким образом, в конце k -го такта, т.е. при $t = t_{k+1} - 0$, $k = 0, 1, 2, \dots$, имеем, что на основе (37) квазиоптимальная оценка $\Theta_{(k+1)}^*(t_{k+1} - 0)$ в (31) определяется соотношением

$$\Theta_{(k+1)}^*(t_{k+1} - 0) = \text{sign} \frac{2A_0 d(t)}{N_0} \int_{t_k}^{t_{k+1}-0} \xi(\tau) \cos[\omega_0 \tau + \varphi^*] d\tau \quad (39)$$

3. ДИСПЕРСИЯ КВАЗИОПТИМАЛЬНОЙ ОШИБКИ ОЦЕНИВАНИЯ СЛУЧАЙНОЙ ФАЗЫ $\varphi(t)$

Важную характеристику точности и помехоустойчивости приемника представляет собой зависимость дисперсии квазиоптимальной ошибки оценивания случайной фазы $\varphi(t)$ принимаемого ВОС-сигнала $s(t)$ (3) от отношения сигнал/шум

$$q_{\tau_M} = \frac{A_0^2 \tau_M}{N_0}, \quad (40)$$

где τ_M — длительность импульса МПК (14).

Для вычисления дисперсии квазиоптимальной ошибки оценивания случайной фазы $\varphi(t)$ применим метод временного усреднения [8–10] к уравнению для второго момента (25) АПВ $p_{ps}(t, \varphi)$. В таком случае принимаем, что

$$\overline{K(t)} \triangleq \sigma_{\varphi ps}^2, \quad (41)$$

где черта сверху означает символ временного усреднения.

С учетом (41) уравнение (25) принимает вид

$$\sigma_{\varphi ps}^4 \frac{\partial^2 F_{\Theta}(t, \varphi)}{\partial \varphi^2} \Big|_{\varphi=\varphi^*} + \frac{N_{\varphi}}{2} = 0. \quad (42)$$

На основании (42) находим, что дисперсия квазиоптимальной ошибки оценивания случайной фазы $\varphi(t)$ равна

$$\sigma_{\varphi ps}^2 = \sqrt{-\frac{N_{\varphi}}{2 \frac{\partial^2 F_{\Theta}(t, \varphi)}{\partial \varphi^2} \Big|_{\varphi=\varphi^*}}}. \quad (43)$$

Известно, что для двоичных противоположных ФМ-сигналов и, в частности, ВОС-сигналов $s(t)$ (3) выполняется следующее соотношение [13]:

$$\frac{\partial^2 F_{\Theta}(t, \varphi)}{\partial \varphi^2} \Big|_{\varphi=\varphi^*} = -F_{\Theta}(t, \varphi) \Big|_{\varphi=\varphi^*}, \quad (44)$$

где производная по времени от усредненного по ДП $\Theta(t_k)$ парциального (i -го) ЛФП $F_{\Theta}(t, \varphi)$ определяется согласно (27).

С учетом (44) формула, характеризующая дисперсию $\sigma_{\varphi ps}^2$ (43), принимает вид

$$\sigma_{\varphi ps}^2 = \sqrt{\frac{N_{\varphi}}{2 F_{\Theta}(t, \varphi^*)}}. \quad (45)$$

В соответствии с (27) дисперсия $\sigma_{\varphi ps}^2$ квазиоптимальной ошибки оценивания фазы $\varphi(t)$ применительно к двоичным противоположным ФМ-сигналам и, в частности, к ВОС-сигналам $s(t)$ (3) равна

$$\sigma_{\varphi ps}^2 = \sqrt{\frac{N_{\varphi}}{2 F_1(t, \varphi^*) \operatorname{th} \Phi_1(t, \varphi^*)}}, \quad (46)$$

где функции $\Phi_1(t, \varphi^*)$ и $F_1(t, \varphi^*)$ характеризуются согласно (26) и (28).

На основании (46), выполнив преобразования согласно (26)–(28), получим, что для двоичных противоположных ФМ-сигналов и, в частности, ВОС-сигналов $s(t)$ (3) дисперсия $\sigma_{\varphi ps}^2$ квазиоптимальной ошибки оценивания фазы $\varphi(t)$ характеризуется следующим соотношением:

$$\sigma_{\varphi ps}^2 = \sqrt{\frac{D_{\varphi \tau_C}}{q_{\tau_C} \operatorname{th} q_{\tau_C}}}, \quad (47)$$

$$\text{где } D_{\varphi \tau_C} = \frac{N_{\varphi} \tau_C}{2} \quad (48)$$

— дисперсия набега случайной фазы $\varphi(t)$ за длительность τ_C элемента ПСП $g(t)$ (см. рис. 1);

$$q_{\tau_C} = \frac{A_0^2 \tau_C}{N_0} \quad (49)$$

— отношение удвоенной энергии элементарного импульса ПСП $g(t)$ к спектральной плотности БГШ (отношение сигнал/шум); th — символ гиперболического тангенса.

Отметим, что, поскольку выполняется равенство $\tau_C = N_M \tau_M$, то для параметров q_{τ_M} (40) и q_{τ_C} (49) имеет место формула связи:

$$q_{\tau_C} = N_M q_{\tau_M} \quad (50)$$

Применительно к ВОС-сигналам формулу (37), характеризующую дисперсию $\sigma_{\varphi ps}^2$ квазиоптимальной ошибки оценивания фазы $\varphi(t)$, с учетом (50) удобнее использовать в несколько иной форме:

$$\sigma_{\varphi ps}^2 = \sqrt{\frac{D_{\varphi \tau_C}}{N_M q_{\tau_M} \operatorname{th}(N_M q_{\tau_M})}}, \quad (51)$$

где N_M , q_{τ_M} и $D_{\varphi \tau_M}$ определяются в соответствии с (17), (40) и (48).

В иллюстрирующих примерах при расчетах было принято [1, 2, 6]:

$$\tau_C = 2 \cdot 10^{-6} \text{ с}, \quad T_L = 2 \cdot 10^{-2} \text{ с} \text{ и } L = 10^4.$$

Результаты вычислений согласно (51) и построение с помощью пакета прикладных программ MathCAD соответствующих графиков дисперсии $\sigma_{\varphi ps}^2$ квазиоптимальной ошибки оценивания фазы $\varphi(t)$ ВОС-сигналов $s(t)$ (3) в зависимости от отношения сигнал/шум q_{τ_M} для нескольких значений параметров N_M и $D_{\varphi \tau_C}$ представлены на рис. 2–4.

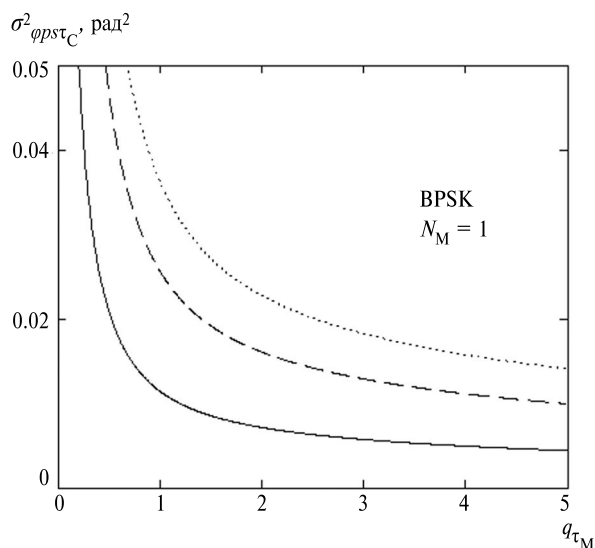


Рис. 2.

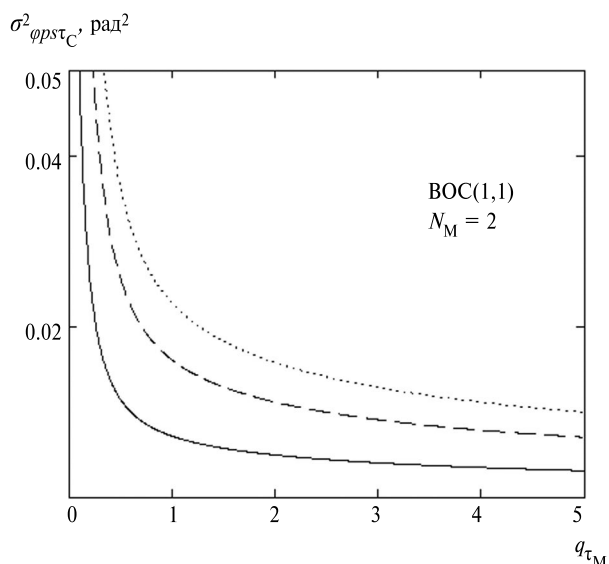


Рис. 3.

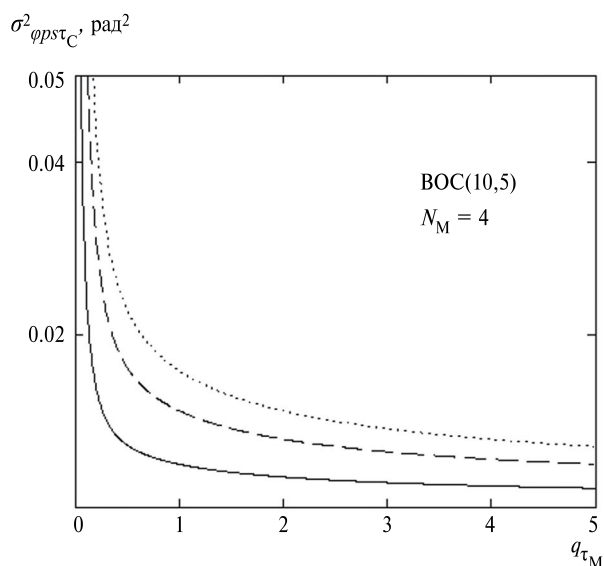


Рис. 4.

Графики на рис. 2 характеризуют случай вырожденных ВОС-сигналов с коэффициентом кратности $N_M=1$, т.е. с меандровой модуляцией, например, типа ВОС(1,2), когда меандровые сигналы трансформируются в обычные ФМ ШПС с модуляцией типа BPSK. Представлены графики для $D_{\varphi\tau_C} = 10^{-4}$ (сплошная линия), $D_{\varphi\tau_C} = 5 \cdot 10^{-4}$ (штриховая), $D_{\varphi\tau_C} = 10^{-3}$ (пунктирная).

На рис. 3 представлены графики ВОС-сигналов с коэффициентом кратности меандровых импульсов $N_M = 2$, т.е. с меандровой модуляцией,

например, типа ВОС(1,1). Представлены графики для $D_{\varphi\tau_C} = 10^{-4}$ (сплошная линия), $D_{\varphi\tau_C} = 5 \cdot 10^{-4}$ (штриховая), $D_{\varphi\tau_C} = 10^{-3}$ (пунктирная).

На рис. 4 показаны графики ВОС-сигналов с коэффициентом кратности $N_M=4$, т.е. с меандровой модуляцией, например, типа ВОС(10,5). Представлены графики для $D_{\varphi\tau_C} = 10^{-4}$ (сплошная линия), $D_{\varphi\tau_C} = 5 \cdot 10^{-4}$ (штриховая), $D_{\varphi\tau_C} = 10^{-3}$ (пунктирная).

На основе (51) и анализа графиков на рис. 2–4 количественно оценено уменьшение ошибки оценивания случайной фазы $\varphi(t)$ с ростом отношения сигнал/шум на входе приемника.

При фиксированном отношении сигнал/шум q_{τ_M} ошибки оценивания фазы $\varphi(t)$ сигнала $s(t)$ (3) растут с увеличением значения параметра $D_{\varphi\tau_C}$, что отражает значимость повышения стабильности частоты задающего генератора.

4. ВЕРОЯТНОСТЬ ОШИБОЧНОГО ПРИЕМА ДИСКРЕТНОГО ПАРАМЕТРА $\Theta(t_k)$

Вероятность ошибочного приема $P_{e\Theta}(t)$ информационного ДП $\Theta(t_k)$ определяется на основе анализа статистических характеристик случайного процесса $z_{\Theta}^*(t)$ (37) и (38), наблюдаемого на выходе канала ФМ приемника ВОС-сигналов ГНСС.

Как известно [8, 10, 14], вероятность ошибочного приема $P_{e\Theta}$ определяется в соответствии с формулой полной вероятности:

$$P_{e\Theta} = \sum_{i=1}^2 P_{pri} P_{e\Theta i}, \quad (52)$$

где $P_{pri} = P_{pr}(\Theta = \vartheta_i)$ — априорная вероятность того, что $\Theta = \vartheta_i, i = 1, 2, \vartheta_1 = 0, \vartheta_2 = 1$; $P_{e\Theta 1} \triangleq P(s_2/s_1)$ — условная вероятность ошибки, когда принимается решение, что наблюдается сигнал $s_2 = s(t, \varphi(t), \Theta_k = \vartheta_2 = 1)$, при наличии в реализации $\xi(t)$ в действительности сигнала $s_1 = s(t, \varphi(t), \Theta_k = \vartheta_1 = 0)$; $P_{e\Theta 2} \triangleq P(s_1/s_2)$ — условная вероятность ошибки, когда принимается решение, что наблюдается сигнал $s_1 = s(t, \varphi(t), \Theta_k = \vartheta_1 = 0)$, при наличии в реализации $\xi(t)$ в действительности сигнала $s_2 = s(t, \varphi(t), \Theta_k = \vartheta_2 = 1)$. В формуле (52) сигналы s_1 и s_2 определяются согласно (4).

Видно, что условная вероятность $P_{e\Theta 1}$ характеризует собой ошибку 2-го рода (ложный сигнал), а условная вероятность $P_{e\Theta 2}$ является ошибкой 1-го рода (пропуск сигнала).

Для типового частного случая, когда гипотезы априорно равновероятны, т.е. $P_{pr1} = P_{pr2} = 1/2$, формула (52) вероятности ошибочного приема $P_{e\Theta}$ принимает вид

$$P_{e\Theta} = \frac{1}{2}(P_{e\Theta 1} + P_{e\Theta 2}). \quad (53)$$

Поскольку принимаемый ВОС-сигнал $s(t, \Theta(t_k), \varphi(t))$ (3) зависит как от ДП $\Theta(t_k)$, так и от НП $\varphi(t)$, то для вычисления вероятностей $P_{e\Theta 1}$ и $P_{e\Theta 2}$ в (52) необходимо исключить их зависимость от фазы $\varphi(t)$. Для этого усредним вероятности $P_{e\Theta i}(\varphi)$, где $i = 1, 2$, по АПВ случайной фазы $\varphi(t)$ [10, 13]:

$$P_{e\Theta i} = M_{ps} \{P_{e\Theta i}(\varphi)\} = \int P_{e\Theta i}(\varphi) p_{ps}(t, \varphi) d\varphi, \quad (54)$$

где $i = \overline{1, 2}$, $p_{ps}(t, \varphi) \triangleq p(t, \varphi | \xi_{t_0}^t)$ — АПВ случайной фазы $\varphi(t)$.

Если на k -м такте, т.е. $t \in [t_k, t_{k+1} - 0)$, $k = 0, 1, 2, \dots$, в принятом ВОС-сигнале $s(t, \Theta(t_k), \varphi(t))$ (4) ДП $\Theta_k = \vartheta_1 = 0$, то соответствующую этому случаю случайную величину $z_{\Theta}^*(t_{k+1} - 0)$ (33) и (37) обозначим как $z_{\Theta}^*(t_{k+1} - 0) \triangleq z_1^*$.

Плотность вероятности гауссовской случайной величины z_1^* при фиксированном значении фазы $\varphi(t)$ имеет вид [8, 10, 13, 14]

$$p(z_1^*) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_z(\varphi)} \exp \left\{ -\frac{(z_1^* - m_1(\varphi))^2}{2\sigma_z^2(\varphi)} \right\}, \quad (55)$$

где

$$m_1(\varphi) = M[z_1^*] = \int_{-\infty}^{\infty} z_1^* p(z_1^*) dz_1^* \quad (56)$$

— условное (по $\varphi(t)$) МО случайной величины z_1^* ,

$$\sigma_z^2(\varphi) = M[z_1^{*2}] - m_1^2(\varphi) \quad (57)$$

— дисперсия случайной величины z_1^* .

Если на k -м такте, т.е. $t \in [t_k, t_{k+1} - 0)$, $k = 0, 1, 2, \dots$, в принятом ВОС-сигнале $s(t, \Theta(t_k), \varphi(t))$ (4) ДП $\Theta_k = \vartheta_2 = 1$, то соответствующую этому случаю случайную величину $z_{\Theta}^*(t_{k+1} - 0)$ (33) и (37) обозначим как $z_{\Theta}^*(t_{k+1} - 0) \triangleq z_2^*$.

Плотность вероятности гауссовской случайной величины z_2^* при фиксированном значении фазы $\varphi(t)$ имеет вид [8, 10, 13, 14]

$$p(z_2^*) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_z(\varphi)} \exp \left\{ -\frac{(z_2^* - m_2(\varphi))^2}{2\sigma_z^2(\varphi)} \right\} \quad (58)$$

где

$$m_2(\varphi) = M[z_2^*] = \int_{-\infty}^{\infty} z_2^* p(z_2^*) dz_2^* \quad (59)$$

— условное (по $\varphi(t)$) МО случайной величины z_2^* , $\sigma_z^2(\varphi) = M[z_2^{*2}] - m_2^2(\varphi)$ — дисперсия случайной величины z_2^* . (60)

Как известно [8, 10, 13], дисперсии случайных величин z_1^* и z_2^* равны друг другу и являются безусловными по фазе $\varphi(t)$, т.е.

$$\sigma_z^2(\varphi) = \sigma_z^2. \quad (61)$$

В соответствии с (1) и (37) для двоичных противоположных ФМ-сигналов и, в частности, ВОС-сигналов $s(t)$ (3) условные МО $m_i(\varphi)$, где $i = 1, 2$, и дисперсия σ_z^2 случайных величин z_1 и z_2 имеют вид [8, 10, 13]:

$$m_i(\varphi) = \frac{2}{N_0} \int_{t_k}^{t_{k+1}} s_i(t, \varphi) s_1(t, \varphi^*) dt, \text{ где } i = \overline{1, 2}; \quad (62)$$

$$\sigma_z^2 = \frac{2}{N_0} \int_{t_k}^{t_{k+1}} s_1^2(t, \varphi^*) dt. \quad (63)$$

Условные вероятности ошибок $P_{e\Theta 1}$ и $P_{e\Theta 2}$ согласно (55) и (58) характеризуются следующими соотношениями [8, 10, 13]:

$$P_{e\Theta 1} = \int_{-\infty}^H p(z_1^*) dz_1^* \text{ и } P_{e\Theta 2} = \int_H^{\infty} p(z_2^*) dz_2^*,$$

где H — порог принятия решения, выбираемый из условия минимума вероятности ошибочного приема $P_{e\Theta}$.

Согласно (53), (55), (58) и (61) вероятность ошибочного приема $P_{e\Theta}$ может быть представлена в виде

$$P_{e\Theta} = \frac{1}{2} \left[\int_{-\infty}^H p(z_1^*) dz_1^* + \int_H^{\infty} p(z_2^*) dz_2^* \right] = \frac{1}{2} \left\{ \Phi \left(\frac{H - m_1(\varphi)}{\sigma_z} \right) + \left[1 - \Phi \left(\frac{H - m_2(\varphi)}{\sigma_z} \right) \right] \right\}, \quad (64)$$

где

$$\Phi\left(\frac{x-m}{\sigma}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^x \exp\left[-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right] dx \quad (65)$$

— интеграл вероятности Гаусса (функция гауссовского распределения).

При написании (64) учтено, что для интеграла вероятности Гаусса выполняется соотношение

$$\Phi(-z) = 1 - \Phi(z). \quad (66)$$

Таким образом, формула (65) для вероятности ошибочного приема $P_{e\Theta}$ (53) имеет вид

$$P_{e\Theta} = \frac{1}{2} \left[1 + \Phi\left(\frac{H - m_1(\varphi)}{\sigma_z}\right) - \Phi\left(\frac{H - m_2(\varphi)}{\sigma_z}\right) \right]. \quad (67)$$

Выбирая порог H из условия минимума вероятности ошибочного приема $P_{e\Theta}$ и решив уравнение $\partial P_{e\Theta} / \partial H = 0$, получим, что

$$H_{\text{опт}} = \frac{m_1(\varphi) + m_2(\varphi)}{2}. \quad (68)$$

В соответствии с (66)–(68) минимальное значение вероятности ошибочного приема $P_{e\Theta \min}$ равно

$$P_{e\Theta \min} = 1 - \Phi\left(\frac{m_1(\varphi) - m_2(\varphi)}{2\sigma_z}\right), \quad (69)$$

где $\Phi(z)$ — интеграл вероятности Гаусса (65).

Для двоичных противоположных ФМ-сигналов и, в частности, ВОС-сигналов $s(t)$ (3) на основании (4) и (37), находим, что

$$m_1(\varphi) = -m_2(\varphi). \quad (70)$$

В таком случае согласно (55) имеем

$$H_{\text{опт}} = 0. \quad (71)$$

Перейдем в (69) от условных (по фазе $\varphi(t)$) МО $m_i(\varphi)$ к соответствующим безусловным МО случайных величин z_1^* и z_2^* :

$$M_i \triangleq M_{ps}\{m_i(\varphi)\} = \int_{-\infty}^{\infty} m_i(\varphi) p_{ps}(t, \varphi) d\varphi, \quad (72)$$

где $p_{ps}(t, \varphi) \triangleq p(t, \varphi | \xi_{t_0}^t)$ — АПВ случайной фазы $\varphi(t)$, $t = 1, 2$.

Согласно (62) и (72) можем записать

$$M_1 = \frac{2T_L}{N_0} M_{ps} \left\{ s(t, \Theta_k = \vartheta_1, \varphi) \left[s(t, \Theta_k = \vartheta_1, \varphi^*) - s(t, \varphi(t), \Theta_k = \vartheta_2, \varphi^*) \right] \right\}; \quad (73)$$

$$M_2 = \frac{2T_L}{N_0} M_{ps} \left\{ s(t, \Theta_k = \vartheta_2, \varphi) \left[s(t, \Theta_k = \vartheta_1, \varphi^*) - s(t, \varphi(t), \Theta_k = \vartheta_2, \varphi^*) \right] \right\}. \quad (74)$$

Для двоичных противоположных ФМ-сигналов и, в частности, ВОС-сигналов $s(t)$ (3) на основании (5) и (62), находим, что формулы (73) и (74) безусловных МО случайных величин z_1 и z_2 принимают вид

$$\begin{aligned} M_1 &= \frac{4T_L}{N_0} M_{ps} \left[s_1(t, \varphi) s_1(t, \varphi^*) \right] = \\ &= 2q_{T_L} \exp\left(-\frac{\sigma_{\varphi ps}^2}{2}\right); \end{aligned} \quad (75)$$

$$\begin{aligned} M_2 &= -\frac{4T_L}{N_0} M_{ps} \left[s_1(t, \varphi) s_1(t, \varphi^*) \right] = \\ &= -2q_{T_L} \exp\left(-\frac{\sigma_{\varphi ps}^2}{2}\right), \end{aligned} \quad (76)$$

где

$$q_{T_L} = \frac{A_0^2 T_L}{N_0} \quad (77)$$

— отношение удвоенной энергии сигнала на длительности тактового интервала T_L к односторонней

спектральной плотности N_0 БГШ $n(t)$ на входе приемника (отношение сигнал/шум); $\sigma_{\varphi ps}^2$ — дисперсия квазиоптимальной ошибки оценивания фазы $\varphi(t)$ (47).

Отметим, что между параметрами, характеризующими отношение сигнал/шум q_{τ_M} (40), q_{τ_C} (49) и q_{T_L} (77), имеется взаимосвязь:

$$q_{T_L} = L q_{\tau_C} = L N_M q_{\tau_M}. \quad (78)$$

Известно, что при малых ошибках обработки сигналов приближенно выполняются равенства [10, 13, 14]

$$m_i(\varphi) = M_i, \text{ где } i = \overline{1, 2}. \quad (79)$$

Учитывая (79), можно записать, что минимальное значение вероятности ошибочного приема $P_{e\Theta \min}$ (69) равно

$$P_{e\Theta \min} = 1 - \Phi\left(\frac{M_1 - M_2}{2\sigma_z}\right), \quad (80)$$

где M_1 и M_2 определяются согласно (75) и (76), $\Phi(z)$ — интеграл вероятности Гаусса (65).

Для двоичных противоположных ФМ-сигналов и, в частности, ВОС-сигналов $s(t)$ (3) в соответствии с (70) и (79) имеем, что

$$M_1 = -M_2. \quad (81)$$

Согласно (81) минимальное значение вероятности ошибочного приема $P_{e\Theta \min}$ (80) равно

$$P_{e\Theta \min} = 1 - \Phi\left(\frac{M_1}{\sigma_z}\right), \quad (82)$$

где M_1 характеризуется (75).

Дисперсия σ_z^2 случайных величин z_1^* и z_2^* применительно к двоичным противоположным ФМ-сигналам и, в частности, ВОС-сигналам $s(t)$ (3) на основании (63) характеризуется следующим выражением:

$$\sigma_z^2 = \frac{8T_L}{N_0} M_{ps} \left[s_1^2(t, \varphi^*) \right] = 4q_{TL}, \quad (83)$$

где q_{TL} определяется (77).

Итоговое выражение (82) для вероятности $P_{e\Theta \min}$ ошибочного приема двоичных противоположных ФМ-сигналов и, в частности, ВОС-сигналов $s(t)$ (3) согласно (75) и (83) записывается в виде

$$P_{e\Theta \min} = 1 - \Phi\left[\sqrt{q_{TL}} \exp\left(-\frac{\sigma_{\varphi ps T_L}^2}{2}\right)\right], \quad (84)$$

где параметр q_{TL} определяется (77).

В формуле (84) дисперсию $\sigma_{\varphi ps T_L}^2$ квазиоптимальной ошибки оценивания случайной фазы $\phi(t)$ следует рассматривать на длительности тактового интервала T_L (интервал дискретизации ДП $\Theta(t_k)$), т.е. в несколько иной форме по сравнению с (47) и (57):

$$\sigma_{\varphi ps T_L}^2 = \sqrt{\frac{D_{\varphi T_L}}{q_{TL} \text{th} q_{TL}}} = \sqrt{\frac{D_{\varphi \tau_C}}{q_{\tau_C} \text{th}(Lq_{\tau_C})}}, \quad (85)$$

где

$$D_{\varphi T_L} = \frac{N_{\varphi} T_L}{2} = L \frac{N_{\varphi} \tau_C}{2} = L D_{\varphi \tau_C}, \\ q_{TL} = L q_{\tau_C} = L N_M q_{\tau_M}$$

Применительно к ВОС-сигналам итоговую формулу (84) для вероятности ошибочного приема $P_{e\Theta \min}$ с учетом (78) удобнее использовать в виде

$$P_{e\Theta \min} = 1 - \Phi\left[\sqrt{L N_M q_{\tau_M}} \exp\left(-\frac{\sigma_{\varphi ps T_L}^2}{2}\right)\right], \quad (86)$$

где q_{τ_M} определяется согласно (40).

Результаты вычислений в соответствии с (86) и построение с помощью пакета прикладных

программ MathCAD соответствующих графиков вероятности $P_{e\Theta \min}$ ошибочного приема ДП $\Theta(t_k)$ ВОС-сигналов $s(t)$ (3) в зависимости отношения сигнал/шум q_{τ_M} для нескольких значений параметров N_M и $\sigma_{\varphi ps T_L}^2$ представлены на рис. 5–7.

Графики на рис. 5 представляют случай вырожденных ВОС-сигналов с коэффициентом кратности $N_M = 1$, т.е. с меандровой модуляцией, например, типа ВОС(1, 2), когда меандровые сигналы трансформируются в обычные ФМ ШПС с модуляцией типа BPSK. Представлены графики для $\sigma_{\varphi ps T_L}^2 = 0.5 \text{ рад}^2$ (сплошная линия), $\sigma_{\varphi ps T_L}^2 = 1 \text{ рад}^2$ (штриховая) и $\sigma_{\varphi ps T_L}^2 = 1.5 \text{ рад}^2$ (пунктирная).

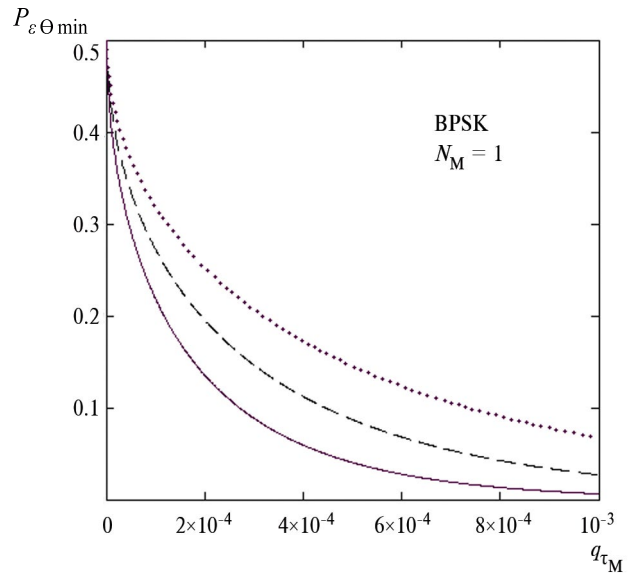


Рис. 5.

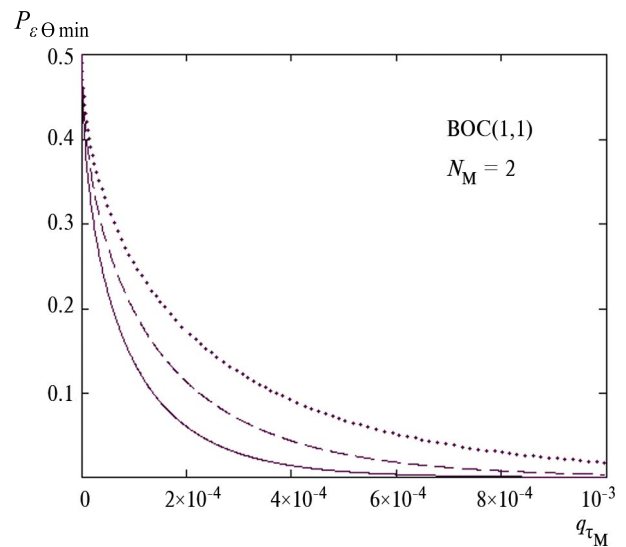


Рис. 6.

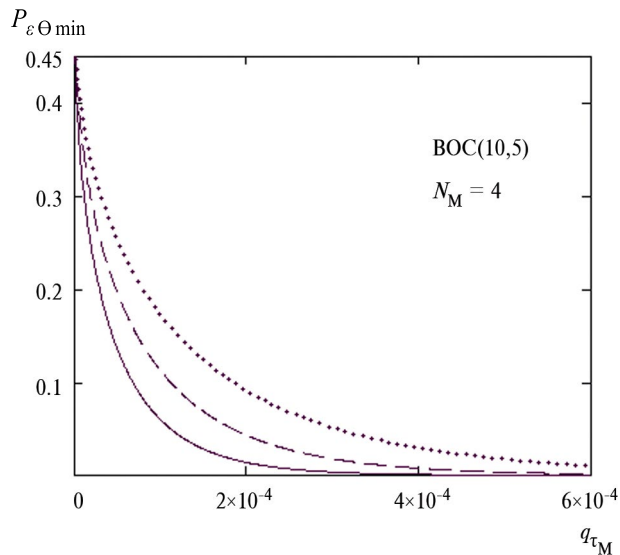


Рис. 7.

На рис. 6 изображены графики ВОС-сигналов с коэффициентом кратности меандровых импульсов $N_M = 2$, т.е. с меандровой модуляцией, например, типа ВОС(1,1). Представлены графики для $\sigma_{\varphi ps T_L}^2 = 0.5 \text{ рад}^2$ (сплошная линия), $\sigma_{\varphi ps T_L}^2 = 1 \text{ рад}^2$ (штриховая) и $\sigma_{\varphi ps T_L}^2 = 1.5 \text{ рад}^2$ (пунктирная).

На рис. 7 представлены графики ВОС-сигналов с коэффициентом кратности $N_M = 4$, т.е. с меандровой модуляцией, например, типа ВОС(10,5). Представлены графики для $\sigma_{\varphi ps T_L}^2 = 0.5 \text{ рад}^2$ (сплошная линия), $\sigma_{\varphi ps T_L}^2 = 1 \text{ рад}^2$ (штриховая) и $\sigma_{\varphi ps T_L}^2 = 1.5 \text{ рад}^2$ (пунктирная).

На основе (86) и рассмотрения графиков рис. 5–7 получена количественная оценка повышения точности и помехоустойчивости приема ДП $\Theta(t_k)$ различного типа ВОС-сигналов в зависимости от роста отношения сигнал/шум на входе приемника ГНСС, а также от улучшения точности фильтрации фазы $\varphi(t)$ сигнала $s(t)$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрены точность и помехоустойчивость квазиоптимальных алгоритмов для приема и обработки навигационных ШПС и, в частности, ВОС-сигналов (меандровых ШПС), которые предназначены для применения в современных и перспективных ГНСС, таких как GPS (США), Galileo (Евросоюз), ГЛОНАСС (Россия) и BeiDou (Китай). Алгоритмы разработаны на базе МТО векторных случайных ДНП на основе метода синтеза с обратными связями по ДП.

Основной научный результат работы состоит в том, что получены аналитические выражения для расчета дисперсии квазиоптимальной ошибки

оценивания случайной фазы $\varphi(t)$ и вероятности ошибочного приема ДП $\Theta(t_k)$ принимаемых ВОС-сигналов, выполнены расчеты и построены соответствующие графики.

Предложенная в работе методика решения задачи применима и для тех режимов функционирования ГНСС, при которых пока используются не ВОС-сигналы, а традиционные ШПС.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шебшаевич В.С., Дмитриев П.П., Иванцевич Н.В. и др. Сетевые спутниковые радионавигационные системы. 2-е изд. М.: Радио и связь, 1993.
2. Соловьев Ю. А. Спутниковая навигация и её приложения. М.: Эко-Трендз, Москва, 2003.
3. Betz J.W. // Proc. National Technical Meeting of the Institute of Navigation (ION – NTM'99), San Diego 25-27 Jan. Fairfax: ION, 1999. P. 639.
4. Betz J.W. // Navigation J. ION. 2001. V. 48. № 4. P. 227.
5. Lachapelle G., Petovello M. // Inside GNSS. 2006. V. 1. № 4. P. 22.
6. Ярлыков М. С. Меандровые шумоподобные сигналы (ВОС-сигналы) и их разновидности в спутниковых радионавигационных системах. М.: Радиотехника, 2017.
7. Стратонович Р.Л. Условные марковские процессы и их применение к теории оптимального управления. М.: Изд-во МГУ, 1966.
8. Ярлыков М.С. Применение марковской теории нелинейной фильтрации в радиотехнике. М.: Сов. радио, 1980.
9. Ярлыков М.С., Миронов М.А. Марковская теория оценивания случайных процессов. М.: Радио и связь, 1993.
10. Тихонов В.И., Кульман Н.К. Нелинейная фильтрация и квазикогерентный приём сигналов. М.: Сов. радио, 1975.
11. Ярлыков М.С. // РЭ. 2021. Т. 66. № 1. С. 39.
12. Ярлыков М.С., Ярлыкова С.М. // РЭ. 2021. Т. 66. № 8. С. 733.
13. Ярлыков М.С., Ярлыкова С.М. // РЭ. 2004. Т. 49. № 8. С. 934.
14. Чердынцев В.А. Статистическая теория совмещенных радиотехнических систем. Минск, Высш. школа, 1980.

ERRORS OF QUASI-OPTIMAL ALGORITHMS WITH FEEDBACKS ON DISCRETE PARAMETERS FOR RECEIVING AND PROCESSING BOC SIGNALS IN ADVANCED GLOBAL NAVIGATION SATELLITE SYSTEMS

M. S. Yarlykov

Editorial office of the Journal «Radiotechnika and Elektronika»

Mokhovaya Str., 11, Build 7, Moscow, 125009 Russia

E-mail: red@cplire.ru

Received May 27, 2023, revised June 14, 2023, accepted June 26, 2023

An assessment of the potential accuracy and noise immunity of quasi-optimal algorithms for receiving and processing noise-like signals, in particular BOC signals, designed for use in global navigation satellite systems such as GPS (USA), Galileo (EU), GLONASS (Russia) and BeiDou (China), synthesized on the basis of Markov estimation theory using a method with feedback on discrete parameters, was carried out. Analytical relationships for the variance of the quasi-optimal error of the estimated random phase and the probability of erroneous reception of the discrete parameter of the received BOC signals are obtained. The results of calculating the accuracy characteristics of these parameters are presented. The corresponding graphs are constructed.

Keywords: BOC signal, global navigation satellite system, noise-like signal, a posteriori probability density, Markov estimation theory, probability of erroneous reception, variance of quasi-optimal error, GLONASS, Galileo, GPS, BeiDou

УДК 621.396.96

АНАЛИЗ ФАЗОВОЙ СТРУКТУРЫ СИГНАЛА С ЛИНЕЙНОЙ ЧАСТОТНОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ ПРИ ОБРАБОТКЕ В РАДИОЛОКАТОРАХ С ВЫСОКОЙ РАЗРЕШАЮЩЕЙ СПОСОБНОСТЬЮ

© 2024 г. К. Ю. Гаврилов^{а,*}, М. А. Митькин^б

^аМосковский авиационный институт (национальный исследовательский университет),
Волоколамское шос., 4, Москва, 125993 Российская Федерация

^бРоссийский научно-исследовательский институт радио им. М.И. Кривошеева,
ул. Казакова, 16, стр. 1, Москва, 105005 Российская Федерация

*E-mail: gvrk61@mail.ru

Поступила в редакцию 21.06.2024 г.

После доработки 21.06.2024 г.

Принята к публикации 25.06.2024 г.

Рассмотрены основные этапы приема и обработки сигнала с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ), отраженного от точечной движущейся цели. При вычислении фазовых компонент принимаемого ЛЧМ-сигнала использован принцип трансформации масштаба времени, проявляющийся при взаимном движении цели и радиолокационной станции (РЛС) с импульсным излучением. На всех этапах обработки ЛЧМ-сигнала, включающих перенос частоты, квадратурную демодуляцию (выделение комплексной огибающей сигнала) и согласованную фильтрацию, определены амплитудная и фазовая функции сигнала, позволяющие проводить когерентную обработку пачки радиоимпульсов. Проведен анализ фазовой структуры ЛЧМ-сигнала, в результате которого определены основные фазовые компоненты, учитываемые при межпериодной обработке сигналов в РЛС с высокой разрешающей способностью.

Ключевые слова: сигнал с линейной частотной модуляцией, трансформация масштаба времени, квадратурная демодуляция сигнала, согласованная фильтрация сигнала

DOI: 10.31857/S0033849424080026, EDN: HPCSKN

ВВЕДЕНИЕ

Сигналы с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ) являются одними из наиболее распространенных видов сигналов, используемых в современных радиолокаторах с высоким разрешением как по дальности, так и по азимуту (в последнем случае – в радиолокаторах с синтезированием апертуры (РСА)). Когерентная обработка таких сигналов возможна лишь при точном определении их фазовой структуры, которая в случае движения лоцируемой цели или носителя радиолокационной станции (РЛС) является довольно-таки сложной функцией времени [1–4]. При этом фазовая структура ЛЧМ-сигнала является многокомпонентной, степень важности и учета отдельных слагаемых которой зависит как от параметров зондирующего сигнала, так и от динамических характеристик цели.

Несмотря на детальное изучение свойств ЛЧМ-сигнала, описанных в литературе (см., например, [3–7]), многие составляющие компоненты его фазы не учитываются, а природа их возникновения зачастую ограничивается лишь словесным описанием. Кроме того, описание изменений

фазовых компонент в цепочке последовательных преобразований ЛЧМ-сигнала в радиолокационном приемнике носят обычно фрагментарный характер, а окончательный вид сигнала после его обработки записывается, как правило, без учета задержки во времени и фазовых сдвигов, обусловленных девиацией частоты и доплеровским сдвигом частоты [3–11].

В данной статье авторы попытались наиболее подробно описать структуру принимаемого ЛЧМ-сигнала, отраженного от движущейся точечной цели, а также изменения его вида, включая фазовую структуру сигнала, во всей цепочке преобразований с окончательным этапом – согласованной фильтрацией сигнала.

Целью работы является анализ фазовой структуры ЛЧМ-сигнала, отраженного от движущейся точечной цели и определение его вида после таких преобразований, как квадратурная демодуляция и согласованная фильтрация.

Подобный анализ приобретает особое значение, когда необходимо получение высокого или сверхвысокого разрешения по дальности (порядка

десятков сантиметров или выше), так как в этом случае учет фазовых сдвигов, обусловленных только доплеровским смещением частоты, оказывается недостаточным.

1. ОПИСАНИЕ СИГНАЛА НА ВХОДЕ РАДИОЛОКАЦИОННОГО ПРИЕМНИКА

В основе построения модели произвольного радиолокационного сигнала, отраженного от движущейся цели, лежит принцип трансформации масштаба времени, подробно описанный в [12, 13]. Согласно этому принципу сигнал $s_0(t)$, излученный в течение времени $t \in [0, T_0]$ (T_0 – длительность сигнала), при отражении от цели, движущейся с радиальной скоростью v , поступает на вход приемника в момент времени t_0 (время запаздывания сигнала) и имеет вид

$$s_1(t) = s_0(\gamma(t - t_0)), \quad t \in [t_0, t_0 + T_1], \quad (1)$$

где коэффициент γ в случае приближения цели к РЛС и удаления цели от РЛС соответственно равен

$$\gamma = \frac{c - v}{c + v} \text{ и } \gamma = \frac{c + v}{c - v}$$

(c – скорость распространения радиоволн).

Величину γ называют коэффициентом трансформации масштаба времени. В силу условия $v \ll c$ выражение для коэффициента γ обычно записывают в упрощенном виде

$$\gamma = 1 \pm \frac{2v}{c} = 1 \pm \gamma_0, \quad \gamma_0 = \frac{2v}{c}. \quad (2)$$

Из (1) следует, что при трансформации масштаба времени длительность принимаемого сигнала $T_1 = \gamma T_0$ отличается от длительности зондирующего сигнала T_0 , однако в силу малости значения γ_0 (обычно менее 10^{-5}) этим отличием вполне можно пренебречь, полагая $T_0 = T_1 = T$.

Получим выражение для принимаемого ЛЧМ-сигнала с учетом принципа трансформации масштаба времени согласно (1). Зондирующий ЛЧМ-сигнал запишем в виде

$$s_0(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) \sin(2\pi f_0 t + \pi \mu t^2), \quad t \in [0, T], \quad (3)$$

где

$$\text{rect}(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } x \in [0, 1], \\ 0 & \text{при } x \notin [0, 1], \end{cases} \quad (4)$$

– функция прямоугольного окна; f_0 – начальная частота ЛЧМ-сигнала; $\mu = \Delta f/T$ – скорость нарастания частоты ЛЧМ-сигнала при девиации частоты, равной Δf . Отметим, что при явном указании интервала времени существования сигнала

функцию $\text{rect}(\cdot)$ можно не использовать, однако она оказывается весьма полезной при вычислении свертки сигналов, когда необходимо определять пределы интегрирования.

Рассматривая импульсный метод лоцирования, введем величину задержки сигнала $t_{0k} = 2R_k/c$, зависящую от номера k периода повторения импульсов (ППИ) через дальность цели

$$R_k = R_0 + (k - 1)\Delta R = R_0 + (k - 1)vT_{\text{п}}, \quad (5)$$

где R_0 – дальность цели в первом ППИ, $T_{\text{п}}$ – длительность ППИ. Тогда, с учетом (1) и (3) выражение для принимаемого сигнала в k -м ППИ может быть записано в виде

$$s_1(t) = \text{rect}\left(\frac{t - t_{0k}}{T}\right) \sin\left(2\pi f_0 \gamma(t - t_{0k}) + \pi \mu \gamma^2(t - t_{0k})^2 + \varphi_{\text{ц}}\right), \quad t \geq 0, \quad (6)$$

где $\varphi_{\text{ц}}$ – случайный фазовый сдвиг сигнала, возникающий при отражении от цели, постоянный для всех ППИ. В соотношении (6) предполагается $\text{rect}(\gamma x) = \text{rect}(x)$, что справедливо практически для всех целей.

Соотношение (6) требует детального исследования с целью оценки и учета вклада отдельных его составляющих в результирующий сигнал после различных видов обработки.

1. *Огибающая сигнала* характеризуется функцией прямоугольного окна $\text{rect}(\cdot)$, которое «перемещается» по оси времени в каждом ППИ в сторону увеличения (при удалении цели от РЛС) или уменьшения (при приближении цели к РЛС) времени запаздывания t_{0k} на величину

$$\Delta t = 2vT_{\text{п}} / c. \quad (7)$$

Получим оценку этой величины с помощью численных расчетов, рассматривая типовые значения величин v , $T_{\text{п}}$, T . Так, при значениях $v = 300$ м/с (1080 км/ч), $T_{\text{п}} = 10^{-4}$ с имеем величину $\Delta t = 2 \cdot 10^{-10}$ с. Таким образом, для типовых значений длительностей импульсов $T \approx 10^{-8} \dots 10^{-5}$ с имеем $\Delta t \ll T$ и, следовательно, рассматривая случай обработки пачки, содержащей десятки или даже сотни импульсов, этой величиной можно пренебречь, полагая неизменное положение огибающей сигнала в каждом ППИ. Такой случай имеет место при часто используемом режиме сопровождения цели «на проходе».

Однако ситуация меняется, когда число N обрабатываемых в пачке импульсов составляет тысячи или десятки тысяч единиц. Такая ситуация имеет место, например, в случае когерентного накопления импульсов в режиме синтеза апертуры. В этом случае суммарное изменение времени

запаздывания сигнала, равное $\Delta t N$, становится соизмеримым или даже больше длительности самого сигнала, т.е. происходит так называемая «миграция» по дальности, которая уже должна учитываться при обработке всей пачки импульсов (см., например, [5, 6, 14–16]).

В любом случае определение и учет времени запаздывания огибающей сигнала относятся к методам межпериодной обработки сигналов и в данной статье не рассматриваются.

II. Фазовая функция сигнала (6)

$$\psi_1(t) = 2\pi f_0 \gamma (t - t_{0k}) + \pi \mu \gamma^2 (t - t_{0k})^2 + \varphi_{\text{ц}}$$

состоит из трех слагаемых, из которых только первые два являются функцией времени. Далее для определенности будем полагать $\gamma = 1 + \gamma_0$.

Первое слагаемое фазы $\psi_1(t)$ сигнала представим в виде

$$2\pi f_0 \gamma (t - t_{0k}) = 2\pi f_0 (1 + \gamma_0) (t - t_{0k}) = 2\pi f_0 t + 2\pi F_D t - 2\pi f_0 t_{0k} - 2\pi F_D t_{0k}, \quad (8)$$

где $F_D = f_0 \gamma_0 = 2v / \lambda$ — доплеровский сдвиг частоты ($\lambda = c / f_0$ — длина волны зондирующего колебания). В правой части равенства (8) первые два слагаемых являются линейной функцией времени и характеризуют постоянную частоту сигнала ($f_0 + F_D$) с учетом доплеровского сдвига частоты. Два вторых слагаемых — постоянные в течение длительности одного импульса фазы, которые зависят от номера k ППИ. Первое из этих слагаемых равно (см. (7))

$$2\pi f_0 t_{0k} = 2\pi f_0 (t_0 + \Delta t (k - 1)) = \varphi_0 + 2\pi F_D T_{\text{п}} (k - 1), \quad (9)$$

где

$$\varphi_0 = 2\pi f_0 t_0 \quad (10)$$

— постоянное значение фазы, определяемое временем запаздывания сигнала в начале зондирования, т.е. в первом ППИ.

Второе слагаемое в (9), которое можно записать в виде

$$2\pi F_D T_{\text{п}} (k - 1) = \Delta \varphi (k - 1), \quad \Delta \varphi = 2\pi F_D T_{\text{п}}, \quad (11)$$

определяет набег фазы за число k ППИ, обусловленный доплеровским смещением частоты. Этот набег фазы является важнейшим параметром при импульсно-доплеровской обработке сигналов, который не зависит от вида модуляции сигнала и определяется смещением несущей частоты сигнала f_0 на величину частоты Доплера F_D . Учет этой фазы лежит в основе методов обработки сигналов при когерентном накоплении энергии сигнала, оценке частоты Доплера, сжатии (согласованной фильтрации) сигналов в медленном времени, при

синтезировании апертуры антенны и других видах межпериодной обработки сигналов.

Наконец, последнее слагаемое в (8) представляет собой постоянный фазовый сдвиг

$$\varphi_D = 2\pi F_D t_{0k} = 2\pi F_D t_0 + 2\pi F_D \Delta t (k - 1), \quad (12)$$

который, в общем случае, зависит от номера k ППИ. Учитывая, что значение частоты Доплера $F_D \ll f_0$ и не превосходит обычно десятков кГц (при этом напомним, что практически всегда интервал времени $\Delta t < (10^{-10} \dots 10^{-8})$ с), изменением второго слагаемого в (12) вполне можно пренебречь, заменяя значение этой фазы постоянной величиной

$$\varphi_{D0} = 2\pi F_D t_0. \quad (13)$$

Таким образом, рассмотрение первого фазового слагаемого (8) в принимаемом сигнале $s_1(t)$ (6) приводит к возможности представления его в виде

$$2\pi f_0 \gamma (t - t_{0k}) = 2\pi f_0 t + 2\pi F_D (t - t_{0k}) - \varphi_k, \quad (14)$$

где фазовый сдвиг

$$\varphi_k = \varphi_0 + \Delta \varphi (k - 1) \quad (15)$$

состоит из двух компонент, определяемых выражениями (10) и (11).

Второе слагаемое фазы $\psi_1(t)$ сигнала (6). При рассмотрении фазового слагаемого $\pi \mu \gamma^2 (t - t_{0k})^2$ следует прежде всего учесть влияние на его значение параметра γ . Для этого важно отметить, что интервал времени $(t - t_{0k}) \in [0, T]$, т.е. всегда ограничен интервалом длительности сигнала. Далее, используя предельные значения для $\mu \leq 10^{15}$, представление $1 - \gamma^2 \approx 2\gamma_0 \leq 2 \cdot 10^{-5}$ и оценку $\mu \gamma_0 (t - t_{0k})^2 \leq 10^{-1} \dots 10^{-3}$, получаем, что учет параметра γ^2 вместо замены его единицей приводит к изменению фазы на величину порядка сотых долей радиан или менее. При межпериодной обработке сигналов величина $\mu \gamma_0 \Delta t$ будет меньше еще на несколько порядков. Следовательно, отличием параметра γ от единицы в рассматриваемом фазовом слагаемом можно пренебречь, полагая

$$\pi \mu \gamma^2 (t - t_{0k})^2 = \pi \mu (t - t_{0k})^2. \quad (16)$$

Проведенный анализ фазовой функции сигнала (6) показывает, что она может быть представлена в виде

$$\psi_1(t) = 2\pi f_0 t + 2\pi F_D (t - t_{0k}) + \pi \mu (t - t_{0k})^2 - \varphi_k + \varphi_{\text{ц}}. \quad (17)$$

В (17) значения задержек времени t_{0k} и фазовых сдвигов φ_k меняются с изменением номера k ППИ и, следовательно, должны учитываться при межпериодной обработке сигналов. Первые два слагаемых фазовой функции, являющиеся линейными

функциями времени, определяют постоянную составляющую частоты ($f_0 + F_D$). Третье слагаемое определяет квадратичную функцию фазы, или линейное изменение частоты в течение времени длительности импульса, заданное при генерировании излучаемого ЛЧМ-сигнала.

Слагаемое φ_k включает постоянное значение фазы φ_0 , определяемое начальной дальностью цели R_0 , и межпериодный набег фазы $\Delta\varphi(k-1)$ за k ППИ, обусловленный появлением доплеровского сдвига частоты.

2. ВЫДЕЛЕНИЕ КОМПЛЕКСНОЙ ОГИБАЮЩЕЙ СИГНАЛА

Поскольку дальнейшее изложение относится к произвольному ППИ, индекс k при обозначении времени задержки и начальных фаз сигнала использовать не будем, полагая $t_0 = t_{0k}$ и введя обозначение

$$\varphi_{s0} = -\varphi_k + \varphi_{\Pi}. \quad (18)$$

$$s_2^{(0)}(t) = \text{rect}\left(\frac{t-t_0}{T}\right) \exp(j\varphi_{s0}) \exp\left[j\left(2\pi F_D(t-t_0) + \pi\mu(t-t_0)^2\right)\right], \quad t \in [0, T_{\Pi}]. \quad (20)$$

На практике часто используют сдвиг спектра сигнала на частоту $f_{0\Delta} = (f_0 + (\Delta f / 2))$, что позволяет уменьшить частоту дискретизации КО в два раза, так как в этом случае спектр КО сигнала занимает полосу частот $[-\Delta f/2, \Delta f/2]$. Получим выражение для КО в этом случае. При сдвиге частоты на величину $f_{0\Delta}$ выражение для фазовой функции сигнала (19) принимает вид

$$2\pi F_D(t-t_0) + \pi\mu(t-t_0)^2 - \pi\Delta f t + \varphi_{s0}. \quad (21)$$

С учетом равенства $\Delta f = \mu T$ второе и третье слагаемые выражения (21) можно представить в виде

$$\begin{aligned} & \pi\mu(t-t_0)^2 - \pi\mu t T = \\ & = \pi\mu\left(t-t_0 - \frac{T}{2}\right)^2 - \pi\mu\left(t_0 T + \frac{T^2}{4}\right). \end{aligned} \quad (22)$$

Тогда, согласно предыдущему рассмотрению, сигнал, принимаемый в результате отражения от движущейся цели, в некотором ППИ может быть записан в виде

$$s_1(t) = \text{rect}\left(\frac{t-t_0}{T}\right) \sin\left(2\pi f_0 t + 2\pi F_D(t-t_0) + \pi\mu(t-t_0)^2 + \varphi_{s0}\right). \quad (19)$$

В таком виде сигнал поступает на аналоговый вход радиолокационного приемника, где подвергается преобразованиям с целью выделения комплексной огибающей (КО) сигнала. Такими преобразованиями являются фильтрация с помощью полосно-пропускающего фильтра, перенос на промежуточную частоту и квадратурная демодуляция. В результате указанных преобразований сигнал переносится на нулевую частоту при сдвиге спектра сигнала влево на величину f_0 . В этом случае его комплексная огибающая на выходе квадратурного демодулятора (КД) принимает вид (j - мнимая единица)

Последнее слагаемое в правой части равенства (22) представляет собой постоянный фазовый сдвиг, который обозначим

$$\varphi_T = \pi\mu\left(t_0 T + \frac{T^2}{4}\right). \quad (23)$$

Значение этого фазового сдвига содержит постоянную составляющую и компоненту $\pi\mu t_0 T$, зависящую от времени задержки сигнала в текущем ППИ (напомним, что для времени запаздывания сигнала индекс номера ППИ не используется). Обозначив результирующую фазу сигнала КО при сдвиге частоты на величину $f_{0\Delta}$ как

$$\varphi_{s1} = \varphi_{s0} - \varphi_T, \quad (24)$$

можем записать выражение для КО сигнала в этом случае

$$s_2^{(1)}(t) = \text{rect}\left(\frac{t-t_0}{T}\right) \exp(j\varphi_{s1}) \exp\left[j\left(2\pi F_D(t-t_0) + \pi\mu\left(t-t_0 - \frac{T}{2}\right)^2\right)\right], \quad t \in [0, T_{\Pi}]. \quad (25)$$

Сравнивая выражения (20) и (25) для КО сигнала, видим, что их отличие состоит в изменении модулирующей функции, которая из-за сдвига во

времени на величину $T/2$ половины длительности импульса во втором случае стала симметричной (без учета доплеровского сдвига частоты F_D).

Типичные функции КО сигналов $s_2^{(0)}(t)$ и $s_2^{(1)}(t)$ представлены на рис. 1 и 2 соответственно (на обоих рисунках отображены только действительные части КО сигналов).

При расчетах КО использованы следующие параметры сигналов: девиация частоты $\Delta f = 150$ МГц; длительность импульса $T = 0.2$ мкс ($\mu = 0.75 \cdot 10^{14}$ Гц/с); частота Доплера $F_D = 20$ кГц, соответствующая радиальной скорости цели $v = 300$ м/с при несущей частоте $f_0 = 10$ ГГц; время запаздывания сигнала $t_0 = T/2$. Значения начальной фазы приняты для рис. 1а и 2а равными $\varphi_{s0} = \varphi_{s1} = 0$, а для рис. 1б, 2б равными $\varphi_{s0} = \varphi_{s1} = \pi$. Для сигнала $s_2^{(1)}(t)$ значение нулевой частоты соответствует середине длительности импульса. Методика проведения подобных численных расчетов и соответствующие программы Matlab можно найти в [16].

Следует отметить, что влияние частоты Доплера, соответствующей значениям большинства реальных целей (в X-диапазоне это значения частот не более десятков кГц), на виде КО сигнала практически никак не проявляется. Действительно, доплеровское смещение частоты приводит

к изменению фазы на величину $2\pi F_D T$, что составляет сотые доли радиан или менее. Лишь очень большие значения F_D порядка сотен кГц приводят к смещению положения нулевой частоты на единицы процентов от длительности сигнала. Для оценки значения частоты Доплера необходимо время наблюдения, гораздо большее длительности T одного импульса – это пакеты из N импульсов, длительности которых должны составлять значения $NT_n > 1 / F_D$.

3. СОГЛАСОВАННАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ КОМПЛЕКСНОЙ ОГИБАЮЩЕЙ ЛЧМ-СИГНАЛА

Согласованная фильтрация сигнала КО выполняется после ее оцифровки и реализуется в цифровом процессоре обработки сигналов с помощью соответствующего программного обеспечения. Согласованный фильтр (СФ) – это линейный фильтр с конечной импульсной характеристикой (КИХ-фильтр), который не изменяет начальную фазу входного сигнала. При правильном выборе

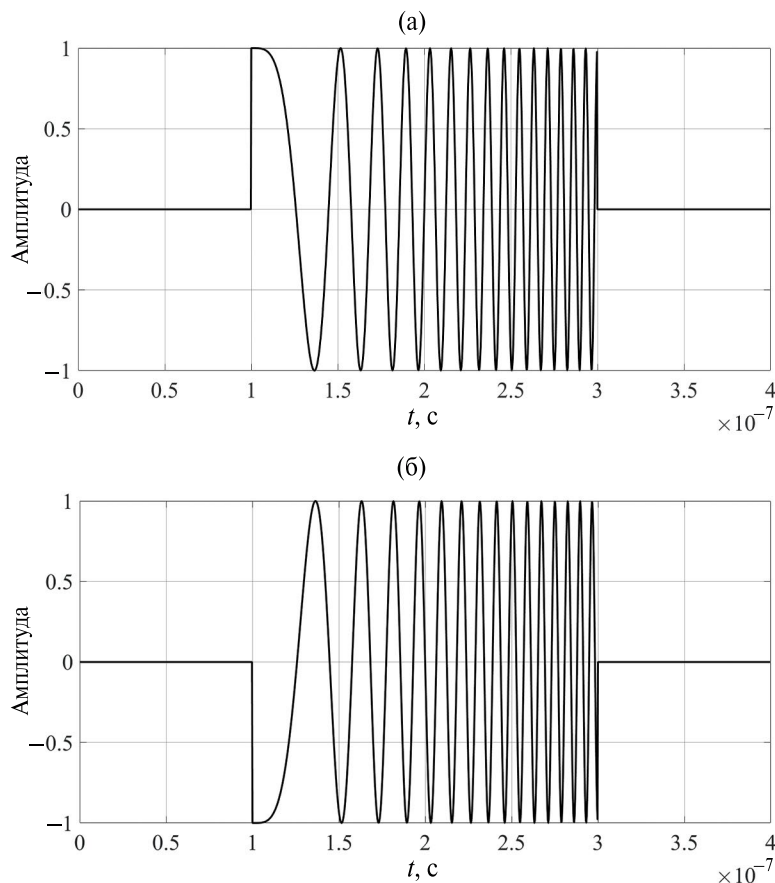


Рис. 1. КО ЛЧМ-сигнала (действительная часть) при сдвиге спектра на частоту f_0 : а - начальная фаза $\varphi_{s0} = 0$; б - начальная фаза $\varphi_{s0} = \pi$.

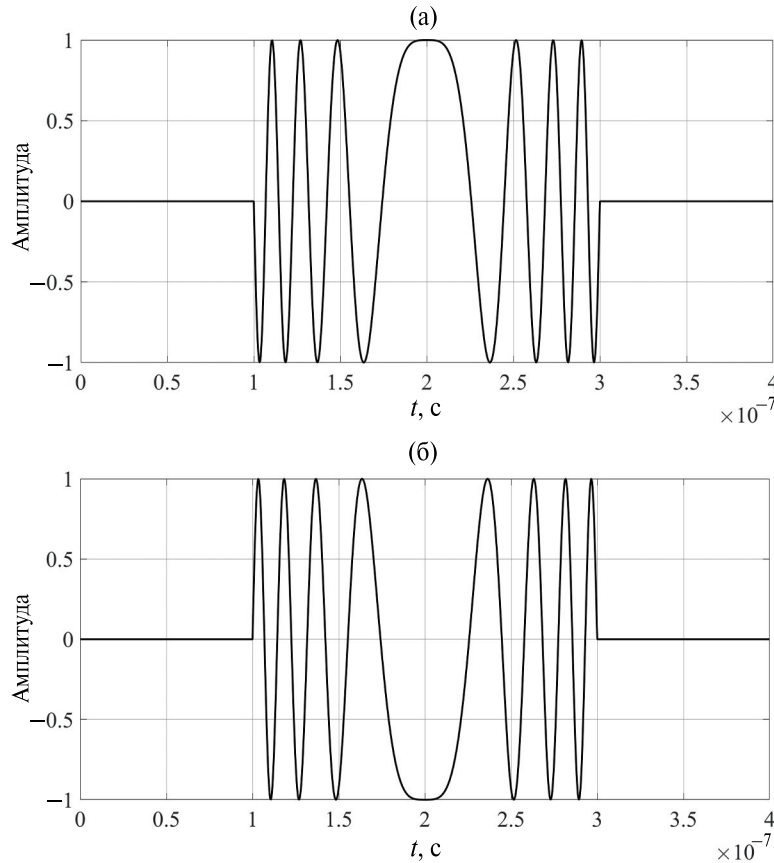


Рис. 2. КО ЛЧМ-сигнала (действительная часть) при сдвиге спектра на частоту $f_{0\Delta}$: а – начальная фаза $\varphi_{s1} = 0$; б – начальная фаза $\varphi_{s1} = \pi$.

частоты дискретизации сигнала результат цифровой согласованной фильтрации полностью эквивалентен свертке непрерывного сигнала с импульсной характеристикой (ИХ) СФ.

Для произвольного сигнала $s(t)$ результат его прохождения через КИХ-фильтр с ИХ $h(t)$ вычисляется с помощью интеграла свертки [3–6, 12, 15]

$$s_{\text{СФ}}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau)h(t - \tau)d\tau. \quad (26)$$

Импульсная характеристика СФ для комплексного сигнала длительностью T равна [3, 5, 6, 15]

$$h_{\text{СФ}}(t) = s^*(T - t), \quad t \in [0, T], \quad (27)$$

где $(\cdot)^*$ – операция комплексного сопряжения.

Получим выходные сигналы $s_{\text{СФ}}^{(0)}(t)$ и $s_{\text{СФ}}^{(1)}(t)$, рассматривая согласованную фильтрацию КО сигналов $s_2^{(0)}(t)$ и $s_2^{(1)}(t)$ соответственно (см. соотношения

(20) и (25)). В обоих случаях при построении ИХ СФ обычно поправку на доплеровское смещение частоты $F_{\text{Д}}$ не учитывают, что связано прежде всего с ее незначительным вкладом в общую фазовую функцию сигнала (см. замечание в конце разд. 2).

1. *Согласованная фильтрация сигнала $s_2^{(0)}(t)$* . Импульсная характеристика СФ для произвольного сигнала определяется на основе соотношения (27) при условии нулевого сдвига по оси времени и отсутствии доплеровского смещения частоты. Таким образом, для КО сигнала $s_2^{(0)}(t)$ (20) при $t_0 = 0$ и $F_{\text{Д}} = 0$, ИХ СФ на основе (27) принимает вид

$$h_{\text{СФ}}^{(0)}(t) = \text{rect}\left(\frac{T-t}{T}\right) \exp\left[-j\pi\mu(T-t)^2\right]. \quad (28)$$

Согласно (26) сигнал на выходе СФ с учетом (20) и (28) вычисляется с помощью интеграла

$$s_{\text{СФ}}^{(0)}(t) = \int_a^b \text{rect}\left(\frac{\tau - t_0}{T}\right) \text{rect}\left(\frac{\tau - (t - T)}{T}\right) \times \exp(j\varphi_{s0}) \exp\left\{j\left[2\pi F_{\text{Д}}(\tau - t_0) + \pi\mu(\tau - t_0)^2 - \pi\mu(\tau - (t - T))^2\right]\right\} d\tau. \quad (29)$$

Отметим, что при нулевых значениях времени задержки и начальной фазы (т.е. при $t_0 = 0$, $\varphi_{s0} = 0$) выражение (29) полностью совпадает с двумерной автокорреляционной функцией (АКФ) КО ЛЧМ-сигнала, аргументами которой являются сдвиги по времени t и по частоте $F_{\text{Д}}$.

Для вычисления интеграла (29) необходимо определить пределы интегрирования $[a, b]$ и преобразовать (упростить) выражение в квадратных скобках комплексной экспоненты.

Определение границ интегрирования удобно выполнить с использованием оконных функций $\text{rect}(\cdot)$. При этом область интегрирования равна интервалу пересечения двух окон, определение которого наглядно поясняется с помощью рис. 3 при отображении взаимного положения этих окон на оси $O\tau$ (область пересечения окон на обоих рисунках заштрихована).

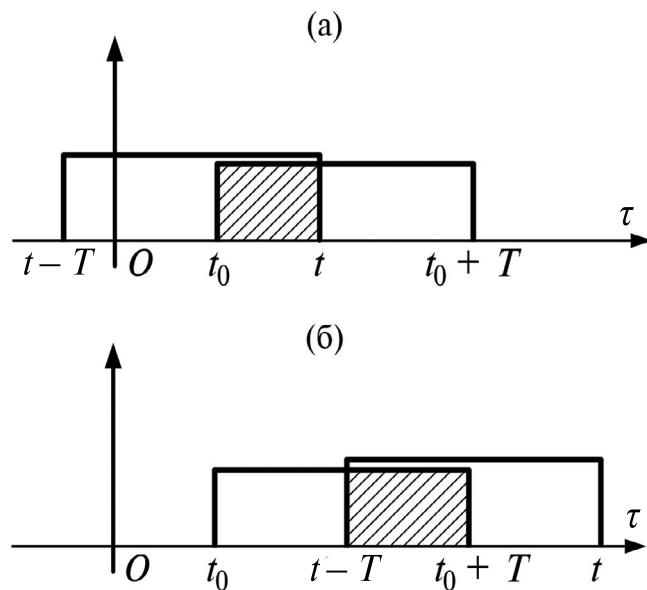


Рис. 3. Расположение оконных функций по оси $O\tau$ для двух случаев: $t \leq t_0 + T$ (а); $t \geq t_0 + T$ (б).

Из рис. 3 можно определить интервал времени действия выходного сигнала СФ, равный $[t_0, t_0 + 2T]$ – интервал времени, длительность которого равна сумме длительностей сигнала и ИХ фильтра (известный результат при фильтрации с помощью КИХ фильтров).

Из рис. 3 следует, что область интегрирования в (29) необходимо разбить на два интервала, так как пределы интегрирования на них разные:

$$\begin{cases} a = t_0, & b = t & \text{при } t \leq t_0 + T, \\ a = t - T, & b = t_0 + T & \text{при } t \geq t_0 + T. \end{cases} \quad (30)$$

Преобразование выражения в квадратных скобках комплексной экспоненты в (29) приводит к следующему результату:

$$\begin{aligned} & 2\pi F_{\text{Д}}(\tau - t_0) + \pi\mu(\tau - t_0)^2 - \\ & - \pi\mu(\tau - (t - T))^2 = 2\pi F_{\text{Д}}(\tau - t_0) + \\ & + 2\pi\mu(\tau - t_0)(t - T - t_0) - \pi\mu(t - T - t_0)^2, \end{aligned} \quad (31)$$

из которого видно, что полная фаза комплексной экспоненты является линейной функцией τ и, следовательно, вычисление интеграла не вызывает трудностей. С целью компактности записи в (31) введем обозначения

$$\tau_1 = \tau - t_0, \quad t_1 = t - T - t_0. \quad (32)$$

Тогда выражение (29) с учетом (31) и (32) можно записать в виде

$$s_{\text{СФ}}^{(0)}(t_1) = \exp(j\varphi_{s0}) \int_{a_1}^{b_1} \exp\left[j\left(2\pi F_{\text{Д}}\tau_1 + 2\pi\mu\tau_1 t_1 - \pi\mu t_1^2\right)\right] d\tau_1, \quad (33)$$

где пределы интегрирования $[a_1, b_1]$ для двух случаев согласно (30) и (32) равны $a_1 = a - t_0$ и $b_1 = b - t_0$.

Случай 1: $t \leq t_0 + T$. В этом случае пределы интегрирования равны $a_1 = 0$ и $b_1 = t_1 + T$, и вычисление интеграла в (33) дает

$$\frac{\exp\left[j\left(2\pi F_{\text{Д}}\tau_1 + 2\pi\mu\tau_1 t_1 - \pi\mu t_1^2\right)\right]}{j(2\pi F_{\text{Д}} + 2\pi\mu t_1)} \Bigg|_{\tau_1=0}^{\tau_1=t_1+T} =$$

$$= \frac{\left\{ \exp\left[j\left(2\pi F_{\text{Д}}(t_1 + T) + 2\pi\mu t_1(t_1 + T) - \pi\mu t_1^2\right)\right] - \exp\left[-j\pi\mu t_1^2\right] \right\}}{j(2\pi F_{\text{Д}} + 2\pi\mu t_1)}.$$
(34)

Выражение (34) можно преобразовать таким образом, чтобы выделить из него действительную функцию, характеризующую амплитуду выходного сигнала. Для этого используют известный прием [3, 4]: разность комплексных экспонент в фигурных скобках представляют в виде разности экспонент с аргументами противоположных знаков и затем к каждой комплексной экспоненте применяют формулу Эйлера. Нетрудно убедиться, что при

этом выражение в фигурных скобках в (34) сводится к виду

$$\exp(j\theta) \left\{ \exp\left[j\left(\theta + \pi\mu t_1^2\right)\right] - \exp\left[-j\left(\theta + \pi\mu t_1^2\right)\right] \right\} =$$

$$= 2j \exp(j\theta) \sin\left(\theta + \pi\mu t_1^2\right),$$
(35)

где обозначено $\theta = \pi F_{\text{Д}}(t_1 + T) + \pi\mu t_1 T$. Преобразовав (34) с учетом (35) и подставив его в (33) при замене t_1 согласно (32), окончательно получим

$$s_{\text{СФ}}^{(0)}(t) = (t - t_0) \frac{\sin\left[\pi F_{\text{Д}}(t - t_0) + \pi\mu(t - t_0)(t - T - t_0)\right]}{\left[\pi F_{\text{Д}}(t - t_0) + \pi\mu(t - t_0)(t - T - t_0)\right]} \times$$

$$\times \exp\left[j\left(\pi F_{\text{Д}}(t - t_0) + \pi\mu(t - T - t_0)T\right) + \varphi_{s0}\right],$$
(36a)

где $t \in [t_0, t_0 + T]$.

Случай 2: $t \geq t_0 + T$. В этом случае интегрирование в (33) выполняется аналогичным образом, но

с другими пределами: $a_1 = a - t_0 = t_1$, $b_1 = b - t_0 = T$. После выполнения операций, аналогичных случаю 1, из (33) получим

$$s_{\text{СФ}}^{(0)}(t) = (2T + t_0 - t) \frac{\sin\left[\pi F_{\text{Д}}(2T + t_0 - t) + \pi\mu(t - T - t_0)(2T + t_0 - t)\right]}{\left[\pi F_{\text{Д}}(2T + t_0 - t) + \pi\mu(t - T - t_0)(2T + t_0 - t)\right]} \times$$

$$\times \exp\left[j\left(\pi F_{\text{Д}}(t - t_0) + \pi\mu(t - T - t_0)T\right) + \varphi_{s0}\right],$$
(36б)

где $t \in [t_0 + T, t_0 + 2T]$.

Объединение двух рассмотренных случаев позволяет с помощью соотношений (36а), (36б) определить вид сигнала на выходе СФ для интервала времени $t \in [t_0, t_0 + 2T]$. Такой расчет нетрудно провести с помощью численных методов. На рис. 4 представлен вид сигнала $s_{\text{СФ}}^{(0)}(t)$, рассчитанного по формулам (36а), (36б) при тех же параметрах исходного сигнала, что и комплексная огибающая на рис. 1 (значение начальной фазы прямо равно $\varphi_{s0} = 0$). На рис. 4 отображены действительная, мнимая части сигнала и его модуль. При построении сигнала использована нормировка амплитуды на максимальное значение, равное T .

Сигнал на рис. 4 наглядно демонстрирует известные особенности ЛЧМ-сигнала после всех рассмотренных преобразований. Фактически на этом рисунке представлен результат сжатия КО ЛЧМ-сигнала, который с точностью до начальной фазы φ_{s0} совпадает с его АКФ. При выполнении условия $F_{\text{Д}} \ll \mu T = \Delta f$ доплеровский сдвиг частоты практически не влияет на амплитуду сигнала. Влияние частоты Доплера в соотношениях (36а), (36б) существенно проявляется лишь в изменении фазы φ_{s0} (см. соотношения (18) и (15)) от одного ППИ к другому, о чем говорилось выше в разд. 1.

Максимальный пик сигнала появляется в момент времени $t_0 + T$, равный сумме времени задержки сигнала и его длительности (на рис. 4 — это значение $t = 0.3$ мкс). Ширина главного пика,

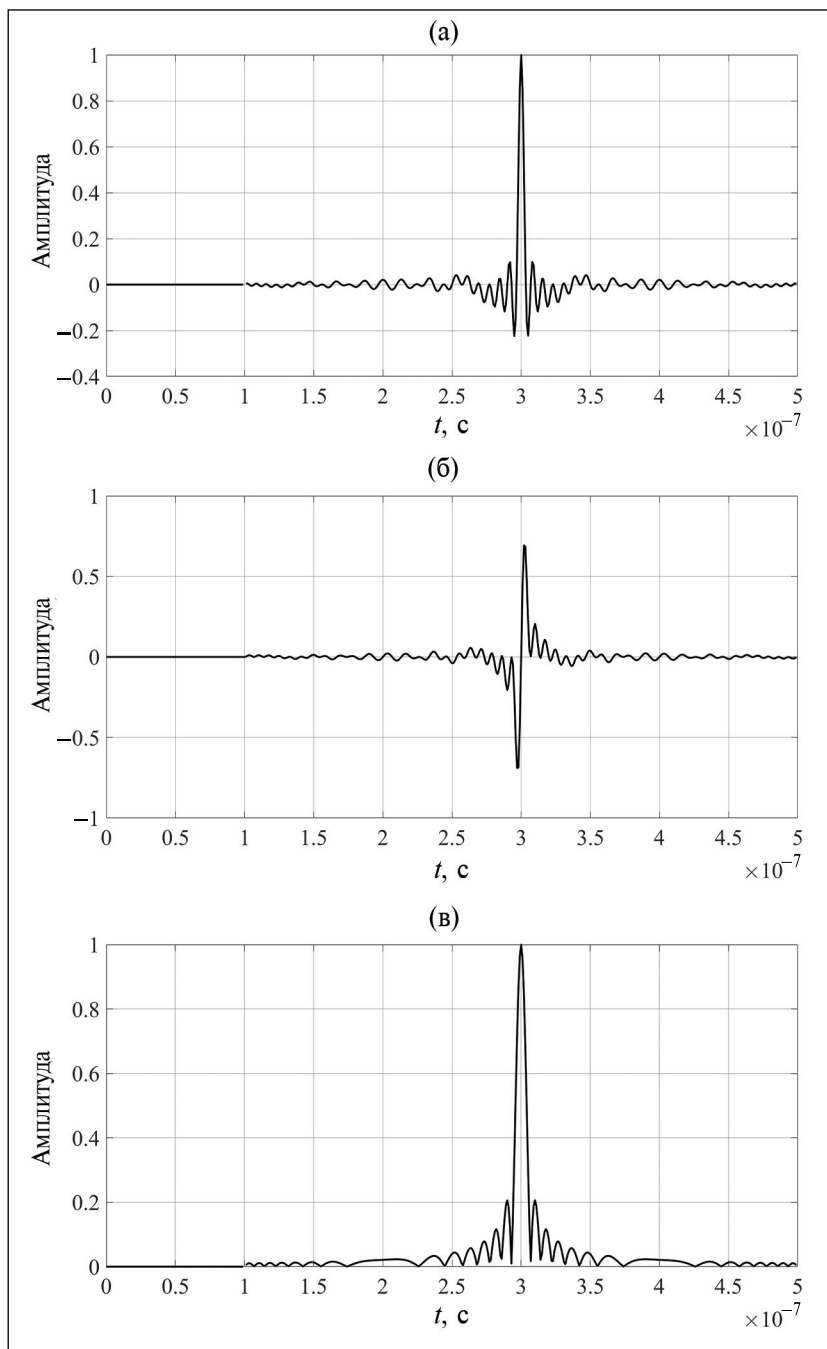


Рис. 4. КО сигнала после согласованной фильтрации: а - действительная часть; б - мнимая часть; в - модуль.

определяющая потенциальное значение разрешающей способности по дальности, по сравнению с длительностью входного ЛЧМ-сигнала, сократилась в $n = \Delta f T = 30$ раз. Эти известные свойства согласованного фильтра наглядно демонстрируются на рис. 4.

Важной частью анализа сигнала $s_{\text{СФ}}^{(0)}(t)$ с помощью соотношений (36а), (36б) является анализ его фазовой функции, которая в традиционной записи АКФ комплексной огибающей ЛЧМ-сигнала

отсутствует. Из (36а), (36б) следует, что полная фаза сигнала $s_{\text{СФ}}^{(0)}(t)$ на всем интервале его длительности $t \in [t_0, t_0 + 2T]$ имеет вид

$$\psi_{\text{СФ}}^{(0)}(t) = \pi F_{\text{Д}}(t - t_0) + \pi \mu(t - T - t_0)T + \varphi_{s0}. \quad (37)$$

Поскольку на интервале действия сигнала имеем $(t - t_0) \in [0, T]$, то значение первого слагаемого $\pi F_{\text{Д}}(t - t_0)$, имеющего порядок сотых долей радиан, можно не учитывать ни как постоянную добавку

к фазе, ни, тем более, при межпериодном сдвиге фаз. В последнем случае фазовый сдвиг для типовых значений используемых ЛЧМ-сигналов имеет порядок $\pi F_D \Delta t < 10^{-5}$.

Вклад третьего слагаемого φ_{s0} , определяемого соотношениями (18) и (15), подробно описан в разд. 1.

Рассмотрим второе слагаемое $\pi\mu(t - T - t_0)T$. Очевидно, что кроме постоянной составляющей оно в каждом новом ППИ приобретает дополнительный фазовый сдвиг, равный $\pi\mu T \Delta t = \pi\Delta f \Delta t$, значение которого для наиболее распространенных параметров ЛЧМ-сигналов находится в пределах десятых или сотых долей радиан. Если же число когерентно обрабатываемых импульсов составляет десятки единиц (а зачастую, это число может достигать до нескольких тысяч единиц), то, очевидно, что

вкладом этого фазового сдвига пренебречь нельзя. Причиной появления этой фазовой компоненты в функции $\psi_{\text{СФ}}^{(0)}(t)$ является квадратичный вид фазовой функции исходного сигнала — зондирующего ЛЧМ-импульса.

Выражения (36а) и (36б), описывающие вид сигнала на двух примыкающих друг к другу интервалах времени, можно объединить в одно выражение, если перейти к другому отсчету времени $t_{\text{сд}}$, как сдвинутому влево относительно исходного на величину $t_0 + T$:

$$t_{\text{сд}} = t - t_0 - T. \quad (38)$$

При этом выражение для КО сигнала на выходе СФ принимает вид

$$s_{\text{СФ}}^{(0)}(t_{\text{сд}}) = (T - |t_{\text{сд}}|) \frac{\sin[(\pi F_D + \pi\mu t_{\text{сд}})(T - |t_{\text{сд}}|)]}{(\pi F_D + \pi\mu t_{\text{сд}})(T - |t_{\text{сд}}|)} \exp[j(\pi F_D(T - |t_{\text{сд}}|) + \pi\mu t_{\text{сд}}T + \varphi_{s0})], \quad (39)$$

где $t_{\text{сд}} \in [-T, T]$. На новой оси времени $Ot_{\text{сд}}$ сигнал $s_{\text{СФ}}^{(0)}(t_{\text{сд}})$ полностью сохраняет прежний вид, при этом его главный пик расположен в начале сдвинутой системы координат при $t_{\text{сд}} = 0$.

Соотношение (39) без учета фазовых компонент, рассматриваемое как модуль АКФ КО ЛЧМ-сигнала, приведено в многочисленной литературе по радиолокационным сигналам [3–11]. Однако, к сожалению, такое представление не позволяет проследить изменения фазовой функции сигнала, обусловленные явлениями трансформации масштаба времени при отражении от движущихся целей, вкладом линейных и квадратичных компонент (как функций времени) и влиянием на них различных преобразований при выделении комплексной огибающей и согласованной фильтрации.

Детальное рассмотрение фазовой функции, необходимое для получения высокого разрешения при обработке ЛЧМ-сигналов, может быть выполнено с помощью изложенной методики получения соотношений (36а) и (36б).

Анализ функций (36а), (36б) и (39) показывает, что их амплитудная составляющая может быть представлена с помощью функции вида

$$F(x) = \frac{\sin[n\pi x(1 - |x|)]}{n\pi x}, |x| < 1, \quad (40)$$

где параметр $n = \mu T^2$ (база сигнала). Исследование функции $F(x)$ приведено в [3], где показано, что в двух предельных случаях при $n \approx 0$ и $n \gg 1$ эта функция может быть описана в виде треугольной функции $F(x) = 1 - |x|$ или функции $\text{sinc}(u)$ соответственно.

Для параметров ЛЧМ-сигнала, использованных при построении функций на рис. 4, значение $n = 30$, т.е. достаточно велико, тем не менее отличие от функции $\text{sinc}()$ на графиках рис. 4 еще заметно.

II. Согласованная фильтрация сигнала $s_2^{(1)}(t)$. В этом случае КО сигнала на входе СФ описывается выражением (25). Согласно (27) ИХ СФ при значениях $F_D = 0$, $t_0 = 0$, $\varphi_{s1} = 0$ имеет вид

$$h_{\text{СФ}}^{(1)}(t) = \text{rect}\left(\frac{T-t}{T}\right) \exp\left[-j\pi\mu\left(\frac{T}{2} - t\right)^2\right]. \quad (41)$$

Подстановка (25) и (41) в выражение интеграла свертки (26) дает

$$s_{\text{СФ}}^{(1)}(t) = \int_a^b \text{rect}\left(\frac{\tau - t_0}{T}\right) \text{rect}\left(\frac{\tau - (t - T)}{T}\right) \exp(j\varphi_{s1}) \times \\ \times \exp\left\{j\left[2\pi F_D(\tau - t_0) + \pi\mu\left(\tau - t_0 - \frac{T}{2}\right)^2 - \pi\mu\left(\tau - \left(t - \frac{T}{2}\right)\right)^2\right]\right\} d\tau. \quad (42)$$

Из (42) можно заметить, что аргументы оконных функций по сравнению с сигналом $s_{\text{СФ}}^{(0)}(t)$ (см. (29)) не изменились, следовательно, пределы интегрирования по-прежнему определяются согласно условиям (30).

Преобразование выражения в квадратных скобках комплексной экспоненты в (42) приводит к следующему результату:

$$\begin{aligned} & 2\pi F_{\text{Д}}(\tau - t_0) + \pi\mu\left(\tau - t_0 - \frac{T}{2}\right)^2 - \\ & - \pi\mu\left(\tau - \left(t - \frac{T}{2}\right)\right)^2 = \\ & = 2\pi F_{\text{Д}}(\tau - t_0) + 2\pi\mu(\tau - t_0)(t - T - t_0) - \\ & - \pi\mu(t - t_0)(t - T - t_0), \end{aligned} \quad (43)$$

из которого видно, что, как и для сигнала $s_{\text{СФ}}^{(0)}(t)$ (см. соотношение (31)), полная фаза комплексной экспоненты является линейной функцией τ . Для

компактности записи в (43), как и ранее, используем переменные времени τ_1, t_1 вида (32). Тогда выражение (42) с учетом (43) можно записать как

$$s_{\text{СФ}}^{(1)}(t_1) = \exp(j\varphi_{s1}) \int_{a_1}^{b_1} \exp[j(2\pi F_{\text{Д}}\tau_1 + 2\pi\mu\tau_1 t_1 - \pi\mu t_1(t_1 + T))] d\tau_1, \quad (44)$$

где пределы интегрирования $[a_1, b_1]$ для двух случаев согласно (30) при $\tau_1 = \tau - t_0$, как и для сигнала $s_{\text{СФ}}^{(0)}(t_1)$, равны $a_1 = a - t_0$ и $b_1 = b - t_0$. Сравнивая интегральные выражения для $s_{\text{СФ}}^{(0)}(t_1)$ и $s_{\text{СФ}}^{(1)}(t_1)$ (соотношения (33) и (44)), видно, что они отличаются лишь дополнительным фазовым слагаемым $-\pi\mu t_1 T$ в последнем выражении.

Как и выше, рассмотрим два случая, соответствующие различным интервалам интегрирования.

Случай 1: $t \leq t_0 + T$. В этом случае $a_1 = 0$, $b_1 = t_1 + T$ и вычисление интеграла в (44) дает

$$\begin{aligned} & \frac{\exp[j(2\pi F_{\text{Д}}\tau_1 + 2\pi\mu\tau_1 t_1 - \pi\mu t_1(t_1 + T))]}{j(2\pi F_{\text{Д}} + 2\pi\mu t_1)} \Bigg|_{\tau_1=0}^{\tau_1=t_1+T} = \\ & = \frac{\{\exp[j(2\pi F_{\text{Д}}(t_1 + T) + \pi\mu t_1(t_1 + T))] - \exp[-j\pi\mu t_1(t_1 + T)]\}}{j(2\pi F_{\text{Д}} + 2\pi\mu t_1)}. \end{aligned} \quad (45)$$

Используя тот же прием, что и при преобразовании выражения (34) (в рассматриваемом случае

параметр $\theta = \pi F_{\text{Д}}(t_1 + T) + \pi\mu t_1(t_1 + T)$), и подставляя $t_1 = t - T - t_0$, окончательно получим

$$s_{\text{СФ}}^{(1)}(t) = (t - t_0) \frac{\sin[\pi F_{\text{Д}}(t - t_0) + \pi\mu(t - t_0)(t - T - t_0)]}{[\pi F_{\text{Д}}(t - t_0) + \pi\mu(t - t_0)(t - T - t_0)]} \exp[j(\pi F_{\text{Д}}(t - t_0) + \varphi_{s1})], \quad (46a)$$

где $t \in [t_0, t_0 + T]$.

Случай 2: $t \geq t_0 + T$. В этом случае интегрирование в (45) выполняется аналогичным образом, но

с другими пределами: $a_1 = t_1$, $b_1 = T$. Выполнив операции, аналогичные случаю 1, и заменив пределы интегрирования в (45), получим

$$\begin{aligned} s_{\text{СФ}}^{(1)}(t) &= (2T + t_0 - t) \frac{\sin[\pi F_{\text{Д}}(2T + t_0 - t) + \pi\mu(t - T - t_0)(2T + t_0 - t)]}{[\pi F_{\text{Д}}(2T + t_0 - t) + \pi\mu(t - T - t_0)(2T + t_0 - t)]} \times \\ &\times \exp[j(\pi F_{\text{Д}}(t - t_0) + \varphi_{s1})], \end{aligned} \quad (46b)$$

где $t \in [t_0 + T, t_0 + 2T]$.

Сравнение сигналов $s_{\text{СФ}}^{(0)}(t)$ (соотношения (36a), (36b)) и $s_{\text{СФ}}^{(1)}(t)$ (соотношения (46a), (46b)) показывает, что их амплитудные функции полностью

совпадают. Отличие проявляется лишь в фазовых функциях, совокупные значения которых для сигналов $s_{\text{СФ}}^{(0)}(t)$ и $s_{\text{СФ}}^{(1)}(t)$ на всем интервале их действия равны:

$$\psi_{\text{СФ}}^{(0)}(t) = \pi F_{\text{Д}}(t - t_0) + \pi \mu(t - T - t_0)T + \quad (47)$$

$$+ \varphi_{s0} \cong -\pi \mu(t_0 + T - t) + \varphi_{s0},$$

$$\psi_{\text{СФ}}^{(1)}(t) = \pi F_{\text{Д}}(t - t_0) + \varphi_{s1} \cong -\pi \mu T \left(t_0 + \frac{T}{4} \right) + \varphi_{s0}, \quad (48)$$

где значение фазы φ_{s0} определяется соотношениями (18) и (15), а фазы φ_{s1} — соотношениями (24), (23).

Равенство амплитудных функций сигналов $s_{\text{СФ}}^{(0)}(t)$ и $s_{\text{СФ}}^{(1)}(t)$ означает, что основные свойства ЛЧМ-сигнала после сжатия его КО с помощью СФ не зависят от величины сдвига частоты на f_0 или $f_{0\Delta}$ и с точностью до начальной фазы принимают одинаковый вид, представленный на рис. 4.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена задача определения вида ЛЧМ-сигнала, отраженного от движущейся точечной цели, после выполнения основных преобразований в радиолокационном приемнике — переноса частоты, квадратурной демодуляции (выделения комплексной огибающей сигнала) и согласованной фильтрации. При рассмотрении сигнала получены соотношения, характеризующие амплитудную и фазовую функции сигнала на входе приемника и после всех его преобразований. Проведен анализ значимости вклада отдельных фазовых компонент сигнала, обусловленных доплеровским сдвигом частоты и видом модулирующей функции, на основе которого получены соотношения для его комплексной огибающей и результатов согласованной фильтрации. При этом рассмотрены два случая сдвига спектра сигнала — сдвиг на начальную частоту ЛЧМ-сигнала и сдвиг на центральную частоту спектра.

Показано, что основные фазовые компоненты, которые следует учитывать при межпериодной обработке сигналов, обусловлены сдвигом фазы за счет частоты Доплера за каждый период зондирования и квадратичным набегом фазы из-за линейной частотной модуляции зондирующего сигнала. Вклад остальных фазовых компонент при межпериодной обработке сигналов следует учитывать лишь в особых случаях — при очень больших скоростях целей, длительном времени накопления (например, в РСА) и при больших значениях крутизны коэффициента модуляции μ , обеспечивающих сверхвысокие значения разрешающей способности по дальности.

Согласованная фильтрация одиночного ЛЧМ-импульса может выполняться без учета доплеровского сдвига частоты, так как его вклад в результирующую функцию даже для очень скоростных целей пренебрежимо мал.

Амплитудная функция выходного сигнала согласованного фильтра для одиночного ЛЧМ-импульса не зависит от величины сдвига спектра

и при больших значениях базы сигнала с высокой точностью может быть описана функцией $\text{sinc}(\cdot)$.

Полученные в работе соотношения полностью определяют амплитудные и фазовые функции сигнала на выходе СФ, вид которых зависит от динамических характеристик цели, параметров зондирующего сигнала и особенностей его обработки в радиолокационном приемнике.

Авторы данной работы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ярлыков М.С. // РЭ. 1971. Т. 16. № 1. С. 92.
2. Ярлыков М.С. Применение марковской теории нелинейной фильтрации в радиотехнике. М.: Сов. радио, 1980.
3. Ширман Я.Д. Разрешение и сжатие сигналов. М.: Сов. радио, 1974.
4. Кук Ч., Бернфельд М. Радиолокационные сигналы / Пер. с англ. под ред. В.С. Кельзона. М.: Сов. радио, 1971.
5. Richards M.A. Fundamentals of Radar Signal Processing. New York: McGraw Hill, 2013.
6. Principles of Modern Radar. Basic Principles/Eds. by M. A. Richards, J. A. Scheer, W.A. Holm. Raleigh: SciTech Publishing Inc., 2010.
7. Yang R., Li H., Li Sh. et.al. High-Resolution Microwave Imaging. Beijing: National Defense Industry Press and Singapore: Springer Nature Ltd, 2018.
8. Mahafza B.R., Atef Z. Elsherbeni A.Z. MATLAB Simulation for Radar Systems Design. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC, 2004.
9. Chen B., Wu J. Synthetic Impulse and Aperture Radar (SIAR). Novel Multi-Frequency MIMO Radar. Beijing: National Defense Industry Press and Singapore: John Wiley & Sons, 2014.
10. Gini F., De Maio A., Patton L. Waveform Design and Diversity for Advanced Radar Systems. L.: Institution of Engineering and Technology, 2012.
11. Levanon N., Mozeson E. Radar Signals. Hoboken John Wiley & Sons, 2004.
12. Ширман Я.Д., Голиков В.Н., Бусыгин И.Н. и др. Теоретические основы радиолокации. М.: Сов. радио, 1970.
13. Финкельштейн М.И. Основы радиолокации. М.: Радио и связь, 1983.
14. Кондратенков Г.С., Фролов А.Ю. Радиовидение. Радиолокационные системы дистанционного зондирования Земли. Учеб. пособие для вузов / Под ред. Г.С. Кондратенкова. М.: Радиотехника, 2005.
15. Cumming I. G., Wong F. H. Digital Processing of Synthetic Aperture Radar Data: Algorithms and Implementation. Boston: Artech House, 2005.
16. Гаврилов К.Ю., Каменский И.В., Кирдяшкин В.В., Линников О.Н. Моделирование и обработка радиолокационных сигналов в Matlab (Учеб. пособие). М.: Радиотехника, 2020.

ANALYSIS OF THE PHASE STRUCTURE OF A SIGNAL WITH LINEAR FREQUENCY MODULATION WHEN PROCESSED IN HIGH-RESOLUTION RADARS

K. Y. Gavrilov^{a,*}, M. A. Mit'kin^b

*^aMoscow Aviation Institute (National Research University),
Volokolamskoe shosse, 4, Moscow, 125993 Russia*

*^bAll Russian Radio Research and Development Institute named after M.I. Krivosheev,
Kazakov Str. 16, Build.1, Moscow, 105005 Russia*

**E-mail: gvrk61@mail.ru*

Received June 21, 2024, revised June 21, 2024, accepted June 25, 2024

The main stages of receiving and processing a linear frequency modulation (LFM) signal reflected from a point moving target are considered. When calculating the phase components of the received LFM signal, the principle of time scale transformation is used, which manifests itself in the mutual movement of the target and the radar station (radar) with pulsed radiation. At all stages of processing the LFM signal, including frequency transfer, quadrature demodulation (selection of the complex envelope of the signal) and matched filtering, the amplitude and phase functions of the signal are determined, allowing coherent processing of a batch of radio pulses. The analysis of the phase structure of the LFM signal is carried out, as a result of which the main phase components are determined, which are taken into account during interperiod signal processing in high-resolution radar.

Keywords: signal with linear frequency modulation, time scale transformation, quadrature signal demodulation, matched signal filtering

ОПРЕДЕЛЕНИЕ АНОМАЛЬНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ПСЕВДОДАЛЬНОСТИ ДО НАВИГАЦИОННОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА В АППАРАТУРЕ ПРИЕМА СИГНАЛОВ СПУТНИКОВОЙ РАДИОНАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

© 2024 г. А. В. Иванов*, С. П. Москвитин, А. А. Иванов, Н. А. Лежнева

Тамбовский государственный технический университет,
ул. Ленинградская, 1, Тамбов, 392036 Российская Федерация

*E-mail: aleksandr-ivanov68@yandex.ru

Поступила в редакцию 21.02.2024 г.

После доработки 21.02.2024 г.

Принята к публикации 27.02.2024 г.

Для аппаратуры приема сигналов спутниковой радионавигационной системы методами марковской теории оценивания случайных процессов синтезированы оптимальные и квазиоптимальные алгоритмы обработки информации на выходе следящей системы определения псевдодальности до навигационного космического аппарата. Новизной разработанных алгоритмов является возможность выявления аномальных измерений псевдодальности, возникающих на выходе следящей системы. На основе синтезированных алгоритмов разработана структурная схема, позволяющая определять аномальные измерения псевдодальности.

Ключевые слова: навигационная система, аппаратура приема сигналов спутниковой радионавигационной системы, псевдодальность, аномальное измерение, марковская теория оценивания случайных процессов

DOI: 10.31857/S0033849424080038, EDN: НРАКСQ

ВВЕДЕНИЕ

Навигационные системы нашли широкое применение для решения задач навигации подвижных объектов. Использование в них для синтеза комплексной обработки информации методов марковской теории оптимального оценивания случайных процессов [1–3] позволило создать комплексные оптимальные алгоритмы, обладающие высокой точностью и надежностью решения задач навигации. В последнее время широкое распространение получили навигационные системы на основе спутниковых радионавигационных систем (СРНС). Введение в их состав аппаратуры приема радиосигналов СРНС позволило повысить точность определения координат местоположения и скорости движения подвижного объекта. В состав аппаратуры приема СРНС входят два конструктивно раздельных блока: антенный и приемовычислительный. Последний состоит из модулей вторичных источников питания, платы приемокоррелятора, платы навигационного вычислителя и платы интерфейсного устройства [4]. Задержку радиосигнала, которая может быть легко пересчитана в псевдодальность до навигационного космического аппарата (НКА), измеряют с помощью навигационного

вычислителя по сигналам коррелятора. В режиме слежения задержка радиосигнала от НКА до аппаратуры приема СРНС формируется на выходе следящей системы определения задержки (ССОЗ), которая включает дискриминатор, фильтр и генератор опорного сигнала. Сигнал на выходе ССОЗ в режиме слежения в дискретные моменты времени t_{k+1} , $k = 1, 3, 5, \dots$, пересчитанный в псевдодальность, может быть представлен в виде [4]

$$\xi(t_{k+1}) = D(t_{k+1}) + \sigma_{\xi} n_{\xi}(t_{k+1}), \quad (1)$$

где $\xi(t_{k+1})$ – измеренное значение псевдодальности до НКА, $D(t_{k+1})$ – истинное значение псевдодальности до НКА; $t_{k+1} - t_k = T$ – интервал дискретизации; $\sigma_{\xi} n_{\xi}(t_{k+1})$ – случайная ошибка измерения, у которой $n_{\xi}(t_{k+1})$ – выборки белого гауссовского процесса с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией, а σ_{ξ} – среднеквадратическая ошибка измерения дальности до НКА.

Для повышения помехозащищенности и разрешающей способности в СРНС используются шумоподобные сигналы, которые формируются при помощи фазовой манипуляции сигналов высокостабильной несущей частоты псевдослучайными последовательностями с заданными законами

формирования. Для шумоподобных сигналов характерен случай малых отношений сигнал/шум на входе аппаратуры приема СРНС. Кроме того, на величину отношения сигнал/шум существенное влияние оказывает канал распространения, а также радиопомехи естественного и искусственного происхождения. Анализ апостериорной плотности вероятности задержки, проведенный в [3], показал, что при малых отношениях сигнал/шум она является многомодальной и сильно изрезанной. При этом положение точки максимума апостериорного распределения может существенно отличаться от истинного значения даже при значительном числе принятых элементов псевдослучайной последовательности. Вследствие этого при работе аппаратуры приема (АП) СРНС в режиме слежения на выходе ССОЗ при малых отношениях сигнал/шум в пределах дискриминационной характеристики возможен захват шумовых выбросов радиосигнала, что приводит к появлению аномальных измерений. При этом закон распределения шумовых выбросов в пределах дискриминационной характеристики является равномерным, а следовательно, появление любого значения задержки в пределах дискриминационной характеристики является равновероятным [5].

Представим сигнал на выходе ССОЗ в режиме слежения в дискретные моменты времени t_{k+1} , $k = 0, 1, 2, \dots$, пересчитанный в псевдодальность, при возникновении аномальных измерений в виде

$$\xi(t_{k+1}) = D(t_{k+1}) + \Delta D(t_{k+1}) + \sigma_{\xi} n_{\xi}(t_{k+1}), \quad (2)$$

где $\Delta D(t_{k+1})$ – случайная величина, равномерно распределенная на интервале от $(D(t_{k+1}) - c\tau_{\Sigma})$ до $(D(t_{k+1}) + c\tau_{\Sigma})$, c – постоянная, характеризующая скорость света, τ_{Σ} – длительность элементарной посылки псевдослучайной последовательности.

Возникновение аномальных измерений псевдодальности до НКА при использовании его в составе рабочего созвездия приводит к значительным ошибкам определения координат и скорости движения подвижного объекта. Существующие на сегодняшний день методы и алгоритмы позволяют выявлять аномальные измерения координат местоположения и скорости движения подвижного объекта на выходе аппаратуры приема сигналов СРНС только при совместной обработке его выходных сигналов с сигналами других устройств, систем, датчиков, измеряющих координаты местоположения и скорость движения объекта или функционально связанные с ними параметры, т.е. при комплексной обработке информации. В качестве примера можно указать навигационные комплексы на основе СРНС, в которых за счет применения комплексной обработки информации выявляются и исключаются из обработки аномальные измерения на выходе АП СРНС [6]. В качестве недостатка

этих методов и алгоритмов следует отметить невозможность определения, в каком конкретно из каналов измерения псевдодальности до НКА, входящих в рабочее созвездие, возникли аномальные измерения.

В существующей аппаратуре приема сигналов СРНС, в частности, в канале измерения псевдодальности до навигационного космического аппарата, нет функции выявления аномального измерения. Для решения этой задачи следует на основе выражения (2) решить задачу идентификации измерения на выходе следящей системы. Поэтому, в общем случае, требуется совместно с решением задачи оценивания псевдодальности по сигналам на выходе следящей системы также решить задачу идентификации измерения на выходе следящей системы. Решение подобных задач, как показано [3], может быть сведено к задаче оценивания дискретно-непрерывного процесса, а именно: непрерывного векторного диффузионного марковского процесса, описывающего изменение псевдодальности, и дискретного марковского процесса, характеризующего величину аномального измерения псевдодальности на выходе следящего устройства.

Применение методов марковской теории оптимального оценивания случайных процессов для решения задач синтеза, когда полезные радиосигналы на входе приемного устройства являются нелинейными функциями от дискретно-непрерывных процессов, достаточно подробно рассмотрено в работах [3, 7–11]

В данной работе, основываясь на указанных работах, будет рассмотрена задача синтеза, когда полезный сигнал на входе устройства обработки является линейной функцией от дискретно-непрерывного процесса.

Цель работы – методами марковской теории оптимального оценивания случайных процессов [1–3] получить оптимальные и квазиоптимальные алгоритмы обработки сигналов на выходе следящей системы определения псевдодальности (ССОП) в аппаратуре приема сигналов СРНС в режиме слежения, позволяющие совместно с решением задачи оценивания псевдодальности также выявлять аномальные измерения псевдодальности до НКА.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Полагая, что произведен пересчет задержки в псевдодальность, представим в дискретные моменты времени t_{k+1} , $k = 0, 1, 2, \dots$, наблюдение на выходе ССОП в режиме слежения в виде

$$\xi(t_{k+1}) = D(t_{k+1}) + \theta(t_{k+1})\Delta D_{\max} + \sigma_{\xi} n_{\xi}(t_{k+1}), \quad (3)$$

где $D(t_{k+1})$ – истинное значение псевдодальности от аппаратуры приема радиосигналов СРНС до НКА; $\theta(t_{k+1})$ – случайный дискретный параметр, принимающий одно из значений $\theta_j(t_{k+1}) = j / N_\theta$, $j = -N_\theta, N_\theta$; $\Delta D_{\max} = c\tau_\Sigma$ – максимально допустимый сдвиг по дальности, после которого дискриминационное устройство переходит из режима слежения в режим поиска; $n_\xi(t_{k+1})$ – выборки белого гауссовского процесса с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией.

Значение величины N_θ будем определять из значения $\Delta D_{\max}$ и значения максимально возможного изменения псевдодальности до НКА, обусловленного перемещением объекта за интервал времени дискретизации $t_{k+1} - t_k = T$.

Полагаем, что введенный в (3) дискретный процесс $\theta(t)$ на полуинтервалах времени $[t_k, t_{k+1})$, $k = 0, 1, 2, \dots$, которое соответствует интервалам накопления отсчетов в корреляторе, может принимать одно из значений $\theta_j(t_{k+1}) = j / N_\theta$, $j = -N_\theta, N_\theta$ с вероятностями $P_{\theta_j}(t_{k+1})$. Данные вероятности образуют вектор безусловных вероятностей:

$$\mathbf{P}_\theta(t_{k+1}) = \begin{bmatrix} P_{\theta(-N_\theta)}(t_{k+1})\{\theta_{-N_\theta}(t_{k+1}) = -1\} \\ \vdots \\ P_{\theta_0}(t_{k+1})\{\theta_0(t_{k+1}) = 0\} \\ \vdots \\ P_{\theta N_\theta}(t_{k+1})\{\theta_{N_\theta}(t_{k+1}) = 1\} \end{bmatrix}.$$

Считаем, что введенный дискретный процесс $\theta(t)$ образует однородную марковскую цепь на $(2N_\theta + 1)$ положение. Кроме того, на интервалах времени (t_k, t_{k+1}) дискретный процесс постоянен:

$$\begin{aligned} \frac{d\theta(t)}{dt} &= 0, \quad t \in (t_k, t_{k+1}); \\ \theta(t_{k+1} - 0) &= \theta(t_k + 0), \quad \theta(t_0) = \theta_0; \\ \mathbf{P}_\theta(t_{k+1} - 0) &= \mathbf{P}_\theta(t_k + 0), \end{aligned} \quad (4)$$

и может скачком изменять свои значения в моменты времени $t_{k+1} = t_k + T$;

на соседних тактовых интервалах значения дискретного процесса независимы и нахождение дискретного процесса в начале каждого тактового интервала в каждом состоянии равновероятно:

$$\mathbf{P}_\theta(t_{k+1}) = \frac{1}{(2N_\theta + 1)} \mathbf{E}_\theta, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (5)$$

где $\mathbf{E}_\theta$ – единичный вектор размером $[(2N_\theta + 1) \times 1]$.

Для описания изменения псевдодальности (3) между подвижным объектом и НКА используем математическую модель в виде системы дифференциальных уравнений второго порядка:

$$\begin{aligned} \frac{dD(t)}{dt} &= V(t); \\ \frac{dV(t)}{dt} &= \sigma_V n_V(t), \end{aligned} \quad (6)$$

где $V(t)$ – скорость изменения псевдодальности до НКА; σ_V – среднеквадратическое значение шума; $n_V(t)$ – белый гауссовский шум с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией.

Системе дифференциальных уравнений (6) соответствует система разностных уравнений

$$D(t_{k+1}) = D(t_k) + TV(t_k); \quad (7)$$

$$V(t_{k+1}) = V(t_k) + 0.5\sigma_V T^{0.5} n_V(t_k), \quad (8)$$

где $n_V(t_k)$ – выборки белого гауссовского процесса с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией.

В рассматриваемой постановке задачи подлежащий оцениванию вектор состояния $\mathbf{X}(t_k) = [D(t_k), V(t_k)]^T$ (символ T обозначает операцию транспонирования) включает две компоненты и в соответствии с (7), (8) описывается разностным векторно-матричным стохастическим уравнением

$$\mathbf{X}(t_{k+1}) = \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{X}(t_k) + \Gamma_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{N}_x(t_k), \quad (9)$$

где Φ_{xx} – фундаментальная матрица размером (2×2) с ненулевыми элементами $\Phi_{xx11} = \Phi_{xx22} = 1$, $\Phi_{xx12} = T$; $\mathbf{N}_x(t_k) = [0, n_V(t_k)]^T$ – вектор формирующих стандартных гауссовских случайных величин; Γ_{xx} – переходная матрица возмущения размером (2×2) с ненулевыми элементами

$$\Gamma_{xx11} = \sigma_V \sqrt{\frac{T^3}{3}}, \quad \Gamma_{xx21} = \sigma_V \frac{T\sqrt{3}}{2\sqrt{T}}, \quad \Gamma_{xx22} = \sigma_V \sqrt{\frac{T}{4}}.$$

Наблюдение $\Xi(t_{k+1}) = \xi(t_{k+1})$ включает сигнал на выходе ССОП в аппаратуре приема радиосигналов спутниковой радионавигационной системы и в дискретные моменты времени t_{k+1} , $k = 0, 1, 2, \dots$, в соответствии с (3), (7)–(9) описывается выражением

$$\begin{aligned} \Xi(t_{k+1}) &= \mathbf{H}(t_{k+1}) \mathbf{X}(t_{k+1}) + \\ &+ \theta(t_{k+1}) \Phi_{yy}(t_{k+1}) + \Gamma_\Xi(t_{k+1}) N_\Xi(t_{k+1}), \end{aligned} \quad (10)$$

где $\mathbf{H}(t_{k+1})$ – вектор наблюдения размером (1×2) с ненулевым элементом $h_{11} = 1$; $\Phi_{yy}(t_{k+1}) = \Delta D_{\max}$; $N_\Xi(t_{k+1}) = n_\xi(t_{k+1})$ – шум наблюдения; $\Gamma_\Xi(t_{k+1}) = \sigma_\xi$ – среднеквадратическая ошибка шума наблюдения.

Необходимо методами марковской теории оптимального оценивания получить оптимальные по критерию максимума апостериорной плотности вероятности дискретные алгоритмы идентификации параметра достоверности (4) и адаптивного оценивания процесса (9) по наблюдениям (10).

2. ОПТИМАЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ

В совокупности процессы

$$\mathbf{X}(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1})$$

$$\text{и } \theta(t_{k+1}) = [\theta_{-N_\theta}(t_{k+1}), \dots, \theta_0(t_{k+1}), \dots, \theta_{N_\theta}(t_{k+1})]^T$$

образуют совместный векторный дискретно-непрерывный марковский процесс

$$\mathbf{Z}^T(t_{k+1}) = [\mathbf{X}^T(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}), \theta^T(t_{k+1})]$$

При наблюдении процесса (10) исчерпывающее решение задачи идентификации и адаптивного оценивания получается на основе использования вектора совместных апостериорных распределений

$$\mathbf{P}[t_{k+1}, \mathbf{X}(t_{k+1}), \theta(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}) | \Xi^{t_k}]$$

Однако для дискретного процесса, значения которого на соседних тактовых интервалах независимы и нахождение дискретного процесса в начале каждого тактового интервала в каждом состоянии равновероятно, а также у которого матрица вероятности перехода $\Pi_\theta^T[\theta(t_{k+1})|\theta(t_k)]$ на интервалах времени (t_k, t_{k+1}) имеет вид

$$\Pi_\theta^T[\theta(t_{k+1})|\theta(t_k)] = \mathbf{I}$$

($\mathbf{I}$ — единичная матрица), необходимо решение о значении дискретного процесса принимать в конце тактового интервала (t_k, t_{k+1}) , $k = 0, 1, 2, \dots$, после обработки результатов наблюдения на всем тактовом интервале в момент времени $(t_{k+1} - 0)$ до смены состояний дискретного процесса [3, 7, 8, 11]. Таким образом, для решения поставленной задачи следует использовать вектор совместных апостериорных распределений

$$\mathbf{P}[t_{k+1} - 0, \mathbf{X}(t_{k+1}), \theta(t_{k+1} - 0), \Xi(t_{k+1}) | \Xi^{t_k}]$$

В дискретные моменты времени t_k , $k = 0, 1, 2, \dots$, совместный дискретно-непрерывный процесс (ДНП)

$$\mathbf{Z}^T(t_{k+1}) = [\mathbf{X}^T(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}), \theta^T(t_{k+1})]$$

является марковским. Поэтому для момента времени $(t_{k+1} - 0)$ вектор совместных апостериорных распределений

$$\mathbf{P}[t_{k+1} - 0, \mathbf{X}(t_{k+1}), \theta(t_{k+1} - 0), \Xi(t_{k+1}) | \Xi^{t_k}]$$

с учетом изменений совместного процесса, описываемых уравнениями (4), (9) и (10), найдем согласно рекуррентному уравнению Стратоновича [12]

$$\begin{aligned} & \mathbf{P}[t_{k+1} - 0, \mathbf{X}(t_{k+1}), \theta(t_{k+1} - 0), \Xi(t_{k+1}) | \Xi^{t_k}] = \\ & = \int \Pi_z^T[\mathbf{X}(t_{k+1}), \theta(t_{k+1} - 0), \Xi(t_{k+1}) | \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + 0), \Xi(t_k)] \times \\ & \times \mathbf{P}[t_k + 0, \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + 0) | \Xi^{t_k}] d\mathbf{X}(t_k) \quad (11) \end{aligned}$$

где $\Pi_z^T[\bullet | \bullet]$ — диагональная матрица размером $(r \times r)$, $r = (2N_\theta + 1)$. Эта матрица с учетом априорной независимости непрерывных $[\mathbf{X}^T \Xi]$ и дискретного θ процессов может быть представлена в виде

$$\begin{aligned} & \Pi_z^T[\mathbf{X}(t_{k+1}), \theta(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}) | \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k), \Xi(t_k)] = \\ & = \pi_1[\mathbf{X}(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}) | \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k), \Xi(t_k)] \Pi_\theta^T[\theta(t_{k+1}) | \theta(t_k)] = \\ & = \pi_1[\mathbf{X}(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}) | \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k), \Xi(t_k)] \mathbf{I} \quad (12) \end{aligned}$$

где $\pi_1[\bullet | \bullet]$ — диагональная матрица плотности вероятности перехода размером $(r \times r)$ с элементами

$$\pi_{1jj}[\mathbf{X}(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}) | \mathbf{X}(t_k), \theta_j(t_k), \Xi(t_k)], j = \overline{1, r},$$

которая полностью определяется соотношениями (9), (10).

Совместный условный процесс $\mathbf{Z}_1^T = [\mathbf{X}^T \Xi | \theta]$, описываемый соотношениями (9), (10), можно записать в виде разностного уравнения

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_1(t_{k+1}) &= \Phi_{zz}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{Z}_1(t_k) + \\ &+ \Phi_{zv}(t_{k+1}) \theta(t_{k+1}) + \Gamma_z(t_{k+1}, t_k) \mathbf{N}_z(t_k) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \Phi_{zz}(t_{k+1}, t_k) &= [\Phi_{zx}(t_{k+1}, t_k); \Phi_{z\Xi}(t_{k+1}, t_k)]; \\ \Phi_{zx}(t_{k+1}, t_k) &= \begin{bmatrix} \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \\ \mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \end{bmatrix}, \Phi_{z\Xi}(t_{k+1}, t_k) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \\ \Phi_{zv}(t_{k+1}) &= \begin{bmatrix} 0 \\ \Phi_{yy}(t_{k+1}) \end{bmatrix}; \\ \Gamma_z(t_{k+1}, t_k) &= \begin{bmatrix} \Gamma_{xx}(t_{k+1}, t_k) & 0 \\ \mathbf{H}(t_{k+1}) \Gamma_{xx}(t_{k+1}, t_k) & \Gamma_{\Xi}(t_{k+1}) \end{bmatrix}; \\ \mathbf{N}_z^T(t_{k+1}) &= [\mathbf{N}_x^T(t_k) \mathbf{N}_{\Xi}(t_{k+1})]. \end{aligned}$$

Условные плотности вероятности перехода

$$\pi_{1jj}[\mathbf{X}(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}) | \mathbf{X}(t_k), \theta_j(t_k), \Xi(t_k)], j = \overline{1, r}$$

являются гауссовскими

$$\pi_{1j} \left[\mathbf{X}(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}) | \mathbf{X}(t_k), \theta_j(t_k), \Xi(t_k) \right] = \\ = N \left[\mathbf{Z}_1(t_{k+1}) - \mathbf{M}_{z_j}(t_{k+1}); \mathbf{B}_{zz}(t_{k+1}) \right], j = \overline{1, r},$$

с вектором математического ожидания $\mathbf{M}_{z_j}(t_{k+1})$ и матрицей центральных моментов второго порядка $\mathbf{B}_{zz}(t_{k+1})$, которые имеют вид

$$\mathbf{M}_{z_j}(t_{k+1}) = \\ = \begin{bmatrix} \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{X}(t_k) \\ \mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{X}(t_k) + \theta_j(t_{k+1}) \Phi_{yy}(t_{k+1}) \end{bmatrix}; \\ \mathbf{B}_{zz}(t_{k+1}) = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{xx}(t_{k+1}) & \mathbf{B}_{x\Xi}(t_{k+1}) \\ \mathbf{B}_{\Xi x}(t_{k+1}) & \mathbf{B}_{\Xi\Xi}(t_{k+1}) \end{bmatrix},$$

где

$$\mathbf{B}_{xx}(t_{k+1}) = \Gamma_{xx}(t_{k+1}, t_k) \Gamma_{xx}^T(t_{k+1}, t_k); \\ \mathbf{B}_{x\Xi}(t_{k+1}) = \Gamma_{xx}(t_{k+1}, t_k) \Gamma_{xx}^T(t_{k+1}, t_k) \mathbf{H}^T(t_{k+1}); \\ \mathbf{B}_{\Xi x}(t_{k+1}) = \mathbf{H}(t_{k+1}) \Gamma_{xx}(t_{k+1}, t_k) \Gamma_{xx}^T(t_{k+1}, t_k); \mathbf{B}_{\Xi\Xi}(t_{k+1}) = \\ = \mathbf{H}(t_{k+1}) \Gamma_{xx}(t_{k+1}, t_k) \Gamma_{xx}^T(t_{k+1}, t_k) \mathbf{H}^T(t_{k+1}) + \Gamma_{\Xi\Xi}^2(t_{k+1}).$$

Представляя левую часть вектора совместных апостериорных распределений (11) в виде условного (по $\Xi(t_{k+1})$) процесса, получим

$$\mathbf{P} \left[t_{k+1} - 0, \mathbf{X}(t_{k+1}), \theta(t_{k+1} - 0), \Xi(t_{k+1}) | \Xi^{t_k} \right] = \\ = p \left[\Xi(t_{k+1}) | \Xi^{t_k} \right] \mathbf{P} \left[t_{k+1} - 0, \mathbf{X}(t_{k+1}), \theta(t_{k+1} - 0) | \Xi^{t_{k+1}} \right] = \\ = C_1(t_{k+1}) P \left[t_{k+1} - 0, \mathbf{X}(t_{k+1}), \theta(t_{k+1} - 0) | \Xi^{t_{k+1}} \right] \quad (13)$$

где $C_1(t_{k+1}) = p \left[\Xi(t_{k+1}) | \Xi^{t_k} \right]$ — постоянная, которая может быть определена из условия нормировки

$$\mathbf{E}^T \int \mathbf{P} \left[t_{k+1} - 0, \mathbf{X}(t_{k+1}), \theta(t_{k+1} - 0) | \Xi^{t_{k+1}} \right] d\mathbf{X}(t_{k+1}) = 1, \quad (14)$$

$\mathbf{E}$ — единичный вектор размером $(r \times 1)$.

Подставляя (12) и (13) в (11), для момента времени $(t_{k+1} - 0)$ и отсчетов $\left[\mathbf{X}^T(t_{k+1}) \theta^T(t_{k+1} - 0) \right]$ дискретно-непрерывного процесса получим

$$\mathbf{P} \left[t_{k+1} - 0, \mathbf{X}(t_{k+1}), \theta(t_{k+1} - 0) | \Xi^{t_{k+1}} \right] = \\ = \frac{1}{C_1(t_{k+1})} \int \pi_1 \left[\mathbf{X}(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}) | \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + 0), \Xi(t_k) \right] \times \\ \times \mathbf{P} \left[t_k + 0, \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + 0) | \Xi^{t_k} \right] d\mathbf{X}(t_k). \quad (15)$$

Соотношение (15) позволяет последовательно при $k = 0, 1, 2, \dots$ найти вектор апостериорных распределений $\mathbf{P} \left[t_{k+1} - 0, \mathbf{X}(t_{k+1}), \theta(t_{k+1} - 0) | \Xi^{t_{k+1}} \right]$

отсчетов ДНП $\left[\mathbf{X}^T(t_{k+1}) \theta^T(t_{k+1} - 0) \right]$ в конце тактового интервала для момента времени $(t_{k+1} - 0)$ и, следовательно, получить его оценку, оптимальную по заданному критерию.

На основе соотношения (15) получим рекуррентные уравнения для безусловных и условных апостериорных распределений оцениваемых процессов и соответствующие этим распределениям безусловные и условные оценки отсчетов векторных непрерывного и дискретного процессов. Для этого представим апостериорное смешанное распределение ДНП в форме [3, 7, 8]:

$$\mathbf{P} \left[t_k, \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k) | \Xi^{t_k} \right] = \\ = p \left[t_k, \mathbf{X}(t_k) | \Xi^{t_k} \right] \mathbf{P} \left[t_k, \theta(t_k) | \Xi^{t_k}, \mathbf{X}(t_k) \right]; \quad (16)$$

где $p \left[t_k, \mathbf{X}(t_k) | \Xi^{t_k} \right]$ — апостериорная плотность вероятности выборки непрерывного процесса; $\mathbf{P} \left[t_k, \theta(t_k) | \Xi^{t_k}, \mathbf{X}(t_k) \right]$ — вектор условных (по $\mathbf{X}(t_k)$) апостериорных вероятностей значений векторного дискретного процесса.

При представлении вектора $\mathbf{P} \left[t_k, \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k) | \Xi^{t_k} \right]$ в виде (16) соотношение (15) будет иметь вид

$$p \left[t_{k+1}, \mathbf{X}(t_{k+1}) | \Xi^{t_{k+1}} \right] \times \\ \times P \left[t_{k+1} - 0, \theta(t_{k+1} - 0) | \Xi^{t_{k+1}}, \mathbf{X}(t_{k+1}) \right] = \\ = \frac{1}{C_1(t_{k+1})} \int \pi_1 \left[\mathbf{X}(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}) | \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + 0), \Xi(t_k) \right] \times \\ \times p \left[t_k, \mathbf{X}(t_k) | \Xi^{t_k} \right] \times \\ \times \mathbf{P} \left[t_k + 0, \theta(t_k + 0) | \Xi^{t_k}, \mathbf{X}(t_k) \right] d\mathbf{X}(t_k). \quad (17)$$

Безусловную апостериорную плотность вероятности (АПВ) отсчетов $\mathbf{X}(t_{k+1})$ непрерывного процесса найдем из условия нормировки выражения (17)

$$\mathbf{E}_0^T p \left[t_{k+1}, \mathbf{X}(t_{k+1}) | \Xi^{t_{k+1}} \right] \times \\ \times P \left[t_{k+1} - 0, \theta(t_{k+1} - 0) | \Xi^{t_{k+1}}, \mathbf{X}(t_{k+1}) \right] = \\ = \mathbf{E}_0^T \frac{1}{C_1(t_{k+1})} \int \pi_1 \left[\mathbf{X}(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}) | \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + 0), \Xi(t_k) \right] \times \\ \times p \left[t_k, \mathbf{X}(t_k) | \Xi^{t_k} \right] \times \\ \times P \left[t_k + 0, \theta(t_k + 0) | \Xi^{t_k}, \mathbf{X}(t_k) \right] d\mathbf{X}(t_k), \quad (18)$$

где $\mathbf{E}_0$ — единичный вектор размером $(r \times 1)$.

Выполнив условие нормировки с учетом того, что плотность вероятности перехода $\pi_1[\bullet | \bullet]$ есть диагональная матрица размером $(r \times r)$ с элементами

$$\pi_{1,jj}[\mathbf{X}(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}) | \mathbf{X}(t_k), \theta_j(t_k), \Xi(t_k)], j = \overline{1, r},$$

из (18) получим

$$\begin{aligned} p[t_{k+1}, \mathbf{X}(t_{k+1}) | \Xi^{t_{k+1}}] &= \frac{1}{C_1(t_{k+1})} \times \\ &\times \int \left(\sum_{j=-N_\theta}^{N_\theta} \pi_{1,jj}[\mathbf{X}(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}) | \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + \right. \\ &+ 0) = \theta_j(t_k + 0), \Xi(t_k)] P_j[t_k + 0, \theta(t_k + \\ &+ 0) = \theta_j(t_k + 0), \Xi(t_k)] \times \\ &\times p[t_k, \mathbf{X}(t_k) | \Xi^{t_k}] d\mathbf{X}(t_k) \Big) \times \\ &\times p[t_k, \mathbf{X}(t_k) | \Xi^{t_k}] d\mathbf{X}(t_k). \end{aligned} \quad (19)$$

Вектор условных апостериорных вероятностей (АВ) отсчетов дискретного процесса $\theta(t_{k+1} - 0)$ найдем, проинтегрировав левую и правую части выражения (17) по $\mathbf{X}(t_{k+1})$. В результате из условия согласованности получим

$$\begin{aligned} P[t_{k+1} - 0, \theta(t_{k+1} - 0) | \Xi^{t_{k+1}}, \mathbf{X}(t_{k+1})] &= \\ &= \frac{1}{C_1(t_{k+1})} \int \pi_\Xi[\Xi(t_{k+1}) | \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + 0), \Xi(t_k)] \times \\ &\times p[t_k, \mathbf{X}(t_k) | \Xi^{t_k}] \times \\ &\times P[t_k + 0, \theta(t_k + 0) | \Xi^{t_k}, \mathbf{X}(t_k)] d\mathbf{X}(t_k), \end{aligned} \quad (20)$$

где $\pi_\Xi[\Xi(t_{k+1}) | \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + 0), \Xi(t_k)]$ – диагональная матрица условных плотностей вероятностей перехода с элементами

$$\pi_{\Xi,jj}[\Xi(t_{k+1}) | \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + 0) = \theta_j(t_k + 0), \Xi(t_k)], j = \overline{1, r},$$

которые являются гауссовскими

$$\begin{aligned} \pi_{\Xi,jj}[\Xi(t_{k+1}) | \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + 0) = \theta_j(t_k + 0), \Xi(t_k)] &= \\ &= N\{\Xi(t_{k+1}) - M_{\Xi,j}(t_{k+1}); B_{\Xi\Xi}(t_{k+1})\} \end{aligned}$$

с математическим ожиданием $M_{\Xi,j}(t_{k+1})$ и центральным моментом второго порядка $B_{\Xi\Xi}(t_{k+1})$, имеющими в соответствии с выражениями (9) и (10) следующий вид:

$$\begin{aligned} M_{\Xi,j}(t_{k+1}) &= \mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}) \mathbf{X}(t_k) + \theta_j(t_{k+1}) \Phi_{yy}(t_{k+1}); \\ B_{\Xi\Xi}(t_{k+1}) &= \Gamma_{\Xi\Xi}^2(t_{k+1}) + \\ &+ \mathbf{H}(t_{k+1}) \Gamma_{xx}(t_{k+1}, t_k) \Gamma_{xx}^T(t_{k+1}, t_k) \mathbf{H}^T(t_{k+1}). \end{aligned}$$

Выражение (19) для безусловной АПВ отсчетов $\mathbf{X}(t_{k+1})$ непрерывного процесса можно также записать в нескольких формах записи [8]:

$$\begin{aligned} p[t_{k+1}, \mathbf{X}(t_{k+1}) | \Xi^{t_{k+1}}] &= \frac{1}{C_1(t_{k+1})} \times \\ &\times \int \left(\sum_{j=-N_\theta}^{N_\theta} \pi_{1,jj}[\mathbf{X}(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}) | \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + 0) = \right. \\ &= \theta_j(t_k + 0), \Xi(t_k)] P_j[t_k + 0, \theta(t_k + 0) = \\ &= \theta_j(t_k + 0), \Xi(t_k)] \times \\ &\times p[t_k, \mathbf{X}(t_k) | \Xi^{t_k}] \Big) \times p[t_k, \mathbf{X}(t_k) | \Xi^{t_k}] d\mathbf{X}(t_k) = \\ &= \frac{1}{C_1(t_{k+1})} \sum_{j=-N_\theta}^{N_\theta} \int \pi_{1,jj}[\mathbf{X}(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}) | \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + 0) = \\ &= \theta_j(t_k + 0), \Xi(t_k)] P_j[t_k + 0, \theta(t_k + 0) = \\ &= \theta_j(t_k + 0), \Xi(t_k)] \times p[t_k, \mathbf{X}(t_k) | \Xi^{t_k}] d\mathbf{X}(t_k) = \\ &= \frac{1}{C_1(t_{k+1})} \int \text{tr} \left\{ \pi_1[\mathbf{X}(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}) | \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + \right. \\ &+ 0), \Xi(t_k)] P_j[t_k + 0, \theta(t_k + 0) = \\ &= \theta_j(t_k + 0), \Xi(t_k)] \Big\} \times \\ &\times p[t_k, \mathbf{X}(t_k) | \Xi^{t_k}] d\mathbf{X}(t_k), \end{aligned} \quad (21)$$

где $\text{tr}\{\bullet\}$ – след матрицы.

Условные АВ отсчетов $\theta(t_{k+1} - 0) = \theta_j(t_k + 0)$, $j = \overline{1, r}$ дискретного процесса согласно (20) определяются выражением

$$\begin{aligned} P_j[t_{k+1} - 0, \theta_j(t_{k+1} - 0) | \Xi^{t_{k+1}}, \mathbf{X}(t_{k+1})] &= \\ &= \frac{1}{C_1(t_{k+1})} \int \pi_{\Xi,jj}[\Xi(t_{k+1}) | \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + 0) = \\ &= \theta_j(t_k + 0), \Xi(t_k)] P_j[t_k + 0, \theta_j(t_k + 0) | \Xi^{t_k}, \mathbf{X}(t_k)] \times \\ &\times p[t_k, \mathbf{X}(t_k) | \Xi^{t_k}] d\mathbf{X}(t_k), j = \overline{1, r}. \end{aligned} \quad (22)$$

Полученные выражение (21) и (22) представляют собой рекуррентные уравнения, позволяющие определять безусловные АПВ отсчетов $\mathbf{X}(t_{k+1})$ непрерывного процесса и условные АВ отсчетов $\theta(t_{k+1} - 0) = \theta_j(t_k + 0)$, $j = \overline{1, r}$ дискретного процесса.

3. КВАЗИОПТИМАЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ

Так как в рассматриваемой постановке задачи значения дискретного процесса на соседних тактовых интервалах независимы, а в начале тактового интервала равновероятны, то апостериорные вероятности отсчетов $\theta(t_{k+1} - 0) = \theta_j(t_k + 0)$ дискретного процесса

$$P_j[t_k, \theta(t_k + 0) = \theta_j(t_k + 0) | \Xi^{t_k}, \mathbf{X}(t_k)], j = \overline{1, r}$$

не зависят от непрерывного процесса. В этом случае АВ отсчетов $\theta(t_{k+1} - 0) = \theta_j(t_k + 0)$ дискретного процесса

$$P_j[t_k, \theta(t_k + 0) = \theta_j(t_k + 0) | \Xi^{t_k}, \mathbf{X}(t_k)], j = \overline{1, r},$$

будут равны

$$\begin{aligned} P_j[t_k, \theta(t_k + 0) = \theta_j(t_k + 0) | \Xi^{t_k}, \mathbf{X}(t_k)] &= \\ &= P_j[t_k, \theta(t_k + 0) = \theta_j(t_k + 0) | \Xi^{t_k}] = \frac{1}{(2N_\theta + 1)}. \end{aligned}$$

Тогда в выражении (21) АВ отсчетов $\theta(t_{k+1} - 0) = \theta_j(t_k + 0)$, $j = \overline{1, r}$, можно вынести за знак интеграла и записать его в виде

$$\begin{aligned} p[t_{k+1}, \mathbf{X}(t_{k+1}) | \Xi^{t_{k+1}}] &= \frac{1}{C_1(t_{k+1})} \sum_{j=-N_\theta}^{N_\theta} P_j[t_k + 0, \theta(t_k + 0) = \\ &= \theta_j(t_k + 0) | \Xi^{t_k}] \int \pi_{1,jj}[\mathbf{X}(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}) | \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + 0) = \\ &= \theta_j(t_k + 0), \Xi(t_k)] \times p[t_k, \mathbf{X}(t_k) | \Xi^{t_k}] d\mathbf{X}(t_k). \quad (23) \end{aligned}$$

В выражении (23) апостериорная плотность вероятности $p[t_k, \mathbf{X}(t_k) | \Xi^{t_k}]$, полученная на предыдущем шаге, является гауссовской

$$p[t_k, \mathbf{X}(t_k) | \Xi^{t_k}] = N\{\mathbf{X}^*(t_k), \mathbf{P}(t_k)\},$$

где $\mathbf{X}^*(t_k)$ – оценка вектора состояния; $\mathbf{P}(t_k)$ – матрица апостериорных вторых центральных моментов ошибок оценивания на предыдущем шаге.

Для совместного условного процесса $\mathbf{Z}_1^T = [\mathbf{X}^T \Xi | \theta]$, как указано выше, плотности вероятностей перехода

$$\begin{aligned} \pi_{1,jj}[\mathbf{X}(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}) | \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + 0) = \\ = \theta_j(t_k + 0), \Xi(t_k)], i = \overline{1, r} \end{aligned}$$

являются гауссовскими

$$\begin{aligned} \pi_{1,jj}[\mathbf{X}(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}) | \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + 0) = \theta_j(t_k + 0), \Xi(t_k)] = \\ = N\{\mathbf{Z}_1(t_{k+1}) - \mathbf{M}_{z_j}(t_{k+1}); \mathbf{B}_{zz}(t_{k+1})\}. \end{aligned}$$

Так как входящие в подынтегральное выражение (21) плотности вероятности являются гауссовскими, то и плотность вероятности $p[t_{k+1}, \mathbf{X}(t_{k+1}) | \Xi^{t_{k+1}}]$ будет гауссовской.

Сгруппируем члены в подынтегральном выражении (23) и представим его в виде

$$\begin{aligned} & C_2 \exp \left\{ -\frac{1}{2} [\mathbf{Z}_1(t_{k+1}) - \mathbf{M}_{Z_j}(t_{k+1})]^T \mathbf{B}_{ZZ}^{-1}(t_{k+1}) [\mathbf{Z}_1(t_{k+1}) - \mathbf{M}_{Z_j}(t_{k+1})] - \right. \\ & \quad \left. - \frac{1}{2} [\mathbf{X}(t_k) - \mathbf{X}^*(t_k)]^T \mathbf{P}^{-1}(t_k) [\mathbf{X}(t_k) - \mathbf{X}^*(t_k)] \right\} = \\ & = C_2 \exp \left\{ -\frac{1}{2} [\mathbf{Z}_1(t_{k+1}) - \Phi_{zz}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{Z}_1(t_k) - \Phi_{zv}(t_{k+1}) \theta_j(t_k)]^T \mathbf{B}_{ZZ}^{-1}(t_{k+1}) [\mathbf{Z}_1(t_{k+1}) - \Phi_{zz}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{Z}_1(t_k) - \right. \\ & \quad \left. - \Phi_{zv}(t_{k+1}) \theta_j(t_k)] - \frac{1}{2} [\mathbf{X}(t_k) - \mathbf{X}^*(t_k)]^T \mathbf{P}^{-1}(t_k) [\mathbf{X}(t_k) - \mathbf{X}^*(t_k)] \right\} = \\ & = C_2 \exp \left\{ -\frac{1}{2} [\mathbf{Z}_1(t_{k+1}) - \Phi_{zx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{X}(t_k) - \Phi_{zv}(t_{k+1}) \theta_j(t_k)]^T \mathbf{B}_{ZZ}^{-1}(t_{k+1}) \times \right. \\ & \quad \left. \times [\mathbf{Z}_1(t_{k+1}) - \Phi_{zx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{X}(t_k) - \Phi_{zv}(t_{k+1}) \theta_j(t_k)] - \frac{1}{2} [\mathbf{X}(t_k) - \mathbf{X}^*(t_k)]^T \mathbf{P}^{-1}(t_k) [\mathbf{X}(t_k) - \mathbf{X}^*(t_k)] \right\} = \\ & = C_3 \exp \left\{ -\frac{1}{2} [\mathbf{X}(t_k) - \mathbf{A}_j]^T \mathbf{B}^{-1} [\mathbf{X}(t_k) - \mathbf{A}_j] \right\} \times \\ & \quad \times C_4 \exp \left\{ -\frac{1}{2} [\mathbf{Z}_1(t_{k+1}) - \mathbf{M}_{1z_j}(t_{k+1})]^T \mathbf{B}_{1ZZ}^{-1}(t_{k+1}) [\mathbf{Z}_1(t_{k+1}) - \mathbf{M}_{1z_j}(t_{k+1})] \right\}, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}\mathbf{B} &= \left[\Phi_{zx}^T(t_{k+1}, t_k) \mathbf{B}_{ZZ}^{-1}(t_{k+1}) \Phi_{zx}(t_{k+1}, t_k) + \mathbf{P}^{-1}(t_k) \right]^{-1}; \\ \mathbf{A}_j &= \mathbf{B} \left[\Phi_{zx}^T(t_{k+1}, t_k) \mathbf{B}_{ZZ}^{-1}(t_{k+1}) \mathbf{Z}_1(t_{k+1}) - \right. \\ &\quad \left. - \Phi_{zx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{B}_{ZZ}^{-1}(t_{k+1}) \Phi_{zv}(t_{k+1}) \theta_j(t_k) + \mathbf{P}^{-1}(t_k) \mathbf{X}^*(t_k) \right]; \\ \mathbf{B}_{1ZZ}(t_{k+1}) &= \Phi_{zx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{P}(t_k) \Phi_{zx}^T(t_{k+1}, t_k) + \mathbf{B}_{ZZ}(t_{k+1}); \\ \mathbf{M}_{1z_j}(t_{k+1}) &= \Phi_{zx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{X}^*(t_k) + \Phi_{zv}(t_{k+1}) \theta_j(t_k).\end{aligned}$$

В полученном выражении вторая экспонента не содержит переменную интегрирования $X(t_k)$ и может быть вынесена за знак интегрирования в выражении (23). Интегрирование первой экспоненты дает некоторую константу, которая вместе с постоянными C_3 и C_4 войдет в нормировочную постоянную C_1 .

В результате получим

$$\begin{aligned}& p \left[t_{k+1}, \mathbf{X}(t_{k+1}) \middle| \Xi^{t_{k+1}} \right] = \\ &= \frac{1}{C_1(t_{k+1})} \sum_{j=-N_0}^{N_0} P_j \left[t_k + 0, \theta(t_k + 0) = \theta_j(t_k + 0) \middle| \Xi^{t_k} \right] p_j \left[t_{k+1}, \mathbf{X}_j(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}) \middle| \Xi^{t_{k+1}}, \theta_j(t_{k+1} - 0) \right] = \\ &= \frac{1}{C_1(t_{k+1})} \sum_{j=-N_0}^{N_0} P_j \left[t_k + 0, \theta(t_k + 0) = \theta_j(t_k + 0) \middle| \Xi^{t_k} \right] \times \\ &\quad \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\mathbf{X}(t_{k+1}) - \mathbf{M}_{1X} \right]^T \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{1ZZ11} & \mathbf{B}_{1ZZ12} \\ \mathbf{B}_{1ZZ21} & \mathbf{B}_{1ZZ22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}(t_{k+1}) - \mathbf{M}_{1X} \\ \Xi(t_{k+1}) - \mathbf{M}_{1\Xi j} \end{bmatrix} \right\},\end{aligned}\quad (24)$$

где

$$\begin{aligned}\mathbf{M}_{1X}(t_{k+1}) &= \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{X}^*(t_k); \\ \mathbf{M}_{1\Xi j}(t_{k+1}) &= \mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{X}^*(t_k) + \theta_j(t_{k+1} - 0) \Phi_{yy}(t_{k+1}); \\ \mathbf{B}_{1ZZ11}(t_{k+1}) &= \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{P}(t_k) \Phi_{xx}^T(t_{k+1}, t_k) + \mathbf{B}_{xx}(t_{k+1}); \\ \mathbf{B}_{1ZZ12}(t_{k+1}) &= \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{P}(t_k) \Phi_{xx}^T(t_{k+1}, t_k) \mathbf{H}^T(t_{k+1}) + \mathbf{B}_{x\Xi}(t_{k+1}); \\ \mathbf{B}_{1ZZ21}(t_{k+1}) &= \mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{P}(t_k) \Phi_{xx}^T(t_{k+1}, t_k) + \mathbf{B}_{\Xi x}(t_{k+1}); \\ \mathbf{B}_{1ZZ22}(t_{k+1}) &= \mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{P}(t_k) \Phi_{xx}^T(t_{k+1}, t_k) \mathbf{H}^T(t_{k+1}) + \mathbf{B}_{\Xi\Xi}(t_{k+1}).\end{aligned}\quad (25)$$

Используя выражения, приведенные в [3], перейдем в правой части (24) от гауссовской совместной плотности вероятности

$$p_j \left[t_{k+1}, \mathbf{X}_j(t_{k+1}), \Xi(t_{k+1}) \middle| \Xi^{t_k}, \theta_j(t_{k+1} - 0) \right]$$

к гауссовской условной плотности вероятности

$$p_j \left[t_{k+1}, \mathbf{X}_j(t_{k+1}) \middle| \Xi^{t_{k+1}}, \theta_j(t_{k+1} - 0) \right].$$

В результате получим

$$\begin{aligned}& p \left[t_{k+1}, \mathbf{X}(t_{k+1}) \middle| \Xi^{t_{k+1}} \right] = \\ &= \frac{1}{C_1(t_{k+1})} \sum_{j=-N_0}^{N_0} P_j \left[t_k + 0, \theta(t_k + 0) = \theta_j(t_k + 0) \middle| \Xi^{t_k} \right] p_j \left[t_{k+1}, \mathbf{X}_j(t_{k+1}) \middle| \Xi^{t_{k+1}}, \theta_j(t_{k+1} - 0) \right].\end{aligned}\quad (26)$$

Входящая в выражение (26) условная плотность вероятности $p_j \left[t_{k+1}, \mathbf{X}_j(t_{k+1}) \middle| \Xi^{t_{k+1}}, \theta_j(t_{k+1} - 0) \right]$ будет гауссовской

$$\begin{aligned}& p_j \left[t_{k+1}, \mathbf{X}_j(t_{k+1}) \middle| \Xi^{t_{k+1}}, \theta_j(t_{k+1} - 0) \right] = \\ &= N \left\{ \mathbf{X}_j^*(t_{k+1}), \mathbf{P}(t_{k+1}) \right\} =\end{aligned}$$

$$= N \left\{ \mathbf{M}_{1X}(t_{k+1}) + \mathbf{B}_{1ZZ12} \mathbf{B}_{1ZZ22}^{-1} [\Xi(t_{k+1}) - \mathbf{M}_{1\Xi j}(t_{k+1})], \mathbf{B}_{1ZZ11} - \mathbf{B}_{1ZZ12} \mathbf{B}_{1ZZ22}^{-1} \mathbf{B}_{1ZZ21} \right\}, j = \overline{1, r},$$

где $\mathbf{X}_j^*(t_{k+1})$ – условная оценка непрерывного процесса (вектора состояния); $P(t_{k+1})$ – матрица апостериорных вторых центральных моментов ошибок оценивания, которые согласно (24) определяются равенствами:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_j^*(t_{k+1}) &= \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{X}^*(t_k) + \\ &+ \mathbf{K}(t_{k+1}) [\Xi(t_{k+1}) - \theta_j(t_{k+1} - 0) \Phi_{yy}(t_{k+1}) - \\ &- \mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{X}^*(t_k)], j = \overline{1, r}, \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K}(t_{k+1}) &= \left[\Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{P}(t_k) \Phi_{xx}^T(t_{k+1}, t_k) \mathbf{H}^T(t_{k+1}) + \mathbf{B}_{x\Xi}(t_{k+1}) \right] \times \\ &\times \left[\mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{P}(t_k) \Phi_{xx}^T(t_{k+1}, t_k) \mathbf{H}^T(t_{k+1}) + \mathbf{B}_{\Xi\Xi}(t_{k+1}) \right]^{-1}, \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(t_{k+1}) &= \left[\Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{P}(t_k) \Phi_{xx}^T(t_{k+1}, t_k) + \mathbf{B}_{xx}(t_{k+1}) \right] - \\ &- \mathbf{K}(t_{k+1}) \left[\Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{P}(t_k) \Phi_{xx}^T(t_{k+1}, t_k) \mathbf{H}^T(t_{k+1}) + \mathbf{B}_{x\Xi}(t_{k+1}) \right]^T, \end{aligned} \quad (29)$$

где $\mathbf{K}(t_{k+1})$ – матрица оптимальных коэффициентов передачи цифрового фильтра.

Безусловная оценка непрерывного процесса (вектора состояния) в момент времени (t_{k+1}) ,

представляющая собой математическое ожидание от левой и правой частей выражения (26), будет определяться выражением

$$\mathbf{X}^*(t_{k+1}) = \sum_{j=-N_\theta}^{N_\theta} \mathbf{X}_j^*(t_{k+1}) P_j \left[t_k + 0, \theta(t_k + 0) = \theta_j(t_k + 0) \middle| \Xi^{t_k} \right], \quad (30)$$

где

$$P_j \left[t_k + 0, \theta(t_k + 0) = \theta_j(t_k + 0) \middle| \Xi^{t_k} \right] = \frac{1}{(2N_\theta + 1)}.$$

Для определения условных АВ отсчетов $\theta(t_{k+1} - 0) = \theta_j(t_{k+1} - 0)$, $j = \overline{1, r}$ дискретного

процесса используем выражение (22), в котором также АВ отсчетов $P_j \left[t_k + 0, \theta_j(t_k + 0) \middle| \Xi^{t_k}, \mathbf{X}(t_k) \right]$, $j = \overline{1, r}$ вынесем за знак интеграла и с учетом независимости в начале тактового интервала дискретного процесса от непрерывного процесса, получим

$$\begin{aligned} &P_j \left[t_{k+1} - 0, \theta_j(t_{k+1} - 0) \middle| \Xi^{t_{k+1}}, \mathbf{X}(t_{k+1}) \right] = \\ &= \frac{1}{C_1(t_{k+1})} P_j \left[t_k + 0, \theta(t_k + 0) = \theta_j(t_k + 0) \middle| \Xi^{t_k} \right] \int \pi_{\Xi j} \left[\Xi(t_{k+1}) \middle| \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + 0) = \theta_j(t_k + 0), \Xi(t_k) \right] \times \\ &\times p \left[t_k, \mathbf{X}(t_k) \middle| \Xi^{t_k} \right] d\mathbf{X}(t_k), j = \overline{1, r}. \end{aligned}$$

В данном выражении плотность вероятности перехода

$$\pi_{\Xi j} \left[\Xi(t_{k+1}) \middle| \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + 0) = \theta_j(t_k + 0), \Xi(t_k) \right]$$

является гауссовской

$$\begin{aligned} &\pi_{\Xi j} \left[\Xi(t_{k+1}) \middle| \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + 0) = \theta_j(t_k + 0), \Xi(t_k) \right] = \\ &= N \left\{ \Xi(t_{k+1}) - \mathbf{M}_{\Xi j}(t_{k+1}); \mathbf{B}_{\Xi\Xi}(t_{k+1}) \right\} \end{aligned}$$

с математическим ожиданием $\mathbf{M}_{\Xi j}(t_{k+1})$ и центральным моментом второго порядка $\mathbf{B}_{\Xi\Xi}(t_{k+1})$, имеющими в соответствии с выражениями (9) и (10) следующий вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{Zj}(t_{k+1}) &= \mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}) \mathbf{X}(t_{k+1}) + \\ &+ \theta_j(t_{k+1}) \Phi_{yy}(t_{k+1}); \\ \mathbf{B}_{\Xi\Xi}(t_{k+1}) &= \Gamma_{\Xi\Xi}^2(t_{k+1}) + \\ &+ \mathbf{H}(t_{k+1}) \Gamma_{xx}(t_{k+1}, t_k) \Gamma_{xx}^T(t_{k+1}, t_k) \mathbf{H}^T(t_{k+1}). \end{aligned}$$

Апостериорная плотность вероятности $p\left[t_k, \mathbf{X}(t_k) \middle| \Xi^{t_k}\right]$, полученная на предыдущем шаге, также является гауссовской

$$p\left[t_k, \mathbf{X}(t_k) \middle| \Xi^{t_k}\right] = N\left\{\mathbf{X}^*(t_k), \mathbf{P}(t_k)\right\}.$$

Тогда подынтегральное выражение в (22) можно записать в виде

$$\begin{aligned} & \int \pi_{\Xi jj} \left[\Xi(t_{k+1}) \middle| \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + 0) = \theta_j(t_k + 0), \Xi(t_k) \right] p\left[t_k, \mathbf{X}(t_k) \middle| \Xi^{t_k}\right] d\mathbf{X}(t_k) = \\ & = C_6 \int \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\Xi(t_{k+1}) - \mathbf{M}_{\Xi j}(t_{k+1}) \right]^T \mathbf{B}_{\Xi \Xi}^{-1}(t_{k+1}) \left[\Xi(t_{k+1}) - \mathbf{M}_{\Xi j}(t_{k+1}) \right] - \right. \\ & \quad \left. -\frac{1}{2} \left[\mathbf{X}(t_k) - \mathbf{X}^*(t_k) \right]^T \mathbf{P}^{-1}(t_k) \left[\mathbf{X}(t_k) - \mathbf{X}^*(t_k) \right] \right\} d\mathbf{X}(t_k) = \\ & = C_6 \int \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\Xi(t_{k+1}) - \mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}) \mathbf{X}(t_k) - \Phi_{yy}(t_{k+1}) \theta_j(t_{k+1} - 0) \right]^T \mathbf{B}_{\Xi \Xi}^{-1}(t_{k+1}) \times \right. \\ & \quad \times \left[\Xi(t_{k+1}) - \mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}) \mathbf{X}(t_k) - \Phi_{yy}(t_{k+1}) \theta_j(t_{k+1} - 0) \right] - \\ & \quad \left. -\frac{1}{2} \left[\mathbf{X}(t_k) - \mathbf{X}^*(t_k) \right]^T \mathbf{P}^{-1}(t_k) \left[\mathbf{X}(t_k) - \mathbf{X}^*(t_k) \right] \right\} d\mathbf{X}(t_k). \end{aligned} \quad (31)$$

Сгруппируем члены в подынтегральном выражении (31) и представим его в виде

$$\begin{aligned} & \int \pi_{\Xi jj} \left[\Xi(t_{k+1}) \middle| \mathbf{X}(t_k), \theta(t_k + 0) = \theta_j(t_k + 0), \Xi(t_k) \right] p\left[t_k, \mathbf{X}(t_k) \middle| \Xi^{t_k}\right] d\mathbf{X}(t_k) = \\ & = \int C_7 \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\mathbf{X}(t_k) - \mathbf{A}_{1j} \right]^T \mathbf{B}_1^{-1} \left[\mathbf{X}(t_k) - \mathbf{A}_{1j} \right] \right\} \times \\ & \times C_8 \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\Xi(t_{k+1}) - \mathbf{M}_{1\Xi j}(t_{k+1}) \right]^T \mathbf{B}_{1\Xi \Xi}^{-1}(t_{k+1}) \left[\Xi(t_{k+1}) - \mathbf{M}_{1\Xi j}(t_{k+1}) \right] \right\} d\mathbf{X}(t_k), \end{aligned} \quad (32)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_1 &= \left[\Phi_{xx}^T(t_{k+1}, t_k) \mathbf{H}^T(t_{k+1}) \mathbf{B}_{\Xi \Xi}^{-1}(t_{k+1}) \mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) + \mathbf{P}^{-1}(t_k) \right]^{-1}; \\ \mathbf{A}_{1j} &= \mathbf{B} \left[\Phi_{xx}^T(t_{k+1}, t_k) \mathbf{H}^T(t_{k+1}) \mathbf{B}_{\Xi \Xi}^{-1}(t_{k+1}) \Xi(t_{k+1}) - \right. \\ & \quad \left. - \Phi_{xx}^T(t_{k+1}, t_k) \mathbf{H}^T(t_{k+1}) \mathbf{B}_{\Xi \Xi}^{-1}(t_{k+1}) \theta_j(t_{k+1} - 0) \Phi_{yy}(t_{k+1}) + \mathbf{P}^{-1}(t_k) \mathbf{X}^*(t_k) \right]; \\ \mathbf{B}_{1\Xi \Xi}(t_{k+1}) &= \mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{P}(t_k) \Phi_{xx}^T(t_{k+1}, t_k) \mathbf{H}^T(t_{k+1}) + \mathbf{B}_{\Xi \Xi}(t_{k+1}); \\ \mathbf{M}_{1\Xi j}(t_{k+1}) &= \mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{X}^*(t_k) + \theta_j(t_{k+1} - 0) \Phi_{yy}(t_{k+1}). \end{aligned}$$

В выражении (32) вторая экспонента не содержит переменную интегрирования $\mathbf{X}(t_k)$ и может быть вынесена за знак интегрирования. Интегрирование первой экспоненты дает некоторую

константу, которая вместе с постоянными C_7 и C_8 войдет в нормировочную постоянную C_1 .

В результате выражение (22) для определения условных АВ отсчетов $\theta(t_{k+1} - 0) = \theta_j(t_k + 0)$, $j = \overline{1, r}$, дискретного процесса примет вид

$$\begin{aligned}
& P_j \left[t_{k+1} - 0, \theta_j(t_{k+1} - 0) \middle| \Xi^{t_{k+1}}, \mathbf{X}(t_{k+1}) \right] = \\
& = C(t_{k+1}) P_j \left[t_k + 0, \theta(t_k + 0) = \theta_j(t_k + 0) \middle| \Xi^{t_k} \right] \times \\
& \times \left\{ \det \left[\mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{P}(t_k) \Phi_{xx}^T(t_{k+1}, t_k) \mathbf{H}^T(t_{k+1}) + \mathbf{B}_{\Xi\Xi}(t_{k+1}) \right] \right\}^{-\frac{1}{2}} \times \\
& \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\Xi(t_{k+1}) - \mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{X}^*(t_k) - \theta_j(t_{k+1} - 0) \Phi_{yy}(t_{k+1}) \right]^T \times \right. \\
& \times \left[\mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{P}(t_k) \Phi_{xx}^T(t_{k+1}, t_k) \mathbf{H}^T(t_{k+1}) + \mathbf{B}_{\Xi\Xi}(t_{k+1}) \right]^{-1} \times \\
& \left. \times \left[\Xi(t_{k+1}) - \mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{X}^*(t_k) - \theta_j(t_{k+1} - 0) \Phi_{yy}(t_{k+1}) \right] \right\}, \quad (33)
\end{aligned}$$

где $C(t_{k+1})$ – нормировочная постоянная, определяемая из условия нормировки

$$\begin{aligned}
C^{-1}(t_{k+1}) &= \sum_{j=-N_0}^{N_0} P_j \left[t_k + 0, \theta(t_k + 0) = \theta_j(t_k + 0) \middle| \Xi^{t_k} \right] \times \\
& \times \left\{ \det \left[\mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{P}(t_k) \Phi_{xx}^T(t_{k+1}, t_k) \mathbf{H}^T(t_{k+1}) + \mathbf{B}_{\Xi\Xi}(t_{k+1}) \right] \right\}^{-\frac{1}{2}} \times \\
& \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\Xi(t_{k+1}) - \mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{X}^*(t_k) - \theta_j(t_{k+1} - 0) \Phi_{yy}(t_{k+1}) \right]^T \times \right. \\
& \times \left[\mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{P}(t_k) \Phi_{xx}^T(t_{k+1}, t_k) \mathbf{H}^T(t_{k+1}) + \mathbf{B}_{\Xi\Xi}(t_{k+1}) \right]^{-1} \times \\
& \left. \times \left[\Xi(t_{k+1}) - \mathbf{H}(t_{k+1}) \Phi_{xx}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{X}^*(t_k) - \theta_j(t_{k+1} - 0) \Phi_{yy}(t_{k+1}) \right] \right\}. \quad (34)
\end{aligned}$$

В качестве оценки отсчетов $\theta(t_{k+1} - 0) = \theta_j(t_k + 0)$, $j = \overline{1, r}$, дискретного параметра принимается то значение отсчета дискретного параметра, для которого условная апостериорная вероятность является максимальной

$$\begin{aligned}
& \theta_j^*(t_{k+1} - 0) = \\
& = \theta_j(t_k + 0) : \max_j P_j \left[t_{k+1} - 0, \theta_j(t_{k+1} - 0) \middle| \Xi^{t_{k+1}}, \mathbf{X}(t_{k+1}) \right]. \quad (35)
\end{aligned}$$

Полученные алгоритмы (27)–(30), (33)–(35) представляют собой квазиоптимальные алгоритмы адаптивного оценивания и идентификации, полученные при представлении апостериорного смешанного распределения ДНП процесса в форме (16). Уравнение (35) позволяет по критерию максимума условной апостериорной вероятности найти оптимальную оценку значения дискретного параметра $\theta_j^*(t_{k+1} - 0)$, тем самым провести идентификацию наблюдения $\Xi(t_{k+1})$ на выходе следящей системы, определив значение величины

$$\Phi_{yy}(t_{k+1}) \theta_j^*(t_{k+1} - 0) = \theta_j^*(t_{k+1} - 0) \Delta D_{\max}.$$

Если значение этой величины превышает некоторое наперед заданное значение $\Delta D_{\text{зад}}$, то наблюдение на выходе следящей системы аппаратуры приема является аномальным, его нельзя использовать для определения оценки вектора состояния. Если значение рассматриваемой величины меньше наперед заданного значения $\Delta D_{\text{зад}}$, то наблюдение $\Xi(t_{k+1})$ на выходе следящей системы можно использовать для определения оценки вектора состояния. При этом в качестве оценки вектора состояния $\mathbf{X}(t_{k+1})$ берется значение $\mathbf{X}_j^*(t_{k+1})$, определяемое выражениями (27)–(29), с того канала обработки (оптимального дискретного фильтра), в котором условная апостериорная вероятность $P_j \left[t_{k+1} - 0, \theta_j(t_{k+1} - 0) \middle| \Xi^{t_{k+1}}, \mathbf{X}(t_{k+1}) \right]$ максимальна. Выражение (30) используется для определения оптимальной оценки вектора состояния, которая будет использоваться для нахождения оценок вектора состояния $\mathbf{X}_j^*$ на следующем временном шаге.

4. СТРУКТУРНАЯ СХЕМА ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ

На основе полученных квазиоптимальных алгоритмов (27)–(29), (30), (33)–(35) была разработана схема обработки информации при представлении апостериорного смешанного распределения ДНП в форме (16), которая представлена на рис. 1.

Схема включает в свой состав:

- $(2N_\theta + 1)$ -каналов вычисления условных оценок непрерывного процесса $\mathbf{X}_j^*(t_{k+1})$ и условных апостериорных вероятностей $P_j[t_{k+1} - 0, \theta_j(t_{k+1} - 0) | \Xi^{t_{k+1}}, \mathbf{X}(t_{k+1})]$ отсчетов дискретного процесса согласно выражениям (27) и (33);

- схему вычисления матриц оптимальных коэффициентов передачи цифрового фильтра $\mathbf{K}(t_{k+1})$ и апостериорных вторых центральных моментов ошибок оценивания $\mathbf{P}(t_{k+1})$ в соответствии с выражениями (28) и (29);

- схему вычисления оценки дискретного процесса (ДП) в соответствии с выражением (33)–(35) и определения номера канала j , которому соответствует оценка;

- схему весового суммирования, в которой определяется значение безусловной оценки непрерывного процесса $\mathbf{X}^*(t_{k+1})$ согласно выражению (30);

- схему выбора оценки условного непрерывного процесса (НП), которая соответствует каналу, в котором условная апостериорная вероятность $P_j[t_{k+1} - 0, \theta_j(t_{k+1} - 0) | \Xi^{t_{k+1}}, \mathbf{X}(t_{k+1})]$ отсчетов дискретного процесса максимальна;

- схему вычисления величины $\theta_j^*(t_{k+1} - 0)\Delta D_{\max}$, представляющей собой величину аномального измерения;

- пороговое устройство, в котором происходит сравнение значения величины аномального

измерения $\theta_j^*(t_{k+1} - 0)\Delta D_{\max}$ с предельно допустимым значением $\Delta D_{\text{зад}}$;

- схему разрешения использования оценки, которая в случае, если аномальное измерение $\theta_j^*(t_{k+1} - 0)\Delta D_{\max}$ меньше предельно допустимого значения $\Delta D_{\text{зад}}$, разрешает прохождение полученной условной оценки непрерывного процесса $\mathbf{X}_j^*(t_{k+1})$ для дальнейшей обработки.

Схема j -го канала, входящего в схему обработки информации на рис. 1, представлена на рис. 2. В состав канала входят схемы: умножения, суммирования, транспонирования, вычисления экспоненты, вычисления обратной матрицы, задержки, вычисления детерминанта, вычисления степени, с помощью которых реализуются вычисления в соответствии с выражениями (27), (33). На выходе канала формируются условная оценка непрерывного процесса $\mathbf{X}_j^*(t_{k+1})$ и условная апостериорная вероятность отсчетов дискретного процесса

$$P_j[t_{k+1} - 0, \theta_j(t_{k+1} - 0) | \Xi^{t_{k+1}}, \mathbf{X}(t_{k+1})].$$

Для их формирования на вход канала поступают: матрица оптимальных коэффициентов передачи цифрового фильтра $\mathbf{K}(t_{k+1})$; матрица апостериорных вторых центральных моментов ошибок оценивания $\mathbf{P}(t_{k+1})$ и безусловная оценка непрерывного процесса $\mathbf{X}^*(t_{k+1})$.

Особенностью схемы обработки информации при представлении апостериорного смешанного распределения ДНП процесса в форме (16) является наличие связи между каналами обработки информации. Выражается это в том, что для вычисления условной оценки непрерывного процесса $\mathbf{X}_j^*(t_{k+1})$ и условной апостериорной вероятности $P_j[t_{k+1} - 0, \theta_j(t_{k+1} - 0) | \Xi^{t_{k+1}}, \mathbf{X}(t_{k+1})]$ отсчетов дискретного процесса должна быть вычислена безусловная оценка непрерывного процесса $\mathbf{X}^*(t_k)$ на предыдущем такте согласно выражению (30).

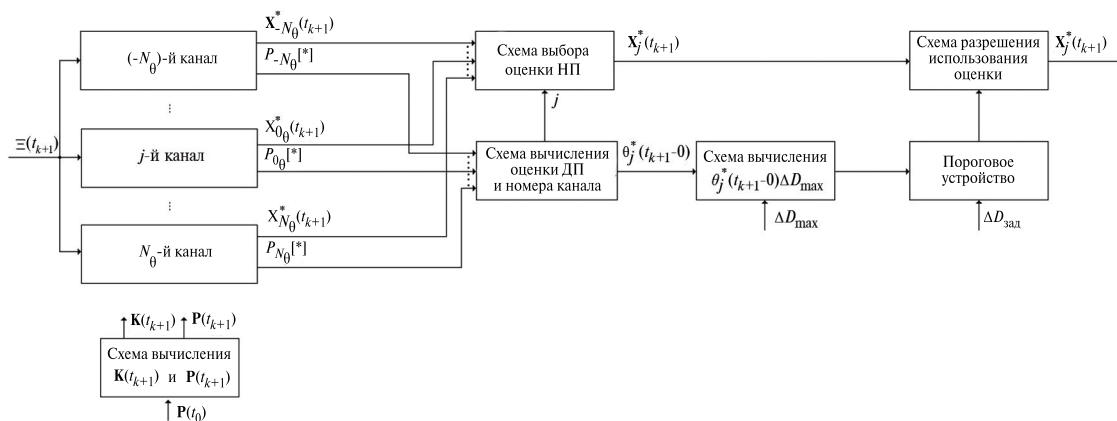
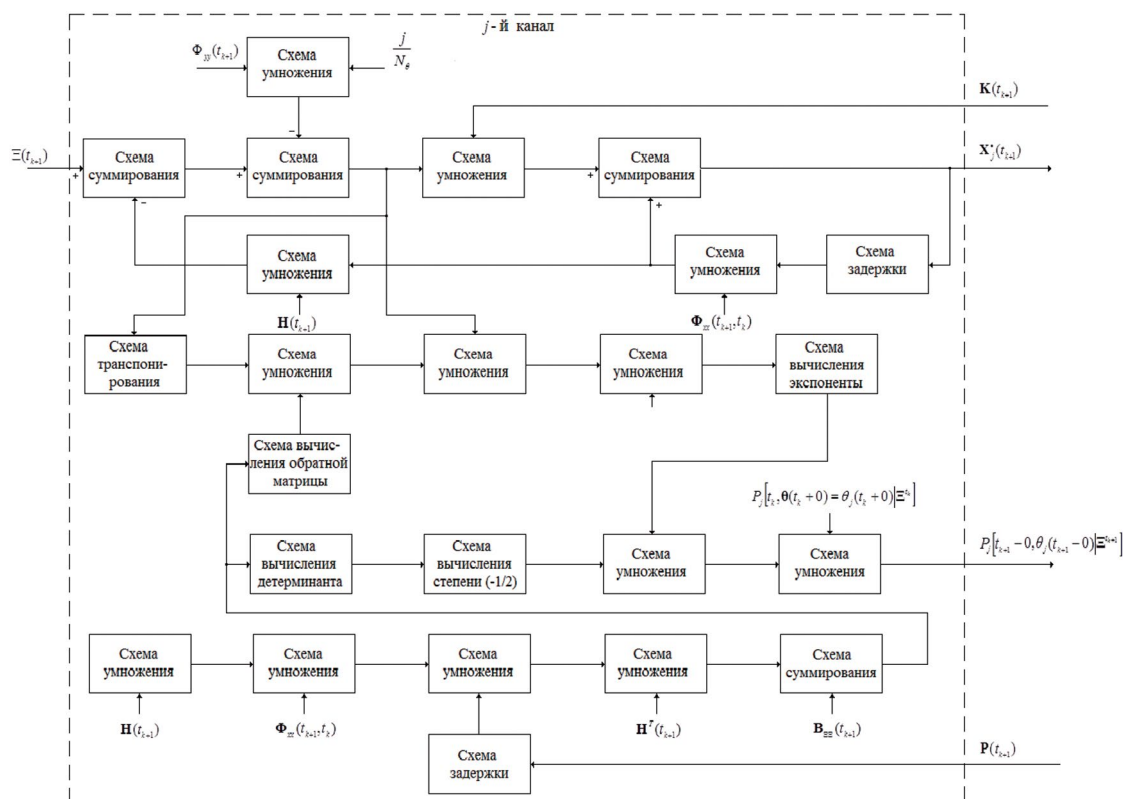


Рис. 1. Схема обработки информации.

Рис. 2. Схема j -го канала.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методами марковской теории оптимального оценивания случайных процессов синтезированы оптимальные и квазиоптимальные алгоритмы обработки сигналов на выходе ССОП в аппаратуре приема сигналов СРНС в режиме слежения. На основе синтезированных алгоритмов разработана структурная схема обработки информации, позволяющая совместно с решением задачи оценивания псевдодальности также выявлять аномальные измерения псевдодальности до навигационного космического аппарата.

Авторы работы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ярлыков М.С. Применение марковской теории нелинейной фильтрации в радиотехнике М.: Сов. радио, 1980.
2. Ярлыков М.С. Статистическая теория радионавигации. М.: Радио и связь, 1985.
3. Ярлыков М.С., Миронов М.А. Марковская теория оценивания случайных процессов. М.: Радио и связь, 1993.
4. Харисов В.Н., Перов А.И., Болдин В.А. Глобальная спутниковая радионавигационная система ГЛОНАСС. М.: ИПРЖР, 1998.
5. Гришин Ю.П., Инатов В.П., Казаринов Ю.М., и др. Радиотехнические системы/Под ред. Ю.М.Казаринова. М.: Высш. школа, 1990.
6. Иванов А.В., Шишкин В.Ю., Бойков Д.В. и др. // РЭ. 2021. Т. 66. № 8. С. 760.
7. Тихонов В.И. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. М.: Радио и связь, 1991.
8. Иванов А.В. Обработка многомерных сигналов. Нелинейная многомерная обработка сигналов спутниковых радионавигационных систем в комплексах самолетовождения. М.: Радиотехника, 2012.
9. Ярлыков М.С., Пригонюк Н.Д. // Радиотехника. 2001. № 1. С. 30.
10. Ярлыкова С.М. // Радиотехника. 2003. № 7. С. 8.
11. Тихонов В.И., Харисов В.Н., Смирнов В.А. // РЭ. 1978. Т.23. № 7. С. 1442.
12. Стратонович Р.Л. // Теория вероятностей и ее применение. 1960. Т.5. Вып. 2. С. 172.

DETERMINATION OF ANOMALIC MEASUREMENTS OF PSEUDO-RANGE TO A NAVIGATION SPACE VEHICLE IN EQUIPMENT FOR RECEIVING SIGNALS OF A SATELLITE RADIONAVIGATION SYSTEM

A. V. Ivanov*, S. P. Moskvitin, A. A. Ivanov, N. A. Lezhneva

*Tambov State Technical University,
Leningradskaya str., 1, Tambov, 392000 Russia
E-mail: aleksandr-ivanov68@yandex.ru

Received February 21, 2024, revised February 21, 2024, accepted February 27, 2024

For equipment for receiving signals from a satellite radio navigation system, using the Markov theory of estimating random processes, optimal and quasi-optimal algorithms for processing information at the output of the tracking system for determining the pseudo-range to a navigation spacecraft have been synthesized. The novelty of the developed algorithms is the ability to detect anomalous pseudo-range measurements occurring at the output of the tracking system. Based on the synthesized algorithms, a block diagram has been developed that makes it possible to determine anomalous pseudorange measurements.

Keywords: navigation system, equipment for receiving signals from a satellite radio navigation system, pseudo-range, anomalous measurement, Markov theory of estimation of random processes

УДК 621.391.8

ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫЕ МАРКОВСКИЕ МОДЕЛИ В ОЦЕНОЧНО-КОРРЕЛЯЦИОННО-КОМПЕНСАЦИОННОЙ ОБРАБОТКЕ СИГНАЛОВ В ДИСКРЕТНОМ ВРЕМЕНИ

© 2024 г. В. В. Костров^{a,b,*}, Ю. Н. Паршин^c

^a Муромский институт (филиал) Владимирского государственного университета
им. Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых,
ул. Орловская, 23, Муром Владимирской обл., 602264 Российская Федерация

^b Научно-исследовательский институт «Субмикрон»,
Георгиевский просп., 5, стр. 2, Москва, Зеленоград, 124498 Российская Федерация

^c Рязанский государственный радиотехнический университет им. В.Ф. Уткина,
ул. Гагарина, 59/1, Рязань, 390005 Российская Федерация

*E-mail: kostrov.46@mail.ru

Поступила в редакцию 26.04.2024 г.

После доработки 26.04.2024 г.

Принята к публикации 24.05.2024 г.

Получен алгоритм пространственно-временной обработки сигналов в дискретном времени. Рассмотрены оценочно-корреляционный и оценочно-корреляционно-компенсационный варианты построения оптимальных алгоритмов. Показано, что для реализации полученных алгоритмов необходимо использовать экстраполяционные на один шаг оценки сигнала и помехи. Применение предложенного подхода позволяет получить множество квазиоптимальных алгоритмов обнаружения. Получен оценочно-корреляционный алгоритм обработки сигнала атмосфериков, позволяющий оценить расстояние до грозового разряда с учетом высоты точки наблюдения. Исследовано влияние числа компонент поля на погрешность измерения расстояния до грозового разряда. Для повышения точности определения расстояния предложено использовать трехкомпонентную модель поля.

Ключевые слова: пространственно-временная обработка, оценочно-корреляционный прием, компенсация помех, отношение правдоподобия, марковский сигнал, атмосферик, измерение дальности

DOI: 10.31857/S0033849424080049, EDN: HORIQI

ВВЕДЕНИЕ

Вторая половина XX в. ознаменовалась бурным развитием статистических методов обработки сигналов и их приложений в радиотехнике. Основы теории и практики помехоустойчивого приема были заложены в 40–50-е годы работами А.Н. Колмогорова [1], Н.Д. Папалекси [2], В.А. Котельникова [3], А.А. Харкевича [4], К. Шеннона [5].

Развитие теории потенциальной помехоустойчивости привело к созданию разнообразных методов обработки сигналов, которые базировались в основном на предположениях о гауссовском характере случайных процессов и их стационарности. Эти предположения довольно жесткие для практики и долгое время сдерживали развитие статистической радиотехники. Для преодоления данных ограничений особенно успешным оказалось применение для статистического синтеза марковских моделей сигналов и помех. Именно марковский подход привел к разработке Р.Л. Стратоновичем

теории нелинейной фильтрации [6,7], с помощью которой был решен также вопрос о стационарности сигналов.

Более простым и востребованным оказался линейный фильтр Р.Е. Калмана [8], разработанный сначала для нестационарных процессов в дискретном времени, а затем и для непрерывного времени [9].

В 60-е годы Р.Л. Стратоновичем и Ю.Г. Сосулиным на основе теории марковских процессов был разработан принцип оценочно-корреляционного (ОК) обнаружения сигналов [10–12], использование которого является одним из возможных направлений повышения эффективности радиотехнических систем. Впоследствии оценочно-корреляционный принцип обнаружения был обобщен Т. Кайлатом и Ю.Г. Сосулиным для немарковских сигналов [13,14].

Дальнейшие исследования в области теории оптимального обнаружения и фильтрации

с использованием аппарата марковских процессов, опубликованные в работах Р.Л. Стратоновича [15–18], И.Н. Амиантова [19], Г.Ван Триса [20], Ю.Г. Сосулина [21–23], В.И. Тихонова [24–27], Э. Сейджа и Дж. Мелса [28], Т. Кайлата [29,30], А. Фарины [31], Г.В. Пура [32], М.С. Ярлыкова [33–35] и др., сформировали общую теорию оптимального приема и обработки марковских сигналов.

Эффективным оказалось применение марковской фильтрации сигналов и оценочно-корреляционной обработки для решения актуальной задачи борьбы с помехами (см., например, [35, 36]). Конструктивный характер марковских моделей проявился в полной мере при их использовании в радионавигационных системах [34, 37].

К числу основных работ, подытоживающих данный период развития теории оптимального приема с использованием марковских моделей, можно отнести монографии [38, 39], которые отражают два направления статистической радиотехники – фильтрацию (оценивание) процессов во времени и вычисление статистик при решении задач обнаружения случайных сигналов, оценивания их параметров. При этом между этими направлениями была установлена фундаментальная взаимосвязь. Кроме того, работы [33–35] показывают, что научный вклад М.С. Ярлыкова в развитие марковской теории оценивания и фильтрации сигналов достаточно весом и признан научной общественностью.

Развитие элементной базы, радиотехнических устройств и систем становится основой для дальнейшего развития и расширения области применения теории оценочно-корреляционного (ОК) приема и фильтрации сигналов. Так, появление активных фазированных антенных решеток, цифровых антенных решеток, широкое применение цифровой обработки сигналов сделали востребованными алгоритмы обработки многомерных сигналов в дискретном времени.

Цель работы – на основе обобщения результатов работ [40, 41] на случай многомерных процессов получить оценочно-корреляционный и оценочно-корреляционно-компенсационный (ОКК) алгоритмы обработки пространственно-временных сигналов в дискретном времени, а также привести доказательство взаимосвязи оптимального алгоритма вычисления логарифма отношения правдоподобия (ЛОП) с оценками сигнала и помех, синтезированных как в общем виде, так и на основе марковских моделей.

1. ОЦЕНОЧНО-КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АЛГОРИТМ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

Рассмотрим многомерные наблюдения в дискретном времени

$$\mathbf{Y}_k = \theta \mathbf{X}_k + \Xi_k, \quad k = 1, 2, \dots,$$

где $\mathbf{X}_k$ – сигнал, N -мерный вектор-столбец отсчетов случайного процесса общего вида, Ξ_k – N -мерный вектор-столбец независимых по времени и по пространству отсчетов шума с плотностью распределения вероятностей (ПРВ) $w_\Xi(\Xi)$, $\theta = [0; 1]$ – параметр, характеризующий отсутствие или наличие сигнала.

Так как отношение правдоподобия (ОП) или его логарифм является достаточной статистикой для многих задач обработки сигналов, то цель дальнейшего анализа – получение алгоритма вычисления логарифма отношения правдоподобия.

Запишем ОП при наблюдении выборки пространственно-временных отсчетов размером $K \times N$ аналогично тому, как это выполнено в работе [21]:

$$\begin{aligned} \Lambda_k &= \frac{w(\mathbf{Y}_1^k | \theta = 1)}{w(\mathbf{Y}_1^k | \theta = 0)} = \\ &= \frac{w(\mathbf{Y}_1^{k-1} | \theta = 1)}{w(\mathbf{Y}_1^{k-1} | \theta = 0)} \times \\ &\times \frac{w(\mathbf{Y}_k | \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta = 1)}{w(\mathbf{Y}_k | \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta = 0)}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\mathbf{Y}_1^k$ – совокупность N -мерных векторов-столбцов наблюдаемого процесса $\mathbf{Y}_{k1}$ в моменты времени $k_1 = 1, \dots, k$, $w(\bullet | \bullet)$ – условные ПРВ соответствующих случайных величин.

Используя формулу Байеса, условную ПРВ можно записать в рекуррентном виде

$$w(\mathbf{Y}_1^k | \theta) = w(\mathbf{Y}_1 | \theta) \prod_{n=2}^k w(\mathbf{Y}_n | \mathbf{Y}_1^{n-1}, \theta).$$

Подставив ее в выражение для отношения правдоподобия (1), получим рекуррентное выражение, аналогичное [21]

$$\begin{aligned} \Lambda_k &= \frac{w(\mathbf{Y}_1 | \theta = 1) \prod_{n=2}^k w(\mathbf{Y}_n | \mathbf{Y}_1^{n-1}, \theta = 1)}{w(\mathbf{Y}_1 | \theta = 0) \prod_{n=2}^k w(\mathbf{Y}_n | \mathbf{Y}_1^{n-1}, \theta = 0)} = \\ &= \Lambda_{k-1} \frac{w(\mathbf{Y}_k | \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta = 1)}{w(\mathbf{Y}_k | \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta = 0)}, \end{aligned} \quad (2)$$

где многомерная ПРВ равна

$$\begin{aligned} w(\mathbf{Y}_k | \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta = 1) &= \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} w(\mathbf{Y}_k | \mathbf{X}_k, \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta = 1) w(\mathbf{X}_k | \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta = 1) d\mathbf{X}_k. \end{aligned}$$

Так как отсчеты шума Ξ_k независимы, то условная ПРВ зависит только от значений случайного процесса в текущий момент времени:

$$\begin{aligned} w(\mathbf{Y}_k | \mathbf{X}_k, \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta = 1) &= \\ &= w(\mathbf{Y}_k | \mathbf{X}_k, \theta = 1) = w_{\Xi}(\mathbf{Y}_k - \mathbf{X}_k). \end{aligned}$$

Как показано в работе [21], многомерная ПРВ представляет собой апостериорное среднее – экстраполяционную оценку, которая для различных значений параметра наличия сигнала имеет вид

при $\theta = 1$

$$\begin{aligned} w(\mathbf{Y}_k | \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta = 1) &= \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} w_{\Xi}(\mathbf{Y}_k - \mathbf{X}_k) w(\mathbf{X}_k | \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta = 1) d\mathbf{X}_k, \end{aligned} \quad (3)$$

при $\theta = 0$

$$\begin{aligned} w(\mathbf{Y}_k | \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta = 0) &= \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} w_{\Xi}(\mathbf{Y}_k) w(\mathbf{X}_k | \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta = 0) d\mathbf{X}_k. \end{aligned}$$

В частном случае, когда отсчеты сигнала независимы во времени, ПРВ последнего отсчета наблюдаемого процесса соответственно при отсутствии и наличии сигнала имеют вид

$$\begin{aligned} w(\mathbf{Y}_k | \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta = 1) &= w(\mathbf{Y}_k | \theta = 1) = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} w_{\Xi}(\mathbf{Y}_k - \mathbf{X}_k) w(\mathbf{X}_k) d\mathbf{X}_k, \\ w(\mathbf{Y}_k | \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta = 0) &= w(\mathbf{Y}_k | \theta = 0) = w_{\Xi}(\mathbf{Y}_k). \end{aligned}$$

Отсюда находим алгоритм вычисления ЛОП для независимых во времени отсчетов процессов

$$\begin{aligned} \lambda_k = \ln \Lambda_k &= \lambda_{k-1} + \\ &+ \ln \int_{-\infty}^{\infty} w_{\Xi}(\mathbf{Y}_k - \mathbf{X}_k) w(\mathbf{X}_k) d\mathbf{X}_k - \ln w_{\Xi}(\mathbf{Y}_k), \end{aligned}$$

что соответствует нелинейному безынерционному преобразованию наблюдаемого процесса и суммированию результатов этого преобразования.

Для детерминированного сигнала получаем более простой вариант алгоритма вычисления ЛОП:

$$\lambda_k = \ln \Lambda_k = \lambda_{k-1} + \ln w_{\Xi}(\mathbf{Y}_k - \mathbf{X}_k) - \ln w_{\Xi}(\mathbf{Y}_k).$$

Если же отсчеты шума и сигнала во времени и пространстве независимы и имеют гауссовские ПРВ с дисперсиями D_{Ξ} , D_X соответственно (T – знак транспонирования матрицы)

$$w_{\Xi}(\Xi) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2} D_{\Xi}^{N/2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2D_{\Xi}} \Xi^T \Xi \right\}, \quad (4)$$

$$w_X(\mathbf{X}) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2} D_X^{N/2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2D_X} \mathbf{X}^T \mathbf{X} \right\},$$

то получаем обработку, известную как «энергетический приемник»:

$$\begin{aligned} \lambda_k &= \lambda_{k-1} + \frac{N}{2} \ln \left(\frac{D_{\Xi}}{D_X + D_{\Xi}} \right) + \\ &+ \left(\frac{1}{2D_{\Xi}} - \frac{1}{2(D_X + D_{\Xi})} \right) \mathbf{Y}_k^T \mathbf{Y}_k. \end{aligned}$$

Дальнейший анализ проведем для более общего класса случайных процессов $\mathbf{X}_k$ в предположении, что апостериорная ПРВ гауссовская:

$$w(\mathbf{X}_k | \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta = 1) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2} \sqrt{\det \mathbf{R}_{ps}}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\mathbf{X}_k - \hat{\mathbf{X}}_k)^T \mathbf{R}_{ps}^{-1} (\mathbf{X}_k - \hat{\mathbf{X}}_k) \right\}, \quad (5)$$

что выполняется точно, если все процессы гауссовские, или приближенно, если шум гауссовский, а точность фильтрации процесса $\mathbf{X}_k$ достаточно высокая. В выражении (5) $\hat{\mathbf{X}}_k$ представляет собой

экстраполяционную на один шаг оценку процесса $\mathbf{X}_k$, а $\mathbf{R}_{ps}$ – матрицу апостериорных дисперсий.

Подставляя (4), (5) в выражение (3), получаем условную ПРВ наблюдаемого процесса:

$$\begin{aligned} w(\mathbf{Y}_k | \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta = 1) &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(2\pi)^{N/2} \sqrt{\det \mathbf{R}_{\Xi}}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\mathbf{Y}_k - \mathbf{X}_k)^T \mathbf{R}_{\Xi}^{-1} (\mathbf{Y}_k - \mathbf{X}_k) \right\} \times \\ &\times \frac{1}{(2\pi)^{N/2} \sqrt{\det \mathbf{R}_{ps}}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\mathbf{X}_k - \hat{\mathbf{X}}_k)^T \mathbf{R}_{ps}^{-1} (\mathbf{X}_k - \hat{\mathbf{X}}_k) \right\} d\mathbf{X}_k. \end{aligned}$$

Вычислим сумму показателей экспонент, выделяя выражение для гауссовской ПРВ процесса $\mathbf{X}_k$:

$$\begin{aligned}
 w(\mathbf{Y}_k | \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta = 1) &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sqrt{\det(\mathbf{R}_{\Xi}^{-1} + \mathbf{R}_{ps}^{-1})^{-1}}}{(2\pi)^{N/2} \sqrt{\det(\mathbf{R}_{\Xi}^{-1} + \mathbf{R}_{ps}^{-1})^{-1}} \sqrt{\det \mathbf{R}_{\Xi}}} \times \\
 &\times \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\mathbf{X}_k - (\mathbf{I} + \mathbf{R}_{\Xi} \mathbf{R}_{ps}^{-1})^{-1} \mathbf{Y}_k - (\mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps} \mathbf{R}_{\Xi}^{-1})^{-1} \hat{\mathbf{X}}_k \right]^T \times \right. \\
 &\times \left. \left(\mathbf{R}_{\Xi}^{-1} + \mathbf{R}_{ps}^{-1} \right) \left[\mathbf{X}_k - (\mathbf{I} + \mathbf{R}_{\Xi} \mathbf{R}_{ps}^{-1})^{-1} \mathbf{Y}_k - (\mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps} \mathbf{R}_{\Xi}^{-1})^{-1} \hat{\mathbf{X}}_k \right] \right\} d\mathbf{X}_k \times \\
 &\times \frac{1}{(2\pi)^{N/2} \sqrt{\det \mathbf{R}_{ps}}} \exp \left\{ \times \left[\frac{1}{2} \left[(\mathbf{I} + \mathbf{R}_{\Xi} \mathbf{R}_{ps}^{-1})^{-1} \mathbf{Y}_k + (\mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps} \mathbf{R}_{\Xi}^{-1})^{-1} \hat{\mathbf{X}}_k \right]^T (\mathbf{R}_{\Xi}^{-1} + \mathbf{R}_{ps}^{-1}) \times \right. \right. \\
 &\left. \left. \times \left[(\mathbf{I} + \mathbf{R}_{\Xi} \mathbf{R}_{ps}^{-1})^{-1} \mathbf{Y}_k + (\mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps} \mathbf{R}_{\Xi}^{-1})^{-1} \hat{\mathbf{X}}_k \right] - \right. \right. \\
 &\left. \left. - \frac{1}{2} \mathbf{Y}_k^T \mathbf{R}_{\Xi}^{-1} \mathbf{Y}_k - \frac{1}{2} \hat{\mathbf{X}}_k^T \mathbf{R}_{ps}^{-1} \hat{\mathbf{X}}_k \right] \right\}.
 \end{aligned}$$

Вычисление интеграла в правой части этого соотношения дает 1, поэтому выражение для ПРВ упрощается:

$$\begin{aligned}
 w(\mathbf{Y}_k | \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta = 1) &= \sqrt{\frac{\det(\mathbf{R}_{\Xi}^{-1} + \mathbf{R}_{ps}^{-1})^{-1}}{\det \mathbf{R}_{\Xi}}} \times \frac{1}{(2\pi)^{N/2} \sqrt{\det \mathbf{R}_{ps}}} \times \\
 &\times \exp \left\{ \frac{1}{2} \left[(\mathbf{I} + \mathbf{R}_{\Xi} \mathbf{R}_{ps}^{-1})^{-1} \mathbf{Y}_k + (\mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps} \mathbf{R}_{\Xi}^{-1})^{-1} \hat{\mathbf{X}}_k \right]^T (\mathbf{R}_{\Xi}^{-1} + \mathbf{R}_{ps}^{-1}) \times \right. \\
 &\left. \times \left[(\mathbf{I} + \mathbf{R}_{\Xi} \mathbf{R}_{ps}^{-1})^{-1} \mathbf{Y}_k + (\mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps} \mathbf{R}_{\Xi}^{-1})^{-1} \hat{\mathbf{X}}_k \right] - \frac{1}{2} \mathbf{Y}_k^T \mathbf{R}_{\Xi}^{-1} \mathbf{Y}_k - \frac{1}{2} \hat{\mathbf{X}}_k^T \mathbf{R}_{ps}^{-1} \hat{\mathbf{X}}_k \right\}.
 \end{aligned}$$

Подставляя это выражение в (2) и проводя необходимые преобразования, получим ЛОП в рекуррентном виде с использованием экстраполяции оценки $\hat{\mathbf{X}}_k$:

$$\begin{aligned}
 \lambda_k &= \lambda_{k-1} + \ln \sqrt{\frac{\det(\mathbf{R}_{\Xi}^{-1} + \mathbf{R}_{ps}^{-1})^{-1}}{\det \mathbf{R}_{ps}}} + \frac{1}{2} \mathbf{Y}_k^T (\mathbf{I} + \mathbf{R}_{\Xi} \mathbf{R}_{ps}^{-1})^{-1} (\mathbf{R}_{\Xi}^{-1} + \mathbf{R}_{ps}^{-1}) (\mathbf{I} + \mathbf{R}_{\Xi} \mathbf{R}_{ps}^{-1})^{-1} \mathbf{Y}_k + \\
 &+ \frac{1}{2} \hat{\mathbf{X}}_k^T (\mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps} \mathbf{R}_{\Xi}^{-1})^{-1} (\mathbf{R}_{\Xi}^{-1} + \mathbf{R}_{ps}^{-1}) (\mathbf{I} + \mathbf{R}_{\Xi} \mathbf{R}_{ps}^{-1})^{-1} \mathbf{Y}_k + \\
 &+ \frac{1}{2} \mathbf{Y}_k^T (\mathbf{I} + \mathbf{R}_{\Xi} \mathbf{R}_{ps}^{-1})^{-1} (\mathbf{R}_{\Xi}^{-1} + \mathbf{R}_{ps}^{-1}) (\mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps} \mathbf{R}_{\Xi}^{-1})^{-1} \hat{\mathbf{X}}_k - \\
 &- \frac{1}{2} \hat{\mathbf{X}}_k^T \left[\mathbf{R}_{ps}^{-1} - (\mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps} \mathbf{R}_{\Xi}^{-1})^{-1} (\mathbf{R}_{\Xi}^{-1} + \mathbf{R}_{ps}^{-1}) (\mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps} \mathbf{R}_{\Xi}^{-1})^{-1} \right] \hat{\mathbf{X}}_k.
 \end{aligned}$$

Учитывая корреляционную матрицу шума $\mathbf{R}_{\Xi} = D_{\Xi}\mathbf{I}$, а также равенство

$$\mathbf{R}_{ps}^{-1} - D_{\Xi}(\mathbf{D}_{\Xi}\mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps})^{-1}\mathbf{R}_{ps}^{-1} = (\mathbf{D}_{\Xi}\mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps})^{-1},$$

упростим это выражение:

$$\begin{aligned} \lambda_k &= \lambda_{k-1} + \ln \sqrt{\frac{\det(\mathbf{R}_{\Xi}^{-1} + \mathbf{R}_{ps}^{-1})^{-1}}{\det \mathbf{R}_{ps}}} + \\ &+ \frac{1}{2} \mathbf{Y}_k^T \frac{1}{D_{\Xi}} (\mathbf{D}_{\Xi}\mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps})^{-1} \mathbf{R}_{ps} \mathbf{Y}_k + \\ &+ \mathbf{Y}_k^T (\mathbf{D}_{\Xi}\mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps})^{-1} \hat{\mathbf{X}}_k - \frac{1}{2} \hat{\mathbf{X}}_k^T (\mathbf{D}_{\Xi}\mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps})^{-1} \hat{\mathbf{X}}_k. \end{aligned} \quad (6)$$

Так как основными операциями алгоритма (6) являются оценка сигнала и вычисление корреляции наблюдаемого процесса и полученной оценки, то такой алгоритм получил название оценочно-корреляционного [21].

Для одномерного сигнала $N = 1$ это выражение совпадает с аналогичным алгоритмом, полученным в работах [28, 40] для гауссовского случайного процесса:

$$\begin{aligned} \lambda_k &= \lambda_{k-1} + \ln \sqrt{D_{\Xi}/(D_{ps} + D_{\Xi})} + \\ &+ \frac{1}{(D_{ps} + D_{\Xi})} \left[y_k^2 \frac{D_{ps}}{2D_{\Xi}} - \hat{x}_k^2 \frac{1}{2} + y_k \hat{x}_k \right], \end{aligned}$$

где D_{Ξ} , D_{ps} – дисперсия шума и апостериорная дисперсия сигнала соответственно.

Отличие полученной здесь формулы (6) от результатов работ [40, 41] заключается в том, что выражение (6) справедливо и для негауссовского многомерного процесса $\mathbf{X}_k$, но при гауссовской аппроксимации апостериорной ПРВ

$$w(\mathbf{X}_k | \mathbf{Y}_1^{k-1}, \theta = 1).$$

2. ОЦЕНОЧНО-КОРРЕЛЯЦИОННО-КОМПЕНСАЦИОННЫЙ АЛГОРИТМ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

Проведем обобщение этого результата и для других видов помех помимо шума Ξ_k аналогично тому, как это сделано в работе [41] для одномерных процессов. Пусть в наблюдаемом процессе помимо сигнала и шума содержится также помеха общего вида

$$\mathbf{Y}_k = \theta \mathbf{S}_k + \mathbf{V}_k + \Xi_k, \quad k = 1, 2, \dots,$$

где $\mathbf{S}_k$ – полезный сигнал, $\mathbf{V}_k$ – помеха, случайный процесс общего вида, физически реализуемый, с ограниченной мощностью, $\theta = [0; 1]$ – параметр, характеризующий отсутствие или наличие сигнала, Ξ_k – белый гауссовский шум с дисперсионной матрицей $\mathbf{R}_{\Xi} = D_{\Xi}\mathbf{I}$.

Следуя ОКК-методу [21], определим экстраполяционные оценки: $\hat{\mathbf{S}}_k = \mathbf{S}_k | \mathbf{Y}_m, 1 \leq m < k$, – сигнала на фоне помехи и шума; $\hat{\mathbf{V}}_{0k} = \mathbf{V}_k | \mathbf{Y}_m, 1 \leq m < k$, $\theta = 0$, – помехи на фоне шума при условии отсутствия сигнала; $\hat{\mathbf{V}}_{1k} = \mathbf{V}_k | \mathbf{Y}_m, 1 \leq m < k$, $\theta = 1$, – помехи на фоне шума при условии наличия сигнала. Как и ранее полагаем, что апостериорная ПРВ всех рассматриваемых оценок гауссовская, а дисперсионные матрицы оценки помехи при отсутствии сигнала и оценки суммы сигнала и помехи соответственно равны $\mathbf{R}_{0ps}$ и $\mathbf{R}_{1ps}$.

Запишем ОП для следующей ситуации:

– гипотеза $\theta = 1$, присутствуют сигнал и помеха на фоне шума; условная ПРВ наблюдаемого процесса $w(\mathbf{Y}_1^k | \mathbf{V}_1^k, \theta = 1)$,

– альтернатива $\theta = 0$, присутствует только помеха на фоне шума; условная ПРВ наблюдаемого процесса $w(\mathbf{Y}_1^k | \mathbf{V}_1^k, \theta = 0)$.

Для расчета отношения правдоподобия

$$\Lambda_k = \frac{w(\mathbf{Y}_1^k | \mathbf{V}_1^k, \theta = 1)}{w(\mathbf{Y}_1^k | \mathbf{V}_1^k, \theta = 0)}$$

поделим числитель и знаменатель на ПРВ наблюдаемого процесса при условии, что сигнал и помеха отсутствуют $w(\mathbf{Y}_1^k | 0, \theta = 0)$:

$$\begin{aligned} \Lambda_k &= \frac{w(\mathbf{Y}_1^k | \mathbf{V}_1^k, \theta = 1) / w(\mathbf{Y}_1^k | 0, \theta = 0)}{w(\mathbf{Y}_1^k | \mathbf{V}_1^k, \theta = 0) / w(\mathbf{Y}_1^k | 0, \theta = 0)} = \\ &= \frac{\Lambda(\mathbf{Y}_1^k | \mathbf{V}_1^k, \theta = 1)}{\Lambda(\mathbf{Y}_1^k | \mathbf{V}_1^k, \theta = 0)}. \end{aligned} \quad (7)$$

Логарифм отношения правдоподобия получим подстановкой в выражение (7) соответствующих ЛОП, полученных ранее ОК-алгоритмом (6):

$$\begin{aligned}
\lambda_k = & \ln \Lambda(\mathbf{Y}_1^k | \mathbf{V}_1^k, \theta = 1) - \ln \Lambda(\mathbf{Y}_1^k | \mathbf{V}_1^k, \theta = 0) = \lambda_{k-1} + \ln \sqrt{\frac{\det(\mathbf{R}_{\Xi}^{-1} + \mathbf{R}_{1ps}^{-1})^{-1}}{\det \mathbf{R}_{1ps}}} + \\
& + \frac{1}{2} \mathbf{Y}_k^T \frac{1}{D_{\Xi}} (D_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{1ps})^{-1} \mathbf{R}_{1ps} \mathbf{Y}_k + (\hat{\mathbf{S}}_k + \hat{\mathbf{V}}_{1k})^T (D_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{1ps})^{-1} \mathbf{Y}_k - \\
& - \frac{1}{2} (\hat{\mathbf{S}}_k + \hat{\mathbf{V}}_{1k})^T \left[\mathbf{R}_{1ps}^{-1} - D_{\Xi} (D_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{1ps})^{-1} \mathbf{R}_{1ps}^{-1} \right] (\hat{\mathbf{S}}_k + \hat{\mathbf{V}}_{1k}) - \\
& - \ln \sqrt{\frac{\det(\mathbf{R}_{\Xi}^{-1} + \mathbf{R}_{0ps}^{-1})^{-1}}{\det \mathbf{R}_{0ps}}} - \frac{1}{2} \mathbf{Y}_k^T \frac{1}{D_{\Xi}} (D_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{0ps})^{-1} \mathbf{R}_{0ps} \mathbf{Y}_k - \\
& - \hat{\mathbf{V}}_{0k}^T (D_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{0ps})^{-1} \mathbf{Y}_k + \frac{1}{2} \hat{\mathbf{V}}_{0k}^T \left[\mathbf{R}_{0ps}^{-1} - D_{\Xi} (D_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{0ps})^{-1} \mathbf{R}_{0ps}^{-1} \right] \hat{\mathbf{V}}_{0k}.
\end{aligned}$$

Полученную формулу для достаточной статистики можно преобразовать различными эквивалентными способами. Далее используется ОКК-подход, применение которого дает следующее выражение статистики:

$$\begin{aligned}
\lambda_k = & \lambda_{k-1} + \ln \sqrt{\frac{\det \mathbf{R}_{0ps} \det(\mathbf{R}_{\Xi}^{-1} + \mathbf{R}_{1ps}^{-1})^{-1}}{\det \mathbf{R}_{1ps} \det(\mathbf{R}_{\Xi}^{-1} + \mathbf{R}_{0ps}^{-1})^{-1}}} + \\
& + \frac{1}{2D_{\Xi}} \mathbf{Y}_k^T \left[(D_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{1ps})^{-1} \mathbf{R}_{1ps} - (D_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{0ps})^{-1} \mathbf{R}_{0ps} \right] \mathbf{Y}_k + \\
& + (\mathbf{Y}_k - \hat{\mathbf{V}}_{0k})^T (D_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{1ps})^{-1} (\hat{\mathbf{S}}_k + \hat{\mathbf{V}}_{1k} - \hat{\mathbf{V}}_{0k}) - \\
& - \frac{1}{2} (\hat{\mathbf{S}}_k + \hat{\mathbf{V}}_{1k} - \hat{\mathbf{V}}_{0k})^T (D_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{1ps})^{-1} (\hat{\mathbf{S}}_k + \hat{\mathbf{V}}_{1k} - \hat{\mathbf{V}}_{0k}) - \\
& - \frac{1}{2} \hat{\mathbf{V}}_{0k}^T \left[(D_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{1ps})^{-1} - (D_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{0ps})^{-1} \right] \hat{\mathbf{V}}_{0k}.
\end{aligned} \tag{8}$$

Апостериорные дисперсии оценок полагаем равными $\mathbf{R}_{0ps} = \mathbf{R}_{1ps} = \mathbf{R}_{ps}$, что наблюдается, например, при детерминированном сигнале $\hat{\mathbf{S}}_k = \mathbf{S}_k$. Тогда логарифм отношения правдоподобия (8) запишется в виде

$$\begin{aligned}
\lambda_k = & \lambda_{k-1} + (\mathbf{Y}_k - \hat{\mathbf{V}}_{0k})^T (D_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps})^{-1} (\hat{\mathbf{S}}_k + \hat{\mathbf{V}}_{1k} - \hat{\mathbf{V}}_{0k}) - \\
& - \frac{1}{2} (\hat{\mathbf{S}}_k + \hat{\mathbf{V}}_{1k} - \hat{\mathbf{V}}_{0k})^T (D_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps})^{-1} (\hat{\mathbf{S}}_k + \hat{\mathbf{V}}_{1k} - \hat{\mathbf{V}}_{0k}).
\end{aligned} \tag{9}$$

Введя новые обозначения, получим ЛОП

$$\begin{aligned}
\lambda_k = & \lambda_{k-1} + \tilde{\mathbf{Y}}_k^T (D_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps})^{-1} \mathbf{S}_{\text{ref } k} - \\
& - \frac{1}{2} \mathbf{S}_{\text{ref } k}^T (D_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps})^{-1} \mathbf{S}_{\text{ref } k},
\end{aligned} \tag{10}$$

где $\tilde{\mathbf{Y}}_k = \mathbf{Y}_k - \hat{\mathbf{V}}_{0k}$ – выход оптимального компенсатора помех, $\mathbf{S}_{\text{ref } k} = \hat{\mathbf{S}}_k + \hat{\mathbf{V}}_{1k} - \hat{\mathbf{V}}_{0k} = \hat{\mathbf{S}}_k - \Delta \mathbf{S}_k$ – оптимальный опорный сигнал коррелятора,

учитывающий искажение полезного сигнала $\Delta \mathbf{S}_k = \hat{\mathbf{V}}_{0k} - \hat{\mathbf{V}}_{1k}$ при компенсации помехи.

Структура полученного таким образом алгоритма вычисления ЛОП для многомерных сигналов в дискретном времени полностью повторяет структуру ОКК-алгоритма для многомерных сигналов в непрерывном времени [42], а также ОК-алгоритма обработки одномерных процессов в дискретном времени [21]:

$$\lambda_k = \lambda_{k-1} + \frac{1}{D_{\Xi}} \left[y_k x_k - \frac{1}{2} x_k^2 \right].$$

Кроме того, данный алгоритм позволяет дать другую трактовку известного метода Котельникова — метода обеляющего фильтра, реализующего приведение коррелированной помехи к белому шуму [3, 43]. В рассматриваемом случае обеляющий фильтр трансформирован в оптимальный компенсатор помехи, с выхода которого сигнал подается в корреляционный приемник, настроенный на сформированный с учетом помехи опорный сигнал $S_{\text{ref } k}$. Структурная схема устройства компенсационно-корреляционной обработки приведена на рис. 1.

Опорный сигнал оптимального приемника формируется на основе наблюдаемого векторного процесса Y_k , поскольку оценки $\hat{S}_k$ и $\hat{V}_{1k}$ в общем случае вычисляются с использованием поступающих на вход приемника отсчетов наблюдаемого процесса. Оценка $\hat{V}_{0k}$ поступает на формирователь опорного сигнала из компенсатора помех, в котором она играет главную роль.

В частном случае, когда сигнал S_k является детерминированным, в качестве опорного сигнала коррелятора $S_{\text{ref } k}$ выступает результат преобразования S_k в компенсаторе помехи, который в случае гауссовской стационарной помехи можно рассчитать априори. При этом схема обработки совпадает по структуре с оптимальным приемником Котельникова. Нестационарность помехи приводит к необходимости реализации адаптивного,

с переменными параметрами компенсатора помехи. Тогда блок формирования опорного сигнала $S_{\text{ref } k}$ из алгоритма (10) также становится адаптивным. На адаптивный формирователь опорного сигнала поступает передаточная характеристика многомерного компенсатора помех C_k или его импульсная характеристика, которые формируются в процессе адаптации компенсатора к помехе. Структурная схема приемника с подстраиваемыми характеристиками приведена на рис. 2.

В общем случае многомерный оптимальный компенсатор помех $\tilde{Y}_k = Y_k - \hat{V}_{0k}$ при отсутствии сигнала осуществляет точную декорреляцию помехи, при этом одновременно снижая динамический диапазон, что важно для последующей цифровой обработки сигналов (ЦОС). При наличии сигнала на выходе компенсатора образуется случайный процесс

$$\tilde{Y}_k = \hat{S}_{1k} + \hat{V}_{1k} - \hat{V}_{0k} + \tilde{\Xi}_k,$$

где $\tilde{\Xi}_k$ — некомпенсированные остатки помехи и шума. Формируемые на выходе оптимального компенсатора компоненты $\hat{V}_{0k} - \hat{V}_{1k}$ можно рассматривать как искажения сигнала, которые учитываются при коррекции опорного сигнала коррелятора (10).

Соотношение для расчета ЛОП (9) служит основой для синтеза различных квазиоптимальных алгоритмов обработки сигналов. Квазиоптимальные алгоритмы можно синтезировать несколькими способами:

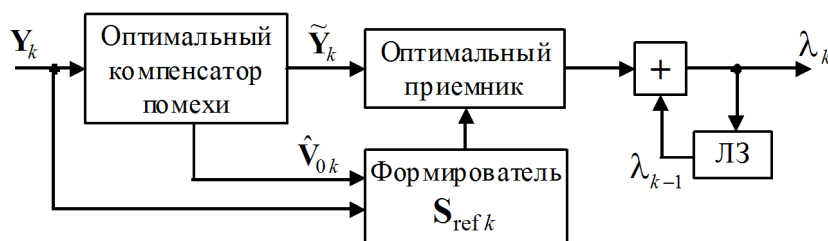


Рис. 1. Структурная схема устройства компенсационно-корреляционной обработки, ЛЗ — линия задержки на 1 такт.

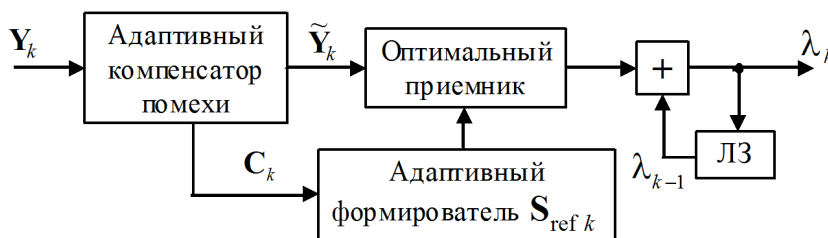


Рис. 2. Структурная схема адаптивного приемника с компенсатором помех.

– оптимальные оценки сигналов и помех, входящие в ОП или ЛОП, заменяются на квазиоптимальные, например, полученные в гауссовском приближении [33, 35];

– используются идеи математико-эвристического синтеза [21], когда в структуру оптимального ОКК-алгоритма встраиваются устройства оценивания, достаточно простые для реализации и хорошо зарекомендовавшие себя при решении различных задач обработки сигналов;

– на форму записи ЛОП накладываются ограничения, вызванные теми или иными соображениями.

Применение этих способов позволяет получить из (9) целое семейство квазиоптимальных алгоритмов обнаружения. Например, если ввести предположение о том, что параметры сигнала и помехи неэнергетические и пренебречь взаимной корреляцией оценок сигнала и помехи, то энергия оценок при большом размере выборки, определяемая квадратами оценок $\hat{S}_k$, $\hat{V}_{1k}$, $\hat{V}_{0k}$, может считаться фиксированной. Тогда из алгоритма (9) получаем соотношение для достаточной статистики

$$z_k = z_{k-1} + \tilde{Y}_k^T (D_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps})^{-1} \mathbf{S}_{\text{ref } k}, \quad (11)$$

которое непосредственно производит ОКК-обработку сигналов, поскольку третье слагаемое в уравнении (9) имеет постоянный уровень и может быть учтено на этапе принятия решения об обнаружении или оценивании параметров.

Заметим, что квазиоптимальные ОКК-алгоритмы широко используются на практике и без указанных ограничений на параметры сигналов. Это объясняется, например, тем, что ЦОС, составляющая основу обнаружения сигналов в современных радиотехнических системах, позволяет применить технологии обеспечения постоянства уровня ложных тревог. Применение данных технологий при относительно небольших потерях в пороговом отношении сигнал–шум дает возможность значительно упростить формирование статистики обнаружения z_k .

В случае слабого сигнала и мощной помехи отношение помеха–шум много больше отношения сигнал–шум, поэтому имеем сходимость

$\hat{V}_{1k} \rightarrow \hat{V}_{0k}$, и разность оценок помехи может иметь второй порядок малости относительно оценки сигнала $\hat{V}_{1k} - \hat{V}_{0k} \sim o^2(\hat{S}_k)$. Тогда $\Delta \mathbf{S}_k \rightarrow 0$ и опорный сигнал коррелятора $\mathbf{S}_{\text{ref } k} \approx \hat{\mathbf{S}}_k$. В результате из выражения (9) получим квазиоптимальный алгоритм

$$z_k = z_{k-1} + \tilde{Y}_k^T (D_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps})^{-1} \hat{\mathbf{S}}_k - \frac{1}{2} \hat{\mathbf{S}}_k^T (D_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps})^{-1} \hat{\mathbf{S}}_k. \quad (12)$$

При неэнергетических параметрах сигнала, третье слагаемое в правой части (12) не влияет на максимально правдоподобную оценку параметра, и им можно пренебречь:

$$z_k = z_{k-1} + \tilde{Y}_k^T (D_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{ps})^{-1} \hat{\mathbf{S}}_k. \quad (13)$$

Полученные алгоритмы (11), (13) допускают достаточно простую трактовку: сначала производится компенсация помехи, а затем корреляционная обработка. Ключевым моментом формирования статистики z_k является получение опорного сигнала коррелятора $\mathbf{S}_{\text{ref } k}$ или оптимальной оценки сигнала $\hat{\mathbf{S}}_k$. Строго говоря, их формирование должно осуществляться на основе наблюдаемого векторного процесса $\mathbf{Y}_k$, но для упрощения, полагая высокую точность компенсации помехи, в качестве наблюдаемого процесса можно использовать сигнал с выхода компенсатора помех $\tilde{\mathbf{Y}}_k$ [44]. Если операция компенсации помехи проводится с помощью детерминированного преобразования, имеющего обратную функцию, то оценка сигнала $\tilde{\mathbf{S}}_k = \mathbf{S}_k | \tilde{\mathbf{Y}}_k, \theta = 1$ по наблюдениям $\tilde{\mathbf{Y}}_k$ также является оптимальной $\tilde{\mathbf{S}}_k = \hat{\mathbf{S}}_k$. Если преобразование при компенсации помехи не имеет обратной функции, то оценка сигнала $\tilde{\mathbf{S}}_k \neq \hat{\mathbf{S}}_k$, т.е. является квазиоптимальной. Впоследствии возможно произвести уточнение оценки многомерного сигнала и опорного напряжения путем учета некомпенсированных остатков помехи $\Delta \tilde{\mathbf{S}}_k$, как это выполнено в работе [45]. Обобщенная структура приемника, построенного на этих принципах, приведена на рис. 3.

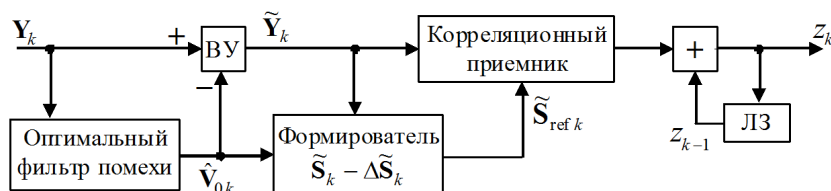


Рис. 3. Обобщенная структура квазиоптимального приемника, ВУ – вычитающее устройство.

3. АЛГОРИТМЫ ФИЛЬТРАЦИИ НА ОСНОВЕ МАРКОВСКИХ МОДЕЛЕЙ

Получение экстраполяционных оценок сигнала и помехи $\hat{S}_k, \hat{V}_{1k}, \hat{V}_{0k}$ требует использования различных моделей случайных процессов, среди которых наибольшее распространение нашли марковские модели [16, 25, 28, 33–35, 37, 38].

Пусть многомерный диффузионный марковский процесс имеет в дискретном времени прямое описание

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{A}(\mathbf{Z}_{k-1}, k) + \mathbf{B}(\mathbf{Z}_{k-1}, k) v_k,$$

где v_k – некоррелированный гауссовский шум с дисперсией D_v . Многомерный наблюдаемый процесс равен $\mathbf{Y}_k = \mathbf{X}_k + \Xi_k$, где Ξ_k – некоррелированный гауссовский шум с дисперсией D_Ξ , $\mathbf{X}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{Z}_k$ – оцениваемый процесс ($\mathbf{H}_k$ – матрица коэффициентов). Таким образом, в рассматриваемом примере негауссовские свойства обусловлены нелинейными зависимостями $\mathbf{A}(\mathbf{Z}_{k-1}, k)$, $\mathbf{B}(\mathbf{Z}_{k-1}, k)$ от процесса $\mathbf{Z}_{k-1}$. Подставляя эти выражения в формулу для апостериорной ПРВ, запишем квазилинейный алгоритм вычисления апостериорного среднего и апостериорной дисперсии в дискретном времени [27, 28]:

$$\hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1} = \mathbf{A}(\hat{\mathbf{Z}}_{k-1}, k-1)$$

– алгоритм одношагового предсказания,

$$\hat{\mathbf{Z}}_k = \hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{Y}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1})$$

– алгоритм фильтрации,

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{R}_{psk} \mathbf{H}_k^T / D_\Xi$$

– коэффициент усиления фильтра,

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_{psk|k-1} = \\ = \frac{d\mathbf{A}(\hat{\mathbf{Z}}_{k-1}, k-1)}{d\hat{\mathbf{Z}}_{k-1}} \mathbf{D}_{psk-1} \frac{d\mathbf{A}^T(\hat{\mathbf{Z}}_{k-1}, k-1)}{d\hat{\mathbf{Z}}_{k-1}} + \\ + \mathbf{B}(\hat{\mathbf{Z}}_{k-1}, k) D_v \mathbf{B}^T(\hat{\mathbf{Z}}_{k-1}, k) \end{aligned}$$

– матрица апостериорных дисперсий экстраполяционной оценки,

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_{psk} = \mathbf{D}_{psk|k-1} - \\ - \mathbf{D}_{psk|k-1} \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{D}_{psk|k-1} \mathbf{H}_k^T + \\ + D_\Xi \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H}_k \mathbf{D}_{psk|k-1} \end{aligned}$$

– матрица апостериорных дисперсий фильтрационной оценки.

Система уравнений фильтрации марковского процесса содержит фильтрационную оценку $\hat{\mathbf{Z}}_k$ и экстраполяционную оценку $\hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1}$ процесса $\mathbf{Z}_k$, получаемую одношаговым предсказанием на основе фильтрационной оценки. Это позволяет рассчитывать ЛОП, используя также и фильтрационные оценки в ОК- и ОКК-алгоритмах.

4. ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ АТМОСФЕРИКОВ НА ОСНОВЕ МАРКОВСКИХ МОДЕЛЕЙ

Рассмотрим применение полученных ОКК-алгоритмов многомерных сигналов в дискретном времени для измерения расстояния до грозового разряда [46]. В работе [39] ОК-алгоритм вычисления ЛОП был получен для марковской модели атмосфериков в непрерывном времени. Примем в качестве модели атмосферика – второй производной дипольного момента – простой марковский процесс, в дискретном времени описываемый разностным уравнением

$$x_k = Ax_{k-1} + v_k, \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad (14)$$

где v_k – формирующий шум с дисперсией D_v , K – длительность атмосферика в дискретном времени, $0 < A < 1$ – коэффициент корреляции.

Уравнения сигналов в датчиках, принимающих вертикальную и горизонтальную электрическую составляющую поля и магнитную составляющую поля вертикального разряда в ближней зоне имеют вид [46, 47]:

$$\begin{aligned} e_{bk} &= \frac{k_1}{4\pi c^2 \epsilon R} \sin^2 \theta \left(x_k + \frac{c}{R} m \gamma_{1k} + \frac{c^2}{R^2} m \gamma_{2k} \right), \\ e_{rk} &= \frac{k_2}{8\pi c^2 \epsilon R} \sin(2\theta) \left(x_k + \frac{3c}{R} \gamma_{1k} + \frac{3c^2}{R^2} \gamma_{2k} \right), \\ h_k &= \frac{k_3}{4\pi c R} \sin \theta \left(x_k + \frac{c}{R} \gamma_{1k} \right), \end{aligned} \quad (15)$$

$$\gamma_{1k} = \gamma_{1k-1} + \Delta t x_k, \quad \gamma_{2k} = \gamma_{2k-1} + \Delta t \gamma_{1k},$$

где e_{bk} , e_{rk} – вертикальная и горизонтальная компоненты электрического поля соответственно, h_k – азимутальная составляющая магнитного поля, k_1, k_2, k_3 – коэффициенты передачи датчиков электрического и магнитного поля, $\theta = \arccos(h/R)$ – угол отклонения линии визирования от вертикали, $m = 1 - 2h^2/R_\Gamma^2$ – коэффициент поляризации электрического поля, h – высота точки наблюдения, $R_\Gamma = \sqrt{R^2 - h^2}$ – горизонтальная дальность до грозового разряда, R – наклонная дальность до грозового разряда, ϵ – диэлектрическая постоянная среды распространения, γ_{1k} – токовый момент, γ_{2k} – дипольный момент.

Оцениваемый вектор $\mathbf{X}_k = \{e_{vk}, e_{rk}, h_k\}^T$ об-
разуется путем линейного преобразования вектора
состояний $\mathbf{Z}_k = \{x_k, \gamma_{1k}, \gamma_{2k}\}^T$:

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{H}\mathbf{Z}_k,$$

где матрица преобразования равна

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \frac{k_1}{4\pi c^2 \epsilon R} \sin^2 \theta & \frac{k_1 m}{4\pi c \epsilon R^2} \sin^2 \theta & \frac{k_1 m}{4\pi \epsilon R^3} \sin^2 \theta \\ \frac{k_2}{8\pi c^2 \epsilon R} \sin(2\theta) & \frac{3k_2}{8\pi c \epsilon R^2} \sin(2\theta) & \frac{3k_2}{8\pi \epsilon R^3} \sin(2\theta) \\ \frac{k_3}{4\pi c R} \sin \theta & \frac{k_3}{4\pi R^2} \sin \theta & 0 \end{bmatrix}. \quad (16)$$

В соответствии с уравнениями атмосфера (14)
и электрического и магнитного полей (15) запишем
вектор состояния в векторно-матричном виде:

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{A}\mathbf{Z}_{k-1} + \mathbf{B}v_k,$$

где матрицы марковской модели имеют вид

$$\begin{aligned} \lambda_k(\mathbf{Y}_1^k | R) &= \lambda_{k-1}(\mathbf{Y}_1^k | R) + \ln \sqrt{\frac{\det(\mathbf{R}_{\Xi}^{-1} + \mathbf{R}_{psk|k-1}^{-1})^{-1}}{\det \mathbf{R}_{psk|k-1}}} + \frac{1}{2} \mathbf{Y}_k^T \frac{1}{D_{\Xi}} (\mathbf{D}_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{psk|k-1})^{-1} \mathbf{R}_{psk|k-1} \mathbf{Y}_k + \\ &+ \mathbf{Y}_k^T (\mathbf{D}_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{psk|k-1})^{-1} \hat{\mathbf{X}}_k(R) - \frac{1}{2} \hat{\mathbf{X}}_k^T(R) (\mathbf{D}_{\Xi} \mathbf{I} + \mathbf{R}_{psk|k-1})^{-1} \hat{\mathbf{X}}_k(R), \end{aligned}$$

$\hat{\mathbf{X}}_k(R) = \{\hat{e}_{vk}(R), \hat{e}_{rk}(R), \hat{h}_k(R)\}$ — экстраполяци-
онная оценка вектора $\mathbf{X}_k$; $\mathbf{R}_{psk|k-1}$ — матрица апос-
териорных дисперсий этих оценок.

Для вычисления среднеквадратических оценок
используется метод линейной фильтрации много-
мерного марковского процесса $\mathbf{Z}_k = \{x_k, \gamma_{1k}, \gamma_{2k}\}^T$.

Уравнения для оценки $\hat{\mathbf{Z}}_k$ имеют вид:

$$\hat{\mathbf{Z}}_k = \hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k \left(\mathbf{Y}_k - \mathbf{H} \hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1} \right)$$

— алгоритм фильтрации,

$$\hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1} = \mathbf{A} \hat{\mathbf{Z}}_{k-1}$$

— алгоритм одношагового предсказания,

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{D}_{psk|k-1} \mathbf{H}^T / D_{\Xi}$$

— коэффициент усиления фильтра,

$$\mathbf{D}_{psk|k-1} = \mathbf{A} \mathbf{D}_{psk-1} \mathbf{A}^T + \mathbf{B} \mathbf{D}_v \mathbf{B}^T$$

— матрица апостериорных дисперсий экстрапо-
ляционной оценки,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ \Delta t & 1 & 0 \\ 0 & \Delta t & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

Δt — нормированный интервал дискретизации во
времени.

Определение наклонной дальности R произ-
водится по результатам наблюдения векторного
процесса $\mathbf{Y}_k = \{y_{1k}, y_{2k}, y_{3k}\}^T$ на выходах датчиков
электрического и магнитного полей:

$$y_{1k} = e_{vk} + \xi_{1k}, \quad y_{2k} = e_{rk} + \xi_{2k}, \quad y_{3k} = h_k + \xi_{3k},$$

где ξ_{nk} , $n = 1, 2, 3$, $k = 1, \dots, K$, — независимые белые
шумы в приемных каналах с дисперсией D_{Ξ} . Даль-
ность до источника грозового разряда определяет-
ся методом максимального правдоподобия с помо-
щью ОК-подхода для многомерных сигналов:

$$\hat{R} = \arg \max_R \lambda(\mathbf{Y}_1^K | R),$$

где условный ЛОП рассчитывается по формуле (6),
которая в условиях данной задачи приобретает вид

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_{psk} &= \mathbf{D}_{psk|k-1} - \\ &- \mathbf{D}_{psk|k-1} \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \mathbf{D}_{psk|k-1} \mathbf{H}^T + \\ &+ \mathbf{R}_{\Xi})^{-1} \mathbf{H} \mathbf{D}_{psk|k-1} \end{aligned}$$

— матрица апостериорных дисперсий фильтра-
ционной оценки.

Оценки атмосфериков в приемных каналах и их
матрица апостериорных дисперсий соответственно
равны

$$\hat{\mathbf{X}}_k = \mathbf{H} \hat{\mathbf{Z}}_k, \quad \mathbf{R}_{psk|k-1} = \mathbf{H} \mathbf{D}_{psk|k-1} \mathbf{H}^T.$$

Методом статистического моделирования про-
веден анализ зависимости среднеквадратической
погрешности измерения наклонной дальности σ_R
от горизонтального расстояния до грозового раз-
ряда R_r при различных отношениях сигнал—шум
 $q = D_v / D_{\Xi}$ и различных высотах точки наблюде-
ния h . Проведено сравнение точности измерения
с использованием трехкомпонентного поля в со-
ответствии с уравнением (16) и двухкомпонентно-
го поля (вертикальная электрическая компонента
и магнитная), для которого матрица формирова-
ния сигнала на выходах датчиков равна:

$$\mathbf{H} = \begin{vmatrix} \frac{k_1}{4\pi c^2 \varepsilon R} \sin^2 \theta & \frac{k_1 m}{4\pi c \varepsilon R^2} \sin^2 \theta & \frac{k_1 m}{4\pi \varepsilon R^3} \sin^2 \theta \\ \frac{k_3}{4\pi c R} \sin \theta & \frac{k_3}{4\pi R^2} \sin \theta & 0 \end{vmatrix}.$$

На рис. 4 приведены зависимости погрешности измерения расстояния до грозового разряда $\sigma_R(R_r)$ при $q = 100$ и различных высотах точки наблюдения $h = 0$ м и $h = 1000$ м. Анализ графиков показывает, что применение датчиков трехкомпонентного поля значительно уменьшает ошибку оценивания дальности при ненулевой высоте точки наблюдения. Вместе с тем при $h = 0$ м погрешность оценивания примерно одинакова, как при использовании датчиков двухкомпонентного поля, так и при использовании датчиков трехкомпонентного поля.

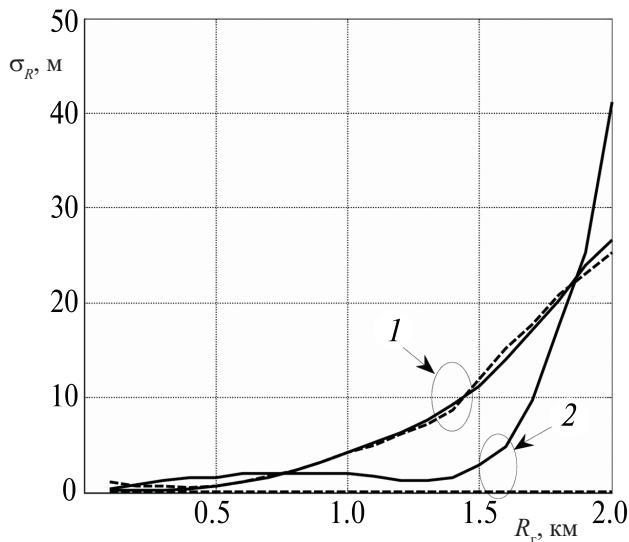


Рис. 4. Зависимости погрешности измерения расстояния до грозового разряда $\sigma_R(R_r)$ при $q = 100$ и различных высотах точки наблюдения: $h = 0$ (1) и 1000 м (2), полученные при наблюдении двухкомпонентного (сплошная кривая) и трехкомпонентного (пунктирная) поля.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведен синтез алгоритма пространственной обработки сигналов в дискретном времени, который показал наличие операций вычисления экстраполяционных на один шаг оценок сигнала и помехи, компенсации помехи, вычисления корреляционной суммы выхода компенсатора и опорного сигнала. В отличие от ОК- и ОКК-алгоритмов в непрерывном времени в алгоритм в дискретном времени добавлены составляющие в виде квадратичной формы вектора наблюдаемого процесса. В частных случаях одномерных

и некоррелированных сигналов полученные алгоритмы совпадают с алгоритмами, приведенными в работах [40, 41]. Алгоритмы обработки многомерных сигналов в дискретном времени, разработанные в данной статье, могут быть обобщены на случай комплексных сигналов и помех, что позволит обрабатывать комплексные огибающие радиосигналов.

Алгоритм вычисления ЛОП широко используется как составная часть алгоритма обнаружения, алгоритма оценивания параметров сигнала и ряда других. Рассмотренный пример оценивания дальности до грозового разряда как параметра случайного процесса показал высокую эффективность и конструктивность ОК-подхода при наблюдении многомерного электрического и магнитного полей.

Рассмотренные оптимальные алгоритмы и примеры применения многомерной ОК- и ОКК-обработки сигналов допускают обобщение на немарковские процессы и сигналы. Это доказывает, что данный подход является универсальной методологической основой для синтеза высокоэффективных алгоритмов обработки сигналов как для существующих, так и для перспективных радиотехнических систем. Расширение сферы применений и конкретных технических приложений будет стимулировать теоретические и прикладные исследования, придаст новый импульс в развитии теории компенсации.

Перспективными, на наш взгляд, остаются вопросы развития исследований в области цифровой реализации алгоритмов ОКК-обработки многомерных сигналов. Использование высокоскоростных аналого-цифровых преобразователей и процессоров ЦОС позволяет реализовать сложные алгоритмы ОК-приема, в том числе адаптивного. При этом появляется возможность проводить адаптацию не только компенсаторов помех, но и формирователя опорного сигнала коррелятора, а в радиолокационных системах также и адаптацию зондирующего сигнала.

Изложенные методы ОК- и ОКК-обработки применимы в разнообразных радиотехнических, радиофотонных и оптических информационных системах, причем эти методы имеют фундаментальное значение для синтеза и анализа алгоритмов обработки сигналов. Особого внимания заслуживает обширный класс задач, связанных с обработкой изображений, для решения которых также может быть с успехом использован ОК-метод. К числу таких наиболее распространенных задач относятся обработка радиолокационных и оптических изображений, подавление фона и спекл-шума при обнаружении объектов на изображениях, автоматическая коррекция геометрических и радиометрических искажений, автофокусировка радиолокационных изображений, формирование и обработка

сигналов в ММО радиотехнических системах и многие другие.

Отметим, что большим потенциалом повышения качества обработки сигналов обладает пространственно-временной ресурс, который в ряде радиотехнических систем использован не в полной мере. Универсальность ОКК-подхода и его применение к пространственно-временной обработке, в том числе нелинейной, позволяет выявить новые возможности активных фазированных и цифровых антенных решеток, организации в них оптимальной обработки.

Авторы данной работы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Колмогоров А.Н. // Изв. АН СССР. Сер. Матем. 1941. Т. 5. № 1. С. 3.
2. Папалекси Н.Д. Радиопомехи и борьба с ними. М.:Л.: Гостехиздат, 1944.
3. Котельников В.А. Теория потенциальной помехоустойчивости. М.: Радио и связь, 1998.
4. Харкевич А.А. Борьба с помехами. М.: Физматгиз, 1965.
5. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. М.: Изд-во иностр. лит., 1963.
6. Стратонович Р.Л. // Теория вероятностей и ее применение. 1959. Т. 4. Вып. 2. С. 239.
7. Стратонович Р.Л. // РЭ. 1960. Т. 5. № 11. С. 1751.
8. Kalman R.E. // Trans. ASME J. Basic Eng. 1960. V. 82D. March. P. 34.
9. Kalman R.E., Bucy R.S. // Trans. ASME J. Basic Eng. 1961. V. 83D. March. P.95.
10. Стратонович Р.Л., Сосулин Ю.Г. // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. 1964. № 6. С. 10.
11. Стратонович Р.Л., Сосулин Ю.Г. // РЭ. 1966. Т. 11. № 4. С. 497.
12. Сосулин Ю.Г. // РЭ. 1969. Т. 14. № 12. С. 2136.
13. Kailath T. // IEEE Trans. 1969. V. IT-15. № 1. P. 350.
14. Сосулин Ю.Г. // Изв. вузов СССР. Радиофизика. 1971. Т. 14. № 10. С. 1526.
15. Стратонович Р.Л. Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике. М.: Сов. радио, 1961.
16. Стратонович Р.Л. Условные марковские процессы и их применение к теории оптимального управления. М.: Изд-во МГУ, 1966.
17. Стратонович Р.Л. // ТИИЭР. 1970. Т. 58. № 5. С. 72.
18. Стратонович Р.Л. Принципы адаптивного приема. М.: Сов. радио, 1973.
19. Амиантов И.Н. Избранные вопросы статистической теории связи. М.: Сов. радио, 1971.
20. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. В 3-х т. М.: Сов. радио, 1972. Т. 1. 1975. Т. 2. 1977. Т. 3.
21. Сосулин Ю.Г. Теория обнаружения и оценивания стохастических сигналов. М.: Сов. радио, 1978.
22. Сосулин Ю.Г., Фишман М.М. Теория последовательных решений и ее применения. М.: Радио и связь, 1985.
23. Сосулин Ю.Г. Теоретические основы радиолокации и радионавигации: Учеб. пособие для вузов. М.: Радио и связь, 1992.
24. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. М.: Сов. радио, 1966.
25. Тихонов В.И., Кульман Н.К. Нелинейная фильтрация и квазикогерентный прием сигналов. М.: Сов. радио, 1975.
26. Тихонов В.И. Оптимальный прием сигналов. М.: Радио и связь, 1983.
27. Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем: Учеб. пособие для вузов. М.: Радио и связь, 1991.
28. Сейдж Э., Мелс Дж. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении / Пер. с англ. под ред. Б.Р. Левина. М.: Связь, 1976.
29. Kailath T. Lectures on Wiener and Kalman Filtering. Berlin: Springer-Verlag, 1981.
30. Kailath T., Poor H.V. // IEEE Trans. 1998. V. IT-44. № 6. P. 2230.
31. Optimised Radar Processors / Ed. A. Farina. L.: Perigrinus, 1987.
32. Poor H.V. An Introduction to Signal Detection and Estimation. N.Y.: Springer-Verlag, 1988.
33. Ярлыков М.С. Применение марковской теории нелинейной фильтрации в радиотехнике. М.: Сов. радио, 1980.
34. Ярлыков М.С. Статистическая теория радионавигации. М.: Радио и связь, 1985.
35. Ярлыков М.С., Миронов М.А. Марковская теория оценивания случайных процессов. М.: Радио и связь, 1993.
36. Котоусов А.С., Морозов А.К. Оптимальная фильтрация сигналов и компенсация помех. М.: Горячая Линия—Телеком, 2008.
37. Перов А.И. Статистическая теория радиотехнических систем. М.: Радиотехника, 2022.
38. Марковская теория оценивания в радиотехнике / Под ред. М.С. Ярлыкова. М.: Радиотехника, 2004.
39. Сосулин Ю.Г., Костров В.В., Паршин Ю.Н. Оценочно-корреляционная обработка сигналов и компенсация помех. М.: Радиотехника, 2014.
40. Сосулин Ю.Г., Костров В.В. // РЭ. 1999. Т. 44. № 9. С. 1098.
41. Сосулин Ю.Г., Костров В.В. // РЭ. 2000. Т. 45. № 7. С. 809.

42. Сосулин Ю.Г., Паршин Ю.Н. // РЭ. 1981. Т. 26. № 8. С. 1635.
43. Сосулин Ю.Г., Костров В.В. // РЭ. 1998. Т. 43. № 9. С. 1030.
44. Сосулин Ю.Г., Костров В.В. // РЭ. 2006. Т. 51. № 9. С. 1027.
45. Костров В.В. // Радиотехнич. и телекоммун. системы. 2014. № 1. С. 21.
46. Кононов И.И., Петренко И.А., Снегуров В.С. Радиотехнические методы местоопределения грозových очагов. Л.: Гидрометеиздат, 1986.
47. Гольдштейн Л.Д., Зернов Н.В. Электромагнитные поля и волны. М.: Сов. радио, 1971.

SPATIAL-TEMPORAL MARKOV MODELS IN ESTIMATION-CORRELATION-COMPENSATION SIGNAL PROCESSING IN DISCRETE TIME

V. V. Kostrov^{a,b,*}, Yu. N. Parshin^c

^a*Murom Institute (branch) of Vladimir State University named after Alexander Grigoryevich and Nikolai Grigoryevich Stoletov, 23 Orlovskaya str., Murom, Vladimir region, 602264 Russia*

^b*JSC Research Institute Submicron, Georgievsky Ave., 5, bld. 2, Moscow, Zelenograd, 124498 Russia*

^c*Ryazan State Radio Engineering University named after V.F. Utkin, 59/1 Gagarina str., Ryazan, 390005 Russia*

*E-mail: kostrov.46@mail.ru

Received April 26, 2024, revised April 26, 2024, accepted May 24, 2024

An algorithm for spatial-temporal signal processing in discrete time is obtained. The estimation-correlation and estimation-correlation-compensation options for constructing optimal algorithms are considered, which also makes it possible to generalize to non-Markov signals and interferences. It is shown that in order to implement the obtained algorithms, it is necessary to use extrapolation one-step estimates of the signal and interference. It is established that the interference compensator is part of the optimal estimation-correlation-compensation algorithm. The application of the proposed approach makes it possible to obtain a variety of quasi-optimal algorithms for signal detection and parameter estimation. The resulting structures are convenient for implementation in digital form by hardware and software. A spatial-temporal estimation-correlation algorithm for processing the atmospheric signal has been obtained, which allows estimating the distance to a thunderstorm discharge taking into account the height of the observation point. The influence of the number of field components on the measurement error of the distance to the lightning discharge is investigated. To improve the accuracy of distance determination, it is proposed to use a three-component field model.

Keywords: spatial-temporal processing, estimation-correlation reception, interference compensation, likelihood ratio, Markov signal, atmospheric, range measurement

АВИАЦИОННЫЕ РАДИОЭЛЕКТРОННЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ. КОНЦЕПТУАЛЬНЫЙ ПОДХОД К ОПТИМИЗАЦИИ

© 2024 г. В. И. Меркулов

АО «Концерн «Вега»,
Кутузовский просп., 34, Москва, 121170 Российская Федерация
E-mail: mvipost41@gmail.com

Поступила в редакцию 18.06.2024 г.

После доработки 18.06.2024 г.

Принята к публикации 23.06.2024 г.

На основе анализа особенностей военно-технического противоборства сформулированы требования к способам оптимизации законов управления и их информационного обеспечения в приложении к радиоэлектронным системам перехвата летательных аппаратов. По результатам анализа особенностей функционирования радиоэлектронных систем управления этого типа даны рекомендации по выбору математического аппарата синтеза законов траекторного управления, оптимальных по минимуму квадратично-биквадратного функционала качества с использованием для информационного обеспечения варианта адаптивной аналого-дискретной фильтрации.

Ключевые слова: авиационные радиоэлектронные системы управления, законы траекторного управления, информационное обеспечение, квадратично-биквадратный функционал качества, адаптивная аналого-дискретная фильтрация

DOI: 10.31857/S0033849424080053, **EDN:** HOPSKQ

ВВЕДЕНИЕ

Радиоэлектронные системы управления (РЭСУ) представляют собой совокупность функционально связанных систем (подсистем), обеспечивающих дистанционное управление различными объектами и информационными потоками между ними на основе информации, извлекаемой из радиосигналов [1].

Анализ особенностей военно-технического противоборства (ВТП), выполненный по имеющимся публикациям [1–12], позволяет выделить ряд его направлений, усиливающих значимость и востребованность авиационных радиоэлектронных систем управления. К этим направлениям прежде всего относятся [2]:

- увеличение пространственного размаха ВТП с усилением значимости дистанционного управления как летательными аппаратами (ЛА), так и информационными потоками;
- возрастание скорости летательных аппаратов;
- преобладание групповых действий, как средств нападения, так и защиты;
- возрастание роли беспилотных летательных аппаратов (БПЛА);
- новые способы ведения противоборства (рои, переход от кинетического поражения к информационно-энергетическому) с использованием техники с качественно

новыми свойствами: высокоскоростные ЛА, электромагнитное и групповое оружие, многопозиционные системы (МПС) наведения, высокоточное оружие, ударные платформы и т.д.

Для реализации этих направлений РЭСУ должны обеспечивать [1–3]:

- ситуационную осведомленность экипажа и систем управления;
- выбор приоритетных источников информации и управление режимами их работы;
- формирование и реализацию требуемых законов траекторного управления;
- радиомониторинг окружающего пространства;
- оценку ресурсной возможности решения задач наведения;
- целераспределение при групповых действиях;
- управление электромагнитной совместимостью;
- траекторное управление летательными аппаратами различного назначения.

В общем случае РЭСУ по-прежнему остаются единственным всепогодным источником получения информации об удаленных объектах и единственным средством дистанционного управления ЛА. Однако их существующие разновидности не

способны решить весь комплекс предъявляемых к ним новых требований.

В связи с этим необходима разработка РЭСУ нового поколения, которые будут обладать более совершенными показателями.

Создание такой РЭСУ включает необходимость решения нескольких проблем теоретического и прикладного характера. К теоретическим проблемам относится прежде всего выбор стратегии разработки, наилучшим образом учитывающей взаимозависимость различных частей и этапов функционирования РЭСУ, а также выбор и обоснование способов их оптимизации. К прикладным проблемам относятся синтез алгоритмов управления и их информационного обеспечения, реализующих заданные требования.

Следует подчеркнуть, что авиационные РЭСУ представляют собой разновидность сложных технических систем (СТС), характерными признаками которых являются:

- способность решать конкретную тактическую задачу несколькими способами, используя разные законы управления, различные датчики информации и режимы их работы;
- многоэтапность решения задачи;
- структурная иерархичность;
- возможность декомпозиции при решении частных задач;
- циркуляция больших информационных потоков;
- оптимизация управления ресурсами.

Найти единый аппарат оптимизации, учитывающий эти особенности РЭСУ как СТС, практически невозможно. В связи с этим проблема оптимизации решается как совокупность оптимизационных задач обеспечения требуемых показателей совершенства РЭСУ на различных этапах. В наиболее простом варианте к этим этапам относятся: обзор зоны ответственности, первичная и вторичная обработка сигналов, траекторное управление.

Наилучшей стратегией разработки РЭСУ как сложной технической системы, позволяющей обеспечить взаимные интересы ее функционирования на различных этапах, является стратегия «сверху–вниз». В рамках этой стратегии на первом этапе, исходя из необходимости достижения конечного результата, выполняется синтез законов управления с учетом возможностей их реализации по динамическим свойствам носителя и информационного обеспечения.

Сформированный закон управления позволяет определить перечень необходимых оценок координат относительного и абсолютного движения цели и перехватчика и сформулировать требования к их точности [4].

На основе этих требований на следующем этапе в рамках вторичной обработки сигналов в радиолокационной системе (РЛС) оптимизируются алгоритмы сопровождения, формирующие все требуемые оценки, предопределяющие, в свою очередь, требования к составу первичных измерений, формируемых в РЛС на этапе первичной обработки сигнала. В простейшем случае эта задача решается по выполнению условий наблюдаемости [2].

Исследования, выполняемые по проверке эффективности второго этапа, позволяют сформировать требования к точности первичных измерений и, соответственно, вероятностям правильного обнаружения и ложной тревоги, характеризующим процедуру обнаружения. При этом требования к этим показателям предопределяют процедуру обзора (сопровождения) пространства.

В свою очередь, задачи управления, решаемые на первом этапе, включают:

- синтез реализуемых на практике законов управления при работе по различным типам ЛА;
- алгоритмы траекторного управления наблюдением [2, 3];
- управление пространственным положением позиций в составе МПС наведения;
- групповое управление БПЛА, вплоть до роя;
- интеллектуальное управление с обучением;
- управление ресурсами.

В общем случае математический аппарат оптимизации, используемый для решения всех этих задач, должен обеспечивать:

- возможность расширения поля условий применения, основанную на получении широкого спектра законов управления как частных случаев общего решения;
- возможность получения универсальных законов управления, инвариантных к условиям применения;
- возможность решения многокритериальных задач с учетом противоречивых требований обеспечения желаемых показателей эффективности, живучести и информативности [2];
- учет ограничений на координаты состояния, величину сигналов управления и возможность информационного обеспечения полученных законов управления;
- возможность изменения приоритетов управления в процессе полета.

Цель статьи — на примере систем перехвата высокоскоростных ЛА (ВСЛА), маневрирующих по сложным законам, рассмотреть процедуру выбора методов оптимизации, отвечающих перечисленным выше требованиям. Выбор в качестве объекта перехвата ВСЛА обусловлен рядом их

тактико-экономических преимуществ перед другими ЛА [5].

В основе выбора конкретного способа оптимизации лежат модели относительного движения цели и перехватчика, формируемые по результатам анализа их динамических (траекторных) характеристик, набор ограничений на перехватчик по величине сигналов управления и возможностей его информационных систем, показатели совершенства и критерии эффективности.

Анализ траекторных возможностей ВСЛА, выполненный в [6] по материалам зарубежных публикаций, позволяет прийти к следующим заключениям.

Летательные аппараты этого класса имеют высокие скорости полета ($V_{\text{ЛА}} \geq 5M$), дальности полета не менее нескольких сотен километров и способны совершать сложные маневры в вертикальной плоскости на высотах от 100 до 20 км со сменой знака производных скорости и угловых координат.

Эти особенности предопределяют необходимость использования моделей их движения с учетом производных угловой скорости и наличия ограничений на ракурсы перехвата в условиях, когда скорость перехватчика меньше скорости цели, а также использования в качестве основного показателя системы перехвата текущего и конечного промахов, а в качестве критерия эффективности минимум квадратичных (биквадратных) функционалов качества.

1. АНАЛИЗ ОСОБЕННОСТЕЙ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ РЭСУ, ВЛИЯЮЩИХ НА ВЫБОР МЕТОДА ОПТИМИЗАЦИИ

Особенности функционирования РЭСУ в рамках системы перехвата ВСЛА определяются совокупностью свойств управленческой части, определяющей траекторию полета, и информационной части, определяющей перечень и точность оценок координат состояния, используемых для реализации закона управления.

К этим особенностям прежде всего относятся:

- случайный и заранее неизвестный временной интервал работы, предопределяющий необходимость использования вариантов локальной оптимизации [2];
- минимизация времени, затрачиваемого на формирование сигналов управления, и используемых оценок координат состояния;
- требования повышения экономичности процедур перехвата, предопределяющие широкий спектр перехватываемых

ЛА и сокращение числа используемых измерителей;

- высокая степень неопределенности условий применения и широкий спектр возможных маневров, которые априори предопределяют несовершенство моделей состояния, используемых при синтезе. Эта особенность вызывает, с одной стороны, использование локальных вариантов статистической теории оптимального управления (СТОУ), а с другой стороны, использование в законах управления не оценок, а непосредственно результатов измерений [7, 8] с точностью до ошибок измерений, отражающих реальное состояние системы «цель — РЭСУ».

Широкий набор различных типов ЛА-целей, принимающих участие в противоборстве, заведомо обуславливает несоответствие динамических свойств ЛА-носителя и его бортовой информационно-вычислительной системы динамическим свойствам противоборствующих ЛА. Отсюда следует целесообразность автоматического учета этого несоответствия в законах управления носителем и его системах автоматического сопровождения.

Сложный характер пространственных перемещений ВСЛА требует учета в законах наведения высоких производных угловых координат, что для следящих угломеров является достаточно сложной задачей.

Высокие скорости противоборствующих ЛА предопределяют необходимость увеличения запаса времени на подготовку противодействия, что, в свою очередь, обуславливает необходимость увеличения дальности действия средств их наблюдения. Однако с увеличением дальности наблюдения ВСЛА качественно уменьшаются значения угловой скорости линии их визирования, основного информативного параметра практически всех законов управления, делая их неэффективными [3, 8]. Эта особенность предопределяет необходимость использования нестационарных законов траекторного управления, в которых на больших дальностях основным информативным параметром являются ошибки управления по угловым координатам, а с уменьшением дальности до цели — угловая скорость линии визирования, минимизация которой обеспечивает минимизацию промахов [4].

Использование в качестве основного источника информации РЛС [12, 14] обуславливает необходимость учета ряда ее особенностей.

Первая связана с использованием открытого радиоканала, по которому могут поступать радиопомехи, нарушающие работу РЛС и, соответственно, системы наведения в целом. Эта особенность требует оптимизации алгоритмов помехозащиты [9].

Вторая связана с зависимостью точности и достоверности формируемых оценок от геометрии

взаимного расположения носителя РЛС и сопровождаемых объектов, что дает возможность в рамках траекторного управления наблюдением [3] решать не только конечные задачи, но и обеспечивать наилучшие условия для радиолокационного наблюдения.

Третья связана со сложностью устойчивого формирования оценок производных угловой скорости линии визирования по результатам измерения бортовых пеленгов целей [16].

Одной из особенностей РЭСУ перехвата интенсивно маневрирующих ЛА является необходимость функционирования на границе зон потери устойчивости как систем управления, так и систем автоматического сопровождения по дальности, скорости и угловым координатам. Отсюда следует необходимость принятия специальных мер по предотвращению перехода этих границ. Наиболее рациональным способом решения этой задачи является использование законов управления с нелинейной (кубической) зависимостью от ошибок функционирования [2, 10].

Необходимо отметить, что использование в процессе наведения координат состояния и сигналов управления разных знаков предопределяет использование при оптимизации квадратичных (биквадратных) функционалов качества.

2. ВЫБОР И ОБОСНОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АППАРАТА ОПТИМИЗАЦИИ СИСТЕМЫ ПЕРЕХВАТА ВСЛА

Математический аппарат оптимизации радиоэлектронных систем перехвата ВСЛА должен решать совокупность взаимосвязанных задач формирования закона траекторного управления при работе по ЛА, совершающим сложные маневры со сменой знака производных скорости и угловых координат, и его устойчивого информационного обеспечения на основе алгоритмов автоматического радиолокационного сопровождения.

Решить эту задачу в рамках единого математического аппарата невозможно. Более целесообразно, опираясь на выводы теоремы разделения [4], оптимизировать управленческие и информационные задачи отдельно.

Учитывая особенности функционирования РЭСУ в приложении к решению задач перехвата ВСЛА, математический аппарат оптимизации управления должен обеспечивать:

- эффективный уход носителя и систем сопровождения от границ потери устойчивости с формированием законов управления с нелинейной (кубической) зависимостью от ошибок функционирования;

- формирование нестационарных законов управления с перераспределением управленческих приоритетов в процессе перехвата;
- учет измеряемых возмущений без расширения вектора состояния;
- формирование закона управления при неизвестном времени перехвата;
- универсальность, характеризующую способность системы перехвата функционировать в широком поле условий применения, в том числе и в условиях их несоответствия моделям, положенным в основу синтеза;
- реализуемость, основанную на использовании носителей с достижимой на практике маневренностью и способности устойчивого формирования всех оценок координат состояния, используемых в законе управления в рамках ограничений, накладываемых на диапазон обслуживаемых координат, величину управляющих сигналов и быстродействие вычислителей.

К настоящему времени для оптимизации систем управления различного назначения наиболее часто используются варианты математического аппарата классической СТОУ с минимизацией квадратичных функционалов качества за все время их работы. Среди этих вариантов необходимо прежде всего выделить метод динамического программирования Беллмана, метод максимума Понтрягина и метод критерия обобщенной работы А.А. Красовского. Общим недостатком этих вариантов является необходимость знания времени работы оптимизируемой системы и необходимость решения высокоразмерной двухточечной краевой задачи по вычислению коэффициентов передачи ошибок управления, что для РЭСУ является неприемлемым.

В связи с этим в приложении к РЭСУ более приемлемыми являются варианты СТОУ с локальной оптимизацией квадратичных функционалов на каждый текущий момент времени [2, 4], что предопределяет возможность функционирования в условиях неизвестного заранее времени работы. При этом не требуется решения двухточечной краевой задачи, что существенно упрощает процедуру формирования управления. Кроме того, при его формировании не требуется знания модели состояния, достаточно знать только оценки используемых координат относительного и абсолютного движения цели и перехватчика. Эта особенность позволяет значительно расширить поле условий применения сформированных законов управления, в том числе и в условиях нелинейных связей координат относительного движения летательных аппаратов.

Несомненным преимуществом локальной оптимизации является возможность учесть в законе

управления большое число различных возмущений, не прибегая к расширению вектора состояния [2].

В качестве таких возмущений могут быть использованы различные внешние воздействия на перехватчик, его динамические свойства, результаты прогноза положения цели, несоответствие динамических свойств цели и перехватчика и т.д., которые позволяют существенно улучшить точность и устойчивость наведения за счет использования различных модификаций законов управления, формируемых как частные случаи общего решения.

Весьма перспективным вариантом локальной оптимизации является прием, основанный на трансформации входных сигналов, как способ улучшения совершенства системы наведения с недостаточными динамическими свойствами ЛА-перехватчика [3] за счет более сложного информационного обеспечения, обеспечивающего поступление в закон управления большего числа корректирующих сигналов.

Однако системы наведения, синтезированные по аппарату локальной оптимизации на основе квадратичных функционалов [3], по-прежнему требуют оценивания высоких производных угловых координат и не обеспечивают эффективного увода носителя и систем сопровождения от границ потери устойчивости. Последнее обусловлено линейной зависимостью управляющих сигналов от ошибок управления, обеспечивающей их

одинаковую чувствительность как к малым, так и к большим ошибкам управления.

Более рациональным является использование варианта локальной оптимизации на основе минимизации квадратично-биквадратных функционалов качества, позволяющего учесть оба этих недостатка [2, 10].

3. ОПТИМИЗАЦИЯ РЭСУ ПО МИНИМУМУ КВАДРАТИЧНО-БИКВАДРАТНОГО ФУНКЦИОНАЛА КАЧЕСТВА

Рассматриваемый аппарат оптимизации позволяет [2] для перехватчика

$$\dot{\mathbf{x}}_{\Pi}(t) = \mathbf{F}_{\Pi} \mathbf{x}_{\Pi}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}(t) + \xi_{\Pi}(t), \quad \mathbf{x}_{\Pi}(0) = \mathbf{x}_{\Pi 0}, \quad (1)$$

предназначенного для перехвата ЛА, движущегося по траектории

$$\dot{\mathbf{x}}_{Ц}(t) = \mathbf{F}_{Ц} \mathbf{x}_{Ц}(t) + \xi_{Ц}(t), \quad \mathbf{x}_{Ц}(0) = \mathbf{x}_{Ц 0}, \quad (2)$$

при наличии измерений

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{H} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{\Pi}^T(t) & \mathbf{x}_{Ц}^T(t) \end{bmatrix}^T + \xi_z(t), \quad (3)$$

сформировать закон управления

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{B}^T \left\{ \mathbf{Q} + 2 \left[\Delta \hat{\mathbf{x}}(t) \Delta \hat{\mathbf{x}}^T(t) \right] \mathbf{P} \right\} \Delta \hat{\mathbf{x}}(t), \quad (4)$$

оптимальный по минимуму функционала

$$I = M \left\{ \Delta \mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q} \Delta \mathbf{x}(t) + \Delta \mathbf{x}^T(t) \left[\Delta \mathbf{x}(t) \Delta \mathbf{x}^T(t) \mathbf{P} \right] \Delta \mathbf{x}(t) + \int_0^t \mathbf{u}^T(t) \mathbf{K} \mathbf{u}(t) dt \right\}. \quad (5)$$

В соотношениях (1)–(5) $\mathbf{x}_{\Pi}$ и $\mathbf{x}_{Ц}$ – n -мерные векторы; $\mathbf{F}_{\Pi}$ и $\mathbf{F}_{Ц}$ – динамические матрицы внутренних связей процессов (1) и (2); $\mathbf{B}$ – матрица эффективности r -мерного ($r \leq n$) вектора управления; $\mathbf{z}$ – m -мерный ($m \leq 2n$) вектор; ξ_{Π} , $\xi_{Ц}$ и ξ_z – центрированные гауссовские шумы возмущений; $\mathbf{H}$ – матрица связи измерений и состояния; $\mathbf{Q}$ – матрица штрафов за величину ошибок управления;

$$\Delta \mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_{Ц}(t) - \mathbf{x}_{\Pi}(t), \quad \Delta \hat{\mathbf{x}}(t) = \hat{\mathbf{x}}_{Ц}(t) - \hat{\mathbf{x}}_{\Pi}(t); \quad (6)$$

$\hat{\mathbf{x}}_{\Pi}$, $\hat{\mathbf{x}}_{Ц}$ – оптимальные оценки процессов (1) и (2); $\mathbf{P}$ – весовая матрица биквадратной составляющей функционала; $\mathbf{K}$ – матрица штрафов за величину сигналов управления; $M\{\cdot\}$ – знак операции математического ожидания при условии, что есть измерения; T – знак транспонирования.

Далее для упрощения записей будет опущена зависимость векторов и матриц от времени t .

Анализ (4) позволяет сделать следующие выводы:

1. Для формирования закона управления не требуется знания времени наведения и решения двухточечной краевой задачи, необходимого при использовании классических вариантов СТОУ;

2. Сигнал управления содержит два слагаемых: первое –

$$\mathbf{K}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{Q} \Delta \hat{\mathbf{x}}(t), \quad (7)$$

его линейная часть, которая предопределяет высокую чувствительность (4) к малым ошибкам; второе –

$$2 \mathbf{K}^{-1} \mathbf{B}^T \left[\Delta \hat{\mathbf{x}}(t) \Delta \hat{\mathbf{x}}^T(t) \right] \mathbf{P} \Delta \hat{\mathbf{x}}(t), \quad (8)$$

определяет кубическую часть, которая характеризует способность (4) обеспечивать увод от опасных границ при больших ошибках.

При этом в (8) наряду со слагаемыми, пропорциональными Δx_i^3 , содержатся и комбинационные составляющие, пропорциональные мультипликативным составляющим $\Delta x_i^2 \Delta x_j$ ($j \neq i$).

3. Закон формирования управления (4) сам по себе обеспечивает широкое поле условий применения, поскольку инвариантен к моделям (1) и (2). Поле условий применения (4) ограничивается только возможностями систем сопровождения по формированию оценок $\hat{x}_п$ и $\hat{x}_ц$.

4. Использование нестационарных вариантов матриц $\mathbf{Q}$, $\mathbf{B}$ и $\mathbf{K}$ как функций дальности и скорости обеспечивает формирование нестационарного закона наведения (4) с перераспределением приоритетов управления на заданных удалениях от цели [3].

5. Учет в моделях (1), (2) различного рода реальных и виртуальных возмущений в виде дополнительных слагаемых [2] позволяет получить большое число модификаций законов управления, компенсирующих их влияние, как частных случаев общего решения (4).

При этом, манипулируя в (5) составом матрицы $\mathbf{P}$, можно получить законы управления (4) различной сложности, в разной степени удовлетворяющие предъявленным требованиям.

Далее на конкретном примере будет рассмотрен вариант синтеза закона управления (4) при работе по летательному аппарату, маневрирующему по сложному закону со сменой знака производных скорости и угловых координат.

4. СИНТЕЗ ЗАКОНА УПРАВЛЕНИЯ, ОПТИМАЛЬНОГО ПО МИНИМУМУ КВАДРАТИЧНО-БИКВАДРАТНОГО ФУНКЦИОНАЛА КАЧЕСТВА

Ниже в качестве иллюстрации возможностей способа оптимизации, приведенного в разд. 3, будет рассмотрен упрощенный вариант синтеза, использованного в [3].

В математическом плане постановка задачи формулируется следующим образом.

Для перехватчика, определяемого в одной плоскости упрощенной моделью [3]

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_п &= \omega_п, & \varphi_п(0) &= \varphi_{п0}; \\ \dot{\omega}_п &= -\frac{1}{T_п} \omega_п + \frac{b}{T_п} j_п + \xi_{\omega_п}, & \omega_п(0) &= \omega_{п0}, \end{aligned} \quad (9)$$

предназначенного для перехвата интенсивно маневрирующего ЛА, движущегося в соответствии с моделью

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_ц &= \omega_ц, & \varphi_ц(0) &= \varphi_{ц0}; \\ \dot{\omega}_ц &= -\frac{2\dot{D}}{D} \omega_ц + \frac{1}{D} (j_ц - j_п) + \xi_{\omega_ц}, & \omega_ц(0) &= \omega_{ц0}, \end{aligned} \quad (10)$$

необходимо сформировать сигнал управления $j_п$, оптимальный по минимуму функционала

$$I = M \left\{ \begin{bmatrix} \Delta\varphi \\ \Delta\omega \end{bmatrix}^T \left\{ \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12}/\dot{D} \\ q_{21}/\dot{D} & q_{22}/D \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta\varphi^2 & \Delta\varphi\Delta\omega \\ \Delta\varphi\Delta\omega & \Delta\omega^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} \Delta\varphi \\ \Delta\omega \end{bmatrix} + \int_0^t j_п^2 K_п dt \right\}, \quad (11)$$

где $\varphi_п$ и $\varphi_ц$ — угол направления полета перехватчика и угол визирования перехватываемого ЛА; $\omega_п$ и $\omega_ц$ — угловые скорости изменения углов $\varphi_п$ и $\varphi_ц$; $T_п$ — постоянная времени перехватчика, характеризующая его инерционность; b — коэффициент передачи сигнала управления; D и $\dot{D}$ — дальность до цели и ее производная; $j_п$ и $j_ц$ — поперечные ускорения перехватчика и цели; $\xi_{\omega_п}$ и $\xi_{\omega_ц}$ — центрированные гауссовские шумы состояния.

Геометрия взаимного расположения цели $O_ц$ и перехватчика $O_п$ показана на рис. 1.

Поставив в соответствие (9), (10) с (1), (2), и (11) с (5), получим

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_п &= \begin{bmatrix} \varphi_п \\ \omega_п \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_ц = \begin{bmatrix} \varphi_ц \\ \omega_ц \end{bmatrix}, \quad \Delta\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \Delta\varphi \\ \Delta\omega \end{bmatrix}, \\ \mathbf{Q} &= \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12}/\dot{D} \\ q_{21}/\dot{D} & q_{22}/D \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u} = j_п, \quad \mathbf{K} = K_п, \quad (12) \\ \Delta\mathbf{x}\Delta\mathbf{x}^T &= \begin{bmatrix} \Delta\varphi^2 & \Delta\varphi\Delta\omega \\ \Delta\varphi\Delta\omega & \Delta\omega^2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix}; \end{aligned}$$

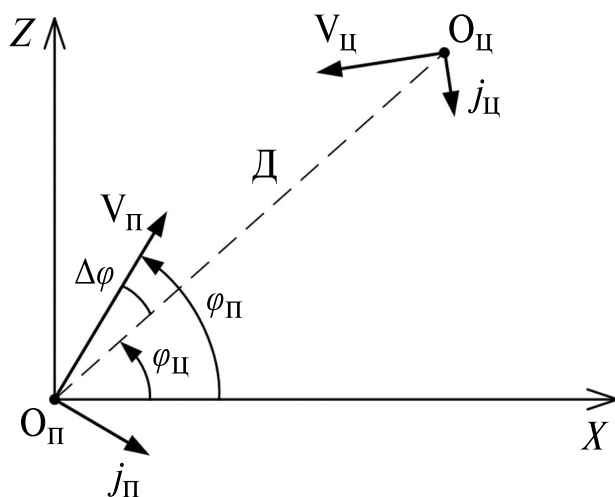


Рис. 1. Геометрия взаимного расположения цели $O_ц$ и перехватчика $O_п$; $\mathbf{V}_п$ и $\mathbf{V}_ц$ — векторы их скоростей.

$$\Delta\varphi = \varphi_{\text{ц}} - \varphi_{\text{п}}, \Delta\omega = \omega_{\text{ц}} - \omega_{\text{п}}. \quad (13)$$

Используя (12), (13) в (4), находим

$$j_{\text{п}} = \frac{bq_{21}}{K_{\text{п}}T_{\text{п}}\hat{D}}\Delta\hat{\varphi} + \frac{bq_{22}}{K_{\text{п}}T_{\text{п}}\hat{D}}\Delta\hat{\omega} + \frac{bp_{11}}{K_{\text{п}}T_{\text{п}}}\Delta\hat{\varphi}^2\Delta\hat{\omega} + \frac{2bp_{21}}{K_{\text{п}}T_{\text{п}}}\Delta\hat{\varphi}\Delta\hat{\omega}^2 + \frac{bp_{22}}{K_{\text{п}}T_{\text{п}}}\Delta\hat{\omega}^3. \quad (14)$$

Анализ (14) позволяет сформулировать следующие выводы.

1. Закон управления характеризует многоконтурную систему с обратными связями только по углу и угловой скорости, что достаточно просто реализуется на практике.

2. Для информационного обеспечения (14) не требуются знания высоких производных угловых координат, достаточно иметь только оценки углов $\hat{\varphi}_{\text{п}}$, $\hat{\varphi}_{\text{ц}}$ (или $\Delta\hat{\varphi}$) и угловых скоростей $\hat{\omega}_{\text{п}}$, $\hat{\omega}_{\text{ц}}$, что достаточно просто обеспечивается на практике.

3. В состав сигнала управления входят линейная часть (7) (первые два слагаемых), которая и определяет в основном траекторию перехватчика, и нелинейная часть в виде совокупности третьего, четвертого и пятого слагаемых, которые являются сигналами коррекции, улучшающими динамические свойства носителя. При этом влияние этих корректирующих сигналов зависит от текущего соотношения ошибок управления $\Delta\hat{\varphi}^2\Delta\hat{\omega}$, $\Delta\hat{\varphi}\Delta\hat{\omega}^2$, $\Delta\hat{\omega}^3$.

При малых ошибках $\Delta\hat{\varphi}$, $\Delta\hat{\omega}$ эти слагаемые практически не влияют на точность наведения. Однако при увеличении ошибок они оказывают все возрастающее влияние на сигнал управления, а соответственно, и траекторию полета перехватчика, обеспечивая его ускоренный уход от опасных границ.

4. Нестационарный характер полученного закона определяется зависимостью коэффициентов передачи $\Delta\hat{\varphi}$ и $\Delta\hat{\omega}$ от дальности, скорости и квадратов ошибок сопровождения $\Delta\hat{\omega}^2$ и $\Delta\hat{\varphi}^2$. На больших расстояниях до цели, когда $\Delta\omega \rightarrow 0$, управляющий сигнал определяется ошибкой управления по углу, устраняя начальные ошибки управления по направлению. Затем, по мере уменьшения дальности и увеличения угловых скоростей возрастает роль слагаемых, содержащих $\Delta\hat{\omega}$, чем обеспечивается минимизация угловой скорости линии визирования $\omega_{\text{ц}}$ и, соответственно, текущего и конечного промахов [4]

$$h \approx \frac{D^2\omega_{\text{ц}}}{|\dot{D}|}. \quad (15)$$

5. Спецификой (14) является то обстоятельство, что наведение осуществляется не в упрежденную точку встречи, а непосредственно на сопровождаемый ЛА (13), что обеспечивает устойчивость траекторного управления, при его маневре со сменой знака угловых координат и их производных.

Результаты исследований аналога (14), приведенные в [3], свидетельствуют о его способности устойчиво устранять не только ошибки управления по углу, но и линейные промахи в допустимом диапазоне значений поперечных ускорений носителя.

Таким образом, полученный закон траекторного управления не накладывает ограничений на возможность его реализации ни по динамическим свойствам носителя, ни по информационному обеспечению, и удовлетворяет всем требованиям, изложенным в разд. 2.

5. АНАЛИЗ СПОСОБОВ ОПТИМАЛЬНОГО ИНФОРМАЦИОННОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Результаты синтеза закона управления позволяют определить состав оценок координат относительного и абсолютного движения летательных аппаратов, необходимых для его реализации. При этом, используя аппарат оценки чувствительности закона управления к различным координатам состояния [4] на основе требований к конечному результату применения РЭСУ (например, промаху), можно обосновать требования к точности оценивания координат состояния во всем поле условий применения. Примеры использования методики оценки чувствительности для различных законов управления приведены в [11].

В общем случае практически во всех известных законах траекторного управления [4, 11] в качестве информационного обеспечения используется набор оценок дальности, углов и их производных. При этом проведенные исследования [11] показали, что ошибки формирования оценок угловых координат влияют на точность управления на порядок и более сильнее, чем ошибки дальномерного канала.

При выборе способа оптимизации информационного обеспечения необходимо учитывать следующие особенности функционирования РЭСУ.

1. В силу сложности и непредсказуемости маневров ВСЛА практически невозможно сформировать модели состояния, адекватно отражающие их траектории. Отсюда следуют два возможных способа оптимизации процедур оценивания.

Первый основан на использовании различных приемов адаптации алгоритмов фильтрации [13, 14]. Второй, основанный на использовании многоканальных структур на базе совокупности нескольких моделей состояния, в той или иной степени отражающих возможные маневры ВСЛА, характерен для систем управления со случайной скачкообразной структурой [15].

2. В наиболее эффективных комплексных системах автоматического сопровождения [16] для формирования требуемых оценок используются первичные измерители различной физической природы с разновременным поступлением измерений в алгоритмы фильтрации. Однако наиболее

известные алгоритмы калмановской фильтрации требуют одновременного прихода измерений [4, 14]. В связи с этим приходится применять специальные меры по обеспечению одновременности поступления измерений, которые связаны с потерей части измерений и необходимостью их численного прогноза на требуемые моменты времени, что приводит к значительному возрастанию ошибок оценивания.

Более целесообразным является использование варианта аналого-дискретной фильтрации по разновременно приходящим измерениям [3].

3. При использовании режимов многоцелевого сопровождения [17] измерения приходят с достаточно большим и изменяющимся во времени интервалом, соответственно, оценки формируются с таким же интервалом, в то время как сигналы управления должны формироваться непрерывно. Выходом из этого затруднения может служить использование варианта аналого-дискретной фильтрации [2, 14].

4. При использовании в комплексных системах оценивания в качестве первичных измерителей инерционных по своей природе систем автоматического сопровождения нарушается требование их безынерционности, постулированное алгоритмами калмановской фильтрации. В связи с этим необходимо использовать алгоритмы оценивания с компенсацией этой инерционности [14].

5. При использовании традиционных способов оптимизации законов управления удастся сформировать законы управления, содержащие производные угловой скорости линии визирования [3]. Однако формирование нерасходящихся оценок этих производных по измерениям только углов является достаточно сложной задачей. Наиболее простой выход из этой ситуации — использовать многоступенчатую фильтрацию [14]. В рамках этого подхода по результатам измерений углов в первой ступени устойчиво формируются оценки углов и угловой скорости, которые в качестве измерений поступают в следующую ступень фильтрации, где устойчиво формируются оценки углов, угловой скорости и ее первой производной, которые в качестве измерений поступают в следующую ступень и т.д. [2], вплоть до получения оценок нужной производной.

Следует, однако, подчеркнуть, что, обеспечивая устойчивое формирование оценок производных угловой скорости линии визирования, этот прием приводит к увеличению инерционности фильтра в целом и, соответственно, к возрастанию динамических ошибок при сопровождении интенсивно маневрирующих целей.

6. Определенное значение для выбора способа оптимизации информационного обеспечения имеет тип используемой антенной системы: с механическим приводом или активной фазированной антенной решетки (АФАР). Каждый из этих типов имеет свои достоинства и недостатки. Однако необходимо

подчеркнуть, что использование АФАР на конечном участке наведения приводит к возрастанию уровня угловых шумов за счет наложения на блуждания фазового центра отражения, присущего любой цели, еще случайных ошибок формирования направлений излучения и приема за счет нестабильностей формирования амплитудно-фазового распределения в поле раскрытия антенны [18].

Обобщив рассмотренные выше особенности РЭСУ на этапе разработки средств информационного обеспечения систем перехвата ВСЛА, целесообразно рекомендовать использование в качестве основного аппарата оптимизации адаптивную аналого-дискретную фильтрацию [2, 14], в первую очередь уделяя внимание устойчивости и точности оценивания угловых координат.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изложенный выше материал позволяет сделать следующие выводы.

1. Анализ особенностей развития военно-технического противоборства предопределяет необходимость разработки РЭСУ нового поколения, более полно удовлетворяющих новым требованиям.

2. При создании РЭСУ нового поколения целесообразно использовать подход «сверху-вниз», предопределяющий на первом этапе разработку законов управления, определяющих состав и точность оценок необходимых координат состояния в рамках вторичной обработки сигналов в РЛС.

В свою очередь, перечень оценок используемых координат состояния предопределяет состав и точность первичных измерений и т.д.

3. Существенную роль в обеспечении необходимых показателей совершенства разрабатываемой РЭСУ играет аппарат оптимизации, который для упрощения его использования разбивается на несколько способов, обеспечивающих оптимизацию отдельных этапов.

4. Выбранная методика разработки РЭСУ «сверху-вниз» проиллюстрирована примером качественного анализа по выбору аппарата оптимизации в приложении к системам перехвата ВСЛА.

5. Проведенный анализ различных способов оптимизации законов траекторного управления показал, что в приложении к системам перехвата ВСЛА наиболее совершенной является оптимизация по минимуму квадратично-биквадратных функционалов качества.

6. Проведенный анализ показал, что наиболее широкими возможностями по разработке алгоритмов оценивания координат состояния, используемых в полученном законе управления, обладает аппарат адаптивной аналого-дискретной фильтрации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Авиационные системы радиоуправления / Под ред. В.С. Вербы, В.И. Меркулова. М.: Радиотехника, 2014.
2. Меркулов В.И., Верба В.С. Синтез и анализ авиационных радиоэлектронных систем управления. Кн. 1. Теоретические основы построения и разработки. М.: Радиотехника, 2023.
3. Меркулов В.И., Верба В.С. Синтез и анализ авиационных радиоэлектронных систем управления. Кн. 2. Оптимизация методов самонаведения и их информационного обеспечения. М.: Радиотехника, 2023.
4. Авиационные системы радиоуправления. Учебник для военных и гражданских вузов / Под ред. В.И. Меркулова. М.: изд. ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, 2008.
5. Верба В.С., Меркулов В.И., Закомолдин Д.В. // Успехи совр. радиоэлектроники. 2024. Т. 78. № 3. С. 5.
6. Верба В.С., Меркулов В.И., Закомолдин Д.В., Лихачев В.П. // Успехи совр. радиоэлектроники. 2024. Т. 78. № 4. С. 5.
7. Ярлыков М.С., Богачев А.С., Меркулов В.И., Дрогалин В.В. Радиоэлектронные комплексы навигации, прицеливания и управления вооружением летательных аппаратов. Т. 1. Теоретические основы / Под ред. М.С. Ярлыкова. М.: Радиотехника, 2012.
8. Ярлыков М.С., Богачев А.С., Меркулов В.И., Дрогалин В.В. Радиоэлектронные комплексы навигации, прицеливания и управления вооружением летательных аппаратов. Т. 2. Применение авиационных радиоэлектронных комплексов при решении боевых и навигационных задач / Под ред. М.С. Ярлыкова. М.: Радиотехника, 2012.
9. Защита радиолокационных систем от помех. Состояние и тенденции развития / Под ред. А.И. Канащенкова и В.И. Меркулова. М.: Радиотехника, 2003.
10. Верба В.С., Меркулов В.И., Руденко Е.А. // Изв. РАН. Сер. Теория и системы управления. 2021. № 1. С. 24.
11. Меркулов В.И., Дрогалин В.В., Канащенков А.И. и др. Авиационные системы радиоуправления. Т. 2. Радиоэлектронные системы самонаведения / Под ред. А.И. Канащенкова и В.И. Меркулова. М.: Радиотехника, 2003.
12. Авиация ПВО России и научно-технический прогресс. Боевые комплексы и системы вчера, сегодня, завтра / Под ред. Е.А. Федосова. М.: Дрова, 2005.
13. Меркулов В.И., Канащенков А.И., Перов А.И. и др. Оценивание дальности и скорости в радиолокационных системах. Ч.1 / Под ред. А.И. Канащенкова и В.И. Меркулова. М.: Радиотехника, 2004.
14. Меркулов В.И., Верба В.С., Ильчук А.Р. Автоматическое сопровождение целей в РЛС интегрированных авиационных комплексов. Т. 1. Теоретические основы. РЛС в составе интегрированного авиационного комплекса / Под ред. В.С. Вербы. М.: Радиотехника, 2018.
15. Бухалев В.А. Распознавание, оценивание и управление в системах со случайной скачкообразной структурой. М.: Физматлит, 1996.
16. Меркулов В.И., Верба В.С., Ильчук А.Р., Колтышев Е.Е. Автоматическое сопровождение целей в РЛС интегрированных авиационных комплексов. Т. 2. Сопровождение одиночных целей / Под ред. В.С. Вербы. М.: Радиотехника, 2018.
17. Меркулов В.И., Верба В.С., Ильчук А.Р., Кирсанов А.П. Автоматическое сопровождение целей в РЛС интегрированных авиационных комплексов. Т.3. Многоцелевое сопровождение / Под ред. В.С. Вербы. М.: Радиотехника, 2018.
18. Меркулов В.И., Ильчук А.Р. // Вестник ВКО. 2022. Вып. 2. С. 62.

AVIATION RADIO-ELECTRONIC CONTROL SYSTEMS. A CONCEPTUAL APPROACH TO OPTIMIZATION

V. I. Merkulov

JSC Vega Radio Engineering Corporation,
Kutuzovsky avenue, 34, Moscow, 121170 Russia
E-mail: mvipost41@gmail.com

Received June 18, 2024, revised June 18, 2024, accepted June 23, 2024

Based on the analysis of the features of military-technical confrontation, the requirements for ways to optimize the control laws and their information support in the application to electronic interception systems of aircraft are formulated. Based on the results of the analysis of the features of the functioning of radio-electronic control systems of this type, recommendations are given on the choice of a mathematical apparatus for synthesizing the laws of trajectory control that are optimal for minimizing the quadratic-biquadrate quality functional using an adaptive analog-discrete filtering option for information support.

Keywords: aviation radio-electronic control systems, law of trajectory control, information support, quadratic-biquadrate quality functional, adaptive analog-discrete filtering

УДК 629.7.052;623.746.3

СИНТЕЗ АЛГОРИТМА КОМПЛЕКСНОГО СОПРОВОЖДЕНИЯ-РАСПОЗНАВАНИЯ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ЦЕЛЕЙ

© 2024 г. А. В. Аврамов^{а,*}, В. Ю. Шишкин^б

^аВоенно-воздушная академия имени профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина,
ул. Старых Большевиков, 54а, Воронеж, 394064 Российская Федерация

^бМосковский физико-технический институт (Национальный исследовательский университет),
Институтский пер., 9, Долгопрудный Московской обл., 141701 Российская Федерация

*E-mail: andry_a@inbox.ru

Поступила в редакцию 04.06.2024 г.

После доработки 04.06.2024 г.

Принята к публикации 15.06.2024 г.

Показано, что решение задачи обеспечения устойчивого и высокоточного сопровождения аэродинамических целей различных классов может быть получено путем синтеза алгоритма комплексного их сопровождения и распознавания, учитывающего их характерные признаки по результатам наблюдения разнородными источниками информации. Разработана совокупность взаимосвязанных алгоритмов, включающих алгоритм комплексной адаптивной фильтрации фазовых координат наблюдаемой цели, условный относительно ее динамических и сигнальных признаков, полученных по результатам наблюдений совокупности источников; алгоритм распознавания класса наблюдаемой цели по результатам оценки значений ее динамических и сигнальных признаков, а также условий оценки фазовых координат.

Ключевые слова: сопровождение, распознавание, комплексная адаптивная фильтрация, динамические признаки, сигнальные признаки, комплекс бортового оборудования, многодатчиковая среда, аэродинамические цели

DOI: 10.31857/S0033849424080061, EDN: HOMIGI

ВВЕДЕНИЕ

Эффективность применения воздушных судов (ВС) во многом определяется степенью информационной осведомленности экипажа, формируемой источниками информации из состава комплекса бортового оборудования (КБО) воздушного судна (ВС) об объектах окружающего пространства, их пространственном положении и характеристиках принадлежности к определенному классу (типу) [1]. В качестве таких объектов могут рассматриваться пилотируемые и беспилотные летательные аппараты (БПЛА), ракеты, аэростаты, метеозонды и многие другие аэродинамические объекты, обладающие различающимися динамическими и маневренными способностями. Многообразие классов (типов) аэродинамических целей приводит к возникновению проблемы устойчивого и точного их сопровождения, проявляющейся в срывах их сопровождения или больших ошибках фильтрации координат и параметров движения. Использование для сопровождения целей отдельных обособленных источников информации не обеспечивает достижение заданных требований.

Цель данной работы – описание синтеза алгоритма комплексного сопровождения и распознавания наблюдаемой цели на основе адаптивной фильтрации координат, а также параметров ее движения с учетом результатов распознавания ее класса по характерным признакам на основе наблюдений совокупности разнородных источников информации на борту воздушного судна, обеспечивающего ее устойчивое и высокоточное сопровождение.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ИСХОДНЫЕ УСЛОВИЯ

Пусть в некоторой области пространства может находиться N целей, пространственное положение и перемещение которых в соответствующей системе координат в дискретный t_v -й момент времени определяются значениями некоторого набора параметров (фазовых координат), объединенных в вектор состояния вида $\mathbf{x}_{i,v} = \mathbf{x}_i(t_v)$, где i - индекс цели, $i = 1, N$.

Описание динамических свойств воздушных целей, как правило, осуществляется на основе кинематических моделей их пространственного

движения, представляемых марковскими процессами в дискретные моменты времени, в виде [2, 3]

$$\mathbf{x}_{i,v}(\alpha) = \Phi(t_v, t_{v-1}, \alpha) \mathbf{x}_{i,v-1}(\alpha) + \mathbf{n}_{x,v}(\alpha), \quad (1)$$

где $\mathbf{x}_{i,v}(\alpha)$ – вектор состояния, описывающий для i -й цели в дискретный момент времени t_v текущие значения ее координат пространственного положения, составляющих скорости и ускорения; α – вектор параметров, описывающий интенсивность изменения фазовых координат i -й цели; $\Phi(t_v, t_{v-1}, \alpha)$ – фундаментальная матрица, описывающая динамические свойства i -й цели; $\mathbf{n}_{x,v}(\alpha)$ – вектор гауссовских случайных величин, описывающий флуктуации параметров вектора состояния во времени, с заданными статистическими характеристиками в виде математического ожидания и корреляционной матрицы шумов соответственно

$$M\{\mathbf{n}_{x,v}(\alpha)\} = 0,$$

$$M\{\mathbf{n}_{x,v}(\alpha) \mathbf{n}_{x,v-1}(\alpha)^T\} = \Psi_v(\alpha),$$

где символ « T » – операция транспонирования вектора.

Интенсивность изменения фазовых координат α зависит от летно-технических характеристик и динамических свойств аэродинамических целей соответствующих классов [4], и, следовательно, выражение (1) описывает динамику изменения параметров вектора состояния $\mathbf{x}_{i,v}(\alpha) = \mathbf{x}_i(t_v, \alpha)$ аэродинамической цели с учетом свойств ее класса.

Для оценки координат и характеристик пространственного перемещения целей на борту ВС может быть использована совокупность наблюдений разнородных источников информации, формирующая многодатчиковую информационную среду из K независимых источников [5]. В качестве таких источников в составе многодатчиковой среды могут рассматриваться бортовая радиолокационная система, оптико-электронная система, станция радиотехнической разведки и т.д. Результаты наблюдений таких систем в некоторый момент времени t_v представляют реализацию случайных величин в виде векторов

$$\xi_k(t_v) = \xi_{k,v}, \quad k = \overline{1, K}.$$

Совокупность наблюдений выбранных источников представляется в виде массива наблюдений

$$\{\xi_k(t_v), k = \overline{1, K}\} = \{\xi_{k,v}\}.$$

Способность разнородных источников определять амплитудные, поляризационные, спектральные характеристики отраженных сигналов обеспечивает выделение сигнальных признаков $\mu(t_v) = \mu_v$ наблюдаемой цели.

Совместное применение сигнальных μ_v и динамических α_v признаков является перспективным направлением развития систем распознавания [4, 6], поскольку создает избыточность информации о цели, что позволяет наиболее полно описать его класс. Совокупность значений динамических α_v и сигнальных $\{\mu_{k,v}, k = \overline{1, K}\}$ признаков представляется в виде многомерного вектора

$$\beta_v = [\alpha_v \ \{\mu_k\}_v]^T = [\alpha_v \ \mu_{1,v} \ \mu_{2,v} \ \dots \ \mu_{K,v}]^T,$$

с помощью которого описывается уникальный портрет цели. Несовместные комбинации значений признаков β_v позволяют разделить все признаковое пространство на q -е количество групп $\{\beta_{q,v}, q = \overline{1, Q}\}$, описывающих определенные классы целей с похожими свойствами. Методика разбиения признаков на классы описана в [7]. Полученные классы целей можно условно обозначить дискретными признаками $\omega_q = 1, 0$, $q = \overline{1, Q}$. Совокупность всех классов ω_q целей формирует алфавит $\Omega = \{\omega_q\}$ объемом Q , $q = \overline{1, Q}$, для которых справедливо условие нормировки

$$\sum_{q=1}^Q P(\omega_q) = 1,$$

где $P(*)$ – вероятность появления q -го класса ω_q целей. Значение признака классов ω_q цели во времени не меняется и удовлетворяет условию

$$\omega_q = \omega_q(t_v) = \omega_q(t_{v-1}). \quad (2)$$

В обобщенном виде наблюдения источников информации с учетом координат целей и их признаков можно записать как

$$\xi_k(t_v) = S_{q,k}(t_v, \mathbf{x}_{i,v}(\alpha_v), \mu_{k,v}) + \mathbf{n}_{\xi,k}(t_v). \quad (3)$$

Здесь $S_{q,k}(t_v, \mathbf{x}_{i,v}(\alpha_v), \mu_{k,v})$ – в общем случае нелинейная вектор-функция истинных параметров сигнала от цели q -го класса, принимаемого k -м источником; $\mathbf{x}_{i,v}$ – вектор фазовых координат наблюдаемой i -й цели из совокупности целей N , $i = \overline{1, N}$, находящихся в некоторой области пространства; $\mu_k(t_v) = \mu_{k,v}$ – вектор значений сигнальных признаков цели в k -м источнике; $\mathbf{n}_{\xi,k}(t_v)$ – вектор гауссовских случайных величин, характеризующий ошибки k -го источника информации с известными статистическими характеристиками в виде математического описания и корреляционной матрицы ошибок измерений соответственно

$$M\{\mathbf{n}_{\xi,k}(t_v)\} = 0,$$

$$M\{\mathbf{n}_{\xi,k}(t_v) \mathbf{n}_{\xi,k}(t_{v-1})^T\} = \mathbf{D}_{\xi,k}(t_v).$$

Таким образом, задача синтеза алгоритма комплексного сопровождения и распознавания аэродинамических целей заключается в разработке процедур формирования наилучшей оценки $\hat{\mathbf{x}}_{i,v}$ параметров вектора фазовых координат наблюдаемой цели с учетом оценки признака $\hat{\omega}_{q,v}$ ее класса (распознавания) по совокупности наблюдений $\left\{ \xi_k(t_0^v), k = \overline{1, K} \right\}$ источников информации. При этом в процессе наблюдения за целью необходимо, чтобы оценка ее координат $\hat{\mathbf{x}}_{i,v}$ и признака $\hat{\omega}_{q,v}$ ее класса осуществлялась совместно с учетом динамики их изменения в масштабе времени, близком к реальному. По существу, это означает, что необходимо найти такие функции результатов наблюдений $f\left(\left\{ \xi_k(t_0^v) \right\}\right)$ на интервале времени $t_0^v = [t_0, t_v]$, значения которых можно принять за соответствующие оптимальные оценки

$$\hat{\mathbf{x}}_{i,v} = f_x\left(\left\{ \xi_k(t_0^v) \right\}_i\right)$$

и

$$\hat{\omega}_{q,v} = f_\omega\left(\left\{ \xi_k(t_0^v) \right\}_i, \hat{\mathbf{x}}_{i,v}, \alpha_q, \{\mu_{q,k}\}\right).$$

2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ СИНТЕЗА

Комплексное сопровождение и распознавание класса цели осуществляется на основе совместной фильтрации параметров вектора $\hat{\mathbf{x}}_{i,v}$ и дискретного признака $\omega_{q,v}$ по информации совокупности источников. Для оптимизации решения данной задачи применены подходы байесовской теории принятия решений, обеспечивающие минимизацию потерь от возможных ошибок принятия неправильных решений [2, 3]. Для этого введен

совместный функционал потерь $g_v(\mathbf{x}_v, \hat{\mathbf{x}}_v, \omega_v, \hat{\omega}_v)$ по совокупности формируемых решений о характеристиках движения объекта и признаке его класса в виде

$$\begin{aligned} g_v(\mathbf{x}_{j,v}, \hat{\mathbf{x}}_{i,v}, \omega_{q,v}, \hat{\omega}_{r,v}) &= \\ &= g_v(\mathbf{x}_{j,v}, \hat{\mathbf{x}}_{i,v}) + g_v(\omega_{q,v}, \hat{\omega}_{r,v}). \end{aligned} \quad (4)$$

Слагаемыми данного функционала являются:

$$\begin{aligned} g_v(\mathbf{x}_{j,v}, \hat{\mathbf{x}}_{i,v}) &= g_v\left(\mathbf{x}_{j,v}, f_x\left(\left\{ \xi_k(t_0^v) \right\}_i\right)\right) = \\ &= [\mathbf{x}_{j,v} - \hat{\mathbf{x}}_{i,v}]^T \mathbf{C}_x [\mathbf{x}_{j,v} - \hat{\mathbf{x}}_{i,v}] \end{aligned} \quad (5)$$

– квадратичная функция потерь значений вектора фазовых координат, где $\mathbf{C}_x$ – размерная матрица коэффициентов штрафов соответствующих показателей;

$$g_v(\omega_{q,v}, \hat{\omega}_{r,v}) = 1 - \delta(\omega_{q,v}, \hat{\omega}_{r,v}) = 1 - \delta(q, r) \quad (6)$$

– простая функция потерь значений признака класса цели, где $\delta(q, r)$ – символ Кронекера, принимающий значения

$$\delta(q, r) = \begin{cases} 1, & \text{при } q = r, \\ 0, & \text{при } q \neq r. \end{cases}$$

В результате оптимальные байесовские оценки параметров вектора фазовых координат $\hat{\mathbf{x}}_{i,v}$ и дискретного параметра $\hat{\omega}_{r,v}$ по совокупности наблюдений формируются на основе минимизации апостериорного риска как

$$\hat{\mathbf{x}}_{i,v}^\omega = \arg \min \left(\gamma\left(t_v, \hat{\mathbf{x}}_{i,v}, \hat{\omega}_{r,v} \mid \left\{ \xi_k(t_0^v) \right\}\right) \right), \quad (7)$$

где

$$\gamma\left(t_v, \hat{\mathbf{x}}_{i,v}, \hat{\omega}_{r,v} \mid \left\{ \xi_k(t_0^v) \right\}\right) = \sum_{j=1}^N \sum_{q=1}^Q g_v(\mathbf{x}_{j,v}, \hat{\mathbf{x}}_{i,v}, \omega_{q,v}, \hat{\omega}_{r,v}) P(\mathbf{x}_{j,v}, \omega_{q,v} \mid \left\{ \xi_k(t_0^v) \right\}), \quad (8)$$

– минимизируемый функционал апостериорного риска, $P(\mathbf{x}_{j,v}, \omega_{q,v} \mid \left\{ \xi_k(t_0^v) \right\})$ – совместная апостериорная вероятность вектора $\hat{\mathbf{x}}_{i,v}$ фазовых координат i -го объекта и дискретного параметра $\omega_{q,v}$ признака его класса по совокупности наблюдений на интервале времени $t_0^v = [t_0, t_v]$.

В совместной апостериорной вероятности $P(\mathbf{x}_{j,v}, \omega_{q,v} \mid \left\{ \xi_k(t_0^v) \right\})$ сосредоточена вся информация об оцениваемых параметрах. При этом определить вид такой совместной вероятности достаточно проблематично, поэтому на основании свойств согласованности вероятностей ее можно представить в виде произведения условных вероятностей как [3, 5]

$$\begin{aligned} P(\mathbf{x}_{j,v}, \omega_{q,v} \mid \left\{ \xi_k(t_0^v) \right\}) &= \\ &= P(\omega_{q,v} \mid \left\{ \xi_k(t_0^v) \right\}) P(\mathbf{x}_{j,v} \mid \left\{ \xi_k(t_0^v) \right\}, \omega_{q,v}). \end{aligned} \quad (9)$$

В результате минимизируемый функционал апостериорного риска (8) принимает вид

$$\begin{aligned} \gamma\left(t_v, \hat{\mathbf{x}}_{i,v}, \hat{\omega}_{r,v} \mid \left\{ \xi_k(t_0^v) \right\}\right) &= \\ &= \gamma\left(t_v, \hat{\omega}_{r,v} \mid \left\{ \xi_k(t_0^v) \right\}\right) + \\ &+ \sum_{q=1}^Q P(\omega_{q,v} \mid \left\{ \xi_k(t_0^v) \right\}) \gamma\left(t_v, \hat{\mathbf{x}}_{i,v} \mid \left\{ \xi_k(t_0^v) \right\}, \omega_{q,v}\right). \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь имеются следующие функции, обеспечивающие формирование оптимальных байесовских решений:

1) $\gamma(t_v, \hat{\omega}_{r,v} | \{\xi_k(t_0^v)\})$ – функция апостериорного риска формирования решения о признаке $\hat{\omega}_{r,v}$ класса наблюдаемой цели, вычисляемая как

$$\gamma(t_v, \hat{\omega}_{r,v} | \{\xi_k(t_0^v)\}) = \sum_{q=1}^Q [1 - \delta(q, r)] P(\omega_{q,v} | \{\xi_k(t_0^v)\}), \quad (11)$$

в соответствии с которой по максимуму апостериорной вероятности производится оценка признака $\omega_{q,v}$ по выражению

$$\hat{\omega}_{r,v} = \arg \min \left\{ \gamma(t_v, \hat{\omega}_{r,v} | \{\xi_k(t_0^v)\}) \right\} = \arg \max \left\{ P(\omega_{q,v} | \{\xi_k(t_0^v)\}) \right\}, \quad (12)$$

2) $\gamma(t_v, \hat{\mathbf{x}}_{i,v} | \{\xi_k(t_0^v)\}, \omega_{q,v})$ – функция условного апостериорного риска оценки фазовых координат наблюдаемой цели, вычисляемая как

$$\gamma(t_v, \hat{\mathbf{x}}_{i,v} | \{\xi_k(t_0^v)\}, \omega_{q,v}) = \sum_{j=1}^N \int_{x_j} [\mathbf{x}_v - \hat{\mathbf{x}}_{i,v}]^T \mathbf{C}_x [\mathbf{x}_v - \hat{\mathbf{x}}_{i,v}] p(\mathbf{x}_v | \{\xi_k(t_0^v)\}, \omega_{q,v}) d\mathbf{x}_v, \quad (13)$$

в соответствии с которой осуществляется условная комплексная фильтрация фазовых координат цели $\mathbf{x}_{j,v}$ как

$$\hat{\mathbf{x}}_{i,v}(\omega_{q,v}) = \arg \min \left\{ \gamma(t_v, \hat{\mathbf{x}}_{i,v} | \{\xi_k(t_0^v)\}, \omega_{q,v}) \right\} = \arg \min \left\{ \sum_{j=1}^N [\mathbf{x}_v - \hat{\mathbf{x}}_{i,v}]^T \mathbf{C}_x [\mathbf{x}_v - \hat{\mathbf{x}}_{i,v}] P(x_{j,v} | \{\xi_k(t_0^v)\}, \omega_{q,v}) d\mathbf{x}_v \right\}. \quad (14)$$

При этом апостериорная вероятность $P(\mathbf{x}_{j,v} | \{\xi_k(t_0^v)\}, \omega_{q,v})$ координат $\mathbf{x}_{j,v}$ j -й цели представляет собой интеграл плотности вероятностей $p(\mathbf{x}_v | \{\xi_k(t_0^v)\}, \omega_{q,v})$ непрерывных координат $\mathbf{x}_v$ по области их определения для j -й цели как

$$P(\mathbf{x}_{j,v} | \{\xi_k(t_0^v)\}, \omega_{q,v}) = \int_{\mathbf{x}_j} p(\mathbf{x}_v | \{\xi_k(t_0^v)\}, \omega_{q,v}) d\mathbf{x}_v.$$

Учет значений апостериорной вероятности признака $\omega_{q,v}$ позволяет сформировать комплексную средневзвешенную оценку фазовых координат $\mathbf{x}_{j,v}$ цели как

$$\hat{\mathbf{x}}_{i,v}^\omega = \sum_{q=1}^Q P(\omega_{q,v} | \{\xi_k(t_0^v)\}) \hat{\mathbf{x}}_{i,v}(\omega_{q,v}). \quad (15a)$$

Точность такой оценки характеризуется значениями результирующей корреляционной матрицы ошибок оценивания, имеющей вид

$$\mathbf{R}_{i,v}^\omega = \sum_{q=1}^Q P(\omega_{q,v} | \{\xi_k(t_0^v)\}) \left(\mathbf{R}_{i,v}(\omega_{q,v}) + [\hat{\mathbf{x}}_{i,v}^\omega - \hat{\mathbf{x}}_{i,v}(\omega_{q,v})][\hat{\mathbf{x}}_{i,v}^\omega - \hat{\mathbf{x}}_{i,v}(\omega_{q,v})]^T \right). \quad (15b)$$

Из выражений (12)–(15) видно, что решение оптимизационной задачи (7), (8), приводящее к сопровождению и распознаванию класса цели, осуществляется при многоканальной совместной оптимизации решений двух частных задач: 1) условной фильтрации фазовых координат $\hat{\mathbf{x}}_{i,v}(\omega_{q,v})$ наблюдаемой цели, обладающей характерными признаками $\omega_{q,v}$ класса; 2) оценки признака $\hat{\omega}_{r,v}$ распознавания класса.

3. АЛГОРИТМ КОМПЛЕКСНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ КООРДИНАТ ЦЕЛИ

Оптимальная комплексная фильтрация фазовых координат наблюдаемой цели осуществляется при условии заданного значения признака $\omega_{q,v}$ ее класса на основе минимизации значения условного апостериорного риска $\gamma(t_v, \hat{\mathbf{x}}_{i,v} | \{\xi_k(t_0^v)\}, \omega_{q,v})$ по вектору $\mathbf{x}_v$. Его минимальное значение определяется согласно выражению

$$\frac{d}{d\mathbf{x}^T} \gamma(t_v, \hat{\mathbf{x}}_{i,v} | \{\xi_k(t_0^v)\}, \omega_{q,v}) = \frac{d}{d\mathbf{x}^T} \left(\sum_{j=1}^N \int_{\mathbf{x}_j} [\mathbf{x}_v - \hat{\mathbf{x}}_{i,v}]^T \mathbf{C}_x [\mathbf{x}_v - \hat{\mathbf{x}}_{i,v}] p(\mathbf{x}_v | \{\xi_k(t_0^v)\}, \omega_{q,v}) d\mathbf{x}_v \right) = 0. \quad (16)$$

Решение данного уравнения при единичной матрице $\mathbf{C}_x = \mathbf{I}$ позволяет получить уравнение для оценки пространственных координат наблюдаемой цели при условии известного значения признака $\omega_{q,v}$ ее класса в виде

$$\hat{\mathbf{x}}_{i,v}(\omega_{q,v}) = \sum_{j=1}^N \int_{\mathbf{x}_j} \mathbf{x}_v p(\mathbf{x}_v | \{\xi_k(t_0^v)\}, \omega_{q,v}) d\mathbf{x}_v \quad (17)$$

и уравнение для корреляционной матрицы апостериорных дисперсий оценки пространственных координат цели в виде

$$\mathbf{R}_{i,v}(\omega_{q,v}) = \sum_{j=1}^N \int_{\mathbf{x}_j} [\mathbf{x}_v - \hat{\mathbf{x}}_{i,v}(\omega_{q,v})][\mathbf{x}_v - \hat{\mathbf{x}}_{i,v}(\omega_{q,v})]^T p(\mathbf{x}_v | \{\xi_k(t_0^v)\}, \omega_{q,v}) d\mathbf{x}_v. \quad (18)$$

Определение вида условной апостериорной плотности вероятности $p(\mathbf{x}_v | \{\xi_k(t_0^v)\}, \omega_{q,v})$ координат наблюдаемой цели соответствующего класса осуществляется на основе априорной модели поведения объекта (1) и уравнений наблюдений (3). Анализ данных уравнений показывает, что между вектором фазовых координат $\mathbf{x}_{i,v}$ цели и признаком $\omega_{q,v}$ ее класса не существует прямой зависимости. При этом существует зависимость модели поведения объекта (1) и уравнений наблюдений (3) от значений признаков α_v и $\{\mu_k\}_v$, а также определенная статистическая зависимость между признаками $\beta_v = [\alpha_v \ \{\mu_k\}_v]^T$ описания целей и признаками $\{\omega_{q,v}\}$ их классов [7].

В процессе наблюдения за целью априорные значения признаков вектора α_v и $\{\mu_k\}_v$ не всегда известны. Отсутствие знаний о значениях данных признаков в моделях (1) и (3) приводит к некорректному описанию динамики движения аэродинамических целей, обладающих различными маневренными способностями, и условий их наблюдения. Как следствие, это приводит к ухудшению характеристик точности сопровождения наблюдаемых целей [8]. Поэтому для оценки координат наблюдаемой цели необходимо учитывать условия изменения параметров вектора признаков $\beta_v = [\alpha_v \ \{\mu_k\}_v]^T$ цели, характеризующих ее класс.

Одним из направлений реализации данных условий является использование адаптивных алгоритмов [5, 8]. Статистический синтез алгоритма фильтрации пространственных координат наблюдаемой цели на основании характеристик апостериорной плотности вероятности $p(\mathbf{x}_v | \{\xi_k(t_0^v)\}, \omega_{q,v})$, используемой в уравнениях (17) и (18), с учетом значений признаков α_v и $\{\mu_k\}_v$ позволил получить следующие его выражения:

1) уравнение адаптивной комплексной фильтрации параметров вектора $\mathbf{x}_{j,v}(\omega_{q,v})$ цели в виде

$$\hat{\mathbf{x}}_{j,v}(\alpha_{q,v}) = \tilde{\mathbf{x}}_{j,v}(\alpha_{q,v}) + \sum_{k=1}^K \mathbf{K}_{k,v} [\xi_k(t_v) - \mathbf{S}_{q,k}(t_v, \tilde{\mathbf{x}}_{j,v}(\alpha_{q,v}), \mu_{q,k,v})]; \quad (19)$$

2) уравнение для матрицы апостериорных дисперсий ошибок адаптивной фильтрации фазовых координат цели с учетом ошибок оценки признаков $\hat{\alpha}_{q,v}$ и $\{\hat{\mu}_k\}_v$ в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{j,x,v}(\omega_{q,v}) = & \left[\tilde{\mathbf{R}}_{j,x,v}(\alpha_{q,v})^{-1} + \sum_{k=1}^K \mathbf{H}_{\xi,k}^T \left(\mathbf{V}_{\xi,k}(t_v) + \right. \right. \\ & \left. \left. + (\mathbf{H}_{\xi,k} \mathbf{H}_{\alpha}) \tilde{\mathbf{R}}_{\alpha,v} (\mathbf{H}_{\xi,k} \mathbf{H}_{\alpha})^T \right)^{-1} \mathbf{H}_{\xi,k} \right]^{-1}. \end{aligned} \quad (20)$$

В уравнениях (19) и (20) приведено: $\tilde{\mathbf{x}}_{j,v}(\alpha_{q,v})$ – экстраполированная условная оценка пространственных координат цели, вычисляемая согласно выражению

$$\tilde{\mathbf{x}}_{j,v}(\alpha_{q,v}) = \Phi(\alpha_{q,v-1}) \hat{\mathbf{x}}_{j,v-1}(\alpha_{q,v-1}); \quad (21)$$

$\tilde{\mathbf{R}}_{j,x,v}(\alpha_{q,v})$ – матрица экстраполированных дисперсий ошибок оценки фазовых координат цели, вычисляемая как

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{R}}_{j,x,v}(\alpha_{q,v-1}) = & \Phi(\alpha_{q,v-1}) \mathbf{R}_{j,x,v-1}(\alpha_{q,v-1}) \Phi(\alpha_{q,v-1})^T + \\ & + \Psi(\hat{\alpha}_{q,v-1}); \end{aligned} \quad (22)$$

$\hat{\alpha}_{q,v}$ – вектор оценок динамических признаков q -го класса цели; $\mu_{q,k,v}$ – вектор оценок сигнальных признаков q -го класса цели в k -м источнике информации; $\Psi(\alpha_{q,v-1})$ – корреляционная матрица шумов модели (1) с учетом оценки динамических признаков q -го класса цели; $K_{k,v}$ – коэффициент усиления невязки измерений k -го источника информации, вычисляемый согласно выражению

$$K_{k,v} = \tilde{R}_{j,x,v}(\alpha_{q,v})H_{\xi,k}^T \times \\ \times \left(V_{\xi,k}(t_v) + (H_{\xi,k}H_{\alpha})\tilde{R}_{\alpha,v}(H_{\xi,k}H_{\alpha})^T + \right. \\ \left. + H_{\xi,k}\tilde{R}_{j,x,v}(\hat{\alpha}_{q,v})H_{\xi,k}^T \right)^{-1}; \quad (23)$$

$V_{\xi,k}(t_v)$ – корреляционная матрица ошибок измерений, вычисляемая согласно выражению

$$V_{\xi,k}(t_v) = H_{\mu,k}\tilde{R}_{\mu,k}(t_v)H_{\mu,k}^T + D_{\xi,k}(t_v), \quad (24)$$

учитывающая ошибки измерений $D_{\xi,k}(t_v)$ k -го источника и ошибки экстраполяции оценок сигнальных признаков $\tilde{R}_{\mu,k}(t_v)$ в k -м источнике информации; $\tilde{R}_{\alpha}(t_v)$ – экстраполированная матрица дисперсий ошибок оценивания вектора $\alpha_{q,v-1}$; $H_{\mu,k}$, H_{α} и $H_{\xi,k}$ – матрицы линеаризации наблюдений, определяемые по выражениям

$$H_{\mu,k} = \frac{\partial S_{q,k}(t_v, x_v(\alpha_v), \tilde{\mu}_{q,k,v})}{\partial \mu^T}, \quad (25)$$

$$H_{\alpha} = \frac{\partial \hat{x}_{j,v}(\alpha_{q,v})}{\partial \alpha^T} \Big|_{\alpha^* = \hat{\alpha}_q} = \\ = \frac{\hat{x}_{j,v}(\alpha_v^* + \varepsilon_{\alpha}) - \hat{x}_{j,v}(\alpha_v^* - \varepsilon_{\alpha})}{2\varepsilon_{\alpha}} \Big|_{\alpha^* = \hat{\alpha}_q}, \quad (26)$$

$$H_{\xi,k} = \frac{\partial S_{q,k}(t_v, \hat{x}_v(\alpha_v), \tilde{\mu}_{q,k,v})}{\partial x^T}. \quad (27)$$

Таким образом, выражения (21)–(27) описывают алгоритм адаптивной комплексной фильтрации параметров вектора x_v наблюдаемой цели по совокупности наблюдений источников информации с учетом результатов оценки значений характерных динамических α_v и сигнальных $\{\mu_k\}_v$ признаков $\omega_{q,v}$ ее класса. Реализация данного алгоритма опирается на результаты оценки сигнальных $\{\mu_k\}_v$ и динамических α_v признаков класса наблюдаемой цели.

Информация о сигнальных признаках, используемых в уравнении (19), скрывается в тонкой структуре сигнала $S_{q,k}(t_v, x_{j,v}(\alpha_v), \mu_{k,v})$ [4],

принимаемом источниками информации КБО. Она может быть задана априорно либо получена в результате оценки значений признаков при длительном накоплении принимаемых сигналов.

В общем случае алгоритм оценки значений сигнальных признаков $\mu_{q,k,v}$ класса цели реализуется в каждом k -м источнике информации в результате фильтрации по выражению

$$\mu_{q,k,v} = \tilde{\mu}_{q,k,v} + \\ + R_{\mu,k}(t_v) \frac{\partial \ln p(\xi_k(t_v) | \omega_{q,v}, \alpha_v, x_v, \tilde{\mu}_{q,k,v})}{\partial \mu^T}, \quad (28)$$

где $R_{\mu,k}(t_v)$ – апостериорная корреляционная матрица ошибок оценки сигнальных признаков $\mu_{q,k,v}$, определяемая согласно уравнению

$$R_{\mu,k}(t_v) = \left(\tilde{R}_{\mu,k}(t_v)^{-1} - \right. \\ \left. - \frac{\partial}{\partial \mu^T} \left(\frac{\partial \ln p(\xi_k(t_v) | \omega_{q,v}, \alpha_v, x_v, \tilde{\mu}_{q,k,v})}{\partial \mu^T} \right) \right)^{-1}, \quad (29)$$

$\tilde{R}_{\mu,k}(t_v) = R_{\mu,k}(t_{v-1}) + B_{\mu}(\omega_{q,v})$ – экстраполированная матрица ошибок оценки значений признаков $\mu_{q,k,v}$; $B_{\mu}(\omega_{q,v})$ – матрица априорных дисперсий рассеяния признаков $\mu_{q,k,v}$ внутри q -го класса в k -м источнике, формируемая на основе априорного разделения признаков по классам; $\mu_{q,k,v} = \mu_{q,k,v-1}$ – вектор экстраполированной оценки значений признаков на основе оценок предыдущего такта оценивания; $\ln p(\xi_k(t_v) | \omega_{q,v}, \alpha_v, x_v, \mu_{q,k,v})$ – логарифм функционала правдоподобия источника информации, определяемого на основании уравнения наблюдения (3) для каждого источника с учетом наличия экстраполированной оценки значений признаков $\mu_{q,k,v}$.

Значение частной производной

$$\frac{\partial \ln p(\xi_k(t_v) | \omega_{q,v}, \alpha_v, x_v, \tilde{\mu}_{q,k,v})}{\partial \mu^T}$$

вычисляется на основании уравнения наблюдения (3) как

$$\frac{\partial \ln p(\xi_k(t_v) | \omega_{q,v}, \alpha_v, x_v, \tilde{\mu}_{q,k,v})}{\partial \mu^T} \approx$$

$$\approx -H_{\mu,k}^T V_{\xi,k}^{-1}(t_v) [\xi_k(t_v) - S_{q,k}(t_v, x_v(\alpha_v), \tilde{\mu}_{q,k,v})]. \quad (30)$$

Вторая частная производная

$$\frac{\partial}{\partial \mu^T} \left(\frac{\partial \ln p(\xi_k(t_v) | \omega_{q,v}, \alpha_v, \mathbf{x}_v, \tilde{\mu}_{q,k,v})}{\partial \mu^T} \right)$$

вычисляется согласно выражению вида

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \mu^T} \left(\frac{\partial \ln p(\xi_k(t_v) | \omega_{q,v}, \alpha_v, \mathbf{x}_v, \tilde{\mu}_{q,k,v})}{\partial \mu^T} \right) = \\ = \mathbf{H}_{\mu,k}^T \mathbf{V}_{\xi,k}^{-1}(t_v) \mathbf{H}_{\mu,k}, \end{aligned} \quad (31)$$

где матрица линеаризации $\mathbf{H}_{\mu,k}$ рассчитывается согласно выражению (25); корреляционная матрица ошибок измерений $\mathbf{V}_{\xi,k}(t_v)$ вычисляется согласно (24).

Таким образом, выражения (28)–(31) описывают алгоритм оценки значений сигнальных признаков наблюдаемой цели в k -м источнике информации. Полученные оценки обеспечивают адаптацию фильтра сопровождения (29)–(30) по параметрам сигнальных признаков цели в текущих условиях наблюдения для каждого из используемых источников информации, а также применяются для распознавания класса наблюдаемой цели.

Оценка значений динамических признаков $\alpha_{q,v}$ осуществляется на основании централизованной обработки результатов наблюдений совокупности источников по моделям вида (1). Алгоритм оценки признаков $\alpha_{q,v}$ класса наблюдаемой цели определяется выражениями

$$\alpha_{q,v} = \alpha_{q,v-1} + \mathbf{R}_{\alpha,v} \frac{\partial F(\alpha_{q,v-1}, \omega_{q,v})}{\partial \alpha^T}, \quad (32)$$

$$\mathbf{R}_{\alpha,v} = \left(\left(\hat{\mathbf{R}}_{\alpha,v-1} \right)^{-1} - \frac{\partial}{\partial \alpha^T} \left(\frac{\partial F(\alpha_{q,v-1}, \omega_{q,v})}{\partial \alpha^T} \right) \right)^{-1}. \quad (33)$$

где $F(\hat{\alpha}_{q,v-1}, \omega_{q,v}) = \ln p(\{\xi_k(t_v)\} | \omega_{q,v}, \hat{\alpha}_{q,v-1})$ – логарифм функционала правдоподобия, определяемый согласно уравнению

$$\frac{\partial}{\partial \alpha^T} \left(\frac{\partial F(\alpha_{q,v-1}, \omega_{q,v})}{\partial \alpha^T} \right) = \frac{1}{\varepsilon_\alpha^2} \ln \left\{ \frac{p(\{\xi_k(t_v)\} | \omega_{q,v}, \alpha_{q,v-1} + \varepsilon_\alpha) p(\{\xi_k(t_v)\} | \omega_{q,v}, \alpha_{q,v-1} - \varepsilon_\alpha)}{p(\{\xi_k(t_v)\} | \omega_{q,v}, \alpha_{q,v-1})^2} \right\}. \quad (38)$$

Таким образом, выражения (32)–(38) представляют собой алгоритм комплексной оценки динамических признаков класса цели, наблюдаемой K -м количеством каналов. Наличие данных оценок позволяет обеспечить настройку многоканального дискриминатора и экстраполятора фильтра

$$\begin{aligned} F(\hat{\alpha}_{q,v-1}, \omega_{q,v}) = \\ = c_1 - \frac{1}{2} \mathbf{x}_{j,v}^T (\alpha_{q,v-1}) \mathbf{D}_{\alpha,v}^{-1} (\alpha_{q,v-1}) \tilde{\mathbf{x}}_{j,v} (\alpha_{q,v-1}) + \\ + \left[\mathbf{D}_{\Sigma,v} \sum_{k=1}^K \mathbf{H}_{\xi,k}^T \mathbf{V}_{\xi,k}^{-1}(t_v) [\xi_k(t_v) - \right. \\ \left. - \mathbf{S}_{q,k}(t_v, \tilde{\mathbf{x}}_{j,v}(\alpha_{q,v-1}), \tilde{\mu}_{q,k,v})] \right]^T \times \\ \times \mathbf{D}_{\alpha,v}^{-1} (\alpha_{q,v-1}) \tilde{\mathbf{x}}_{j,v} (\alpha_{q,v-1}). \end{aligned} \quad (34)$$

Здесь $\mathbf{D}_{\Sigma,v}$ – матрица дисперсий совокупности наблюдений, вычисляемая как

$$\mathbf{D}_{\Sigma,v} = \left(\sum_{k=1}^K \mathbf{H}_{\xi,k}^T \mathbf{V}_{\xi,k}^{-1}(t_v) \mathbf{H}_{\xi,k} \right)^{-1}; \quad (35)$$

$\mathbf{D}_{\alpha,v}(\alpha_v)$ – корреляционная матрица ошибок наблюдений, рассчитываемая согласно выражению

$$\mathbf{D}_{\alpha,v}(\alpha_{q,v-1}) = \mathbf{D}_{\Sigma,v} + \tilde{\mathbf{R}}_{j,x,v}(\alpha_{q,v-1}), \quad (36)$$

в котором $\tilde{\mathbf{R}}_{j,x,v}(\alpha_{q,v-1})$ – матрица экстраполированных дисперсий ошибок оценки фазовых координат цели вычисляется согласно (22). В результате значения корреляционной матрицы $\mathbf{D}_{\alpha,v}(\alpha_{q,v-1})$ учитывают ошибки используемых измерителей $\{\xi_k(t_v)\}$, $k = 1, K$, а также ошибки $\tilde{\mathbf{R}}_{j,x,v}(\alpha_{q,v-1})$ экстраполяции оценок фазовых координат цели.

Частная производная

$$\frac{\partial F(\alpha_{q,v-1}, \omega_{q,v})}{\partial \alpha^T}$$

может быть рассчитана с учетом (34) методом конечных разностей:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F(\alpha_{q,v-1}, \omega_{q,v})}{\partial \alpha^T} = \\ = \frac{F(\alpha_{q,v-1} + \varepsilon_\alpha, \omega_{q,v}) - F(\alpha_{q,v-1} - \varepsilon_\alpha, \omega_{q,v})}{2\varepsilon_\alpha}. \end{aligned} \quad (37)$$

Аналогично может быть получена вторая частная производная:

сопровождения (19)–(27) на обработку сигнала от аэродинамической цели соответствующего класса.

В результате реализация алгоритмов комплексной оценки сигнальных и динамических признаков цели позволяет адаптировать фильтр (19)–(27) на сопровождение цели соответствующего класса

с учетом ее летно-технических характеристик. При этом создаются условия для достоверного распознавания класса цели на основе полученных оценок сигнальных и динамических признаков с учетом характера движения цели, определяемого оценками параметров сопровождения.

4. АЛГОРИТМ РАСПОЗНАВАНИЯ КЛАССА ЦЕЛИ

Принятие решения о классе аэродинамической цели осуществляется на основе оптимальной оценки значений признака $\hat{\omega}_{q,v}$ согласно выражению (12)

$$\hat{\omega}_{q,v} = \arg \max \left\{ P(\omega_{q,v} | \{\xi_k(t_0^v)\}) \right\}.$$

Апостериорная вероятность $P(\omega_{q,v} | \{\xi_k(t_0^v)\})$, используемая для оценки значения признака $\omega_{q,v}$ класса цели и вычисления оценки параметров вектора $\hat{\mathbf{x}}_{i,v}^{\omega}$ согласно (15), определяется с помощью уравнения Байеса [2, 3, 5]

$$P(\omega_{q,v} | \{\xi_k(t_0^v)\}) = c_2 P(\omega_{q,v} | \{\xi_k(t_0^{v-1})\}) P(\{\xi_k(t_v)\} | \{\xi_k(t_0^{v-1})\}, \omega_{q,v}), \quad (39)$$

где c_2 — нормировочный коэффициент.

Учитывая неизменность во времени значения признака $\omega_{q,v}$ класса для наблюдаемой цели согласно (2), апостериорная вероятность представляется в виде

$$P(\omega_{q,v} | \{\xi_k(t_0^v)\}) = c_2 P(\omega_{q,0}) \prod_{l=1}^v P(\{\xi_k(t_l)\} | \{\xi_k(t_0^{l-1})\}, \omega_{q,l}). \quad (40)$$

Здесь вероятность $P(\omega_{q,0})$ задается исходя из априорных условий распределения признаков $\omega_{q,v}$ классов целей.

Функционал правдоподобия определяется на основе результатов оценки фазовых координат цели и ее признаков в предыдущий момент времени t_{v-1} :

$$\begin{aligned} P(\{\xi_k(t_l)\} | \{\xi_k(t_0^{l-1})\}, \omega_{q,l}) &= \\ &= c_3 \exp \left\{ -\frac{1}{2} [\zeta_v(\alpha_{q,v-1}) - \tilde{\mathbf{x}}_{j,v}(\alpha_{q,v-1})]^T \times \right. \\ &\times \mathbf{D}_{\omega,v}^{-1}(\alpha_{q,v-1}) [\zeta_v(\alpha_{q,v-1}) - \tilde{\mathbf{x}}_{j,v}(\alpha_{q,v-1})] \left. \right\}. \quad (41) \end{aligned}$$

Здесь $\tilde{\mathbf{x}}_{j,v}(\alpha_{q,v-1})$ — вектор экстраполированных оценок, формируемый согласно выражению (21); $\mathbf{D}_{\omega,v}(\alpha_{q,v-1})$ — корреляционная матрица

ошибок наблюдений, рассчитываемая согласно выражению

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_{\omega,v}(\alpha_{q,v-1}) &= \\ &= \mathbf{D}_{\Sigma,v} + \tilde{\mathbf{R}}_{j,x,v}(\alpha_{q,v-1}) + \mathbf{H}_\alpha \mathbf{R}_{\alpha,v} \mathbf{H}_\alpha^T, \quad (42) \end{aligned}$$

где $\mathbf{H}_\alpha$ — матрица линеаризации вида (26), $\tilde{\mathbf{R}}_{j,x,v}(\alpha_{q,v-1})$ — матрица экстраполированных дисперсий ошибок оценки вектора фазовых координат, рассчитываемая согласно (22); $\mathbf{D}_{\Sigma,v}$ — корреляционная матрица ошибок наблюдений информационных каналов, определяемая согласно (35); $\zeta_v(\alpha_{q,v-1})$ — среднее значение наблюдений каналов, определяемое по выражению

$$\begin{aligned} \zeta_v(\alpha_{q,v-1}) &= \\ &= \mathbf{D}_{\Sigma,v} \sum_{k=1}^K \mathbf{H}_{\xi,k}^T \mathbf{V}_{\xi,k}^{-1}(t_v) [\xi_k(t_v) - \\ &- \mathbf{S}_{k,0}(\tilde{\mathbf{x}}_{j,v}(\alpha_{q,v-1}))], \quad (43) \end{aligned}$$

$\mathbf{S}_{k,0}(\tilde{\mathbf{x}}_{j,v}(\alpha_{q,v-1}))$ — корректирующая функция, определяемая значением сигнала

$\mathbf{S}_{q,k}(t_v, \tilde{\mathbf{x}}_{j,v}(\alpha_{q,v-1}), \tilde{\mu}_{q,k,v})$ в точке его линеаризации как

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{k,0}(\tilde{\mathbf{x}}_{j,v}(\alpha_{q,v-1})) &= \\ &= \mathbf{S}_{q,k}(t_v, \tilde{\mathbf{x}}_{j,v}(\alpha_{q,v-1}), \tilde{\mu}_{q,k,v}) - \mathbf{H}_{\xi,k} \tilde{\mathbf{x}}_{j,v}(\alpha_{q,v-1}). \quad (44) \end{aligned}$$

В результате, выражения (12), (39)–(44) описывают алгоритм принятия решения $\hat{\omega}_{q,v}$ о значении признака класса цели. При равенстве априорных вероятностей классов целей $P(\omega_{q,0}) = 1/Q$ решение будет формироваться по максимуму функционала правдоподобия (41), учитывающего как координатные, так и некоординатные (динамические и сигнальные) признаки наблюдаемой цели.

Таким образом, выражения (12), (19)–(27), (28)–(29), (32), (33), (40)–(42) описывают многоуровневый централизованный алгоритм комплексного сопровождения–распознавания аэродинамических целей на основе объединения результатов наблюдений совокупности источников информации в КБО ВС, который обеспечивает минимизацию апостериорного риска ошибки сопровождения наблюдаемой цели с учетом результатов распознавания ее класса.

Функциональная схема данного комплексного алгоритма приведена на рис. 1.

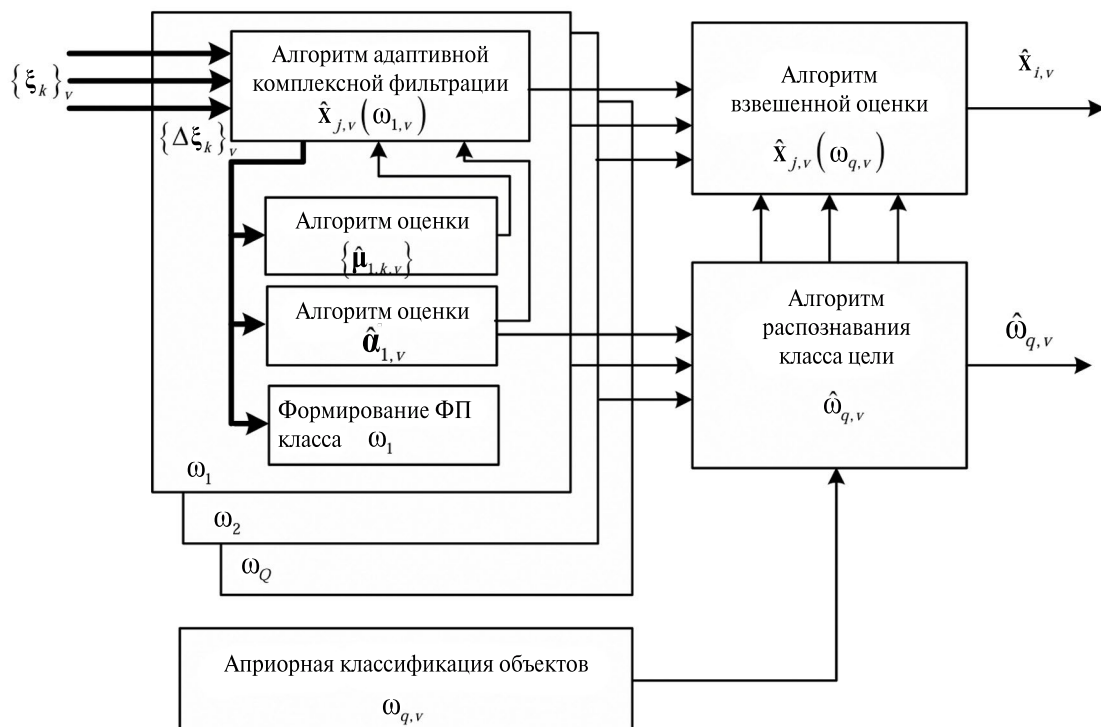


Рис. 1. Функциональная схема алгоритма комплексного сопровождения-распознавания целей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработанный алгоритм комплексного сопровождения—распознавания реализован на основе централизованной комплексной оптимизации процессов адаптивной комплексной фильтрации фазовых координат наблюдаемой аэродинамической цели с учетом ее динамических и сигнальных признаков, а также распознавания класса аэродинамической цели путем совместной обработки наблюдений совокупности источников информации в КБО ВС. При этом обеспечивается устойчивость и точность сопровождения цели в текущих условиях наблюдения, а также достоверность распознавания класса цели.

Авторы данной работы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Меркулов В.И., Михеев В.А., Липатов А.А., Чернов В.С. // Успехи совр. радиоэлектроники. 2016. № 6. С. 3.
2. Ярлыков М.С., Богачев А.С., Меркулов В.И., Дрогалин В.В. Радиоэлектронные комплексы навигации, прицеливания и управления вооружением летательных аппаратов. Т.1. Теоретические основы. М.: Радиотехника, 2012.
3. Тихонов, В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. М.: Радио и связь, 1991.
4. Аврамов А.В., Зияев А.Р. // Воздушно-космические силы. Теория и практика. 2021. № 20. С. 226.
5. Аврамов А.В. // Успехи совр. радиоэлектроники. 2021. № 1. С. 84.
6. Ширман, Я.Д., Горшков С.А., Лещенко С.П. и др. // Радиолокационное распознавание и методы математического моделирования. М.: Радиотехника, 2000. С. 5.
7. Аврамов А.В., Надточий В.Н. // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2020. № 5. С. 52.
8. Меркулов В.И., Перов А.И., Дрогалин В.В. и др. Оценка дальности и скорости в радиолокационных системах. М.: Радиотехника, 2007. Ч. 2.

SYNTHESIS OF AN ALGORITHM FOR COMPLEX TRACKING- RECOGNITION OF AERODYNAMIC TARGETS

A. V. Avramov^{a,*}, V. Y. Shishkin^b

*^aAir Force Academy named after Professor N. E. Zhukovsky and Yu.A. Gagarin,
54a Sary Bolshevikov str., Voronezh, 394064 Russia*

*^bMoscow Institute of Physics and Technology (National Research University),
Institutsky Lane, 9, Dolgoprudny, Moscow region, 141701 Russia*

**E-mail: andry_a@inbox.ru*

Received June 04, 2024, revised June 04, 2024, accepted June 15, 2024

It is shown that the solution to the problem of ensuring stable and high-precision tracking of aero-dynamic targets of various classes can be obtained by synthesizing an algorithm for their complex tracking and recognition, taking into account their characteristic features based on the results of observation by heterogeneous information sources. A set of interrelated algorithms has been developed, including an algorithm for complex adaptive filtering of the phase coordinates of the observed target, conditional on its dynamic and signal signs obtained from observations of a set of sources; an algorithm for recognizing the class of the observed target based on the results of evaluating the values of its dynamic and signal signs, as well as the conditions for evaluating phase coordinates.

Keywords: tracking, recognition, complex adaptive filtering, dynamic signs, signal signs, on-board equipment complex, multi-sensor environment, aerodynamic targets

ОПТИМАЛЬНАЯ ДИСКРЕТНАЯ ИНТЕРПОЛЯЦИЯ С ПОСТОЯННЫМ ЗАПАЗДЫВАНИЕМ ОТСЧЕТОВ ДИСКРЕТНО-НЕПРЕРЫВНОГО МАРКОВСКОГО ПРОЦЕССА НА ФОНЕ КОРРЕЛИРОВАННОГО МАРКОВСКОГО ШУМА

© 2024 г. А. Н. Детков

Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем,
ул. Викторенко, 7, Москва, 125319 Российская Федерация

E-mail: detkov@gosniias.ru

Поступила в редакцию 19.03.2023 г.

После доработки 19.03.2023 г.

Принята к публикации 25.03.2023 г.

Методами марковской теории оценивания случайных процессов решена задача синтеза оптимальных и квазиоптимальных алгоритмов интерполяции с постоянным запаздыванием отсчетов непрерывных компонент векторного дискретно-непрерывного марковского случайного процесса с учетом известных статистических характеристик аддитивного марковского коррелированного шума. При синтезе алгоритмов использован метод разностных измерений. Приведена структурная схема квазиоптимального цифрового фильтра. На простом примере методом имитационного моделирования показана работоспособность квазиоптимального алгоритма в статистически неопределенных ситуациях при наведении объекта управления на маневрирующую воздушную цель.

Ключевые слова: марковская теория оценивания случайных процессов, дискретно-непрерывный марковский случайный процесс, интерполяции с постоянным запаздыванием, марковский коррелированный шум, метод разностных измерений, квазиоптимальный цифровой фильтр

DOI: 10.31857/S0033849424080075, EDN: NOJANQ

ВВЕДЕНИЕ

Теория условных марковских процессов, разработанная Р.Л. Стратоновичем [1] и развитая, прежде всего, М.С. Ярлыковым, М.А. Мироновым и другими авторами [2, 3] для синтеза алгоритмов оптимальной и квазиоптимальной обработки дискретно-непрерывных марковских случайных процессов (ДНМП) в современных радиоэлектронных комплексах (РЭК), дает решение задач интерполяции (сглаживания), когда оптимальная оценка случайного процесса формируется внутри интервала наблюдения на фоне шумов, в том числе окрашенных, и в случае статистически неопределенных ситуаций. Интерполяция с постоянным запаздыванием (ИПЗ) [4–6] дает возможность вычислить в реальном масштабе времени текущую интерполяционную оценку, поэтому она в наилучшей степени удовлетворяет требованиям большинства прикладных задач [7–9].

В современных РЭК алгоритмы оптимальной или квазиоптимальной обработки ДНМП практически реализуются с помощью средств цифровой обработки сигналов [7, 8]. Поэтому указанные алгоритмы необходимо синтезировать в дискретной

форме в виде рекуррентных соотношений, удобных для такой реализации. В то же время в большинстве случаев математические модели оцениваемых и наблюдаемых в РЭК процессов имеют непрерывную форму записи [10–12], что обусловлено физической сущностью происходящих с сигналами явлений. В связи с этим возникает проблема синтеза оптимальных и квазиоптимальных алгоритмов дискретной ИПЗ отсчетов ДНМП [2].

Основная трудность синтеза алгоритмов ИПЗ отсчетов ДНМП состоит в построении совместного марковского процесса, описывающего векторы состояния и измерения. Это обусловлено тем, что в непрерывном времени векторные случайные процессы $x(t)$ и $x(t + \Delta)$ совместно не являются марковскими, даже если векторный случайный процесс $x(t)$ сам по себе является марковским и значение постоянной задержки Δ точно известно [13]. Совместный марковский процесс в этом случае можно построить только для дискретных векторных сообщений [14]. Следовательно, для синтеза алгоритма ИПЗ отсчетов ДНМП необходимо эквивалентное дискретное представление [15] априорных уравнений состояния и измерения непрерывных компонент векторного ДНМП,

математические модели которых имеют непрерывную форму записи исходя из физической сущности явлений.

В то же время современная элементная база позволяет использовать в электронных измерительных устройствах РЭК высокую частоту дискретизации, что приводит к автокорреляции измерительных отсчетов. Поэтому при статистическом синтезе цифровых фильтров (ЦФ) [16] при реализации алгоритма ИПЗ отсчетов ДНМП необходимо учитывать коррелированность шумов измерений, которые существенно влияют на формируемые оптимальные оценки. Метод разностных измерений представляет наибольший практический интерес [17], поэтому используется далее в работе при синтезе алгоритмов ИПЗ отсчетов ДНМП.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть вектор состояния рассматриваемой динамической системы описывается линейным векторно-матричным стохастическим дифференциальным уравнением (СДУ) с постоянными во времени коэффициентами, зависящим от изменяющегося во времени случайного дискретного параметра $A(k)$:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}^{(x)}(A(k))\mathbf{x}(t) + \mathbf{g}^{(x)}(A(k))\xi^{(x)}(t),$$

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0, \quad (1)$$

а модель наблюдения — линейным алгебраическим уравнением

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{h}\mathbf{x}(t) + \mathbf{w}(t), \quad (2)$$

представляющим аддитивную смесь оцениваемого непрерывного n_x -мерного вектора фазовых координат $\mathbf{x}(t)$ и коррелированного n_y -мерного марковского шума $\mathbf{w}(t)$, отождествляемого с вектором состояния дополнительной линейной системы:

$$\frac{d\mathbf{w}(t)}{dt} = \mathbf{f}^{(w)}(B(k))\mathbf{w}(t) + \mathbf{g}^{(w)}(B(k))\xi^{(w)}(t),$$

$$\mathbf{w}(t_0) = \mathbf{w}_0, \quad (3)$$

где $\mathbf{x}_0$, $\mathbf{w}_0$ — векторы начальных фазовых координат, имеющие гауссовское распределение; $\mathbf{f}^{(x)}$, $\mathbf{f}^{(w)}$ — матрицы известных коэффициентов размером $(n_x \times n_x)$ и $n_y \times n_y$, соответственно; $\mathbf{g}^{(x)}$, $\mathbf{g}^{(w)}$ — матрицы интенсивностей шумов размером $(n_x \times n_x)$ и $(n_y \times n_y)$, соответственно; $\mathbf{q}^{(x)} = \mathbf{g}^{(x)}\mathbf{g}^{(x)T}$, $\mathbf{q}^{(w)} = \mathbf{g}^{(w)}\mathbf{g}^{(w)T}$ — матрицы коэффициентов диффузии векторов $\mathbf{x}(t)$ и $\mathbf{w}(t)$ соответственно; T — операция транспонирования; $\xi^{(x)}$, $\xi^{(w)}$ — векторы белых гауссовских шумов (БГШ) соответствующей размерности с нулевыми математическими ожиданиями и единичными матрицами интенсивностей; $A(k) \equiv A(t_k)$, $B(k) \equiv B(t_k)$ — дискретные

марковские процессы, характеризующие соответственно состояние параметров рассматриваемой динамической системы и окрашенных шумов измерений, описываемые цепями Маркова на M_1 и M_2 положений соответственно, с матрицами вероятностей переходов:

$$\Pi_1(k-1, k) = \left\{ \pi_{ij}^a(k-1, k) \right\} =$$

$$= \left\{ P(A(k) = a_j | A(k-1) = a_i) \right\},$$

$$i, j = \overline{1, M_1},$$

$$\Pi_2(k-1, k) = \left\{ \pi_{nm}^b(k-1, k) \right\} =$$

$$= \left\{ P(B(k) = b_m | B(k-1) = b_n) \right\},$$

$$n, m = \overline{1, M_2},$$

смена состояний которых может происходить только в фиксированные моменты времени $t_k = t_0 + k\tau$, $k = 1, 2, \dots$, разделенные постоянным интервалом $\tau = t_k - t_{k-1}$; M_1 , M_2 — число значений дискретных параметров a_j , b_m соответственно, P — оператор вероятности.

В соответствии с методом разностных измерений в непрерывном времени эквивалентное уравнение измерений имеет канонический вид [17]

$$\frac{d\mathbf{y}(t)}{dt} = \frac{d\mathbf{v}(t)}{dt} - \mathbf{f}^{(w)}\mathbf{v}(t) = \mathbf{f}_{jm}^{(y)}\mathbf{x}(t) + \Xi(t). \quad (4)$$

Здесь

$$\mathbf{f}_{jm}^{(y)} = \mathbf{h}\mathbf{f}_j^{(x)}\mathbf{F}_j^{(x)} - \mathbf{f}_m^{(w)}\mathbf{h};$$

$$\mathbf{f}_{jm}^{(y)} \equiv \mathbf{f}^{(y)}(A(k) = a_j, B(k) = b_m);$$

$$\mathbf{f}_j^{(x)} \equiv \mathbf{f}^{(x)}(A(k) = a_j); \mathbf{f}_m^{(w)} \equiv \mathbf{f}^{(w)}(B(k) = b_m);$$

$$\Xi(t) = \mathbf{h}\mathbf{g}_j^{(x)}\xi^{(x)}(t) + \mathbf{g}_m^{(w)}\xi^{(w)}(t)$$

— вектор БГШ, где

$$\mathbf{g}_j^{(x)} \equiv \mathbf{g}^{(x)}(A(k) = a_j); \mathbf{g}_m^{(w)} \equiv \mathbf{g}^{(w)}(B(k) = b_m),$$

со статистическими характеристиками

$$\mathbf{M}\{\Xi\} = \mathbf{0},$$

$$\mathbf{M}\{\Xi(t)\Xi^T(t + \tau_t)\} =$$

$$= (\mathbf{h}\mathbf{g}_j^{(x)}\mathbf{g}_j^{(x)T}\mathbf{h}^T + \mathbf{g}_m^{(w)}\mathbf{g}_m^{(w)T})\delta(\tau_t).$$

Из (4) видно, что эквивалентное измерение вектора состояния $\mathbf{x}(t)$ происходит на фоне вектора БГШ $\Xi(t)$ за счет компенсации корреляционных связей процесса $\mathbf{w}(t)$, характеризуемых матрицей $\mathbf{f}_m^{(w)}$.

Однако дискретизация процесса $\mathbf{y}(t)$ наиболее часто осуществляется выборочными мгновенными значениями, для которых весовая функция выбора представляет собой δ -функцию [15]. Такой подход является некорректным при синтезе алгоритмов цифровой фильтрации непрерывных случайных сообщений, так как мгновенные отсчеты при наличии в измерениях БГШ не имеют смысла, поскольку имеют бесконечную дисперсию [15]. В этом случае требуется эквивалентное разностное представление математических моделей оцениваемых и измеряемых процессов, имеющих непрерывную форму записи. Для этого перепишем (4) так, чтобы статистическая динамика векторного процесса $\mathbf{y}(t)$ описывалась СДУ:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{y}(t)}{dt} &= \mathbf{f}_m^{(w)} \mathbf{y}(t) + \mathbf{f}_{jm}^{(y)} \mathbf{x}(t) + \\ &+ \mathbf{h} \mathbf{g}_j^{(x)} \xi^{(x)}(t) + \mathbf{g}_m^{(w)} \xi^{(w)}(t), \\ \mathbf{y}(t_0) &= \mathbf{y}_0. \end{aligned} \quad (5)$$

Воспользуемся далее основами теории условных марковских процессов, Р.Л. Стратоновича [12], в соответствии с которыми модели (2), (5) описываются в виде совместного дискретно-непрерывного марковского процесса $\mathbf{z}(t) = [\mathbf{x}^T, \mathbf{y}^T]^T$, СДУ

$$\frac{d\mathbf{z}(t)}{dt} = \mathbf{f}_{jm}^{(z)} \mathbf{z}(t) + \mathbf{g}_{jm}^{(z)} \xi^{(z)}(t), \quad \mathbf{z}(t_0) = \mathbf{z}_0, \quad (6)$$

где

$$\mathbf{f}_{jm}^{(z)} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_j^{(x)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{f}_{jm}^{(y)} & \mathbf{f}_m^{(w)} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{g}_{jm}^{(z)} = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_j^{(x)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{h} \mathbf{g}_j^{(x)} & \mathbf{g}_m^{(w)} \end{bmatrix},$$

$$\xi^{(z)} = \begin{bmatrix} \xi^{(x)} \\ \xi^{(w)} \end{bmatrix}.$$

Решение уравнения (6) имеет вид [18]

$$\begin{aligned} \mathbf{z}(t) &= \Phi_{jm}^{(zz)}(t, t_0) \mathbf{z}_0 + \\ &+ \int_{t_0}^t \Phi_{jm}^{(zz)}(t, \tau) \mathbf{g}_{jm}^{(z)}(\tau) \xi^{(z)}(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (7)$$

В (7) фундаментальная матрица решений $\Phi_{jm}^{(zz)}$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial}{\partial t} \Phi_{jm}^{(zz)}(t, t_0) = \mathbf{f}_{jm}^{(z)} \Phi_{jm}^{(zz)}(t, t_0), \quad \Phi_{jm}^{(zz)}(t_0, t_0) = \mathbf{I}, \quad (8)$$

а интеграл в правой части равенства (7) представляет собой векторный процесс с нулевым математическим ожиданием и матрицей центральных моментов второго порядка:

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{jm}^{(zz)}(t, t_0) &= \\ &= \int_{t_0}^t \Phi_{jm}^{(zz)}(t, \tau) \mathbf{g}_{jm}^{(z)}(\tau) \mathbf{g}_{jm}^{(z)T}(\tau) \Gamma_{jm}^{(zz)T}(t, \tau) d\tau, \\ \mathbf{B}_{jm}^{(zz)}(t_0, t_0) &= \mathbf{0}, \end{aligned} \quad (9)$$

где $\mathbf{I}$, $\mathbf{0}$ — единичная и нулевая матрицы соответственно.

С учетом (8), (9), СДУ (6) может быть представлено в статистически эквивалентной форме в виде разностного уравнения с шагом дискретизации $\tau = t_k - t_{k-1}$ ($k = 1, 2, 3, \dots$ — дискретное время)

$$\begin{aligned} \mathbf{z}(k) &= \Phi_{jm}^{(zz)}(k, k-1) \mathbf{z}(k-1) + \\ &+ \Gamma_{jm}^{(zz)}(k, k-1) \mathbf{n}^{(z)}(k-1), \\ \mathbf{z}(0) &= \mathbf{z}_0, \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$\mathbf{z}(k) \equiv \mathbf{z}(t_k), \quad \Phi_{jm}^{(zz)} = \begin{bmatrix} \Phi_j^{(xx)} & \mathbf{0} \\ \Phi_{jm}^{(yx)} & \Phi_m^{(yy)} \end{bmatrix},$$

$$\Gamma_{jm}^{(zz)} = \begin{bmatrix} \Gamma_j^{(xx)} & \mathbf{0} \\ \Gamma_{jm}^{(yx)} & \Gamma_m^{(yy)} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{n}^{(z)} = \begin{bmatrix} \mathbf{n}^{(x)} \\ \mathbf{n}^{(y)} \end{bmatrix},$$

$\mathbf{n}^{(x)}$ и $\mathbf{n}^{(y)}$ — векторы размером $n \times 1$ и $m \times 1$ соответственно независимых гауссовских случайных величин с нулевыми математическими ожиданиями и единичными дисперсиями; $\mathbf{z}_0 = \mathcal{N}\{\mathbf{z} - \mathbf{m}_0; \mathbf{B}_0\}$ — вектор начальных фазовых координат, имеющий нормальное распределение с вектором математических ожиданий $\mathbf{m}_0$ и корреляционной матрицей $\mathbf{B}_0$.

Элементы блочной матрицы $\mathbf{B}_{jm}^{(zz)} = \Gamma_{jm}^{(zz)} \Gamma_{jm}^{(zz)T}$ имеют вид

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{jm}^{(zz)} &= \begin{bmatrix} \mathbf{B}_j^{(xx)} & \mathbf{B}_{jm}^{(xy)} \\ \mathbf{B}_{jm}^{(yx)} & \mathbf{B}_m^{(yy)} \end{bmatrix} =, \\ &= \begin{bmatrix} \Gamma_j^{(xx)} \Gamma_j^{(xx)T} & \Gamma_j^{(xx)} \Gamma_{jm}^{(yx)T} \\ \Gamma_{jm}^{(yx)} \Gamma_j^{(xx)T} & \Gamma_{jm}^{(yx)} \Gamma_{jm}^{(yx)T} + \Gamma_{jm}^{(yy)} \Gamma_{jm}^{(yy)T} \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

где $\Gamma_{jm}^{(zz)}$, $\Gamma_j^{(xx)}$, $\Gamma_{jm}^{(yx)}$, $\Gamma_{jm}^{(yy)}$ — нижние треугольные матрицы, формируемые из соответствующих

элементов блочной матрицы $\mathbf{B}_{jm}^{(zz)}$, например, с помощью алгоритма Холецкого [19].

Таким образом, для неперекрывающихся интервалов времени уравнения состояния (1) и наблюдения (5) могут быть представлены из (10) в статистически эквивалентной форме в виде разностных уравнений с шагом дискретизации $\tau = t_k - t_{k-1}$:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k) &= \Phi_j^{(xx)} \mathbf{x}(k-1) + \Gamma_j^{(xx)} \mathbf{n}^{(x)}(k-1), \\ \mathbf{x}(0) &= \mathbf{x}_0, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(k) &= \Phi_{jm}^{(yy)} \mathbf{y}(k-1) + \Phi_{jm}^{(yx)} \mathbf{x}(k-1) + \\ &+ \Gamma_{jm}^{(yx)} \mathbf{n}^{(x)}(k-1) + \Gamma_{jm}^{(yy)} \mathbf{n}^{(y)}(k-1), \mathbf{y}(0) = \mathbf{y}_0. \end{aligned} \quad (12)$$

В (11) и далее для простоты записи аргументы $k, k-1$ всех функций, где это возможно и не вызывает сомнений, опущены.

Эквивалентное дискретное представление (11), (12) непрерывных моделей векторов сообщения (2) и измерения (5) является абсолютно точным в том смысле, что для любых $t_k - t_{k-1} > 0$ оно позволяет получить случайные процессы с теми же статистическими характеристиками, как и решение системы СДУ (2), (5), без погрешностей аппроксимации [15].

Применительно к решаемой задаче синтеза, вектор состояния представляет собой ДНМП

$$\left[\mathbf{x}^T(k), A(k), B(k) \right]^T \equiv \left[\mathbf{x}^T(k), \mathbf{S}^T(k) \right]^T,$$

где $\mathbf{x}(k)$ – непрерывная n_x -мерная компонента ДНМП, которая описывает в пространстве состояний динамику фазовых координат случайного процесса; $\mathbf{S}(k) \equiv [A(k), B(k)]^T$ – дискретная компонента ДНМП – двухкомпонентный дискретный марковский процесс, причем марковские цепи $A(k)$ и $B(k)$ не зависят друг от друга и не зависят от $\mathbf{x}(k)$.

Цель работы – на основе марковской теории оценивания случайных процессов разработать оптимальные (квазиоптимальные) алгоритмы ИПЗ ДНМП $[\mathbf{x}^T(k), A(k), B(k)]^T$ по наблюдаемым дискретным отсчетам выходных сигналов измерителей

$$\mathbf{y}_1^{k+N} = \{\mathbf{y}(1), \mathbf{y}(2), \dots, \mathbf{y}(k), \dots, \mathbf{y}(k+N)\},$$

формируемых на фоне окрашенных шумов измерений $\mathbf{w}(t)$ при заданном значении постоянной задержки $\Delta = N\tau$, кратной интервалу дискретизации τ .

2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Для решения поставленной задачи запишем расширенный вектор состояния $\mathbf{X}$, компонентами которого являются векторы исходной системы, взятые в моменты времени $k, k+1, \dots, k+N$ [13]

$$\mathbf{X}(k+N) = \left[\mathbf{x}^T(k), \mathbf{x}^T(k+1), \dots, \mathbf{x}^T(k+N) \right]^T. \quad (13)$$

Введем нумерацию для компонентов вектора $\mathbf{X}$ относительно момента $k+N$ и перепишем (13) в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(k+N) &= \mathbf{X}(l) = \\ &= \left[\mathbf{x}_N^T(k+N), \mathbf{x}_{N-1}^T(k+N), \dots, \mathbf{x}_0^T(k+N) \right]^T = \\ &= \left[\mathbf{x}_N^T(l), \mathbf{x}_{N-1}^T(l), \dots, \mathbf{x}_0^T(l) \right]^T, \end{aligned}$$

где

$$\mathbf{x}_a(k+N) = \mathbf{x}(k+N-a), a = \overline{0, N}, l = k+N.$$

С учетом (11) и тождеств вида $\mathbf{x}(k+a) = \mathbf{x}(k+a) \forall a = \overline{0, N-1}$ запишем уравнение для расширенного вектора состояния $\mathbf{X}(l)$

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(l) &= \Phi_j^{(XX)}(l, l-1) \mathbf{X}(l-1) + \\ &+ \Gamma_j^{(XX)}(l, l-1) \mathbf{N}^{(X)}(l-1), \mathbf{X}(0) = \mathbf{X}_0, \end{aligned} \quad (14)$$

где

$$\begin{aligned} \Phi_j^{(XX)} &= \begin{bmatrix} \Phi_j^{(xx)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{I}_n & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_n & \mathbf{0} \\ \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I}_n \end{bmatrix}, \\ \Gamma_j^{(XX)} &= \begin{bmatrix} \Gamma_j^{(xx)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{I}_n & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_n & \mathbf{0} \\ \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I}_n \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Здесь $\Phi_j^{(XX)}, \Gamma_j^{(XX)}$ – блочные матрицы размером $(N+1) \times (N+1)$ блоков, $\mathbf{N}^{(X)}$ – последовательность независимых гауссовских векторов с характеристиками $\mathbf{M}\{\mathbf{N}^{(X)}\} = \mathbf{0}, \mathbf{M}\{\mathbf{N}^{(X)}(d) \mathbf{N}^{(X)T}(e)\} = \mathbf{I}_{Nn} \delta_{de}, \delta_{de}$ – символ Кронекера.

Нетрудно видеть, что выражения (6) и (9) совпадают по форме, отличаясь только размерностью. Кроме того, вектор $\mathbf{X}(l)$ является марковским. Поэтому оптимальные алгоритмы рекуррентной дискретной фильтрации, полученные в работе [17] для исходной системы (11), можно применить для выражения (14).

На основании рекуррентной формулы Р.Л. Стратоновича [2] апостериорного распределения смешанного вектора состояния $[\mathbf{X}^T(l), \mathbf{S}^T(l)]^T$

в дискретном времени и свойств марковских процессов в дискретном времени запишем рекуррентные уравнения апостериорной вероятности дискретной компоненты ДНМП на текущем l -м шаге $P_{jm}^*(l) = P(A(l) = a_j, B(l) = b_m | \mathbf{y}_1^l)$ и условной апостериорной ПВ непрерывной компоненты ДНМП $f_{jm}^*(\mathbf{X}(l)) = f(\mathbf{X}(l) | A(l) = a_j, B(l) = b_m, \mathbf{y}_1^l)$, полученные по наблюдаемой последовательности измерений $\mathbf{Y}_1^l = \{\mathbf{y}(1), \mathbf{y}(2), \dots, \mathbf{y}(l)\}$ [17]:

$$P_{jm}^*(l) = \sum_i \sum_n \pi_{ij}^a \pi_{nm}^b \frac{f(\mathbf{y}(l) | \mathbf{x}(l), A(l) = a_j, B(l) = b_m, \mathbf{Y}_1^{l-1})}{f(\mathbf{y}(l) | \mathbf{Y}_1^{l-1})} P_{in}^*(l-1), \quad (15)$$

$$f_{jm}^*(\mathbf{X}(l)) = \frac{f(\mathbf{y}(l) | \mathbf{X}(l), A(l) = a_j, B(l) = b_m)}{f(\mathbf{y}(l) | \mathbf{X}(l), A(l) = a_j, B(l) = b_m, \mathbf{Y}_1^{l-1})} \tilde{f}_{jm}(\mathbf{X}(l)), \quad (16)$$

где

$$\tilde{f}_{jm}(\mathbf{X}(l)) = \sum_i \sum_n \pi_{ij}^a \pi_{nm}^b P_{in}^*(l-1) \int f_j(\mathbf{X}(l) | \mathbf{X}(l-1)) f_{in}^*(\mathbf{X}(l-1)) d\mathbf{X}(l-1), \quad (17)$$

— условная экстраполированная ПВ непрерывной компоненты ДНМП; $f(\mathbf{y}(l) | \mathbf{X}(l), A(l) = a_j, B(l) = b_m, \mathbf{Y}_1^{l-1})$ — условная ПВ одношагового предсказания наблюдаемых сигналов; $f(\mathbf{y}(k) | \mathbf{Y}_1^{l-1})$ — нормирующий множитель; $f_{in}^*(\mathbf{X}(l-1))$ — условная апостериорная ПВ вектора $\mathbf{X}(l-1)$ при условии $A(l-1) = a_i$, $B(l-1) = b_n$, полученная на предыдущем $l-1$ -м шаге; $f_j(\mathbf{X}(l) | \mathbf{X}(l-1)) = f(\mathbf{X}(l) | \mathbf{X}(l-1), A(l) = a_j)$ — условная плотность вероятности (ПВ), определяемая с помощью уравнения (14);

Алгоритм совместной фильтрации компонент ДНМП (15) — (17) является нелинейным даже для линейных априорных уравнений (12), (14). Нелинейные операции выполняются при вычислении условной ПВ, используемой для определения апостериорных вероятностей (15). Особенность синтезированного алгоритма состоит в неразрывной связанности уравнений фильтрации и интерполяции дискретного и непрерывного компонентов между собой.

3. КВАЗИОПТИМАЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ ИПЗ ВЕКТОРА СОСТОЯНИЯ ДНМП НА ФОНЕ КОРРЕЛИРОВАННЫХ ШУМОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Практическая реализация оптимального алгоритма совместного оценивания компонент ДНМП (15) — (17) встречает значительные трудности. Они обусловлены требованием больших объемов памяти и быстродействия вычислителя при выполнении численного интегрирования многомерных ПВ для получения требуемых оптимальных оценок компонент ДНМП в реальном масштабе времени. Поэтому представляет большой интерес синтез квазиоптимальных алгоритмов ИПЗ [2, 20].

Существует большое количество различных методов синтеза квазиоптимальных алгоритмов нелинейного оценивания [21]. Наибольшее распространение получил метод гауссовской аппроксимации, который требует минимальных вычислительных затрат по сравнению с остальными методами и во многих случаях позволяет задать требуемое качество оценивания, несмотря на приближенное нахождение компонент ДНМП. Для этого необходимо выполнить двухмоментную параметрическую гауссовскую аппроксимацию апостериорного распределения $f_{in}^*(\mathbf{X}(l-1))$. Эта аппроксимация состоит в замене этой неизвестной функций некоторыми известными функциями, в частности условными математическим ожиданием и ковариационной функцией, случайные значения которых определяются по выражению

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{in}^*(l-1) &\equiv \mathbf{M}\{\mathbf{X}(l-1) | A(l-1) = \\ &= a_i, B(l-1) = b_n, \mathbf{y}_1^{l-1}\}, \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{in}^*(l-1) &\equiv \mathbf{cov}\{\mathbf{X}(l-1), \mathbf{X}(l-1) | A(l-1) = \\ &= a_i, B(l-1) = b_n, \mathbf{y}_1^{l-1}\}, l = k + N. \end{aligned} \quad (19)$$

Применяя, таким образом, на каждом l -м шаге гауссовскую аппроксимацию для условного апостериорного распределения $f_{in}^*(\mathbf{X}(l-1))$, можно показать, что вектор текущей условной оценки непрерывного компонента ДНМП и ковариационная матрица ее погрешностей

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{jm}^*(k+N) &\equiv \mathbf{M}\{\mathbf{X}(k+N) | A(k+N) = \\ &= a_j, B(k+N) = b_m, \mathbf{Y}_1^{k+N}\}, \\ \mathbf{K}_{jm}^*(k+N) &\equiv \mathbf{cov}\{\mathbf{X}(k+N), \mathbf{X}(k+N) | A(k+N) = \\ &= a_j, B(k+N) = b_m, \mathbf{Y}_1^{k+N}\}, \end{aligned} \quad (20)$$

определяется с учетом (5), (7) по результатам текущих измерений $\mathbf{y}(k+N) \equiv \mathbf{y}(t_{k+N})$, формируемых накоплением (интегрированием) непрерывного наблюдения $\mathbf{y}(t)$ на интервалах времени между соседними отсчетами оцениваемого непрерывного компонента ДНМП, а первый блочный компонент расширенного вектора состояния содержит искомую интерполяционную оценку $\mathbf{x}_{jm}^*(k | k+N)$.

В рассматриваемом случае уравнения оценки расширенного вектора состояния $\mathbf{X}_{in}^*$ и диагональные элементы блочной ковариационной матрицы $\mathbf{K}_{jm}^*$ погрешностей оценивания имеют вид [13, 17]:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{jm}^*(k | k+N) &= \mathbf{x}_{jm}^*(k+1 | k+N-1) + \\ &+ \mathbf{k}_{jm}^{(N)}(k+N) \Delta \mathbf{y}_{jm}(k+N), \\ \mathbf{x}_{jm}^*(k+1 | k+N) &= \mathbf{x}_{jm}^*(k+2 | k+N-1) + \\ &+ \mathbf{k}_{jm}^{(N-1)}(k+N) \Delta \mathbf{y}_{jm}(k+N); \quad (21) \\ \mathbf{x}_{jm}^*(k+N-1 | k+N) &=, \\ &= \mathbf{x}_{jm}^*(k+N | k+N-1) + \mathbf{k}_{jm}^{(1)}(k+N) \Delta \mathbf{y}_{jm}(k+N), \\ \mathbf{x}_{jm}^*(k+N | k+N) &= \\ &= \tilde{\mathbf{x}}_{jm}(k+N-1 | k+N-1) + \\ &+ \mathbf{k}_{jm}^{(0)}(k+N) \Delta \mathbf{y}_{jm}(k+N); \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{jm}^*(l-a, l-a | l) &= \mathbf{R}_{jm}^*(l-a+1, l-a+1 | l) - \\ &- \mathbf{R}_{jm}^*(l-a+1, l | l) \Phi_{jm}^{(yx)T} \times \\ &\times \left(\tilde{\mathbf{R}}_{jm}^{(yy)}(l | l-1) \right)^{-1} \Phi_{jm}^{(yx)} \mathbf{R}_{jm}^*(l-a+1, l | l), \quad (23) \\ \mathbf{R}_{jm}^*(l, l | l) &= \tilde{\mathbf{R}}_{jm}^{(xx)}(l | l-1) - \\ &- \tilde{\mathbf{R}}_{jm}^{(xy)}(l | l-1) \left(\tilde{\mathbf{R}}_{jm}^{(yy)}(l | l-1) \right)^{-1} \tilde{\mathbf{R}}_{jm}^{(xy)T}(l | l-1), \\ a &= \overline{1, N}, l = k + N. \end{aligned} \quad (24)$$

Здесь

1) $\Delta \mathbf{y}_{jm}(k+N)$ – невязка измерений (обновляющая последовательность):

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{y}_{jm}(k+N) &= \int_{t_{k+N-1}}^{t_{k+N}} \mathbf{y}(t) dt - \\ &- \Phi_{jm}^{(yy)} \mathbf{y}(k+N) - \tilde{\mathbf{y}}_{jm}(k+N); \end{aligned} \quad (25)$$

2) $\tilde{\mathbf{x}}_{jm}(k+N)$ – условно-прогнозная оценка непрерывного компонента ДНМП при условии $A(k+N) = a_j, B(k+N) = b_m$;

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}_{jm}(k+N) &= \\ &= \sum_{i=1}^{M_1} \sum_{n=1}^{M_2} \pi_{ij}^a \pi_{nm}^b \frac{P_{in}^*(k+N-1)}{\tilde{P}_{jm}(k+N)} \Phi_j^{(xx)} \mathbf{x}_{in}^*(k+N-1), \end{aligned} \quad (26)$$

3) $\tilde{\mathbf{y}}_{jm}(k+N)$ – прогнозируемое значение вектора измерений

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{y}}_{jm}(k+N) &= \\ &= \sum_{i=1}^{M_1} \sum_{n=1}^{M_2} \pi_{ij}^a \pi_{nm}^b \frac{P_{in}^*(k+N-1)}{\tilde{P}_{jm}(k+N)} \Phi_{jm}^{(yx)} \mathbf{x}_{in}^*(k+N-1); \end{aligned} \quad (27)$$

4) $\mathbf{R}_{jm}^*(l-a, l | l)$ – вне диагональные элементы блочной ковариационной матрицы $\mathbf{K}_{jm}^*$:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{jm}^*(l-a, l | l) &= \mathbf{R}_{jm}^{*T}(l, l-a | l) = \\ &= \mathbf{R}_{jm}^*(l-a+1, l | l) \Phi_{jm}^{(xx)T} - \\ &- \mathbf{R}_{jm}^*(l-a+1, l | l) \Phi_{jm}^{(yx)T} \times \\ &\times \left(\tilde{\mathbf{R}}_{jm}^{(yy)}(l | l-1) \right)^{-1} \tilde{\mathbf{R}}_{jm}^{(xy)T}(l | l-1); \end{aligned} \quad (28)$$

5) $\tilde{\mathbf{R}}_{jm}^{(xx)}(l | l-1)$ – ковариационная матрица погрешностей предсказания:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{R}}_{jm}^{(xx)}(l | l-1) = & \sum_{i=1}^{M_1} \sum_{n=1}^{M_2} \pi_{ij}^a \pi_{nm}^b \frac{P_{in}^*(l-1)}{\tilde{P}_{jm}(l)} \times \\ & \times \left\{ \Phi_j^{(xx)} \mathbf{R}_{in}^*(l-1, l-1 | l-1) \Phi_j^{(xx)T} + \Gamma_j^{(xx)} \Gamma_j^{(xx)T} + \right. \\ & + \left[\Phi_j^{(xx)} \mathbf{x}_{in}^*(l-1 | l-1) - \tilde{\mathbf{x}}_{jm}(l) \right] \times \\ & \times \left[\Phi_j^{(xx)} \mathbf{x}_{in}^*(l-1 | l-1) - \tilde{\mathbf{x}}_{jm}(l) \right]^T \Big\}; \quad (29) \end{aligned}$$

6) $\tilde{\mathbf{R}}_{jm}^{(xy)}(k)$, $\tilde{\mathbf{R}}_{jm}^{(yy)}(k)$ – условные ковариационные матрицы погрешностей предсказания измерений:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{R}}_{jm}^{(xy)}(l | l-1) = & \sum_{i=1}^{M_1} \sum_{n=1}^{M_2} \pi_{ij}^a \pi_{nm}^b \frac{P_{in}^*(l-1)}{\tilde{P}_{jm}(l)} \times \\ & \times \left(\Phi_j^{(xx)} \mathbf{R}_{in}^*(l-1, l-1 | l-1) \Phi_{jm}^{(yx)T} + \Gamma_{jm}^{(xx)} \Gamma_{jm}^{(yx)T} \right); \quad (30) \\ \tilde{\mathbf{R}}_{jm}^{(yy)}(l) = & \sum_{i=1}^{M_1} \sum_{n=1}^{M_2} \pi_{ij}^a \pi_{nm}^b \frac{P_{in}^*(l-1)}{\tilde{P}_{jm}(l)} \times \\ & \times \left\{ \Phi_{jm}^{(yx)} \mathbf{R}_{in}^*(l-1, l-1 | l-1) \Phi_{jm}^{(yx)T} + \right. \\ & + \Gamma_{jm}^{(yx)} \Gamma_{jm}^{(yx)T} + \Gamma_{jm}^{(yy)} \Gamma_{jm}^{(yx)T} + \\ & + \left[\Phi_{jm}^{(yx)} \mathbf{x}_{in}^*(l-1 | l-1) - \tilde{\mathbf{y}}_{jm}(l) \right] \times \\ & \times \left[\Phi_{jm}^{(yx)} \mathbf{x}_{in}^*(l-1 | l-1) - \tilde{\mathbf{y}}_{jm}(l) \right]^T \Big\}; \quad (31) \end{aligned}$$

7) $\mathbf{K}_{jm}^{(a)}(l) = \left[\mathbf{k}_{jm}^{(N)T}(l), \mathbf{k}_{jm}^{(N-1)T}(l), \dots, \mathbf{k}_{jm}^{(0)T}(l) \right]^T$ – оптимальный коэффициент передачи:

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_{jm}^{(a)}(l) = & \mathbf{R}_{jm}^*(l-a, l-a | l) \Phi_{jm}^{(yx)} \left(\tilde{\mathbf{R}}_{jm}^{(yy)}(l | l-1) \right)^{-1}, \\ & \forall a = \overline{1, N}; \\ \mathbf{k}_{jm}^{(0)}(k+N) = & \tilde{\mathbf{R}}_{jm}^{(xy)}(l | l-1) \left(\tilde{\mathbf{R}}_{jm}^{(yy)}(l | l-1) \right)^{-1}, \\ & a = 0; l = k+N. \quad (32) \end{aligned}$$

При этом начальные условия для квазиоптимального алгоритма ИПЗ вектора состояния ДНМП на фоне коррелированных шумов измерений:

$$\mathbf{X}_{jm}^*(0) = \mathbf{M} \{ \mathbf{X}_0 \}, \mathbf{K}_{jm}^*(0) = \text{cov} \{ \mathbf{X}_0, \mathbf{X}_0 \},$$

$$\mathbf{P}_{in}^*(0) = \mathbf{P}_0, i = \overline{1, M_1}, n = \overline{1, M_2}.$$

Уравнения оценивания апостериорной вероятности дискретной компоненты ДНМП (15) остается без изменения, а условная ПВ одношагового предсказания наблюдаемых сигналов имеет вид [20]

$$\begin{aligned} f(\mathbf{y}(l) | \mathbf{X}(l), A(l) = a_j, B(l) = b_m, \mathbf{Y}_1^{l-1}) = \\ = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^{n_y} \det \{ \tilde{\mathbf{R}}_{jm}^{(yy)}(l) \}}} \times \\ \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\mathbf{y}(l) - \tilde{\mathbf{y}}_{jm}(l)) \left[\tilde{\mathbf{R}}_{jm}^{(yy)}(l) \right]^{-1} (\mathbf{y}(l) - \tilde{\mathbf{y}}_{jm}(l))^T \right\}, \\ l = k+N. \quad (33) \end{aligned}$$

Задача ИПЗ вектора состояния ДНМП на фоне коррелированных шумов измерений считается решенной, если на выходе оптимального фильтра на каждом $k+N$ -м шаге формируется оптимальная оценка, соответствующая определенному критерию оптимальности. Байесовское решение может быть получено на основе минимизации апостериорного риска [22], который применительно к решаемой задаче имеет вид

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^o(l) = & \left(\mathbf{x}^o(l), A(l) = a_j^o, B(l) = b_m^o \right) = \\ = & \underset{\tilde{\mathbf{x}}(l), j, m}{\text{argmin}} \sum_{\mu=1}^{M_1} \sum_{v=1}^{M_2} \int g_{jm\mu v}(\mathbf{x}(l), \tilde{\mathbf{x}}(l)) w_{jm}^*(\mathbf{x}(l)) d\mathbf{x}(l), \\ & l = k+N, \quad (34) \end{aligned}$$

где $g_{jm\mu v}(\mathbf{x}(l), \tilde{\mathbf{x}}(l))$ – функция потерь; $\mathbf{u}^o(l)$ – оптимальное решение.

При решении многих практических задач малым ошибкам непрерывного компонента соответствуют меньшие потери. В таких случаях применяется функция потерь [20], простая по дискретному и квадратичная по непрерывному компонентам:

$$\begin{aligned} g_{jm\mu v}(\mathbf{x}(l), \tilde{\mathbf{x}}(l)) = & \alpha (1 - \delta_{jm\mu v}) + \\ & + \beta \delta_{jm\mu v} (\mathbf{x}(l) - \tilde{\mathbf{x}}(l))^T (\mathbf{x}(l) - \tilde{\mathbf{x}}(l)), \quad (35) \end{aligned}$$

где α, β – коэффициенты потерь; $\delta_{jm\mu v}$ – символ Кронекера:

$$\delta_{jm\mu v} = \begin{cases} 1, & \text{если } j = \mu, m = v, \\ 0, & \text{если } j \neq \mu, m \neq v, \end{cases} \mu = \overline{1, M_1}, \\ v = \overline{1, M_2}.$$

Функция потерь (31) означает, что при любом неправильном определении значений дискретного компонента потери равны коэффициенту α , а при правильном принятии решения потери пропорциональны сумме квадратов ошибок оценки непрерывного компонента. Подставляя выражение (35) в (34) и выполняя минимизацию апостериорного риска, можно показать, что решающее правило имеет следующий вид:

если

$$P_{jm}^*(l) \{ \alpha + \beta \text{Tr} \{ \mathbf{R}_{jm}^*(l) \} \} \geq P_{\mu\nu}^*(l) \{ \alpha + \beta \text{Tr} \{ \mathbf{R}_{\mu\nu}^*(l) \} \},$$

то

$$\mathbf{x}^o(k) = \mathbf{x}_{jm}^*(k), a_j^o = a_j^*, b_m^o = b_m^*, \quad (36)$$

где $\text{Tr} \{ \mathbf{A} \}$ — след матрицы $\mathbf{A}$.

Таким образом, в качестве безусловной оценки непрерывного компонента ДНМП выступает условное апостериорное математическое ожидание $\mathbf{x}_{jm}^*(k)$. Из (36) следует, что принятие решения сводится к максимизации взвешенных апостериорных вероятностей дискретных компонент ДНМП. При этом следует отметить, что с увеличением погрешности оценки непрерывного компонента ДНМП уменьшаются веса погрешностей оценки дискретных компонент ДНМП. В результате может приниматься гипотеза с меньшей апостериорной вероятностью, но и с меньшими погрешностями оценки непрерывного компонента ДНМП, т.е. может отвергаться гипотеза с большей апостериорной вероятностью.

Условная ковариационная матрица $\mathbf{R}_{jm}^*(k+N)$ характеризует качество ИПЗ при правильном определении значений дискретных компонент $A(k+N) = a_j$, $B(k+N) = b_m$. Безусловная ковариационная матрица $\mathbf{R}^*(k+N)$ погрешностей оценки ИПЗ непрерывного компонента ДНМП определяется по формуле

$$\begin{aligned} \mathbf{R}^*(k+N) = & \sum_j \sum_m \pi_{ij}^a \pi_{nm}^b P_{jm}^*(k+N) \times \\ & \times \left(\mathbf{R}_{jm}^*(k) + \left(\mathbf{x}_{jm}^*(k | k+N) - \mathbf{x}^*(k | k+N) \right) \times \right. \\ & \left. \times \left(\mathbf{x}_{jm}^*(k | k+N) - \mathbf{x}^*(k | k+N) \right)^T \right). \end{aligned} \quad (37)$$

Квазиоптимальный цифровой фильтр ИПЗ вектора состояния ДНМП на фоне коррелированных шумов измерений (рис. 1), реализующий алгоритм (15), (21)–(24), (33), (35)–(37), является многоканальным с числом каналов $M = M_1 \times M_2$ и в основном сохраняет структуру и все обратные связи, присущие оптимальному устройству. На вход каждого канала подаются текущие измерения $\mathbf{y}(k) \equiv \mathbf{y}(t_k)$, значения которых формируются в квантователе (Кв) аналого-цифрового преобразователя (АЦП) из

предварительно проинтегрированного аналоговым образом непрерывного процесса $\mathbf{y}(t)$ за время одного такта с обнулением интегратора в конце каждого такта. Каждый канал состоит из блока КУ — вычисления коэффициентов усиления $\mathbf{k}_{jm}^{(a)}$, блока фильтрации (БФ), в котором вычисляются условные оценки $\mathbf{x}_{jm}^*(k+N | k+N)$, $\mathbf{x}_{in}^*(k+N-1 | k+N-1)$ блока интерполяции (БИ), в котором рассчитываются векторы условных оценок $\mathbf{x}_{jm}^*(k | k+N)$, $\mathbf{x}_{in}^*(k-1 | k+N-1)$; блока прогноза (БП), в котором вычисляются условно-прогнозные оценки $\tilde{\mathbf{x}}_{jm}(k+N)$, $\tilde{\mathbf{y}}_{jm}(k+N)$; блока апостериорных вероятностей (БАВ), в котором рассчитываются $P_{jm}^*(k+N)$, $P_{in}^*(k+N-1)$, $\tilde{P}_{jm}(k+N)$, и блока вычисления корреляционных матриц (БKM), в котором вычисляются $\tilde{\mathbf{R}}_{jm}^{(xx)}$, $\tilde{\mathbf{R}}_{jm}^{(xy)}$, $\tilde{\mathbf{R}}_{jm}^{(yy)}$, $\mathbf{R}_{jm}^*$ и $\mathbf{R}_{in}^*$. Окончательное решение о принятии безусловных оценок $\mathbf{x}^*(k | k+N) = \mathbf{x}_{jm}^*(k | k+N)$, $A(k+N) = a_j$, $B(k+N) = b_m$ производится в решающем устройстве (РУ).

Пример. В качестве примера использования синтезированного квазиоптимального алгоритма ИПЗ ДНМП на фоне гауссовского марковского случайного шума в условиях изменений статистических свойств этого шума в процессе оценивания рассмотрим задачу наведения объекта управления (ОУ) на маневрирующую воздушную цель (ВЦ) в горизонтальной плоскости. Угловое положение ОУ относительно ВЦ определяется системой СДУ:

$$\begin{aligned} d\varepsilon/dt &= \omega, \varepsilon(0) = \varepsilon_0; \\ d\omega/dt &= -2\alpha_\omega \omega - \chi^2 \varepsilon + \\ &+ \frac{1}{D} (j - j_\Pi) + \sqrt{4\alpha_\omega \chi^2 \sigma_\omega^2} \xi_1(t), \\ \omega(0) &= \omega_0, \\ dj_\Pi/dt &= -\alpha_\Pi j_\Pi + \sqrt{2\alpha_\Pi A(k) \sigma_\Pi^2} \xi_3(t), j_\Pi(0) = j_{\Pi 0}, \end{aligned} \quad (38)$$

где ε — наблюдаемый угол пеленга цели, ω — угловая скорость линии визирования (ЛВ) ОУ–ВЦ в плоскости управления, j_Π — поперечное ускорение цели — непрерывные компоненты ДНМП; $\alpha_\omega = V_{сб} / 2D$ и $\chi^2 = V V_{сб} / D^2$ — параметрические коэффициенты, характеризующие ширину и вид спектральной плотности флуктуаций углового положения ВЦ относительно вектора скорости ОУ; α_Π — коэффициент, характеризующий ширину спектральной плотности флуктуаций j_Π и зависящий от типа цели; σ_ω^2 — дисперсия флуктуаций j_Π ;

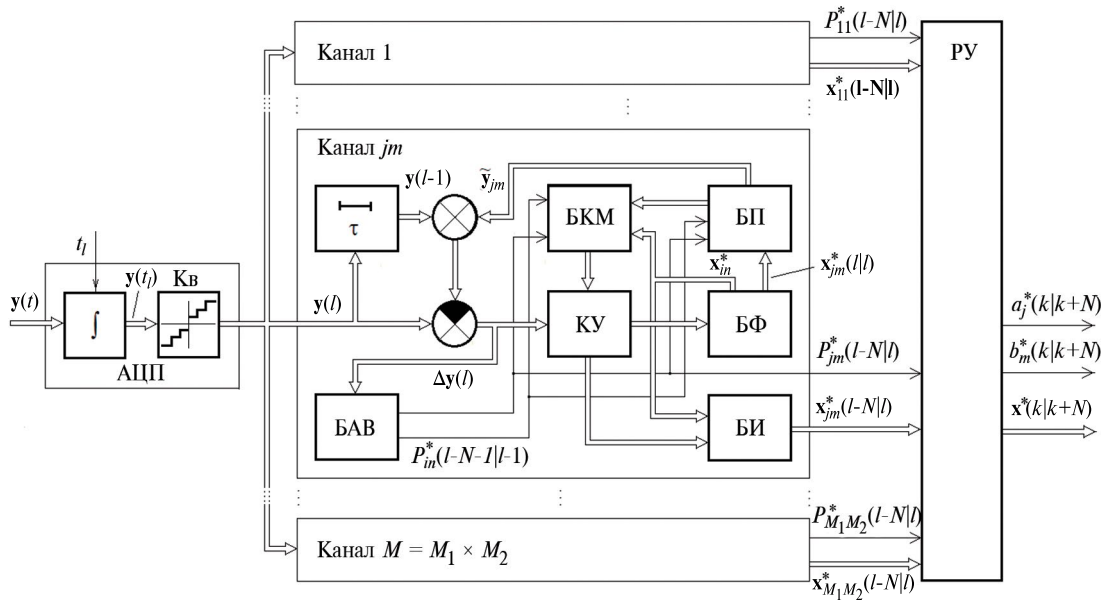


Рис. 1. Структурная схема M -канального цифрового фильтра: Кв – квантователь АЦП; КУ – блок вычисления коэффициентов усиления; БФ – блок фильтрации; БИ – блок интерполяции; БП – блок прогноза; БАВ – блок апостериорных вероятностей; БКМ – блока вычисления корреляционных матриц; РУ – решающее устройство.

D – дальность до цели; $V_{сб}$ – скорость сближения; j – боковое ускорение ОУ.

При этом будем полагать, что цель маневрирует с мгновенными поперечными ускорениями j_F , а ОУ – так, что модуль скорости сближения остается постоянным. Последнее допущение, являясь в общем случае нестрогим, позволяет существенно упростить математические выкладки.

По условию постановки задачи исходное априорное уравнение гауссовского марковского случайного шума измерений $w(t)$ определяется СДУ:

$$dw / dt = -\alpha_w w + \sqrt{2\alpha_w B(k)} \sigma_w^2 \xi_2(t),$$

$$w(0) = w_0, \quad (39)$$

где α_w – коэффициент, характеризующий ширину спектральной плотности шума измерений; σ_w^2 – дисперсия шума измерений; $A(k)$, $B(k)$ – дискретные компоненты ДНМП; $\xi_1(t)$, $\xi_2(t)$, $\xi_3(t)$ – стандартные БГШ. Исходное уравнение наблюдения соответствует (2) для $\mathbf{h} = [1 \ 0 \ 0]$, число интервалов задержки $N = 2$.

Проверка качества квазиоптимального алгоритма ИПЗ проведена с помощью статистического моделирования на ЭВМ для случая, когда цепи Маркова принимают значения $a_1 = 1$, $a_2 = 5$; $b_1 = 1$, $b_2 = 10$. Вероятности перехода $\pi_{11}^a = \pi_{11}^b = 0.9$; $\pi_{12}^a = \pi_{12}^b = 0.1$. В целях повышения наглядности функционирования алгоритма для дискретных

компонент $A(k)$, $B(k)$ были сформированы тестовые последовательности:

$$A(k) = \begin{cases} a_1, & 1 \leq k < 119, 141 \leq k < 159, 161 \leq k < 200, \\ a_2, & 120 \leq k < 140, 160 \leq k < 180. \end{cases}$$

$$B(k) = \begin{cases} b_1, & 1 \leq k < 49, 71 \leq k < 89, 131 \leq k < 200 \\ b_2, & 50 \leq k < 70, 90 \leq k < 130. \end{cases}$$

Определение статистических характеристик квазиоптимальных алгоритмов ИПЗ проводилось методом Монте-Карло по 100 реализациям, при этом тестовые последовательности дискретных цепей Маркова $A(k)$, $B(k)$ сохранялась неизменными, а независимые гауссовские последовательности $\mathbf{n}^{(x)}(l)$, $\mathbf{n}^{(y)}(l)$ формировались с помощью датчика случайных чисел. Для определения оценок дискретного и непрерывного компонентов использовалось решающее правило (35), (36), для которого коэффициенты потерь принимали значения $\alpha = 1$, $\beta = 0$.

Моделирование проводилось при следующих исходных данных: $\tau = 0.2$ с, $\alpha_w = \pi/10$ рад/с, $V_{сб} = V = 300$ отн. ед.; $(0) = 50$ отн. ед., $\sigma_w^2 = 0.01$ отн. ед., $\sigma_{j_{ц}}^2 = 2g$.

Согласно (21), (22) квазиоптимальная интерполяционная оценка $\mathbf{x}_{jm}^*(l-2|l) \equiv \mathbf{x}_{jm}^*(k|k+2)$ отсчетов непрерывных компонент ДНМП $x(t)$ по наблюдаемым сигналам $\mathbf{Y}_1^{k+2} = \{y(1), y(2), \dots, y(k), \dots, y(k+2)\}$ вычислялась из рекуррентных уравнений

$$\mathbf{x}_{jm}^*(l|l) = \Phi_j^{(xx)} \mathbf{x}_{jm}^*(l-1|l-1) + \mathbf{k}_{jm}^{(0)}(l) \Delta y_{jm}(l|l-1),$$

$$\mathbf{x}_{jm}^*(l-1|l) = \mathbf{x}_{jm}^*(l-1|l-1) + \mathbf{k}_{jm}^{(1)}(l) \Delta y_{jm}(l|l-1),$$

$$\mathbf{x}_{jm}^*(l-2|l) = \mathbf{x}_{jm}^*(l-2|l-1) + \mathbf{k}_{jm}^{(2)}(l) \Delta y_{jm}(l|l-1),$$

$$l = k + 2,$$

$$\Delta y_{jm}(l|l-1) = \int_{t_{l-1}}^{t_l} y(t) dt - y(l) - \Phi_j^{(yx)} \mathbf{x}_{jm}^*(l-1|l-1),$$

где оптимальные коэффициенты усиления $\mathbf{k}_{jm}^{(0)}$, $\mathbf{k}_{jm}^{(1)}$, $\mathbf{k}_{jm}^{(2)}$ рассчитывались по формуле (32), матрицы $\Phi_j^{(xx)}$, $\Phi_j^{(yx)}$ – по формулам (8) – (10), $\mathbf{x} = [\varepsilon \ \omega \ j_{\Pi}]^T$.

Результаты моделирования приведены на рис. 2–4. На рис. 2 показаны зависимости от дальности до цели: угловой скорости ЛВ $\omega(k)$, оценки ИПЗ угловой скорости ЛВ $\omega^*(k|k+2)$ и оценки фильтрации угловой скорости ЛВ $\omega^\#(k+2|k+2)$.

На рис. 3 представлены зависимости от дальности до цели: совместной вероятности правильного обнаружения изменений статистических характеристик окрашенного шума измерений и маневра ВЦ при ИПЗ P_1^* и при фильтрации P_2^* .

Данные рис. 2, 3 показывают работоспособность квазиоптимального алгоритма ИПЗ при оценке компонент ДНМП при формировании значений угловой скорости ЛВ с учетом скачкообразных маневров цели и изменений

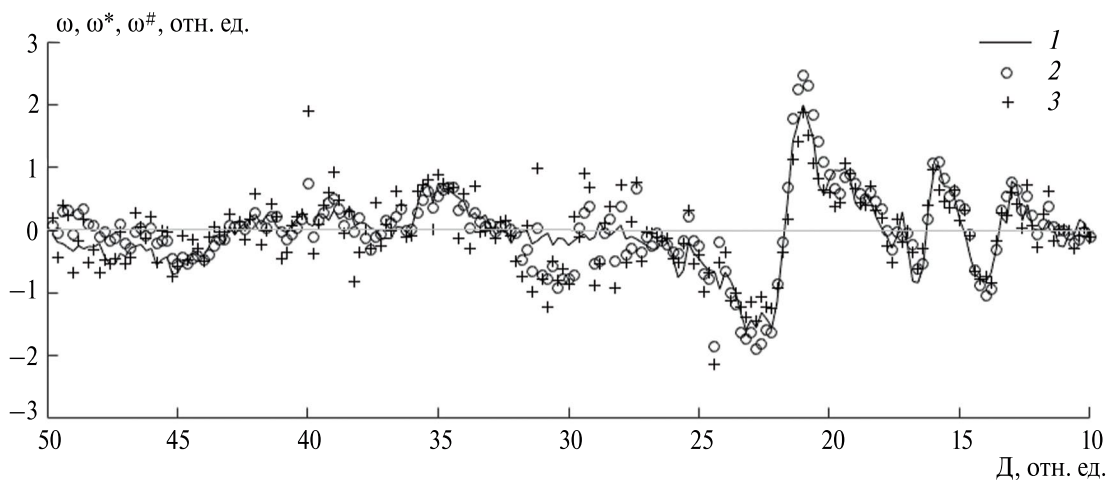


Рис. 2. Зависимости от дальности до цели: угловой скорости ЛВ $\omega(k)$ (кривая 1), оценки ИПЗ угловой скорости ЛВ $\omega^*(k|k+2)$ (кривая 2); оценки фильтрации угловой скорости ЛВ $\omega^\#(k+2|k+2)$ (кривая 3).

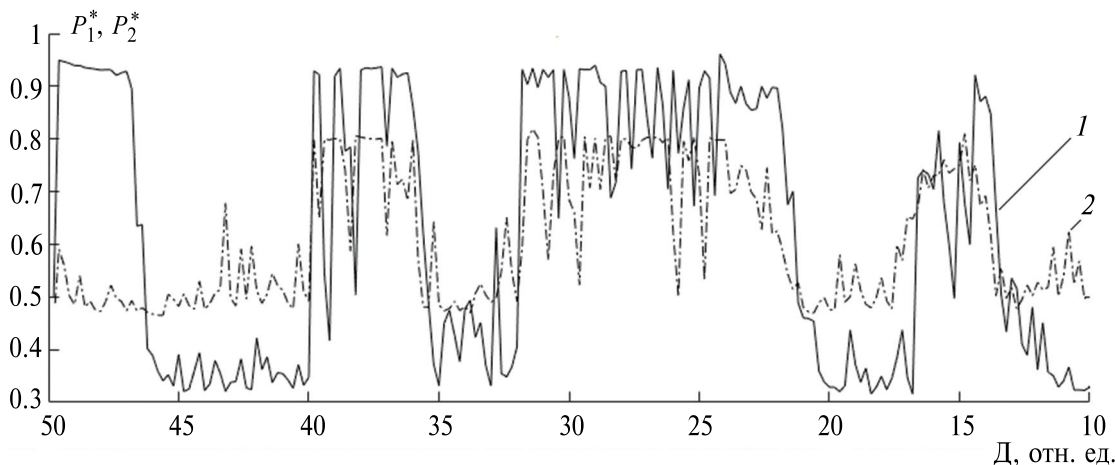


Рис. 3. Зависимость от дальности до цели совместной вероятности правильного обнаружения изменений статистических характеристик окрашенного шума измерений и маневра ВЦ при ИПЗ P_1^* (кривая 1) и при фильтрации P_2^* (кривая 2).

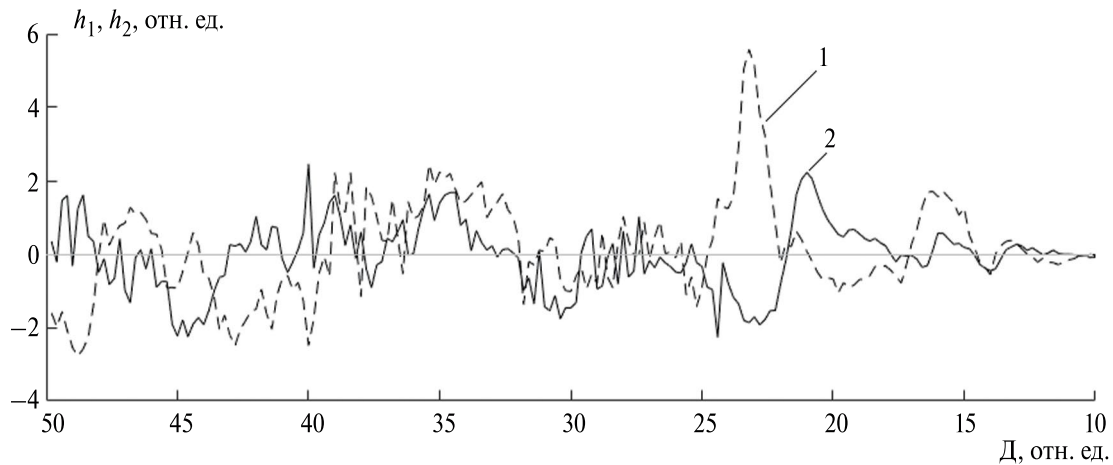


Рис. 4. Зависимости текущего промаха h_1 , h_2 от дальности до цели для случая ИПЗ (кривая 1) и фильтрации (кривая 2).

статистических характеристик окрашенного шума в канале измерений.

По результатам формирования квазиоптимальных оценок компонентов вектора состояния за время наведения вычислялся текущий промах [7]

$$h_1 = \frac{D^2 \omega^*}{V_{сб}}, \quad h_2 = \frac{D^2 \omega^\#}{V_{сб}}.$$

На рис. 4 показаны зависимости текущего промаха h_1 , h_2 от дальности до цели для случая ИПЗ и фильтрации.

Среднее квадратическое отклонение погрешности промаха σ_h на рубеже конечного наведения по 50 последним отсчетам с доверительным интервалом 0.05 отн. ед. составляет:

$\sigma_h = 0.293$ отн. ед. — алгоритм ИПЗ при $N = 2$;

$\sigma_h = 0.752$ отн. ед. — алгоритм фильтрации.

Таким образом, эффективность алгоритма ИПЗ при $N = 2$ составляет более двух раз.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методами теории условных марковских процессов решена задача оптимальной интерполяции с постоянным запаздыванием отсчетов непрерывных компонент векторной марковской последовательности ДНМП на фоне коррелированного марковского шума. Синтезированные алгоритмы основаны на использовании метода разностных измерений и разложении смешанной апостериорной плотности вероятности расширенного вектора состояния $[\mathbf{X}^T(l), A(l), B(l)]^T$ и являются алгоритмами с обратными связями по дискретному процессу $\mathbf{S}^T(l) = [A(l), B(l)]$. На базе квазиоптимального

алгоритма разработана соответствующая структурная схема цифрового фильтра.

Синтезированный квазиоптимальный алгоритм интерполяции с постоянным запаздыванием позволяет уменьшить СКО погрешности определения непрерывных компонентов ДНМП в 1.5...2.5 раза и увеличить вероятность правильного распознавания значений дискретных компонентов ДНМП в 1.2... 1.5 раза по сравнению с квазиоптимальным алгоритмом фильтрации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Стратонович Р.Л. Условные марковские процессы и их применение к теории оптимального управления. М.: Изд-во МГУ, 1966.
2. Ярлыков М.С., Миронов М.А. Марковская теория оценивания случайных процессов. М.: Радио и связь, 1993.
3. Марковская теория оценивания в радиотехнике / Под ред. М.С. Ярлыкова. М.: Радиотехника. 2004.
4. Sage A.P., Melsa J.L. Estimation Theory with Applications to Communication and Control. N.-Y.: McGraw-Hill, 1971.
5. Сосулин Ю.Г. Теория обнаружения и оценивания стохастических сигналов. М.: Сов. радио, 1978.
6. Миронов М.А. // РЭ. 1982. Т. 27. № 1. С. 65.
7. Ярлыков М.С., Богачев А.С., Меркулов В.И., Дрогалин В.В. Радиоэлектронные комплексы навигации, прицеливания и управления вооружением. В 2-х тт. Т. 1. Теоретические основы / Под ред. М.С. Ярлыкова. М.: Радиотехника, 2012.

8. Ярлыков М.С., Богачев А.С., Меркулов В.И., Дрога-лин В.В. Радиоэлектронные комплексы навигации, прицеливания и управления вооружением. В 2-х тт. Т. 2. Применение авиационных радиоэлектронных комплексов при решении боевых и навигационных задач / Под ред. М.С. Ярлыкова. М.: Радиотехника, 2012.
9. Ярлыков М.С., Богачев А.С., Миронов М.А. Боевое применение и эффективность авиационных радиоэлектронных комплексов / Под ред. М.С. Ярлыкова. М.: Изд-во ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, 1990.
10. Ярлыков М.С. Применение марковской теории нелинейной фильтрации в радиотехнике. М.: Сов. радио, 1980.
11. Ярлыков М.С. Статистическая теория радионавигации. М.: Радио и связь, 1985.
12. Ярлыков М.С., Миронов М.А. // РЭ. 1982. Т. 27. № 10. С. 1949.
13. Детков А.Н. // РЭ. 1997. Т. 42. № 2. С. 177.
14. Миронов М.А. // РЭ. 1992. Т. 37. № 1. С. 107.
15. Миронов М.А. // РЭ. 1993. Т. 38. № 1. С. 141.
16. Величкин А.И. // РЭ. 1990. Т. 35. № 7. С. 1471.
17. Детков А.Н. // РЭ. 2023. Т. 68. № 7. С. 650.
18. Тихонов В.И., Миронов М.А. Марковские процессы. М.: Сов. радио, 1977.
19. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М.: Физматлит, 2010.
20. Детков А.Н. // РЭ. 2022. Т. 67. № 5. С. 485.
21. Руденко Е.А. // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2016. № 1. С. 43.
22. Репин В.Г., Тартаковский Г.П. Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптация информационных систем. М.: Сов. радио, 1978.

OPTIMAL DISCRETE INTERPOLATION WITH CONSTANT DELAY OF SAMPLES OF A DISCRETE-CONTINUOUS MARKOV PROCESS AGAINST A BACKGROUND OF CORRELATED MARKOV NOISE

A. N. Detkov

*State Research Institute of Aviation Systems,
Viktorenko Str., 7, Moscow, 125319 Russia
E-mail: detkov@gosniias.ru*

Received March 19, 2023, revised March 19, 2023, accepted March 25, 2023

The problem of synthesizing optimal and quasi-optimal algorithms for interpolation with constant delay of samples of continuous components of a vector discrete-continuous Markov random process is solved using the methods of the Markov theory of estimation of random processes, taking into account the known statistical characteristics of additive Markov correlated noise. The method of difference measurements was used in the synthesis of algorithms. The structural diagram of the quasi-optimal digital filter is given. A simple example using the method of simulation modeling shows the performance of the quasi-optimal algorithm in statistically uncertain situations when guiding the control object to a maneuvering air target.

Keywords: Markov theory of estimation of random processes, discrete-continuous Markov random process, interpolations with constant delay, Markov correlated noise, method of difference measurements, quasi-optimal digital filter

УДК 629.7.051

КОМПЛЕКСНАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ ГЛОБАЛЬНОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ И МОДУЛЕЙ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ 5G В ЦЕЛЯХ НАВИГАЦИОННОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ПОЛЕТОВ БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ В УСЛОВИЯХ МАССОВОЙ ЗАСТРОЙКИ СОВРЕМЕННЫХ МЕГАПОЛИСОВ

© 2024 г. Э. А. Болелов*, А. Т. Кудинов, Н. М. Романенко

*Московский государственный технический университет гражданской авиации,
Кронштадтский бульвар, 20, Москва, 125993 Российская Федерация*

**E-mail: edbolelov@mail.ru*

Поступила в редакцию 21.04.2024 г.

После доработки 21.04.2024 г.

Принята к публикации 25.04.2024 г.

Рассмотрен подход к построению бортовой аппаратуры потребителя глобальных навигационных спутниковых систем в составе бортового оборудования беспилотных летательных аппаратов (БПЛА). Выполнен анализ особенностей навигационного обеспечения БПЛА в процессе реализации различных сценариев их применения. Методами марковской теории оптимального оценивания случайных процессов получены алгоритмы комплексной обработки сигналов спутниковой радионавигационной системы и модуля позиционирования 5G для случая структурно раздельной обработки радиосигналов. Представлена структурная схема системы, характерной особенностью которой является отсутствие перекрестных связей между каналами обработки радиосигналов.

Ключевые слова: глобальные навигационные спутниковые системы, комплексная обработка информации, марковская теория оценивания случайных процессов, меандровые шумоподобные сигналы, ГЛОНАСС, BeiDou, беспилотные летательные аппараты, модуль позиционирования 5G

DOI: 10.31857/S0033849424080088, **EDN:** HODVKK

ВВЕДЕНИЕ

Как отмечается в «Концепции интеграции беспилотных воздушных судов в единое воздушное пространство Российской Федерации», «развитие сегмента беспилотной авиации, основанное на передовых технических решениях в области навигации, связи и телекоммуникации, открывает новые возможности для решения задач как в сфере обороны и безопасности государства, так и в сфере транспорта». Основой навигационного поля для обеспечения полетов беспилотных воздушных судов в Российской Федерации будет являться глобальная навигационная спутниковая система (ГНСС), включающая спутниковые созвездия ГЛОНАСС и GPS, а в перспективе также Galileo и BeiDou с функциональным дополнением спутникового базирования (в частности, российской системой дифференциальной коррекции и мониторинга), сертифицированным в соответствии с требованиями стандартов и рекомендуемой практики Международной организации гражданской авиации, а в районах аэродромов и вертодромов, возможно, будут использоваться локальные

контрольно-корректирующие станции (ККС), являющиеся функциональным дополнением наземного базирования.

Анализ мониторинга числа видимых на территории Российской Федерации навигационных космических аппаратов (НКА) и значений геометрического фактора, определяющего характеристики точности, различных ГНСС (ГЛОНАСС, GPS, Галилео, BeiDou) показывает, что наиболее перспективным направлением формирования навигационного поля представляется ГНСС, включающая спутниковые созвездия ГЛОНАСС и BeiDou (BDS). В частности, количество навигационных спутников составляет в среднем 23, а значение геометрического фактора PDOP в среднем не превышает 1.06. В то время как для GPS эти показатели составляют 10 видимых спутников, а значение геометрического фактора достигает 1.56 и выше [1].

Кроме того, факт, что в ГНСС BeiDou изначально используются ВОС-сигналы, относящиеся к классу меандровых шумоподобных (широкополосных) сигналов (МШПС), а в ГНСС ГЛОНАСС наряду с ВОС-сигналами применяются

традиционные шумоподобные сигналы (ШПС), позволяет предположить, что использование этих сигналов в системе обработки информации в составе навигационного оборудования беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) повысит эффективность навигационных определений на различных этапах полета. Особенности МШПС, выделяющие их из традиционных ШПС, достаточно подробно рассмотрены в монографии М. С. Ярлыкова «Меандровые шумоподобные сигналы (ВОС-сигналы) в новых спутниковых радионавигационных системах» [2].

При этом остается нерешенным комплекс задач, связанный с управлением воздушным движением беспилотного транспорта, включая задачи навигационного обеспечения, и контролем воздушного пространства в районах массовой застройки современных мегаполисов.

1. ПУТИ ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА НАВИГАЦИОННОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ БПЛА В УСЛОВИЯХ СОВРЕМЕННЫХ МЕГАПОЛИСОВ

В последнее время проведение наземных точечных и маршрутных исследований дополняется работами, связанными с запуском БПЛА. Данные съемки с помощью БПЛА в настоящее время рассматриваются как более дешевая и оперативная альтернатива использованию спутниковых данных. Промежуточное положение между наземной и аэрокосмической съемкой в целях локального мониторинга территорий по критерию «эффективность—стоимость» занимает съемка на базе дистанционно-управляемого БПЛА, обеспечивающего проведение работ на малых высотах и существенно более экономичного по сравнению с традиционными носителями. БПЛА способствуют наибольшему уровню детализации изучаемой поверхности и, в первую очередь, эффективны для применения в труднодоступных районах и для обзорных рекогносцировочных работ. Обычно геопривязка снимков к местности проводится методом синхронизации съемки с GPS-системой БПЛА. Для эффективной автоматизации анализа геоинформационных данных, в том числе для получения изображений с высоким разрешением для построения точных трехмерных моделей земной поверхности и объектов, необходимо точное позиционирование БПЛА. При посадке БПЛА на этапе сближения к точности позиционирования БПЛА предъявляются повышенные требования.

Средой являются, как правило, протяженные территории снаружи помещений, в том числе в условиях городской застройки. При обработке получаемых с БПЛА изображений в режиме «вне сети» крайне низкая задержка не требуется; в процессе посадки БПЛА, если изображения

с географической привязкой используются при так называемом сближении, задержка передачи данных о местоположении должна быть соразмерна скорости БПЛА для обеспечения возможности осуществления дистанционно управляемой посадки.

Для реализации данного сценария предъявляются следующие требования при скорости полета БПЛА примерно 150 км/ч: горизонтальная и вертикальная точность позиционирования примерно 0.1 м с доступностью 99%, точность оценки скорости не более 0.5 м/с по горизонтали и по вертикали, точность оценки угла/направления не более 2°, TTFF не более 10 с [3].

Для удаленного управления при полете на не большой высоте в районах массовой застройки современные мегаполисы БПЛА должен быть оборудован модулем позиционирования 5G и поддерживать непрерывный сеанс связи/позиционирования средствами сети 5G со следующими характеристиками: задержка RTT не более 150 мс; ввиду возможных критических последствий надежность должна быть на уровне требований служб управления воздушным движением АТС (Air Traffic Control), близкой к 100%. Для реализации данного сценария при полете БПЛА по маршруту со скоростью до 50 км/ч и зависании над местом наблюдения снаружи помещений без существенных препятствий предъявляются следующие требования: точность горизонтального позиционирования должна быть не более 0.5 м, вертикальная точность не более 0.3 см, доступность 99%. При посадке и взлете БПЛА предъявляются требования: точность горизонтального позиционирования должна быть не более 0.5 м, вертикальная точность не более 0.1 м, доступность 99.9% на площади порядка 10 м² [3].

Таким образом, источниками навигационной информации на борту БПЛА на различных этапах полета и в ходе реализации различных сценариев применения, помимо ряда других, имеющихся в составе бортового оборудования, могут являться приемники сигналов ГНСС и модули позиционирования 5G. При этом, в зависимости от условий применения и особенностей решаемой задачи, основным источником будет являться один из отмеченных. Второй источник в этом случае может обеспечить поддержание на заданном уровне требуемых характеристик навигационных характеристик в случаях внезапного изменения текущих условий. В случае нарушения целостности поля ГНСС навигация будет обеспечиваться наземными радиотехническими средствами и альтернативными бортовыми навигационными устройствами (в рассматриваемом случае — модулями позиционирования 5G).

Применимость таких систем должна оцениваться с учетом достижения требуемой целостности и точности навигационных определений. Должна быть предусмотрена система мониторинга

навигационной инфраструктуры, предоставляющая информацию о ее состоянии. Участники воздушного движения должны быть информированы о состоянии навигационной инфраструктуры. Система должна выдавать предупреждения о текущем или прогнозируемом изменении точности навигации.

Устойчивость функционирования ГНСС в аномальных условиях в районах массовой застройки современных мегаполисов существенно зависит от помехоустойчивости приемников потребителей.

Помехоустойчивые приемники ГНСС могут быть построены на основе их комплексирования с другими измерителями и реализации методов первичной оптимальной (субоптимальной) обработки радиосигналов.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ СИНТЕЗА

Синтез алгоритмов КОИ при решении задач навигационного обеспечения БПЛА проведем с учетом того, что в зоне видимости БПЛА находится избыточное НКА. Кроме того, будем полагать, что выполнены следующие предположения:

1) для повышения качества функционирования в системе КОИ используется информация о координатах БПЛА, поступающая от модуля позиционирования 5G;

2) предусматривается возможность реализации автономного контроля целостности (АКЦ);

3) причиной нарушения целостности ГНСС является пропадание по какой-либо причине радиосигналов от того или иного НКА или от нескольких НКА одновременно;

4) определение координат БПЛА осуществляется в гринвичской системе координат (СК).

Вектор наблюдения на полуинтервалах $[t_k, t_{k+1})$ можно представить в виде

$$\Xi(t) = [\xi_1(t), \dots, \xi_I(t), \Xi(t_k)]^T, t \in [t_k, t_{k+1}), k = 1, 2, \dots, (1)$$

где

$$\xi_i(t) = S_i[t, Y_i, \vartheta_{ik}, \lambda_{ik}] + n_i(t), i = \overline{1, I}, (2)$$

— радиосигнал i -го НКА, наблюдаемый на входе приемника ГНСС на полуинтервале $[t_k, t_{k+1})$; I — общее число НКА, доступных для наблюдения на борту БПЛА в текущий момент времени t ; $S_i[t, Y_i, \vartheta_{ik}, \lambda_{ik}]$ — полезный дискретно-непрерывный сигнал i -го НКА; $n_i(t)$ — стационарный белый гауссовский шум (БГШ) наблюдения с известными статистическими характеристиками; $Y_i^T(t) = [d_i, \dot{d}_i, \varphi_i, \Delta\omega_i]$ — вектор радионавигационных параметров, от которых непосредственно зависит радиосигнал i -го НКА (d_i — основной радионавигационный параметр, представляющий собой

псевдодальность по направлению БПЛА—НКА, $\dot{d}_i$ — радиальная псевдоскорость применительно к i -му НКА, φ_i — случайная фаза, $\Delta\omega_i$ — уход частоты задающего генератора i -го НКА); ϑ_{ik} — дискретный информационный параметр, передающий служебную информацию и принимающий значения 0 и 1; λ_{ik} — параметр отказа для i -го НКА, принимающий значение 0 или 1 в зависимости от состояния i -го канала измерения («0» означает отказ канала, «1» — i -й канал исправен); T — знак транспонирования;

$$\Xi(t_k) = H(t_k)X(t_k) + E_{\text{и}}(t), k = 1, 2, \dots, (3)$$

— наблюдение с выхода модуля позиционирования 5G, представляющее собой вектор измеренных значений координат БПЛА в гринвичской СК;

$$E_{\text{и}}(t_k) = \Phi_{EE}E_{\text{и}}(t_{k-1}) + \Phi_{Ex}X(t_{k-1}) + \Gamma_E N_E(t_{k-1}), E_{\text{и}}(t_0) = E_{\text{и}0} (4)$$

— вектор дискретных шумов измерения, определяемый погрешностями измерения координат БПЛА на выходе модуля позиционирования 5G, $H(t_k), \Phi_{EE}, \Phi_{Ex}, \Gamma_E$ — известные матрицы, $N_E(t_{k-1})$ — вектор независимых гауссовских случайных величин с нулевыми математическими ожиданиями и единичными дисперсиями.

Полезный сигнал ГНСС $S_i[t, Y_i, \vartheta_{ik}, \lambda_{ik}]$ i -го НКА с учетом возможных отказов можно представить в виде

$$S_i[t, Y_i, \vartheta_{ik}, \lambda_{ik}] = \lambda_{ik} A_i g_i(t - \tau_{zi}) \times \sin(\omega_i t + \varphi_i(t) + \vartheta_{ik}\pi) = \lambda_{ik} \tilde{S}_i[t, Y_i, \vartheta_{ik}], (5)$$

где A_i — амплитуда сигнала; $\tau_{zi} = d_i / c$ — задержка сигнала; ω_i — несущая частота сигнала; $g_i(t - \tau_{zi})$ — модулирующая функция (МФ) радиосигнала ГНСС; c — скорость света; $\tilde{S}_i[t, Y_i, \vartheta_{ik}]$ — полезный сигнал ГНСС i -го НКА без учета возможных отказов канала.

Специфика МШПС (ВОС-сигналов) полностью заключена в их МФ $g_i(t - \tau_{zi})$. Применительно к информационному сигналу в достаточно общем случае МФ $g(t)$ является результатом перемножения четырех последовательностей:

- 1) собственно прямоугольной псевдослучайной последовательности (ППСП) дальномерного кода,
- 2) меандрового поднесущего колебания (специфика ВОС-сигналов),
- 3) посылки навигационного сообщения,
- 4) посылки синхрокода для обеспечения тактовой синхронизации при функционировании системы [2].

Модулирующая функция $g_i(t - \tau_{zi})$ типового ВОС-сигнала, представляющая собой меандровую

псевдослучайную последовательность (МПСП) дальномерного кода, определяется соотношением вида

$$g_i(t - \tau_{zi}) = \partial(t - \tau_{zi})r(t - \tau_{zi}),$$

где $\partial(t)$ – ППСП дальномерного кода, которая также характерна и для традиционных ГНСС; $r(t)$ – меандровое поднесущее колебание, отражающее специфику ВОС-сигналов [2].

Таким образом, МПСП $g(t)$ образуется путем перемножения взаимно синхронизированных двоичных последовательностей $\partial(t)$ и $r(t)$, каждая из которых состоит из чередующихся единичных видеопульсов соответствующей длительности, меняющих свою полярность по определенным законам согласно кодовым коэффициентам, значения которых равны +1 или –1.

При рассмотрении параметров отказов λ_{ik} полагаем, что их значения на соседних тактовых интервалах образуют однородную марковскую цепь с матрицей вероятностей перехода

$$\Pi^i = [\pi_{\nu\mu}^i] = [p\{\lambda_i(t_{k+1}) = \mu | \lambda_i(t_k) = \nu\}] \quad (6)$$

и вектором вероятностей начального состояния

$$\mathbf{P}_{i0} = [p_{i1}(t_0), p_{i0}(t_0)]^T. \quad (7)$$

С учетом принятых допущений задача АКЦ сводится к получению оценок параметров отказов λ_{ik} , $i = 1..I$, характеризующих состояние информационных каналов видимого созвездия НКА.

Вектор состояния, подлежащий оцениванию, в рассматриваемом случае имеет вид

$$\mathbf{X}^T(t) = [x, y, z, \mathbf{V}^T, \mathbf{A}^T, \mathbf{V}_{\Pi}^T, \varphi_1, \dots, \varphi_I, \Delta\omega_1, \dots, \Delta\omega_I, \Delta, \delta d], \quad (8)$$

где x, y, z – координаты ЛА; $\mathbf{V} = [V_x, V_y, V_z]^T$, $\mathbf{A} = [A_x, A_y, A_z]^T$, $\mathbf{V}_{\Pi} = [V_{\Pi x}, V_{\Pi y}, V_{\Pi z}]^T$ – векторы проекций земной скорости, ускорения и постоянной составляющей земной скорости БПЛА на оси гринвичской СК; $\Delta = [\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z]^T$ – вектор постоянных ошибок определения ускорений в проекциях на оси гринвичской СК; δd – сдвиг шкалы времени (ШВ) БПЛА относительно ШВ НКА, выраженный в единицах дальности.

Связь вектора радионавигационных параметров i -го НКА с компонентами вектора состояния в общем виде описывается как $\mathbf{Y}_i(t) = L_i\{\mathbf{X}(t)\}$, где $L_i\{\bullet\}$ – известная функция.

В ряде случаев динамику вектора состояния $\mathbf{X}(t)$ удастся представить в виде линейного векторно-матричного дифференциального стохастического уравнения [5, 6]:

$$\dot{\mathbf{X}}^T(t) = \mathbf{F}\mathbf{X}(t) + \mathbf{C}\mathbf{U}(t) + \mathbf{G}\mathbf{N}(t), \mathbf{X}(t_0) = \mathbf{X}_0, \quad (9)$$

где $\mathbf{N}(t)$ – вектор формирующих БГШ с известными статистическими характеристиками; $\mathbf{F}$, $\mathbf{C}$ и $\mathbf{G}$ – известные матрицы состояния, управления и возмущения соответственно; $\mathbf{U}(t)$ – вектор управления, элементами которого являются известные на основе СИ проекции земной скорости НКА на оси гринвичской СК.

Таким образом, постановку задачи синтеза алгоритмов КОИ в АП с АКЦ ГНСС можно сформулировать следующим образом: имея априорные сведения о векторе состояния $\mathbf{X}(t)$ (8), параметрах отказов λ_{ik} (5), (6) и располагая наблюдениями (2) и (3), требуется определить оценку вектора состояния $\mathbf{X}^*(t)$, оптимальную по критерию минимума СКО, и оценки параметров отказов λ_{ik}^* , оптимальные по критерию максимума апостериорной вероятности. Далее будем полагать, что оценки дискретных параметров ϑ_{ik} формируются по соответствующим алгоритмам и являются известными [2, 4].

3. СИНТЕЗ АЛГОРИТМОВ КОМПЛЕКСНОЙ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ

Решение задачи синтеза алгоритмов КОИ в АП ГНСС выполнено методами марковской теории оценивания случайных процессов путем поэтапного решения уравнения Стратоновича и гауссовской аппроксимации апостериорной плотности вероятности (АПВ) [5].

Возможность применения метода поэтапного решения уравнения Стратоновича обусловлена обоснованным упрощением моделей оцениваемых процессов, суть упрощения заключается в описании динамики вектора состояния $\mathbf{X}(t)$ на полуинтервалах $[t_k, t_k + T)$ квазислучайным процессом [6]:

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{X}_k), [t_k, t_k + T), \mathbf{X}(t_0) = \mathbf{X}_0,$$

где $\mathbf{f}(\bullet)$ – известная векторная функция своих аргументов.

Представление вектора состояния в виде квазислучайного процесса позволяет свести задачу нелинейного оценивания к задаче нелинейной оценки параметров. При этом удастся получить аналитическое решение соответствующего уравнения Стратоновича.

Кроме того, использование гауссовской аппроксимации АПВ позволяет получить выражения для апостериорных математических ожиданий и центральных моментов 2-го порядка, которые определяют субоптимальные алгоритмы формирования оценок вектора состояния на первом этапе, т.е. на этапе обработки наблюдений (2) [6].

Особенностью синтезированных таким образом субоптимальных алгоритмов является наличие перекрестных связей между каналами обработки

сигналов от различных НКА на уровне первичной обработки сигналов.

Наличие перекрестных связей между каналами обработки радиосигналов на уровне первичной обработки создает определенные трудности при их практической реализации и усложняет процедуру реконфигурации интегрированной системы. Так, при изменении в соответствии с текущими условиями функционирования состава совместно обрабатываемых сигналов потребуется изменять структуру алгоритмов, реализуемых на уровне первичной обработки радиосигналов.

Перекрестные связи между каналами обработки радиосигналов на уровне первичной обработки информации можно попытаться исключить, если выполнить их синтез в координатах радионавигационных параметров соответствующих полезных радиосигналов, а затем получить алгоритмы совместной обработки выходных данных этих каналов и модуля позиционирования 5G в координатах вектора состояния.

Предлагаемый подход к разработке подобных алгоритмов КОИ со структурно раздельной первичной обработкой радиосигналов ГНСС ГЛОНАСС и BeiDou заключается в последовательном синтезе

КОРС, на выходе которых формируются оценки параметров соответствующих радиосигналов (псевдодальностей, псевдоскоростей, случайных фаз) и алгоритмов обработки выходных данных этих каналов совместно с данными модуля позиционирования 5G.

Рассмотрим векторы радионавигационных параметров $\mathbf{Y}_i^T(t) = [d_i, \dot{d}_i, \varphi_i, \Delta\omega_i]$, $i = 1, \overline{I}$, от которых непосредственно зависят полезные сигналы $S_i[t, \mathbf{Y}_i, \vartheta_{ik}, \lambda_{ik}]$ в наблюдениях (2).

Для задания динамики изменения векторов $\mathbf{Y}_i(t)$ на характерных полуинтервалах $[t_k, t_k + T)$ воспользуемся моделью в виде квазислучайного процесса:

$$\mathbf{Y}_i(t) = \mathbf{A}_i(t, \mathbf{Y}_{ik}), t \in [t_k, t_k + T), \mathbf{Y}_i(t_0) = \mathbf{Y}_{i0},$$

где $\mathbf{A}_i(\cdot)$ — известная векторная функция своих аргументов.

При этом квазиоптимальные в гауссовском приближении 1-го порядка алгоритмы обработки наблюдений $\xi_i(t)$, $i = 1 : I$, на временном полуинтервале $[t_k, t_k + T)$, полученные на основе решения соответствующего уравнения Стратоновича на этапе обработки радиосигналов, применительно к одному из каналов описываются выражениями

$$\mathbf{Y}_i^*(t_k|t_k + T) = \mathbf{Y}_i^*(t_k) + \mathbf{R}_i(t_k|t_k + T)\lambda_{ik}^* \int_{t_k}^{t_k+T} \left[\frac{\partial F_i(\tau, \mathbf{Y}_{ik}^*)}{\partial \mathbf{Y}_{ik}^*} \right]^T d\tau = \mathbf{Y}_i^*(t_k) + \mathbf{R}_i(t_k|t_k + T)\lambda_{ik}^* \Phi_i'(t_k + T), \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_i(t_k|t_k + T) &= \\ &= \left\{ \tilde{\mathbf{R}}_i^{-1}(t_k) - \lambda_{ik}^* \int_{t_k}^{t_k+T} \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{Y}_{ik}^*} \right]^T \left[\frac{\partial F_i(\tau, \mathbf{Y}_{ik}^*)}{\partial \mathbf{Y}_{ik}^*} \right] d\tau \right\}^{-1} = \\ &= \left\{ \tilde{\mathbf{R}}_i^{-1}(t_k) - \lambda_{ik}^* \Phi_i''(t_k + T) \right\}^{-1}, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{R}}_i^{-1}(t_k) &= \\ &= \mathbf{L}_i'^T(\mathbf{X}_k^*) \mathbf{R}_k \mathbf{L}_i'(\mathbf{X}_k^*), \mathbf{L}_i'(\mathbf{X}_k^*) = \left[\frac{\partial \mathbf{L}_i'(\mathbf{X}_k^*)}{\partial \mathbf{X}_k^*} \right], i = \overline{1, I}, \end{aligned}$$

где $\mathbf{Y}_i^*(t_k) = \mathbf{L}_i(\mathbf{X}_k^*)$, $\mathbf{X}_k^*$ — оценка вектора состояния $\mathbf{X}(t)$ в момент времени t_k , формируемая в результате совместной обработки оценок радионавигационных параметров $\mathbf{Y}_i^*(t_{k-1}|t_{k-1} + T)$ и выходных данных модуля позиционирования 5G; $\mathbf{R}_i(t_k|t_k + T)$ — матрица центральных моментов 2-го порядка ошибок фильтрации компонент вектора $\mathbf{Y}_i$; $\mathbf{R}_k$ — матрица центральных моментов 2-го

порядка ошибок фильтрации компонент вектора $\mathbf{X}$, которые имеют место в результате совместной обработки наблюдений $\Xi(t_k)$ и $\mathbf{Y}_i^*(t_{k-1}|t_{k-1} + T)$;

$$F_i(t, \mathbf{Y}_{ik}^*) = N^{-1} \left\{ 2\xi_i(t) S_i(t, \mathbf{A}(t, \mathbf{Y}_{ik}^*)) - S_i^2(t, \mathbf{A}(t, \mathbf{Y}_{ik}^*)) \right\};$$

$\Phi_i'(t_k + T)$ и $\Phi_i''(t_k + T)$ — первая и вторая производные ЛФП соответственно.

Используемые в (10) и (11) оценки параметров отказов λ_{ik}^* формируются на основе апостериорных вероятностей, вычисленных в соответствии с выражением

$$\begin{aligned} p_{ij}(t_k + T|\mathbf{X}_k) &= C p_{ij}(t_k + T|\mathbf{X}_k) \times \\ &\times \exp \int_{t_k}^{t_k+T} F_i(t, \mathbf{L}_i\{\mathbf{f}(t, \mathbf{X}_k)\} \lambda_{ik} = j) d\tau, j = 0, 1, \end{aligned} \quad (12)$$

где C — постоянный множитель, определяемый из условия нормировки;

$$p_{ij}(t_k|\mathbf{X}_k) = \sum_{l=0}^1 \pi_{lj}^i p_{ij}(t_{k-1}|\mathbf{X}_k).$$

При этом в качестве оптимальной оценки λ_{ik}^* выбирается значение параметра отказа, для которого апостериорная вероятность (12) максимальна:

$$\lambda_{ik}^* = \lambda_{ik} : \max_j p_{ij}(t_k + T | \mathbf{X}_k), j = 0, 1.$$

Рассматривая далее оценки $\mathbf{Y}_i^*(t_{k-1} | t_{k-1} + T)$ в качестве наблюдений, получим алгоритмы

оптимального дискретного оценивания значений компонент вектора состояния $\mathbf{X}(t)$. Реализация этих алгоритмов, по сути, является второй ступенью обработки информации.

Если условия применимости метода гауссовской аппроксимации выполняются, то указанные алгоритмы могут быть представлены в виде

$$\mathbf{X}_{k+1}^* = \mathbf{X}_\Theta + \mathbf{K}_{k+1} \begin{bmatrix} \Phi'(t_k + T) \\ \Xi_{k+1} - \mathbf{H}_{k+1} - \Phi_{Ex} \mathbf{X}_k^* - \Phi_{EE} [\Xi_{k+1} - \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k^*] \end{bmatrix} = \mathbf{X}_\Theta + \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{Z}_{k+1}, \quad (13)$$

где $\mathbf{X}_\Theta = \Phi_{xx} \mathbf{X}_k^*$ — экстраполированная оценка вектора состояния на момент времени t_{k+1} ; $\Phi'(t_k + T) = [\Phi'_1(t_k + T), \dots, \Phi'_l(t_k + T)]^T$ — значения первых производных ЛФП; $\mathbf{K}_{k+1}$ — матрица оптимальных коэффициентов передачи; $\mathbf{Z}_{k+1}$ — вектор невязок измерений.

Структурная схема системы, реализующей полученные алгоритмы, представлена на рис. 1. Основными элементами схемы являются: каналы обработки радиосигналов, блок управления структурой, блок обработки данных и блок обратного преобразования координат.

Особенностью полученных алгоритмов является отсутствие перекрестных связей между каналами обработки радиосигналов, но достоинства комплексирования на уровне первичной обработки сохраняются, так как формирование опорных сигналов осуществляется на основе оценок

навигационных параметров, являющихся результатом комплексной обработки радионавигационных параметров и выходных данных модуля позиционирования 5G на второй ступени обработки.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные алгоритмы со структурно отдельной первичной обработкой радиосигналов могут быть рекомендованы для использования в бортовой интегрированной аппаратуре БПЛА, предназначенной для работы в умеренно сложной помеховой обстановке в условиях массовой застройки современных мегаполисов. При этом удастся получить бортовую систему позиционирования, отличающуюся простотой практической реализации при сравнительно невысоких требованиях к вычислительным возможностям. Кроме того, полученные алгоритмы могут быть реализованы

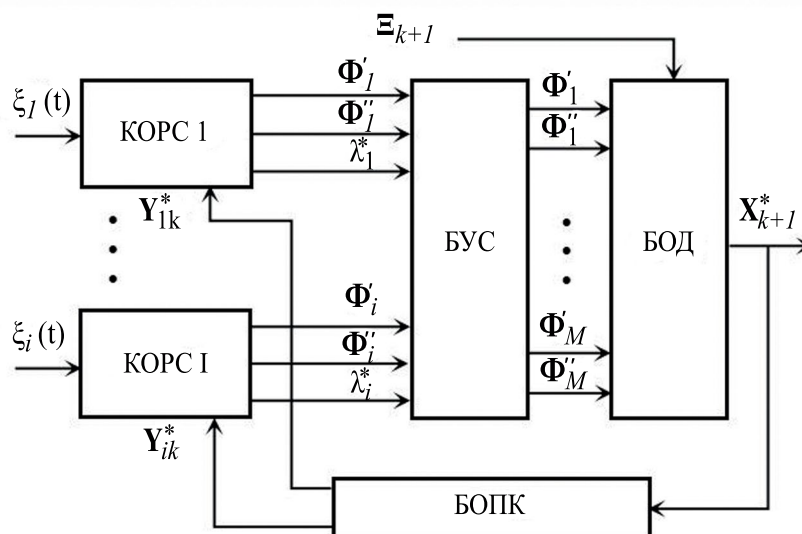


Рис. 1. Структурная схема системы комплексной обработки информации: КОРС I, КОРС I — каналы обработки радиосигналов, БУС — блок управления структурой, БОД — блок обработки данных, БОПК — блок обратного преобразования координат.

в локальных ККС, при условии ретрансляции сигналов ГНСС, принимаемых на борту БПЛА, и передачи данных о местоположении от модуля позиционирования 5G. При этом ККС может совмещать присущие ей функции с решением задач пункта дистанционного пилотирования, наличие которого является обязательным в случае реализации БПЛА в формате дистанционно пилотируемой авиационной системы (ДПАС). Следует отметить, что ДПАС являются новым компонентом авиационной системы в целом, изучением, определением и, в конечном итоге, интеграцией которого в настоящее время занимаются Международная организация гражданской авиации, государства и отраслевые организации.

Авторы данной работы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Болелов Э.А., Кудинов А. Т., Шикалов В. Н. и др. // Научный вестник ГосНИИ ГА. 2022. № 40. С. 132.
2. Ярлыков М.С. Меандровые шумоподобные сигналы (ВОС-сигналы) в новых спутниковых радионавигационных системах. М.: Радиотехника, 2017.
3. Фокин Г.А. Технологии сетевого позиционирования 5G. М.: Горячая линия—Телеком, 2021.
4. Болдин В.А., Зубинский Ю.Г., Зурабов Ю.Т. Глобальная спутниковая радионавигационная система ГЛОНАСС. М.: ИПРЖР, 1998.
5. Ярлыков М.С., Миронов М.А. Марковская теория оценивания случайных процессов. М.: Радио и связь, 1993.
6. Ярлыков М.С., Кудинов А.Т. // Радиотехника. 1998. № 2. С. 3.

COMPLEX PROCESSING OF GLOBAL NAVIGATION SATELITE SYSTEM SIGNALS AND 5G POSITIONING MODULES FOR THE PURPOSE OF NAVIGATION SUPPORT FOR UNMANNED AERIAL VEHICLE FLIGHTS IN THE CONDITIONS OF MASS DEVELOPMENT OF MODERN MEGACITIES

E. A. Bolelov*, A. T. Kudinov, N. M. Romanenko

*Moskovsky State Technical University of Civil Aviation,
Kronshtadtsky Boulevard, 20, Moscow, 125993 Russia
E-mail: edbolelov@mail.ru

Received April 21, 2024, revised April 21, 2024, accepted April 25, 2024

An approach to the construction of on-board consumer equipment for global navigation satellite systems as part of the on-board equipment of unmanned aerial vehicles (UAVs) is considered. The analysis of the features of the navigation support of UAVs in the process of implementing various scenarios of their application is carried out. The Markov theory of optimal estimation of random processes has been used to obtain algorithms for complex signal processing of a satellite radio navigation system and a 5G positioning module for the case of structurally separate processing of radio signals. A block diagram of the system is presented, a characteristic feature of which is the absence of cross-links between the channels of radio signal processing.

Keywords: Global navigation satellite systems, integrated information processing, Markov theory of random process estimation, meander noise-like signals, GLONASS, BeiDou, unmanned aerial vehicles, 5G positioning module

УДК 621.396.96

ОЦЕНКА ПОМЕХОЗАЩИТНОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ АДАПТИВНОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ ПРИ ДЕЙСТВИИ ДВУХТОЧЕЧНОЙ КОГЕРЕНТНОЙ ПОМЕХИ

© 2024 г. В. Н. Юдин^а, Д. А. Савченко^{б,*}

^аМосковский авиационный институт (национальный исследовательский университет),
Волоколамское шоссе, 4, Москва, 125993 Российская Федерация

^бАО «Аэроприбор-Восход»,
ул. Ткацкая, 19, Москва, 105318 Российская Федерация

*E-mail: danil.svch@yandex.ru

Поступила в редакцию 27.03.2024 г.

После доработки 27.03.2024 г.

Принята к публикации 24.04.2024 г.

Проведено сравнение помехоустойчивости адаптивной антенной решетки (ААР) при действии двухточечной некогерентной и когерентной шумовой помехи (ШП) по величине коэффициента ослабления помехи. Показано на примере навигационной ААР, что уровни ослабления двухточечной когерентной ШП по итогам адаптации ААР значительно ниже, чем некогерентной ШП.

Ключевые слова: адаптивная антенная решетка, коэффициент ослабления помехи, двухточечная когерентная помеха

DOI: 10.31857/S0033849424080093, **EDN:** НОВКОО

ВВЕДЕНИЕ

Адаптивная антенная решетка (ААР) содержит средства, позволяющие управлять формой диаграммы направленности (ДН) сообразно складывающейся сигнально-помеховой обстановке. Адаптивное управление формой ДН выполняется с целью ослабления помех, т.е. в интересах повышения помехозащищенности радиоэлектронного средства (РЭС), в составе которого работает ААР. Варианты построения, критерии и алгоритмы адаптации, а также вопросы эффективности ААР как средства помехозащиты (“помехозащитной эффективности”), рассмотрены в обширной литературе, например, в [1–3].

Оценка помехозащитной эффективности ААР обычно выполняется применительно к условиям, когда радиопомехи, действующие на РЭС, в составе которого работает ААР, взаимно некогерентные. В таких условиях ААР формирует ДН с “провалами” в направлениях источников помех, глубина и форма которых определяет степень ослабления помех. Количественные оценки помехозащитной эффективности ААР, полученные по результатам натурных, а также компьютерных модельных экспериментов содержатся в ряде источников, например, в [4].

Особенность задачи, рассматриваемой в данной работе, заключается в том, что анализируется ситуация, когда на ААР воздействует двухкомпонентная

шумовая помеха (ШП), создаваемая излучателями ШП. Компоненты ШП в совпадающие моменты времени идентичны и создаются из разнесенных точек пространства. Фактически речь идет о ШП, одна и та же реализация которой излучается одновременно из двух точек пространства. Такую помеху будем называть двухточечная когерентная шумовая помеха (ДКШП). Формирование ДКШП возможно, например, на базе двух комплектов цифровой памяти, расположенных в точках излучения, из которых по команде одновременно считывается записанная в них реализация шума.

Амплитудно-фазовое распределение, создаваемое компонентами ДКШП на полотне ААР, зависит от взаимного пространственного положения точек излучения ДКШП и антенных элементов ААР (геометрический фактор). Кроме того, распределение фаз на элементах ААР определяется фазоугловой характеристикой двухточечного когерентного излучателя (фактор фазо-угловой зависимости излучателя). Совместное действие этих факторов влияет на формирование оценки корреляционной матрицы помехи, которая определяет форму ДН ААР, получаемую в результате адаптации. Логично предположить, что ААР может воспринимать двухточечный когерентный излучатель как одноточечный, расположенный между точками излучения. В итоге по результатам адаптации ААР вместо двух “провалов”,

ориентированных в точки излучения взаимно некогерентных ШП, может быть сформирован один “провал”, ориентированный в промежуточную точку. Результатом действия указанного эффекта может быть уменьшение помехозащитной эффективности ААР по отношению к помехам типа ДКШП по сравнению с взаимно некогерентными помехами.

Сказанное выше определяет актуальность изучения влияния ДКШП на помехозащитную эффективность ААР. Количественные оценки этого влияния были получены с использованием компьютерной имитационной модели воздействия двухточечных некогерентной и когерентной ШП на навигационную ААР.

1. ОПИСАНИЕ ИССЛЕДУЕМОГО ОБЪЕКТА

Критерий адаптации рассматриваемой ААР – минимум мощности помехи на выходе ААР (ММП) при следующем ограничении:

$$\dot{\mathbf{W}}^{*T} \mathbf{1} = 1,$$

где $\dot{\mathbf{W}}$ – комплексный весовой вектор ААР; $\mathbf{1} = [1 \dots 1]^T$ – единичный вектор; знак * обозначает комплексное сопряжение, знак T – транспонирование. Критерий ММП обычно реализуется в ААР из состава аппаратуры потребителей спутниковых систем радионавигации, для которых характерно отсутствие влияния полезных навигационных сигналов на процесс адаптации [3]. Указанное ограничение обеспечивает после завершения адаптации наличие усиления в направлении нормали к плоскости полотна ААР. При известной корреляционной матрице помехи $\mathbf{R}_n$ оптимальный весовой вектор адаптации определяется соотношением [1]

$$\dot{\mathbf{W}}_{\text{опт ММП}} = \frac{1}{\mathbf{1}^T \dot{\mathbf{R}}_n^{-1} \mathbf{1}} \dot{\mathbf{R}}_n^{-1} \mathbf{1}.$$

Поскольку матрица $\dot{\mathbf{R}}_n$ обычно неизвестна, используется ее выборочная оценка

$$\hat{\mathbf{R}}_{\text{п.выб}} = \frac{1}{K_{\text{выб}}} = \sum_{k=1}^{K_{\text{выб}}} \dot{\mathbf{Y}}(t_k) \dot{\mathbf{Y}}(t_k)^{*T},$$

где $\dot{\mathbf{Y}}(t_k) = [\dot{y}_1(t_k) \dot{y}_2(t_k) \dots \dot{y}_N(t_k)]^T$ – вектор комплексных отсчетов процесса на выходах АЦП 1, 2, ..., N -го каналов N -канальной ААР; $K_{\text{выб}}$ – объем выборки, используемой для формирования оценки корреляционной матрицы помехи.

Как известно [6], для двухточечного когерентного излучателя характерно наличие зависимости амплитуды A и фазы φ излучаемого колебания от направления излучения (амплитудно-угловой (АУЗ) и фазоугловой зависимости (ФУЗ)). Для представляющего интерес случая, когда антенными элементами двухточечного излучателя являются вертикально ориентированные вибраторы, плоскость полотна ААР и база двухточечного

излучателя принадлежат горизонтальной плоскости (плоскости азимута), обсуждаемые зависимости определяются соответственно амплитудно-угловой и фазоугловой характеристиками вида [6, 7]

$$A^{\text{АУЗ}}(\mu) = \sqrt{1 + \rho^2 + 2\rho \cos(kd \sin(\mu) + \Psi)}, \quad (1)$$

$$\varphi^{\text{ФУЗ}}(\mu) = \arctg \left[\frac{\sin\left(\frac{kd}{2} \sin(\mu)\right) - \rho \sin\left(\frac{kd}{2} \sin(\mu) - \Psi\right)}{\cos\left(\frac{kd}{2} \sin(\mu)\right) + \rho \cos\left(\frac{kd}{2} \sin(\mu) - \Psi\right)} \right]. \quad (2)$$

Здесь μ – угол, отсчитываемый от нормали к линии базы двухточечного излучателя ШП (совокупность ИШП1 и ИШП2), выставленной в точку П центра базы; $\rho \leq 1$ – отношение амплитуд токов, протекающих во втором и первом вибраторах; Ψ – разность фаз токов, протекающих во втором и первом вибраторах; d – расстояние между излучателями (база двухточечного излучателя); $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число. Вид характеристик (1) и (2) (фрагменты) при $\lambda = 19$ см, $\rho = 0.8$, $\Psi = 0$, $d = 50$ м представлен на рис. 1а, 1б.

Учитывая сказанное выше, математическое описание внешней узкополосной ДКШП, действующей на ААР, может быть представлено следующим образом. Если в фазовом центре ААР (точке О) расположить антенный элемент (АЭ), аналогичный АЭ₁, АЭ₂, ... АЭ_N, то реализация ДКШП как функция времени будет иметь вид

$$x_{\text{ШП},0}(t) = A^{\text{АУЗ}}(\mu_0) U_{\text{ШП}}(t) \cos[\omega t + \varphi_{\text{ШП}}(t) + \varphi^{\text{ФУЗ}}(\mu_0)], \quad (3)$$

где μ_0 – угол между нормалью к линии базы двухточечного излучателя, выставленной в точку П, и направлением из точки П на точку О; $U_{\text{ШП}}(t)$ – огибающая реализации ШП в момент t , имеющая распределение вероятностей Релея

$$p_U(u) = \frac{u}{2\pi P_{\text{ШП вых АЭ}}} \exp\left(-\frac{u^2}{2P_{\text{ШП вых АЭ}}}\right); \quad (4)$$

$\varphi_{\text{ШП}}(t)$ – случайная фаза колебания ШП в момент t , распределенная равномерно на $[0, 2\pi]$; $A^{\text{АУЗ}}(\mu_0)$ – амплитудно-угловая характеристика в точке μ_0 , определяемая согласно (1); $\varphi^{\text{ФУЗ}}(\mu_0)$ – фазовая добавка, возникающая из-за наличия фазоугловой зависимости, определяемая для направления μ_0 согласно (2); $P_{\text{ШП вых АЭ}}$ – мощность ШП на выходе антенного элемента; u – независимая переменная. На основе выражения (3) могут быть представлены реализации ШП на выходах АЭ₁, АЭ₂, ... АЭ_N в виде

$$x_{\text{ШП},n}(t) = A^{\text{АУЗ}}(\mu_n) U_{\text{ШП}}(t) \cos[\omega t + \varphi_{\text{ШП}}(t) + \Delta\varphi_{\text{н0}}^{\text{геом}} + \varphi^{\text{ФУЗ}}(\mu_n)],$$

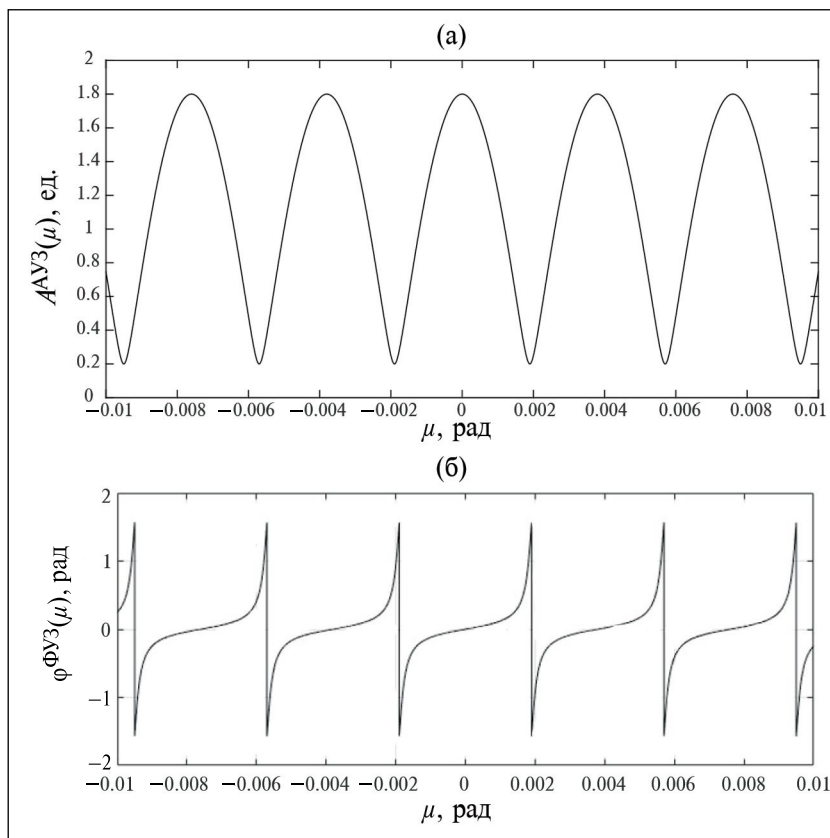


Рис. 1. Амплитудно-угловая (а) и фазоугловая (б) характеристики двухточечного излучателя.

где $n=1,2,\dots,N$; $\Delta\varphi_{n0}^{\text{геом}}$ – фазовая добавка, определяемая стандартным образом геометрией взаимного расположения антенных элементов, фазового центра антенны (точка О) и центра базы двухточечного излучателя (точка П); μ_n , $n=1,2,\dots,N$ – угол в горизонтальной плоскости между нормалью к линии базы двухточечного излучателя, проведенной из точки П, и прямой, соединяющей точку П с точкой расположения АЭ $_n$.

Кроме внешней ШП на входе каждого антенного канала (выходе соответствующего АЭ) в пределах полосы его пропускания присутствует собственный шум приемного канала – гауссовский случайный процесс с мощностью $P_{\text{СШ вых АЭ}}$, одинаковой для всех АЭ.

«Косинусная» (с) и «синусная» (s) составляющие реализации суммарной помехи Σ (ШП + собственный шум (СШ)) на выходах формирователя квадратур n -го канала ААР имеют вид

$$x_{\Sigma c,n}(t) = k_{\text{пер.ан}} \left\{ A^{\text{AY3}}(\mu_n) U_{\text{ШП}}(t) \cos[\varphi_{\text{ШП}}(t) + \Delta\varphi_{n0}^{\text{геом}} + \varphi^{\text{AY3}}(\mu_n)] + x_{\text{СШ}c,n}(t) \right\};$$

$$x_{\Sigma s,n}(t) = -k_{\text{пер.ан}} \left\{ A^{\text{AY3}}(\mu_n) U_{\text{ШП}}(t) \sin[\varphi_{\text{ШП}}(t) + \Delta\varphi_{n0}^{\text{геом}} + \varphi^{\text{AY3}}(\mu_n)] + x_{\text{СШ}s,n}(t) \right\},$$

где $x_{\text{СШ}c,n}(t)$ и $x_{\text{СШ}s,n}(t)$ – квадратурные составляющие собственного шума n -го приемного канала – взаимно независимые гауссовские процессы с нулевым математическим ожиданием и одинаковой дисперсией, равной $P_{\text{СШ вых АЭ}}$; $k_{\text{пер.ан}}$ – коэффициент передачи аналоговой части приемного канала, одинаковый для всех каналов ААР.

Дискретные отсчеты квадратурных составляющих суммарной помехи на выходах аналого-цифрового преобразователя n -го канала ($n=1, 2, \dots, N$) в моменты времени t_k , $k=1, 2, \dots$ определяются как

$$x_{\Sigma c,n}(t_k) = k_{\text{пер.ан}} \left\{ A^{\text{AY3}}(\mu_n) U_{\text{ШП}}(t_k) \cos[\varphi_{\text{ШП}}(t_k) + \Delta\varphi_{n0}^{\text{геом}} + \varphi^{\text{AY3}}(\mu_n)] + x_{\text{СШ}c,n}(t_k) \right\};$$

$$x_{\Sigma s,n}(t_k) = -k_{\text{пер.ан}} \left\{ A^{\text{AY3}}(\mu_n) U_{\text{ШП}}(t_k) \sin[\varphi_{\text{ШП}}(t_k) + \Delta\varphi_{n0}^{\text{геом}} + \varphi^{\text{AY3}}(\mu_n)] + x_{\text{СШ}s,n}(t_k) \right\},$$

Здесь согласно (4) случайная величина $U_{\text{ШП}}(t_k)$ имеет распределение Релея с дисперсией, равной $P_{\text{ШП вых АЭ}}$ (мощность ШП на выходе единичного АЭ), фаза $\varphi(t_k)$ распределена равномерно на $[0, 2\pi]$, а дисперсия отсчетов СШ одинакова

для всех синфазных и квадратурных каналов и равна $P_{\text{СШ вых АЭ}}$.

Преобразовав эти соотношения с использованием стандартной формулы для $\cos(\sin)$ суммы, получаем

$$\begin{aligned} x_{\Sigma c, n}(t_k) &= k_{\text{пер. ан}} \left\{ A^{\text{АУЗ}}(\mu_n) U_{\text{ШПс}}(t_k) \cos[\Delta\varphi_{n0}^{\text{геом}} + \varphi^{\text{ФУЗ}}(\mu_n)] - \right. \\ &\quad \left. - A^{\text{АУЗ}}(\mu_n) U_{\text{ШПс}}(t_k) \sin[\Delta\varphi_{n0}^{\text{геом}} + \varphi^{\text{ФУЗ}}(\mu_n)] + x_{\text{СШс}, n}(t_k) \right\}; \\ x_{\Sigma s, n}(t_k) &= -k_{\text{пер. ан}} \left\{ A^{\text{АУЗ}}(\mu_n) U_{\text{ШПс}}(t_k) \cos[\Delta\varphi_{n0}^{\text{геом}} + \varphi^{\text{ФУЗ}}(\mu_n)] + \right. \\ &\quad \left. + A^{\text{АУЗ}}(\mu_n) U_{\text{ШПс}}(t_k) \sin[\Delta\varphi_{n0}^{\text{геом}} + \varphi^{\text{ФУЗ}}(\mu_n)] + x_{\text{СШс}, n}(t_k) \right\}; \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь

$$U_{\text{ШПс}}(t_k) = U_{\text{ШП}}(t_k) \cos[\varphi_{\text{ШП}}(t_k)];$$

$$U_{\text{ШПс}}(t_k) = U_{\text{ШП}}(t_k) \sin[\varphi_{\text{ШП}}(t_k)]$$

- квадратурные составляющие ШП – гауссовские взаимно независимые случайные величины с нулевым математическим ожиданием и одинаковой дисперсией, равной $P_{\text{ШП вых АЭ}}$.

Мощность внешней ШП на выходах антенных элементов $P_{\text{ШП вых АЭ}}$, одинаковая для всех АЭ, определяется соотношением

$$P_{\text{ШП вых АЭ}} = \frac{P_{\text{ПШП}} G_{\text{ПШП}}^{\text{АЭ}} G_{\text{АЭ}}^{\text{ПШП}} \lambda^2 \gamma_{\text{АЭ}}^{\text{ПШП}}}{16\pi^2 r_{\text{ПШП}}^2 K_{\text{ШП}f}},$$

где $P_{\text{ПШП}}$ – мощность постановщика ШП (ПШП); $G_{\text{ПШП}}^{\text{АЭ}}$ – усиление антенны ПШП в направлении АЭ; $G_{\text{АЭ}}^{\text{ПШП}}$ – усиление АЭ в направлении ПШП; λ – длина волны излучения постановщика ШП; $\gamma_{\text{АЭ}}^{\text{ПШП}}$ – коэффициент, учитывающий рассогласование поляризации антенны ПШП и АЭ; $r_{\text{ПШП}}^{\text{АЭ}}$ – расстояние между АЭ и ПШП; $K_{\text{ШП}f} = \frac{\Delta f_{\text{ШП}}}{\Delta f_{\text{пр}}}$ – относительная ширина спектра ШП (параметр прицельности ШП по частоте); $\Delta f_{\text{ШП}}$ – ширина спектра ШП; $\Delta f_{\text{пр}}$ – полоса пропускания приемного канала АЭ.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

Приведенное выше математическое описание использовано в компьютерной имитационной модели сценария воздействия ДКШП на ААР. Эксперименты, выполненные на этой модели, имели целью сравнение помехозащитной эффективности

ААР при действии на нее двухточечных некогерентной и когерентной ШП (ДНШП и ДКШП соответственно). Количественным показателем помехозащитной эффективности ААР является коэффициент ослабления ШП по мощности на выходе ААР по сравнению с выходом АЭ, определяемый как

$$K_{\text{осл ШП}} = \frac{P_{\text{ШП вых АЭ}}}{P_{\text{ШП вых ААР}}},$$

где $P_{\text{ШП вых АЭ}}$ – мощность ШП на выходе антенного элемента; $P_{\text{ШП вых ААР}}$ – мощность ШП на выходе ААР.

Результаты экспериментов получены при следующих исходных данных:

- рабочая длина волны $\lambda = 19$ см;
- ААР плоская четырехэлементная, антенные элементы АЭ₁, АЭ₂, АЭ₃, АЭ₄ типа «антенна на корпусе» [5] расположены в вершинах квадрата со стороной $\frac{\lambda}{2}$, полотно ААР ориентировано горизонтально, фокусировка в зенит;
- антенны излучателей ИШП₁ и ИШП₂ – вертикально ориентированные полуволновые вибраторы, расположенные в горизонтальной плоскости, совпадающей с плоскостью полотна ААР, мощность каждого излучателя ШП $P_{\text{ПШП}} = 20$ дБВт ($\rho = 1$), разность фаз токов в вибраторах двухточечного излучателя $\Psi = 0$, коэффициент усиления вибратора в направлении ААР $G_{\text{ИШП}}^{\text{ААР}} = 2.8$;
- параметр прицельности ШП по частоте $K_{\text{ШП}f} = 1$;
- объем выборки наблюдаемого процесса для формирования оценки корреляционной матрицы ШП $K_{\text{выб}} = 20$ отсчетов;
- рассогласование поляризации ААР и излучателями ШП отсутствует ($\gamma_{\text{АЭ}}^{\text{ПШП}} = 1$);
- степень неидентичности (разброс) АЧХ и ФЧХ приемных каналов ААР соответственно 0.2 дБ и 1 нс (среднеквадратические значения).

Взаимное расположение и ориентация излучателей ДКШП и антенных элементов ААР, принятые в эксперименте, представлены на рис. 2.

Углы μ_n , $n = 1, 2, 3, 4$, используемые при формировании отсчетов входного процесса согласно (1), (2), (5), определяются для конфигурации, соответствующей рис. 3, соотношением

$$\mu_n \approx l_n / r_0 + \alpha_B,$$

в котором

$$l_n = \frac{\sqrt{2}}{2} d \sin \left[(n-1) \frac{\pi}{2} + \alpha_{\text{ААР}} \right]$$

- проекция отрезка $ОАЭ_n$ на прямую, проходящую через точку $О$ перпендикулярно линии ПО.

На рис. 3 представлены полученные по результатам модельного эксперимента зависимости величины $K_{\text{осл ШП}}$ от расстояния r_0 между центрами базы двухточечного излучателя ШП и полотна ААР при различной длине d базы. Графики получены усреднением по результатам 10 экспериментов, проведенных при различных реализациях входного процесса.

Анализ графиков рис. 3 показывает, что при длине базы $d = 350$ и 1000 м имеет место значительная разница в уровнях ослабления ДНШП и ДКШП по итогам адаптации ААР. Двухточечная когерентная ШП ослабляется в значительно меньшей степени. Однако разница уровней $K_{\text{осл ШП}}$ уменьшается при увеличении расстояния между

излучателем ШП и ААР. При малых расстояниях (сравнимых с длиной базы излучателя) разница достигает (30 ...40) дБ, а при расстояниях примерно 12 км (при длине базы 350 м) и 15 км (длина базы 1000 м) уменьшается до нуля. Наличие указанной разницы в уровнях $K_{\text{осл ШП}}$ объясняется тем, что в случае ДКШП “провал” ДН ААР, формируемый по результатам адаптации, ориентируется в направлении центра базы парного излучателя. В случае ДНШП ААР формирует два провала, ориентированные на первый и второй излучатели ШП. Сказанное подтверждается рис. 4, где представлены сечения ДН, сформированной по итогам адаптации ААР, горизонтальной плоскостью.

В явном виде зависимость величины $K_{\text{осл ШП}}$ от величины d базы двухточечного излучателя при расстоянии $r_0 = 50$ км представлена на рис. 5. Из рисунка видно, что разница в величине $K_{\text{осл ШП}}$ для случаев ДНШП и ДКШП появляется начиная с $d \approx 12$ км и увеличивается примерно до 15 дБ при $r_0 = 50$ км.

На рис. 6 представлены графики зависимости величины $K_{\text{осл ШП}}$ от соотношения мощностей излучателей, образующих двухточечный излучатель ШП (излучатель 1 (ИШП₁) и излучатель 2 (ИШП₂)). В эксперименте принято: расстояние r_0 между излучателем ШП и ААР 3 км, длина базы двухточечного излучателя 1 км, мощность первого излучателя 20 дБВт, мощность второго излучателя изменяется от –10 дБВт до 40 дБВт.

Как видно из рисунков, при одинаковых значениях мощности первого и второго излучателей (по

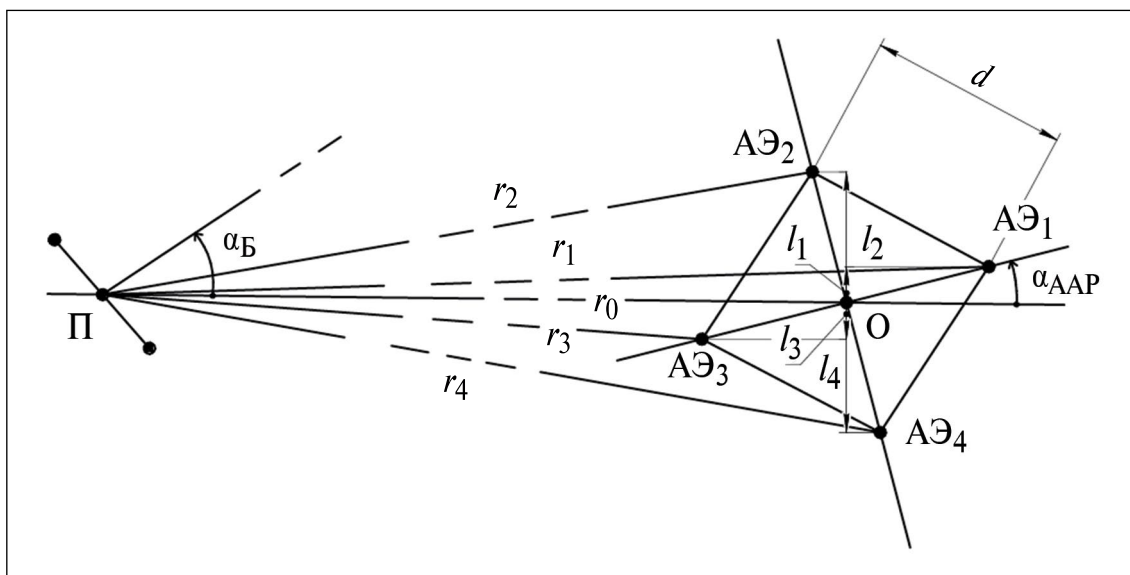


Рис. 2. Взаимное расположение и ориентация базы Б излучателя двухточечной ШП и элементов ААР: α_B и $\alpha_{\text{ААР}}$ – углы, определяющие ориентацию базы двухточечного излучателя ШП и полотна ААР относительно прямой, проходящей через точки П и О; r_0 – расстояние между точками П и О; r_n – расстояние между точками П и $АЭ_n$, $n = 1...4$; d – длина стороны квадратного полотна ААР.

условиям эксперимента равных 20 дБВт) величины $K_{\text{осл ШП}}$ для обоих излучателей ШП одинаковы, при этом разница в ослаблении ДНШП и ДКШП составляет около 28 дБ. При уменьшении или увеличении мощности ИШП₂ относительно ИШП₁ происходит существенное изменение величины $K_{\text{осл ШП}}$ как для ДНШП, так и для ДКШП. Изменение происходит в направлении увеличения ослабления ШП для более мощного излучателя и уменьшения ослабления для излучателя с меньшей мощностью. Следует отметить, что при любом соотношении мощностей разница в ослаблении ДНШП и ДКШП по-прежнему имеет место, ее

величина максимальна при равенстве мощностей ИШП₁ и ИШП₂ и уменьшается с ростом различия мощностей.

Важным параметром рассматриваемой задачи является угол α_B между линией, перпендикулярной линии базы двухточечного излучателя, и прямой, соединяющей точки центра базы и центра полотна ААР (см. рис. 3). Результаты всех экспериментов, описанные выше, получены при $\alpha_B = 0$, при этом расстояния от первого и второго излучателей ШП до центра полотна ААР (точка O) одинаковы, следовательно, одинаковы и соответствующие набег фаз антенных элементах ААР. Вместе

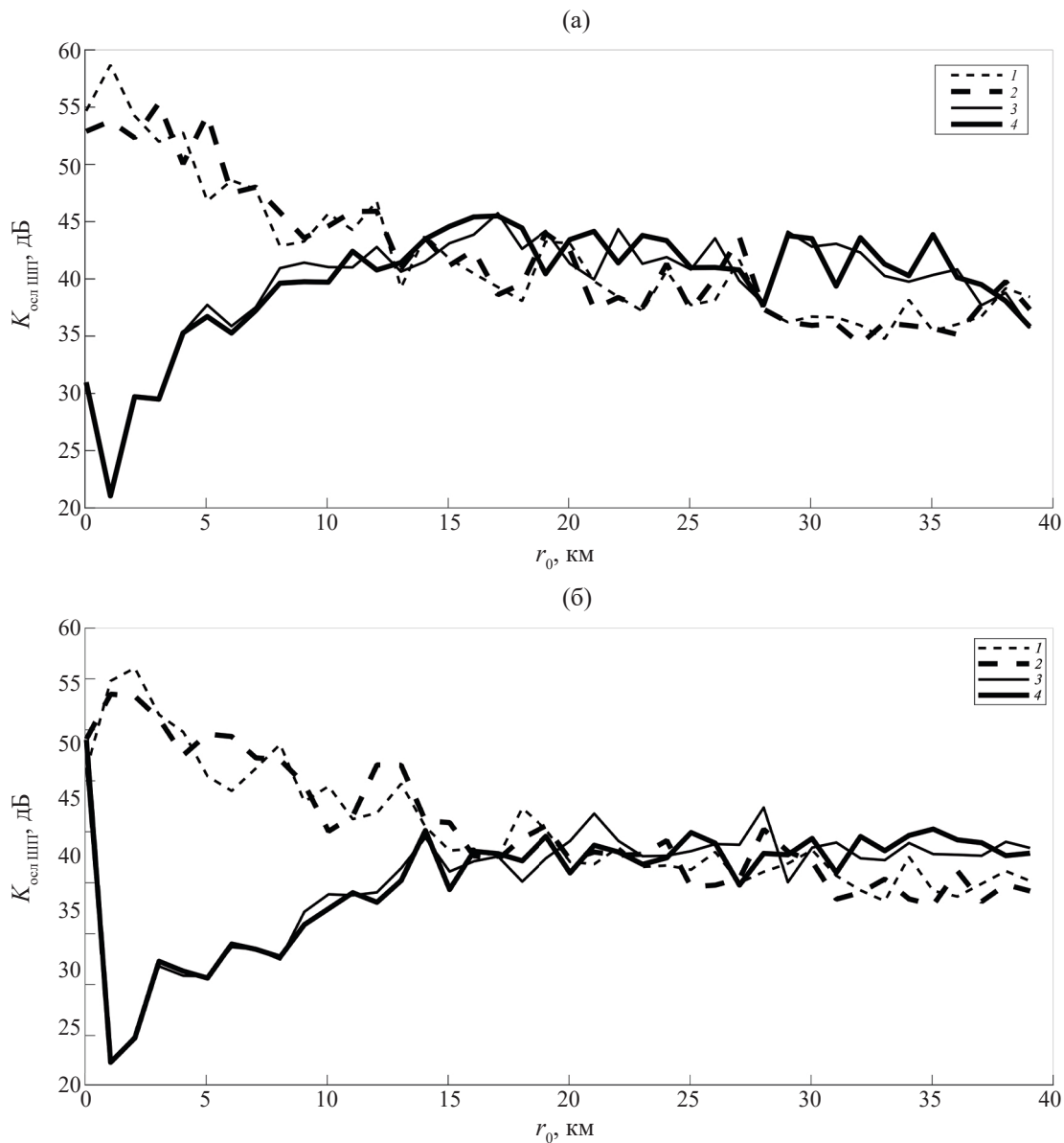


Рис. 3. Зависимость $K_{\text{осл ШП}}$ от расстояния r_0 при длине базы $d = 350$ м (а) и 1000 м (б) для случаев ДНШП (кривая 1 – ИШП₁, кривая 2 – ИШП₂) и ДКШП (кривая 3 – ИШП₁, кривая 4 – ИШП₂).

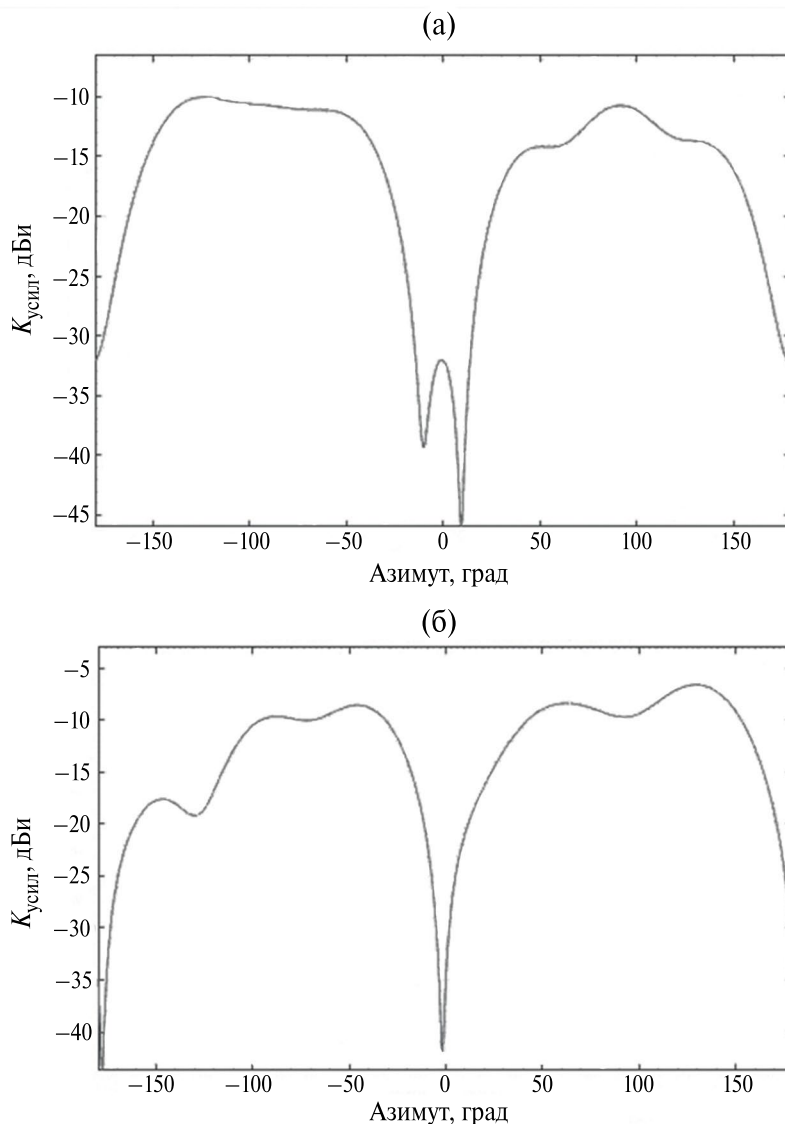


Рис. 4. Сечения ДН ААР, сформированной по итогам адаптации, горизонтальной плоскостью для случаев ДНШП (а) и ДКШП (б): направления на ИШП₁ и ИШП₂ равны -9.4623 и 9.4623 град соответственно, $r_0 = 3$ км, $d = 1$ км.

с тем, поскольку при $\alpha_B \neq 0$ фазовые набег не одинаковы, от величины этого угла неизбежно зависят результаты воздействия ДКШП на ААР. Результаты экспериментальной оценки этой зависимости представлены на рис. 7. В эксперименте угол α_B варьировался от -10° до $+10^\circ$, расстояние между двухточечным излучателем ШП и ААР 3 км. База двухточечного излучателя ШП $d = 100$ и 200 м.

В целях раздельного изучения влияния различных факторов на функционирование ААР в данном эксперименте не учитывалось действие характерного для двухточечного когерентного излучателя фактора амплитудно-угловой и фазоугловой зависимости.

Это означает, что в модельном соотношении (5) полагалось $A^{(AY3)}(\mu_n) = 1$, $\varphi^{FY3}(\mu_n) = 0$.

Анализ представленных на рис. 7 графиков показывает, что различие в уровнях $K_{осл\ ШП}$ для ДНШП и ДКШП имеет место только в пределах относительно небольшого диапазона углов α_B , центр которого совпадает с точкой $\alpha_B = 0^\circ$ (линия базы перпендикулярна линии визирования точки О из точки П). Ширина этого диапазона уменьшается при увеличении длины d базы двухточечного излучателя ШП и в данном эксперименте составила ориентировочно: 10° ($d = 100$ м) и 6° ($d = 200$ м). Причина заключается в том, что за пределами указанного диапазона разность хода волн от ИШП₁ и ИШП₂

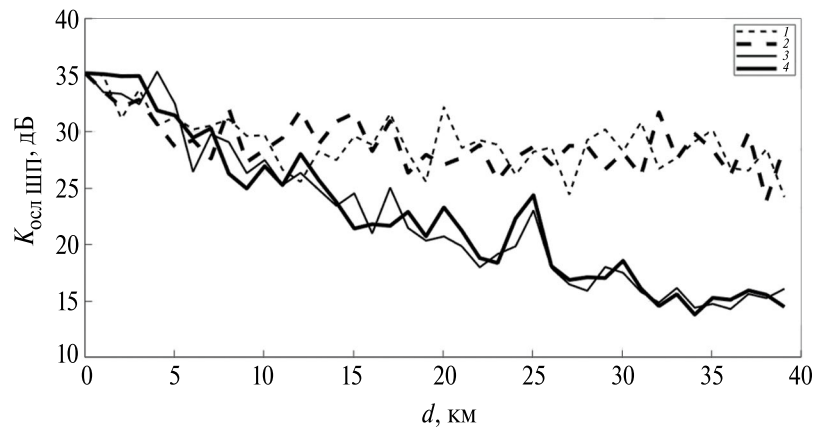


Рис. 5. Зависимость $K_{\text{осл ШП}}$ от длины базы двухточечного излучателя d при расстоянии $r_0 = 50$ км для случаев ДНШП (кривая 1 – ИШП₁, кривая 2 – ИШП₂) и ДКШП (кривая 3 – ИШП₁, кривая 4 – ИШП₂).

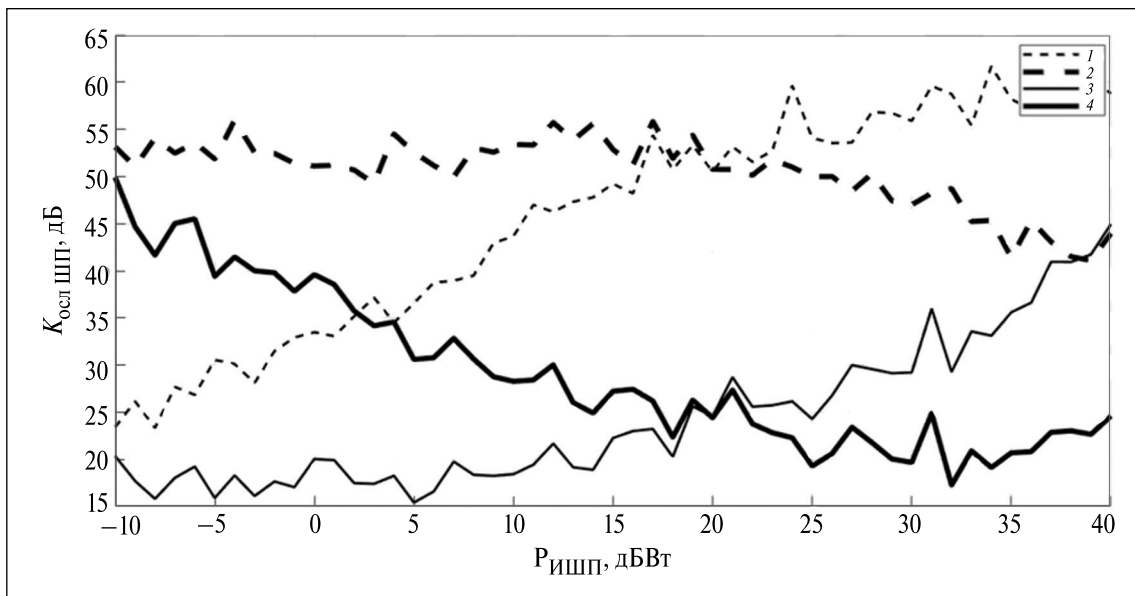


Рис. 6. Зависимость $K_{\text{осл ШП}}$ от мощности ИШП при длине базы $d = 1$ км и расстоянии $r_0 = 3$ км для случаев ДНШП (кривая 1 – ИШП₁, кривая 2 – ИШП₂) и ДКШП (кривая 3 – ИШП₁, кривая 4 – ИШП₂).

до центра полотна ААР (до точки О) превышает пространственный интервал взаимной когерентности излучателей, вследствие чего ААР воспринимает их как взаимно некогерентные. Величина интервала взаимной когерентности, зависит от параметров автокорреляционной функции ШП, в частности, от ширины зоны высокой корреляции.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты проведенного исследования указывают на наличие существенной разницы помехозащитного эффекта, обеспечиваемого адаптивной антенной решеткой в условиях действия на нее

двухточечных взаимно некогерентных и когерентных шумовых помех. Ослабление ШП на выходе ААР в случае ДКШП оказывается на значительно меньшем уровне, чем в случае ДНШП. Разница в уровнях коэффициента ослабления ШП зависит от длины базы двухточечного излучателя, расстояния между центрами базы излучателя и полотна ААР, соотношения мощностей излучателей ШП, а также от угла ориентации базы двухточечного излучателя относительно полотна ААР.

Показано, что при названных выше условиях значения разницы уровней коэффициента ослабления ДНШП и ДКШП могут достигать десятков децибелл, что обуславливает интерес к использованию

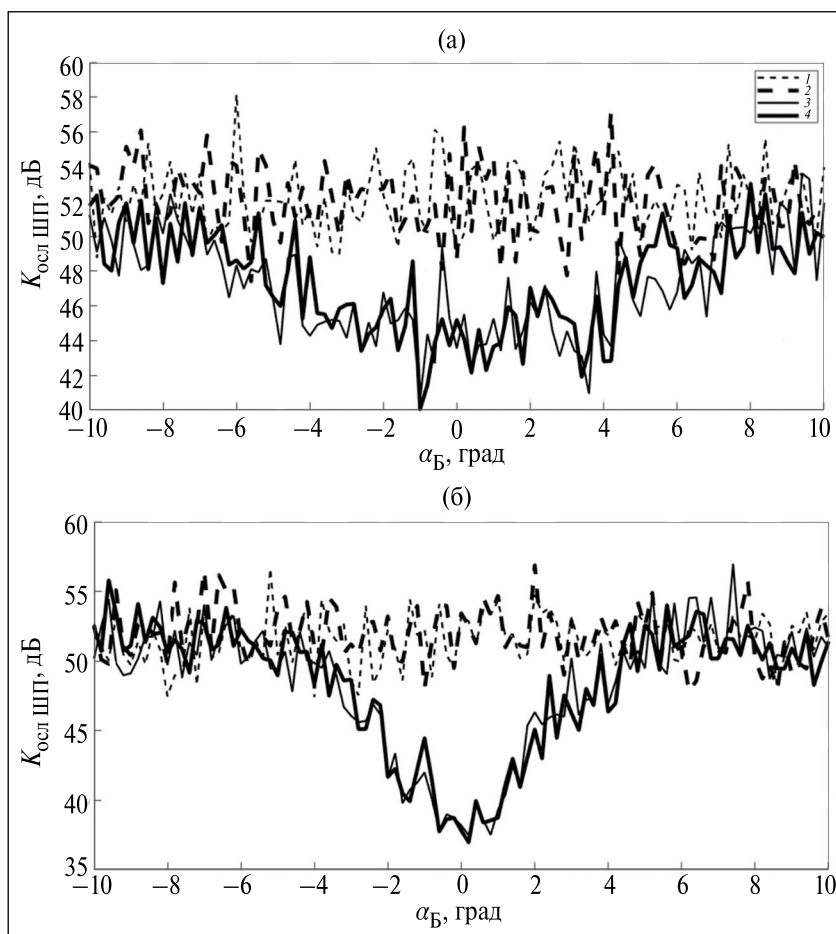


Рис. 7. Зависимость $K_{\text{осл ШП}}$ от угла $\alpha_{\text{б}}$ ориентации базы двухточечного излучателя при расстоянии $r_0 = 3$ км и длине базы $d = 100$ (а) и 200 м (б) для случаев ДНШП (кривая 1 – ИШП₁, кривая 2 – ИШП₂) и ДКШП (кривая 3 – ИШП₁, кривая 4 – ИШП₂).

ДКШП средствами радиоподавления в интересах снижения помехозащитной эффективности ААР.

Вместе с тем отмечено существенное влияние угла ориентации базы двухточечного излучателя относительно полотна ААР на уровни коэффициента ослабления ШП. Изучение вопросов, связанных с ослаблением этого влияния, а также с оценкой влияния характерной для двухточечных когерентных излучателей амплитудно-угловой и фазоугловой зависимости, представляет значительный интерес.

Авторы данной работы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Van Trees H. Optimum Array Processing. N.Y.: Wiley-Intersci., 2002.
2. Монзинго Р.А., Миллер Т.У. Адаптивные антенные решетки: Введение в теорию / Пер с англ. М.: Радио и связь, 1986.
3. Глонасс. Принципы построения и функционирования. 3-е изд. М.: Радиотехника, 2005.
4. Харисов В.Н., Ефименко В.С., Оганесян А.А. и др. // Радиотехника. 2013. № 7. С. 132.
5. Вейцель А.В., Вейцель В.А., Татарников Д.В. Аппаратура высокоточного позиционирования по сигналам глобальных навигационных спутниковых систем: высокоточные антенны. Специальные методы повышения точности позиционирования / Под ред. М.И. Жодзишского. М.: МАИ-ПРИНТ, 2011.
6. Марков Г.Т., Сазонов Д.М. Антенны: учебник для студентов радиотехнических специальностей вузов. 2-е изд. М.: Энергия, 1975.
7. Юдин В.Н., Волков А.М. // Электросвязь. 2020. № 12. С. 50.

EVALUATION OF THE INTERFERENCE PROTECTION EFFICIENCY OF AN ADAPTIVE ANTENNA ARRAY UNDER THE ACTION OF TWO-POINT COHERENT INTERFERENCE

V. N. Yudin^a, D. A. Savchenko^{b,*}

^a*Moscow Aviation Institute (National Research University),
Volokolamskoye Highway, 4, Moscow, 125993 Russia*

^b*JS «Aeropribor-Voshod»,
str. Tkatskaya, 19, Moscow, 105318 Russia*

**E-mail: danil.svch@yandex.ru*

Received March 27, 2024, revised March 27, 2024, accepted April 24, 2024

The noise immunity of the adaptive antenna array (AAA) under the action of two-point incoherent and coherent noise interference (NI) was compared by the value of the interference reduction factor. On the example of navigation AAA it is shown that the attenuation levels of two-point coherent noise interference by the results of AAA adaptation are much lower than incoherent noise interference.

Keywords: adaptive antenna array, interference reduction factor, two-point coherent interference

УДК 621.396.96

АДАПТАЦИЯ ПОРОГОВ ОБНАРУЖЕНИЯ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ МЕЖОБЗОРНОГО НАКОПЛЕНИЯ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ НЕГАУССОВСКИХ ШУМОВ

© 2024 г. В. И. Кошелев, В. А. Белокуров*

Рязанский государственный радиотехнический университет им. В.Ф. Уткина,
ул. Гагарина, 59/1, Рязань, 390005 Российская Федерация

*E-mail: belokurov.v.a@rsreu.ru

Поступила в редакцию 27.05.2024 г.

После доработки 27.05.2024 г.

Принята к публикации 24.06.2024 г.

Предложен алгоритм стабилизации уровня ложной тревоги, основанный на аппроксимации плотности распределения вероятностей отсчетов решающей статистики при межобзорном накоплении на фоне шумов, описываемых распределениями Релея и Вейбулла. Показано, что предлагаемый алгоритм стабилизации уровня ложной тревоги адаптивен и инвариантен к закону распределения шума.

Ключевые слова: аппроксимация плотности распределения вероятностей, межобзорное накопление

DOI: 10.31857/S0033849424080106, **EDN:** HNTNLE

ВВЕДЕНИЕ

Одной из актуальных задач теории и техники современной радиолокации является повышение эффективности обнаружения малоотражающих целей, характеризующихся малым значением эффективной площади рассеяния (ЭПР).

Ее решение возможно, если повысить энергетический потенциал РЛС или увеличить время накопления отраженных сигналов. Увеличение времени накопления отраженных сигналов возможно при использовании межобзорной обработки радиолокационной информации и принятии решения об обнаружении цели по результатам пороговой обработки накопленных значений, полученных с нескольких обзоров. Принципиальное отличие от классического построения РЛС с делением обработки на первичную и вторичную заключается в том, что отсутствует пороговое обнаружение в каждом обзоре. Вычисление порога обнаружения в соответствии с критерием Неймана–Пирсона в этом случае усложняется, так как закон распределения вероятностей решающей статистики на входе порогового устройства (ПУ) в общем случае является негауссовским.

В работе поставлена и решена задача синтеза алгоритма стабилизации уровня ложных тревог при межобзорном накоплении на основе теории экстремальных значений. Согласно этой теории периферийная часть («хвост») любого распределения может быть аппроксимирована обобщенным распределением Парето. Параметры распределения

Парето оцениваются в «скользящем» окне с использованием метода моментов. Априорные предположения относительно закона распределения отсчетов на входе порогового устройства не вводятся.

1. МЕЖОБЗОРНОЕ НАКОПЛЕНИЕ ОТРАЖЕННЫХ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ

В отечественной литературе алгоритм межобзорного накопления впервые предложен в работах Ю.Г. Сосулина [1] и Я.Д. Ширмана [2]. В зарубежной литературе алгоритм межобзорного накопления был исследован в работе [3].

В качестве входных данных $\mathbf{z}_k$ на k -м обзоре используются отсчеты амплитудного спектра со всех выходных каналов корреляционно-фильтровой системы первичной обработки радиолокационной информации [2]. Размерность матрицы $\mathbf{z}_k$ определяется количеством измеряемых параметров цели и количеством каналов измерения. Для двухкоординатной когерентно-импульсной РЛС управления воздушным движением измеряемыми параметрами являются дальность и азимут, матрица $\mathbf{z}_k$ на k -м обзоре имеет размерность $N_d \times N_{az}$, где N_d – количество каналов дальности; N_{az} – количество каналов азимута. Для бортовой импульсно-доплеровской РЛС измеряемыми параметрами являются дальность, радиальная скорость, азимут и угол места, матрица $\mathbf{z}_k$ на k -м обзоре имеет размерность

$N_d \times N_c \times N_{az} \times N_{y.m.}$, где N_c – количество каналов по скорости; $N_{y.m.}$ – количество каналов по углу места.

Элементы матрицы z_k на k -м обзоре для случая измерения РЛС дальности и азимута при гипотезе H_1 и H_0 имеют вид

$$\begin{cases} z_{ki,j} = A + n_{ki,j}, & \text{гипотеза } H_1; \\ z_{ki,j} = n_{ki,j}, & \text{гипотеза } H_0, \end{cases}$$

где $i = 1 \dots N_d$, $j = 1 \dots N_{az}$; A – амплитуда сигнала на выходе корреляционно-фильтровой схемы, закон флуктуаций которого определяется моделью флуктуаций Сверлинга; $n_{ki,j}$ – отсчеты шума в (i, j) -м канале, закон распределения вероятностей которых может соответствовать различным законам распределения: экспоненциальному [4], релеевскому [5], Вейбулла [6] и K -распределению [7].

Введем вектор $\mathbf{x}_k = [R \ \alpha]^T$ параметров движения цели на k -м обзоре. Взаимосвязь параметров движения цели между k -м и $(k-1)$ -м обзорами задается моделью движения цели [8], а также максимальными значениями изменений элементов вектора $\mathbf{x}_k$. Дискретизируем вектор $\mathbf{x}_k$ в соответствии с дискретностью каналов обнаружения:

$$\mathbf{x}_{k,i,j} = \{i\delta R, j\delta\alpha\},$$

где $\delta R, \delta\alpha$ – параметр разрешения РЛС соответственно по дальности и азимуту.

Обозначим $V_{d \max}, V_{az \max}$ – максимальные априорные значения предельных скоростей изменения дальности и азимута соответственно.

Модель движения цели между обзорами учитывается следующим образом. Физически цель может иметь (i, j) -е значение вектора на k -м обзоре только в том случае, если на $(k-1)$ -м обзоре цель находилась в одном из следующих каналов:

$$\mathbf{x}_{k,i,j} = \mathbf{x}_{k-1,n,m} \Big|_{\substack{n=i-q_d \dots i+q_d \\ m=j-q_{az} \dots j+q_{az}}}$$

где q_d, q_{az} – диапазоны возможных изменений параметров движения цели между k -м и $(k-1)$ -м обзорами, которые определяются по формулам

$$q_d = \left\lceil \frac{V_{d \max} T_{обз}}{\delta R} \right\rceil, q_{az} = \left\lceil \frac{V_{az \max} T_{обз}}{\delta \alpha} \right\rceil,$$

где $\lceil \cdot \rceil$ – целая часть числа; $T_{обз}$ – период обзора РЛС. При этом ограничения, связанные с необходимостью формирования различных моделей движения [9], не накладываются.

На рис. 1 приведена поясняющая иллюстрация к учету модели движения цели между k -м и $(k-1)$ -м обзорами.

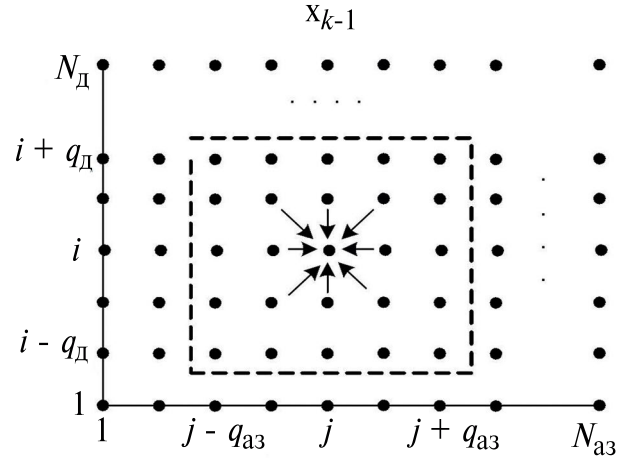


Рис. 1. Иллюстрация к вопросу учета модели движения цели между двумя соседними обзорами. Пунктирной линией выделена область возможного перехода параметров цели между k -м и $(k-1)$ -м обзорами.

С учетом введенных обозначений статистика решающего правила $I_k(\mathbf{x}_k)$ [3] при межобзорном накоплении имеет вид

$$I_k(\mathbf{x}_k) = z_k^2 + \max_{\mathbf{x}_{k-1} \in \Omega(\mathbf{x}_k)} [I_{k-1}(\mathbf{x}_{k-1})], \quad (1)$$

где $\mathbf{x}_{k-1} \in \Omega(\mathbf{x}_k)$ – область возможного перехода параметров цели между k -м и $(k-1)$ -м обзорами, в пределах которых могут измениться параметры цели. Размер области возможного перехода $\Omega(\bullet)$, в которой осуществляется максимизация статистики решающего правила (1), для двухкоординатной РЛС определяется следующим образом:

$$\Omega(\mathbf{x}_k) = \left\{ \begin{matrix} i - q_d, \dots, i + q_d \\ j - q_{az}, \dots, j + q_{az} \end{matrix} \right\}.$$

При формировании статистики решающего правила $I_k(\mathbf{x}_k)$ на k -м обзоре для (i, j) -го значения вектора $\mathbf{x}_k$ в выражении (1) используются следующие величины: отсчеты z_k^2 с выхода блока первичной обработки, соответствующие (i, j) -му каналу обнаружения ($z_{k,i,j}^2$) и максимум статистики решающего правила с $(k-1)$ -го обзора: $I_{k-1}(\mathbf{x}_{k-1})$.

После накопления данных с K обзоров выполняется сравнение статистики решающего правила (1) с порогом обнаружения согласно формуле

$$I_K(\mathbf{x}_K)_{i,j} \Big|_{\substack{i=1 \dots N_d \\ j=1 \dots N_{az}}} \geq I_0, \quad (2)$$

где I_0 – порог обнаружения, выбираемый по критерию Неймана–Пирсона.

При превышении порога принимается решение о наличии цели и определяется траектория цели за K обзоров.

Параметры траектории цели на K -м обзоре определяются согласно выражению

$$\mathbf{x}_{K,i,j} \Big|_{\mathbf{I}_K(\mathbf{x}_K)_{i,j} \geq I_0} = \arg \left\{ \mathbf{I}_K \left(\arg \left\{ \mathbf{I}_{K-1} \left(\arg \left(\mathbf{I}_{K-2} (\dots)^{i-q_d \dots i+q_d}_{j-q_{a3} \dots j+q_{a3}} \right) \right) \right\}^{i-q_d \dots i+q_d}_{j-q_{a3} \dots j+q_{a3}} \right) \right\}^{i-q_d \dots i+q_d}_{j-q_{a3} \dots j+q_{a3}} \right\}.$$

На рис. 2 показан процесс формирования «скользящего» окна при накоплении данных с K обзоров.

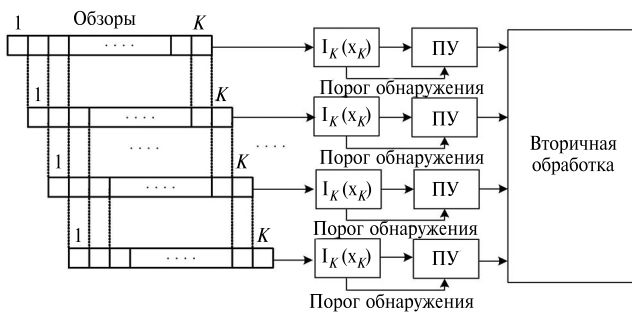


Рис. 2. Формирование «скользящего» окна по обзорам.

Количество обзоров K на практике не должно быть больше шести [10], а алгоритмы межобзорного накопления целесообразно применять на этапе завязки и обнаружения траектории. При таком подходе фактически объединяются этапы первичной и вторичной обработки радиолокационной информации (этапы обнаружения и завязки траекторий).

Аналитическое вычисление закона распределения вероятностей статистики решающего правила $\mathbf{I}_K(\mathbf{x}_K)$ может быть найдено для шума с нормальным законом распределения [11]. В случае если шум имеет негауссовский закон распределения вероятностей, то аналитическое вычисление распределения вероятностей статистики (2) при межобзорном накоплении затруднено [10].

В известных работах порог обнаружения I_0 вычисляется либо при помощи математического моделирования методом Монте-Карло [12], либо с использованием аппарата характеристических функций [13, 14]. Ниже рассмотрено применение результатов теории экстремальных статистик [15] для вычисления порога обнаружения I_0 в соответствии с критерием Неймана–Пирсона.

2. ИНТЕГРАЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ

Теория экстремальных статистик используется для анализа закона распределения вероятностей экстремальных значений случайных величин. Одной из важнейших теорем данной теории является теорема Пикандса–Балкема–де Хаана о сходимости функции распределения $F(y)$ экстремальных значений случайной величины, превысивших ненулевой порог u к обобщенному распределению Парето [16]:

$$F(y) = 1 - \frac{L}{N} \left(1 + c \frac{y - u}{a} \right)^{-\frac{1}{c}},$$

где a , c – параметры обобщенного распределения Парето; u – порог, фиксирующий выбросы случайной величины; L – число отсчетов случайных величин, превысивших порог u ; N – общее число отсчетов. Для выбора порога u в теории экстремальных статистик используются два метода: метод блочно-го максимума [17] и метод превышения порогового значения (ППЗ) [18], в котором порог u выбирается таким образом, чтобы он не был превышен более в 10% отсчетов случайной величины.

Для вычисления параметров распределения Парето a , c существует большое количество методов, в частности, метод максимального правдоподобия [19], в котором оценка параметров находится из условия максимизации функции:

$$L(a, c) = -\ln(a)L - \left(1 + \frac{1}{c} \right) \sum_{i=0}^{L-1} \ln \left(1 + c \frac{y_i - u}{a} \right), \quad (3)$$

где L – число отсчетов на входе анализируемой выборки, которые превысили порог u , выбираемый в соответствии с методом ППЗ.

Отметим, что фактически использование теоремы Балкема–де Хаана–Пикандса об аппроксимации периферийной части («хвоста») любого распределения обобщенным распределением Парето позволяет адаптировать схему стабилизации уровня ложной тревоги при априорно неизвестном законе распределения вероятностей отсчетов

на входе ПУ. Недостатком данного подхода является необходимость поиска по двум параметрам и необходимость использования большого объема выборки N .

В работе [10] порог обнаружения при межобзорном накоплении вычисляется на основе постобработки данных результатов накопления и оценки коэффициентов a, c с использованием выражения (3). Однако и при этом необходим объем выборки $N = 1000$, что затрудняет реализацию данного алгоритма на практике.

Для практической реализации алгоритмов межобзорного накопления предложено проводить формирование выборки $\mathbf{I}_K(\mathbf{x}_K)_{i,j}$, необходимой для оценки параметров распределения Парето, в «скользящем» окне, аналогично принятому при стабилизации уровня ложной тревоги на этапе первичной обработки радиолокационной информации [4].

В предположении использования двухкоординатной РЛС введем следующие обозначения: M_d, M_{az} — размер «скользящего» окна и m_d, m_{az} — размер защитного интервала при формировании «скользящего» окна ($m_d < M_d, m_{az} < M_{az}$). Величина защитного интервала вычисляется в соответствии с выражениями

$$m_d = q_d K, m_{az} = q_{az} K.$$

Объем выборки $\mathbf{I}_K(\mathbf{x}_K)_{i,j}$, используемый для оценки параметров распределения Парето, определяется как

$$M = 2(M_d - m_d) \times 2(M_{az} - m_{az}).$$

С практической точки зрения для оценки параметров a, c обобщенного распределения Парето целесообразнее использовать метод моментов [20], который позволяет оценить a, c в случае небольшого объема выборки N .

Обозначим массив $\mathbf{y}$ с элементами «скользящего» окна через

$$\mathbf{y} = \left\{ \mathbf{I}_k(\mathbf{x}_k)_{n,m} \right\}_{\substack{n=i-M_d \dots i+M_d \\ m=j-M_{az} \dots j+M_{az}}}.$$

На первом этапе проводим сортировку элементов массива $\mathbf{y}$ по возрастанию. После сортировки $0,1 M$ максимальных элементов массива $\mathbf{y}$ записываются в одномерный массив $\mathbf{s}$, размерность которого равна $0,1 M$. В качестве порога u выбирается элемент с индексом $0,1 M$ отсортированного массива $\mathbf{y}$. Затем из элементов массива $\mathbf{s}$ вычитается порог u :

$$\mathbf{h} = \{ \mathbf{s}_k - u \}_{k=0}^{0,1M-1}.$$

На втором этапе находим математическое ожидание $M\{\mathbf{h}\}$ и дисперсию элементов массива $D\{\mathbf{h}\}$.

На третьем этапе оцениваются параметры распределения Парето a, c в соответствии с выражениями

$$\hat{c} = 0,5 \left(\frac{M\{\mathbf{h}\}^2}{D\{\mathbf{h}\}} - 1 \right), \hat{a} = 0,5 M\{\mathbf{h}\} \left(\frac{M\{\mathbf{h}\}^2}{D\{\mathbf{h}\}} + 1 \right). \quad (4)$$

На заключительном этапе вычисляется порог обнаружения в соответствии с выражением

$$I_0 = u + \frac{\hat{a}}{\hat{c}} \left(\left(F_1 \frac{M}{0,1M} \right)^{-\hat{c}} - 1 \right), \quad (5)$$

где F_1 — вероятность ложной тревоги на один канал обнаружения.

На рис. 3 представлена структурная схема блока стабилизации уровня ложных тревог, в основе которого лежит алгоритм, основанный на теории экстремальных значений.

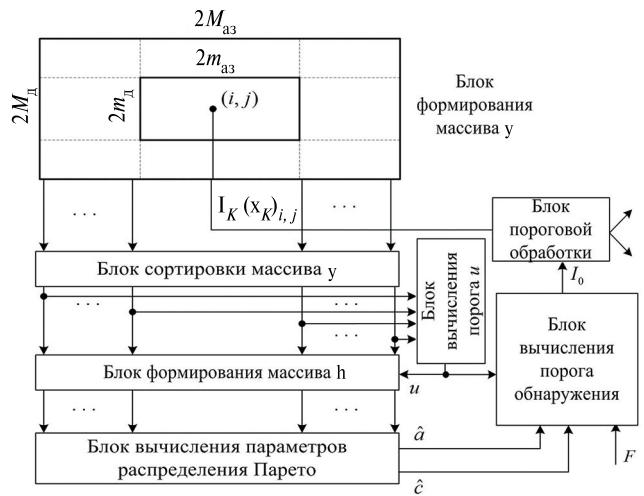


Рис. 3. Структурная схема блока стабилизации уровня ложной тревоги.

На рис. 3 блок сортировки массива $\mathbf{y}$ осуществляет сортировку массива $\mathbf{y}$ по возрастанию. Максимальные $0,1 M$ элементов отсортированного массива $\mathbf{y}$ записываются в массив $\mathbf{s}$.

3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРЕДЛАГАЕМОГО АЛГОРИТМА СТАБИЛИЗАЦИИ УРОВНЯ ЛОЖНОЙ ТРЕВОГИ

Для проверки эффективности предлагаемого алгоритма стабилизации уровня ложных тревог проведен ряд вычислительных экспериментов без введения априорных предположений о законе распределения шума.

Моделирование проводили при следующих параметрах: цель движется от обзора к обзору

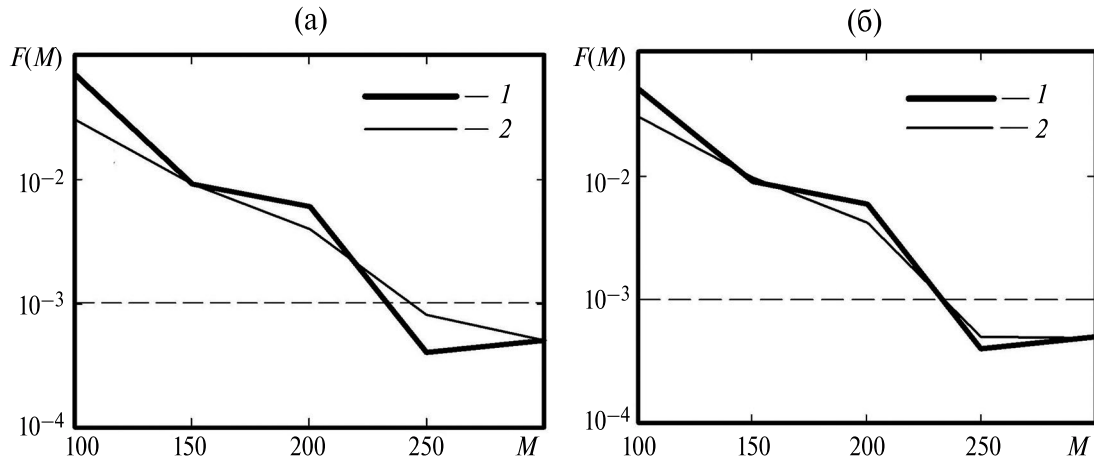


Рис. 4. Зависимости вероятности ложной тревоги от объема выборки M для распределения Релея при $q_d q_{az} = 40$ (а) и $q_d q_{az} = 20$ (б): $K = 6$ (1) и 4 (2); штриховая линия — заданное значение вероятности ложной тревоги.

в направлении на РЛС, количества каналов по дальности и азимуту соответственно $N_d = 600, N_{az} = 60$, разрешение по дальности $\delta R = 150$ м, по азимуту $\delta \alpha = 1^\circ$; период обзора $T_{обз} = 2$ с, количество обзоров меняется в диапазоне $K = 2, 4, 6$, максимальная скорость цели по дальности $V_{dmax} = 400$ м/с, по азимуту $V_{\alpha max} = 1^\circ/\text{с}$, скорость цели $V_d = 300$ м/с. При заданных параметрах — $q_d = 12, q_{az} = 4$ — размеры защитных интервалов выбираются следующими: $m_d = 24, m_{az} = 4$ при $K = 2$; $m_d = 48, m_{az} = 8$ при $K = 4$; $m_d = 72, m_{az} = 12$ при $K = 6$. Объем выборки M меняется от 64 до 300. Флуктуации амплитуды цели соответствуют модели Сверлинга 1 [4].

На рис. 4 представлены зависимости вероятностей F ложной тревоги от объема M выборки, получаемые при использовании предлагаемого алгоритма стабилизации уровня ложных тревог при различных условиях: шум с распределением Релея при $q_d q_{az} = 40$ (см. рис. 4а) и $q_d q_{az} = 20$ (см. рис. 4б) и при $K = 4$ и 6. Заданное значение вероятности ложной тревоги 10^{-3} .

Анализ зависимостей показывает, что вероятность ложной тревоги при увеличении объема M выборки стремится к требуемому значению 10^{-3} , что можно объяснить более точным вычислением параметров распределения Парето c, a при наращивании числа наблюдений.

На рис. 5 представлены зависимости вероятности ложной тревоги в случае шума с законом распределения Вейбулла и различными значениями коэффициентов масштаба и формы данного распределения.

Анализ зависимостей показывает, что при использовании предлагаемого алгоритма стабилизации уровня ложной тревоги происходит адаптация к виду распределения и его параметрам.

На рис. 6 приведены характеристики обнаружения $D(Q)$ предлагаемого алгоритма стабилизации уровня ложной тревоги. Анализ проводился с использованием алгоритма вычисления порога обнаружения на основе постобработки данных межобзорного накопления [10]. Зависимости построены для случая $K = 6, q_d q_{az} = 40$, вероятность ложной тревоги $F = 10^{-5}$, $M = 250$, число опытов при вычислении порога обнаружения в [10] $N = 1000$.

Анализ зависимостей показывает, что при использовании предлагаемого алгоритма стабилизации наблюдаются незначительные потери

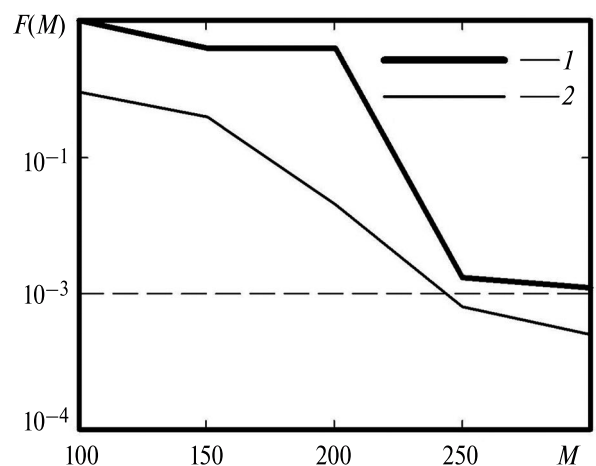


Рис. 5. Зависимости вероятности ложной тревоги от объема выборки M для распределения Вейбулла при $K = 6, q_d q_{az} = 40$: кривая 1 — коэффициенты масштаба 2.0 и формы 1.0, кривая 2 — коэффициенты масштаба 1.0 и формы 2.0.

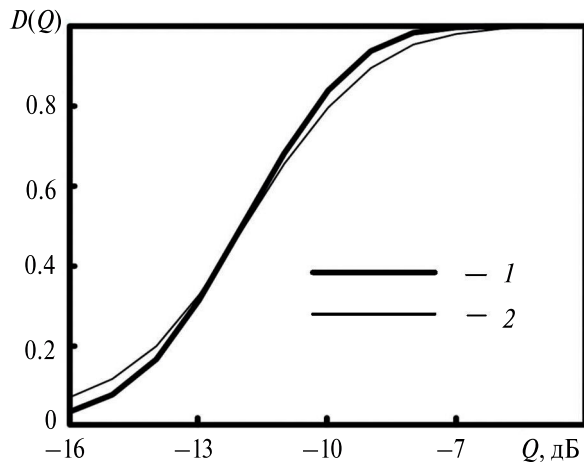


Рис. 6. Характеристики обнаружения алгоритма межобзорного накопления: кривая 1 соответствует известному алгоритму вычисления порога обнаружения [10], кривая 2 – предлагаемому алгоритму.

в пороговом отношении сигнал–шум, не превышающие 0.4 дБ при $M = 250$. При дальнейшем увеличении M до 300 потери уменьшаются до 0.1 дБ. Уменьшение потерь в пороговом отношении сигнал–шум связано с увеличением точности оценки параметров распределения Парето c, a при возрастании объема выборки M .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, предложен и проанализирован адаптивный алгоритм стабилизации уровня ложных тревог, применяемый при межобзорном накоплении. Предложенный алгоритм основан на теории экстремальных значений и может применяться в реальном времени. Его полезным свойством является инвариантность к виду и параметрам закона распределения вероятностей шума.

Оценка параметров распределения Парето (4), функция распределения которого аппроксимирует эмпирическую функцию распределения отсчетов статистики решающего правила (1) на входе ПУ, производится методом моментов согласно (4). При адаптации порога потери в пороговом отношении сигнал–шум незначительны и составляют 0,1 дБ, при объеме выборки $M = 300$. Полученный адаптивный алгоритм стабилизации вероятности F ложной тревоги позволяет реализовать его практически в реальном масштабе времени. При этом не вводятся априорных предположений о законе распределения отсчетов на входе порогового устройства.

Авторы данной работы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сосулин Ю.Г. Теория обнаружения и оценивания стохастических сигналов. М.: Советское радио, 1978.
2. Ширман Я.Д., Манжос В.Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. М.: Радио и связь, 1981.
3. Arnold J. // IEEE Trans. 1993. V. AES-29. № 1. P. 44.
4. Бакулев П.А. Радиолокационные системы. М.: Радиотехника, 2015.
5. Финкельштейн М.И. Основы радиолокации. М.: Радио и связь, 1983.
6. Serine M. Weibull Radar Clutter. L.: Peter Peregrinus Ltd, 1990.
7. Watts S. Sea Clutter: Scattering, the K Distribution and Radar Performance. L.: The Institution of Engineering and Technology, 2006.
8. Марковская теория оценивания случайных процессов / Под ред. М.С. Ярлыкова. М.: Радио и связь, 1993.
9. Радиоэлектронные комплексы навигации, прицеливания и управления вооружением летательных аппаратов. Т. 2. Применение авиационных радиолокационных комплексов при решении боевых и навигационных задач / Под ред. М.С. Ярлыкова. М.: Радиотехника, 2012.
10. Johnson L. // IEEE Trans. 2002. V. AES-38. № 1. P. 228.
11. Tonissen S. M., Evans R. J. // IEEE Trans. 1996. V. AES-32. № 10. P. 1440.
12. Yi W. // IEICE Trans. Commun. 2013. V. 16. № 1. P. 291.
13. Belokurov V.A., Koshelev V.I., Kagalenko M.V. // Proc. 2019 8th Mediterranean Conf. on Embedded Computing (MECO). Budva. 10-14 Jun. N.Y.: IEEE, 2019. Paper No. 8760010.
14. Кошелев В.И., Белокуров В.А. // Цифровая обработка сигналов. 2018. № 4. С. 50.
15. Gumbel E. J. Statistics of Extremes. N.Y.: Mineola, 2000.
16. Guida M., Iovino D., Longo M. // IEEE J. Selected Areas Commun. V. 6. № 1. 1988.
17. Лухарев В.А. Цифровые методы и устройства в радиолокации. М.: Сов. радио, 1973.
18. Coles S. An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values. L.: Springer, 2001.
19. Castillo J. Estimation of Generalized Pareto Distribution. Statistics and Probability Letters. N.Y.: Elsevier, 2009.
20. Cowan G. Statistical Data Analysis. Oxford: Oxford Univ. Press, 1998.

ADAPTATION OF DETECTION THRESHOLDS BASED ON THE RESULTS OF MULTI-FRAME ACCUMULATION RADAR SIGNALS AGAINST THE BACKGROUND OF NON-GAUSSIAN NOISE

V. I. Koshelev, V. A. Belokurov*

Ryazan State Radiotechnical University named after V.F. Utkin,

Gagarin str., 59/1, Ryazan, 390005 Russia

**E-mail: belokurov.v.a@rsreu.ru*

Received May 27, 2024, revised May 27, 2024, accepted June 24, 2024

An algorithm for stabilizing the false alarm rate is proposed, based on the approximation of the probability distribution density of the decisive statistics counts during multi-frame accumulation against the background of noise described by the Rayleigh and Weibull distributions. It is shown that the proposed algorithm for stabilizing the false alarm rate is adaptive and invariant to the noise distribution law.

Keywords: probability density approximation, multi-frame accumulation

УДК 621.372.8

К РАСЧЕТУ ДИСПЕРСИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЭКРАНИРОВАННОЙ МИКРОПОЛОСКОВОЙ ЛИНИИ

© 2024 г. А. Н. Коваленко, А. Д. Ярлыков*

МИРЭА – Российский технологический университет,
просп. Вернадского, 78, Москва, 119454 Российская Федерация

*E-mail: yarlykov@mirea.ru

Поступила в редакцию 20.09.2023 г.

После доработки 20.09.2023 г.

Принята к публикации 27.10.2023 г.

Предложены простые формулы, позволяющие быстро и с достаточно высокой точностью рассчитать дисперсионные характеристики микрополосковой линии. Аналитические выражения, из которых определяются коэффициент замедления и волновое сопротивление линии, представлены в виде быстросходящихся рядов. Исследована погрешность расчета дисперсионных характеристик в широком диапазоне изменения геометрических и физических параметров линии. Определены значения параметров, при которых погрешность не превышает 1%.

Ключевые слова: микрополосковая линия, дисперсионные характеристики, коэффициент замедления, волновое сопротивление, квазистатическое приближение

DOI: 10.31857/S0033849424080111, EDN: HNRIAK

ВВЕДЕНИЕ

Дисперсионные характеристики микрополосковой линии (МПЛ) представляют частотные зависимости различных электродинамических параметров, основными из которых являются коэффициент замедления и волновое сопротивление. Дисперсионные характеристики МПЛ можно рассчитать теоретически с любой степенью точности, используя проекционный метод построения электродинамических моделей полосковых линий [1]. Однако алгоритм расчета и его реализация в виде быстросходящейся компьютерной программы требуют достаточно высокой квалификации. Поэтому актуальна разработка упрощенных математических моделей МПЛ в виде аналитических выражений, позволяющих рассчитать дисперсионные характеристики с достаточно высокой точностью в ограниченном диапазоне изменения размеров линии, диэлектрической проницаемости подложки и частоты. Такая модель для МПЛ с узким полосковым проводником (ширина проводника не превышает удвоенной толщины подложки) разработана [2].

В данной статье, с использованием аналитических выражений, полученных в [2, 3], предложены простые формулы, позволяющие рассчитать частотные зависимости коэффициента замедления и волнового сопротивления с достаточной для целей инженерной практики точностью в широком диапазоне изменения параметров линии.

1. ОСНОВНЫЕ РАСЧЕТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Поперечное сечение микрополосковой линии представлено на рис. 1.

В результате численного анализа частотных зависимостей коэффициента замедления $n(f)$ и волнового сопротивления $Z(f)$ МПЛ, рассчитанных проекционным методом с использованием «чебышевского» базиса [1], установлено, что они слабо зависят от числа базисных функций

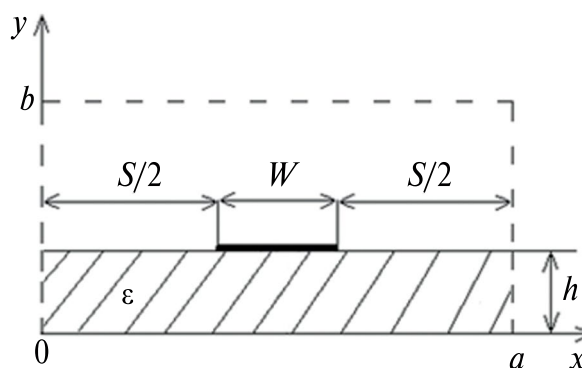


Рис. 1. Поперечное сечение микрополосковой линии: W – ширина полоскового проводника; $S/2$ – расстояние от края проводящей полоски до боковых стенок экрана; h – толщина подложки; a, b – размеры экрана; ε – относительная диэлектрическая проницаемость подложки.

и незначительно отличаются от значений $n_0(f)$ и $Z_0(f)$, рассчитанных при учете только одной базисной функции. Из анализа численных результатов, представленных в [1], следует, что отношения

$$\frac{n(f)}{n_0(f)} \text{ и } \frac{Z(f)}{Z_0(f)}$$

слабо зависят от частоты f и их можно представить в виде

$$\frac{n(f)}{n_0(f)} = \xi_n(f) \approx \frac{n(0)}{n_0(0)}, \quad \frac{Z(f)}{Z_0(f)} = \xi_Z(f) \approx \frac{Z(0)}{Z_0(0)}. \quad (1)$$

Таким образом, для расчета дисперсионных характеристик предлагаются следующие приближенные формулы:

$$n(f) \approx \frac{n(0)}{n_0(0)} n_0(f), \quad Z(f) \approx \frac{Z(0)}{Z_0(0)} Z_0(f), \quad (2)$$

которые переходят в точные при $f \rightarrow 0$.

Используя расчетные соотношения, полученные в [2], приведем выражения, из которых определяются $n_0(f)$ и $Z_0(f)$. Коэффициент замедления $n_0(f)$ определяется из численного решения дисперсионного уравнения

$$\frac{\pi}{k_0 a} \sum_{m=1}^{\infty} \left[\frac{n_0^2 G_m^{\mathcal{D}} + \alpha_m^2 G_m^M}{\chi_m^2} - \frac{0.5 - n_0^2/(\varepsilon + 1)}{\alpha_m} \right] J_0^2(m\alpha) \sin^2\left(m \frac{\pi}{2}\right) + \left(0.5 - \frac{n_0^2}{\varepsilon + 1}\right) S(\alpha) = 0, \quad (3)$$

где

$$G_m^{\mathcal{D}} = \left(\frac{\varepsilon}{\beta_m^I} \operatorname{ctg}(k_0 \beta_m^I h) + \frac{1}{\beta_m^{II}} \operatorname{ctg}[k_0 \beta_m^{II} (b - h)] \right)^{-1},$$

$$G_m^M = \left(\beta_m^I \operatorname{ctg}(k_0 \beta_m^I h) + \beta_m^{II} \operatorname{ctg}[k_0 \beta_m^{II} (b - h)] \right)^{-1},$$

$$\beta_m^I = \sqrt{\varepsilon - \chi_m^2}, \quad \beta_m^{II} = \sqrt{1 - \chi_m^2}, \quad \chi_m^2 = \alpha_m^2 + n_0^2,$$

$$\alpha_m = \frac{\pi}{k_0 a} m, \quad \alpha = \frac{\pi W}{2 a}, \quad k_0 = \frac{2\pi f}{c} -$$

волновое число свободного пространства, c — скорость света в вакууме,

$$S(\alpha) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} J_0^2(m\alpha) \sin^2\left(m \frac{\pi}{2}\right).$$

Волновое сопротивление $Z_0(f)$, определяемое через мощность, переносимую через поперечное сечение линии, и ток в полосковом проводнике, представляются в виде

$$Z_0 = \frac{240\pi}{k_0 a} n_0 \sum_{m=1}^{\infty} \left[-\frac{1}{\chi_m^2} \left(n_0^2 (G_m^{\mathcal{D}})' + \alpha_m^2 (G_m^M)' \right) + \frac{\alpha_m^2}{\chi_m^4} G_m^M - \left(\frac{\alpha_m^2}{\chi_m^4} G_m^{\mathcal{D}} + \frac{1}{\alpha_m (\varepsilon + 1)} \right) \right] \times \\ \times J_0^2(m\alpha) \sin^2\left(m \frac{\pi}{2}\right) + \frac{240}{\varepsilon + 1} n_0 S(\alpha), \quad (4)$$

где $(G_m^{\mathcal{D},M})'$ — производная функции $G_m^{\mathcal{D},M}$ по n_0^2 .

Бесконечные ряды в (3), (4) быстро сходятся (члены в квадратных скобках при $m \rightarrow \infty$ убывают как $1/m^3$), а функцию $S(\alpha)$ можно представить в виде быстросходящегося степенного ряда [1]:

$$S(\alpha) = \frac{1}{2} \ln \frac{4}{\alpha} + \\ + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{S_{2k}}{k} \left(2^{-2k} - \frac{1}{2} \right) \left[\frac{(2k-1)!!}{(2k)!!} \right]^2 \left(\frac{2\alpha}{\pi} \right)^{2k}, \quad (5)$$

где

$$S_{2k} = \sum_{p=1}^{\infty} p^{-2k}, \quad S_2 = \frac{\pi^2}{6}, \quad S_4 = \frac{\pi^4}{90}, \quad S_6 = \frac{\pi^6}{945}, \dots,$$

при $k \geq 4$: $S_{2k} \approx 1$.

При $f \rightarrow 0$ в [2] получены следующие выражения для расчета коэффициента замедления $n_0(0)$ и волнового сопротивления $Z_0(0)$:

$$n_0(0) = \sqrt{\frac{P(1)}{P(\varepsilon)}}, \quad Z_0(0) = \frac{240}{n_0(0)} P(1), \quad (6)$$

$$P(\varepsilon) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin^2(m \pi/2)}{\operatorname{ech}(m \pi h/a) + \operatorname{cth}[m \pi (b-h)/a]} \frac{J_0^2(m\alpha)}{m}. \quad (7)$$

Улучшая сходимость медленно сходящегося ряда (7), представим функцию $P(\varepsilon)$ в виде

$$P(\varepsilon) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin^2(m\pi/2)}{m} \left(\frac{1}{\varepsilon \operatorname{cth}(m\pi h/a) + \operatorname{cth}[m\pi(b-h)/a]} - \frac{1}{\varepsilon + 1} \right) J_0^2(m\alpha) + \frac{1}{\varepsilon + 1} S(\alpha). \quad (8)$$

Коэффициент замедления $n(0)$ и волновое сопротивление $Z(0)$ определяются из решения задачи в квазистатическом приближении с использованием расчетных соотношений, полученных в [3].

Для открытой микрополосковой линии ($a \rightarrow \infty$, $b \rightarrow \infty$), используя [2] и формулы из работы [4, (4.226(2)) и (1.515(1))], можно получить следующее выражение для функции $P(\varepsilon)$:

$$P(\varepsilon) = \frac{1}{2(\varepsilon + 1)} \left\{ \ln \frac{8h}{W} + f_1(W/h) - \sum_{v=1}^{\infty} (-1)^v (f_v(W/h) - f_{v+1}(W/h)) q^v - \Phi(\varepsilon) \right\}, \quad (9)$$

где

$$f_v(W/h) = \frac{2}{\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} \ln \left\{ \frac{1}{2} \left[1 + \sqrt{\left(\frac{W}{v2h} \cos \theta \right)^2 + 1} \right] \right\} d\theta, \quad (10)$$

$$\Phi(\varepsilon) = \ln(1 + q) +$$

$$+ \sum_{v=1}^{\infty} (-1)^{v+1} \left[\ln \left(1 + \frac{1}{v} \right) - \frac{1}{v} \right] q^v, \quad q = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1}. \quad (11)$$

Разлагая в (10) логарифмическую функцию в степенной ряд и учитывая в нем только первый член, получим приближенное выражение для функции $P(\varepsilon)$ для МПЛ с узким полосковым проводником ($W/h \leq 2$):

$$P(\varepsilon) \approx \frac{1}{2(\varepsilon + 1)} \left\{ \ln \frac{8h}{W} + \frac{1}{8} \left(\frac{W}{2h} \right)^2 \left(1 + \sum_{v=1}^{\infty} (-1)^{v+1} \frac{2v+1}{v^2(v+1)^2} q^v \right) - \Phi(\varepsilon) \right\}. \quad (12)$$

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА

В результате расчетов, выполненных на персональном компьютере, исследована зависимость погрешностей расчета дисперсионных характеристик МПЛ по формуле (2) в широком диапазоне изменения параметров линии. Погрешности δn и δZ рассчитывались по формулам

$$\delta n = \frac{n_T(f) - n(f)}{n_T(f)} 100\%,$$

$$\delta Z = \frac{Z_T(f) - Z(f)}{Z_T(f)} 100\%, \quad (13)$$

где $n_T(f)$ и $Z_T(f)$ – «точные», а $n(f)$ и $Z(f)$ – приближенные значения коэффициента замедления и волнового сопротивления линии, рассчитанные по формулам (2). За точные значения принимались значения, полученные с использованием проекционного метода [1] с учетом семи базисных функций. Отметим, что при числе базисных функций $K \geq 5$ результаты расчета $n_T(f)$ и $Z_T(f)$ совпадают с точностью до пяти значащих цифр в рассматриваемом диапазоне изменения параметров линии:

$$10 \leq S/h = (a/h - W/h) \leq 250, \quad 10 \leq b/h \leq 150,$$

$$0.1 \leq W/h \leq 10, \quad 2 \leq \varepsilon \leq 20, \quad 0.1 \leq f_n \leq 15,$$

где $f_n = f[\text{ГГц}]/h[\text{мм}]$ – нормированная частота. Расчеты проводились с использованием расчетных соотношений, приведенных в данной статье, и квазистатической модели МПЛ, предложенной в [3].

Погрешности расчета n и Z практически не зависят от размеров экрана a и b . Приведенные ниже численные результаты получены для открытой МПЛ, моделируемой экранированной с размерами экрана: $a = W + 250h$, $b = 150h$.

Используя (13), представим погрешность расчета дисперсионных характеристик по приближенным формулам (2) в виде

$$\delta n = \left(1 - \frac{n_T(0)/n_0(0)}{n_T(f_n)/n_0(f_n)} \right) 100\%,$$

$$\delta Z = \left(1 - \frac{Z_T(0)/Z_0(0)}{Z_T(f_n)/Z_0(f_n)} \right) 100\%. \quad (14)$$

При изменении параметров линии в указанных выше границах отношения $n_T(f_n)/n_0(f_n)$ и $Z_T(f_n)/Z_0(f_n)$ слабо зависят от частоты

и незначительно отличаются от их значений при $f_n \rightarrow 0$, что обеспечивает высокую точность формул (2). Сказанное подтверждается данными табл. 1.

Входящие в формулы (2) и (14) не зависящие от частоты коэффициенты $\xi_n = n_T(0)/n_0(0)$ и $\xi_Z = Z_T(0)/Z_0(0)$ определяются с использованием расчетных соотношений, полученных в [3]. В табл. 2 приведены значения этих коэффициентов в указанном выше диапазоне изменения отношения W/h и диэлектрической проницаемости подложки ϵ .

На рис. 2 представлены графики зависимости коэффициентов ξ_n и ξ_Z от W/h при различных значениях ϵ .

Для узких полосковых проводников ($W/h \leq 2$) $\xi_n \approx 1$ и $\xi_Z \approx 1$. При этом погрешности этих формул не превышают 0.15% и 0.25%. Для более широких проводников ($W/h > 2$) зависимости ξ_n и ξ_Z от W/h можно аппроксимировать прямыми, проходящими через точку $W/h = 2$. Вторую точку нужно выбрать таким образом, чтобы погрешности расчета в заданном интервале изменения W/h были минимальны. Если вторую точку выбрать $W/h = 6$, то для МПЛ с поликоровой подложкой ($\epsilon = 9.6$), получим следующие аппроксимационные формулы:

$$\xi_n \approx \begin{cases} 1, & \text{при } W/h < 2, \\ 1 + 3.6 \times 10^{-3} (W/h - 2), & \text{при } 2 \leq W/h \leq 10, \end{cases} \quad (15)$$
$$\xi_Z \approx \begin{cases} 1, & \text{при } W/h < 2, \\ 1 - 8.725 \times 10^{-3} (W/h - 2), & \text{при } 2 \leq W/h \leq 10. \end{cases}$$

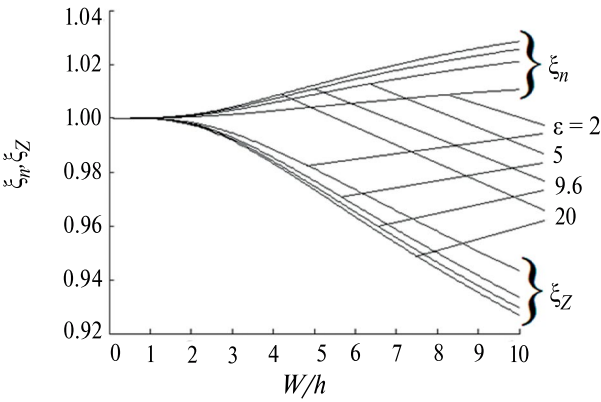


Рис. 2. Графики зависимости коэффициентов ξ_n и ξ_Z от отношения W/h при различных значениях диэлектрической проницаемости подложки ϵ .

Таблица 1. Отношения точных значений $n_T(f)$ и $Z_T(f)$ к их приближенным значениям $n_0(f)$ и $Z_0(f)$ соответственно

W/h	$\xi_n(f) = \frac{n_T(f)}{n_0(f)},$ $\xi_Z(f) = \frac{Z_T(f)}{Z_0(f)}$	ϵ	f_n			
			0.1	5	10	15
2	$\xi_n(f)$	2	1.0005	1.0005	1.0005	1.0005
		9.6	1.0011	1.0014	1.0021	1.0030
		20	1.0013	1.0020	1.0034	1.0049
	$\xi_Z(f)$	2	0.9984	0.9983	0.9981	0.9979
		9.6	0.9977	0.9972	0.9959	0.9937
		20	0.9975	0.9965	0.9938	0.9884
6	$\xi_n(f)$	2	1.0056	1.0060	1.0065	1.0070
		9.6	1.0144	1.0179	1.0214	1.0230
		20	1.0162	1.0223	1.0257	1.0254
	$\xi_Z(f)$	2	0.9734	0.9725	0.9707	0.9683
		9.6	0.9651	0.9624	0.9615	0.9607
		20	0.9633	0.9609	0.9620	0.9560
10	$\xi_n(f)$	2	1.0106	1.0111	1.0120	1.0128
		9.6	1.0256	1.0310	1.0332	1.0322
		20	1.0285	1.0363	1.0358	1.0320
	$\xi_Z(f)$	2	0.9433	0.9416	0.9390	0.9365
		9.6	0.9295	0.9283	0.9336	0.9375
		20	0.9268	0.9297	0.9392	0.9362

Таблица 2. Коэффициенты пропорциональности $\xi_n = n_T(0)/n_0(0)$ и $\xi_Z = Z_T(0)/Z_0(0)$ при различных ε

W/h	ξ_n, ξ_Z	ε					
		2	5	7	9.6	13	20
0.1	ξ_n	1	1	1	1	1	1
	ξ_Z	1	1	1	1	1	1
0.5	ξ_n	1	1	1	1	1	1
	ξ_Z	1	0.99999	0.99999	0.99999	0.99999	0.99997
1	ξ_n	1	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001
	ξ_Z	0.9999	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
2	ξ_n	1.0005	1.0009	1.0010	1.0011	1.0012	1.0013
	ξ_Z	0.9984	0.9979	0.9978	0.9977	0.9976	0.9975
3	ξ_n	1.0014	1.0029	1.0033	1.0036	1.0039	1.0041
	ξ_Z	0.9944	0.9928	0.9924	0.9921	0.9919	0.9916
4	ξ_n	1.0027	1.0057	1.0065	1.0071	1.0076	1.0081
	ξ_Z	0.9883	0.9853	0.9846	0.9839	0.9835	0.9831
5	ξ_n	1.0042	1.0079	1.0099	1.0108	1.0115	1.0122
	ξ_Z	0.9811	0.9767	0.9755	0.9747	0.9740	0.9734
6	ξ_n	1.0056	1.0117	1.0133	1.0144	1.0153	1.0162
	ξ_Z	0.9734	0.9676	0.9661	0.9651	0.9642	0.9633
7	ξ_n	1.0070	1.0144	1.0163	1.0177	1.0187	1.0198
	ξ_Z	0.9656	0.9586	0.9568	0.9556	0.9546	0.9535
8	ξ_n	1.0084	1.0169	1.0191	1.0206	1.0218	1.0231
	ξ_Z	0.9579	0.9499	0.9479	0.9464	0.9453	0.9441
10	ξ_n	1.0106	1.0211	1.0236	1.0256	1.0270	1.0285
	ξ_Z	0.9433	0.9334	0.9312	0.9295	0.9282	0.9268

Погрешность этих формул не превышает 0.3% при $W/h \leq 10$. Учитывая слабую зависимость ξ_n и ξ_Z от ε , формулы (15) можно использовать в некотором интервале значений ε . При $7 \leq \varepsilon \leq 20$ погрешность (15) не превышает 0.6% для ξ_n и 0.4% для ξ_Z . Погрешность расчета n и Z с использованием формул (15) не превышает 1% при $7 \leq \varepsilon \leq 13$.

Использование аппроксимационных формул существенно упрощает разработку алгоритма расчета дисперсионных характеристик по формулам (2), что позволяет значительно снизить как трудоемкость при создании компьютерной программы, так и временные затраты при проведении расчетов.

Используя численные результаты, представленные в табл. 1 и 2, можно оценить погрешность расчета дисперсионных характеристик по формулам (2) при различных значениях параметров линии. При $W/h \leq 2$ коэффициенты пропорциональности ξ_n и ξ_Z , входящие в формулу (2), с высокой точностью равны единице и дисперсионные характеристики рассчитываются по формулам

$$n(f) \approx n_0(f), Z(f) \approx Z_0(f). \quad (16)$$

Погрешности этих формул δn_0 и δZ_0 определяются следующими выражениями:

$$\delta n_0 = \left(1 - \frac{1}{n_T(f)/n_0(f)} \right) 100\%,$$

$$\delta Z_0 = \left(1 - \frac{1}{Z_T(f)/Z_0(f)} \right) 100\%. \quad (17)$$

Из данных табл. 1 следует, что погрешности δn_0 и δZ_0 при увеличении отношения W/h и ε также увеличиваются и при $\varepsilon = 20$ достигают максимальных значений, которые при $W/h = 2$ равны: $\delta n_0 = 0.5\%$, $|\delta Z_0| = 1.2\%$. При увеличении W/h погрешности увеличиваются и при $W/h = 10$ достигают значений: $\delta n_0 = 3.5\%$, $|\delta Z_0| = 7.9\%$.

При расчете дисперсионных характеристик по формулам (2) их погрешности, определяемые выражениями (14), равны: $\delta n = 0.4\%$, $|\delta Z| = 0.9\%$ при $W/h = 2$ и $\delta n = 0.8\%$, $|\delta Z| = 1.3\%$ при $W/h = 10$.

Таким образом, введение в формулы (16) коэффициентов ξ_n и ξ_Z значительно повышает точность расчета дисперсионных характеристик при $W/h > 2$.

Более детальный анализ зависимости погрешностей δn и δZ от параметров линии позволяет сделать следующие выводы. Погрешность расчета коэффициента замедления не превышает 1.0% ($\delta n \leq 1.0\%$), а волнового сопротивления – 1.5% ($|\delta Z| \leq 1.5\%$) в указанном выше диапазоне изменения параметров линии. Если $\varepsilon \leq 10$, то $|\delta Z| \leq 1.0\%$. При $f_n \leq 5$ погрешность $\delta n \leq 0.75\%$, $|\delta Z| \leq 0.35\%$. При $f_n \leq 1$ погрешности δn и $|\delta Z|$ не превышают 0.1%, а при $f_n \leq 0.1$ соответственно 0.01%.

Для МПЛ с поликоровой подложкой ($\varepsilon = 9.6$) сделанные выводы подтверждаются численными результатами (табл. 3).

Таблица 3. Дисперсионные характеристики и погрешности их расчета для микрополосковой линии с поликоровой подложкой

W/h	$n, Z, \delta n, \delta Z$	f_n						
		0.1	1	3	5	7	10	15
0.1	n	2.4121	2.4139	2.4222	2.4337	2.4470	2.4688	2.5082
	$\delta n, \%$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	Z	109.01	108.99	109.05	109.34	109.92	111.45	116.12
	$\delta Z, \%$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.5	n	2.4811	2.4839	2.4976	2.5161	2.5371	2.5705	2.6268
	$\delta n, \%$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	Z	67.23	67.21	67.23	67.44	67.90	69.06	72.36
	$\delta Z, \%$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.01
1	n	2.5394	2.5432	2.5614	2.5854	2.6118	2.6523	2.7162
	$\delta n, \%$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.03
	Z	49.82	49.80	49.80	49.97	50.35	51.31	53.82
	$\delta Z, \%$	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.01	-0.03	-0.07

Таблица 3. Окончание

W/h	$n, Z, \delta n, \delta Z$	f_n						
		0.1	1	3	5	7	10	15
2	n	2.6255	2.6310	2.6557	2.6866	2.7184	2.7636	2.8269
	$\delta n, \%$	0.00	0.00	0.01	0.03	0.06	0.10	0.19
	Z	33.93	33.91	33.91	34.07	34.40	35.15	36.89
	$\delta Z, \%$	0.00	0.00	-0.02	-0.05	-0.09	-0.18	-0.40
3	n	2.6865	2.6934	2.7224	2.7564	2.7894	2.8328	2.8882
	$\delta n, \%$	0.00	0.01	0.04	0.10	0.16	0.27	0.44
	Z	25.99	25.97	25.98	26.15	26.46	27.09	28.41
	$\delta Z, \%$	0.00	-0.01	-0.05	-0.13	-0.22	-0.38	-0.74
4	n	2.7319	2.7400	2.7718	2.8066	2.8384	2.8780	2.9259
	$\delta n, \%$	0.00	0.01	0.08	0.18	0.29	0.45	0.66
	Z	21.14	21.12	21.15	21.32	21.60	22.14	23.17
	$\delta Z, \%$	0.00	-0.01	-0.09	-0.20	-0.32	-0.48	-0.83
5	n	2.7671	2.7760	2.8094	2.8439	2.8738	2.9097	2.9516
	$\delta n, \%$	0.00	0.02	0.13	0.27	0.41	0.59	0.79
	Z	17.85	17.84	17.88	18.05	18.30	18.75	19.56
	$\delta Z, \%$	0.00	-0.03	-0.13	-0.26	-0.36	-0.48	-0.72
6	n	2.7953	2.8050	2.8395	2.8730	2.9009	2.9335	2.9715
	$\delta n, \%$	0.00	0.03	0.16	0.34	0.50	0.68	0.84
	Z	15.47	15.45	15.50	15.67	15.89	16.27	16.92
	$\delta Z, \%$	0.00	-0.04	-0.17	-0.28	-0.34	-0.37	-0.45
7	n	2.8184	2.8288	2.8637	2.8959	2.9219	2.9520	2.9875
	$\delta n, \%$	0.00	0.04	0.21	0.40	0.57	0.74	0.83
	Z	13.65	13.64	13.70	13.85	14.05	14.36	14.90
	$\delta Z, \%$	0.00	-0.04	-0.18	-0.27	-0.27	-0.20	-0.15
8	n	2.8378	2.8488	2.8838	2.9146	2.9390	2.9673	3.0009
	$\delta n, \%$	0.00	0.05	0.25	0.46	0.62	0.76	0.79
	Z	12.23	12.23	12.28	12.42	12.59	12.86	13.31
	$\delta Z, \%$	0.00	-0.05	-0.18	-0.23	-0.17	-0.01	0.21
10	n	2.8687	2.8806	2.9151	2.9434	2.9655	2.9912	3.0228
	$\delta n, \%$	0.00	0.06	0.31	0.52	0.66	0.74	0.64
	Z	10.12	10.12	10.18	10.30	10.43	10.63	10.98
	$\delta Z, \%$	0.00	-0.06	-0.18	-0.13	0.06	0.44	0.86

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенные в данной статье формулы (2), в которых использована квазистатическая модель МПЛ, существенно расширяют границы применимости сверхбыстродействующей модели МПЛ с узким полосковым проводником, разработанной в [2]. Представленные расчетные соотношения позволяют быстро и с высокой точностью путем компьютерного моделирования рассчитать

дисперсионные характеристики МПЛ в широком диапазоне изменения размеров линии, диэлектрической проницаемости подложки и частоты. При этом разработка компьютерной программы не требует высоких трудозатрат. Предложенный подход к расчету дисперсионных характеристик можно распространить на другие типы полосковых линий.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коваленко А.Н. // РЭ. 2019. Т. 64. № 2. С. 108.
2. Коваленко А.Н., Ярлыков А.Д. // Рос. технол. журн. 2021. Т. 9. № 4. С. 68.
<https://www.rtf-mirea.ru/jour/article/view/345/277>.
3. Коваленко А.Н., Ярлыков А.Д. // РЭ. 2022. Т. 67. № 11. С. 1096.
4. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматгиз, 1963.

TO THE CALCULATION OF DISPERSION CHARACTERISTICS OF A SHIELDED MICROSTRIP LINE

A. N. Kovalenko, A. D. Yarlykov*

*MIREA – Russian Technological University,
78 Vernadsky Avenue, Moscow, 119454 Russia*

**E-mail: yarlykov@mirea.ru*

Received September 20, 2023, revised September 20, 2023, accepted 27 October 2023

Simple formulas are proposed that make it possible to calculate the dispersion characteristics of a microstrip line quickly and with high enough accuracy. The analytical expressions from which the deceleration coefficient and the wave resistance of the line are determined are presented in the form of rapidly converging series. The error in calculating the dispersion characteristics in a wide range of changes in the geometric and physical parameters of the line is investigated. The values of the parameters at which the error does not exceed 1% are determined.

Keywords: microstrip line, dispersion characteristics, deceleration coefficient, wave resistance, quasi-static approximation

УДК 621.396.01

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОЖИДАНИЕ ОШИБОК ИМИТАЦИИ ШУМОВ УГЛОВЫХ КООРДИНАТ РАСПРЕДЕЛЕННОГО РАДИОЛОКАЦИОННОГО ОБЪЕКТА, ЗАМЕЩАЕМОГО ДВУХТОЧЕЧНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ МОДЕЛЬЮ

© 2024 г. А. В. Киселев*, А. В. Таюров

Новосибирский государственный технический университет,
просп. К. Маркса, 20, Новосибирск, 630073 Российская Федерация

*E-mail: nil_rtu@mail.ru

Поступила в редакцию 13.02.2024 г.

После доработки 08.05.2024 г.

Принята к публикации 22.05.2024 г.

Рассмотрено замещение распределенного радиолокационного объекта простейшим двухточечным матричным имитатором. При этом распределенный объект замещается моделью, составленной из двух точек. Показано, что это приводит к ошибкам моделирования, выражающимся в изменении математического ожидания угловых шумов координат. Получены соотношения, позволяющие, во-первых, оценить эти ошибки и, во-вторых, задавать разнос точек модели, при котором гарантируется их допустимый уровень.

Ключевые слова: имитация, двухточечная модель, имитация угловых шумов, математическое ожидание ошибки имитации углового положения, замещение распределенного объекта

DOI: 10.31857/S0033849424080129, EDN: HNQGIU

ВВЕДЕНИЕ

Обязательным элементом разработки и испытаний радиолокационных станций (РЛС) является этап имитационного моделирования, заключающийся в том, что РЛС подвергаются воздействию сигналов и помех, моделирующих реальную радиоэлектронную обстановку [1, 2]. Использование имитации позволяет существенно сократить объем и стоимость натурных испытаний [3].

Одной из наиболее сложных задач имитационного моделирования радиолокационной обстановки считается имитация отражений от объектов, распределенных по угловым координатам [4, 5]. Для ее решения обычно применяют тандем из имитатора эхосигналов и их преобразователя в электромагнитные поля в области размещения антенны РЛС [6]. В качестве такого преобразователя наиболее перспективны так называемые матричные имитаторы (МИ), представляющие собой систему неподвижных излучателей, размещаемых в дальней зоне антенны станции [7, 8]. Как известно [4], при

выполнении условий неразрешимости излучателей по угловым координатам эта система обеспечивает формирование кажущегося центра излучения (КЦИ), угловое положение которого определяется отношением амплитуд и разностью фаз сигналов, подводимых к излучателям МИ [9]. Управляя ими, устанавливают требуемое положение КЦИ. При этом важнейшая характеристика МИ — точность установки углового положения КЦИ.

Цель работы — оценить погрешности установки углового положения, обусловленные распределенностью замещаемого объекта.

1. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Как показано в [10], для простейшего одномерного МИ, состоящего из двух излучателей (рис. 1), ошибка установки углового положения КЦИ, равная разности между измеренным сканирующей антенной с игольчатой диаграммой направленности ($\xi_{\text{изм}}$) и устанавливаемым (требуемым) (ξ) положением КЦИ, определяется выражением

$$\chi(\xi) = \xi_{\text{изм}} - \xi = -\text{Re} \left[\sqrt[3]{\sqrt{P^3 - 3\xi^2 P^2 + 3\xi^4 P + \xi^4} + (\xi^3 - \xi)(1 + j\sqrt{3})} \right], \quad (1)$$

где $P = \frac{1}{8^2} \frac{r_2}{6r_4}$; r_2, r_4 — коэффициенты полинома $(r_0 + r_2\alpha^2 + r_4\alpha^4)$, аппроксимирующего главный

лепесток игольчатой диаграммы направленности антенны (ДНА) РЛС; α , $\pm\delta$ – угловое положение оси ДНА и излучателей МИ соответственно (см. рис. 1); $\alpha_{0.5}$ – полуширина диаграммы направленности антенной системы по уровню половинной мощности; j – мнимая единица.

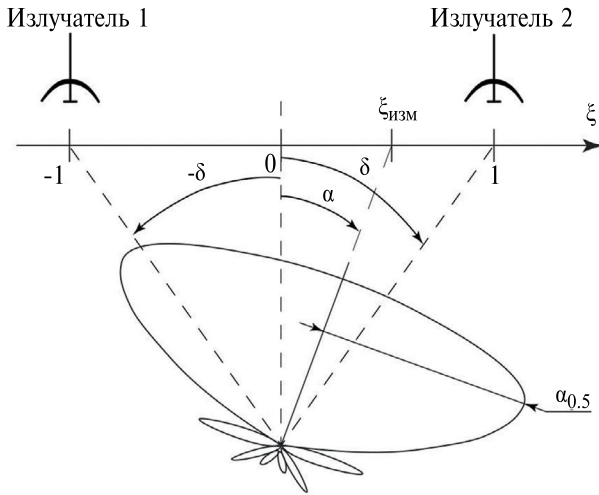


Рис. 1. Двухточечный матричный имитатор.

В формуле (1) значение P всегда меньше нуля, поэтому подкоренное выражение $(P^3 - 3\xi^2 P^2 + 3\xi^4 P + \xi^4)$ отрицательно, что после извлечения корня и суммирования с $(\xi^3 - \xi)$ дает комплексный результат с ненулевой мнимой частью. Он умножается на $1+j\sqrt{3}$. Реальная часть результата перемножения и дает искомую величину ошибки. Вывод формулы подробно рассмотрен в [10]. Значения ξ и $\xi_{\text{изм}}$ в (1) нормированы к δ .

Для распределенного по угловой координате замещающего объекта характерно перемещение КЦИ случайным образом [4]. Это явление называется шумами координат (ШК). Они имеют функцию плотности распределения вероятности (ПРВ) [4]:

$$W(\xi, m, \mu) = \frac{\mu}{2(1 + \mu^2(\xi - m)^2)^{3/2}}, \quad (2)$$

где m – математическое ожидание положения КЦИ распределенного объекта; μ – параметр, определяющий рассеяние ШК, обратно пропорционален ширине ПРВ.

При имитации МИ должен устанавливать текущее угловое положение КЦИ, равное расчетному, с учетом этих ШК. При этом логично ожидать, что из-за ошибки (1) математическое ожидание положения КЦИ, получаемое на матричном имитаторе, будет отличаться от математического ожидания положения КЦИ замещающего распределенного

объекта (m). То есть математическое ожидание положения КЦИ будет отличаться от m . Оценим разницу этих математических ожиданий.

На рис. 2 представлен пример расчета функции ошибки, вычисленной по (1) для ДНА, имеющей вид функции Гаусса. Видно, что она кососимметрична, в пределах матрицы близка к квадратичной зависимости, при значительных выходах за $\xi = \pm 1$ близка к линейной.

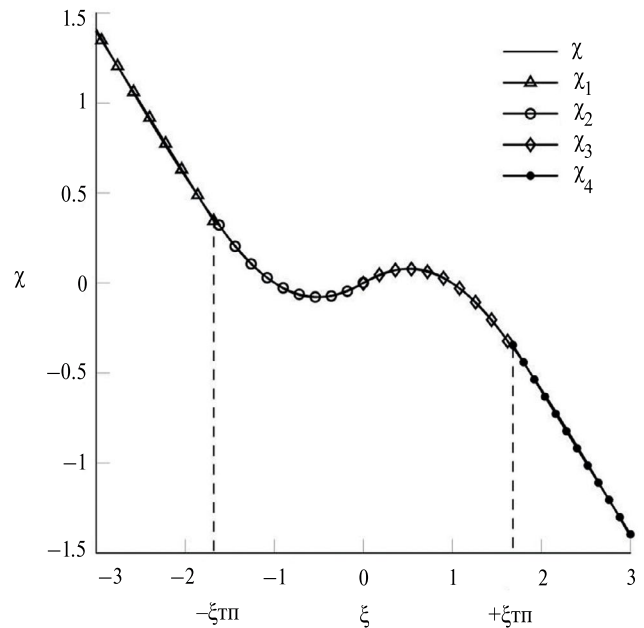


Рис. 2. Зависимость ошибки пеленга χ от заданного положения КЦИ для $\delta = 0.5\alpha_{0.5}$, а также результаты ее аппроксимации линейными (χ_1 и χ_4 (3)) и квадратичными зависимостями (χ_2 и χ_3 (4)); $\pm\xi_{\text{ТП}}$ – положения точек перехода от линейной аппроксимации к квадратичной.

В связи с этим математическое ожидание ошибки установки ξ , определяющей ошибки имитации углового положения объекта, можно записать в виде

$$F_1(m, \nu) = \int_{-\xi_{\text{ТП}}}^{-\xi_{\text{ТП}}} \chi_1(\xi) W(\xi, m, \nu) d\xi + \int_{-\xi_{\text{ТП}}}^0 \chi_2(\xi) W(\xi, m, \nu) d\xi + \int_0^{\xi_{\text{ТП}}} \chi_3(\xi) W(\xi, m, \nu) d\xi + \int_{\xi_{\text{ТП}}}^{\xi_{\text{ТП}}} \chi_4(\xi) W(\xi, m, \nu) d\xi,$$

где $\chi_1(\xi)$, $\chi_2(\xi)$, $\chi_3(\xi)$, $\chi_4(\xi)$ – функции, аппроксимирующие $\chi(\xi)$ на участках $-\xi_{\text{ТП}} < \xi < -\xi_{\text{ТП}}$,

$-\xi_{\text{ТП}} \leq \xi \leq 0$, $0 \leq \xi \leq \xi_{\text{ТП}}$, $\xi_{\text{ТП}} < \xi < \xi_{\text{max}}$ (см. рис. 2);
 $-\xi_{\text{ТП}}$, $\xi_{\text{ТП}}$ — положения точек перехода (ТП);
 $-\xi_{\text{max}}$, ξ_{max} — пределы интегрирования; $v = \mu k_y$;
 k_y — отношение разности излучателей МИ и углового размера объекта.

Судя по рис. 2, в качестве аппроксимирующих полиномов логично использовать

$$\chi_1(\xi) = a_0 + a_1\xi, \chi_4(\xi) = d_0 + d_1\xi, \quad (3)$$

$$\chi_2(\xi) = b_0 + b_1\xi + b_2\xi^2, \chi_3(\xi) = c_0 + c_1\xi + c_2\xi^2. \quad (4)$$

Причем в силу косой симметрии функции (1) коэффициенты аппроксимации соотносятся как

$$a_0 = -d_0, a_1 = d_1, b_0 = -c_0, b_1 = c_1, b_2 = -c_2,$$

тогда

$$\chi_1(\xi) = a_0 + a_1\xi, \chi_2(\xi) = b_0 + b_1\xi + b_2\xi^2,$$

$$\chi_3(\xi) = -b_0 + b_1\xi - b_2\xi^2, \chi_4(\xi) = -a_0 + a_1\xi.$$

Неизвестные коэффициенты a_0 , a_1 , b_0 , b_1 , b_2 зависят от ДНА антенны РЛС, базы МИ и положения точек перехода.

При использовании аппроксимаций (3) и (4) после интегрирования (выполненного с использованием справочных данных, приведенных в [11]), получим

$$\begin{aligned} F_1(m, v) &= F_{11}(m, v) + F_{12}(m, v) + \\ &+ F_{13}(m, v) + F_{14}(m, v) \\ F_{11} &= \int_{-\xi_{\text{max}}}^{-\xi_{\text{ТП}}} \chi_1(\xi) W(\xi, m, v) d\xi = \\ &= \int_{-\xi_{\text{max}}}^{-\xi_{\text{ТП}}} (a_0 + a_1\xi) W(\xi, m, v) d\xi = \\ &= \left(\left((m + \xi_{\text{max}})(a_1m + a_0)v^2 + a_1 \right) \sqrt{v^2(m + \xi_{\text{ТП}})^2 + 1} - \right. \\ &- \left. \left((m + \xi_{\text{ТП}})(a_1m + a_0)v^2 + a_1 \right) \sqrt{v^2(m + \xi_{\text{max}})^2 + 1} \right) / \\ &/ \left(2v \sqrt{v^2(m + \xi_{\text{ТП}})^2 + 1} \sqrt{v^2(m + \xi_{\text{max}})^2 + 1} \right); \\ F_{12} &= \int_{-\xi_{\text{ТП}}}^0 \chi_2(\xi) W(\xi, m, v) d\xi = \\ &= \int_{-\xi_{\text{ТП}}}^0 (b_0 + b_1\xi + b_2\xi^2) W(\xi, m, v) d\xi = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= - \left(\left(-b_2 \left(\text{arsh}(v(m + \xi_{\text{ТП}})) - \text{arsh}(mv) \right) \sqrt{v^2m^2 + 1} + \right. \right. \\ &+ v \left(mv^2(b_2m^2 + b_1m + b_0) + \right) \left. \left. \sqrt{(m + \xi_{\text{ТП}})^2 v^2 + 1} - \right. \right. \\ &- v \sqrt{v^2m^2 + 1} \left(v^2(m + \xi_{\text{ТП}})(b_2m^2 + b_1m + b_0) + \right. \\ &\left. \left. + b_2m - b_2\xi_{\text{ТП}} + b_1 \right) \right) / \\ &/ \left(2v^2 \sqrt{(m + \xi_{\text{ТП}})^2 v^2 + 1} \sqrt{v^2m^2 + 1} \right); \\ F_{13} &= \int_0^{\xi_{\text{ТП}}} \chi_3(\xi) W(\xi, m, v) d\xi = \\ &= \int_0^{\xi_{\text{ТП}}} (-b_0 + b_1\xi - b_2\xi^2) W(\xi, m, v) d\xi = \\ &= - \left(\left(-b_2 \left(\text{arsh}(v(m - \xi_{\text{ТП}})) - \text{arsh}(mv) \right) \sqrt{v^2m^2 + 1} + \right. \right. \\ &+ v \left(mv^2(b_2m^2 - b_1m + b_0) + \right) \left. \left. \sqrt{(m - \xi_{\text{ТП}})^2 v^2 + 1} - \right. \right. \\ &- v \left(v^2(m - \xi_{\text{ТП}})(b_2m^2 - b_1m + b_0) + \right. \\ &\left. \left. + b_2m + b_2\xi_{\text{ТП}} - b_1 \right) \sqrt{v^2m^2 + 1} \right) / \\ &/ \left(2v^2 \sqrt{(m - \xi_{\text{ТП}})^2 v^2 + 1} \sqrt{v^2m^2 + 1} \right); \\ F_{14}(m, v) &= \int_{\xi_{\text{ТП}}}^{\xi_{\text{max}}} \chi_4(\xi) W(\xi, m, v) d\xi = \\ &= \int_{\xi_{\text{ТП}}}^{\xi_{\text{max}}} (-a_0 + a_1\xi) W(\xi, m, v) d\xi = \\ &= \left(\left((m - \xi_{\text{max}})(-a_1m + a_0)v^2 - a_1 \right) \times \right. \\ &\times \left. \sqrt{v^2(m - \xi_{\text{ТП}})^2 + 1} - \right. \\ &- \left. \left((m - \xi_{\text{ТП}})(-a_1m + a_0)v^2 - a_1 \right) \sqrt{v^2(m - \xi_{\text{max}})^2 + 1} \right) / \\ &/ \left(2v \sqrt{v^2(m - \xi_{\text{ТП}})^2 + 1} \sqrt{v^2(m - \xi_{\text{max}})^2 + 1} \right). \end{aligned}$$

Тогда

$$\begin{aligned}
 F_1(m, v) = & - \left(\left(\left(\left(\left(2b_2 \left(\operatorname{arsh}(mv) - \frac{\operatorname{arsh}(v(m - \xi_{\text{ТП}}))}{2} - \frac{\operatorname{arsh}(v(m + \xi_{\text{ТП}}))}{2} \right) \right) \times \right. \right. \right. \\
 & \times \sqrt{v^2 m^2 + 1} + 2 \left((b_2 m^2 + b_0) v^2 + b_2 \right) m v \sqrt{v^2 (m + \xi_{\text{ТП}})^2 + 1} + \sqrt{v^2 m^2 + 1} \times \\
 & \times \left((-b_2 m^2 + (a_1 - b_1) m + a_0 - b_0) (m + \xi_{\text{ТП}}) v^2 - b_2 m + b_2 \xi_{\text{ТП}} + a_1 - b_1 \right) v \times \\
 & \times \sqrt{1 + (m + \xi_{\text{max}})^2 v^2} - \sqrt{m^2 v^2 + 1} \sqrt{1 + (m + \xi_{\text{ТП}})^2 v^2} \times \\
 & \times v \left((m + \xi_{\text{max}}) (a_1 m + a_0) v^2 + a_1 \right) \Big) \times \\
 & \times \sqrt{1 + v^2 (m - \xi_{\text{ТП}})^2} + v \sqrt{1 + v^2 m^2} \sqrt{1 + v^2 (m + \xi_{\text{ТП}})^2} \sqrt{1 + v^2 (m + \xi_{\text{max}})^2} \times \\
 & \times \left((m - \xi_{\text{ТП}}) (-b_2 m^2 + (-a_1 + b_1) m + a_0 - b_0) v^2 - b_2 m - b_2 \xi_{\text{ТП}} - a_1 + b_1 \right) \Big) \times \\
 & \times \sqrt{1 + (m + \xi_{\text{max}})^2 v^2} - \sqrt{m^2 v^2 + 1} \sqrt{1 + (m + \xi_{\text{ТП}})^2 v^2} \times \\
 & \times \left((m - \xi_{\text{max}}) (-a_1 m + a_0) v^2 - a_1 \right) \sqrt{1 + v^2 (m - \xi_{\text{ТП}})^2} v \sqrt{1 + v^2 (m + \xi_{\text{max}})^2} \Big) \Bigg/ \\
 & \Bigg/ \left(2v^2 \sqrt{1 + v^2 (m + \xi_{\text{max}})^2} \sqrt{1 + v^2 (m + \xi_{\text{ТП}})^2} \times \sqrt{1 + v^2 (m - \xi_{\text{ТП}})^2} \sqrt{1 + v^2 m^2} \sqrt{1 + v^2 (m - \xi_{\text{max}})^2} \right). \quad (5)
 \end{aligned}$$

2. АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ

Проанализируем полученные зависимости. Определим диапазоны изменения входящих в них переменных и рассчитаем по выражению (5) значения получаемых для них ошибок.

Численные расчеты, выполненные для типовых форм главного лепестка ДНА (вида $\cos$, $\cos^2$, $\cos^3$, sinc , sinc^2 , экспонента Гаусса), показали, что наибольшее значение $P = r_2/r_4$ имеет место для ДНА вида экспонента Гаусса (оно составляет $-5.765\alpha_{0.5}^2$), а наименьшее — для функции $\cos$ (оно равно $-19.446\alpha_{0.5}^2$).

Математическое ожидание m ограничено условием размещения моделируемого объекта в пределах матрицы, что отвечает условию минимальных искажений ДНА [12], т.е. $-1 \leq m \leq 1$.

По поводу диапазона изменения параметра μ можно отметить следующее. Как показано в [4], для типовых распределений отражающих свойств по поверхности объекта (равномерное, треугольное и т.д.) $1 \leq \mu \leq 2\sqrt{3}$. При $k_y = 1$ угловые размеры объекта совпадают с разносом излучателей МИ. Наибольшая ошибка в установке позиции КЦИ будет наблюдаться при максимально широкой ПРВ

ШК, т.е. при $k_y \mu = 1$. Результаты расчетов по формуле (5) величины ошибки для перечисленных условий представлены на рис. 3.

Как видно из рисунков, максимальное значение первого момента ошибки растет с увеличением размера матрицы (т.е. δ), причем большая ошибка имеет место для ДНА вида экспонента Гаусса.

Расчеты для меньших размеров имитируемого объекта (k_y больше единицы) показали (рис. 4), что при малом разное излучателей математическое ожидание ошибки определяется погрешностями установки углового положения КЦИ в пределах матрицы. По мере роста разноса характер зависимости математического ожидания ошибки от m начинает повторять зависимость, показанную на рис. 2. В пределе (при k_y , стремящемся к бесконечности), очевидно, получим $F_1(m) = \chi(m)$.

Выявленные ошибки приведут к погрешностям установки положения имитируемого распределенного объекта по угловым координатам. Их максимальные значения, нормированные к угловым размерам замещающего объекта, приведены на рис. 5.

Видно, что максимальная ошибка в установке углового положения КЦИ составляет порядка 77%

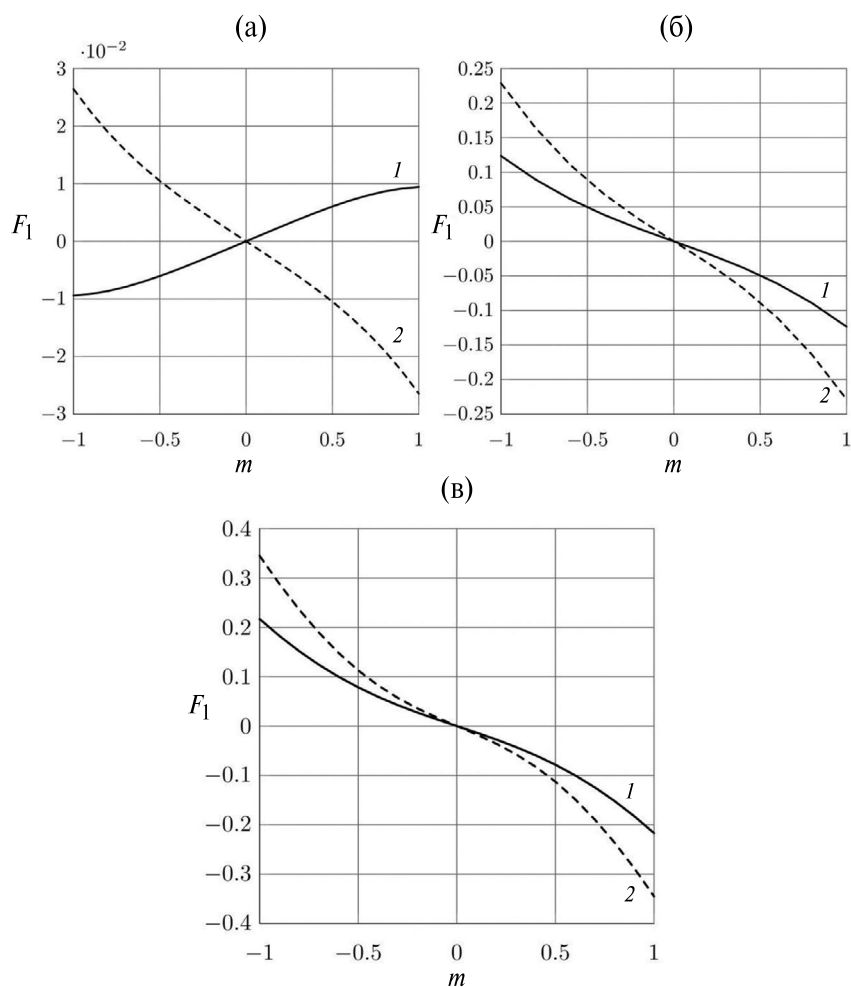


Рис. 3. Зависимости среднего значения ошибки пеленга от m при $k_y = 1$, $\mu = 1$ для $\delta = 0.1\alpha_{0.5}$ (а), $0.5\alpha_{0.5}$ (б) и $\alpha_{0.5}$ (в): 1 – ДНА вида косинус, 2 – экспонента Гаусса.

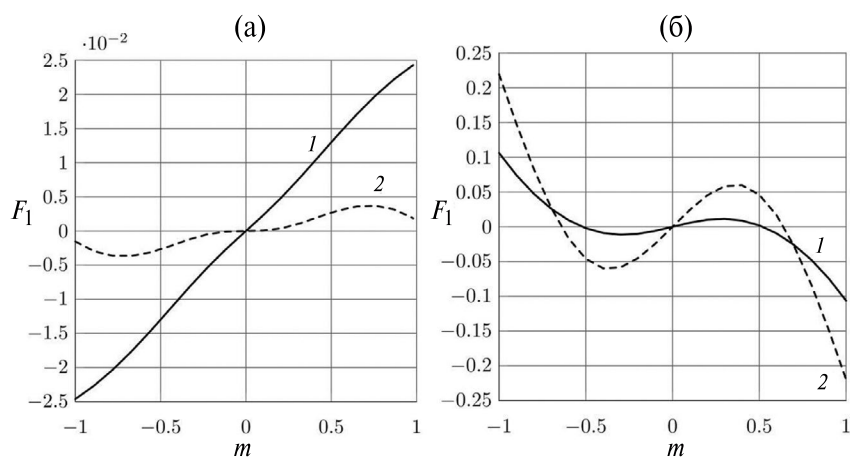


Рис. 4. Математическое ожидание ошибки при $k_y = 2$, $\mu = 1$ для $\delta = 0.1\alpha_{0.5}$ (а) и $\alpha_{0.5}$ (б): 1 – ДНА вида косинус, 2 – экспонента Гаусса.

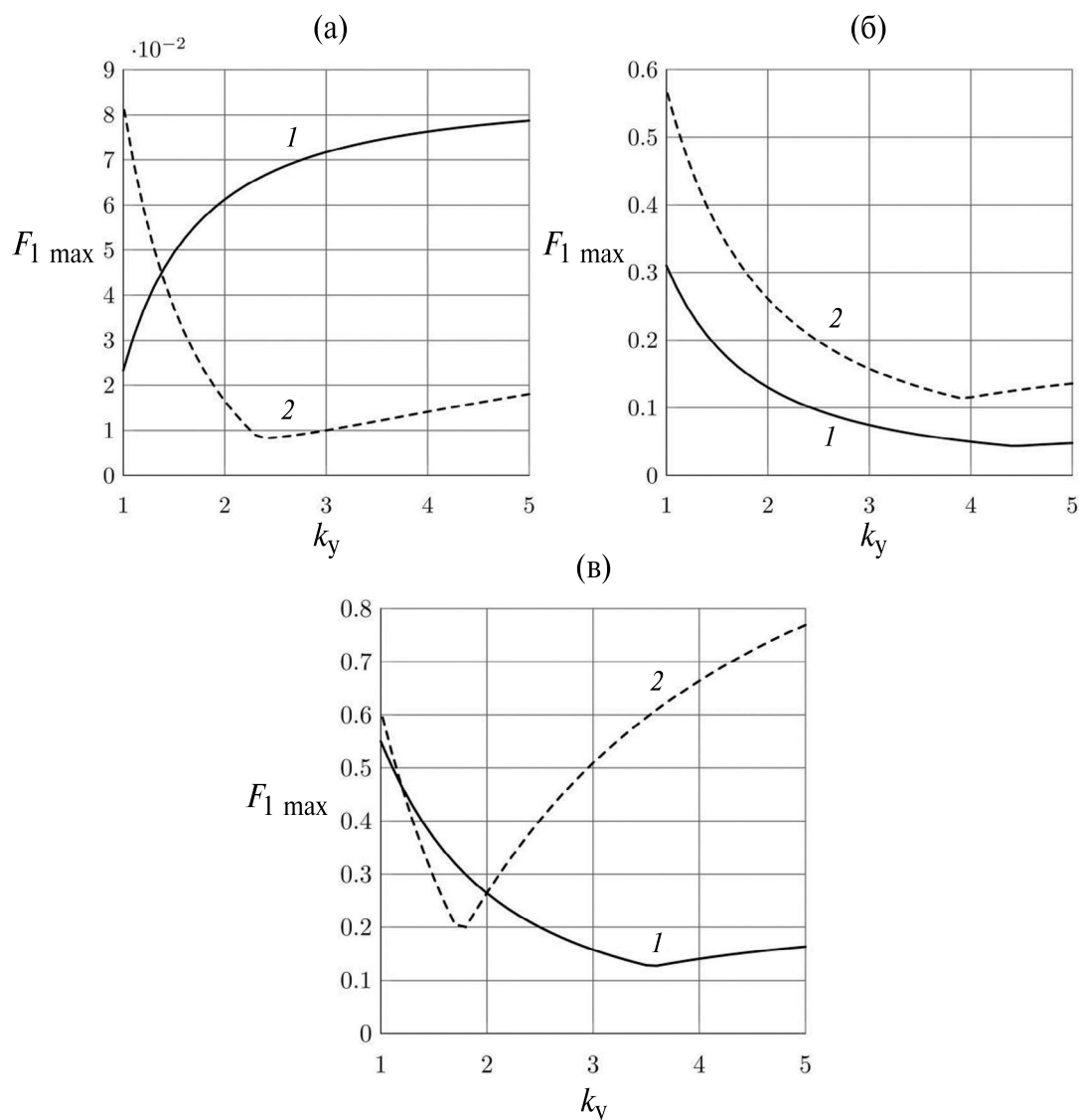


Рис. 5. Зависимости максимальной ошибки математического ожидания углового положения объекта, нормированной к угловому размеру объекта, от k_y для $\mu = 1$ и $\delta = 0.1\alpha_{0.5}$ (а), $\delta = 0.5\alpha_{0.5}$ (б), $\delta = \alpha_{0.5}$, (в): 1 – ДНА вида косинус, 2 – экспонента Гаусса.

от углового размера объекта имитации. Она наблюдается при использовании ДНА вида экспонента Гаусса, ширине базы МИ, равной ширине ДНА, $\mu = 1$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При замещении распределенных объектов в матричных имитаторах возникают специфические ошибки, приводящие к смещению математического ожидания углового положения объекта.

Погрешность установки математического ожидания углового положения зависит от разности излучателей матрицы, размеров объекта

и распределения отражающих свойств по его поверхности, формы и ширины ДНА РЛС.

Пути снижения погрешностей достаточно очевидны. Они заключаются в уменьшении разности излучателей МИ и относительных размеров замещаемого объекта.

Полученные соотношения позволяют рассчитать зависимость ошибок от разности излучателей МИ и размеров моделируемого распределенного объекта. Используя эти зависимости, можно определить разность, при котором уровень ошибок не превысит заданную величину.

Авторы данной работы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ярлыков М.С., Богачев А.С., Меркулов В.И., Дрогалин В.В. Радиоэлектронные комплексы навигации, прицеливания и управления вооружением летательных аппаратов. Т. 1. Теоретические основы. М.: Радиотехника, 2012.
2. Ярлыков М.С., Богачев А.С., Меркулов В.И., Дрогалин В.В. Радиоэлектронные комплексы навигации, прицеливания и управления вооружением летательных аппаратов. Т. 2. Применение авиационных радиоэлектронных комплексов при решении боевых и навигационных задач. М.: Радиотехника, 2012.
3. Xunda C., Zanning J., Dongmu W., Wenjie Z. // Proc. of SPIE Conf. on Technologies for Synthetic Environments: Hardware-in-the-Loop Testing III. 1998. P. 10.
<https://doi.org/10.1117/12.316373>
4. Островитянов Р.В., Басалов Ф.А. Статистическая теория радиолокации протяженных целей. М.: Радио и связь, 1982.
5. Guo K., Xiao G., Zhai Y., Sheng X. // IEEE Access. 2018. V. 6. P. 35194.
<https://doi.org/10.1109/ACCESS.2018.2846538>
6. Wayne D.J., McBride S.T., McKenna J.T. // Proc. Antenna Measurement Techniques Association Symp. (AMTA 2016). Austin. 30 Oct. - 03 Nov. N.Y.: IEEE, 2016. P. 319.
7. Mussell P., Fletcher M.E. Complex Radar Target Simulator. UK Pat. № 2405761. Pub. 16 Sept. 2002.
8. He W., Zhang L., Li N. // 2007 Int. Conf. on Microwave and Millimeter Wave Technology (ICMMT). Guilin. 18-21 Apr. N.Y.: IEEE, 2007. Paper No. 381335.
<https://doi.org/10.1109/ICMMT.2007.381335>
9. Bahtiyar S. Target Glint Phenomenon Analysis and Evaluation of Glint Reduction Techniques. A thesis submitted to the graduate school of natural and applied sciences of Middle East Technical University. Ankara: METU, 2012. 87 p.
<http://etd.lib.metu.edu.tr/upload/12614679/index.pdf>
10. Киселев А.В., Таяуров А.В. // Докл. АН ВШ РФ. 2023. № 4. С. 34.
<https://doi.org/10.17212/1727-2769-2023-4-34-44>
11. Смолянский М.Л. Таблицы неопределенных интегралов. М.: Физматгиз, 1963.
12. Калмыков И.Ю. // Совр. проблемы радиоэлектроники. 2011. С. 27.

MATHEMATICAL EXPECTED VALUE OF ERRORS IN SIMULATION OF NOISE OF ANGULAR COORDINATES OF A DISTRIBUTED RADAR OBJECT REPLACED BY A TWO-POINT GEOMETRIC MODEL

A. V. Kiselev*, A. V. Tayurov

*Novosibirsk State Technical University,
Karl Marx avenue, 20, Novosibirsk, 630073 Russia
E-mail: nil_rtu@mail.ru

Received February 13, 2024, revised May 08, 2024, accepted May 22, 2024

The replacement of a distributed radar object by a simple two-point matrix simulator is considered. In this case, the distributed object is replaced by a model composed of two points. It is shown that this leads to modeling errors, expressed in a change in the mathematical expected value of angular coordinate noise. Relationships have been obtained that allow, firstly, to estimate these errors and, secondly, to set the spacing of model points at which their acceptable level is guaranteed.

Keywords: simulation, two-point model, simulation of angular noise, mathematical expectation of error in imitation of angular position, substitution of a distributed object

УДК 681.5

РАСПОЗНАВАНИЕ МОРСКИХ ОБЪЕКТОВ В ТЕПЛОВИЗИОННЫХ ОБЗОРНО-ПРИЦЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

© 2024 г. В. А. Бухалёв^а, И. Ф. Хисматов^{а,*}, А. А. Скрынников^{б,с}, В. А. Болдинов^б, К. Ю. Рожков^а^аМосковский научно-исследовательский телевизионный институт,
ул. Гольяновская, 7а, стр.1, Москва, 105094 Российская Федерация^бГосударственный научно-исследовательский институт авиационных систем,
ул. Викторенко, 7, Москва, 125167 Российская Федерация^сМосковский авиационный институт (национальный исследовательский университет),
Волоколамское шос., 4, Москва, 125993 Российская Федерация

*E-mail: abu-sergey@yandex.ru

Поступила в редакцию 18.12.2023 г.

После доработки 18.12.2023 г.

Принята к публикации 25.01.2024 г.

Рассматривается задача распознавания объектов по информации измерений их геометрических признаков на изображениях оптико-электронных систем. Известны вероятностные характеристики измерений. Разработан алгоритм распознавания с использованием теории систем со случайной скачкообразной структурой и метода двухмоментной параметрической аппроксимации распределений. Применена аппроксимация прогнозируемой плотности вероятности законом бета-распределения. Приведены результаты счета алгоритма по информации последовательности изображений, полученных в натурных регистрациях.

Ключевые слова: распознавание, измерения, оптимальное оценивание, прогноз, коррекция, фильтр, дисперсиометр, классификатор, случайная структура, случайный процесс

DOI: 10.31857/S0033849424080132, EDN: HNORXD

ВВЕДЕНИЕ

При распознавании морских целей в тепловизионных обзорно-прицельных системах (ОПС) используются информационные различительные геометрические признаки их изображений. При выборе признаков основными требованиями являются простота измерения и инвариантность по отношению к тем условиям применения, которые не определяются в ОПС. К таким признакам можно отнести высоту, длину и площадь изображения, а также «анизотропию» (отношение высоты к длине), «удлинение контура» (отношение периметра к длине), «компактность» (отношение площади к произведению высоты на длину) и некоторые другие. Изображения объектов зависят от таких параметров, как углы азимута и места наблюдения, дальность и курсовой угол движения цели [1–3]. После обнаружения объектов их различительные геометрические признаки в ОПС измеряются с погрешностями, уровень которых, как правило, не позволяет использовать полученную информацию для надежного распознавания. В таких случаях требуется применение алгоритмов, устойчивых к высоким уровням ошибок измерений.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В тепловизионной системе наблюдается изображение корабля, принадлежащего к одному из N типов, $s = 1, N$. Измеряются n геометрических признаков изображения $\rho_k^{(i)}(s)$, $i = \overline{1, n}$. Точность измерения зависит от типа корабля s и условий наблюдения, оцениваемых алгоритмом предварительной обработки информации. Требуется на основании этих измерений определить тип корабля.

Математическая формулировка поставленной задачи имеет следующий вид: объект –

$$x_{k+1}^{(i)}(s) = a_k^{(i)}(s)x_k^{(i)}(s) + \left(1 - a_k^{(i)}(s)\right)\xi_k^{(i)}(s); \quad (1)$$

измеритель –

$$z_k^{(i)} = \varphi\left(x_k^{(i)}(s)\right) + \zeta_k^{(i)}(s) / b_k^{(i)}(s); \quad (2)$$

$$\varphi\left(x_k^{(i)}(s)\right) = \begin{cases} x_k^{(i)}(s) & \text{при } x_k^{(i)}(s) \leq 1; \\ 1 & \text{при } x_k^{(i)}(s) > 1, \end{cases} \quad (3)$$

где k – дискретный момент времени, $k = \overline{0, m}$;

$x_k^{(i)}(s)$ – безразмерный параметр информативного различительного геометрического признака $\rho_k^{(i)}(s)$: $x_k^{(i)}(s) = \rho_k^{(i)}(s) / \rho_{\max}^{(i)}(s)$; $a_k^{(i)}(s)$ – коэффициент случайной изменчивости i -го различительного признака объекта с номером s ; $a_k^{(i)}(s) \in [0, 1]$, $s = \overline{1, N}$; $\xi_k^{(i)}(s)$ – «возмущение» i -го различительного признака объекта с номером, последовательность независимых случайных величин с произвольным распределением и известными математическим ожиданием $\bar{\xi}_k^{(i)}(s)$ и дисперсией $G_k^{(i)}(s)$; $\xi_k^{(i)}(s) \in [0, 1]$; $b_k^{(i)}(s)$ – коэффициент точности измерения i -го различительного признака объекта с номером s ; $\zeta_k^{(i)}(s)$ – последовательность независимых случайных величин с плотностью вероятности бета-распределения:

$$f^\zeta\left(\zeta_k^{(i)}(s)\right) = 6\zeta_k^{(i)}(s)\left[1 - \zeta_k^{(i)}(s)\right]. \quad (4)$$

Требуется определить тип корабля s по измерениям его информативных признаков $z_{0,m}^{(i)}$ на отрезке $[0, m]$.

2. АЛГОРИТМ РАСПОЗНАВАНИЯ

Алгоритм распознавания, построенный по теории систем со случайной скачкообразной структурой (ССС) [3, 4], состоит из четырех взаимосвязанных блоков: «классификатор», «идентификатор», «фильтр» и «дисперсиометр», работающих по двух-этапной схеме «прогноз–коррекция».

2.1. Прогноз

Классификатор $\hat{p}_k(s)$ имеет вид

$$\hat{p}_{k+1}(s) = \hat{p}_k(s), \quad s = \overline{1, N}; \quad k = \overline{1, m}, \quad (5)$$

где $\hat{p}_{k+1}(s)$ и $\hat{p}_k(s)$ – соответственно прогнозируемая ($\sim$) и апостериорная ($\wedge$) вероятности s , основанные на измерениях $z_{0,m}^{(i)} = \left\{z_{0,m}^{(i)}\right\}$, $i = \overline{1, n}$, на отрезке $[0, k]$:

$$\hat{p}_k(s) = P[s | z_{0,k}].$$

Фильтр $\tilde{x}_k^{(i)}(s)$ определяем по формуле

$$\tilde{x}_{k+1}^{(i)}(s) = a_k^{(i)}(s)\hat{x}_k^{(i)}(s) + \left(1 - a_k^{(i)}(s)\right)\bar{\xi}_k^{(i)}(s), \quad (6)$$

а дисперсиометр $\tilde{R}_k^{(i)}(s)$ по выражению

$$\tilde{R}_{k+1}^{(i)}(s) = \left(a_k^{(i)}(s)\right)^2 \tilde{R}_k^{(i)}(s) + \left(1 - a_k^{(i)}(s)\right)^2 G_k^{(i)}(s). \quad (7)$$

2.2. Коррекция

Классификатор – $\hat{p}_k(s)$:

$$\hat{p}_{k+1}(s) = \hat{p}_k(s) f_{k+1}^z(z_{k+1} | s) / \sum_s \hat{p}_k(s) f_{k+1}^z(z_{k+1} | s); \quad (8)$$

$$f_{k+1}^z(z_{k+1} | s) = \prod_i f\left(\zeta_{k+1}^{(i)} | s\right); \quad (9)$$

Идентификатор $\hat{s}$ вычисляется по формуле

$$\hat{s} = \arg \max \sum_{k=1}^m \hat{p}_k(s), \quad (10)$$

где $\hat{s}$ – оптимальная оценка интерполяции $\hat{p}_k(s)$ на отрезке $[0, m]$.

Фильтр определяется по формуле

$$\hat{x}_{k+1}^{(i)}(s) = \left[f\left(\zeta_{k+1}^{(i)} | s\right)\right]^{-1} \int_0^1 x_{k+1}^{(i)} f_{k+1}^{(i)}\left(\zeta_{k+1}^{(i)} | x_{k+1}^{(i)}, s\right) \tilde{f}_{k+1}\left(x_{k+1}^{(i)} | s\right) dx_{k+1}^{(i)}, \quad (11)$$

а дисперсиометр $\hat{R}_{k+1}^{(i)}(s)$ по выражениям

$$\hat{\Theta}_{k+1}^{(i)}(s) = \left[f\left(\zeta_{k+1}^{(i)} | s\right)\right]^{-1} \int_0^1 \left(\hat{x}_{k+1}^{(i)}\right)^2 f_{k+1}^{(i)}\left(\zeta_{k+1}^{(i)} | x_{k+1}^{(i)}, s\right) \tilde{f}_{k+1}\left(x_{k+1}^{(i)} | s\right) dx_{k+1}^{(i)}; \quad (12)$$

$$\hat{R}_{k+1}^{(i)}(s) = \hat{\Theta}_{k+1}^{(i)}(s) - \left(x_{k+1}^{(i)}\right)^2. \quad (13)$$

При разработке алгоритмов фильтрации в оптико-электронных системах обычно применяется аппроксимация распределений. Это позволяет перейти от функциональных уравнений для плотности вероятностей к более простым уравнениям для вероятностных моментов.

Для этого используются методы статистической линеаризации [6], гауссовской [7], полигауссовской

аппроксимации [8] и другие в зависимости от условий задачи.

В отличие от унимодальных гауссовского распределения и статистической линеаризации, метод полигауссовской аппроксимации М.С. Ярлыкова и метод двухмоментной параметрической аппроксимации в СССР позволяют аппроксимировать реальные полимодальные распределения сигналов разнообразной формы в измерительно-информационных системах, работающих в условиях организованных помех.

В рассматриваемой задаче целесообразно применить бета-распределение. Диапазон значений случайной величины, подчиняющейся бета-распределению, от 0 до 1, а форма распределения имеет разнообразный вид в зависимости от

сочетания двух его параметров, связанных простыми алгебраическими формулами с математическим ожиданием и дисперсией, определяемыми при решении уравнений алгоритма [5]. На рис. 1 и 2 в качестве примера показан вид плотностей

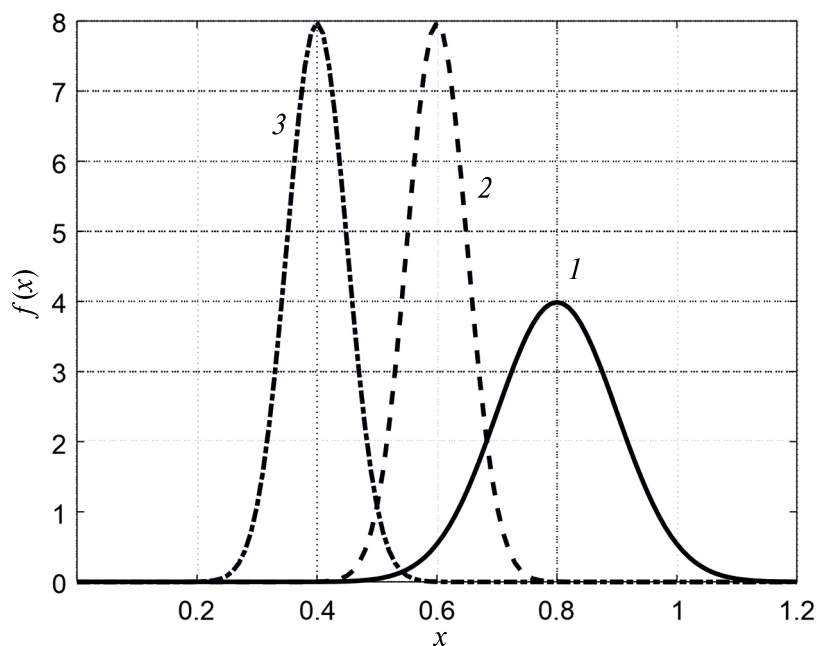


Рис. 1. Нормальное распределение при $\mu = 0.8$, $\beta = 0.1$ (кривая 1); $\mu = 0.6$, $\beta = 0.05$ (кривая 2); $\mu = 0.4$, $\beta = 0.05$ (кривая 3).

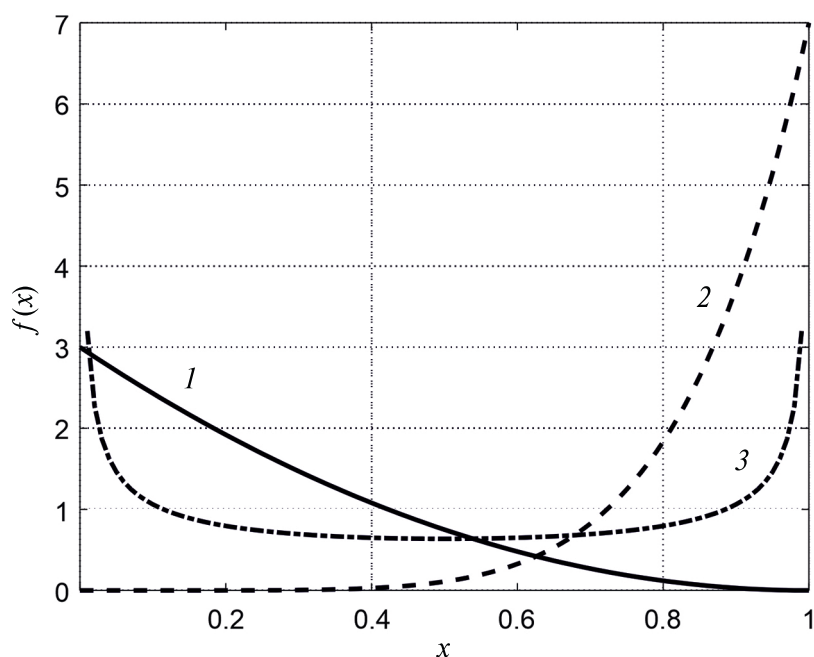


Рис. 2. Бета-распределение при $\alpha = 1$, $\beta = 3$ (кривая 1); $\alpha = 7$, $\beta = 1$ (кривая 2); $\alpha = 0.5$, $\beta = 0.5$ (кривая 3).

вероятностей нормального закона и бета-распределения соответственно.

Аппроксимируем прогнозируемую плотность вероятности $\tilde{f}_k^{(i)}(x_k^{(i)} | s)$ бета-распределением

$$\tilde{f}_k^{(i)}(x_k^{(i)} | s) = \left[x^{\tilde{\alpha}(s)-1} (1-x)^{\tilde{\beta}(s)-1} / B(\tilde{\alpha}(s), \tilde{\beta}(s)) \right]_k^{(i)}, \quad (14)$$

где индексы k и (i) относятся ко всем переменным внутри $[\cdot]_k^{(i)}$, кроме s и B ;

$$\tilde{\alpha}_k^{(i)}(s) = \tilde{\gamma}_k^{(i)} \tilde{x}_k^{(i)}(s); \quad \tilde{\beta}_k^{(i)}(s) = \tilde{\gamma}_k^{(i)} (1 - \tilde{x}_k^{(i)}(s)); \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\gamma}_k^{(i)}(s) &= (\tilde{x}_k^{(i)}(s) - \tilde{\Theta}_k^{(i)}(s)) / \tilde{R}_k^{(i)}(s); \\ \tilde{\gamma}_k^{(i)}(s) &\triangleq \tilde{\alpha}_k^{(i)}(s) + \tilde{\beta}_k^{(i)}(s); \\ B(\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}) &= \Gamma(\tilde{\alpha})\Gamma(\tilde{\beta}) / \Gamma(\tilde{\alpha} + \tilde{\beta}), \\ \Gamma(\tilde{\alpha} + 1) &= \tilde{\alpha}\Gamma(\tilde{\alpha}), \end{aligned} \quad (16)$$

где $B(\tilde{\alpha}, \tilde{\beta})$, $\Gamma(\tilde{\alpha})$, $\Gamma(\tilde{\beta})$ и $\Gamma(\tilde{\alpha} + \tilde{\beta})$ — специальные табулированные функции [9].

Подставив (14)–(16) в (9), (11) и (12), получаем

$$f_{k+1}^{(i)}(z_{k+1}^{(i)} | s) = 6b \left[z(1-bz) + (2bz-1)\tilde{\alpha}\tilde{\beta} / \tilde{\gamma} - b\tilde{\alpha}\tilde{\beta}(\tilde{\alpha}+1) / \tilde{\gamma}(\tilde{\gamma}+1) \right]_{k+1}^{(i),s}; \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1}^{(i)}(s) &= 6b \left[z(1-bz)\tilde{\alpha} / \right. \\ &\quad \left. / \tilde{\gamma} + (2bz-1)\tilde{\alpha}\tilde{\beta}(\tilde{\alpha}+1) / \tilde{\gamma}(\tilde{\gamma}+1) - \right. \\ &\quad \left. - \tilde{\alpha}\tilde{\beta}(\tilde{\alpha}+1)(\tilde{\alpha}+2) / \right. \\ &\quad \left. / \tilde{\gamma}(\tilde{\gamma}+1)(\tilde{\gamma}+2) \right]_{k+1}^{(i),s} \left(f_{k+1}^{(i)}(z_{k+1}^{(i)} | s) \right)^{-1}; \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \hat{\Theta}_{k+1}^{(i)}(s) &= 6b \left[z(1-bz)\tilde{\alpha}(\tilde{\alpha}+1) / \tilde{\gamma}(\tilde{\gamma}+1) + \right. \\ &\quad \left. + (2bz-1)\tilde{\alpha}\tilde{\beta}(\tilde{\alpha}+1)(\tilde{\alpha}+2) / \tilde{\gamma}(\tilde{\gamma}+1)(\tilde{\gamma}+2) - \right. \\ &\quad \left. - \tilde{\alpha}\tilde{\beta}(\tilde{\alpha}+1)(\tilde{\alpha}+2)(\tilde{\alpha}+3) / \tilde{\gamma}(\tilde{\gamma}+1)(\tilde{\gamma}+2)(\tilde{\gamma}+3) \right]_{k+1}^{(i),s} \times \\ &\quad \times \left(f_{k+1}^{(i)}(z_{k+1}^{(i)} | s) \right)^{-1}; \end{aligned} \quad (19)$$

$$\hat{R}_{k+1}^{(i)}(s) = \hat{\Theta}_{k+1}^{(i)}(s) - \left(\hat{x}_{k+1}^{(i)}(s) \right)^2; \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1}^{(i)}(s) &\in [0, 1]; \\ \hat{R}_{k+1}^{(i)}(s) &\in \left[0, \hat{x}_{k+1}^{(i)}(s) \left(1 - \hat{x}_{k+1}^{(i)}(s) \right) \right]. \end{aligned}$$

В целом алгоритм распознавания типа корабля и оценивания его курса описывается замкнутой системой обыкновенных рекуррентных уравнений (5)–(10), (15), (16), (17)–(20).

3. ПРИМЕР

Рассмотрим частный случай задачи, когда в поле зрения ОПС наблюдается изображение корабля, принадлежащего к одному из типов: $s = 1$ или $s = 2$, к какому, неизвестно. В результате функционирования безэталонного алгоритма распознавания объектов на изображениях [3] измеряются два геометрических признака корабля: длина $\rho_k^{(1)}(s) = l_k(s)$, высота $\rho_k^{(2)}(s) = h_k(s)$. Требуется определить тип корабля.

Моделирование проведено при условии наблюдения корабля первого типа $s = 1$ для следующих параметров:

$$a_k^{(1)}(1) = 0.3; a_k^{(2)}(1) = 0.2; a_k^{(1)}(2) = 0.2; a_k^{(2)}(2) = 0.3;$$

$$b_k^{(1)}(1) = b_k^{(1)}(2) = 2.86; b_k^{(2)}(1) = b_k^{(2)}(2) = 2.84;$$

$$\bar{\xi}_k^{(1)}(1) = 0.6; \bar{\xi}_k^{(2)}(1) = 0.51;$$

$$\bar{\xi}_k^{(1)}(2) = 0.5; \bar{\xi}_k^{(2)}(2) = 0.43;$$

$$G_k^{(i)}(s) = 0.05; i=1, 2; s=1, 2;$$

$$\rho_{\max}^{(1)}(1) = l_{\max}(1) = 42; \rho_{\max}^{(2)}(1) = h_{\max}(1) = 49;$$

$$\rho_{\max}^{(1)}(2) = l_{\max}(2) = 35; \rho_{\max}^{(2)}(2) = h_{\max}(2) = 40.8.$$

Единицы измерений размеров $\rho_{\max}^{(i)}(s)$ — элемент разложения изображения, пиксел.

На рис. 3 показан кадр изображения, регистрируемого ОПС, результат его обработки с целью выделения корабля и измерения его размеров.

Для сравнения на графиках показан результат распознавания корабля без применения разработанного алгоритма по правилу:



Рис. 3. Кадр изображения корабля.

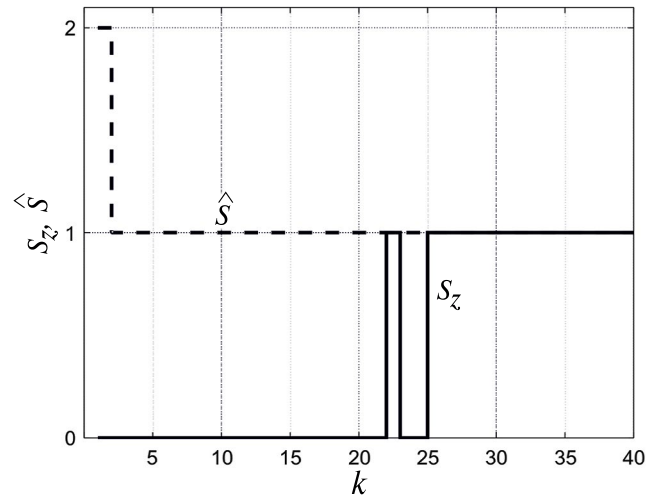


Рис. 4. Результаты моделирования идентификатора по формуле (10) и распознавания по правилу формулы (21).

$$s_z = \begin{cases} 1, & \text{если } \left| M[z_k^{(i)}] - \bar{\xi}_k^{(i)}(1) \right| \left\langle e_i u \left| M[z_k^{(i)}] - \bar{\xi}_k^{(i)}(2) \right\rangle e_i, \\ 2, & \text{если } \left| M[z_k^{(i)}] - \bar{\xi}_k^{(i)}(2) \right| \left\langle e_i u \left| M[z_k^{(i)}] - \bar{\xi}_k^{(i)}(1) \right\rangle e_i, \\ 0 - & \text{в противном случае, распознавание невозможно,} \end{cases} \quad (21)$$

где s_z — результат распознавания по правилу (21); e_i — допустимый уровень ошибки, вычисляемый по формуле:

$$\left| \bar{\xi}_k^{(i)}(1) - \bar{\xi}_k^{(i)}(2) \right| = e_i, \quad i = 1, 2,$$

$M[z_k^{(i)}]$ — оценка математического ожидания i -го параметра на k -м шаге:

$$M[z_k^{(i)}] = \sum_{j=1}^k z_j^{(i)} / k; \quad i = 1, 2.$$

Результаты моделирования, представленные на рис. 4–6, включают ошибки оценивания параметров $d\hat{x}^{(i)} = \hat{x}^{(i)} - x^{(i)}$ корабля первого типа, ошибки измерений $dz^{(i)} = z^{(i)} - x^{(i)}$, оценку $\hat{s}$ номера типа и результат s_z распознавания типа по правилу (21), основанному на использовании только измерений $z_k^{(i)}$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ результатов моделирования показывает устойчивость разработанного алгоритма и эффективность получаемых оценок информационных различительных геометрических признаков, а также высокое быстродействие алгоритма при определении номера структуры, т.е. типа

корабля, в сравнении со скоростью получения верного установившегося результата, основанного на алгоритме простого осреднения результатов измерений.

Авторы данной работы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

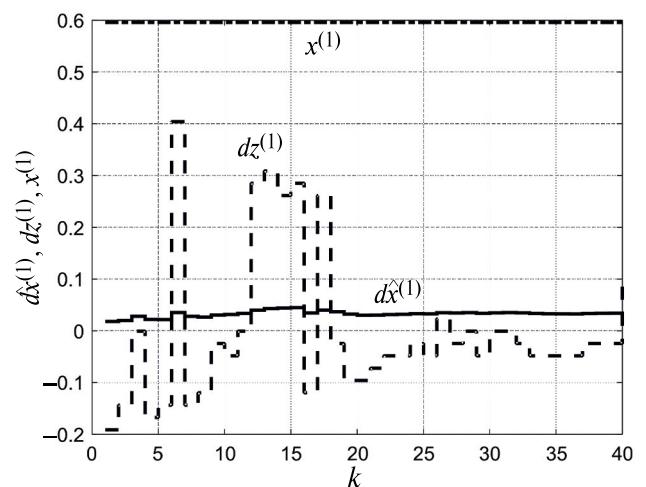


Рис. 5. Результаты моделирования первого различительного признака корабля первого типа, ошибок его измерений и фильтрации.

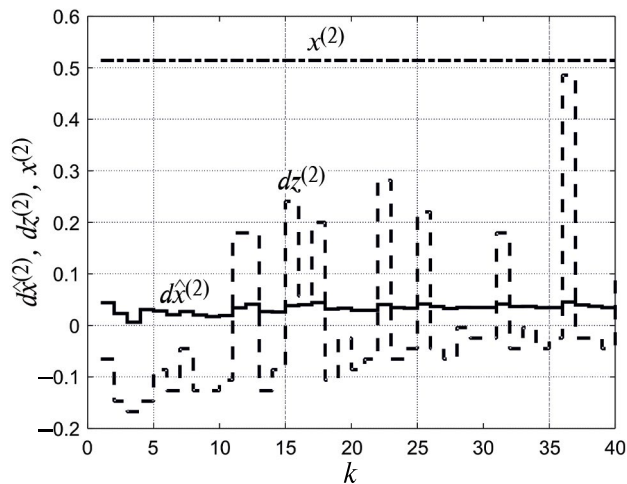


Рис. 6. Результаты моделирования второго различительного признака корабля первого типа, ошибок его измерений и фильтрации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бухалёв В.А. Распознавание, оценивание и управление в системах со случайной скачкообразной структурой. М.: Наука, Физматлит, 1996.
2. Бухалёв В.А., Скрынников А.А., Болдинов В.А. Двухмоментная параметрическая аппроксимация распределений. М.: Физматлит, 2023.
3. Бельский А.Б., Чобан В.М. // Труды МАИ. 2013. № 66. С. 23.
4. Левшин Е.А., Хисматов И.Ф. Моделирование и оценка авиационных оптико-электронных систем самонаведения. Воронеж: Научная книга, 2022.
5. Бухалёв В.А., Скрынников А.А., Болдинов В.А. Алгоритмическая помехозащита беспилотных летательных аппаратов. М.: Физматлит, 2018.
6. Казаков И.Е., Доступов Б.Г. Статистическая динамика нелинейных автоматических систем. М.: Физматгиз, 1962.
7. Пугачёв В.С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. М.: Физматгиз, 1960.
8. Ярлыков М.С., Миронов М.А. Марковская теория оценивания случайных процессов. М.: Радио и связь, 1993.
9. Корн Р., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1984.

RECOGNITION OF MARINE OBJECTS IN THERMAL IMAGING SURVEILLANCE AND SIGHTING SYSTEMS OF AIRCRAFT

V. A. Bukhalev^a, I. F. Khismatov^{a,*}, A. A. Skrynnikov^{b,c}, V. A. Boldinov^b, K. Yu. Rozhkov^a

^a*Moscow Scientific Research Television Institute,
Golyanovskaya Str., 7a, build. 1, Moscow, 105094 Russia*

^b*The State Scientific Research Institute of Aviation Systems,
Viktorenko Str., 7, Moscow, 125167 Russia*

^c*Moscow Aviation Institute (National Research University),
Volokolamskoe shosse, 4, Moscow, 125993 Russia*

**E-mail: abu-sergey@yandex.ru*

Received December 18, 2023, revised December 18, 2023, accepted January 25, 2024

The problem of object recognition based on information from measurements of their geometric features in images of optoelectronic systems is considered. The probabilistic characteristics of the measurements are known. A recognition algorithm has been developed using the theory of systems with a random discontinuous structure [1] and the method of two-stage parametric approximation of distributions [2]. The approximation of the predicted probability density by the beta distribution law is applied. The results of the calculation of the algorithm based on the information of the sequence of images obtained in full-scale registrations are presented.

Keywords: recognition, measurements, optimal estimation, forecast, correction, filter, dispersiometer, classifier, random structure, random process