

СОЛНЕЧНЫЙ ЦИКЛ ШВАБЕ В 1000–1700 гг.: ВАРИАЦИИ ДЛИНЫ И АМПЛИТУДЫ

© 2024 г. Н. Г. Птицына¹ *, И. М. Демина¹

¹ Санкт-Петербургский филиал Института земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн РАН им. Н.В. Пушкова (СПбФ ИЗМИРАН), Санкт-Петербург, Россия

*e-mail: nataliaptitsyna@yahoo.com

Поступила в редакцию 01.08.2023 г.

После доработки 22.09.2023 г.

Принята к публикации 23.11.2023 г.

Одной из наиболее существенных особенностей солнечной активности является ее изменчивость в широком диапазоне периодов при доминировании 11-летнего цикла или цикла Швабе. В данной работе проведен вейвлет-анализ данных о солнечной активности в 1000–1700 гг., полученных с использованием числа полярных сияний с учетом вклада геомагнитного поля. Полученные результаты демонстрируют стабильное наличие 11-летнего цикла в течение всего интервала времени 1000–1700 гг. Найдено, что в 1000–1350 гг. наблюдается систематическое увеличение длины цикла Швабе, после чего прослеживается ее падение. При этом длина солнечного цикла увеличивается во время гранд-минимумов Оорта (13 лет), Вольфа (14 лет) и Шперера (14–15 лет). Получено, что корреляция между амплитудой и длиной солнечного цикла сохранялась на всём промежутке времени 1000–1700 гг., но знак её менялся. Кроме того, получено, что корреляция между амплитудой и длиной того же самого цикла сильнее, чем корреляция между амплитудой и длиной того же самого цикла. Этот результат аналогичен известному ранее для инструментальных рядов. Однако мы показали, что эта закономерность сохраняется на значительно более длинном временном интервале, причем она не зависит от знака корреляции. В работе также получены указания на существование солнечной активности в 1000–1550 гг. вариации с периодом 30–40 лет.

DOI: 10.31857/S0016794024020059, EDN: DZDPSK

1. ВВЕДЕНИЕ

Наиболее ярким свидетельством солнечной активности (СА) являются пятна на поверхности Солнца. Очень большие солнечные пятна можно увидеть невооруженным глазом, и старые летописи свидетельствуют о том, что они действительно наблюдались даже в древние времена. Есть указания на то, что греки знали о пятнах на Солнце за несколько веков до нашей эры. Частота появления крупных солнечных пятен регистрировалась китайскими и корейскими астрономами, начиная с II в. до н. э. [Yau and Stephenson, 1988]. В Европе астрономы не занимались поиском пятен на Солнце, так как в средневековье считалось, что небесные объекты созданы божественным началом и поэтому они совершенны. Несколько случаев наблюдений солнечных пятен в западном мире были сделаны не астрономами, а историками. В частности, в России в Никоновской летописи были описаны два случая наблюдения пятен на поверхности Солнца в 1365 и 1371 гг. [Святский, 2007]. Систематические

наблюдения за солнечными пятнами начались только в начале 17 века после изобретения телескопа. Позже на основе числа пятен были разработаны индексы для количественной оценки СА. Наиболее часто употребляемым численным индексом СА является число Вольфа W или его откорректированный вариант SN . Число W — это комбинация числа групп пятен и количества индивидуальных пятен, с учетом поправки, связанной с приведением наблюдений различных обсерваторий к единой системе. Длина наблюдательного ряда солнечных пятен SN составляет около 400 лет, начиная с 1610 г., когда был изобретен телескоп. Однако достоверные ряды данных получены только с середины XIX в., например, [Ишков и Шибяев, 2006]. Более длинные ряды SN могут быть реконструированы с использованием косвенных данных по наблюдениям полярных сияний (порядка 2000 лет) или космогенных изотопов ^{10}Be , ^{14}C , ^{36}Al в природных архивах таких как атмосфера, океан, донные отложения в озерах (порядка десятков тысяч лет).

Одной из наиболее существенных черт СА является ее изменчивость в широком диапазоне периодов от секунд до тысячелетий. В спектре СА доминирует 11-летний цикл Солнца, так называемый цикл Швабе, который характеризуется исчезновением и повторным появлением солнечных пятен на поверхности Солнца. Цикл Швабе тесно связан с циклом Хейла, который в два раза длиннее цикла Швабе и возникает из-за изменения полярности солнечного магнитного поля. Считается, что 11-летний цикл вызван работой магнитного динамо в конвективной зоне Солнца [Karak et al., 2014; Charbonneau, 2020], однако физическая природа цикла до конца не выяснена.

Примечательно наличие вариаций СА с периодами больше, чем 11 лет, — от нескольких десятков до сотен и тысяч лет [Hathaway, 2015; Обридо и Наговицын, 2017; Biswas et al., 2023]. В этом диапазоне наиболее широко изучены периодичности, известные как вековой цикл Глейсберга и двухвековой цикл Зюсса. В разные исторические эпохи цикл Глейсберга состоит из двух или трех ветвей в диапазоне периодов от ~60 до ~140 лет [Наговицын, 2001; Ogurtsov et al., 2002; Komitov et al., 2016; Птицына и Демина, 2022]. Цикл Зюсса, обнаруженный в спектре различных космогенных изотопов, имеет простую структуру одной ветви, период которой меняется в пределах 170—250 лет [Ogurtsov et al., 2002; Komitov et al., 2016; Птицына и Демина, 2022]. Были получены также еще более длинные циклические вариации. В частности, в работе [McCracken et al., 2013] при анализе рядов ^{14}C и ^{10}Be выявлены явные спектральные пики 350 лет, 515 лет и 705 лет. В литературе также обсуждаются ~1000-летний период Эдди, ~2400-летний период Брэя и ~2300-летний период Холлстатта [Usoskin, 2017].

На временных масштабах порядка тысячелетий СА изменяется между состояниями низкой, умеренной и высокой активности, которые длятся от нескольких десятилетий до сотни лет. Такие периоды, характеризующиеся низкой/высокой активностью, известны как солнечные гранд-минимумы и гранд-максимумы [Eddy, 1976; Stuiver and Braziunas, 1993; Usoskin et al., 2007]. Например, во второй половине XVII в. Солнце прошло через гранд-минимум, известный как минимум Маундера, когда на поверхности Солнца наблюдалось очень ограниченное количество солнечных пятен (<15), а иногда их полное отсутствие [Eddy, 1976; Usoskin et al., 2007]. Были обнаружены и другие гранд-минимумы — Оорта в XI в., Вольфа в конце XII в., длительный минимум Шперера в XV—XVI вв. и Дальтона в районе 1800 г.

Исследования инструментальных рядов показали, что параметры солнечного цикла изменяются со временем. Амплитуда A изменяется от 73.3 в цикле 6 (минимум Дальтона) до 269.3 в цикле 19 (современный максимум). Длина солнечного цикла T также не остается постоянной. Длина, установленная по эпохам минимумов, изменяется от 8.2 до 15.0 лет [Richards et al., 2009]. Изменения длины цикла Швабе стали изучаться более интенсивно после того, как в работах [Friis-Christensen and Lassen, 1991] было найдено, что длина цикла может быть наиболее информативным параметром при оценке влияния солнечной радиации на климат. Вместо того, чтобы использовать число пятен как индикатор СА, в этих работах было предложено использовать длину солнечного цикла в качестве характеристики изменения климата, описываемого земной температурой.

Для последних 300 лет установлено, что в целом между амплитудой и длиной цикла существует обратная зависимость, т.е. более высокие циклы являются более короткими, а более низкие — более длинными [Solanki et al., 2002; Птицына и Демина, 2023]. Однако характер этой связи меняется с течением времени [Птицына и Демина, 2023]. В последнее время наблюдается усиленный интерес к выявлению параметров 11-летнего цикла и взаимосвязи между ними в исторические эпохи до начала инструментальных наблюдений. Это связано с тем, что современные экспериментальные достижения позволили получать значения SN , реконструированные по ежегодным (иногда двухгодичным) рядам космогенных радиоизотопов [Eastoe et al., 2019; Fogtmann-Schulz et al., 2019, 2021; Moriya et al., 2019; Brehm et al., 2021; Kudsk et al., 2022] в отличие от более ранних декадных данных. В двух недавних исследованиях [Moriya et al., 2019; Miyahara et al., 2021] установлено, что длина периода перед началом минимумов Шперера и Маундера увеличивается до 14—16 лет. В более ранних работах [Miyahara et al., 2004; Inceoglu et al., 2015] получено, что длина 11-летнего цикла увеличивается во время интервалов пониженной СА. Однако в работе [Miyahara et al., 2006] не выявлено систематического удлинения периода солнечного цикла во время минимума Шперера, вместо этого отмечено наличие циклов с периодом как больше, так и меньше, чем 11 лет. В недавней работе [Fogtmann-Schulz et al., 2021] указано, что 11-летний солнечный цикл укорачивается во время минимума Вольфа. В исследовании [Brehm et al., 2021] для интервала времени 950—1950 гг. во время гранд-минимумов получены несколько более короткие длины 11-летних циклов, возможно, из-за усиления шума в исходных данных. Авторы работы [Usoskin et al., 2021], анализируя данные [Brehm et al., 2021], выявили удлинение 11-летнего цикла

для минимумов Маундера и Дальтона, но не для остальных гранд-минимумов. В работе [Kudsk et al., 2022] проведен анализ изменчивости SA на базе составного ряда ^{14}C , который включал в себя данные со скважностью один год, полученные авторами более 20 исследований для различных интервалов времени, покрывающих последнее тысячелетие до 1900 г. Авторы этой работы оценили среднюю продолжительность солнечного цикла в 9.66 лет во время гранд минимумов и в 10.17 лет для периодов с умеренными уровнями активности. Также наблюдалось более или менее четкое удлинение периода 11-летнего цикла во время минимума Оорта, которое, однако, сменилось уменьшением периода ближе к концу этого интервала пониженной SA [Kudsk et al., 2022].

Таким образом, на базе данных о космогенных изотопах за последнее тысячелетие общая закономерность для изменений длины 11-летних циклов в зависимости от амплитуды SA не установлена. Целью нашей работы было исследовать этот вопрос, анализируя принципиально другие данные о SA . В качестве исходного ряда мы взяли ряд SN , полученный из числа полярных сияний, наблюдавшихся в 1000–1900 гг. с учетом вклада главного магнитного поля Земли [Птицына и Демина, 2020].

2. ДАННЫЕ

Для анализа SA за 1000–1700 гг. мы использовали ряд SN , реконструированный в работе [Птицына и Демина, 2020] на основе данных о полярных сияниях N и магнитном моменте Земли. Частота полярных сияний может служить мерой численных характеристик солнечной активности, так как изменение N отражает ход солнечной активности. В частности, число полярных сияний, регистрируемых на средних и низких широтах, прямо коррелирует с W [Siscoe, 1980]. В основе исходного ряда N лежал сводный каталог полярных сияний, которые наблюдались в 1000–1909 гг. в Европе, а также в Европейской и Азиатской частях России на средних и низких широтах (геомагнитная широта $\varphi < 56^\circ$). Кроме SA на проникновение в магнитосферу и атмосферу Земли заряженных частиц солнечного ветра, вызывающих полярные сияния, также оказывает влияние напряженность и конфигурация главного магнитного поля Земли, в первую очередь, величина и направление магнитного момента его дипольной составляющей. Для реконструкции SN в 1000–1700 гг. в работе [Птицына и Демина, 2020] была использована зависимость числа полярных сияний N от солнечной активности W и от магнитного момента Земли в 1700–1909 гг. [Птицына и др., 2018]. В исходный ряд N были внесены поправки за счет консервативного учета

цивилизационных факторов (динамика демографических параметров, числа и плотности университетов в Европе). Отметим, что эти поправки никак не были связаны с солнечной активностью SN . Это позволило использовать нормализованные N для получения независимых оценок SN [Птицына и Демина, 2020].

Для продолжения ряда SN в современную эпоху (1700–2021 гг.) был использован ряд наблюдательных данных о числе солнечных пятен $SN_{\text{набл}}$, версия 2.0, которое основано на классическом числе Вольфа, калиброванном и исправленном за некоторые ошибки и неточности [Clette and Lefevre, 2016]. Данные взяты с сайта WDC-SILSO, Royal Observatory of Belgium, Brussels (<http://www.sidc.be/silso/datafiles>).

Кроме того, для сравнения был взят ряд SN_{14C} (950–1900 гг.), реконструированный на основе годовых данных о концентрации космогенного радиоуглерода ^{14}C , полученный в работах [Brehm et al., 2021] и [Usoskin et al., 2021]. Значения SN в этих работах были определены вне гранд-минимумов SA . Этот ряд доступен на сервере VisierR (<https://www.visier.com>) (1000-year sunspot series [Usoskin et al., 2021]). Космогенные радионуклиды постоянно производятся в земной атмосфере высокоэнергичными частицами галактических космических лучей. Их атмосферная концентрация зависит от потока частиц, уровня солнечной активности и магнитного поля Земли. При реконструкции SA используется параметр солнечной модуляции Φ , который определяется солнечным магнитным полем, экранирующим галактические космические лучи. Параметр Φ извлекается из данных о глобальном производстве космогенных радионуклидов, в частности в работах [Brehm et al., 2021; Usoskin et al., 2021] из радиоуглерода ^{14}C . Глобальная продукция ^{14}C реконструируется из данных $\Delta^{14}C$ (разница между измеренным ^{14}C и ожидаемым из периода полураспада 5730 лет). Для получения ряда SN_{14C} в работе [Brehm et al., 2021] был использован архив годовых колец деревьев из Англии и Швейцарии за 969–1933 гг. Полученный ряд SN_{14C} учитывал перемешивание ^{14}C в атмосфере Земли [Brehm et al., 2021]. Кроме того, в ряд SN_{14C} были внесены поправки за краткосрочное повышение концентрации радиоуглерода в 994, 1052 и 1279 гг., которые могут быть связаны с вспышками близких сверхновых звезд [Usoskin et al., 2021].

3. МЕТОДЫ

Для выявления периодичностей во временных рядах SN применялись методы спектрального анализа. Получение оценок спектральной плотности мощности с использованием

преобразования Фурье является классическим методом. Преобразование Фурье в первую очередь предназначено для спектрального анализа гармонических сигналов, свойства которых не меняются со временем. Если же сигнал нестационарный, то исследуемый временной ряд разбивают на отрезки, на протяжении которых исследуемый процесс можно считать квазистационарным. Ряды индексов СА демонстрируют эволюцию со временем своих основных характеристик: среднего значения, периодов, амплитуд и фаз гармонических компонентов. Для анализа таких нестационарных временных рядов был разработан метод вейвлет-анализа [Grossman and Morlet, 1984; Daubechies, 1992; Scargle, 1997]. Вейвлет-преобразование выделяет в исследуемом ряду частотные компоненты разных масштабов и анализирует каждый компонент с разрешением, соответствующим его масштабу [Daubechies, 1992]. Частотно-временная локализация является характерной особенностью вейвлетов. Этот метод позволяет определить не только присутствие тех или иных периодичностей в сигнале, но выявить плавающие периоды и изменения амплитуд отдельных составляющих во времени.

Для анализа цикличности СА, выраженной индексом SN , мы использовали как анализ Фурье, так и вейвлет-анализ. Первоначально было вычислено дискретное преобразование Фурье, которое позволило получить средние за 700 лет оценки спектральных составляющих временного ряда SN . Далее проводился непрерывный вейвлет-анализ с базовой функцией Морле $\text{morl}(x) = \exp(-x^2/2) \cdot \cos(5x)$, представляющей собой плоскую волну, которая модулируется гауссианой [Grossman and Morlet, 1984; Daubechies, 1992; Scargle, 1997]. Для выявления состава и изменчивости спектров SN проводилась визуализация модуля вейвлет-коэффициентов в виде изолиний в плоскости масштаб–время, масштаб при этом пересчитывался в периоды. Шаг проведения изолиний и шкала раскраски выбирались так, чтобы можно было выделить локальные максимумы разного уровня и определить их координаты и значения.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ

4.1. Анализ Фурье

Реконструированный из числа полярных сияний ряд SN показан на рис. 1а. Для получения средних за 700 лет оценок спектральных составляющих этого временного ряда было вычислено дискретное преобразование Фурье. Полученная оценка спектральной плотности мощности показана на рис. 1б.

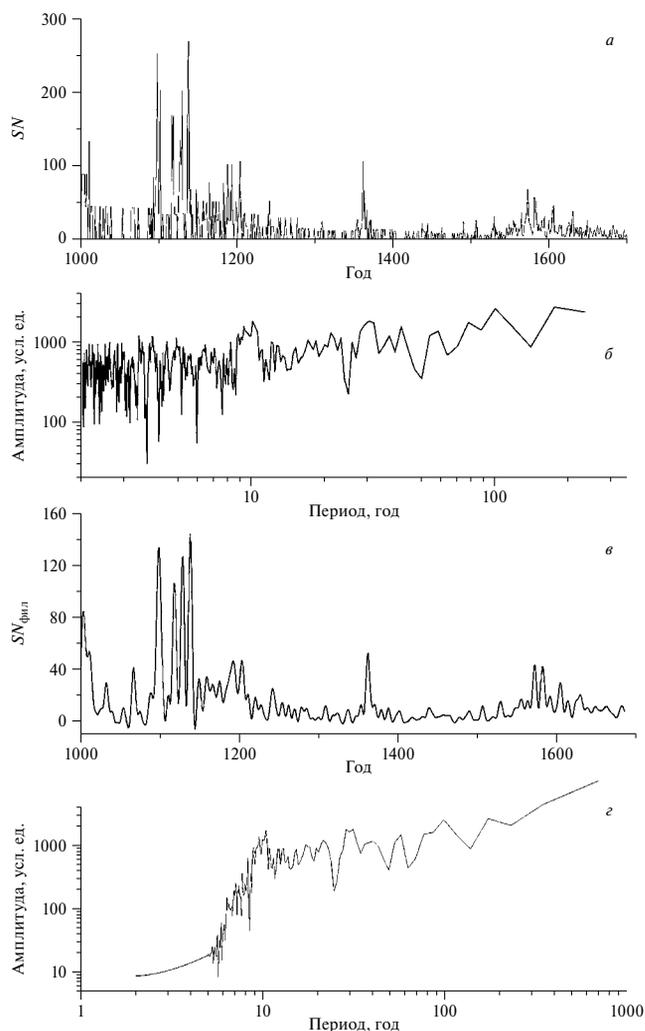


Рис. 1. Фильтрация реконструированного по полярным сияниям ряда: (а) — SN , (б) — спектр SN , (в) — $SN_{\text{фил}}$, (г) — спектр $SN_{\text{фил}}$.

Видно, что короткопериодные составляющие (< 5 лет) имеют высокую амплитуду, практически без тенденции к убыванию. Фактически, эти составляющие представляют собой высокочастотный шум, связанный с наличием пропусков (нулевых точек) в исходном ряду числа полярных сияний. Методически при построении ряда SN были использованы только реально наблюдаемые данные, обработка состояла исключительно во введении консервативных нормировочных поправок [Птицына и Демина, 2020], которые затрагивали лишь амплитуду. Однако присутствие во временном ряду скачков до нуля проявляется в спектре как высокочастотный шум. Простым способом осреднением проблема не решалась из-за наличия в исходном сигнале компактных групп нулевых точек, поэтому данные были обработаны с помощью высокочастотного фильтра со сглаженной границей и частотой обрезания,

соответствующей периоду 5 лет. Результат фильтрации показан на рис. 1*в* — ряд $SN_{\text{фил}}$. Весь дальнейший анализ проводился для ряда $SN_{\text{фил}}$. Оценка спектральной плотности мощности ряда $SN_{\text{фил}}$ показана на рис. 1*г*.

Можно видеть, что в спектре $SN_{\text{фил}}$ хорошо выделяются спектральные составляющие с периодом около 11 лет. Можно отметить также пик для периодов 30 лет. Для диапазона периодов >50 лет разрешение метода позволяет получить только их грубые оценки, поскольку дискретный спектр Фурье вычисляется в равноотстоящих по частоте точках, и в длинноволновой области мы фактически получаем порядка 10 точек с растущим расстоянием между ними. Однако можно отметить, что в спектре присутствуют также вариации с периодами (~ 60 –110 лет), которые составляют семейство цикла Глейсберга.

4.2. Сравнение рядов SN , полученных разными способами

На рис. 2 приведены реконструированные и наблюдательные ряды числа солнечных пятен в 1000–2020 гг. На рис. 2*а* серой линией с 1000 по 1700 гг. показан ряд $SN_{\text{фил}}$ и далее с 1700 г. ряд $SN_{\text{набл}}$. На рис. 2*б* также серой линией приведен ряд, полученный по данным о космогенных изотопах SN_{C14} [Usoskin et al., 2021]. Для каждого ряда было вычислено скользящее среднее окном 10 лет. Результат представлен на рис. 2*а*, 2*б* жирными черными линиями. Прямоугольниками выделены гранд-минимумы, о которых подробно будет сказано позднее в этом параграфе. Звездочками отмечены прямые наблюдения пятен на Солнце в Европейской части России [Святский, 2007].

Примечательно, что эти два уникальных случая наблюдения солнечных пятен в Европе зафиксированы во время экстремальных значений гранд-максимума в 1350–1380 гг.

Характерной особенностью рис. 2*а* является заметная разница амплитуд реконструированного $SN_{\text{фил}}$ и наблюдательного ряда $SN_{\text{набл}}$. На рис. 2*а* видно, что во время современного максимума в 1950–2000 гг. число пятен варьирует в диапазоне $SN_{\text{набл}} \approx 200$ –260 с максимальным $SN_{\text{набл}} = 269.3$. Во время средневекового максимума в 1100–1150 гг. максимальное значение $SN_{\text{фил}} = 179$. Однако, если обратиться к рис. 1*а*, то можно увидеть, что во время средневекового максимума годовые значения исходного ряда достигали значений $SN \approx 200$ –260 с максимальным $SN = 269.7$. Отсюда следует, что два наиболее значительных повышения СА за последнее тысячелетие очень хорошо совпадают по уровню. Таким образом, вполне вероятно, что малые значения SN в 1200–1700 гг. могут отражать реальное уменьшение СА в этот период.

Далее сравним полученный ряд $SN_{\text{фил}}$ (рис. 2*а*) с реконструированным рядом SN_{14C} (рис. 2*б*). Несмотря на систематическую разницу в амплитудах, кривые $SN_{\text{фил}}$ и SN_{14C} демонстрируют общие характерные черты изменения СА во времени: наличие в 1000–1700 гг. длительных отрезков (~ 50 –150 лет) с пониженным уровнем активности (рис. 2*а*, 2*б*) — гранд-минимумами, которые перемежаются отрезками повышенной активности — гранд-максимумами.

На рис. 2*а* во временном ряду $SN_{\text{фил}}$ хорошо видны четыре гранд-минимума. Они выделены серыми прямоугольниками. На рис. 2*б* в ряду SN_{14C}

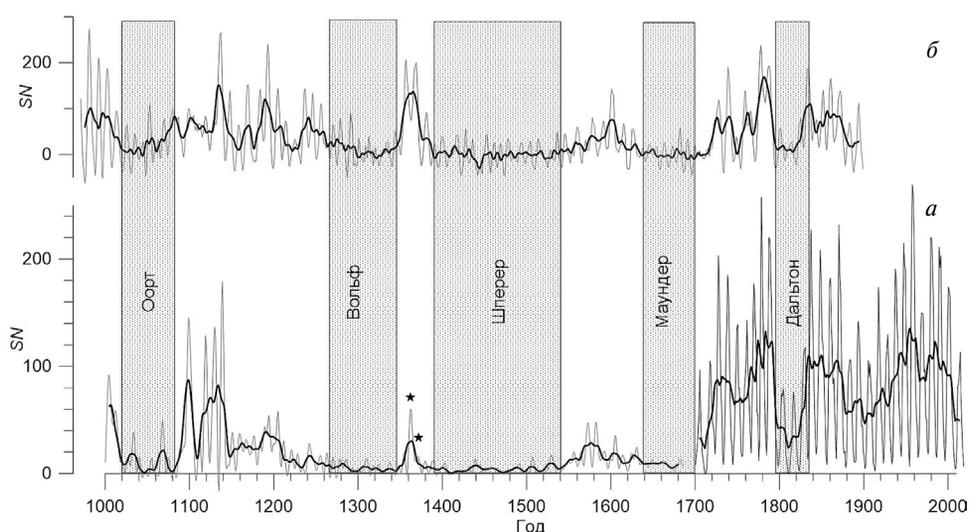


Рис. 2. Реконструкции числа солнечных пятен: (а) — серая линия $SN_{\text{фил}}$ с 1000 до 1700 г. и $SN_{\text{набл}}$ с 1700 до 2020 г.; (б) — SN_{14C} . Черная линия на обеих панелях — значения, сглаженные окном 10 лет. Прямоугольниками выделены гранд-минимумы. Звездочками отмечены прямые наблюдения солнечных пятен в Восточной Европе.

Таблица 1. Гранд-минимумы солнечной активности в 1000–1700 гг.

Авторы	Минимум Оорта	Минимум Вольфа	Минимум Шперера	Минимум Маундера
Данная работа	1020–1080	1265–1345	1390–1540	1640–1700*
Brehm et al., 2021	1021–1060	1279–1349	1388–1558	1621–1718
Usoskin et al., 2021	Не указан	1300–1330	1410–1540	1650–1710
Kudsk et al., 2022	1025–1065	1263–1351	1393–1549	1629–1723

Примечание: * – конец ряда.

наблюдаются аналогичные отрезки, несколько сдвинутые по времени. В табл. 1 приведены интервалы гранд-минимумов, найденные в данном исследовании, и аналогичные интервалы, полученные за последние три года в работах, основанных на анализе данных радиоуглерода ^{14}C .

Из табл. 1 видно, что положения гранд-минимумов на временной шкале в целом достаточно хорошо совпадают в работах, использующих разные способы реконструкции SN . Наибольшая разница заметна для минимума Оорта: его конец в данной работе приходится на 1080 г., что на 20 лет позже, чем в работе [Brehm et al., 2021]. Отметим, что разница в оценке конца минимума Маундера в данной работе и в остальных, приведенных в таблице, определяется тем, что ряд $SN_{\text{фил}}$ кончается в 1700 г. Однако таблица демонстрирует, что даты начала и конца периода пониженной СА в работах, где SN определяется одним методом, а именно по данным ^{14}C , также могут отличаться между собой на несколько десятков лет. В частности, начало минимума Маундера в работе [Brehm et al., 2021] указано на 29 лет раньше, чем в работе [Usoskin et al., 2021]. Между тем, в этих двух работах использовался один и тот же ряд данных. Наибольшая разница в 37 лет достигается между началом минимума Вольфа, указанным в работах [Kudsk et al., 2022] и [Usoskin et al., 2021] (табл. 1). Одна из возможных причин таких расхождений может быть связана с тем, что точные даты гранд-минимумов

субъективны, они зависят от выбранного способа определения экстремумов и от заданного порога.

4.3. Вейвлет-анализ

Для ряда $SN_{\text{фил}}$ было вычислено непрерывное вейвлет-преобразование в диапазоне периодов 5–40 лет с базовой функцией Морле. Модуль полученных коэффициентов представлен на рис. 3 в виде изолиний. Хорошо видно, что в вейвлет-спектре SN в приведенном диапазоне периодов присутствуют несколько составляющих, амплитуда и период которых непрерывно изменяются во времени.

Для анализа 11-летней составляющей были использованы максимумы, соответствующие периодам 10–15 лет. Выделение этих максимумов было затруднено в областях очень малых амплитуд, особенно для периодов минимумов Шперера и Маундера. Проведенная в параграфе 4.1 фильтрация при сохранении общей интенсивности сигнала снизила значения в пиковых точках, но повысила разрешение в вейвлет-спектре. Дополнительная трудность была связана с тем, что в некоторые временные отрезки, например в ~1200 и ~1400 гг., значительный вклад вносят составляющие с периодами 17–18 лет, которые скорее следует отнести к изменению 22-летней составляющей. По той же причине значения амплитуд в эти периоды времени могут быть несколько завышены.

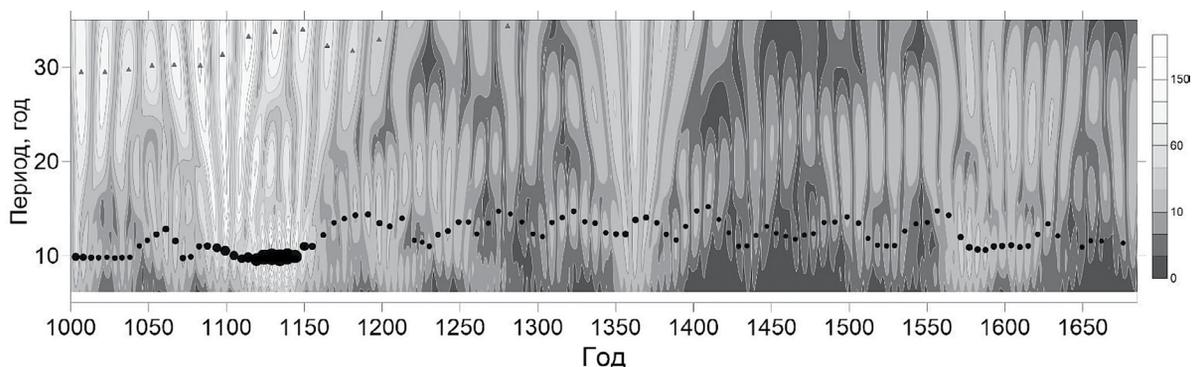


Рис. 3. Вейвлет-спектр SN . Черными кругами помечены максимумы, соответствующие 11-летней составляющей, серыми треугольниками — 30–40-летняя составляющая.

Определенные в результате анализа периоды 11-летней составляющей показаны на рис. 3 символом закрашенный круг, размер символа пропорционален амплитуде. Справа показана шкала раскраски. Из рис. 3 видно, что 11-летний сигнал наблюдается практически непрерывно на протяжении всего исследуемого периода времени. Наибольшей амплитуды 11-летняя составляющая достигает в 1100–1150 гг., т. е. во время средневекового максимума СА.

На рис. 3 кроме 11-летней составляющей выделяется также вариация с периодом 30–40 лет (помечена серыми треугольниками). Такая ~30-летняя составляющая была отмечена в спектре Фурье (рис. 1з) в параграфе 4.1. В вейвлет спектре можно уточнить, что эта вариация наблюдается с некоторыми перерывами в 1000–1550 гг., причем перерывы не связаны с гранд-минимумами СА. Для более подробного анализа ~30-летней составляющей потребуются изменение диапазона исследуемых периодов и решение ряда методических задач, связанных с влиянием близких по периодам составляющих.

4.4. Соотношение периода и амплитуды 11-летней составляющей

4.4.1. Изменения периода и амплитуды во времени

По представленному на рис. 3 вейвлет-спектру были определены значения периодов T и амплитуд A в максимумах. Изменение периода и амплитуды 11-летней составляющей в течение рассматриваемого промежутка времени приведено на рис. 4. В показанных на рис. 4 кривых периода и амплитуды отчетливо проявляется тот факт, что их изменения в целом происходят в противофазе. Антикорреляция период–амплитуда была установлена ранее (см., например, [Nathaway, 2015]) для современных данных. В работе [Птицына и Демина, 2023] было получено, что коэффициент этой антикорреляции меняется со временем. На рис. 4 видно, что противофаза периода и амплитуды не сохраняется неизменной также и на протяжении временного интервала 1000–1700 гг. Во-первых, изменяется сдвиг антикорреляции во времени. Кроме того, в изменении периода во времени на рис. 4 можно заметить присутствие выраженного тренда и квазипериодических составляющих. Видно, что в начале исследуемого интервала времени длина 11-летнего цикла $T \sim 11$ лет и меньше, а в 1150–1565 гг. наблюдается $T > 11$ лет с максимальным $T \approx 13–15$ лет в середине этого интервала. При этом во время гранд-минимумов фиксируется удлинение периодов 11-летней составляющей — в минимуме Оорта длина $\sim 10–13$ лет, Вольфа $\sim 12–15$ лет и Шперера $\sim 11–15$ лет. Для всего интервала минимума Маундера нет достаточно данных о длине цикла, однако

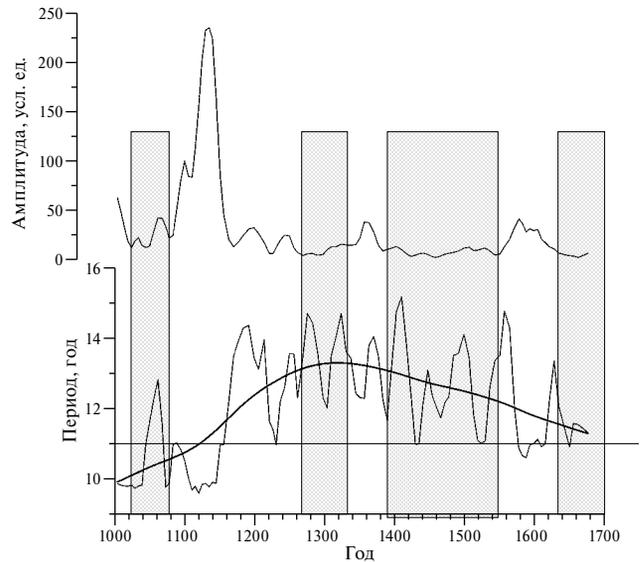


Рис. 4. Изменения периода и амплитуды 11-летней составляющей во времени (1000–1700 гг.). Прямоугольные области соответствуют гранд-минимумам. Черная жирная линия — тренд.

полученный на рис. 4 тренд позволяет предположить уменьшение длины цикла, что совпадает с результатами [Usoskin et al., 2021].

На рис. 4 в изменениях периода и амплитуды 11-летнего цикла противофаза ясно видна на длительных интервалах времени длиной более 100 лет, а именно в 1050–1180 гг., 1500–1630 гг. В остальные промежутки обратная корреляция $k < 0$ заметна на более коротких масштабах с изменяющимся во времени сдвигом по фазе кривых A и T .

4.4.2. Корреляция периода и амплитуды

Для того чтобы получить численную картину корреляционных соотношений на всем исследуемом промежутке времени, мы вычислили скользящий коэффициент корреляции между всевозможными парами отрезков изменения амплитуды и периода длиной 80 лет. Далее была получена корреляционная матрица (не приведена здесь), показавшая чередование участков, для которых $k < 0$ и $k > 0$. Эти чередования указывали на периодичности ~ 60 , ~ 100 , ~ 200 , ~ 400 лет. Однако исследование низкочастотных вариаций лежит за пределами данной работы и полный анализ корреляционной матрицы мы здесь не приводим.

Поскольку фокус статьи направлен на изучение солнечного цикла, мы выделили из корреляционной матрицы значения k для периодов равных 11-лет и периодов со сдвигом 11 лет. Для иллюстрации изменений коэффициента корреляции k между длиной и амплитудой 11-летнего цикла на рис. 5 показаны k для одного и того же 11-летнего цикла (сплошная линия) и для сдвига по времени

на 11 лет (пунктирная линия). Видно, что связь между T и A при сдвиге на один цикл (на 11 лет) больше, чем для одного и того же цикла. При этом с 1000 г. до ~1390 г. $k < 0$, а затем до конца исследуемого интервала времени $k > 0$. Экстремальных значений коэффициент корреляции достигает в 1170 г. $k = -0.65$, и в 1440 г. $k = 0.8$. Отметим, что для T и A одного и того же цикла смена знака корреляции фиксируется вблизи 1360 г.

Можно заключить, что в течение исследуемых 700 лет наблюдается разная степень связи между T и A для разных временных сдвигов между ними. Кроме того, корреляция меняет знак и величину в зависимости от времени. Смена знака корреляции для одного и того же цикла, а также при сдвиге на 1 цикл наблюдается на масштабе ~350—400 лет, а вариабельность значений k — на масштабе ~80—100 лет.

5. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Проведенный в работе анализ позволил уточнить временные рамки гранд-минимумов в уровне СА в 1000—1700 гг.: минимум Оорта в 1020—1080 гг., минимум Вольфа в 1265—1345 гг., минимум Шперера в 1390—1540 гг. и минимум Маундера в 1640—1700 гг. Отметим, что конец минимума Маундера ограничен концом исследуемого ряда. Эти найденные даты хорошо согласуются с аналогичными периодами, которые получены за последние несколько лет из ежегодных данных радиоуглерода в кольцах деревьев [Brehm et al., 2021; Usoskin et al., 2021; Kudsk et al., 2022]. Наблюдаемая разница лежит в пределах 10—20 лет. Расхождение во времени начала и конца гранд-минимумов связано, главным образом, с тем фактом, что точные даты определяются субъективным образом (разные критерии определения экстремумов, заданного порога активности).

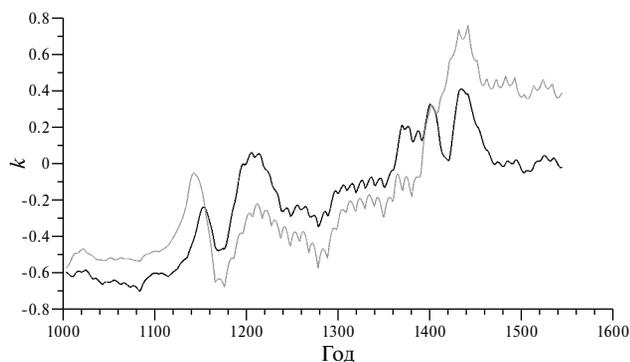


Рис. 5. Коэффициенты корреляции k между длиной и амплитудой солнечного цикла. Чёрная линия — для одного и того же цикла; серая линия — для сдвига между T и A на 11 лет.

Особенно показательна в этом смысле разница до ~30 лет в результатах работ [Brehm et al., 2021] и [Usoskin et al., 2021], несмотря на то, что в обоих исследованиях для анализа использован один и тот же ряд исходных данных. В отличие от результатов, полученных в данной статье, авторы работ [Popova et al., 2018; Zharkova et al., 2015], исходя из модельных соображений, утверждают, что в XIV—XV вв. не наблюдалось снижения активности Солнца, а минимум Шперера является артефактом, который обусловлен увеличенным радиационным фоном в это время из-за взрыва близкой сверхновой Vela Junior. Надо отметить, что модель и результаты, изложенные в работе [Popova et al., 2018], серьезно критиковались в статье [Usoskin, 2018], в частности, на основании того, что они базировались на экстраполяции в прошлое солнечных данных всего лишь за последние 35 лет.

Полученный результат о наличии стабильного 11-летнего цикла в 1000—1700 гг., извлеченного из информации об авроральной активности, заслуживает отдельного обсуждения. Известно, что 11-летний цикл является самой характерной чертой СА, наблюдаемой в инструментальную эпоху. Были неоднократные попытки исследовать солнечный цикл в предыдущие тысячелетия, исходя из таких косвенных данных как полярные сияния и солнечные пятна, наблюдаемые невооруженным глазом [Shove, 1955; Иванов и др., 2003; Наговицын, 2014; Обридко, Наговицын, 2017]. Часто эти работы базировались на априори сделанных предположениях о цикле Швабе. В частности, в классической работе [Shove, 1955] были определены даты индивидуальных максимумов и минимумов солнечных циклов за два тысячелетия по данным о полярных сияниях. Однако автор работы [Shove, 1955] заранее исходил из постулата, что 11-летний цикл наблюдался на протяжении тысячелетий. При этом были использованы различные предположения о параметрах цикла, в том числе о его регулярности (ровно 9 циклов за каждые 100 лет). Также проверялось существование в течение последнего тысячелетия 11-летнего цикла в СА, полученной из ежегодных (или двухгодичных) данных о космогенных изотопах, [Miyahara et al., 2004, 2006; Inceoglu et al., 2015; Eastoe et al., 2019; Fogtman-Schulz et al., 2019, 2021; Moriya et al., 2019]. В этих работах для последнего тысячелетия был найден 11-летний цикл для отдельных периодов времени порядка сотни лет. Однако, следует отметить существенные проблемы в получении сигнала, связанного с СА, из рядов космогенных изотопов. Автор работы [Hathaway, 2015] указывает, что перераспределение радионуклидов в земных резервуарах делает прямое сравнение SN и $\Delta^{14}C$ затрудненным. Кроме того, в работах [Stuiver and Braziunas, 1993; Brehm et al., 2021] отмечено, что амплитуда 11-летнего цикла составляет в среднем ~2%, что сравнимо

с аналитической и лабораторной ошибками наиболее точных данных ^{14}C . Поэтому анализ таких короткопериодных вариаций и определение индивидуальных 11-летних циклов для рядов $SN_{14\text{C}}$ осложняется из-за проблем выделения сигнала из шума [Ganopolski and Rahmstorf, 2002]. Тем не менее, в работах [Brehm et al., 2021; Usoskin et al., 2021; Kudsk et al., 2022] найдено, что 11-летний цикл стабильно прослеживается в течение всего последнего тысячелетия, по крайней мере, вне периодов гранд-минимумов.

В данной работе мы также столкнулись с рядом трудностей при выделении 11-летнего сигнала, которые отмечены в параграфах 4.1 и 4.3. Однако, тот факт, что практически непрерывное существование 11-летнего цикла, начиная с 1000 г., получено при использовании для реконструкции SN принципиально различных исходных данных и методов, свидетельствует о том, что указанные трудности и возможные ошибки не оказали существенного влияния на результат. Поэтому можно заключить, что цикл Швабе является характерной чертой деятельности Солнца не только в современную эпоху, но и в течение всего последнего тысячелетия.

Наш анализ показал, что на всем исследуемом интервале между длиной и амплитудой 11-летнего цикла наблюдается определенная связь, меняющаяся по величине (в среднем $k \approx 0.3–0.6$) и знаку в зависимости от времени. На временном отрезке с 1000 по ~ 1360 г. $k < 0$, а в $\sim 1360–1540$ гг. $k > 0$. При сдвиге между T и A на один цикл (11 лет) k увеличивается до $|k| \approx 0.6–0.8$. Тот факт, что амплитуда солнечного цикла N коррелирует с длиной предыдущего цикла $N-1$ лучше, чем с амплитудой самого цикла N , был установлен ранее для современных инструментальных рядов $SN_{\text{набл}}$ длиной в ~ 300 лет [Hathaway et al., 2002; Ogurtsov and Jungner, 2012]. Мы показали, что эта закономерность сохраняется на значительно более длинном временном интервале, в 1000–1700 гг. Кроме того, получено, что эта закономерность не зависит от знака корреляции между T и A .

Выше отмечено, что первые 350 лет исследуемого интервала времени демонстрируют антикорреляцию между T и A . Ранее для инструментальных рядов $SN_{\text{набл}}$ длиной ~ 300 лет было эмпирически установлено, что амплитуда и период одного и того же цикла Швабе находятся преимущественно в слабой обратной зависимости [Dicke, 1978; Hoynig, 1993; Solanki et al., 2002; Птицына и Демина, 2023]. Более интенсивные циклы имеют тенденцию быть короче и наоборот. Это соотношение накладывает ограничения на модели солнечной активности, в частности, на модели динамо, ответственные за генерацию 11-летнего цикла. И действительно, такие модели как в работах [Hoynig, 1993; Dikpati and Charbonneau, 1999;

Nagovitsyn and Pevtsov, 2020] описывают подобную обратную связь для параметров 11-летнего цикла. Кроме того, было установлено, что амплитуда и длина периода солнечного цикла в $SN_{\text{набл}}$ изменяются не строго в противофазе. Наиболее сильная антикорреляция достигается при отрицательным сдвиге по времени между T и A на один цикл (см., например, [Hathaway, 2015]). В работе [Solanki, 2002] было получено усиление антикорреляции также при сдвиге на 3 цикла. Авторы работы [Птицына и Демина, 2023] нашли, что коэффициент корреляции между T и A меняется на протяжении интервала 1700–2020 гг., а также меняется лаг, при котором достигается наибольшая корреляция. Лаг между рядами, при котором достигается максимум антикорреляции, в XVIII–начале XIX века был равен одному циклу, затем — двум циклам, а начиная с 1950 г., лаг уменьшился до 2 лет [Птицына и Демина, 2023]. Можно заключить, что связь между T и A , полученная как из наблюдательных $SN_{\text{набл}}$, так и из реконструированных рядов $SN_{\text{фил}}$, характеризуется общими чертами: зависимостью величины и знака этой связи от (1) сдвига между T и A и от (2) времени. В частности, мы нашли, что ~ 350 -летний интервал (XI–XIV вв.), когда преобладала антикорреляция между T и A , сменился временным отрезком (XV–XVI вв.), в котором наблюдалась их прямая корреляция.

Остановимся на вариации с периодом $\sim 30–40$ лет, которая выделена в спектре СА в 1000–1550 гг. Такая вариация в инструментально измеренных числах солнечных пятен не наблюдается. Однако указания на 30–40-летнюю квазипериодичность недавно получены при исследовании некоторых аспектов СА. В частности, наличие подобного цикла было найдено при исследовании коротких экспериментальных рядов данных о частоте возникновения магнитных бурь [Veretenenko et al., 2020]. Анализ архива спектрогелиограмм обс. Маунт Вильсон в течение XX в. показал, что 40-летняя вариация наблюдается в солнечном вращении [Bertello et al., 2020]. Однако авторы [Bertello et al., 2020] поднимают вопрос о реальности такой квазипериодичности в связи с использованным ими методом. Представляется, что вопрос о 30–40-летней квазипериодичности в СА требует более подробного исследования.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе проведен анализ данных о СА в 1000–1700 гг., полученных с использованием числа полярных сияний. Уточнены продленные (60–150 лет) гранд-минимумы пониженных уровней активности: Оорта (1020–1080 гг.), Вольфа (1265–1345 гг.), Шперера (1390–1540 гг.) и Маундера (1640–1700 гг.).

Полученные результаты демонстрируют стабильное наличие 11-летнего цикла Швабе в 1000—1700 гг. При этом длина цикла Швабе T увеличивается во время гранд-минимумов Оорта ($T = 13$ лет), Вольфа ($T = 14$ лет) и Шперера ($T = 14—15$ лет). Найдено, что в исследуемый промежуток времени наблюдается систематическое увеличение длины цикла до 1350 г., после чего прослеживается убывание. Длина ряда не позволяет оценить T во время минимума Маундера, однако полученный тренд указывает на уменьшение периода цикла в начале этого гранд-минимума.

В данной работе впервые найдены корреляционные соотношения между длиной и амплитудой солнечного цикла в XI—XVII вв. На временном отрезке в ~350 лет (XI—XIV вв.), корреляция между T и A одного и того же цикла была отрицательной, аналогично антикорреляциям, которые эмпирически установлены для современного отрезка времени ~300 лет. В дальнейшем (XV—XVII вв.) обратная связь между T и A солнечного цикла сменилась прямой корреляцией. Получено, что амплитуда солнечного цикла N коррелирует с длиной предыдущего цикла $N-1$ лучше, чем с амплитудой самого цикла N . Данный эффект был ранее установлен на основе анализа инструментальных данных за последние 300 лет. Мы показали, что эта закономерность сохраняется на значительно более длинном временном интервале, начиная с 1000 г. Кроме того найдено, что эта закономерность не зависит от знака корреляции между T и A .

Наш вывод о стабильном существовании 11-летнего цикла в 1000—1700 гг. совпадает с аналогичным результатом, полученным из принципиально других данных — из реконструкции SN по рядам радиоуглерода. Отсюда можно сделать два заключения. Во-первых, что эти реконструкции достаточно надежно описывают SA , по крайней мере, начиная с 1000 г. Во-вторых, что цикл Швабе является характерной чертой деятельности Солнца не только в современную эпоху, но и в течение всего последнего тысячелетия. Наши результаты также позволяют предположить, что не все эмпирические связи, установленные между амплитудой и длиной цикла Швабе для последних трехсот лет, в частности отрицательный знак корреляции между периодом и амплитудой цикла, будут неизменными в будущем.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы благодарят анонимного рецензента за полезные замечания и комментарии, учет которых помог улучшить статью.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Данная работа финансировалась за счет средств бюджета Санкт-Петербургского филиала Института земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн Российской академии наук им. Н.В. Пушкова.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- *Иванов В.Г., Иванова К.Г., Наговицын Ю.А.* Продолжительность одиннадцатилетнего цикла солнечной активности по данным исторических хроник за последние два тысячелетия // Тр. VII Пулковской межд. конф. по физике Солнца: “Климатические и экологические аспекты солнечной активности” / Ред. В.И. Макаров, Ю.А. Наговицын, В.Н. Обридко. Санкт-Петербург, Пулково, 7—11 июля 2003 г. СПб.: Изд-во ГАО РАН, 2003. С. 177—182.
- *Ишков В.Н., Шibaев И.Г.* Циклы солнечной активности: общие характеристики и современные границы прогнозирования // Изв. РАН. Сер. физ. 2006. Т. 70. № 10. С. 1439—1442.
- *Наговицын Ю.А.* Солнечная активность двух последних тысячелетий: “Служба Солнца” в древнем и средневековом Китае // Геомагнетизм и аэрономия. 2001. Т. 41. № 5. С. 711—720.
- *Наговицын Ю.А.* Изменения циклических характеристик магнитной активности Солнца на длительных временных шкалах // Геомагнетизм и аэрономия. 2014. Т. 54. № 6. С. 723—729.
- *Обридко В.Н., Наговицын Ю.А.* Солнечная активность, цикличность и методы прогноза. СПб.: ВВМ, 2017. 466 с.
- *Птицына Н.Г., Демина И.М.* Реконструкция солнечной активности в 1000—1700 гг. по данным о полярных сияниях с учетом вклада главного магнитного поля земли // Геомагнетизм и аэрономия. 2020. Т. 60. № 3. С. 515—527. <https://doi.org/10.31857/S0016794020030153>
- *Птицына Н.Г., Демина И.М.* Частотная модуляция как причина возникновения дополнительных ветвей векового цикла Глейсберга в солнечной активности // Геомагнетизм и аэрономия. 2022. Т. 62. № 1. С. 48—61. <https://doi.org/10.31857/S0016794022010163>
- *Птицына Н.Г., Демина И.М.* Влияние цикла Глейсберга на вариации периода 11-летнего цикла солнечной активности в 1700—2021 гг. // Геомагнетизм и аэрономия. 2023. Т. 63. № 3. С. 284—297. <https://doi.org/10.31857/S0016794022600508>

- Птицына Н.Г., Демина И.М., Тясто М.И.* Вариации авроральной активности и главного магнитного поля Земли за триста лет (1600–1909 гг.) // Геомагнетизм и аэрономия. 2018. Т. 58. № 6. С. 818–827. <https://doi.org/10.1134/S0016794018060123>
- Святский Д.О.* Астрономия Древней Руси. М.: Русская панорама, 2007. 664 с.
- Bertello L., Pevtsov A.A., Ulrich P.K.* 70 Years of Chromospheric Solar Activity and Dynamics // *Astrophys. J.* 2020. V. 897. № 2. P. 181–195. <https://doi.org/10.3847/1538-4357/ab9746>
- Biswas A., Karak B.B., Usoskin I., Weisshaar E.* Long-Term Modulation of Solar Cycles // *Space Sci. Rev.* V. 219. Article № 19. <https://doi.org/10.1007/s11214-023-00968-w>
- Brehm N., Bayliss A., Christl M., et al.* Eleven-year solar cycles over the last millennium revealed by radiocarbon in tree rings // *Nat. Geosci.* 2021. V. 14. P. 10–15. <https://doi.org/10.1038/s41561-020-00674-0>
- Charbonneau P.* Dynamo models of the solar cycle // *Living Rev. Solar Phys.* 2020. V. 17. Article № 4. <https://doi.org/10.1007/s41116-020-00025-6>
- Daubechies I.* Ten lectures on wavelets. Philadelphia. Pennsylvania. USA: Society for industrial and applied mathematics, 1992. 369 p.
- Dicke R.H.* Is there a chronometer hidden deep in the Sun? // *Nature.* 1978. V. 276. № 5689. P. 676–680.
- Dikpati M., Charbonneau P.A.* Babcock-Leighton Flux Transport Dynamo with Solar-like Differential Rotation // *Astrophys. J.* 1999. V. 518. № 1. P. 508–520. <https://iopscience.iop.org/article/10.1086/307269>
- Ganopolski A., Rahmstorf S.* Abrupt glacial climate changes due to stochastic resonance // *Phys. Rev. Lett.* 2002. V. 88. 038501. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.88.038501>
- Grossman A., Morlet J.* Decomposition of Hardy functions of constant shape // *SIAM J. Math.* 1984. V. 15. № 4. P. 723–736. <https://doi.org/10.1137/0515056>
- Eastoe C., Tucek C., Touchan R.* $\Delta^{14}\text{C}$ and $\Delta^{13}\text{C}$ in annual tree-ring samples from sequoia dendron giganteum, AD998e1510: solar cycles and climate // *Radiocarbon.* 2019. V. 61. № 3. P. 661–680. <https://doi.org/10.1017/RDC.2019.27>
- Eddy J.A.* The maunder minimum. *Science.* 1976. V. 192. № 4245. P. 1189–1202.
- Hoynig P.* Helicity fluctuations in mean field theory: an explanation for the variability of the solar cycle? // *Astron Astrophys.* 1993. V. 272. P. 321–339.
- Fogtmann-Schulz A., Kudsk S.G.K., Trant P.L.K., Baittinger C., Karoff C., Olsen J., Knudsen M.F.* Variations in solar activity across the Spörer Minimum based on radiocarbon in Danish oak // *Geophys. Res. Lett.* 2019. V. 46. P. 8617–8623. <https://doi.org/10.1029/2019GL083537>
- Fogtmann-Schulz A., Baittinger C., Karoff C., Olsen J., Knudsen M.* Changes in Solar activity during the Wolf minimum: new insights from a high resolution ^{14}C record based on Danish oak // *Radiocarbon.* 2021. V. 63. № 1. P. 91–104. <https://doi.org/10.1017/RDC.2020.126>
- Friis-Christensen E., Lassen K.* Length of the solar cycle: An indicator of solar activity closely associated with climate // *Science.* V. 254. № 5032. P. 698–700.1991. <https://doi.org/10.1126/science.254.5032.698>
- Hathaway D.H.* The Solar Cycle // *Living Rev Solar Phys.* 2015. V. 12. Article № 4. <https://doi.org/10.1007/lrsp-2015-4>
- Hathaway D.H., Wilson R.M., Reichman E.S.* Group Sunspot Numbers: Sunspot Cycle Characteristics // *Sol. Phys.* 2002. V. 211. P. 357–370. <https://doi.org/10.1023/A:1022425402664>
- Inceoglu F., Simoniello R., Knudsen M.F., Karoff C., Olsen J., Turck-Chièze S., Jacobsen B.H.* Grand solar minima and maxima deduced from ^{10}Be and ^{14}C : magnetic dynamo configuration and polarity reversal // *Astron. Astrophys.* 2015. V. 577. № A20. P. 20915. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201424212>
- Karak B.B., Jiang J., Miesch M.S., Charbonneau P., Choudhuri A.R.* Flux Transport Dynamos: From Kinematics to Dynamics // *Space Sci. Rev.* 2014. V. 186. P. 561–602. <https://doi.org/10.1007/s11214-014-0099-6>
- Komitov B., Sello S., Duchlev P., Dechev M., Penev K., Koleva K.* Sub- and Quasi-Centennial Cycles in Solar and Geomagnetic Activity Data Series // *Bulgar. Astron. J.* V. 25. P. 78–103. 2016.
- Kudsk S.G., M.F. Knudsen, Karoff C., Baittinger C., Misios S., Olsen J.* Solar variability between 650 CE and 1900 — Novel insights from a global compilation of new and existing high-resolution ^{14}C records // *Quaternary Sci. Rev.*, 2022. V. 292. Article № 107617. <https://doi.org/10.1016/j.quascirev.2022.107617>
- McCracken K.G., Beer J., Steinhilber F., Abreu J.* A phenomenological study of the cosmic ray variations over the past 9400 years, and their implications regarding solar activity and the solar dynamo // *Solar Phys.* 2013. V. 286. № 2. P. 609–627. <https://doi.org/10.1007/s11207-013-0265-0>
- Miyahara H., Masuda K., Muraki Y., Furuzawa H., Menjo H., Nakamura T.* Cyclicity of solar activity during the Maunder Minimum deduced from radiocarbon content // *Sol. Phys.* 2004. V. 224. P. 317–322.
- Miyahara H., Masuda K., Kitagawa H., Nakamura T.* Variation of solar activity during the Spörer minimum // *JGR Space Physics.* 2006. V. 111. A03103. <https://doi.org/10.1029/2005JA011016>
- Moriya T., Miyahara H., Ohyama M., Hakozaiki M., Takeyam M., Sakurai H., Tokanai F.* A study of variation of the 11-yr solar cycle before the onset of the Spörer minimum based on annually measured ^{14}C

- content in tree rings // *Radiocarbon*. 2019. V. 61. № 6. P. 1749—1754.
<https://doi.org/10.1017/RDC.2019.123>
- *Nagovitsyn Y.A., Pevtsov A.A.* Duffing oscillator model of solar cycles // *ApJL*. 2020. V. 888. № 2. P. L26.
<https://orcid.org/0000-0003-0489-0920>
- *Ogurtsov M., Jungner H.* Temporal evolution of statistical features of the sunspot cycles // *Adv. Space Res.* 2012. V. 50. № 6. P. 669—675.
<https://doi.org/10.1016/j.asr.2011.03.035>
- *Ogurtsov M.G., Nagovitsyn Yu.A., Kocharov G.E., Jungner H.* Long-period cycles of the sun's activity recorded in direct solar data and proxies // *Solar Phys.* 2002. V. 211. P. 371—394.
<https://doi.org/10.1023/A:1022411209257>
- *Popova E., Zharkova V., Shepherd S.J., Zharkov S.* On a role of quadruple component of magnetic field in defining solar activity in grand cycles // *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*. 2018. V. 176. P. 61—71.
<https://doi.org/10.1016/j.jastp.2017.05.006>
- *Richards M.T., Rogers M.L., Richards D. St.P.* Long-term variability in the length of the solar cycle // *Astron. Soc. Pac. PASP*. 2009. V. 121. № 881. P. 797—809.
<https://doi.org/10.1086/604667>
- *Schove D.J.* The sunspot cycle, 649-BC to AD-2000 // *J. Geophys. Res.* 1955. V. 60. P. 127—146.
- *Scargle J.D.* Wavelet and other multi-resolution methods for time series analysis / *Statistical challenges in modern astronomy II*. Ed. G.J. Babu and E.D. Feigelson. P. 333—347. N.Y., USA: Springer-Verlag, 1997.
- *Siscoe G.L.* Evidence in the auroral record for secular solar variability // *Rev. Geophys.* 1980. V. 1. № 8. P. 647—658.
- *Solanki S.K., Krivova N.A., Schüssler M., Fligge M.* Search for a relationship between solar cycle amplitude and length // *Astron Astrophys.* 2002. V. 396. P. 1029—1035.
<https://doi.org/10.1051/0004-6361:20021436>
- *Stuiver M., Braziunas T.F.* Sun, ocean, climate and atmospheric $^{14}\text{CO}_2$: an evaluation of causal and spectral relationships // *Holocene*. 1993. V. 3. № 4. P. 289—305.
<https://doi.org/10.1177/095968369300300401>
- *Usoskin I.G.* A history of solar activity over millennia // *Living Rev. Sol. Phys.* 2017. V. 14. Article № 3.
<https://doi.org/10.1007/s41116-017-0006-9>
- *Usoskin I.G.* Comment on the paper by Popova et al. On a role of quadruple component of magnetic field in defining solar activity in grand cycles // *JASTP* 2018. V. 176. P. 69—71.
- *Usoskin I.G., Solanki S.K., Krivova N., Hofer B., Kovaltsov G.A., Wacker L., Breh N., Kromer B.* Solar cycle activity over the last millennium reconstructed from annual ^{14}C data // *Astron. Astrophys.* 2021. V. 664. Article № C3.
<https://doi.org/10.48550/arXiv.2103.15112>
- *Usoskin I.G., Solanki S.K., Kovaltsov G.A.* Grand minima and maxima of solar activity: new observational constraints // *Astron. Astrophys.* 2007. V. 471 P. 301—309.
<https://doi.org/10.1016/j.jastp.2017.09.018>
- *Veretenenko S., Ogurtsov M., Obridko V.* Long-term variability in occurrence frequencies of magnetic storms with sudden and gradual commencements // *J. Atm. Sol. Ter. Phys.* 2020. V. 205. Article № 105295.
<https://doi.org/10.1016/j.jastp.2020.105295>
- *Yau K.K.C., Stephenson F.R.* A revised catalogue of Far Eastern observations of sunspots (165 BC to AD1918) // *Q. J. R. Astr. Soc.* 1988. V. 29. P. 175—197.
- *Zharkova V., Shepherd S., Popova E., Zharkov S.I.* Heartbeat of the Sun from Principal Component Analysis and prediction of solar activity on a millennium timescale // *Sci. Rep.* 2015. V. 5. Article № 15689.
<https://www.nature.com/articles/srep15689>

Schwabe Solar Cycle in 1000–1700: Variations in the Length and Amplitude**N. G. Ptitsyna^{1, *}, I. M. Demina¹**¹ *St. Petersburg Branch, Pushkov Institute of Terrestrial Magnetism, the Ionosphere, and Radio Wave Propagation, Russian Academy of Sciences (SPbF IZMIRAN), St. Petersburg, Russia***e-mail: nataliaptitsyna@yahoo.com*

One of the most significant features of solar activity is its variability over a wide range of periods, with the dominance of the 11-year cycle or the Schwabe cycle. In this work, a wavelet analysis of data on solar activity in 1000–1700 was carried out, obtained using the number of auroras, taking into account the contribution of the geomagnetic field. The obtained results demonstrate the stable presence of an 11-year cycle during the entire time interval of 1000–1700 A. D. It was found that in 1000–1350 there was a systematic increase in the length of the Schwabe cycle, after which its decline was traced. At the same time, the length of the solar cycle increases during the grand minima of Oort (13 years), Wolf (14 years) and Spörer (14–15 years). It was found that the correlation between the amplitude and the length of the solar cycle was maintained throughout the entire period of time 1000–1700, but its sign changed. In addition, it was obtained that the correlation between the amplitude of the cycle and the length of the previous cycle is stronger than the correlation between the amplitude and length of the same cycle. This result is similar to that previously known for instrumental series. However, we have shown that this pattern persists over a much longer time interval, and it does not depend on the sign of the correlation. The paper also provides indications of the existence of a variation with a period of 30–40 years in solar activity in 1000–1550.