

ТЕОРИЯ
РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

УДК 621.385.014.14

ПЕРВЕАНС КУБИЧЕСКОЙ ЦЕПИ, СОДЕРЖАЩЕЙ
В РЕБРАХ ДИОДЫ ЧАЙЛЬДА–ЛЕНГМЮРА

© 2024 г. А. Е. Дубинов^{a, b}

^aРоссийский федеральный ядерный центр – Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики, просп. Мира, 37, Саров, Нижегородская обл., 607188 Российская Федерация

^bСаровский физико-технический институт – филиал Национального исследовательского ядерного университета «Московский инженерно-физический институт», ул. Духова, 6, Саров, Нижегородская обл., 607189 Российская Федерация

E-mail: dubinov-ae@yandex.ru

Поступила в редакцию 25.09.2023 г.

После доработки 21.11.2023 г.

Принята к публикации 25.01.2024 г.

Рассмотрена нелинейная электрическая цепь в форме куба, в ребрах которого установлены одинаковые диоды Чайльда–Ленгмюра. Проведена процедура декомпозиции цепи методом эквивалентных узлов. В результате выведена точная формула общего первеанса цепи. Формула может быть использована для оценки вольт-амперных характеристик тетрагональных цепей с кубическими элементарными ячейками, содержащими диоды Чайльда–Ленгмюра.

Ключевые слова: диод Чайльда–Ленгмюра, первеанс, кубическая цепь

DOI: 10.31857/S0033849424120046, **EDN:** HNCWZJ

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Закон Чайльда–Ленгмюра (закон ЧЛ), который часто еще называют законом “3/2”, является базовым законом физической электроники. Открытый более века назад [1, 2], он описывает зависимость максимально большой стационарной плотности тока электронов в плоском вакуумном диоде от напряжения, когда начальная скорость электронов на катоде равна нулю. Вольт-амперная характеристика (ВАХ) ЧЛ имеет простой вид

$$I = PU^{3/2} = \frac{4}{9} \varepsilon_0 \frac{S}{d^2} \sqrt{\frac{2e}{m}} U_0^{3/2}, \quad (1)$$

где I – ток в диоде, U_0 – напряжение на диоде, ε_0 – диэлектрическая постоянная, S – поперечная площадь диода, d – длина лиода, e – заряд электрона, m – его масса. Коэффициент пропорциональности P называется первеаном диода, первеанс измеряется в $A/B^{3/2}$.

Применения закона ЧЛ в физической электронике весьма разнообразны: расчет или оценка тока в межэлектродных промежутках электронных ламп [3], а также на некоторых участках в движении электронных пучков в СВЧ-генераторах различного типа [4–6], в ускорителях заряженных

частиц прямого действия [7, 8]. Применим закон ЧЛ и при рассмотрении ряда нелинейных явлений в плазме, таких как двойные слои при расширении плазмы в вакуум [9], разрывы электронного течения в плазменно-эрзационных размыкателях [10], режимы магнитной изоляции [11], приповерхностные заряженные слои в плазме [12–16] и т. п. Обзор 100-летней истории развития теории закона ЧЛ и физических приложений диодов ЧЛ представлен в [17].

Известно, что некоторые приборы твердотельной фотоники [18], термоэмиссионные преобразователи [19], светоизлучающие диоды [20], солнечные элементы [21, 22] и т. п. также имеют ВАХ вида (1). Их тоже можно называть диодами ЧЛ.

В [17] рассмотрены только обособленные диоды ЧЛ, подключенные к источнику напряжения, однако диоды ЧЛ могут быть элементами сложной электрической цепи или даже большой сети. В связи с этим представляет интерес рассмотреть особенности их совместной работы при различных схемах подключения. В этом направлении можно назвать лишь три исследования: в [23] рассмотрен диод ЧЛ, последовательно подключенный к резистору, в [24] – двухслойный диод ЧЛ, являющийся упрощенной моделью двух последовательно соединенных диодов ЧЛ, а в [25] получены соотношения для общего первеанса простых участков цепи, со-

держащих последовательно или параллельно соединенные несколько диодов ЧЛ.

Твердотельные приборы фотоники, в том числе и имеющие ВАХ типа (1), входят в состав многоэлементных цепей, образующих в пространстве объемные сети. Как правило, сети имеют тетрагональную структуру с кубическими элементарными ячейками. Для оценки режимов питания всей сети важно знать, какова ВАХ большой цепи, в которых нелинейные диоды ЧЛ объединены в тетрагональную сеть, и, в частности, какова ВАХ каждой такой ячейки, т.е. каков их общий первеанс.

Цель данной работы – получение удобной формулы для расчета первеанса кубической ячейки с диодами ЧЛ, что является актуальной задачей.

Как отмечалось в [25], диоды ЧЛ, как правило, являются двусторонними, т.е. они могут пропускать ток в обоих направлениях. Тогда диод ЧЛ представляет собой двухполюсник, ВАХ которого подчиняется выражению

$$I = P_{\pm} |U|^{3/2} \operatorname{sign} U, \quad (2)$$

где P_{\pm} – ветви первеанса диода ЧЛ при положительном и отрицательном напряжении соответственно. Двухсторонний диод ЧЛ может быть симметричным при $P_+ = P_-$ или асимметричным при $P_- \neq P_+$. Если одна из ветвей первеанса равна нулю, то такой диод ЧЛ в [25] называют односторонним.

В данной работе получена точная явная формула для первеанса цепи постоянного тока в форме куба, в ребрах которого установлены одинаковые односторонние диоды ЧЛ, хотя несложно распространить полученную формулу и для двусторонних диодов ЧЛ. Для получения этой формулы была использована процедура декомпозиции сложных электрических цепей методом эквивалентных узлов.

Укажем, что решение задачи о ВАХ цепи в форме куба, в ребрах которого установлены одинаковые линейные омические элементы (резисторы) с сопро-

тивлением R , хорошо известно: $I = (6/5R)U_0$ [26–29], и даже обобщено на n -мерный куб [26, 30, 31].

2. ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ И ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ СОЕДИНЕНИЕ ТРЕХ ДИОДОВ ЧАЙЛЬДА–ЛЕНГМЮРА

Рассмотрим цепь постоянного тока в форме куба, в ребрах которого установлены одинаковые односторонние диоды ЧЛ, имеющие первеансы – $P_{1, \dots, 12} = P$ (рис. 1). Необходимо вывести формулу для ВАХ цепи между узлами A и G , когда узел A заземлен, а на узел G подан потенциал U_0 .

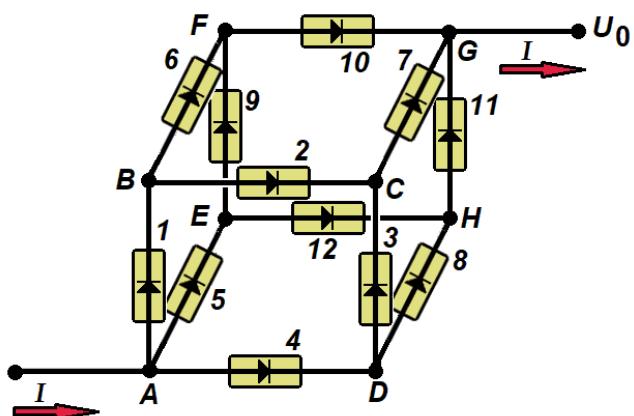


Рис. 1. Схема кубической цепи с диодами ЧЛ в ребрах: A, \dots, H – обозначения узлов цепи, $1 \dots 12$ – нумерация диодов ЧЛ, стрелки показывают направление тока.

Для решения поставленной задачи сначала выведем ВАХ участков цепи с параллельным и последовательным включением трех, вообще говоря, различных диодов с первеансами $P_{1, 2, 3}$ (рис. 2а, 2б).

Несложно записать выражение для общего тока между заземленным контактом и контактом с по-

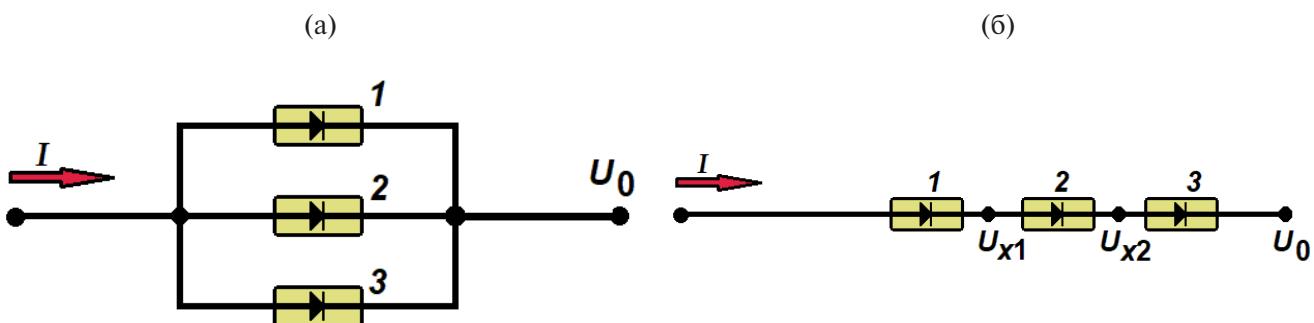


Рис. 2. Схемы параллельного (а) и последовательного (б) соединения участков цепи с тремя диодами ЧЛ: $1 \dots 3$ – диоды ЧЛ с первеансами $P_{1, 2, 3}$; U_{x1}, U_{x2}, U_0 – потенциалы узлов.

тенциалом U_0 для параллельного соединения, представленного на рис. 2а:

$$\begin{aligned} I &= P_1 U_0^{3/2} + P_2 U_0^{3/2} + P_3 U_0^{3/2} = \\ &= (P_1 + P_2 + P_3) U_0^{3/2}. \end{aligned} \quad (3)$$

Отсюда получаем, что первеанс параллельного соединения трех диодов ЧЛ равен сумме их первеансов:

$$P = P_1 + P_2 + P_3. \quad (4)$$

Этот вывод справедлив и в случае любого количества параллельно соединенных диодов ЧЛ.

Ненамного сложнее найти ВАХ для последовательного соединения (рис. 2б). Для этого сначала нужно найти выражение для потенциалов U_{x1} и U_{x2} в узлах соединения диодов ЧЛ. Для этого воспользуемся первым законом Кирхгофа, применяемого к этим узлам, в результате получим систему уравнений

$$P_1 U_{x1}^{3/2} = P_2 (U_{x2} - U_{x1})^{3/2} = P_3 (U_0 - U_{x2})^{3/2}. \quad (5)$$

Если возвести в степень $2/3$ эти уравнения, то они становятся линейными относительно неизвестных U_{x1} и U_{x2} . В итоге система имеет единственное решение

$$\begin{aligned} U_{x1} &= \frac{(P_2 P_3)^{2/3}}{(P_1 P_2 + P_2 P_3 + P_3 P_1)^{2/3}} U_0; \\ U_{x2} &= \frac{(P_1^{2/3} + P_2^{2/3}) P_3^{2/3}}{(P_1 P_2 + P_2 P_3 + P_3 P_1)^{2/3}} U_0. \end{aligned} \quad (6)$$

Тогда ВАХ последовательного соединения трех диодов ЧЛ запишется в виде

$$I = P_1 U_{x1}^{3/2} = \frac{P_1 P_2 P_3}{P_1 P_2 + P_2 P_3 + P_3 P_1} U_0^{3/2}. \quad (7)$$

Отметим, что ВАХ (6) симметрична относительно перестановки индексов у коэффициентов P_i . Из этого следует, что при любой перестановке диодов ЧЛ в схеме рис. 2б выражение для ВАХ (6) не изменится.

3. КУБИЧЕСКАЯ ЦЕПЬ

3.1. Декомпозиция кубической цепи

Объемная цепь на рис. 1 не может быть изображена на плоскости в виде схемы без пересечения контактных линий. Для ее упрощения проведем известную процедуру ее декомпозиции методом эквивалентных узлов [32].

Следует отметить, что узлы B , D и E на рис. 1 находятся в одинаковых условиях вследствие симметрии, так как первеансы всех элементов цепи одинаковы. Следовательно, электрические потенциалы этих узлов равны, и их без ущерба для работы всей цепи можно соединить общим проводником накоротко. Также можно соединить проводником и другую тройку узлов – C , F , H . В результате схему цепи, представленную на рис. 1, можно изобразить на плоскости (рис. 3).

3.2. Вычисление ВАХ кубической цепи

Как видно, цепь состоит из трех последовательно соединенных фрагментов I...III. Во фрагментах I и III имеются по три параллельных диода ЧЛ, а в фрагменте II – шесть параллельных таких диодов. Следовательно, согласно (3) $P_1 = P_{\text{III}} = 3P$ и $P_{\text{II}} = 6P$. Подставив рассчитанные коэффициенты фрагментов в (7) и проведя несложные алгебраические вычисления, получим ВАХ кубической цепи, в ребрах которой установлены одинаковые нелинейные ЧЛ-элементы, в виде

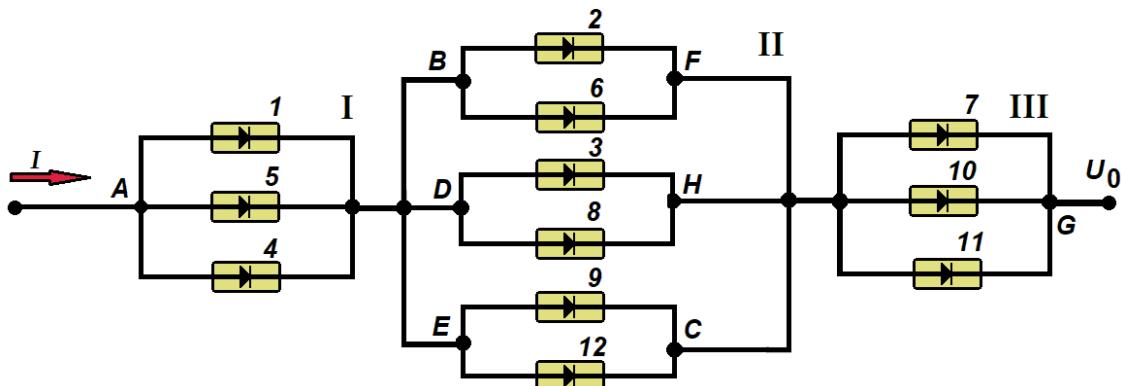


Рис. 3. Схема – результат декомпозиции кубической цепи: I...III – фрагменты цепи; A, B, \dots, H – узлы цепи, 1...12 – диоды ЧЛ (исходная схема на рис. 1).

$$I = \frac{6}{5} PU_0^{3/2} = 1.2PU_0^{3/2}. \quad (8)$$

И окончательно получаем, что первеанс такого куба равен

$$P_{\Sigma} = \frac{6}{5} P.$$

Это значение – основной результат данной работы. Отметим, что формулы для первеанса (8) и для проводимости омической цепи из [26–29] оказались с одинаковым коэффициентом (множитель 6/5). Данное обстоятельство указывает на то, что множитель является универсальным для одного и того же графа цепи и не зависит от вида нелинейности ВАХ каждого отдельного элемента.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в работе выведена точная явная формула для ВАХ кубической цепи постоянного тока, в ребрах которого установлены одинаковые нелинейные диоды ЧЛ. Из формулы следует, что общий первеанс такого куба – 6/5 от первеансов диодов. Для получения этого значения использована процедура декомпозиции сложных электрических цепей методом эквивалентных узлов. Формула позволяет легко оценивать электротехнические параметры (режимы электропитания) больших сетей, содержащих такие кубические ячейки с диодами ЧЛ любой другой природы. Для этого каждую кубическую ячейку в большой сети можно представлять эквивалентным нелинейным элементом, имеющим ВАХ (7).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Child C. D. // Phys. Rev. Ser. I. 1911. V. 32. № 5. P. 492.
2. Langmuir I. // Phys. Rev. 1913. V. 2. № 6. P. 450.
3. Bull C. S. // J. Inst. Electr. Engineers, Pt III: Radio and Comm. Eng. 1948. V. 95. № 33. P. 17.
4. Kompfner R. // J. British Inst. Radio Engineers. 1947. V. 7. № 3. P. 117.
5. Liu L., Li L. M., Zhang X. P. et al. // IEEE Trans. 2007. V. PS-35. № 2. P. 361.
6. Дубинов А. Е., Мухеев К. Е., Селемир В. Д., Судовцов А. В. // Изв. вузов. Физика. 1999. Т. 42. № 6. С. 67.
7. Clark J. J., Linke S. // IEEE Trans. 1971. V. ED-18. № 5. P. 322.
8. Wittmaack K. // Nucl. Instrum. Meth. 1974. V. 118. № 1. P. 99.
9. Degond P., Parzani C., Vignal V. H. // Math. Comput. Modelling. 2003. V. 38. № 10. P. 1093.
10. Weber B. V., Boller J. R., Colombant D. G. et al. // Laser and Part. Beams. 1987. V. 5. № 3. P. 537.
11. Abdallah N. B., Degond P., Mehats F. // Phys. Plasmas. 1998. V. 5. № 5. P. 1522.
12. Sheridan T. E., Goree J. A. // IEEE Trans. 1989. V. PS-17. № 6. P. 884.
13. Farouki R. T., Dalvie M., Pavarino L. F. // J. Appl. Phys. 1990. V. 68. № 12. P. 6106.
14. Sheridan T. E. // Phys. Plasmas. 1996. V. 3. № 9. P. 3507.
15. Benilov M. S. // Plasma Sources Sci. Technol. 2009. V. 18. № 1. P. 014005.
16. Lisovskiy V.A., Derevianko V.A., Yegorenkov V.D. // Vacuum. 2014. V. 103. № 1. P. 49.
17. Zhang P., Valfells A., Ang L. K. et al. // Appl. Phys. Rev. 2017. V. 4. № 1. P. 011304.
18. Tong C., Kozarsky E. S., Kim J. et al. // Mater. Sci. Semicond. Proc. 2018. V. 82. № 1. P. 92.
19. Chow K. K., Maddix H. S., Chorney P. // Appl. Phys. Lett. 1967. V. 10. № 9. P. 256.
20. Nath C., Kumar A. // J. Appl. Phys. 2012. V. 112. № 9. P. 093704.
21. Tan J. H., Anderson W. A. // Solar Energy Materials & Solar Cells. 2003. V. 77. № 3. P. 283.
22. Qasrawi A. F., Yaseen T. R., Eghbary B., Gasanly N. M. // Acta Phys. Polonica A. 2012. V. 122. № 1. P. 152.
23. Guedes V. F., Nobrega K. Z., Ramos R. V. // IEEE Trans. 2022. V. ED-69. № 10. P. 5787.
24. Dubinov A. E., Kitayev I. N. // IEEE Trans. 2016. V. PS-44. № 10. P. 2376.
25. Дубинов А. Е. // Электричество. 2023. № 1. С. 57.
26. Narraway J. J. // Electr. Lett. 1994. V. 30. № 24. P. 2004.
27. Steenwijk van F. J. // Amer. J. Phys. 1998. V. 66. № 1. P. 90.
28. Beltrán R., Gómez F., Franco R. et al. // Lat. Am. J. Phys. Educ. 2013. V. 7. № 4. P. 621.
29. Perrier F., Girault F. // Results Phys. 2022. V. 36. № 1. P. 105443.
30. Yang Y. X., Low J. H. // IEE Proc.-Circuits Dev. Syst. 1997. V. 144. № 1. P. 51.
31. Pippenger N. // Math. Mag. 2010. V. 83. № 5. P. 331.
32. Хацем А. // Квант. 1972. № 2. С. 54.

PERVEANCE OF CUBIC CIRCUIT CONTAINING CHILD-LANGMUIR DIODS IN ITS EDGES

A. E. Dubinov^{a, b}

^aRussian Federal Nuclear Center All-Russian Research Institute of Experimental Physics,
Prosp. Mira, 37, Sarov, Nizhny Novgorod oblast, 607188 Russia

^bNational Research Nuclear University Moscow Engineering Physics Institute (MEPhI),
Sarov Physicotechnical Institute,
Str. Dukhova, 6, Sarov, Nizhny Novgorod oblast, 607189 Russia
E-mail: dubinov-ae@yandex.ru

Received September 25, 2023, revised November 21, 2023, accepted January 25, 2024

A non-linear electric circuit in a cube-like form is studied. Similar Child–Langmuir diodes are connected in its edges. The procedure of the circuit decomposition by the method of equivalent nodes is carried out. As a result, an exact formula of the general circuit purveyance was derived. The formula can be used to estimate volt-ampere characteristic (VAC) of tetragonal networks with cubic elementary cells containing Child–Langmuir diodes.

Keywords: Child–Langmuir diode, permeance, cubic circuit